UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

OSIEL GOMES DA SILVA

DESENHO GEOMÉTRICO: UM RECURSO PARA O ENSINO DAS CÔNICAS

MOSSORÓ/RN
2014

OSIEL GOMES DA SILVA

DESENHO GEOMÉTRICO: UM RECURSO PARA O ENSINO DAS CÔNICAS

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em matemática.

Orientador: Profº. Dr. Odacir Almeida Neves

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central Orlando Teixeira (BCOT)
Setor de Informação e Referência

M929c Silva, Osiel Gomes da.

Desenho geométrico: um recurso para o ensino das cônicas. / Osiel Gomes da Silva.. -- Mossoró, 2014
49f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Odacir Almeida Neves.

Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Pró-Reitoria de Pós-Graduação.

1. Desenho geométrico. 2. Cônicas. 3. Ensino. I. Titulo.

RN/UFERSA/BCOT CDD: 633.2

Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB-15/120

OSIEL GOMES DA SILVA

DESENHO GEOMÉTRICO: UM RECURSO PARA O ENSINO DAS CÔNICAS.

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, Campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

APROVADO EM : 25 de abril de 2014

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. Odacir Almeida Neves - UFERSA
Presidente

Profº. Dr. Walter Martins Rodrigues - UFERSA
Primeiro Membro

Profº. Dr. Aleksandre Saraiva Dantas - IFRN
Segundo Membro

MOSSORÓ/RN, 25 de Abril de 2014.

Dedico este trabalho a minha esposa Égila Gomes e a minha filha Ana Letícia Gomes, que estiveram comigo durante o tempo que durou este curso, sempre me dando coragem e mensagens de incentivo e otimismo.

Ao professor e orientador Odacir Almeida Neves pela valiosa contribuição dada a este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que comanda e guia minha vida, concedendo-me força e saúde para continuar a jornada.

A minha esposa, Égila Assis Lemos Gomes e a minha filha Ana Letícia Lemos Gomes, que foram a minha fonte de expiração, que dedicou parte de seu tempo para me apoiar e incentivar durante o mestrado.

À minha mãe, Maria do Carmo Gomes a Silva que sempre me ajudou, impulsionou e acreditou nas minhas conquistas e me ensinou a vencer todos os obstáculos da vida.

A meu pai, Cosme Silva vieira, que foi para mim um exemplo de incentivo e determinação. Mesmo com poucas instruções, mostrou o melhor caminho a ser seguido.

Aos meus amigos Nilo Pinheiro e Diego Moreira pelo companheirismo durante esta jornada de dois anos e pela força que me deram durante o mestrado.

Aos meus professores que me ajudaram para concretização do mestrado e meu orientador, Odacir Almeida Neves, que não mediu esforços em me ajudar a elaborar esta dissertação.

“Sem a Matemática, não poderia haver Astronomia; sem os recursos maravilhosos da Astronomia, seria completamente impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade”.

(Amoroso Costa)

RESUMO

Neste trabalho, foi realizado um estudo sobre o ensino das cônicas com o apoio do desenho geométrico. Um levantamento bibliográfico sobre o ensino das cônicas no Brasil e a importância de se estudar desenho geométrico foram elementos decisivos para realização desta obra. Para enfatizar sua importância, várias aplicações do cotidiano foram apresentadas nesta obra, como: engrenagem elíptica, Planetário de Saint Louis, antena parabólica, dentre outras. Com objetivo de fortalecer o ensino das cônicas, foi sugerido o desenho geométrico como recurso para as construções elíptica, hiperbólica e parabólica. Foram apresentadas algumas atividades interessantes para se trabalhar em sala de aula utilizando régua e compasso. As atividades abordadas nesta obra ficaram organizadas em duas partes, a fim de obter um resultado satisfatório. Após a realização das atividades foi aplicado um questionário diagnóstico e o resultado foi expresso por meio de um gráfico. Uma pesquisa, também foi realizada com os professores de matemática. Esperamos que esta obra sirva de motivação e apoio para novas pesquisas.

Palavras – chave: Desenho geométrico, cônicas, ensino.

ABSTRACT

In this essay, a study on teaching conic sections using geometry graphs was conducted. A short guide on the teaching of conic sections in Brazil and the importance of studying geometry graphs were relevant aspects for the result of this analysis. In order to emphasize such importance, several routine practices were presented in this dissertation, such as: elliptical gear, Saint Louis Planetarium, satellite dish antenna, among others. With the purpose of improving the teaching of conic sections, it have been suggested the geometry graphs as a way to elliptical, hyperbolic and parabolic construction.
Some interesting activities were presented to work in class using a ruler and a math compass. The activities were organized into two essential parts in order to provide a satisfactory result. After the accomplishment of the exercises, a diagnostic questionnaire was taken and its results were shown through graphics. A survey was also conducted with math teachers.
Hopefully, this study can serve as motivation and support for upcoming researches.

Keywords: Geometry graphs, conic sections, and teaching.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

Introdução

Este trabalho foi realizado sob a metodologia de levantamento bibliográfico e por meio de pesquisas exploratórias. Através delas percebe-se o descaso com o ensino das secções cônicas nos nossos dias. Podem-se citar inúmeros trabalhos direcionados as cônicas a fim de fortalecer o seu ensino na educação básica.

Porém foi a dissertação de Mirella Bordallo a qual foi apresentada a Universidade Federal do Rio de Janeiro para obtenção de título de mestre em 2011, que deu o início a esse trabalho em tela. Todavia outros trabalhos acadêmicos foram utilizados para realização desse trabalho. Vale ressaltar que foi a combinação da dissertação de Mirella Bordallo com o livro Desenho Geométrico de Carlos Marmo, que propomos a contribuir de alguma forma para o ensino das cônicas.

O objetivo dessa obra busca fortalecer o ensino das cônicas através de atividades utilizando-se o desenho geométrico, como recurso importante para o aprendizado do aluno, bem como enriquecer os conhecimentos do professor.

Para Marmo (1994), estudar desenho geométrico significa estabelecer uma relação íntima entre a geometria e o desenho. A diferença é que a geometria estuda as figuras relacionando-as com números (abstratos), que chamamos de medidas. Já o desenho concretiza os conhecimentos teóricos de geometria

Com estudo sistemático de desenho geométrico em consonância com o estudo analítico das cônicas, proporcionará ao aluno criatividade, compreensão de desenhos geométricos em geral, interpretação e beneficiará em resolver problemas do cotidiano.

> O Desenho estabelece um canal de comunicação universal para a transmissão da linguagem gráfica. É disciplina que permite tirar uma série muito grande de conclusões a partir de um mínimo de informações, liberando a criatividade. Interliga as demais disciplinas ajudando a compreensão de desenho geométrico em geral e a resolução de questões de natureza prática do cotidiano. O desenho concretiza os conhecimentos teóricos da Geometria, fortalecendo o ensino desta importante matéria.(MARMO.1994. p 6)

Na prática, o desenho permitirá ao aluno definir conceitos, demonstrar propriedades e resolver problemas. Portanto, far-se-á o uso do desenho geométrico como recurso fundamental para o ensino das cônicas.

Este trabalho, dividido em cinco capítulos, faz uma abordagem sobre desenho geométrico para o ensino das cônicas. Relata um breve histórico sobre o ensino das cônicas no Brasil e a importância de se estudar desenho geométrico. Estes dois tópicos foram elementos decisivos para realização desta obra.

O primeiro capítulo, denominado Abordagem histórica das cônicas, nos lembrará um pouco dos primeiros matemáticos a tratarem das secções cônicas e como eles abortavam o assunto. Aqui também ressaltaremos a importância que tem o recurso desenho geométrico e o quanto as cônicas estão sendo esquecidas nas escolas do Brasil.

No segundo capítulo, traremos exemplos concretos das aplicações das cônicas no cotidiano. Este capítulo tem por objetivo mostrar ao aluno a relevância deste conteúdo.

Dando continuidade, o terceiro capítulo discorre de atividades de desenho geométrico envolvendo construções fundamentais e construções cônicas com régua e compasso.

O quarto capítulo trás em seu texto os resultados obtidos durante as aulas de desenho, envolvendo elipse, hipérbole e parábola. Para realizar esta pesquisa, os alunos responderam a um questionário de diagnóstico, e o resultado foi expresso por meio de um gráfico. Também foi realizada uma pesquisa com professores, tal pesquisa tem por finalidade sabermos se os professores consideram relevante o uso de régua, compasso e um par de esquadros para o ensino da geometria. E por fim o quinto capítulo trás em seu texto a conclusão desta obra.

Capítulo 1 – Abordagem histórica

1.1 - Um pouco da história das cônicas

Como todo conhecimento científico, a matemática também passou por várias transformações e aperfeiçoamentos. Ao longo da história, percebe-se que as cônicas foram estudadas por vários matemáticos importantes que contribuíram de alguma forma para avanços científicos e tecnológicos. Podem-se citar três matemáticos que colaboraram de forma direta para esses avanços: Menaecmus, Euclides e Arquimedes. Mas foi com Apolônio de Perga (262 a 190 a.C.), matemático grego que ficou conhecido como o grande geômetra da antiguidade, que elaborou um trabalho mais consistente sobre o assunto. Das muitas obras de Apolônio como *Resultado rápido, Dividir em uma razão, Cortar uma área*, entre outras, sua maior obra prima chama-se *As cônicas*. *As cônicas* de Apolônio eram compostas de oito livros dos quais sobreviveram sete. O livro VIII, infelizmente, foi perdido. Os quatros primeiros ainda estão escrito em grego e a outra parte foi traduzida pelo matemático árabe, Thabit Ibn Qurra. Em 1710, Edmund Halley deu uma tradução latina dos setes livros, e a partir de então apareceram edições em várias línguas.

Dos sete livros de Apolônio, o primeiro trata das relações entre os diâmetros e as tangentes das cônicas. O segundo livro, Apolônio estudou as relações das hipérboles com as suas assíntotas e também como desenhar tangentes as cônicas dadas. Mas era o terceiro livro que ele se orgulhava, pois na prefacia geral de As cônicas ele escreveu:

> O terceiro livro contém muitos teoremas notáveis, úteis para a síntese de lugares sólidos e determinações de limites; a maior parte e os mais bonitos desses teoremas são novos e, quando os descobri, observei que Euclides não tinha efetuado a síntese do lugar com relação a três ou quatro retas, mas só uma parte causal dela e não bem sucedida: pois a síntese não poderia ser completada sem minhas descobertas adicionais. (BOYER.1974. p. 110).

No quarto livro, descreveu a hipérbole como curva de dois ramos, como sendo mais uma de suas descobertas. O quinto, sexto e sétimo livro são autênticos, onde se discute normais às cônicas e mostra quantas podem ser desenhadas a partir de um ponto.

Segundo Boyer (1974. p. 107), “[...] assim como *Os elementos* de Euclides substituíram textos elementares anteriores [...], o tratado sobre Cônicas derrotou todos os rivais no campo das seções cônicas, inclusive As cônicas de Euclides”

Antes de Apolônio, as secções cônicas, elipse, hipérbole e parábola, eram obtidas de três tipos deferentes de cone circular reto conforme o ângulo agudo, obtuso e reto formado no vértice do cone (cone de uma folha). Nesse período, elas eram obtidas seccionando um cone circular reto de uma folha com um plano perpendicular a uma geratriz do cone, obtendo três tipos distintos de curvas.

De acordo com Eves (1994. p. 61) “Supõe-se que Menaecmus tenha descoberto as curvas hoje conhecidas como elipse, parábola e hipérbole seccionando cones com planos perpendiculares a uma secção meridional cujo ângulo era, respectivamente, agudo, reto ou obtuso”.

Apolônio foi o matemático que conseguiu gerar todas as cônicas através de um único cone, simplesmente variando a inclinação do plano de interseção. Mostrou também que o cone não precisava ser reto, mas pode ser gerado por cone oblíquo e escaleno.

> Mostrando como obter todas as secções de um mesmo cone oblíquo de duas folhas e dando-lhes nomes eminentemente apropriados, Apolônio deu importante contribuição á geometria, mas não foi tão longe quanto poderia ter ido na generalidade. Poderia igualmente bem ter partido de um cone elíptico- ou de qualquer cone quádrico - e ter ainda obtido as mesmas curvas. Isto é, qualquer secção plana do cone “circular” de Apolônio, poderia servir como curva de “base” em sua definição, e a restrição “cone circular” é desnecessária. Na verdade, como o próprio Apolônio mostrou (livro I, Proposição 5), todo cone circular oblíquo tem não só uma infinidade de secções circulares paralelas à base, mas também um outro conjunto infinito de secções circulares dadas pelo que ele chamou de secções subcontrárias.(BOYER.1974.p. 108).

