UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

Reginildo Amorim Coelho

CONECTIVOS LÓGICOS: Desenvolvimento de Estratégias Pedagógicas

Juazeiro - BA
2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

Reginildo Amorim Coelho

CONECTIVOS LÓGICOS: Desenvolvimento de Estratégias Pedagógicas

Trabalho apresentado a Universidade Federal do Vale do São Francisco - UNIVASF, campus Juazeiro, como requisito da obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Beto Rober B. Saavedra

JUAZEIRO – BA
2015

Amorim Coelho, Reginildo.

A524c Conectivos Lógicos: Desenvolvimento de Estratégias Pedagógicas / Reginildo Amorim Coelho. – – Juazeiro – BA, 2015.

xiii, 83 f.: il. ; 29 cm

Orientador: Prof. Dr. Beto Rober Bautista Saavedra

Referências.

1. Jogos Lúdicos. 2. Conectivos Lógicos. 3. Matemática – ensino fundamental e médio. I. Título. II. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 371.397

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT/UNIVASF

CONECTIVOS LÓGICOS: DESENVOLVIMENTO DE ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS

Por:

REGINILDO AMORIM COELHO

Dissertação aprovada em 09 de Fevereiro de 2015.

Prof. Dr. Beto Rober Bautista Saavedra
Orientador - PROFMAT/UNIVASF

Prof. Dr. Felipe Wergete Cruz
Examinador Interno - PROFMAT/UNIVASF

Profa. Dra. Geida Maria Cavalcanti de Sousa
Examinadora Externa - Colegiado de Psicologia - UNIVASF

Juazeiro
2015

Dedico este trabalho a todos que contribuíram de alguma maneira para sua realização. Agradeço a minha família pelo incentivo, ao professor Beto (orientador) pela grande ajuda na conclusão e a Deus acima de tudo pela força nas horas difíceis que tive que enfrentar.

Agradecimentos

A Minha Família

Por entenderem minha ausência quando esta foi sentida e por sempre me apoiarem em todos os momentos que precisei deste apoio.

A Meus Amigos do Curso de Mestrado

Alice, Aristótelis, Antônio (Toni), Carla, Carlos Cley, Dantas, Dionísio, Edilson, Everaldo, Jair, Jurandir, Manoel e Paulo pela convivência harmoniosa, pelo incentivo e pelos momentos maravilhosos que compartilhamos.

Aos Professores do PROFMAT/UNIVASF

Por todos os ensinamentos, apoio e compreensão dedicados a todos os alunos ao longo de todo o curso de Mestrado.

A CAPES

Pelo apoio financeiro durante todo curso. Esse apoio foi fundamental para o custeamento das despesas com Transporte, alimentação e compra de materiais para a confecção dos jogos aqui propostos.

A Deus

Pela experiência maravilhosa de perceber sua presença, de reconhecê-lo nas pequenas coisas que nos cercam e por permitir que pudesse viver todos os dias de minha vida cercado de pessoas que sempre contribuíram de alguma forma para o meu engrandecimento intelectual e pessoal.

“Existem muitas hipóteses em ciência que estão erradas. Isso é perfeitamente aceitável. Elas são a abertura para achar as que estão certas.”

Carl Sagan

RESUMO

A grande dificuldade que alunos do ensino médio têm quando se deparam com questões que envolvem raciocínio lógico, a pouca disponibilidade de atividades lúdicas que envolvam o tema **Conectivos Lógicos** e a importância do conteúdo na atual conjuntura do mercado de emprego, sendo muito utilizados em concursos públicos e testes para ocupação de postos de trabalho, motivaram a realização deste estudo; que tem como objetivo elaborar uma estratégia pedagógica para se trabalhar os conceitos básicos de **Conectivos Lógicos** de uma forma lúdica, isto é, de uma maneira mais prazerosa, contribuindo assim para a absorção, pelo aluno, do conteúdo exposto em sala. Essa busca de uma estratégia eficaz para se trabalhar o tema se fundamentou em pesquisas bibliográficas, em artigos e outros escritos acadêmicos e também em literaturas diversas, desde que mantivessem algum nexo de proximidade com o conteúdo. Durante esse estudo, notou-se a grande necessidade de se reaprender a ensinar Lógica nas salas de aula das escolas, tanto públicas quanto privadas, pois essa aprendizagem demonstra ser atualmente imprescindível para o futuro dos alunos. A estratégia aqui sugerida, basicamente se desenvolve na utilização de cinco jogos, desenvolvidos e aplicados no 2º do ensino médio de Escola Estadual Jorge Khoury na cidade de Sobradinho-BA, para se trabalhar as principais noções de **Conectivos Lógicos** (Proposições, Valor-Verdade e Negação de Proposições). A proposta didática aqui exposta se desenvolve em quatro momentos compostos de atividades a serem realizadas pelos alunos, podendo ser individualmente (caça proposições) ou em pequenos grupos (Jogo da Roleta, Cartas Proposicionais, Jogo da Estrada Proposicional e Jogo da Memória), e tem como finalidade promover uma maior interação entre os alunos e também entre estes e o professor, além de criar, no educando, o desejo de estudar, mais profundamente, Raciocínio Lógico.

Palavra Chave: Proposições. Conectivos Lógicos. Jogos Lúdicos.

ABSTRACT

The great difficulty that high school students have when they encounter issues involving logical reasoning, the limited availability of recreational activities involving the theme Connective Logic and the importance of content in the current situation of the labor market, being widely used in public procurement and tests for occupancy of jobs, motivated this study; which aims to develop a pedagogical strategy to work the basics of Connective Logic in a playful way, ie in a more pleasant way, thus contributing to the absorption, the student, the content displayed in the classroom. This search for an effective strategy to work the theme was based on literature searches in articles and other scholarly writings and also in various literatures, since maintained a close link with the content. During this study, it was noted the great need to relearn how to teach logic in classrooms of schools, both public and private, for this learning shows currently be essential for the future of the students. The strategy suggested here, basically develops the use of five games, developed and implemented in 2 of high school State School George Khoury in the city of Sobradinho, Bahia, to work for the principal terms of Connective Logic (Propositions, Truth and Value-denial of Propositions). The didactic proposal outlined here is developed in four compounds moments of activities to be performed by the students and can be individually (hunting propositions) or in small groups (Game of Roulette, Propositional Letters, the propositional Road Game and Memory Game), and has purpose is to promote greater interaction among students and between these and the teacher, and create, in the student, the desire to study more deeply, Logical Reasoning.

Keywords: Propositions. Logical Connectives. Fun games.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Siglas

PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
MEC – Ministério da Educação
UNESP – Universidade do Estado de São Paulo
PUCRS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
DENATRAN – Departamento Nacional de Trânsito
MIT – O Instituto de Tecnologia de Massachusetts

Sumário

1. Introdução

A falta de interesse dos alunos em relação às disciplinas que envolvem a utilização de raciocínio lógico, dedutivo ou indutivo, é uma reclamação constante entre os professores encarregados de lecionar essas matérias. Despertar, então a vontade de raciocinar do aluno, ganhou posição de destaque entre as atribuições do docente, transformando-o num articulador que deve gerar situações que estimulem esse interesse. Para isso, o professor poderá se utilizar de alternativas capazes não somente de despertar, de uma forma prazerosa, a vontade de raciocinar dos alunos, mas também de elas mesmas ensinarem.

Nesse sentido, os jogos e as brincadeiras são meios excelentes de interação entre o prazer e a obtenção de conhecimento, pois permite que se desenvolvam habilidades operacionais de uma maneira menos formal, favorecendo assim o retorno, nos alunos, do sentimento positivo da descoberta. Nesse sentindo Nunes (1990) apud Chaves (2009, p. 3), um trabalho pedagógico com jogos, além de resgatar o gosto dos alunos pela descoberta, pelo novo, o trabalho com o lúdico proporciona também o desenvolvimento das habilidades operatórias características desta faixa etária.

As atividades lúdicas podem ser direcionadas para a obtenção de conhecimento por parte dos alunos sem perderem seu principal componente, a diversão. Os jogos são utilizados com essa finalidade a muito tempo, tendo bom êxito no sentido de ensinar como sugere o PNAIC (2014, p. 5):

> *A utilização de jogos e brincadeiras na escola, com o a finalidade explicita de ensinar, data de meados do século XIX. Considerado como fundador dos jardins de infância, Friderich Froebel, já naquela época, defendia o seu uso em sala de aula.*

O ato de brincar é inerente ao desenvolvimento humano, ou seja, desde os primórdios da humanidade o homem já realizava atividades que lhe proporcionava diversão. Logo, podemos concluir que os jogos contribuíram com o desenvolvimento das civilizações, pois de alguma forma, ajudavam, com seu caráter cultural e educacional, para a evolução dos povos.

Segundo Neto e Silva (2004) apud Souza (2013, p. 1), Os jogos são tão antigos como a humanidade. O ato de jogar desde sempre acompanhou os povos, em todas as civilizações encontramos uma prática lúdica. Os jogos constituem uma das facetas incontornáveis da cultura humana. (...) As razões profundas que levam a que todas as civilizações desenvolvam jogos são ainda desconhecidas, mas é consensual o seu interesse cultural e educacional.

Assim, o professor pode perfeitamente complementar suas aulas teóricas com a utilização de jogos e atividades lúdicas, tornando a aula agradável e principalmente eficaz, pois permitirá a participação direta dos alunos, diferente do modelo quadro negro e giz, tornando o tempo em sala mais prazeroso. É o que nos diz Silva, Evangelista e Mendes (2013, p. 5), para os alunos, aula boa é aquela que consegue prender a atenção deles de forma que o tempo passe sem que eles percebam e proporcione aprendizagem interativa e dinâmica.

Em um nível mais elevado, o ensino através de jogos desenvolve a reflexão, a abstração, a autonomia e a liderança que são componentes que se deseja agregar ao aluno ao final de seus anos escolares. Para isso, o professor precisa ter uma visão clara de que a utilização de atividades lúdicas como complemento das aulas teóricas não pode ser desvinculada da realidade em que os alunos estão inseridos o que exige do professor orientador da atividade papel fundamental no processo de seleção e produção dos jogos para que estes atinjam seus objetivos.

Para desenvolver essas características, ou seja, tornar o aluno capaz de refletir, abstrair, ter autonomia e capacidade de liderança, o raciocínio lógico dedutivo e indutivo é fundamental. Contudo, esse conteúdo não é disciplina ministrada atualmente nas escolas públicas brasileiras, sendo cobrado em editais de concursos públicos e ocupação de postos de trabalho, como diz Soares (2013, p. 2), o ensino da lógica como conteúdo não figura no ensino fundamental ou médio. Entretanto, questões de “raciocínio lógico” são freqüentes em exames de concursos públicos e seleções para diversos cargos.

Ainda, e mais importante, o ensino da lógica contribui para o processo de aprendizagem interdisciplinar do aluno, suas observações espaciais, sua interpretação textual e suas relações interpessoais, é o que nos fala Druck (1998) apud Soares (2013, p. 5):

A Lógica é um tema com conotações interdisciplinares e que se torna mais rico quando se percebe que ela está presente nas conversas informais, na leitura de jornais e revistas e nas diversas disciplinas do currículo, não sendo, portanto, um objeto exclusivo da matemática.

Tradicionalmente, conteúdos de lógica eram discutidos dentro do tema conjuntos numéricos e apenas uma pequena parte era ensinada, sem muito aprofundamento. Muitas das vezes essa parte era sacrificada devido ao pouco tempo disponível para o professor introduzir todo o conteúdo recomendado nas séries iniciais do ensino médio. Assim, nos últimos anos, os alunos das escolas públicas e, em muitos casos, das escolas privadas não tem contato nenhum com a disciplina de Lógica, basta uma pequena verificação nos livros aprovados pelo *MEC para escolas públicas para se observar que o tema Lógica não está presente em nenhum deles.

Mesmo entre alunos do ensino superior o tema Lógica não tem despertado muito interesse. Ainda são muito poucos os trabalhos que versam sobre o conteúdo, e muitos dos que são produzidos não tem a lógica formal como área principal de estudo, tratando ora da lógica formal ora da lógica filosófica. Em sua tese de Mestrado intitulada Mapeamento de dissertações, teses e artigos sobre lógica matemática e raciocínio lógico, Ribeiro (2013, p. 18) verificou que entre 2003 e 2013, na UNESP, PUCRS e CAPES, foram produzidos apenas 48 trabalhos acadêmicos que versavam sobre o tema. E mesmo dentre esses trabalhos, poucos trabalhavam diretamente a lógica formal.

Assim, devido a sua utilização em provas de concursos, em seleções para vagas de emprego e na solução de problemas diários, é necessário resgatar, tanto no aluno quanto no professor, o interesse em aprender a trabalhar o raciocínio lógico, compreendendo que esse resgate deve se dar ainda nas primeiras séries do ensino fundamental ou médio e que poderão ser utilizadas ferramentas eficazes nesta empreitada.

---

* No site http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/item/5940-guia-pnld-2015 o professor, clicando na disciplina Matemática baixará um guia com todos os livros desta disciplina aprovados para 2015. Neste guia encontram-se links para que se possa folhear todos os livros aprovados.

Diante do exposto, pretendemos neste trabalho elaborar uma proposta pedagógica para se trabalhar o tema raciocínio lógico, especificamente **conectivos lógicos**, de uma maneira lúdica, se utilizando de jogos estratégicos elaborados com a finalidade de precípua de fortalecer, no aluno, os conceitos estudados em sala. Essa proposta será composta de testes e jogos que serão utilizados tanto em sala de aula quanto em espaços mais favoráveis para se trabalhar com brincadeiras. Essa proposta favorecerá o desenvolvimento lógico dedutivo e indutivo do aluno e a construção dos conceitos de **conectivos lógicos** a partir de situações-problemas que envolvam informações preestabelecidas além de gerar a possibilidade de interação professor-aluno quanto a análise e solução de situações-problemas, a formalização de procedimentos e a criação de alternativas eficazes para se trabalhar o tema.

Sugerimos essa proposta com a finalidade de resgatar o gosto, tanto do professor quanto do aluno, de se trabalhar o raciocínio lógico na várias situações em que este possa ser utilizado. Esse resgate passa a ser fundamental devido às diversas áreas onde se exige esse conhecimento, como nos fala Bianchi (2007, p. 2) em sua dissertação de Mestrado em educação

> *A busca é pelo resgate da Lógica como tema relevante para a a realidade educativa, criando nos professores a conscientização das imensas possibilidades do uso desta para a solução de problemas e para a compreensão de diversos contextos que se apresentam no dia a dia.*

O presente trabalho será desenvolvido e estruturado da seguinte maneira: o capitulo seguinte trás um embasamento teórico que apresenta, num primeiro momento, a história da criação do pensamento lógico, desde seu nascimento até os dias atuais. Num segundo momento é apresentado os conceitos de lógica a partir de diversas literaturas. No capitulo III encontram-se os objetivos, gerais e específicos, deste trabalho bem como uma sugestão para um teste de sondagem quanto ao conhecimento prévio do aluno sobre o tema. No próximo capitulo se encontram os jogos que serão utilizados acompanhados de suas regras, modo de jogar e algumas imagens dos alunos jogando tais jogos. Ao final encontram-se as considerações finais baseadas no que foi proposto e nos dados colhidos quando da aplicação.

Os jogos aqui propostos (Caça Proposições, Jogo da Roleta, Cartas Proposicionais, Jogo da Estrada e Jogo da Memória) Foram aplicados no 2º B do ensino médio da Escola Estadual Jorge Khoury (CEJK), localizada na cidade de Sobradinho - BA.

2. Fundamentação Teórica

2.1 Primeiros Estudos Sobre Lógica

Não se sabe ao certo qual a primeira civilização a produzir estudos sobre lógica. Os primeiros documentos reconhecidos como estudo sobre o pensamento lógico foram produzidos na Grécia antiga, mas escritos encontrados em outros países também tratam sobre o tema. Sobre essa incerteza, Pinho (1999, p. 2), nos fala o seguinte:

> *Embora tenham sido encontrados na Índia textos sobre esse assunto, escritos em épocas remotas, é tradicionalmente aceito que a Lógica tenha nascido na Grécia antiga, por volta do século IV antes de Cristo.*

Os primeiros escritos sobre o pensamento lógico foram produzidos por filósofos gregos conhecidos por sofistas. Esse grupo era composto de mestres que viajavam pelas cidades gregas fazendo discursos para atrair estudantes. Ainda segundo Pinho (1999, p. 2), os primeiros trabalhos sobre lógica são devidos a Parmênides, Zenão junto com os sofistas. Ao lado dos sofistas, Platão (428 – 348 a.C) foi outro grande filósofo grego que também produziu trabalhos sobre Lógica.

Apesar de existir trabalhos relacionados ao estudo do pensamento lógico produzidos por diversos estudiosos, quem primeiro se preocupou em estudar a fundo essa forma de pensar foi Aristótelis (384 – 322 a.C). Segundo Daghlian (2008, p. 17), a lógica começou a desenvolver-se com os trabalhos de Aristótelis, e a partir desses estudos os filósofos gregos passaram a usar em suas discussões sentenças enunciadas nas formas negativa e afirmativa, o que resultou em simplificação e clareza.

Os estudos de Aristótelis criaram uma base sólida para a expansão do pensamento lógico. Outros autores se preocuparam em mecanizar esse tipo de pensamento através de símbolos, o que facilitaria sua melhor compreensão.

Nesse processo de busca por uma forma de utilizar à Lógica através de símbolos, Leibniz (1646 – 1716) desempenhou papel fundamental, como escreve Daghlian (2008, p. 17), em Lógica e álgebra de Boole:

> *Por volta de 1966, Gottfried Wilhelm Leibniz usou em vários trabalhos o que chamou cálculus ratiotinador, ou lógica mathematica ou logística. Estas idéias nunca foram teorizadas por Leibniz, porém seus escritos trazem a idéia da Lógica Matemática.*

Sustentado pelas idéias de Leibniz, outros estudiosos procuraram aperfeiçoar o estudo da Lógica se utilizando de símbolos. Destacam-se nesse sentido Boole (1815 – 1864) e De Morgan (1806 – 1871), que segundo Abe, Scalzitti e Filho (2001, p. 11), escreveram trabalhos que produziram grandes mudanças nesse campo ao introduzirem a simbolização na Lógica.

Em 1854 Boole escreveu um livro chamado *An investigation of the laws of thought* e em 1859 escreveu o livro *Treatise on differential equations* no quais discutiu o método simbólico geral. Segundo Daghlian (2008, p. 18), o trabalho de Boole, ampliado mais tarde por Lewis Carrol (1896), Whitehead (1898), Huntington (1904 e 1933), Sheffer (1913) culminou para a publicação do livro *Principia mathematica* escrito Alfred North- Whitehead (1861-1947) e Bertrand Russel (1872 -1970) que representou grande ajuda para completar o programa sugerido por Leibniz: dar uma base lógica para toda a matemática.

Outros importantes estudiosos contribuíram para o avanço do que se conhece modernamente por Lógica. Dentre esses se destacam: Lambert (1728 – 1777), Euler (1707 – 1783) que introduziu a representação gráfica das relações entre sentenças ou proposições, e Venn (1834 – 1923) que ampliou o trabalho de Euler.

Modernamente, a Lógica continua encontrando espaço dentro do desenvolvimento das diversas ciências e encontrando dentro destas utilidades para suas definições, como o encontrado pelo matemático americano Claude Shannon (1916-2001) que aplicou idéias de conectivos para trabalhar com “chaveamento” em interruptores.

2.2 O que é Lógica?

Tentar apresentar, num primeiro momento, a quem inicia o estudo de alguma ciência, sua definição precisa é tarefa muito difícil. As ciências são basicamente um conjunto de tantas especialidades que uma definição poderá deixar de lado aspectos importantes ou ainda dar margem a introdução de conceitos que na verdade não são objetos de seu estudo. Precisamos primeiramente entender que uma definição de lógica pode abarcar várias outras pequenas definições.

Uma boa idéia para iniciar a construção de um conceito básico para o termo Lógica deve procurar evitar entrar pela via das definições vagas como nos sugere Mortari (2001, p. 1), em vista disso, seria fácil, neste primeiro momento, cair na tentação de dizer a um principiante algo como: Lógica é aquilo que os lógicos fazem, e ponto final.

Então como poderíamos definir Lógica de maneira que o estudante possa entender claramente. Segundo Copi (1978, p. 19), o estudo da Lógica é o estudo de métodos e princípios usados para distinguir o raciocínio correto do incorreto. Essa é uma definição bem precisa do que seria Lógica. Se preferirmos uma definição mais profunda, poderíamos nos basear nos elementos que a compõem. Nesse sentido, Mortari (2001, p. 2) afirma:

> *Lógica é a ciência que estuda princípios e métodos de inferência, tendo o objetivo principal de determinar em que condições certas coisas se seguem (são conseqüências), ou não, de outras.*

Esse tipo de definição, mais profunda, somente será eficiente, se o estudante entender todos os elementos que estão presentes na definição (inferências, conseqüências etc). No início, as definições mais simples são mais eficientes, pois nos dão as informações necessárias para se trabalhar o tema e não "assustam" o leitor iniciante.

Por fim, a Enciclopédia Barsa nos dá a seguinte definição de lógica: "Ciência que estuda as leis do raciocínio e as condições de verdade em vários domínios do conhecimento."

2.3 Argumento

Aristótelis, considerado o primeiro grande lógico, preocupava-se em obter novos conhecimentos a partir de conhecimentos prévios tidos por verdadeiros, Pinho (1999, p. 2). Dessa forma, essa sucessão (encadeamento) de conhecimentos serviriam para dar base a um novo conhecimento. Para compreendermos melhor a idéia de Aristótelis, analisemos um exemplo retirado de Salmon (1978, p. 13)

Numa de suas célebres aventuras, Sherlock Holmes esbarra num velho chapéu de feltro. Embora não conheça o seu proprietário, Holmes conta a Watson muita coisa a seu respeito – afirmando, entre outras coisas, que se trata de um intelectual.

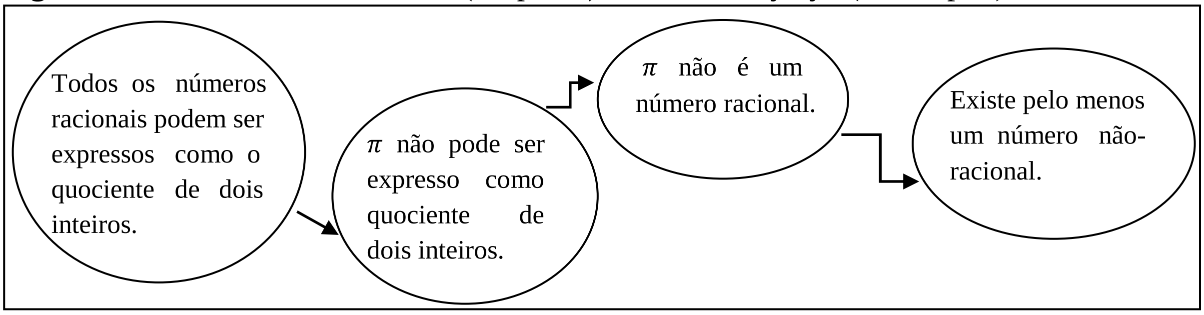
A conclusão acima, *o dono do chapéu é um intelectual*, não foi embasada em nenhuma evidencia. Salmon continua a narrativa

O Dr. Watson, como de hábito, não percebe o que se passa e pede, portanto, que Holmes o esclareça. À guisa de resposta, Holmes colocou o chapéu sobre a cabeça. O chapéu resvalou pela sua testa e foi apoiar-se no seu nariz. "É uma questão de volume" disse ele. "Um homem com uma cabeça tão grande assim deve ter algo dentro dela".