Esse passo foi importante para mostrar os três tipos de curvas. Com essa descoberta, Apolônio trouxe as curvas antigas mais para perto, substituindo o cone de uma só folha por um cone de duas folhas.

1.2 - Origens dos termos elipse, hipérbole e parábola

Os termos elipse, hipérbole e parábola nem sempre tiveram estas conotações. Para que entendamos melhor a origem desses termos é necessário buscarmos um pouco da história dos grandes matemáticos.

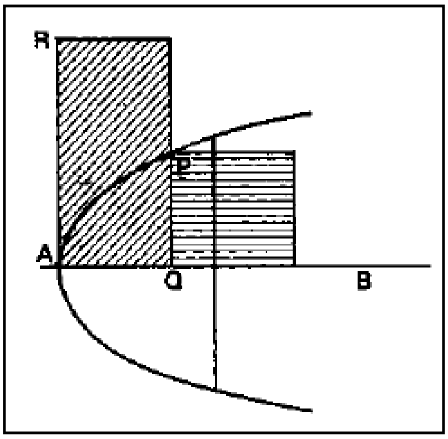
Segundo Eves (1994), o primeiro matemático a usar esses termos foi Pitágoras.

> Pitágoras (c. 540 a.C), ou membro de sua comunidade, usaram esses termos pela primeira vez com relação ao método chamado “aplicações de áreas”. No decorrer de uma solução (muitas vezes uma solução geométrica de algo equivalente a uma equação quadrática) ocorria uma das três situações: a base da figura construída era mais curta, ou era mais comprida ou ainda de mesmo comprimento que um dado segmento. (EVES.1994. p.60)

As três situações designavam elispe (falta), hipérbole (excesso) e parábola (comparação). Embora houvesse menção dos termos, os pitagóricos não usavam com referência a secções cônicas.

Considera-se Menaecmus (350 a.C), como o primeiro matemático grego a tratar das secções cônicas. Segundo Eves (1994. p. 61), “Menaecmus foi levado à descoberta dessas curvas seguindo o caminho que Arquitas (c. 400 a.C) havia sugerido, ou seja, procurando resolver o problema de Delos (duplicação do cubo) considerando secções de sólidos geométricos.” O comentador grego Proclus, aponta Menaecmus como responsável pelas descobertas das secções cônicas, chamada de “tríade menaecmiana”.

Mas foi Apolônio, com sua extraordinária obra As cônicas, que designou tais termos: “Conforme a aplicação fique aquém do segmento AR, seja exatamente igual a ele ou o exceda, Apolônio chamou a cônica de elipse, hipérbole e parábola”. (EVES, 1994 p. 62). Veja figura 1.



Fonte: História da Matemática Eves.

Figura 1 - Gráfico das secções cônicas de Apolônio

Considere:

A: vértice

AB: eixo principal

P: um ponto genérico da cônica

Q: pé da perpendicular baixada de P sobre AB.

Traça-se uma perpendicular a AB passando por A e sobre este marcamos a distância AR. Aplicamos ao segmento AR um retângulo de área igual à PQ. PQ, tal que, AQ seja um de seus lados. Conforme a aplicação fique aquém do segmento AR, Apolônio designou de elipse, hipérbole e parábola (EVES, 1994).

1.3 - Um breve histórico sobre o ensino das cônicas

E hoje o que sabemos sobre as cônicas? O que as pessoas entendem por elipse, hipérbole e parábola? Caso perguntássemos a um grupo de pessoas o que elas entendem sobre cônicas, provavelmente poucas pessoas saberiam dizer algo sobre elas.

Embora seu valor histórico seja relevante e sua contribuição seja significativa no desenvolvimento tecnológico moderno, segundo Luiz Carlos Guimarães, Luciana Felix da Costa e Francisco Quaranta em seu trabalho intitulado *Cônicas: um excelente elo capaz de mostrar as conexões entre a geometria no plano e no espaço,* dizem:

> [...] o estudo das cônicas na nossa escola básica acabou ficando restrito ao Ensino Médio, a mercê de uma única abordagem a partir da Geometria Analítica, e reduzindo-se a simples manipulação e/ou memorização de fórmulas. Esta abordagem leva a um certo desprezo em relação ao tema pelos alunos, sentimento compartilhado, quem sabe, pelos próprios professores, que podem não estar inteirados de outras propriedades nem de outras formas de obtenção e construção dessas curvas. Torna-se, portanto, mais difícil transmitir aos seus alunos seja a beleza, a importância ou a utilidade desses conceitos em aplicações reais. Já que cada aplicação real de cônicas possui diferentes dados iniciais, fica evidenciada a necessidade de propor outros enfoques para o estudo destas curvas.

O fato é que, atualmente, o ensino da matemática no Brasil, não dedica tanta atenção ao tema em questão.

Fazendo uma pequena análise da forma de como é ensinado às cônicas nas escolas, percebe-se que, no ensino fundamental, a parábola aparece em forma de função quadrática acompanhado de seu gráfico. No primeiro ano do ensino médio, a parábola volta a ser estudada, mas não passa de um aprofundamento de uma função. Quando finalmente se poderia estudar de forma consistente as cônicas no segundo ou terceiro ano do ensino médio, as “belas curvas” ficam restringidas apenas ao ensino das equações matemáticas.

No artigo: Tradução comentada da obra “Novos Elementos das Secções cônicas” (Philippe de La Hire - 1679) e sua relevância para o ensino da matemática – Francisco Quaranta Neto e Luiz Carlos Guimarães dizem:

> Atualmente o ensino de cônicas no Brasil tem uma abordagem que costuma se limitar ao universo da Geometria Analítica. A partir da propriedade bifocal, são deduzidas as equações. Além disso, quase nada é apresentado. Para reconhecer uma elipse, por exemplo, é possível somente através de sua equação. Nenhuma outra propriedade é apresentada, explorada ou provada. Normalmente a sequência didática mais executada pelos livros didáticos do ensino médio quando se propõem a ensinar as curvas: elipse, parábola e hipérbole, são o seguinte: são apresentadas no plano cartesiano através das propriedades bifocais e assim surgem as formas geométricas

> das curvas. A seguir vêm os exercícios. Diversos autores ao longo de 24 séculos de história, apresentaram muitas outras caracterizações para estas curvas. As primeiras se serviam de um cone como elemento de partida. A seguir, vieram: a do foco e diretriz, a caracterização bifocal, as que servem de construções mecânicas, a que faz uso de ângulos como parâmetros, a que utiliza álgebra linear. Se existem varias formas de se apresentar as cônicas, por que apenas a caracterização bifocal dessas curvas sobreviveu para o ensino do inicio deste nosso século? O ensino de cônicas no ensino médio no Brasil, provavelmente não acontece para a maioria dos alunos. E, quando acontece , se restringe normalmente a um curto período (uma a duas semanas) no terceiro ano do ensino médio. A forma que se ensina é geralmente a que foi citada acima. Exceção feita à parábola, que por ser a única a se enquadrar com o conceito de função, é estudada como função quadrática ou polinomial do segundo grau, na oitava serie do ensino fundamental e no primeiro do ensino médio. Serve como bom exemplo de função, mas a sua intima ligação com o universo das cônicas, costuma ser ignorada pelos professores na sua apresentação. Sendo o estudo de cônicas muito mais antigas que o estudo das funções, constata-se que diminuiu a importância da para o ensino das cônicas. (as funções só aparecem com François Viète, no século XVI). (QUARANTA, GUIMARÃES. 2011 p.1-2)

É nítido o descaso e a falta de incentivo com o ensino das secções cônicas nos nossos dias. Vários trabalhos acadêmicos, como o de Windson Moreira (2013), trás em seu trabalho a utilização do GeoGebra como ferramenta fundamental no ensino de matemática com atividades de aplicação nas cônicas e César Ludgero Fernandes Correia que apresentou à Faculdade de Ciências da Universidade do Porto em Matemática 2013 trás um estudo das cônicas em quatro abordagens diferentes, direcionam seus estudos a esta temática a fim de aprimorar e fortalecer o ensino das cônicas no ensino médio.

Capítulo 2 - Aplicações práticas das cônicas

Vários estudiosos da matemática mostraram interesse pelas secções cônicas, como foi visto no capítulo 1. Muitos deles estudaram tais curvas mesmo sem saber que um dia elas trariam inúmeros benefícios à humanidade. Mesmo com seus estudos avançados, Apolônio de Perga não conseguiu ver de forma prática a importância de seus maravilhosos estudos e descobertas.

Focar-se-á nesse capítulo a importância da elipse, hipérbole e parábola no nosso dia-a-dia, na intenção de apresentar aos alunos a matemática de forma prática e clara, visto seus questionamentos pertinentes da forma: onde vou usar este assunto no dia-a-dia? Para que serve este conteúdo?

Portanto veremos várias aplicações das cônicas no campo da física, incluindo a astronomia, engenharia e a arquitetura.

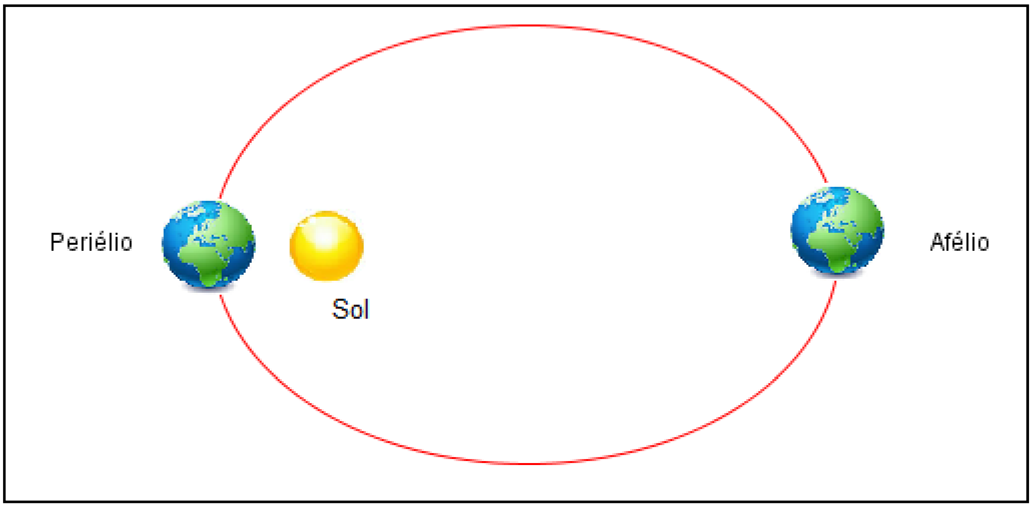
2.1- Elipse

2.1.1 - Na Astronomia

Durante muito tempo, as concepções sobre o universo eram fundamentadas na concepção geostática (terra estava fixa) e na concepção geocêntrica (a terra ocupava o centro do universo, onde os astros movimentavam-se em torno dela).

Os estudiosos da astronomia estavam convictos que os planetas giravam em torno da terra em uma trajetória circular. Mas foi o astrônomo e matemático alemão Johannes Kepler (1571-1630), que descobriu que cada planeta descreve uma trajetória elíptica e que o sol ocupa um dos focos. Sua 1º lei diz que todos os planetas descrevem um movimento elíptico sendo o Sol um dos focos da elipse.

Tratando-se do planeta Terra, em particular, sua trajetória é elíptica e ocupa duas posições em relação ao sol: o periélio (distância mínima entre Terra e Sol) e o afélio (distância máxima entre Terra e Sol).



Fonte: autor

Figura 2 - Movimento elíptico do planeta

2.1.2 - Na engenharia

2.1.2.1 - Engenharia civil

As elipses são empregadas na engenharia civil desde os antigos romanos. Pode-se citar como exemplo de uma construção elíptica o coliseu de Roma, atualmente o ponto turístico mais visitado de Roma. Construído em 72 d.C. por Vespasiano e concluído em 82 d.C. por Tito, sua planta baixa em forma de elipse é composta de dois eixos com medidas, aproximadamente, de 190 metros e 155 metros.