Ora a conclusão feita por Holmes agora tem um embasamento: *o dono do chapéu tem uma cabeça grande*.

Assim, um conhecimento *a* (verdadeiro) daria base a obtenção do conhecimento β também verdadeiro, que serviria para a obtenção do conhecimento γ verdadeiro. Abaixo podemos ver um exemplo de encadeamento representado através de desenhos.

Figura. 01 Encadeamento retirado (adaptado) de Nolt e Royatyn (1991, p. 6).



Esse tipo de sucessão (encadeamento), em Lógica, é chamado de argumento, enquanto as afirmações envolvidas são denominadas proposições. Segundo Nolt e Royatyn (1991, p. 1), um argumento é uma seqüência de enunciados na qual um dos enunciados é a conclusão e os demais são premissas. Mortari (2001, p. 9), complementa dizendo que argumento é um conjunto (não-vazio e infinito) de sentenças das quais, uma é chamada conclusão e as outras são denominadas premissas. A última proposição do encadeamento é denominada conclusão e as demais são chamadas premissas. Para que um argumento seja válido, as premissas devem ser consideradas provas evidentes da verdade da conclusão.

Vejamos um exemplo retirado de Pinho (1999, p. 2)

- ✓ Se eu ganhar na loteria, serei rico. (premissa)
- ✓ Eu ganhei na loteria. (premissa)
- ✓ Logo, sou rico. (conclusão)

Como a conclusão é decorrência lógica das premissas, então concluímos que é verdade que “sou rico” e assim podemos verificar que esse é um argumento válido.

Deve-se atentar que a Lógica preocupa-se com a relação entre as premissas e a conclusão, ou seja, com a estrutura e a forma do raciocínio. Não é objeto de verificação da Lógica o conteúdo das premissas, isto é, a Lógica não se preocupa com as proposições tomadas individualmente. Podemos então dizer que a um argumento válido está diretamente ligado a forma como ele se apresenta. Abaixo tomamos um exemplo retirado de Pinho (1999, p. 3)

- ✓ Se eu ganhar na loteria serei rico. (premissa)
- ✓ Não ganhei na loteria. (premissa)
- ✓ Logo, não sou rico. (conclusão)

Observamos que o encadeamento acima não segue a mesma forma que o exemplo anterior, logo a conclusão não é um resultado lógico das premissas e assim o argumento não é válido.

Alguns argumentos não seguem a regra que vimos acima: $P_1 + P_2 + P_3 + ... + P_n = C$, onde P é premissa e C é a conclusão, ou seja, as premissas devem vim primeiro e só depois a conclusão. Em alguns casos, a conclusão poderá vim em primeiro lugar e as premissas logo após. Para exemplificarmos isso, vejamos o exemplo retirado de Copi (1978, p. 24) relativo a política de Aristótelis:

Em uma democracia, o pobre tem mais poder do que o rico, porque há mais dos primeiros, e a vontade da maioria é suprema.

Poderíamos separar a frase de Aristótelis em sentenças (proposições) de modo que seja possível verificar quais são as premissas e qual é a conclusão. Verificamos que:

P_1 = existem mais pobre do que ricos.

P_2 = numa democracia a vontade da maioria é suprema.

C = na democracia, o pobre tem mais poder do que o rico.

Freqüentemente encontram-se conclusões intercaladas entre as premissas que lhe dão suporte. Abaixo vemos um exemplo retirado de Copi (1978, p. 24) extraído de *Um Tratado da Natureza Humana* de David Hume.

Como a moral... tem influência nas ações e afeições, segue-se que ela não pode ser derivada da razão; e isso porque a razão, por si só, como já provamos, jamais pode ter uma tal influência.

Nesse caso, a conclusão *a moral não pode ser derivada da razão* está localizada no meio do enunciado, entre as premissas que lhe dão sustento.

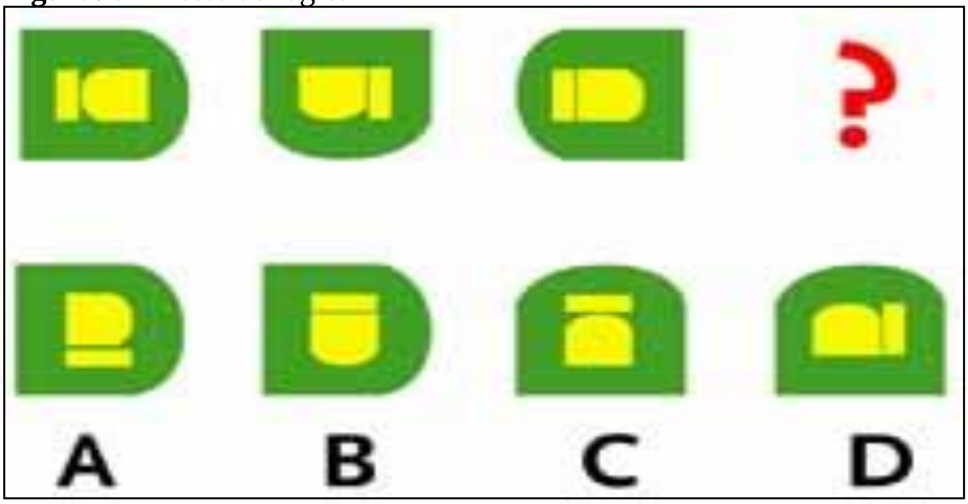
No processo de reconhecimento de um argumento correto e de um incorreto, o leitor deve ser capaz de identificar quando eles ocorrem e também suas premissas e conclusão. Segundo Copi (1978, p. 24), O lógico que queira distinguir argumentos corretos dos incorretos, deve estar apto, primeiramente, a reconhecer os argumentos quando eles ocorrerem, e identificar as suas premissas e conclusões. É preciso ainda entender que dentro de um argumento existem trechos escritos que não são classificados como premissas nem conclusão. Esses enxertos podem fornecer informações importantes sobre os antecedentes do argumento. Abaixo vemos um exemplo retirado de Copi (1978, p. 25) baseado em Estudos de Pessimismo de Schopenhauer

Se o código penal proíbe o suicídio, isso não constitui um argumento válido na igreja; e, além disso, a proibição é ridícula, pois que penalidade poderá assustar um homem que não teme a própria morte.

Nesta afirmação, o trecho *Se o código penal proíbe o suicídio, isso não constitui um argumento válido na igreja* não é premissa, mas é uma informação indispensável para se entender a que *proibição* a conclusão se refere.

Um argumento pode ser escrito através de símbolos, imagens, diagramas e até mesmo por gráficos, desde que obedeça a regra: conclusão baseada nas informações contidas nas premissas. No caso de imagens, estas podem representar um conjunto de coisas (seres) ou ainda elementos de um conjunto especifico. Abaixo vemos um conjunto de imagens retirado de um teste de lógica, através dos conceitos de premissa e conclusão poderemos encontrar a figura que substituirá a interrogação

Figura. 02 Teste de lógica

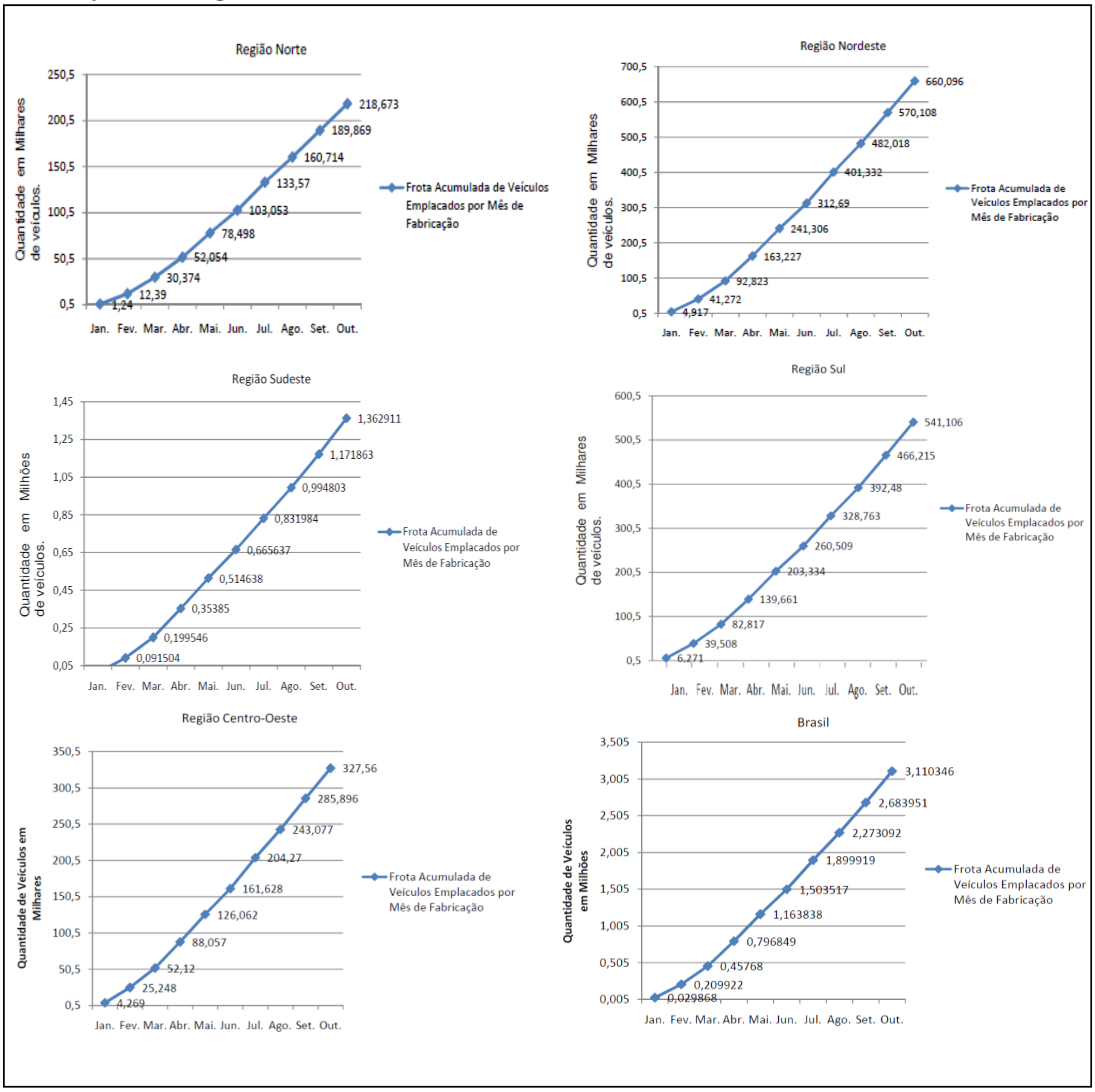


Fonte: http://www1.folha.uol.com.br/folha/sinapse/ult1063u543.shtml

Utilizando a relação de premissas dispostas (posição das figuras) podemos entender que a conclusão (figura procurada) é aquela da alternativa D. Nesse caso, as informações das premissas (figuras anteriores) estão representadas implicitamente, ou seja, cabe àquele que tenta solucionar o problema verificar as relações entre as posições das figuras.

No caso dos gráficos, pode-se notar que um conjunto de dados representados graficamente pode ser suficiente para se construir um novo dado que poderá também ser representado em um gráfico, ou ainda, um gráfico pode ser o resultado das informações contidas em outro gráfico. Abaixo podemos observar um argumento construído através de gráficos da frota de veículos registrados e emplacados nas regiões do Brasil e o acumulado, considerado, no Brasil. Essas informações estão disponíveis no site do Denatran* para consulta de quaisquer pessoas que se interessem pelo tema.

Figura. 03 Gráficos Representativos das Frotas de Veículos Emplacados por Mês de Fabricação das Regiões do Brasil e do Acumulado no Brasil retirados do site do Denatran.



*http://www.denatran.gov.br/frota2014.htm. Neste site encontram-se os dados referentes a frota brasileira de veículos emplacados, por região, no mês de Outubro de 2014.