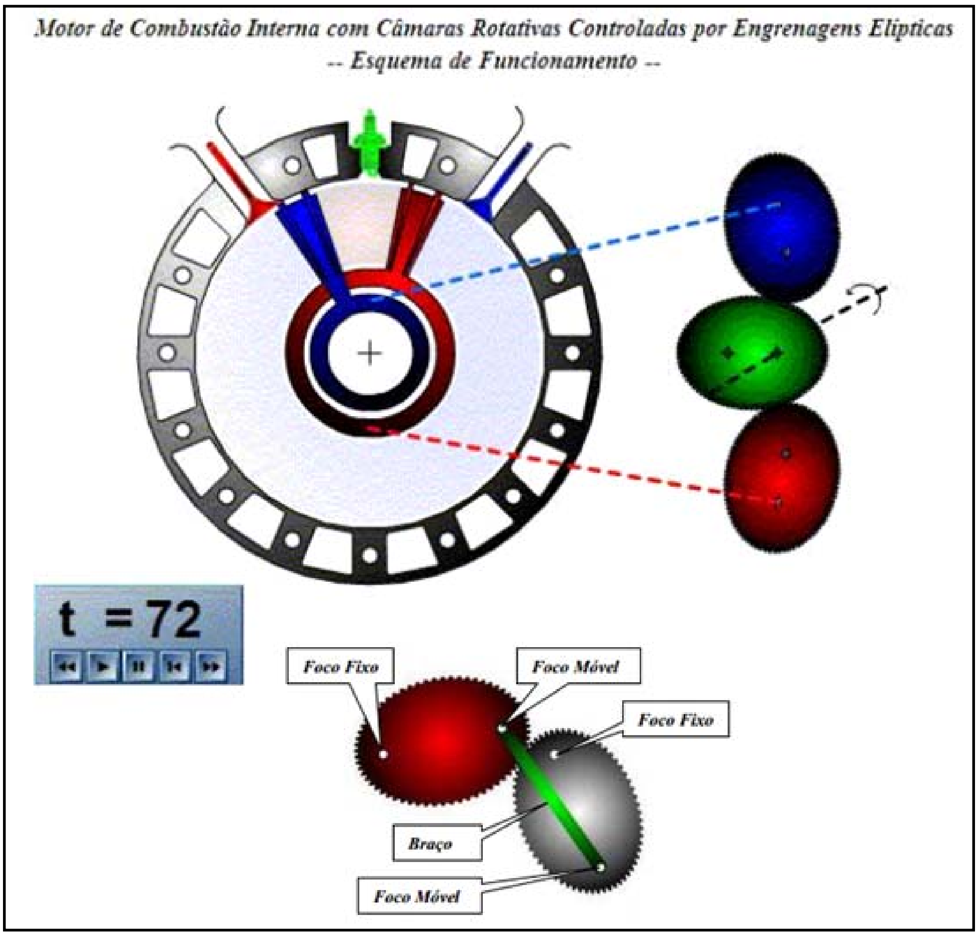
Fonte: http://www.sogeografia.com.br

Figura 3 - Coliseu de Roma

2.1.2.2 - Engenharia mecânica

Na engenharia mecânica, a elipse ocupa um espaço de extrema importância. Com estudos e experimentos um pouco mais avançados, a elipse vem se mostrando como a geometria adequada para as engrenagens elípticas. O uso dessas engrenagens em motores de combustão poderá revolucionar os meios de transporte, devido as suas vantagens como:

- Motor mais potente e econômico que os tradicionais.
- Admite a queima de múltiplos combustíveis.
- Manutenção inferior aos motores tradicionais.



Fonte:http://www.adg-technology.com/docs/doc_adg_sae2003_br.pdf

Figura 4 - Engrenagens elípticas em um motor de combustão

2.1.3 - Arquitetura

Na arquitetura, a elipse também está presente. O arquiteto Oscar Niemeyer, construiu em Cuba uma das suas obras colossais: uma praça de vinte mil metros quadrados em forma de elipse com capacidade para 13.500 pessoas.

2.2 – Hipérbole

2.2.1 - Na engenharia civil

Encontram-se muitas aplicações da hipérbole na construção civil. Para entender melhor sua aplicação é necessário saber que, ao girar uma hipérbole em torno de um dos seus eixos de simetria, gera uma superfície chamada hiperbolóide. Veja o Planetário de Saint Louis (Saint Louis Science Center), em forma de um hiperbolóide.

Fonte:http://www.fotosearch.com.br/

Figura 5 - Planetário de Saint Louis

2.2.2 - Na navegação

LORAN é um sistema de localização em navegação (**Navegação de Longa Distância**) usado pelos navios e aviões de vários países. LORAN consiste num sistema de hiperbólicas que permite ao navegante achar sua posição. Seu funcionamento é simples. Estações localizadas em dois pontos fixos $F1$ e $F2$ da terra enviam sinais que são captados pelo navegante em um ponto *O*. Em *O* calcula-se o intervalo de tempo $\Delta = t_2 - t_1$, onde t_1 e t_2 é o tempo em que O recebe o sinal de $F1$ e $F2$ respectivamente. A diferença entre os instantes t_1 e t_2 determina $2a$ obtendo a característica da hipérbole.

2.2.3 - Na astronomia

Galileu Galilei (1564-1642) nasceu em Pisa, Itália, foi uma personalidade de fundamental importância na ciência. Em 1609, construiu um telescópio para observação astronômica, que resultou em importantes descobertas.

Fonte:http://www.cienciahoje.pt

Figura 6 - Telescópio de Galileu

Os primeiros telescópios construídos com lentes, inclusive o de Galileu, eram conhecidos como telescópios refratores devido à refração da luz. Devido às inconveniências das lentes, como a deformação das imagens e a decomposição da luz branca (aberrações cromáticas), surgiram os telescópios refletores, que nada mais são do que um espelho parabólico no fundo de um tubo.

Com o surgimento dos telescópios refletores, foram sanados os problemas que havia nos telescópios refratores. Surge então um novo problema. Ao observar uma imagem, o observador teria que estar no foco da parábola. Mas isso na prática seria impossível.

Para solucionar esse defeito, Isaac Newton (1642-1727) colocou um espelho plano entre o espelho parabólico e o foco, assim a imagem posicionaria fora do foco da parábola e se formaria em um ponto fora do tubo do telescópio, onde se posiciona o observador.

O astrônomo francês Cassegrain (1629-1693) propôs a utilização de um espelho hiperbólico, em substituição do espelho plano de Isaac Newton. A idéia proposta por Cassegrain só foi colocada em prática cerca de um século depois. Desde então passaram a utilizar a montagem de Cassegrain em grande escala. Até hoje esse sistema está presente, tanto nos telescópios óticos como nos telescópios radiotelescópios.

2.3 – Parábola

2.3.1 - Forno sola

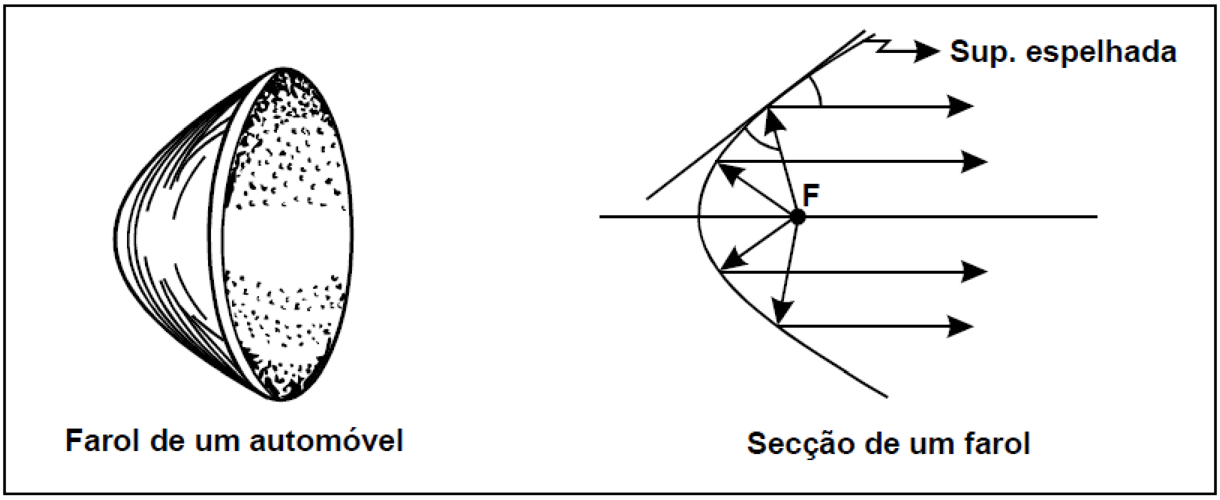
Conhecendo as propriedades refletoras dos espelhos parabólicos foi possível construir o forno solar de Odeillo, localizado em uma região da França onde a incidência de luz solar é intensa. Devido à distância entre a terra e o Sol ser de 150 milhões de quilômetros, os raios solares ao atingirem a terra chegam praticamente paralelos. No instante que os raios solares tocam nos espelhos parabólicos, eles são convergidos para seu foco, onde haverá uma concentração de energia térmica elevando o grau de temperatura. Nesse ponto, coloca-se um dispositivo que irá utilizar a energia concentrada.

Fonte:http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pde/mirtes

Figura 7 - Forno solar de Odeillo

2.3.2 - Faróis de automóvel

Outra aplicação bastante comum das parábolas são as lanternas e faróis de carro. O feixe de luz emitido pela lâmpada, localizada no foco da parábola, propaga-se em raios paralelos ao eixo de simetria quando refletidas pela superfície da parabólica.

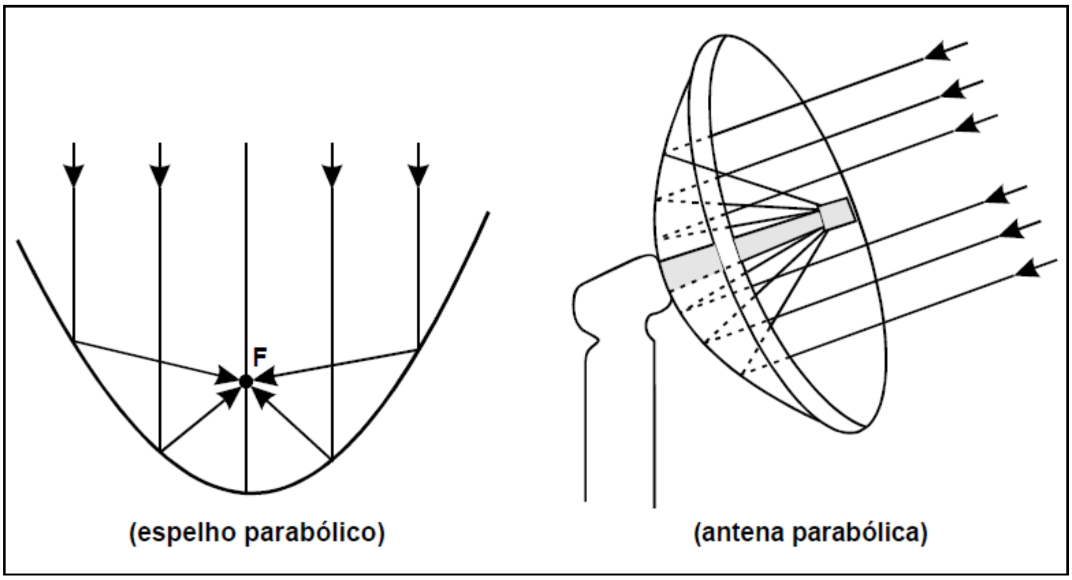


Fonte: Cônicas e quádricas de Jacir J. Venturi.

Figura 8 - Farol de automóvel

2.3.3 - Antenas parabólicas

Uma antena parabólica é uma antena que tem a capacidade de captar ondas eletromagnéticas enviadas por satélites em órbita da terra. Ao chegar à antena, as ondas são convergidas para um único ponto chamado captador (foco da parábola), por sua vez o captador enviará o sinal recebido para um conversor que as decodificará e enviará para o receptor de televisão. Essa modalidade de antenas é bastante comum no Brasil, tanto no litoral como no interior.



Fonte: Cônicas e quádricas de Jacir J. Venturi.

Figura 9 - Espelho parabólico e antena parabólica

Capítulo 3 - Construindo cônicas através de desenho geométrico

Neste capítulo nos dedicaremos à prática das construções geométricas e, em particular, as construções das cônicas por meio de desenho geométrico. O ensino da geometria por meio de desenho geométrico significa proporcionar ao aluno criatividade, melhorar seu desempenho interpretativo e ajuda a consolidar os conhecimentos geométricos.

Primeiramente, as atividades foram direcionadas para construções fundamentais com objetivo de servir de base na resolução de problemas mais complexos. Acredita-se que através das atividades iniciais o aluno ganhará destreza para manuseio dos instrumentos, concentração e criatividade.

Para Marmo (1994), o desenho representa a geometria gráfica e através dela é possível definir conceitos, demonstrar propriedades e resolver problemas.

O objetivo é propiciarmos ao aluno uma variedade de atividades, afim de roborar os conhecimentos adquiridos anteriormente. Portanto dividiremos este capítulo em quatro seções importantes, sendo que a primeira parte tratará dos instrumentos a serem utilizados, a segunda parte com os conceitos primitivos, a terceira com construções fundamentais através de desenho geométrico e a quarta com atividades voltadas para o ensino das secções cônicas através de desenho geométrico.