Das informações contidas nos gráficos das regiões do Brasil (aumento exponencial da quantidade de veículos emplacados nos meses de Janeiro até Outubro) podemos concluir que se esses dados forem somados para se construir um gráfico sobre o número de veículos emplacados no mesmo intervalo de tempo, teríamos também um gráfico com uma curva crescente, então os primeiros gráficos (regiões) são premissas do gráfico do Brasil (conclusão).

2.3.1 Argumento Correto

Acima fizemos referência a validade e a não-validade de um argumento. Vimos que para ser considerado válido, um argumento deverá ter sua conclusão baseada (confirmada) nas premissas. Se não houver essa relação entre conclusão e premissa, o argumento é dito não-válido. No caso de argumentos válidos, que contém premissas, e conseqüentemente, conclusão verdadeira dar-se o nome de corretos. Segundo Mortari (2001, p. 21), um argumento é correto se for válido e, além disso, tiver premissas verdadeiras. Logo na análise de um argumento correto deve-se atentar a duas perguntas:

1. Todas as premissas presentes no argumento são verdadeiras?
2. No caso de todas as premissas verdadeiras, a conclusão também será verdadeira? Ou seja, o argumento é válido?

Para que seja considerado correto, o argumento deve responder afirmativamente as duas perguntas anteriores. Abaixo mostramos um exemplo de um argumento correto.

Figura. 04 Tirinhas Jean-Pierre, o borracheiro

Fonte:https://geifenomenologia.wordpress.com/2013/07/25/tirinhas-filosoficas-iii-borracheiro-as-cobras-bichinhos-de-jardim/

Analisando a tirinha acima, podemos separá-la utilizando os conceitos de argumento da seguinte forma:

Premissa: *Segundo Thomas Hobbes (1588-1679) a sociedade se originou de um contrato social...*
Premissa verdadeira. Hobbes foi o primeiro filósofo moderno que, em sua obra *Leviatã*, articulou uma teoria contratualista detalhada.

Premissa: *Este contrato social pôs fim a guerra de todos contra todos*.
Premissa verdadeira. Nenhum homem é tão superior a outro que possa afastar de si o medo de que outro lhe faça mal. Portanto cada ser individualmente tem direito a tudo, e como as coisas são escassas, existe uma constante disputa de todos contra todos. Contudo, é de interesse próprio dos homens acabar com as disputas, e por isso a o surgimento das sociedades.

Premissa: *O poder individual foi transferido para um soberano*.
Premissa verdadeira. Toda sociedade necessita de um líder, que lhe dirija e assegure a paz e a defesa comum. Esse líder não precisa ser necessariamente um homem. Pode ser um grupo, como no caso do senado romano.

Conclusão: *Este contrato nunca existiu e os homens continuam se matando...*
Conclusão verdadeira. Tal contrato realmente não existe materialmente. Os conflitos nunca cessaram, apenas mudaram de sociedades ou foram reprimidos. O poder individual em muitos os casos foi usurpado de seu legitimo dono e vidas humanas são ceifadas todos os dias.

Portanto, para concluirmos sobre a correção ou incorreção de um argumento, devemos nos atentar a relação premissas-conclusão, como sugere Salmon (1978, p. 16)

> *A correção ou incorreção lógica de um argumento só depende da relação entre premissas e conclusão.*

Os argumentos logicamente incorretos, quando as premissas não sustentam a conclusão, são chamados “falácias”.

Quanto a validade ou não de um argumento, devemos nos atentar que a validade requer uma relação entre as premissas e a conclusão (conclusão baseada, confirmada nas premissas). Essa característica não tem nenhuma relação, para efeito de validade, com os valores verdadeiro ou falso das premissas e conclusão. Segundo Mortari (2001, p. 19), ... um argumento pode ser válido mesmo que suas premissas e conclusão sejam falsas... ou que uma premissa seja falsa e a conclusão verdadeira. O que não pode ocorrer, para que um argumento seja válido, é que suas premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa. Abaixo veremos alguns exemplos que permitiram entendermos melhor essas afirmações.

1. caso Premissas e conclusão falsa.

- ✓ P_1: Todo unicórnio é branco. (até que se prove o contrário, unicórnios não existem)
- ✓ P_2: Ventania é um unicórnio. (Ventania não existe, pois unicórnios não existem)
- ✓ C: Ventania é branco. (como Ventania não existe, ele não pode ser branco)

Podemos verificar no 1 caso que a conclusão é baseada nas premissas e portanto o argumento é válido.

2. caso Uma premissa falsa e conclusão verdadeira

- ✓ P_1: Todo cavalo é negro. (existem sim cavalos negros, mas não são todos dessa cor)
- ✓ P_2: Corcel é um cavalo. (Corcel pode ser sim um cavalo)
- ✓ C: Corcel é negro. (Corcel sendo um cavalo será negro baseado em P_1)

Verifica-se no 2º caso que a conclusão é baseada nas premissas sendo assim verdadeira.

3. caso Premissas verdadeiras e conclusão falsa

- ✓ P_1: Todo gato é um felino. (todo gato realmente é um felino)
- ✓ P_2: Cacau é felino. (dependendo de quem expresse o argumento, Cacau é um felino)
- ✓ C: Cacau é um gato. (errado. Cacau pode ser um gato, mas também pode ser um tigre)

2.3.2 Dedução x Indução

Ainda dentro do tema argumentos, podemos verificar que esses são tradicionalmente divididos em dois tipos: dedutivos e indutivos. No início, para entender o que seria um argumento dedutivo, focaremos no significado da palavra dedução. Segundo o dicionário Aurélio, deduzir é um tipo de raciocínio ascendente, que parte da causa até os seus efeitos. Apesar de todo argumento implicar a idéia de conclusão baseada nas premissas, somente num argumento dedutivo temos essa característica, como nos sugere Copi (1978, p. 35), se bem que todo argumento implique a pretensão de que suas premissas forneçam a prova da verdade de sua conclusão, somente um argumento dedutivo envolve a pretensão de que suas premissas fornecem uma prova conclusiva.

Um argumento dedutivo pode ser classificado como válido e inválido. Será válido se suas premissas, sendo verdadeiras, fornecem provas suficientes para o que se é dito na conclusão. Percebe-se assim que os argumentos dedutivos válidos seguem as regras dos argumentos corretos. Abaixo temos um exemplo de argumento dedutivo válido retirado de Mortari (2001, p. 17).

- ✓ P_1: Todo gato é mamífero
- ✓ P_2: Miau é um gato
- ✓ C: Miau é mamífero

Quanto a possibilidade de não validade de um argumento do tipo dedutivo, Salmon (1978, p. 34), nos ensina que o argumento não-válido é aquele em que existe a possibilidade de se obter uma conclusão falsa a partir de premissas verdadeiras. Deixamos o argumento abaixo como exemplo de não validade.

- ✓ P_1: 2 (dois) é o único número prima par. (verdadeiro)
- ✓ P_2: Existem infinitos números impares primos. (verdadeiro)
- ✓ C: Todo número impar é primo. (falso)

Os argumentos dedutivos não-válidos são denominados falácias dedutivas.

Se um argumento for inválido, não poderá ser considerado dedutivo, pois a conclusão não se baseia nas premissas, isto é, fala mais que o que foi dito nas premissas. A seguir um exemplo retirado de Mortari (2001, p. 17) que serve para entender o que falamos.

- ✓ P_1: Todo gato é mamífero
- ✓ P_2: Lulu é um mamífero
- ✓ C: Lulu é um gato.

Percebemos que a conclusão acima extrapola o que foi dito nas premissas. Lulu pode ser perfeitamente um cachorro, o que contradiz a segunda premissa.

Ainda em relação a argumentos dedutivos, Salmon (1978, p. 30), nos fala que toda informação ou conteúdo fatual da conclusão já estava, pelo menos implicitamente, nas premissas.

No caso dos argumentos indutivos, a conclusão não deriva logicamente das premissas. Uma das definições de indução que vemos no dicionário Aurélio diz que: indução é uma conseqüência tirada de fatos que se examinam. Na indução, a conclusão é derivada dos enunciados das premissas, mas não é totalmente confirmada por estas. Ocorre no pensamento indutivo a idéia de que a conclusão tem uma probabilidade muito grande de se confirmar nas premissas.

Segundo Mortari (2001, p. 24), muitas vezes raciocinamos por analogia ou usando probabilidades, pretendendo-se assim obter uma conclusão altamente provável de acordo com as premissas, quando verdadeiras. Em conseqüência desta característica, os argumentos indutivos não podem ser classificados como "válidos" ou "inválidos".

Como não podem ser classificados como válidos ou inválidos, os argumentos indutivos podem serem avaliados como melhores ou piores, é o que nos sugere Copi (1978, p. 35), quando nos diz que os raciocínios indutivos podem ser classificados como melhores ou piores, segundo o grau de verossimilhança ou probabilidade que as premissas confiram às respectivas conclusões. Abaixo, observa-se um exemplo retirado de Mortari (2001, p. 24).

- ✓ P_1: Esta vacina funcionou bem em macacos.
- ✓ P_2: Esta vacina funcionou bem em porcos.
- ✓ C: Esta vacina vai funcionar bem em seres humanos.

Percebemos que a conclusão não é confirmada nas premissas, pois apesar de vacinas em seres humanos serem antes testadas em alguns animais como os citados, não significa que porque funcionou bem nestes, funcionará bem naqueles. Lembrando-se, como nos fala Salmon (1978, p. 76) que argumentos indutivos são elaborados com o fito de estabelecer conclusões cujo conteúdo é muito mais amplo do que os conteúdos das premissas.

Ainda com relação aos argumentos indutivos, é possível sua “conversão” num argumento dedutivo desde que seja feito o acréscimo de premissas as já existentes. É verdade que essas novas premissas introduzidas são as vezes de caráter duvidoso já que são colocadas apenas com o intuito de justificar a conclusão. No caso da duvida, esses aditivos devem ser evitados, pois várias das descobertas da humanidade tiveram apoio nos argumentos indutivos. Segundo Salmon (1978, p. 33), sem o auxílio de tal tipo de argumento, seria impossível obter conclusões acerca do futuro com base em experiências passadas e presentes.

Um dos problemas em se trabalhar com argumentos indutivos é que não se sabe ao certo qual seja o grau de confiança da conclusão, visto que esta contém mais informações do que as informações das premissas. Segundo Mortari (2001, p. 25), Uma das dificuldades de se utilizar argumentos indutivos é que não sabemos qual o grau de probabilidade necessário para que o argumento indutivo seja considerado forte. A seguir deixamos dois exemplos que retratam bem essa dificuldade.

- ✓ P_1: O primeiro homem é originário da África.
- ✓ P_2: Os mais antigos fósseis de seres humanos foram encontrados na África.
- ✓ C: Todos os homens são descendentes dos povos africanos.

A probabilidade de a conclusão acima ser verdadeira é bastante grande, uma vez que estudos realizados por diversos cientistas apontam nesta direção. Temos neste caso um argumento indutivo com probabilidade forte.

- ✓ P_1: Newton estudou os efeitos da gravitação universal.
- ✓ P_2: Kepler descobriu as leis da mecânica celeste.
- ✓ C: Os europeus foram os primeiros a estudarem as leis do universo.

No caso do argumento indutivo acima, a conclusão extrapola muito as informações das premissas. Contudo, esse argumento é considerado de probabilidade baixa, pois não existe certeza de quem foi o primeiro povo a estudar astronomia.

Diante do exposto estudado acima, podemos resumir o estudo dos argumentos dedutivos e indutivos de acordo com Salmon (1978, p. 31) da seguinte maneira: os argumentos indutivos aumentam o conteúdo das premissas, com sacrifício da necessidade e os argumentos dedutivos atingem a necessidade sacrificando a ampliação do conteúdo.