3.1 - Instrumentos

Segundo Marmo (1994), existem vários tipos de instrumento para se trabalhar em desenho geométrico, mas os principais instrumentos são: régua, compasso, transferidor e jogo de esquadro cada um com a função de traçar retas, traçar circunferência, medir ângulos e traçar retas, paralelas e perpendiculares, respectivamente. Não se esquecendo do material de apoio que é lápis, borracha e prancheta.

Com esses instrumentos é possível construir uma infinidade de formas geométricas como, por exemplo, retas, circunferências, triângulos, paralelogramos, entre outras, mas nos deteremos, inicialmente, com construções fundamentais que servirão como base e em seguida partiremos para as construções das cônicas, objeto de nosso estudo.

3.2 - Conceitos primitivos

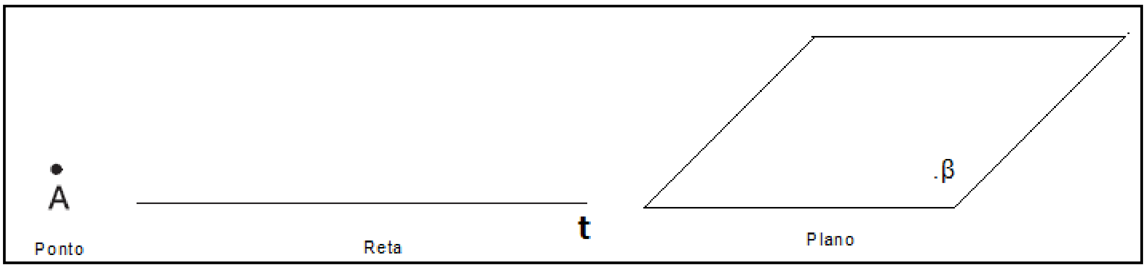
Ponto, reta e plano são os três entes base para o desenvolvimento da geometria plana e aceitaremos intuitivamente, ou seja, sem que haja necessidade de demonstrá-los.

Na construção de uma teoria geométrica, tomam-se, inicialmente, certos conceitos aos quais se acrescentam postulados e definições a fim de, então, deduzir teoremas e propriedades.

Tais conceitos podem ser primitivos ou convencionados. Os conceitos primitivos constituem-se num apelo à nossa intuição.

Conhecê-los agora e sabermos como representá-los é de fundamental importância para o desenvolvimento das atividades propostas de desenho geométrico.

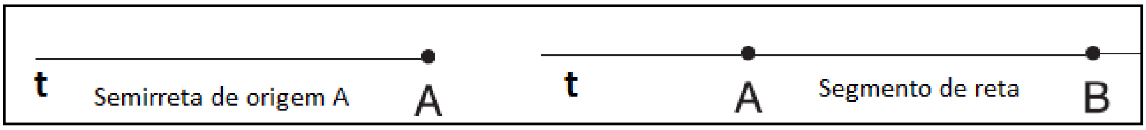
Representaremos o ponto e a reta por uma letra maiúscula e minúscula, respectivamente, do nosso alfabeto e o plano por uma letra minúscula do alfabeto grego.



Fonte: autor

Figura 10 - Ponto, reta e plano

Se tomarmos um ponto *A* qualquer de uma reta *t*, esse ponto dividirá essa reta em duas partes que chamaremos de semirreta e origem *A*. Caso tomarmos dois pontos *A* e *B* de uma reta *t*, chamaremos de segmento de reta o conjunto dos pontos compreendidos entre *A* e *B* pertencentes a *t*, como pode ser observada na figura 11.



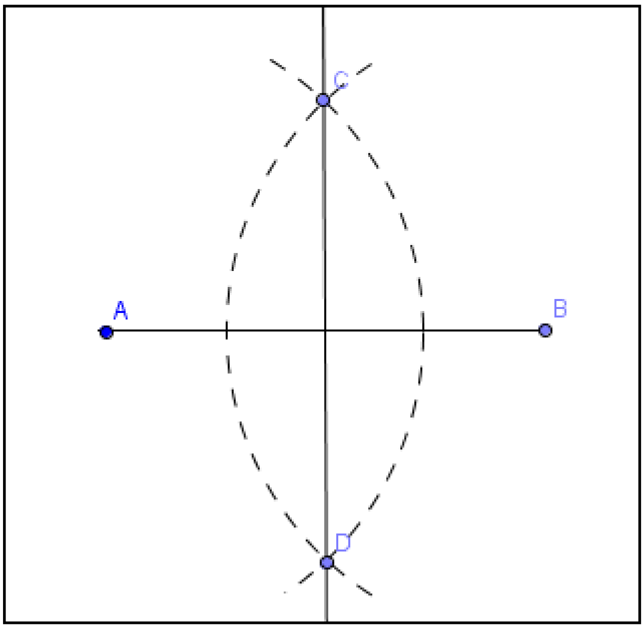
Fonte: autor

Figura 11 - Semirreta e segmento de reta

A semirreta tem a origem em *A* e o segmento tem extremos *A* e *B*. A reta *t* é chamada de reta suporte do segmento.

3.3 - Atividades para construções fundamentais.

Atividade 1 - Traçar a mediatriz dado segmento *AB*



Fonte: autor

Figura 12 - Mediatriz de um segmento

Solução:

1º passo: Centre o compasso na extremidade *A* de raio maior que a metade de *AB*.

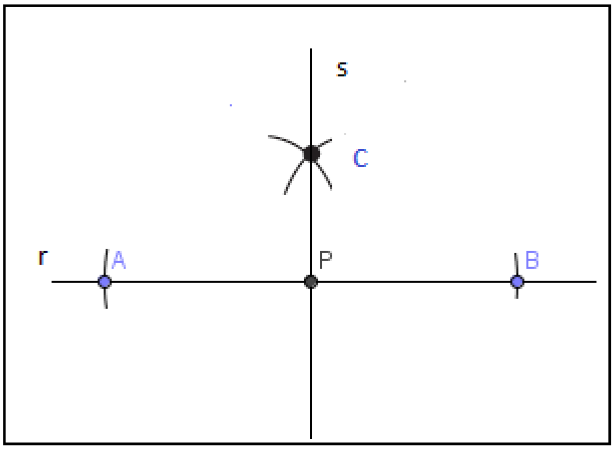
2º passo: Tracemos um arco acima e abaixo de *AB*.

3º passo: Centre o compasso em *B* com mesmo raio e descreva um arco acima e abaixo de *AB*.

4º passo: Marcam-se *C* e *D* nas interseções dos arcos. *CD* é a mediatriz de *AB*

Observação: Mediatriz é o conjunto de todos os pontos que eqüidistam dos extremos *A* e *B*. *CD* é perpendicular a *AB*.

Atividade 2 - Dada à reta *r* e um ponto *P* pertencente a *r*, traçar *s* perpendicular a *r* passando por *P*.



Fonte: autor

Figura 13 - Reta perpendicular a *AB* passando por *P* pertencente a *r*

Solução:

1º passo: Tracemos uma reta *r* e marca-se o ponto *P* em *r*.

2º passo: Centre o compasso em *P* de raio arbitrário e façamos um arco que corte *r* em dois pontos *A* e *B* eqüidistante de *P*.

3º passo: Façamos uma abertura no compasso maior que a anterior.

4º passo: Centre o compasso em *A* e tracemos um arco.

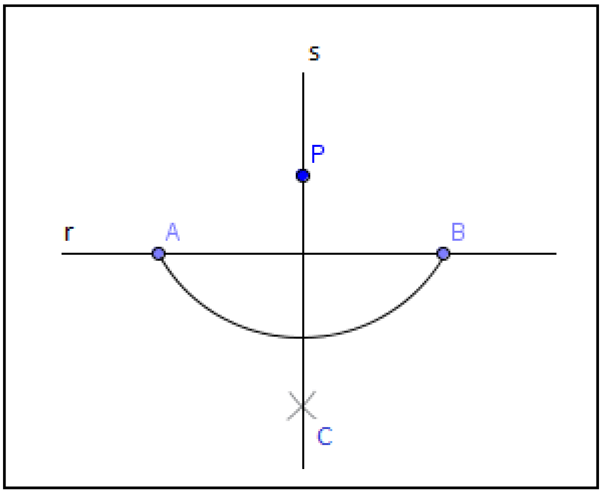
5º passo: Agora com centro em *B* e mantendo o mesmo raio, façamos outro arco de modo que intercepte a arco anterior.

6º passo: Marca-se *C* na interseção.

7º passo: Tracemos uma reta passando por *C* e *P*. À reta *s* obtida e perpendicular a *r* passando por *P*.

Observação: Duas retas *r* e *s* são perpendiculares, quando formam ângulos retos na interseção.

Atividade 3 - Dada à reta *r* e um ponto *P* não pertencente a *r*, traçar *s* perpendicular a *r* passando por *P*.



Fonte: autor

Figura 14 - Reta perpendicular a *AB* passando por *P* não pertencente a *r*

Solução:

1º passo: Tracemos uma reta *r* e marca-se o ponto *P* fora de *r*.

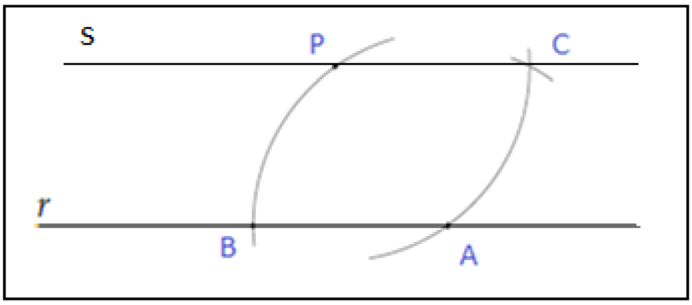
2º passo: Centre o compasso em *P* com abertura qualquer e façamos um arco interceptando *r* em dois pontos *A* e *B*.

3º passo: Agora centre o compasso em *A* com raio maior que a metade de *AB* e façamos um arco abaixo de *r*.

4º passo: Com mesmo raio, centre o compasso em *B* e tracemos um arco de modo a interceptar o arco anterior em *C*

5º passo: Tracemos uma reta ligando *P* a *C*, obtendo a reta s perpendicular a *r* passando por *P*.

Atividade 4 - Dada à reta *r*, um ponto *P* não pertencente a *r*, traçar uma reta *s* paralela a *r* passando por *P*.



Fonte: autor

Figura 15 - Retas paralelas

Solução:

1º passo: Tracemos uma reta *r* e um ponto *P* fora de *r*.

2º passo: Centre o compasso em *P* com abertura suficiente para interceptar a reta *r* no ponto *A*.

3º passo: Com o mesmo raio, centre o compasso em *A* e tracemos um arco passando por *P* e interceptando *r* no ponto *B*.

4º passo: Centre o compasso em *B* com raio *BP*.

5º passo: Transporte a medida *BP*, através do compasso, para o ponto *A* e façamos um arco interceptando o primeiro arco no ponto *C*.

6º passo: Tracemos a reta *s* paralela a *r* passando por *P* e *C*.

Observação: Duas retas *r* e *s* são paralelas quando a interseção entre elas é vazia, ou seja, quando não se tocam. Por dois pontos *A* e *B*, passa uma única reta.

Atividade 5 - Dado o segmento *AB*, divida-o em sete partes de medidas iguais.

Solução:

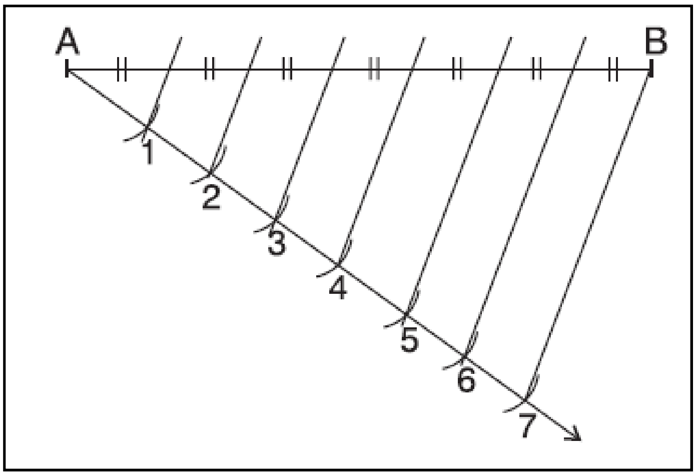
1º passo: Traçamos uma semirreta qualquer com origem em *A*

2º passo: Centre o compasso em *A* com abertura arbitrária marque o ponto *1*. Com a mesma abertura centre o compasso em *1* marque o ponto *2* e assim sucessivamente até traçamos sete segmentos consecutivos congruentes sobre a semirreta.

3º passo: Traçamos um segmento unindo o ponto *7* ao ponto *B*.

4º passo: Façamos retas paralelas a *B7* passando pelos pontos *1*, *2*, *3*, *4*, *5* e *6*.

5º passo: Temos então os setes segmentos congruentes em *AB* como mostra a figura 16.



Fonte: Queironga, 2007

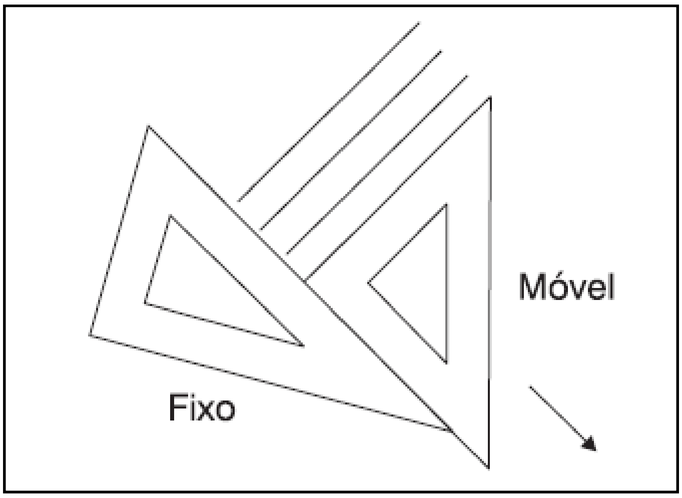
Figura 16 - Divisão de segmento

Observação: Dois segmentos são congruentes quando possuem as mesmas medidas.

Atividade 6 - Dada a reta *r*, traçar uma reta *s* paralela a *r* utilizando esquadro.

Importante: Antes de resolvermos este exercício e o próximo é importante conhecermos o par de esquadros que iremos trabalhar. Eles facilitarão nosso trabalho posteriormente.

A forma de um esquadro é de um triângulo retângulo. Utilizaremos um par de esquadros, sendo um escaleno e outro isósceles em nossas construções para desenharmos retas paralelas e perpendiculares. É importante mencionar que seu manuseio deve ser em conjunto deslizando um sobre o outro.

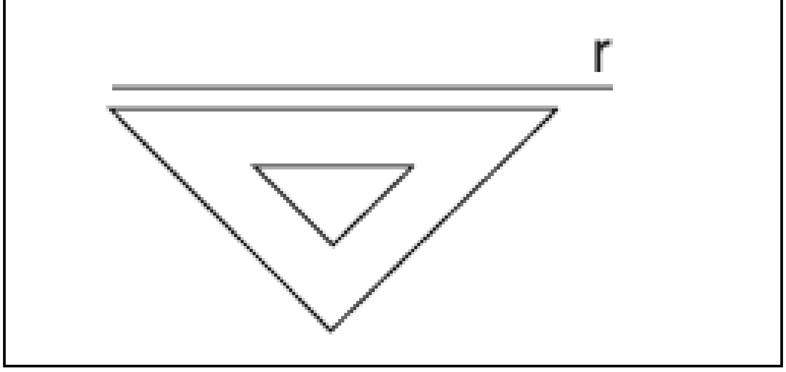


Fonte: Queironga, 2007

Figura 17 - Par de esquadros

Solução:

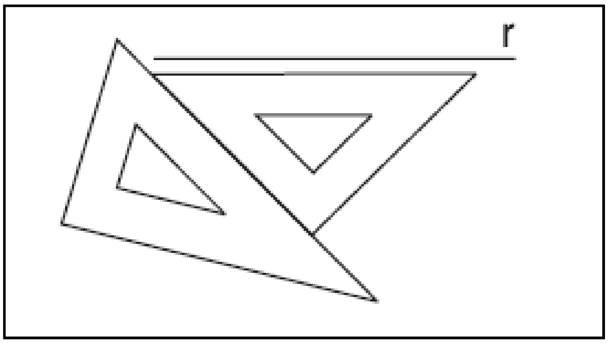
1º passo: Apóia-se a parte maior do triângulo isósceles na reta *r*.



Fonte: Queironga, 2007

Figura 18 - Esquadro isósceles apoiado a uma régua

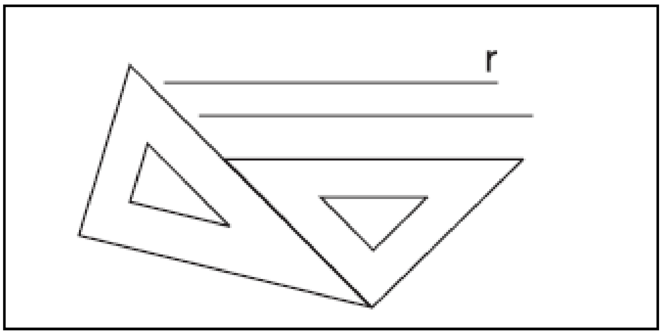
2º passo: Encoste a parte maior do triângulo escaleno no triângulo isóscele.



Fonte: Queironga, 2007

Figura 19 - Esquadro isósceles apoiado ao esquadro escaleno

3º passo: Deslizemos o triângulo isóscele sobre o outro triângulo.

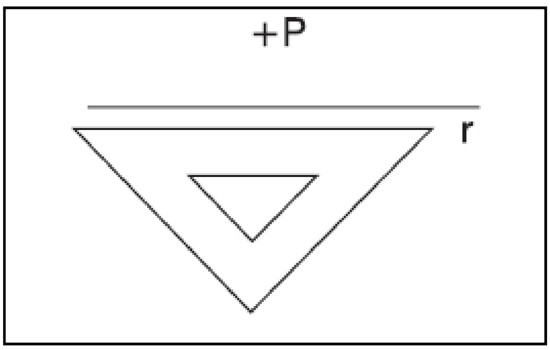


Fonte: Queironga, 2007

Figura 20 - Deslizamento do esquadro isósceles sobre o esquadro escaleno

4º passo: Agora é só traçarmos a reta *s* paralela a *r*.

Atividade 7 - Dada a reta *r*, traçar uma reta *s* perpendicular a *r* utilizando esquadro.



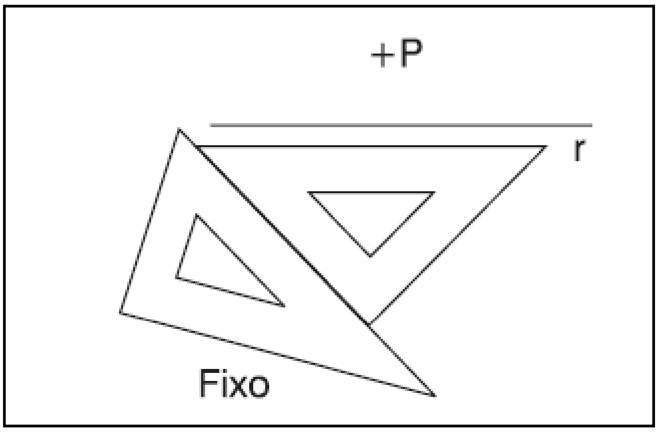
Fonte: Queironga, 2007

Figura 21 - Esquadro isósceles apoiado a uma régua

Solução:

1º passo: Apóia-se a parte maior do triângulo isósceles na reta *r*.

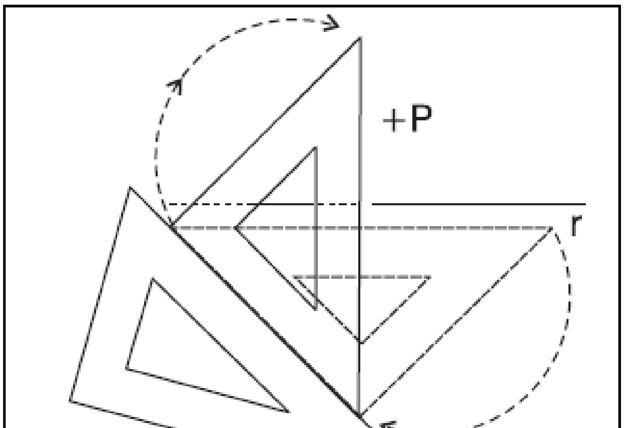
2º passo: Encoste a parte maior do triângulo escaleno no triângulo isóscele.



Fonte: Queironga, 2007

Figura 22 - Esquadro isósceles apoiado ao esquadro escaleno

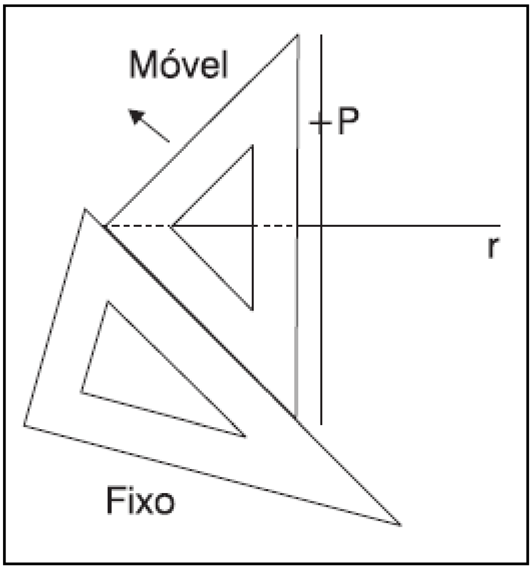
3º passo: Mudemos a posição do esquadro que está apoiada na reta *r* conforme a figura 23.



Fonte: Queironga, 2007

Figura 23 - Rotação do esquadro isósceles

4º passo: Tracemos a reta *s* perpendicular a *r* conforme a figura 24.



Fonte: Queironga, 2007

Figura 24 - Reta perpendicular através de esquadro

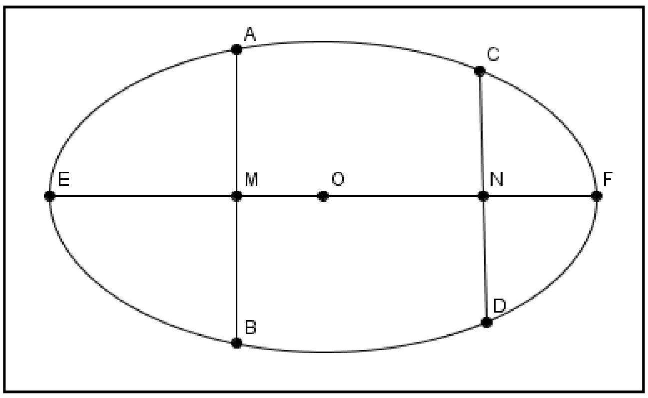
3.4 - Atividades para construções das cônicas

Trataremos neste ponto das construções geométricas direcionadas para elipse, hipérbole e parábola. Assim como foram feitas as construções fundamentais das atividades propostas no ponto 3.3, aqui também usaremos os instrumentos régua, compasso e esquadro.

3.4.1 – Elipse

Definição: É o lugar geométrico do plano cuja soma de suas distâncias a dois pontos dados (focos) é constante.

Atividade 1 - Dada uma elipse, encontre seu centro.



Fonte: autor

Figura 25 - Centro da elipse

Solução:

1º passo: Traçamos duas cordas qualquer *AB*//*CD*

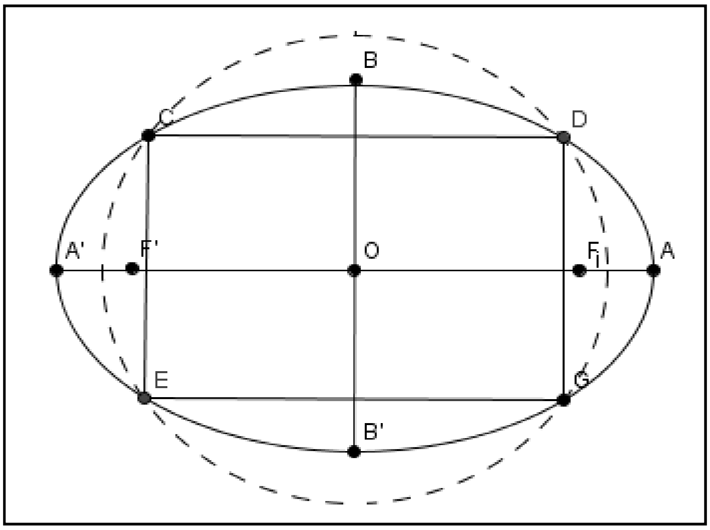
2º passo: Determinemos os pontos médios *M* e *N* de *AB* e *CD* respectivamente.

3º passo: Tracemos uma reta passando pelos pontos *M* e *N*. Marcam-se os pontos *E* e *F* na interseção da reta com a elipse.