2.4 Proposição

As premissas e a conclusão de um argumento são sempre enunciados ou proposições, isto é, frases expressáveis por sentenças declarativas. Devido à necessidade de classificar as premissas e a conclusão em verdadeiras ou falsas, as sentenças interrogativas, exclamativas, vagas, ambíguas, paradoxais e os comandos não poderão ser classificadas como proposição, é o que nos sugere Nolt (1991, p. 2)

> *Os enunciados (proposições) são espécies de idéias verdadeiras ou falsas. Os não-enunciados, tais como interrogações, comandos ou exclamações,não são nem verdadeiros nem falsos.*

Como as premissas exprimem uma informação que é posteriormente utilizada na fundamentação da conclusão, sua idéia deve ser clara e concisa, por isso as proposições devem ter seu sentido completo. Segundo Alencar Filho (2002, p. 11), as proposições exprimem um pensamento de sentido completo. Ainda segundo o mesmo autor, um conjunto de símbolos pode representar uma proposição, desde que transmita a idéia desejada.

Daghlian (2008, p. 26), confirmando o que Alencar Filho escreve, explica que proposição é uma sentença declarativa, afirmativa e que deve exprimir pensamento de sentido completo, podendo ser escrita na forma simbólica ou na linguagem usual.

Como as proposições são sentenças declarativas, devem expressar uma informação sobre um determinado ser. Segundo Iezzi e Murakami (1977, p. 1A), toda proposição deve ter necessariamente sujeito e predicado.

Abaixo alguns exemplos de proposições.

- ✓ Marte não é um planeta do sistema solar.
- ✓ $sen\,\frac{\pi}{2} = 1$
- ✓ $\pi > \sqrt{5}$

As proposições são classificadas, quanto ao seu valor lógico, em verdadeiras ou falsas. Se uma proposição é verdadeira, dizemos que ela é logicamente verdadeira e se falsa, logicamente falsa. Nos exemplos acima, a primeira é logicamente falsa e as duas ultimas logicamente verdadeira. Ainda em relação às proposições, na lógica matemática estas devem obedecer aos seguintes princípios:

I. *Princípio da Não Contradição*: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

II. *Principio do Terceiro Excluído*: Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

Por causa dos princípios acima, diz-se que a lógica matemática é uma lógica bi-valente, ou seja, a proposição ou é verdadeira ou é falsa, nunca podendo assumir algo diferente disto. Saber se uma proposição é verdadeira ou falsa depende de um conhecimento que está fora da lógica, é um processo epistemológico.

Na linguagem usual encontramos sentenças que fazem declaração sobre um ser, ou ainda sobre múltiplos seres, por isso as proposições são divididas em simples e compostas.

2.4.1 Proposição Simples

As proposições simples são aquelas que não possuem em sua estrutura outra proposição lhe acompanhando, ou seja, que seja parte integrante de si mesma. Este tipo de proposição é representada por letras minúsculas p, q, s, t,..., chamadas letras proposicionais.

Exemplo de proposição simples

- ✓ p: Carlos é baixo.
- ✓ q: O número π é irracional.
- ✓ t: $Sen^2x + Cos^2x = 1$

Uma proposição simples é também denominada atômica e quando se dar a união de duas destas, temos uma sentença composta.

2.4.2 Proposição Composta

As proposições compostas são formadas basicamente por duas ou mais proposições simples. Esse tipo de proposição é representado por letras maiúsculas P, Q, S, T, ... São também denominadas fórmulas proposicionais ou somente fórmulas.

Exemplo de proposições composta

- ✓ O número 3 é impar e 25 é um quadrado perfeito.
- ✓ Carlos é estudante ou Renata é enfermeira.
- ✓ Se 16 é um quadrado perfeito, então é um múltiplo de 2.

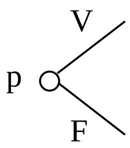
As proposições componentes de uma proposição composta poderão ser, elas mesmas, proposições compostas.

Quando quisermos indicar que uma proposição composta P é formada pela união de proposições simples p, q, t, ... , escreveremos P(p,q, t, ...).

2.4.3 Tabela-verdade

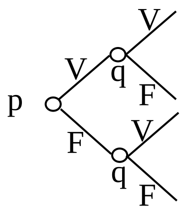
De acordo com o princípio do terceiro excluído, toda proposição assume apenas um valor lógico (V) verdade ou (F) falso. Tratando-se de uma proposição simples, podemos representar sua tabela se utilizando do diagrama da árvore.

p
V
F



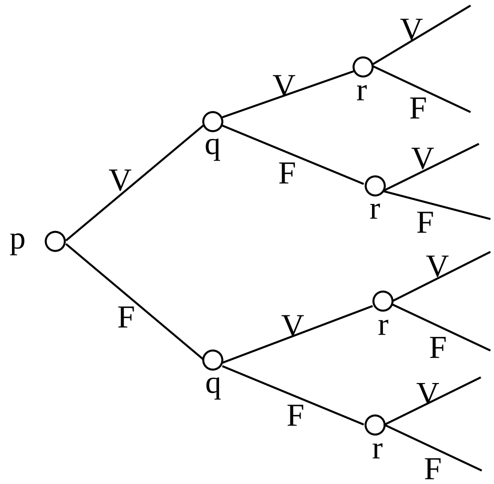
No caso de proposições compostas, devemos entender que seu valor lógico dependerá unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando assim por eles univocamente determinado. Novamente utilizaremos o diagrama da árvore para construir a tabela-verdade para construir a tabela-verdade de uma proposição composta P(p,q).

	p	q
1	V	V
2	V	V
3	F	F
4	F	F



Percebemos que os valores V e F se alternam de dois em dois para a proposição p e de um em um para a proposição q. Ainda notamos que VV, VF, FV e FF são arranjos binários com repetição de V e F. Abaixo construiremos a tabela-verdade de uma proposição P(p, q, r) utilizando o diagrama da árvore.

	p	q	r
1	V	V	V
2	V	V	F
3	V	F	V
4	V	F	F
5	F	V	V
6	F	V	F
7	F	F	V
8	F	F	F



Analogamente, observa-se que os valores V e F se alternam de quatro em quatro para a proposição p, de dois em dois para a proposição q e de um em um para a proposição r. Ainda podemos verificar que VVV, VVF, VFV, VFF, FVV, FVF, FFV e FFF são arranjos ternários com repetição de dois elementos V e F.

Podemos verificar a partir das tabelas acima, que o número de linhas de uma tabela-verdade é dado por 2^n , onde n é o número de proposições que formam a proposição composta.

Para representar o valor lógico de uma proposição simples utiliza-se a notação V(p), que indicará V(p) = V para uma proposição verdadeira e V(p) = F para uma proposição falsa.

Exemplo:

- ✓ p: $\sqrt{3}$ é um número irracional.
- ✓ q: 32 é número primo.
- ✓ r: cos π = -1.

No caso das proposições acima, podemos verificar que, dadas as proposições simples p, q e r, temos V(p) = V, V(q) = F e V(r) = V.

A união das proposições componentes de uma proposição composta se dá com a utilização dos chamados **Conectivos Lógicos**.

2.5 Conectivos Lógicos

Os conectivos são operadores utilizados para se construir proposições compostas. Esses operadores são representados por símbolos específicos e geralmente estão localizados entre as proposições componentes da sentença composta. Usualmente, os conectivos lógicos utilizados na formação de uma proposição composta são: *e* (conjunção), *ou* (disjunção exclusiva), *Ou... ou...* (disjunção inclusiva), *Se ..., então...* (condicional) e *se, e somente se* (bicondicional)

Tabela. 01: Quadro dos conectivos e sua representação simbólica/usual.

Operação	**Conectivo (símbolo)**	**Representação Usual**
Conjunção	$\wedge$	*E*
Disjunção Inclusiva	$\vee$	*Ou*
Disjunção Exclusiva	$\veebar$	Ou ... ou
Condicional	$\rightarrow$	Se ... , então
Bicondicional	$\leftrightarrow$	*Se, e somente se*

2.5.1 A Conjunção *e*

A conjunção de duas proposições *p* e *q* é uma proposição representada por ***p* e *q*** cujo valor lógico é verdadeiro quando ambas as proposições são verdadeiras e é falsa nos demais casos. Esse tipo de proposição pode ser representada simbolicamente por $p \wedge q$. Abaixo a tabela-verdade da conjunção.

Tabela. 02: Tabela-verdade da conjunção *e*

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Exemplos de proposições compostas conjuncionais juntamente com seu valor lógico.

✓ p: A raiz quadrada de 36 é igual a 6.
q: tg 45° = 1.

p ∧ q : A raiz quadrada de 36 é igual a 6 e tg 45° = 1.

V(p) = V, V(q) = V e V(p ∧ q) = V

✓ p: 23 não é um número primo.
q: $\sqrt{6} < \pi$.

p ∧ q : 23 não é um número primo e $\sqrt{6} < \pi$.

V(p) = F, V(q) = V e V(p ∧ q) = F

2.5.2 Disjunção Inclusiva *ou*

A disjunção de duas proposições p e q é uma proposição representada por “p ou q” , cujo valor lógico é a verdade (V) quando ao menos uma da proposições p e q é verdadeira e é falsa quando essas duas proposições são falsas. Sua representação simbólica é dada por p ∨ q. Abaixo a tabela-verdade da disjunção inclusiva.

Tabela. 03: Tabela-verdade da disjunção inclusiva

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Logo, de acordo com a tabela-verdade temos

V(p∨q) = V(p) ∨ V(q)

Exemplos de Disjunção Inclusiva juntamente com seu valor lógico.

✓ p: A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.
q: Log 2 > π

p ∨ q : A soma dos ângulos internos de um triangulo é 180° **ou** Log 2 > π

V(p) = V , V(q) = F , V(p∨q) = V

✓ p: sen $\frac{\pi}{2} = 0$
q: $\frac{1}{3}$ é um número natural.

p ∨ q : sen $\frac{\pi}{2} = 0$ **ou** $\frac{1}{3}$ é um número natural.

V(p) = F , V(q) = F , V(p∨q) = F

2.5.3 Disjunção Exclusiva Ou … ou

Na linguagem comum a palavra *ou* tem dois sentidos. Para exemplificarmos tomemos duas proposições compostas p e q

p: João é corretor ou bancário.

q: Márcio é pernambucano ou mineiro.

Na proposição p verificamos que pelo menos uma das proposições “João é corretor”, “João é bancário” é verdadeira, podendo ainda serem ambas verdadeiras “João é corretor e bancário”. No caso de q, apenas uma das proposições “Márcio é Pernambucano”, “Márcio é mineiro” é verdadeira, pois não é possível “Márcio é pernambucano e mineiro”. Verifica-se que em p o *ou* é inclusivo, enquanto em q o *ou* é exclusivo.

A disjunção exclusiva de duas proposições p e q é uma proposição verdadeira somente quando V(p) ≠ V(q) e falsa quando V(p) = V(q). Denota-se a disjunção exclusiva de p e q por p $\underline{\vee}$ q , e lê-se “Ou p ou q”. Abaixo a tabela-verdade da disjunção exclusiva.

Tabela. 04: Tabela-verdade da disjunção exclusiva

p	q	$p \veebar q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exemplos de disjunção exclusiva de duas proposições

✓ p: 10 (dez) é um número primo.
q: O eneágono é o polígono de 9 lados.

$p \veebar q$: Ou 10 (dez) é um número primo ou o eneágono é o polígono de 9 lados.

V(p) = F , V(q) = V , $V(p \veebar q) = V$

✓ p: 5 (cinco) é raiz quadrada de 25.
q: $\sqrt[3]{8} < \sqrt{9}$

$p \veebar q$: Ou 5 (cinco) é raiz quadrada de 25 ou $\sqrt[3]{8} < \sqrt{9}$.

V(p) = V , V(q) = V , $V(p \veebar q) = F$

2.5.4 Condicional *Se … então..*

Chama-se proposição condicional ou apenas condicional uma proposição representada do tipo “ Se p então q”, cujo valor lógico é falso quando a proposição p for falsa e q verdadeira e é verdadeira nos demais casos. Utilizando a linguagem simbólica, temos que uma proposição condicional é toda proposição composta do tipo “p → q” que pode ser interpretada da seguinte maneira:

I. p *é condição suficiente de* q.
II. q *é condição necessária para* p.

No caso de "p → q", diz-se que a proposição p é o antecedente, q é o conseqüente e o símbolo " → " é chamado de símbolo de implicação. O valor lógico de uma proposição condicional é dada pela tabela-verdade abaixo.