4º passo: Agora tracemos a mediatriz de *EF*. A interseção da mediatriz com a reta que contém os pontos *E* e *F* é o centro da elipse.

Observação: *EF* é o eixo maior

Atividade 2 - Encontre os focos e os dois eixos dada uma elipse.



Fonte: autor

Figura 26 - Focos e eixos da elipse

Solução:

1º passo: Primeiramente, determinemos o centro *O* da elipse. **(Atividade 1)**

2º passo: Centre o compasso em *O* e façamos uma circunferência de modo que possamos marcar quatro pontos (*C*, *D*, *E* e *G*).

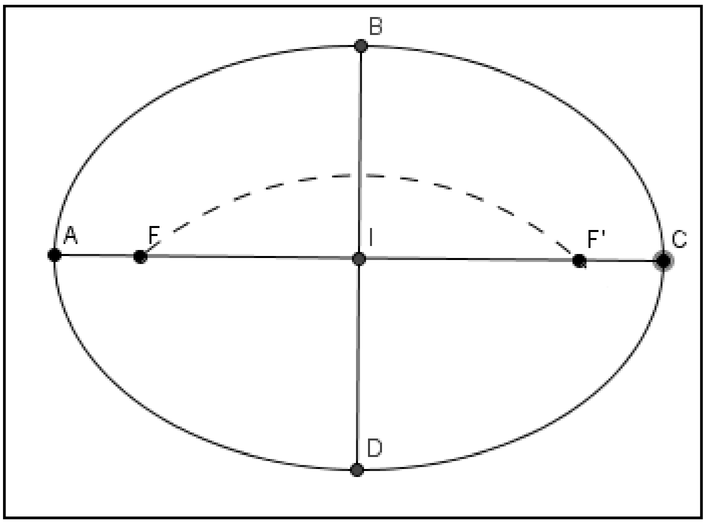
3º passo: Liguemos os pontos *C*, *D*, *E* e *F* para formar o retângulo.

4º passo: Tracemos duas retas perpendiculares aos lados *CD* e *DG* passando pelo centro *O*.

6º passo: Marcam-se os pontos *A*, *A’*, *B* e *B’* na interseção das retas com a elipse. *AA’* e *BB’* serão os eixos.

7º passo: Centre o compasso em *B* com raio *AO* encontramos os focos *F* e *F’*.

Atividade 3 - Encontre os focos *F* e *F'* de uma elipse conhecidos os eixos.



Fonte: autor

Figura 27 - Focos da elipse

Solução:

1º passo: Consideremos os eixo maior *AC* e o menor *BD*.

2º passo: Centro o compasso em *D* com raio igual ao semi-eixo maior.

3º passo: Tracemos uma arco e na interseção com o eixo maior marcam-se *F* e *F'*. *F* e *F'* são os focos

Atividade 4 - Conhecendo o eixo maior *AB* e sua excentricidade *MN*, ache os focos *F* e *F'* e o eixo menor *CD*.

Observação: É importante sabermos que a excentricidade deve ser menor que a metade do eixo maior.

Solução:

1º passo: Tracemos o eixo maior *AB*.

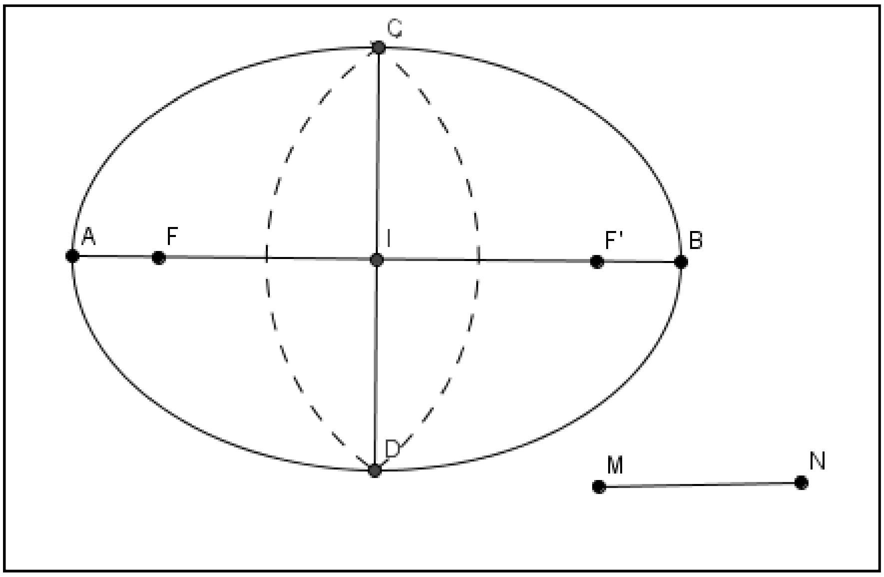
2º passo: Tracemos a reta midatriz de *AB*.

3º passo: A interseção do eixo maior com a mdiatriz determina o centro *I*.

4º passo: Centre o compasso em *I* de raio *MN* e descreva um arco cortando *AB* em *F* e *F'*. *F* e *F'* são os focos da elipse.

5º passo: Centre o compasso em *F* com abertura *AI* e descreva um arco.

6º passo: A interseção do arco com a mediatriz determina os pontos *C* e *D* na mediatriz. *CD* é o eixo maior.



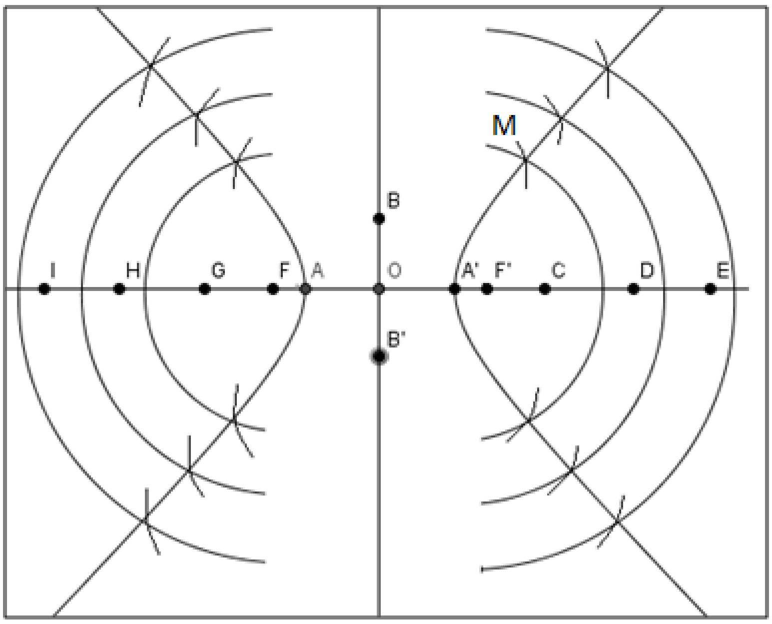
Fonte: autor

Figura 28 - Elipse e excentricidade

3.4.2 - Hipérbole

Definição: É o lugar geométrico dos pontos do plano cuja diferença das suas distâncias a dois pontos dados (focos) é constante.

Atividade 1 - Traçar a hipérbole pelo método dos pontos sendo dados os dois eixos.



Fonte: autor

Figura 29 - Hipérbole e eixos

Solução:

Sejam dados o eixo imaginário *BB'*, os vértices *AA'* e os focos *FF'* da hipérbole.

1º passo: Marcam-se, a esquerda de *F*, os pontos *G*, *H* e *I* e a direita de *F'* os pontos *C*, *D* e *E*.

3º passo: Com raio *A'C*, centre o compasso em *F'* tracemos um arco.

4º passo: Agora com centro em *F* e raio *AC*, tracemos outro arco de modo a cortar o arco anterior.

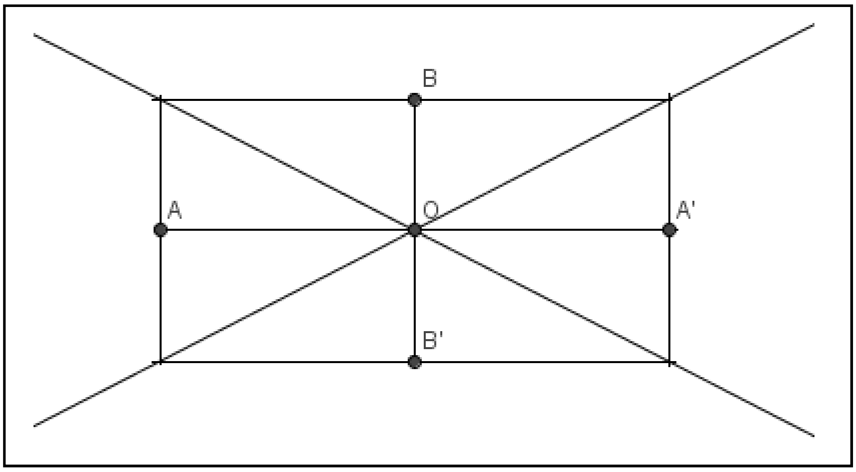
5º passo: Na interseção dos arcos marca-se o ponto *M*.

6º passo: M pertence à hipérbole por definição, pois *AA'* = *FM – MF'*.

7º passo: Tomando outros pontos à direita de *F'* e repedindo o raciocínio acima, encontramos outros pontos da hipérbole, daí construímos um ramo da hipérbole.

8º passo: De modo semelhante, encontramos o outro ramo da hipérbole. Logo temos a hipérbole pedida.

Atividade 2 - Traçar as "assíntotas" de uma hipérbole dado o eixo real e o eixo imaginário.



Fonte: autor

Figura 30 - Construção das assíntotas

Solução:

Sejam o eixo *AA*' real e *BB'* o eixo imaginário..

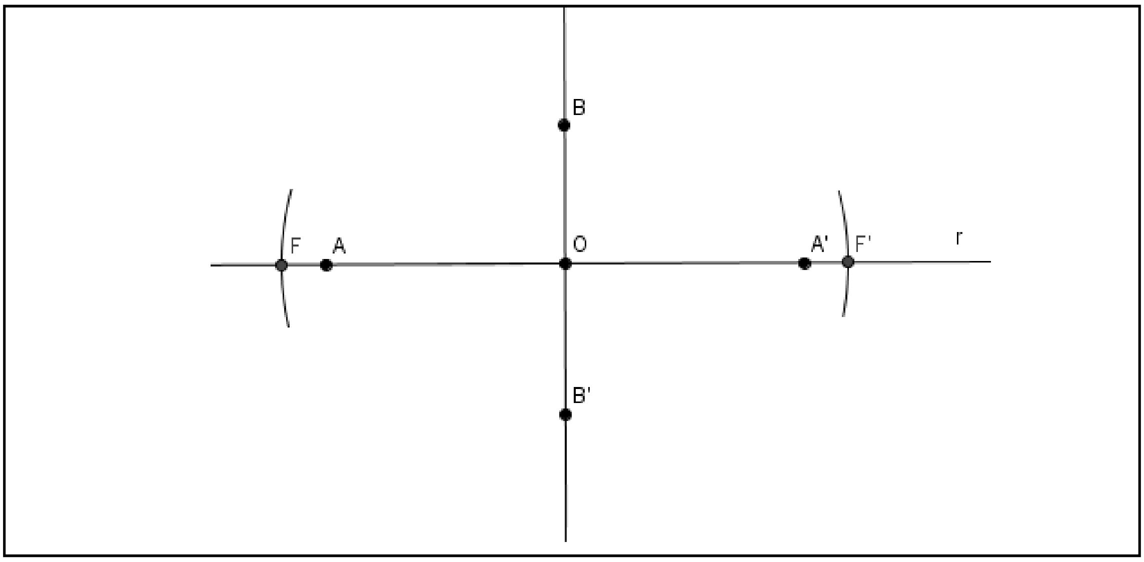
1º passo: Tracemos duas retas paralelas ao eixo real *AA'* passando pelos pontos *B* e *B'*.

2º passo: Tracemos duas retas paralelas ao eixo imaginário *BB'* passando pelos pontos *A* e *A'*.

3º passo: Tracemos as duas diagonais com o retângulo obtido.

4º passo: Prolongando as diagonais do retângulo, temos então as assíntotas.

Atividade 3 - Dado o eixo real e o eixo imaginário de uma hipérbole, encontre os focos.



Fonte: autor

Figura 31 - Construção da hipérbole através do eixo real e imaginário

Solução:

Sejam *AA*' o eixo real *BB'* e o eixo imaginário.

Sejam *r* a reta suporte de *AA'* e *O*o ponto de interseção entre os eixos.

1º passo: Centre o compasso em *O* com abertura *AB*.

2º passo: Tracemos um arco de modo que possamos marcar *F* e *F'* em *r*. Temos então os focos *F* e *F'* pedidos.

Atividade 4 - Dado o eixo imaginário e os focos de uma hipérbole, encontre o eixo real.

Solução:

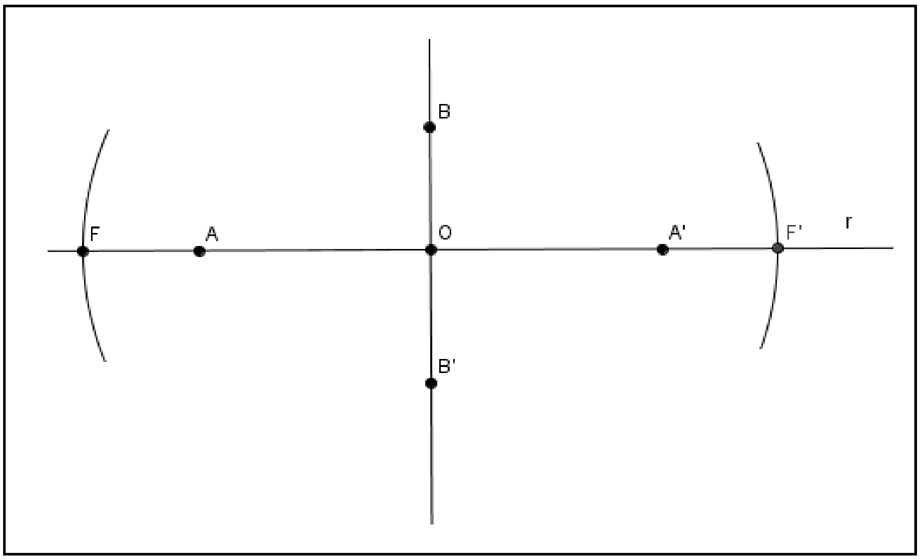
Sejam *BB'* o eixo imaginário, *F* e *F'* os focos e *r* a reta que passa por *F* e *F'* na qual se encontram *AA'*.

1º passo: Marca-se o ponto médio de *BB'* e chamemos de *O*.

2º passo: Tracemos uma reta *r* perpendicular a *BB'* passando por *O*.

3º passo: Marcam-se os pontos *F* e *F'* em *r*.

4º passo: Centre o compasso em *B* com raio *OF* e tracemos um arco que corte *r* em dois pontos *A* e *A'*. *AA'* é o eixo real.



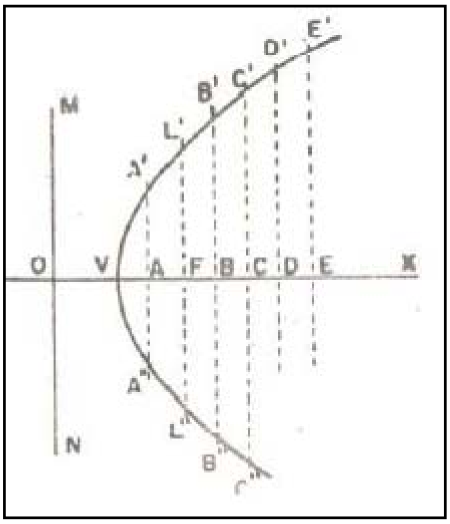
Fonte: autor

Figura 32 - Hipérbole e eixo real

3.4.3 – Parábola

Definição: É o lugar geométrico dos pontos do plano que distam igualmente de uma reta (diretriz) e de um ponto (foco) exterior à reta

Atividade 1 - Traçar uma parábola.



Fonte:Desenho geométrico linear 1997.

Figura 33 - Parábola côncava para direita

Solução:

1º passo: Tracemos um eixo horizontal *OX* e tracemos uma perpendicular *MN* passando por *O*. *MN* é mediatriz

2º passo: Centre o compasso em *O* de raio qualquer (de preferência pequena). Façamos um arco em *OX* e marca-se o ponto *V*.

3º passo: Agora centre o compasso em *V* com a mesma abertura e tracemos um arco de modo à interceptada com *OX* e marca-se o ponto *F*. (*OV* = *VF*)

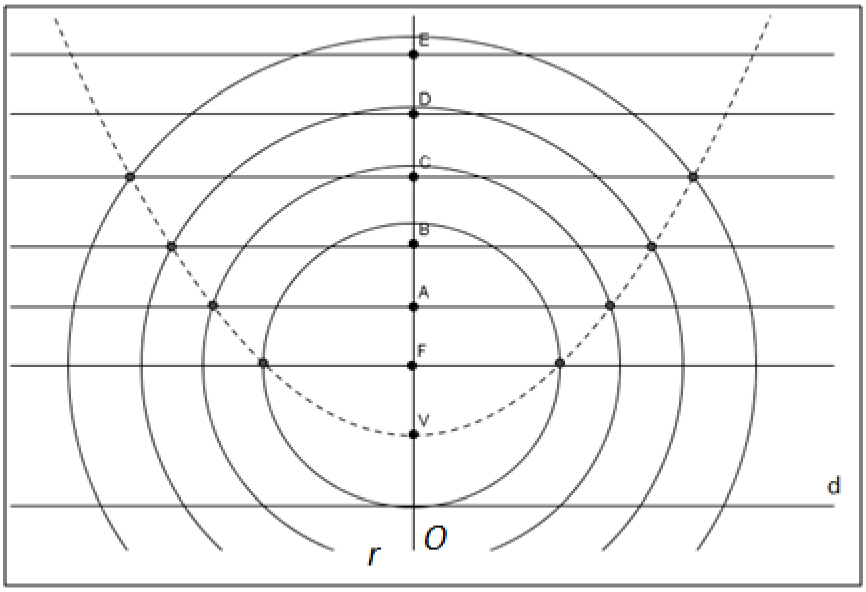
4º passo: A direita do vértice *V* marca-se os pontos *A*, *B*, *C* e *D*, tal que *VA*, *AF*, *FB*, *BC* e *CD* sejam iguais à metade de *VF*.

5º passo: Tracemos as perpendiculares a *OX* passando por *A*, *F*, *B*, *C* e *D*.

6º passo: Centre o compasso sempre em *F* e com o raio *AO*, façamos um arco que corte a 1ª perpendicular em *A'* e *A''*. Com raio *FO* tracemos, novamente, um arco cortando a 2ª perpendicular em *L'* e *L''*. Agora com raio *BO*, tracemos um arco de modo que corte a 3ª perpendicular em *B'* e *B''* e assim sucessivamente.

7º passo: Agora é só ligarmos os pontos encontrados formando a parábola pedida.

Atividade 2 - Traçar uma parábola usando o método dos pontos, sendo dado o foco e a diretriz.



Fonte: autor

Figura 34 - Parábola côncava para cima

Solução:

1º passo: Sejam *F* o foco e *r* a reta perpendicular a diretriz *d* no ponto *O* que passa por *F*.

2º passo: Sabemos que o parâmetro é a distância entre o foco *F* e a diretriz *d* e que o vértice da parábola encontra-se em *V*, ponto médio de *OF*.

3º passo: Marca-se o ponto médio *V* em *OF*.

4º passo: Acima de *F* marcam-se alguns pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* de distância qualquer.

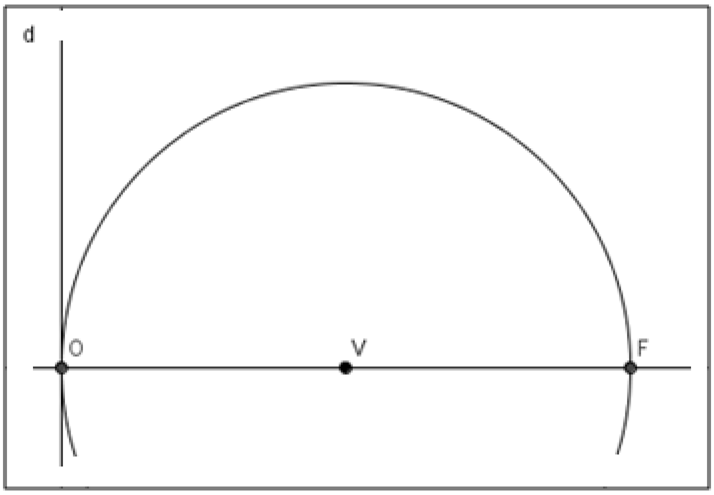
5º passo: Por *F*, *A*, *B*, *C*, *D* e *E* tracemos retas paralelas a diretriz *d*.

6º passo: Centre o compasso em *F* e com abertura igual ao parâmetro, tracemos um arco que corte a 1ª reta paralela a diretriz em dois pontos.

7º passo: Sempre com centro em *F* e com abertura que vai da diretriz até o ponto escolhido, tracemos arcos que cortem as paralelas a diretriz *d*, encontrando os pontos da parábola.

8º passo: Agora é só ligarmos os pontos obtidos e traçarmos a parábola.

Atividade 3 - Dados o eixo de simetria, o vértice e a diretriz, encontre o foco.



Fonte: autor

Figura 35 - Construção da parábola por vértice, eixo simétrica e diretriz

Solução:

Sejam *d* a diretriz, *V* o vértice, *O* ponto de interseção de *d* com a perpendicular *r* e *OV* eixo de simetria contida em *r*.

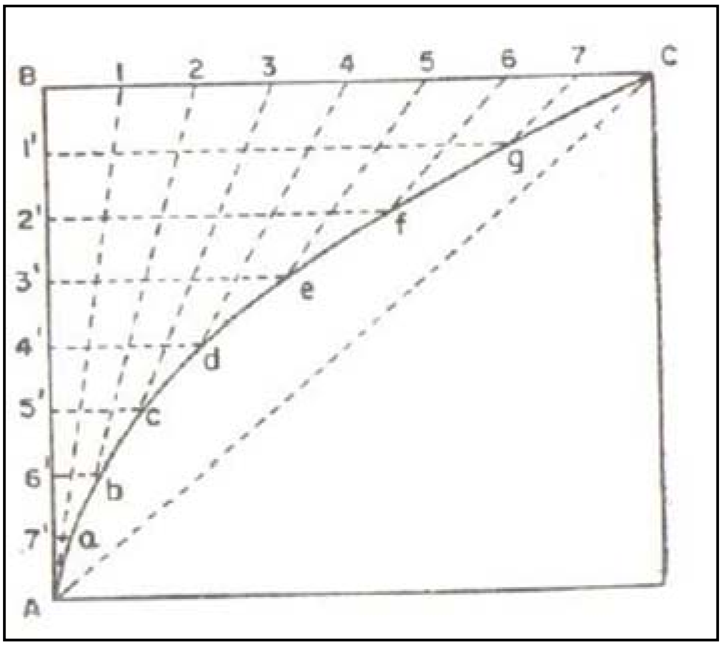
1º passo: *OV* é metade do parâmetro.

2º passo: Centre o compasso em *V* com raio *OV*.

3º passo: Tracemos um arco que corte *r* em *F*, onde *F* é o foco.

Atividade 4 - Traçar uma curva de parábola.

Solução:



Fonte:Desenho geométrico linear 1997.

Figura 36 - Curva de parábola

1º passo: Tracemos as *AB* e *BC* perpendicular uma a outra.

2 º passo: Divide-se *BC* e *BA* em números de partes iguais (7 por exemplo), sendo *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, e *7* na reta *BC* e *1'*, *2'*, *3'*, *4'*, *5'*, *6'*, e *7'* na reta *BA*

3º passo: Tracemos retas perpendiculares a reta *BA* passando por *1'*, *2'*, *3'*, *4'*, *5'*, *6'*, e *7'*.

4º passo: Ligue os pontos *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, e *7* ao ponto *A*.

5º passo: Nas interseções marcam-se os pontos *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* e *g*.

6º passo: Ligando os pontos, encontramos a curva de parábola.

Capítulo 4 - Resultados e discussões

Após ministrar algumas aulas de desenho geométrico envolvendo atividades fundamentais e atividades mais complexas (cônicas) para uma turma de 2ª ano do ensino médio, foi aplicado um questionário de diagnóstico para avaliarmos o uso do desenho como recurso para o aprendizado e para sabermos se este recurso os beneficiou.

Este questionário é composto de cinco afirmações a qual o aluno marcará apenas uma alternativa entre concorda e discorda. Participaram deste evento trinta e quatro alunos. Os resultados deste levantamento estão expressos através de um gráfico na figura 37.