Tabela. 05: Tabela-verdade de uma proposição condicional

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

$$V(p \to q) = V(p) \to V(q)$$

Pode-se observar que todas as vezes que o antecedente de uma proposição condicional for falsa, o valor lógico da proposição composta será verdadeira. Ainda é possível entender que numa condicional "p → q" não se pode afirmar que o *conseqüente* q se deduz ou é conseqüência do antecedente p.

Exemplos de proposições condicionais

✓ p: $\text{sen}^2x = 1 - \cos^2x$
q: $\sqrt{2}$ não é um número natural.

p → q : Se $\text{sen}^2x = 1 - \cos^2x$, então $\sqrt{2}$ não é um número natural.

$V(p) = V$, $V(q) = V$, $V(p \to q) = V$

✓ p: O pentágono é um polígono de 5 (cinco) lados.
q: $\text{tg}\,\frac{\pi}{3} \neq \sqrt{3}$

p → q : Se o pentágono é um polígono de 5 (cinco) lados, então $\text{tg}\,\frac{\pi}{3} \neq \sqrt{3}$.

$V(p) = V$, $V(q) = F$, $V(p \to q) = F$

Deve-se compreender que o fato de "$\text{tg}\,\frac{\pi}{3} \neq \sqrt{3}$ " não se deduz do fato "o pentágono ser um polígono de 5 (lados)". O que a condicional afirma é unicamente uma relação entre os valores lógicos do antecedente e do conseqüente de acordo com a tabela-verdade.

2.5.5 Bicondicional *se, e somente se*

Chama-se proposição bicondicional ou apenas bicondicional uma proposição representada por "p se, e somente se q" ou simbolicamente por " $p \leftrightarrow q$ " cujo valor lógico é verdadeiro quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas e é falsa nos demais casos. A forma de leitura de uma proposição bicondicional deve ser de uma das seguintes maneiras:

I. p é condição necessária e suficiente para q.
II. q é condição necessária e suficiente para p.

Convém notar que a bicondicional não é uma operação original, mas dupla aplicação do conectivo ($\rightarrow$) *condicional*.

O valor lógico de uma proposição bicondicional será definido de acordo com sua tabela-verdade.

Tabela. 06 Tabela-verdade da proposição bicondicional

p	q	$p\leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

$$V(p\leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q)$$

Exemplos de proposição bicondicional

✓ p: $\log 2 < \sqrt{2}$
q: 2 é um número primo par.

$p\leftrightarrow q$: $\log 2 < \sqrt{2}$ se, e somente se 2 é um número primo par.

$V(p) = V$, $V(q) = V$, $V(p\leftrightarrow q) = V$

✓ p: O cubo é um sólido geométrico.
q: $\sqrt[3]{64}$ é um número primo.

$p\leftrightarrow q$: O cubo é um sólido geométrico se, e somente se $\sqrt[3]{64}$ é um número primo.

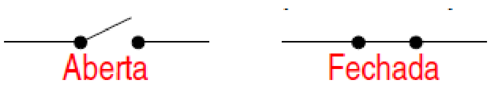
$V(p) = V$, $V(q) = F$, $V(p\leftrightarrow q) = F$

Além dos conectivos, uma outra operação lógica muito comum é a negação de proposições. Todas essas operações obedecem as regras do denominado cálculo proposicional.

2.5.6 Uso Prático das Idéias dos Conectivos Lógicos

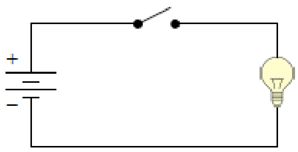
A utilização dos conceitos e regras dos conectivos lógicos estão basicamente ligados a idéia de se verificar seu valor verdade. Seu uso pratico estava ligado a enunciados, teoremas e explicações cientificas. Em 1938 o matemático americano Claude Shannon (1916-2001) observou uma analogia entre as operações de conectivos lógicos e as operações de dispositivos de “ chaveamento” (por exemplo, chaves e interruptores). Ele utilizou essa analogia para resolver com sucesso os problemas de projetos de circuitos lógicos e apresentou esses resultados na sua dissertação de mestrado intitulada *A Symbolic Analysis of Relay and Switching Circuits* em 1938 no MIT. Abaixo vejamos essa aplicação.

- Uma chave pode estar em uma de duas possíveis posições:



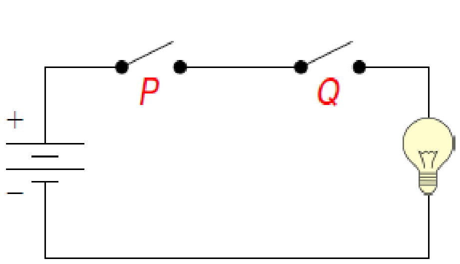
- Chave aberta: há interrupção da corrente
- Chave fechada: corrente pode passar

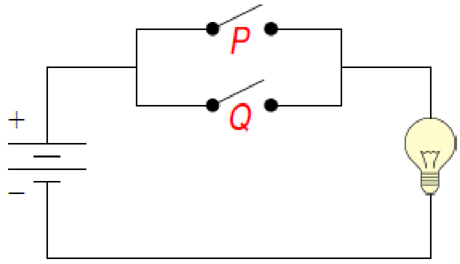
- Exemplo de uma chave num circuito



- A lâmpada acende se a corrente passar por ela, e isso somente acontece se a chave estiver fachada.

- Sejam os circuitos abaixo e os possíveis comportamentos:





Chaves		Lâmpada
P	*Q*	***Estado***
Fechada	Fechada	Acesa
Fechada	Aberta	Apagada
Aberta	Fechada	Apagada
Aberta	Aberta	Apagada

Chaves		Lâmpada
P	*Q*	***Estado***
Fechada	Fechada	Acesa
Fechada	Aberta	Acesa
Aberta	Fechada	Acesa
Aberta	Aberta	Apagada

Observe-se que se as expressões “fechada” e “acesa” forem substituídas pelo valor-verdade V e “aberta” e “apagada” forem substituídas pelo valor-verdade F, então as tabelas da esquerda e da direita correspondem, respectivamente, às expressões lógicas $p \wedge q$ (conjunção) e $p \vee q$ (disjunção).

2.6 Negação de Proposições (~)

Chama-se negação de uma proposição p uma nova proposição cujo enunciado seja exatamente o oposto do que está em p. Assim, o valor lógico dessa proposição é verdadeiro quando p for falsa e será falso quando p for verdadeira. Simbolicamente a negação de uma proposição p é escrita por ~p que se lê: “ não p”. A tabela abaixo mostra a relação entre p e ~p.

Tabela. 07 Tabela-verdade da neg. de uma prop. Simples

p	~p
V	F
F	V

Exemplos de negação de proposições simples.

- ✓ p: 23 é um número primo.
  ~p: 23 não é um número primo.

- ✓ q: $\sqrt{2}$ é um número irracional.
  ~q: $\sqrt{2}$ não é um número irracional.

Em alguns casos, como nas expressões com a utilização de símbolos, a negação se dar com outro símbolo que expresse o oposto daquele.

Exemplo

- ✓ r: $\sqrt{3} < \pi$
  ~r: $\sqrt{3} > \pi$

- ✓ t: $2 + 3 = 5$
  ~t: $2 + 3 \neq 5$

Na linguagem comum a negação é feita com o acréscimo da partícula “não” antes do verbo da proposição ou, quando o “não” estiver presente, com a sua eliminação.

Exemplo:

- ✓ p: 7 é um número primo.
  ~p: 7 ***não*** é um número primo.

- ✓ q: 28 ***não*** é um número perfeito.
  ~q: 28 é um número perfeito.

Uma outra forma de negar uma proposição é antepor a esta, expressões do tipo “não é verdade que” , “é falso que” que, mesmo sem a presença da partícula ***não***, garantem uma a correta negação proposicional.

Exemplo:

r: $\sqrt{2}$ é um número natural.
✓~r: Não é verdade que $\sqrt{2}$ é um número natural.
~r: É falso que $\sqrt{2}$ é um número natural.

Quando, na proposição, existir partículas como “Todo(os)” , “nenhum”, sua negação não seguirá as formas anteriormente vistas. Nesse caso, a negação de tais proposições se efetuará com o acréscimo de palavras que de alguma forma revelem o oposto do que fora dito antes.

Exemplo:

p: Todos os número são pares.
✓ ~p: Nem todos os número são pares.

q: Nenhum número primo é par.
✓ ~q: Algum número primo é par.

2.6.1 Negação de Proposições Compostas

A negação de uma proposição composta segue regras preestabelecidas que diferem daquelas utilizadas para negar uma proposição simples. Essas regras servem especificamente para cada conectivo, ou seja, não são regras comuns a todos os conectivos.

i. **Negação de uma Proposição Conjuncional** (p *e* q)

Para negarmos proposições compostas por conjunção (*p* **e** *q*) utilizaremos os seguintes passos:

1. *Negaremos a primeira parte* (~*p*)
2. *Negaremos a segunda parte* (~*q*)
3. *Trocaremos o **e** pelo **ou**.*

Vamos a um exemplo prático:

"O triângulo é um polígono de três lados e o cilindro é um sólido."

Negaremos esta sentença, utilizando os três passos vistos acima.

- Nega-se a primeira proposição simples.

"O triângulo ***não*** é um polígono de três lados."

- Nega-se a segunda proposição simples.

"O cilindro ***não*** é um sólido."

- Troca-se o ***e*** pelo ***ou***.

"O triângulo ***não*** é um polígono de três lados ***ou*** O cilindro ***não*** é um sólido."

Então verificamos que:

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

A tabela-verdade para a negação de uma proposição composta por conjunção é a seguinte.

Tabela. 08 Tabela verdade da Negação de uma Prop. Conjuntiva.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

ii. **Negação de uma proposição disjunção** ~(*p* ***ou*** *q*)

Para negarmos proposições compostas por disjunção (*p* ***ou*** *q*) utilizaremos os mesmo passos para a negação por conjunção. Ou seja:

1. *Negaremos a primeira parte* (~*p*)
2. *Negaremos a segunda parte* (~*q*)
3. *Trocaremos o* ***ou*** *pelo* ***e****.*

Vejamos um exemplo prático.

"7 é a raiz quadrada de 49 ou $\sqrt{-5}$ é um número complexo."

- Nega-se a primeira proposição simples

"7 ***não*** é a raiz quadrada de 49."

- Nega-se a segunda proposição simples

"$\sqrt{-5}$ ***não*** é um número complexo."

- Troca-se o ***ou*** pelo ***e***.

"7 ***não*** é a raiz quadrada de 49 ***e*** $\sqrt{-5}$ ***não*** é um número complexo."

Podemos então escrever:

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

A tabela-verdade para a negação de uma proposição composta por conjunção é a seguinte.

Tabela. 09 Tabela verdade da Negação de uma Prop. Disjuntiva.

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

***iii.* Negação de uma proposição condicional** $\sim(p \rightarrow q)$

Para negar uma proposição condicional utilizamos as seguintes regras:

1. Conservamos a primeira parte; e
2. Nega-se a segunda parte;
3. Une as proposições utilizando a conjunção ***e***

Vejamos o seguinte exemplo

"Se fizer sol então irei à praia pela manhã."

- Mantém-se a primeira parte.

"Faz sol."

- Negando a segunda parte.

"eu não irei a praia pela manhã."

- Unimos as proposições, usando a conjunção ***e***

"Faz sol ***e*** eu não irei a praia pela manhã."

Escrevemos então:

$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

Esta equivalência é demonstrada nas tabelas-verdade das proposições $\sim(p \rightarrow q)$ e $p \wedge \sim q$ que são idênticas.

Tabela. 10 Tabela-verdade da negação de uma Prop. Condicional

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F

***iv*. Negação de uma Proposição Bicondicional**

Para a negação de uma proposição bicondicional do tipo $p \leftrightarrow p$ podemos utilizar algumas equivalências. Portanto, temos

$$p \leftrightarrow p \Longleftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

temos então

$$p \leftrightarrow p \Longleftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

Logo, aplicando a negação em ambos os lados

$$\sim(p \leftrightarrow p) \Longleftrightarrow \sim(\sim p \vee q) \wedge \sim(\sim q \vee p)$$

Assim

$$\sim(p \leftrightarrow p) \Longleftrightarrow (\sim\sim p \vee \sim q) \wedge (\sim\sim q \vee \sim p)$$

Concluindo

$$\sim(p\leftrightarrow p) \Longleftrightarrow (p \vee \sim q) \;\wedge\; (q \vee \sim p)$$

Esta equivalência é demonstrada nas tabelas-verdade das proposições $\sim(p\leftrightarrow p)$, $(p \vee \sim q)$ e $(q \vee \sim p)$, que são idênticas.

Tabela. 11 Tabela-verdade da negação de uma Prop. Bicondicional

p	*q*	*p* ↔ *q*	~(*p*↔*q*)	~q	p ↔~q	~p	~p↔q
V	V	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	V	F	V
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	V	F	V	F

Algumas fórmulas foram aplicadas segundo as regras de De Morgan que definem a disjunção a partir da conjunção e da negação, ou a conjunção a partir da disjunção e da negação.

3. Conectivos Lógicos: Desenvolvimento de Estratégias Pedagógicas

3.1 Objetivos e Formas de Aplicação

O estudo dos enunciados, conceitos e definições realizado nos capítulos anteriores, serviram para fundamentar a proposta de se trabalhar essas aprendizagens através de jogos, que servirão para verificar o nível de aprendizagem dos alunos quanto ao tema estudado. A abordagem sobre Lógica presente nestes capítulos teve o intuito de possibilitar ao aluno a capacidade de entender o uso dos conectivos de uma maneira divertida, mais ao mesmo tempo eficaz.

Como indicado anteriormente, utilizaremos como metodologia de ensino as atividades lúdicas que aqui serão sugeridas para complementar e verificar a aprendizagem do uso correto dos conectivos lógicos. Os jogos aqui abordados utilizam materiais de fácil manuseio, fabricados com materiais simples e com linguagem usualmente conhecida dos estudantes. Para participar dos jogos, os alunos deverão aplicar os conceitos estudados em sala, sem se preocupar com a vitória e sim em ser capaz de solucionar tarefas determinadas durante a realização do jogo. Para tanto, utilizarão a criatividade, as experiências pessoais, o raciocínio dedutivo e o trabalho em equipe.

A partir da verificação da dificuldade do discente quanto ao entendimento de enunciados matemáticos, conceitos ou experimentos tanto desta quanto de outras disciplinas e ainda a reduzida capacidade de raciocinar logicamente, adotamos as atividades lúdicas para se trabalhar a lógica proposicional com ênfase no uso dos conectivos lógicos que será uma primeira abordagem do tema com o intuito de possibilitar ao aluno desenvolver o raciocínio lógico dedutivo a capacidade de generalizar e resolver situações-problemas, contribuindo assim para sua formação.

Nesse sentido, Copi (1978, p. 20), destaca que:

> *Dada a argúcia inata do intelecto, uma pessoa com conhecimento de lógica tem mais probabilidade de raciocinar corretamente do que aquela que não se aprofundou nos princípios gerais implicados nessa atividade. Há muitas razões para isso. Em primeiro lugar, o estudo adequado da lógica abordá-la-á tanto como arte, tanto como ciência, e o estudante deverá fazer exercícios sobre todos os aspectos da teoria que aprende. Nisto, como em tudo, a prática ajuda o aperfeiçoamento. Em segundo lugar, uma parte da matéria não só dá uma visão mais profunda dos princípios do raciocínio em geral, como o conhecimento desses ardis auxilia também a evitá-los. Por último, o estudo da lógica proporcionará ao estudante certas técnicas e certos métodos de fácil aplicação para determinar a correção ou incorreção de todos os raciocínios, incluindo os próprios. O valor desse conhecimento reside no fato de ser menor a probabilidade de se cometerem erros, quando é possível localizá-los mais facilmente.*

A utilização de processos alternativos para o ensino da utilização dos **conectivos lógicos** permitirá ao aluno desenvolver sua capacidade de raciocínio de uma maneira mais atrativa, permitindo sua assimilação de uma forma sólida, contínua e eficaz, pois a maioria dos jogos exige de seus participantes estratégias que se assemelham as utilizadas na resolução de um problema matemático.

Segundo Borin (2007, p. 11):

> *Algumas técnicas ou formas de resolução de problemas aparecem naturalmente durante os jogos, dentre elas podemos destacar: tentativa e erro; redução a um problema mais simples; resolução de um problema de trás para frente; representação do problema através de desenhos, gráficos ou tabelas; analogia a problemas semelhantes.*

Assim, os objetivos a serem alcançados em meio à realização deste estudo são:

Objetivo Geral

Construir uma proposta pedagógica de ensino que se trabalhe os **conectivos lógicos** de uma maneira lúdica, voltada tanto para alunos do ensino fundamental ou médio, fundamentada em estudos sobre o uso de jogos para o ensino de conteúdos matemáticos em sala de aula.

Objetivos Específicos

✓ Construir uma seqüência de atividades compostas por testes e jogos que serão utilizadas pelos alunos tanto individualmente quanto em grupos e que favoreçam a construção dos conceitos de conectivos lógicos a partir de situações-problemas que envolvam informações preestabelecidas.

✓ Favorecer o desenvolvimento do raciocínio lógico (dedutivo e indutivo) do educando, que permita o uso da criatividade dos alunos, suas experiências pessoais e seu conhecimento prévio do tema.

✓ Gerar a possibilidade de interação entre professor e alunos quanto à análise e solução de situações-problemas lógicas, a formalização de procedimentos e a criação de alternativas eficazes para se trabalhar os **conectivos lógicos**.

Para alcançar esses objetivos, a proposta de ensino aqui sugerida deverá ser dividida em quatro momentos. Sendo:

✓ 1° Momento: Aplicação de teste diagnostico;

✓ 2° Momento: Utilização de Jogos para se trabalhar os conceitos de valor-verdade de uma Proposição;

✓ 3° Momento: Utilização de jogos para se trabalhar os conceitos de negação de proposições;

✓ 4° Momento: Realização de um teste para verificar o nível de aprendizado dos alunos.

3.2 Aplicação do Teste Diagnóstico

Este teste tem por finalidade a analise dos conhecimentos prévios dos alunos, suas dificuldades diante de situações-problemas e seus erros mais comuns em relação ao reconhecimento, valor-verdade e negação de proposições. A partir desse referencial, o professor que estiver lecionando esse tema deverá fazer uma reflexão sobre o conhecimento dos alunos e, em seguida, intervir no sentido de ajudar os alunos a desenvolverem seus conhecimentos.

Neste primeiro momento, os problemas que farão parte do teste de verificação (diagnóstico) devem ser restritos aos conceitos de argumentos e a lógica proposicional.

Entre as várias possibilidades, sugerimos os problemas abaixo, para que sirvam como ponto de partida. Esses problemas podem ser aplicados separados por tema, ou mesclados entre si.

Problema. 01 (Retirado de Copi (1978, p.27))

Identificar as premissas e a conclusão no trecho dado abaixo. Nesse trecho existe apenas um argumento.

"A água tem um calor latente superior ao do ar; mais calorias são necessárias para aquecer uma determinada quantidade de água do que para aquecer um igual montante de ar. Assim, a temperatura do mar determina, de um modo geral, a temperatura do ar acima dele".

Premissa: ____

Premissa: ____

Conclusão: ____

Problema. 02 (Retirado de Nolt e Rohatyn (1991, p. 03)

Identifique no argumento abaixo, as premissas e sua respectiva conclusão

"Nós estávamos superados em número e em armas pelo inimigo, e suas tropas estavam constantemente sendo reforçadas enquanto as nossas forças estavam diminuindo. Assim, um ataque direto teria sido suicida".

Premissa: ____

Premissa: ____

Conclusão: ____

Problema. 03

Dada a tirinha: Mafalda e o dedo indicador. Identifique e reescreva as premissas e a conclusão a que esta chegou.

Figura. 05 Imagem do problema 03

Premissa: ____

Premissa: ____

Conclusão: ____

Problema. 04

Complete a tabela abaixo, indicando com sim ou não, se os argumentos são dedutivos ou indutivos.

I. **(Exemplo retirados de Copi (1978, p. 36))** Um hortelão que cultiva sua própria horta, com suas próprias mãos, reúne em sua própria pessoa três diferentes caracteres: de proprietário rural, de agricultor e de trabalhador rural. Seu produto (rendimentos), deveria pagar-lhe a renda do primeiro, o lucro do segundo e o salário do terceiro.

Adam Smith, A riqueza das Nações

II. **(Exemplo retirado de Mortari (2001, p. 24))**

- Esta vacina funcionou bem em macacos.
- Esta vacina funcionou bem em porcos.
- Esta vacina vai funcionar bem em seres humanos.

III. **(Exemplo retirado de Pinho (1999, p.3)**

- Joguei uma pedra no lago e a pedra afundou;
- Joguei outra pedra no lago e ela também afundou;
- Joguei mais uma pedra no lago, e também esta afundou;
- Logo, se eu jogar outra pedra no lago, ela vai afundar.

IV. **(Exemplo retirado de Nolt e Rohatyn (1991, p. 46))**

- Não há registro de seres humanos com mais de 5 metros de altura
- Nunca tivemos um ser humano com mais de 5 metros de altura.

Tabela. 12 Tabela Para Resposta do Problema.04

Argumento	Dedutivo	Indutivo
I		
II		
III		
IV		

Problema. 05

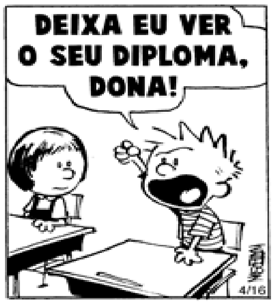
Marque um x entre os parênteses das sentenças que são classificadas como proposições.

a) Abandonei meu irmão contrariado. ( )

b) 

( )

c) O Brasil é um dos maiores países em extensão de terra. ( )

d) 

( )

Problema. 06

Determine se as proposições abaixo são simples ou compostas e em seguida dê o valor-verdade (verdadeira ou falsa) de cada.

a) **(Retirado de Edegard Filho (2002, p. 16))** O produto de dois números ímpares é um número ímpar.

Simples ( ) Verdadeira ( )

Composta ( ) Falsa ( )

b) **(Retirado de Mortari (2001, p. 135))** A terra é um planeta ou Beethoven é italiano.

Simples ( ) Verdadeira ( )
Composta ( ) Falsa ( )

c) **(Retirado de Pinho (1999, p. 12))** Se Dante escreveu Os Sertões, então Cabral descobriu o Brasil.

Simples ( ) Verdadeira ( )
Composta ( ) Falsa ( )

Problema. 07

Indique a forma negativa das seguintes proposições.

a) 

Negação: ______________________________

b) Salvador é uma cidade baiana e Recife é pernambucana.

Negação:____

c) se $\sqrt{3}$ é um número irracional, então 23 é um número primo.

Negação:____

d) 2 é um número par ou 49 não é um quadrado perfeito.

Negação:____

Durante a realização do **teste diagnóstico**, supõe-se que os alunos envolvidos na sua resolução utilizem métodos de solução baseados em analogias referentes a conhecimentos sobre as sentenças consideradas individualmente (numa sentença composta, verificar se as sentenças simples são verdadeiras ou falsas para depois tentar dar o valor-verdade). Assim, enfatizamos que os alunos poderão apresentar, durante a realização do teste, dificuldades em entender os enunciados, desconhecimento de símbolos, utilização errada de fórmulas e desinteresse. Portanto, um método de avaliação do aluno, durante o teste, deverá ser a participação e a demonstração de interesse.