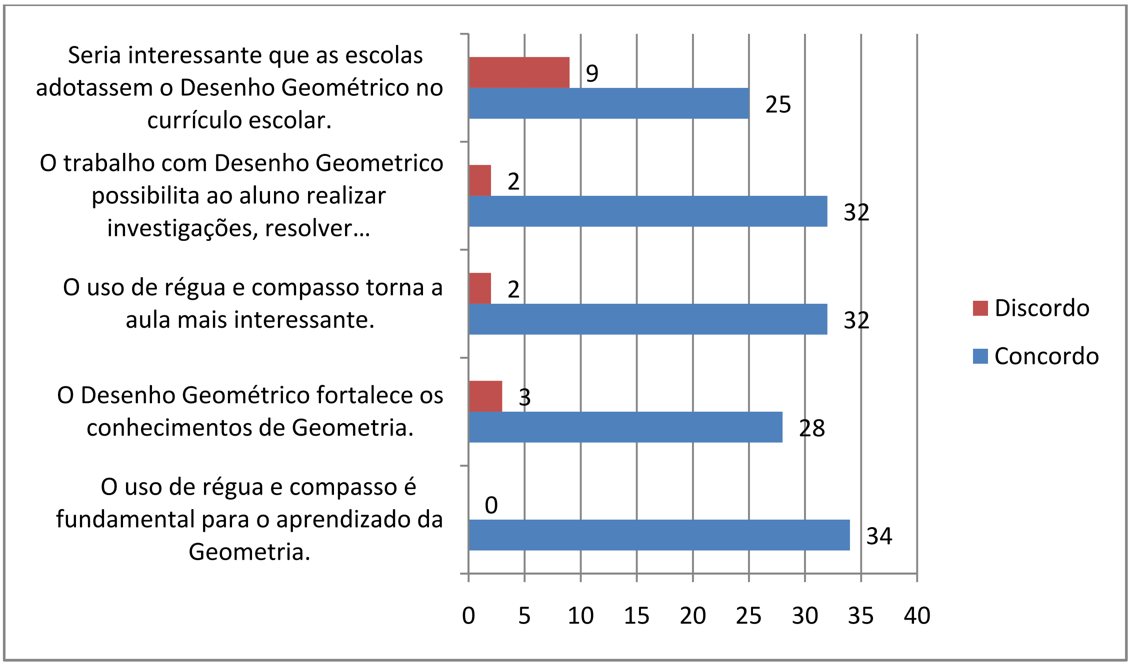


Figura 37 - Resultado da pesquisa entre alunos

Percebemos que houve concordância coletiva com o uso da régua e compasso como materiais fundamentais para o aprendizado. Dos alunos que participaram do questionário 82,35% considera o desenho geométrico como forma de aprimorar o conhecimento. Além de tornar as aulas mais interessantes com o uso do material concreto, podemos perceber que a prática de construir possibilita ao aluno realizar investigação, resolver problemas, criar estratégia e desenvolver habilidades. Nota-se que 26,47% discordam da prática de desenho geométrico no currículo escolar. Portanto tem-se um resultado satisfatório no uso dessas ferramentas.

Em paralelo foi aplicado o mesmo questionário a um grupo de vinte e três professores de matemática na intenção de sabermos o que eles pensam a respeito desta temática. Um resultado surpreendente foi constatado. Dos vinte e três professores que participaram do evento, vinte discordam, na primeira afirmação, em que régua e compasso são fundamentais para o aprendizado, mas analisando as quatro próximas afirmações, 100% os docentes que participaram desse levantamento, dão importância de se trabalhar desenho geométrico e concordam que o maior beneficiado é o aluno. Na figura 38 encontramos o resumo desta pesquisa.

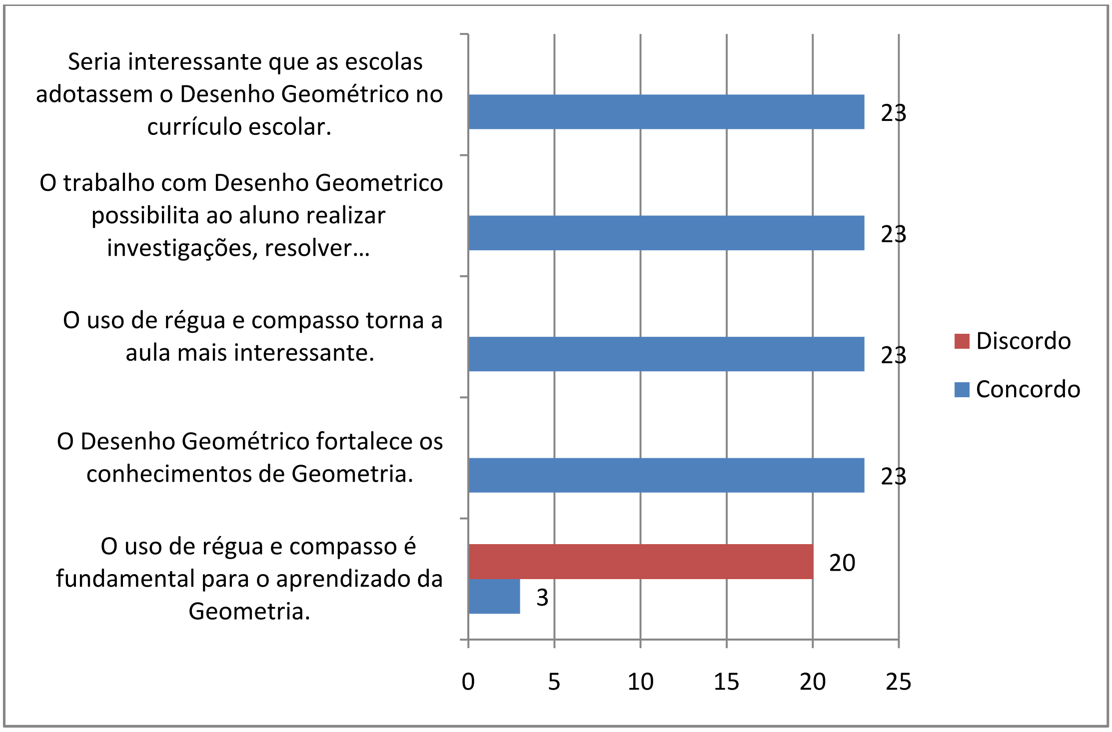


Figura 38 - Resultado da pesquisa entre professores

Com esses dados, embora singular, podemos inferir a importância que tem o Desenho Geométrico para o ensino da matemática.

É importante frisar que nas primeiras atividades de desenho geométrico, os alunos sentiram bastante dificuldade no manuseio dos instrumentos. Mas à medida que íamos avançando nas atividades os alunos sentiam-se mais seguros em realizar o exercício.

Quando trabalhamos as construções das cônicas, objeto de estudo deste trabalho, o desafio foi ainda maior. No primeiro momento eles achavam que não conseguiria, mas o desafio já estava lançado.

Empolgados com as construções fundamentais, foi posto o primeiro desafio das cônicas. Como qualquer atividade com grau elevado de complexidade exige maior atenção e tempo para resolve-lá, nossas primeiras atividades requereram dos alunos maior concentração.

Dando continuidade às atividades, os alunos resolveram mais oito atividades totalizando, nove questões, sendo três de elipse, três de hipérbole e três de parábola.

Capítulo 5 - Conclusão

Esta dissertação foi desenvolvida com intuito de contribuir para o ensino das cônicas no ensino médio, e para que esse objetivo fosse alcançado, o caminho encontrado foi o desenho geométrico, uma vez que trabalhar com construções geométricas torna o aprendizado eficiente. Portanto foi gerada uma proposta de ensino com construções geométricas voltada para as cônicas usando ferramentas de fácil acesso possibilitando sua prática.

A forma que foi exposta esta obra literária deixou claro a relevância de se estudar as secções cônicas, pois foram apresentadas suas aplicabilidades no cotidiano no campo da astronomia, engenharia civil, engenharia mecânica, navegação e na arquitetura, mostrando ao aluno o motivo pela qual devem aprendê-la.

Outro recurso desenvolvido neste trabalho foi elaboração de atividades de construções geométricas fundamentais e cônicas, a fim de enriquecer, dinamizar, e aprimorar o ensino. Os resultados aparecerem de imediato. Embora boa parte dos alunos estivesse com dificuldade no manuseio dos instrumentos, demandando maior tempo para realização das atividades, muitos problemas que existiam foram sanados como identificar os focos, vértices, diferenciarem eixo real do imaginário e definições acabaram após a inserção do desenho geométrico.

Foi observado durante as aulas dificuldades, por parte dos alunos, em definir conceitos básicos com retas paralelas, perpendicular, mediatriz, ponto médio, dentre outros. Mas as construções por meio de desenho geométrico trouxeram à memória conceitos fundamentais como retas paralelas, perpendiculares, mediatriz, dentre outras. Vale salientar que este estudo foi elaborado em concordância com o estudo analítico das cônicas.

Um questionário diagnóstico foi aplicado, tanto para os alunos quanto aos professores de matemática, e os resultados mostram que, de fato, o uso do material concreto em sala de aula, torna a aula mais atraente, fortalecendo os conhecimentos de geometria, como também, o desenvolvimento de habilidades como memória, concentração, criatividade e principalmente, interação com outras realidades dentro de seu próprio ambiente escolar.

Portanto fica registrado nesta obra, mais um resultado positivo envolvendo desenho geométrico como recurso importante para o ensino das cônicas, mostrando a eficácia de se trabalhar com o prático. Que este trabalho sirva de motivação e apoio para novas pesquisas.

Bibliografia

ÁVILA, Geraldo. **A hipérbole e o telescópio**. Artigo adaptado. Disponível em:<http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo4/complementos/telescopios_hiperpoles1.pdf> Acessado em 25/03/2014.

BORDALLO, Mirella. **As Cônicas na matemática escolar brasileira: história, presente e futuro**. 2011. 71f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, da Universidade Federal do Rio de Janeiro).

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução: Elza Gomide. São Paulo.
Edgard Blucher, 1974.

BRAGA, Theodoro**. Desenho Linear Geométrico**: problema de desenho linear geométrico/Theodoro Braga. 14º Ed.- São Paulo: Ícone, 1997.

CORREIA, Mário César Ludgero Fernandes. **Diferentes Abordagens ao Estudo das Cónicas.** 2013**.** Dissertação (Mestrado em matemática, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto).

CANDIDO, Windson Moreira. **Uso do GeoGebra no Ensino de Matemática com Atividades de Aplicação em Geometria Analítica**: **As Cônicas.** Dissertação (mestrado) – Programa de Pós Graduação Mestrado Profissional em Rede Nacional – PROFMAT no Polo da Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2013.

COSTA , Luciana Felix da; QUARANTA, Francisco; GUIMARÃES, Luiz Carlos. **Cônicas: um excelente elo capaz de mostrar as conexões entre a geometria no plano e no espaço**. Disponível em: < www.sbem.com.br/files/ix_enem/Minicurso >
Acessado em 23/03/2014.

EVES, Howard. **Tópicos de História da Matemática Para Uso em Sala de Aula – Geometria**. Atual Editora Ltda. São Paulo. 1994.

MARMO, Carlos. Marmo, Nicolau. **Desenho geométrico.**Editora Scipione Ltda.VOL. 1 1994.

NETO, Francisco Quaranta. **Tradução Comentada da Obra "Novos Elementos das Seções Cônicas" (Philippe de La Hire - 1679) e sua relevância para o Ensino de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado Universidade Federal do Rio de Janeiro, IM – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática).

NETO, Franciso Quaranta; GUIMARÃES Luiz Carlos. **Tradução comentada da obra “Novos Elementos das Secções cônicas”(Philippe de La Hire- 1679) e sua relevância para o ensino da matemática**. Artigo 2011.

QUEIRONGA, Alberto Luiz Fernandes. VITOR, Cláudio Barros. **Desenho geométrico**. Manaus/AM: UEA, 2007.

SEWAYBRICKER, José Orlando. GIORGIO, Amilton Di. **Motor de combustão interna com Câmaras rotativas controladas por engrenagens elípticas.** Disponível em: < http://www.adg-technology.com/docs/doc_adg_sae2003_br.pdf > Acessado em 20/01/2014.

VENTURI, Jacir J. **Cônicas e Quádricas.** 5ª Ed. Atualizada – Curitiba, 2003

Apêndice A

Questionário

Desenho Geométrico: um recurso para o ensino das cônicas

Este questionário tem por objetivo diagnosticar a relevância do desenho geométrico como recurso importante para o ensino da geometria.

Nome:____

Marque a opção que melhor representa sua opinião sobre as afirmações abaixo.

	Concordo	Discordo
O uso de régua e compasso é fundamental para o aprendizado da Geometria.		
O desenho geométrico fortalece os conhecimentos de Geometria.		
O uso de régua e compasso torna a aula mais interessante.		
O trabalho com desenho geométrico possibilita ao aluno realizar investigações, resolver problemas, criar estratégias, justificá-las e argumentar sobre elas.		
Seria interessante que as escolas adotassem o Desenho Geométrico no currículo escolar.		