A aplicação do **teste de diagnóstico** é muito importante para a avaliação da melhor maneira de se utilizar atividades lúdicas, em meio ao processo de ensino-aprendizagem dos conectivos lógicos, pois, a partir do momento que o professor toma conhecimento das dificuldades dos alunos em relação ao tema em estudo, pode intervir no sentido de auxiliá-los no enfrentamento dessas dificuldades.

4. Os Jogos

A utilização dos jogos aqui sugeridos terá como finalidade o complemento dos conceitos apreendidos em sala e uma forma de trabalhá-los. Essas atividades devem focar conhecimentos matemáticos, podendo num primeiro momento, jogo do caça proposição, ser utilizado informações relativas a outros temas. As atividades estão distribuídas de acordo com a seqüência teórica de estudos.

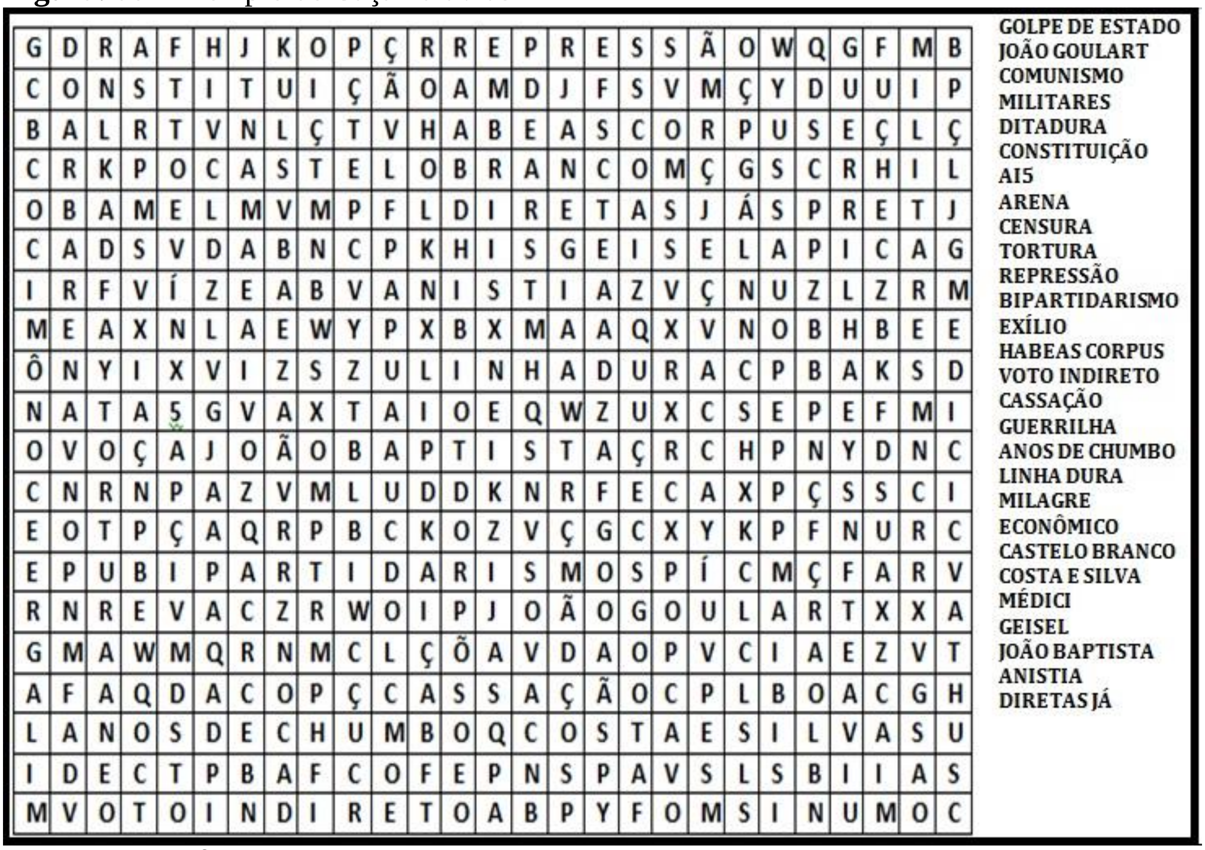
Apresentamos um total de 5 (cinco) jogos que servirão para o estudo da lógica proposicional, especificamente o estudo dos conectivos lógicos. Apenas na primeira atividade não será necessário o conhecimento das regras relativas ao uso dos conectivos, pois terá como objetivo reforçar no aluno o entendimento do que é ou não classificado como proposição. Os 4 (quatro) últimos jogos serão divididos de acordo com os temas: Valor-verdade e negação de proposições.

Para a realização das atividades, o professor poderá dividir a sala em grupos, pares ou individualmente. Aconselha-se que a realização seja em um ambiente extra-sala e que os alunos não se utilizem de quaisquer ajudas externas, já que um dos objetivos dos jogos e verificar o nível da aprendizagem dos alunos em relação ao tema.

4.1 Caça Proposições

O caça palavras é um jogo muito popular, que consiste de um reticulado preenchido de letras, dispostas aparentemente aleatórias. Ao referido reticulado chamaremos de grade de letras. O objetivo do jogo é encontrar e circundar as palavras escondidas dentro da grade. As palavras podem estar dispostas verticalmente, horizontalmente ou diagonalmente dentro da grade: são arranjadas normalmente de modo que possam ser lidas da esquerda para a direita ou de cima para baixo e também o oposto. O caça proposição, derivado do caça palavras, consiste em encontrar proposições em lugar de palavras. Nesse caso, as palavras adjacentes que formam parte da proposição encontrada não são separadas nem acentuadas ortograficamente. Além disso, preferimos colocar as proposições verticalmente e horizontalmente, somente. É claro que as proposições escondidas na grade de letras são escolhidas conforme o grau de escolaridade dos participantes.

Figura. 06 Exemplo de Caça Palavras



Fonte: http://cafecomhistoriaeeducacao.blogspot.com.br/2013/03/caca-palavras-ditadura-militar.html

O caça proposições segue a mesma linha de raciocínio que o caça palavras, diferindo apenas no objeto a ser encontrado, proposições simples e compostas. Abaixo um exemplo de uma grade de letras com proposições e não-proposições.

Figura. 07 Grade de Letras com Proposições

N	D	O	I	S	M	A	I	S	T	R	E	S	E	I	G	U	A	L	A	C	I	N	C	O	F	A	R	W	V	X	Z
F	K	D	E	S	E	N	H	O	F	D	R	E	S	T	J	O	K	L	P	S	A	B	E	I	D	Z	X	A	E	C	S
I	A	D	F	E	Q	F	T	H	I	E	B	C	V	E	I	U	O	X	I	A	B	E	O	I	L	U	J	E	X	A	E
F	E	A	A	L	E	M	A	N	H	A	E	U	M	P	A	I	S	E	U	R	O	P	E	O	Ç	L	K	N	Y	T	M
X	O	P	A	T	O	C	O	L	O	C	A	O	V	O	S	O	U	O	U	R	U	B	U	E	U	M	A	A	V	E	A
R	F	A	E	I	E	R	T	Y	S	D	S	V	B	H	J	É	T	A	O	G	S	S	F	A	T	J	L	O	U	P	R
E	D	F	E	G	R	T	F	Y	É	D	G	E	T	R	E	U	S	Á	C	V	E	S	A	A	G	H	J	N	G	R	C
T	F	R	T	R	I	O	U	T	R	A	D	F	A	I	O	M	A	G	D	E	R	E	R	R	D	V	C	S	A	Z	O
I	D	G	J	E	L	I	O	N	I	R	T	Y	N	D	F	V	I	U	O	T	E	E	D	A	B	C	F	G	H	J	S
R	S	D	R	É	E	E	R	F	O	T	Y	U	A	B	N	E	F	I	R	E	I	A	S	R	F	D	E	I	O	Y	É
E	D	S	X	U	A	V	F	G	S	E	T	I	E	A	S	G	A	A	A	N	M	Z	H	A	K	C	L	O	I	U	A
O	O	B	A	M	A	E	A	M	E	R	I	C	A	N	O	E	O	S	O	L	E	U	M	P	L	A	N	E	T	A	L
C	R	T	E	F	Q	D	G	F	E	D	V	B	L	J	U	T	I	O	N	T	D	F	R	L	E	R	I	O	G	F	E
A	D	F	G	E	H	R	E	A	S	C	V	N	T	H	D	A	D	B	Ç	I	I	O	P	A	I	L	Y	I	O	O	M
R	R	T	A	L	X	C	Q	F	O	G	H	O	A	U	B	L	F	R	A	E	C	D	S	N	T	O	E	S	F	T	Ã
R	F	D	R	I	E	C	U	X	M	S	D	U	I	O	P	E	F	E	T	N	O	X	F	T	E	S	T	P	Y	L	O
O	D	G	T	N	A	D	E	S	E	Y	I	U	O	P	U	I	T	V	E	F	O	B	N	O	I	É	T	F	G	A	E
D	O	U	T	O	M	O	B	A	N	H	O	O	U	F	A	T	I	O	C	O	U	V	E	U	E	D	I	O	U	S	N
A	F	R	T	E	E	G	E	H	T	F	R	D	A	C	T	A	D	A	A	R	S	D	G	S	J	I	Y	U	O	I	T
G	D	E	S	O	A	X	L	V	E	R	E	D	B	G	T	L	I	O	F	P	E	L	Ç	E	N	R	D	F	G	A	Ã
A	G	R	E	B	A	S	A	V	S	A	S	F	R	T	U	I	N	J	I	Y	R	E	R	M	E	E	V	F	R	M	O
R	X	S	E	R	O	U	X	O	E	N	T	Ã	O	P	R	A	T	I	C	O	E	S	P	E	R	T	E	Z	A	E	J
A	D	A	D	A	E	R	O	T	R	A	S	R	T	Y	I	N	O	U	O	A	I	T	T	N	A	O	C	V	D	T	O
G	E	R	A	P	M	I	E	U	O	R	A	P	E	O	C	N	I	C	U	O	E	A	Ç	T	A	R	D	F	R	I	A
E	F	O	S	I	A	E	E	T	F	E	T	I	O	U	Y	É	E	E	U	T	N	F	G	E	A	O	D	E	C	R	N
M	F	D	T	L	Y	N	C	K	A	B	I	N	H	J	I	U	O	A	M	Ç	G	R	G	S	X	U	R	T	B	G	A
T	O	D	O	H	O	M	E	M	E	M	O	R	T	A	L	E	N	T	A	O	J	O	A	O	E	M	O	R	T	A	L

Proposições Simples.
Proposições Compostas.
Sentenças que não são classificadas como proposição.

4.1.1 Regras do Jogo

1. Cada aluno receberá uma tabela contendo a mesma grade de letras. Encontram-se escondidas proposições simples, composta e sentenças que não são classificadas como proposições.

2. Os alunos deverão encontrar proposições e sentenças que não são proposições escritas corretamente, sem a acentuação ortográfica correspondente. Estas podem ser lidas da esquerda para a direita ou de cima para baixo e vice-versa.

3. Ganha quem encontrar e classificar corretamente todas as proposições no menor tempo.

4.1.2 Recomendações

A grade de letras foi elaborada para ter três tipos de sentenças: proposições simples, composta e frases que não são consideradas proposições. Esta classificação é de conhecimento claro dos alunos, por isso o professor, no primeiro jogo, deve orientá-los no sentido de encontrar todas as sentenças escritas corretamente. Após cada aluno terminar de encontrar as sentenças presentes na tabela, o professor orientará para que se divida as sentenças em proposições simples, compostas e sentenças que não são proposições.

Uma vez explanado os conceitos de proposição simples, composta e de sentenças que não são proposições, procede-se a aplicar uma segunda grade de letras com o objetivo de encontrar somente proposições compostas.

Uma dificuldade que encontramos é que uma sentença composta pode ocupar muito espaço geralmente. A solução que propomos é dispor a sentença como uma linha poligonal. Por exemplo:

Figura. 08 Exemplo de Grade de Letras Para Proposições Extensas.

D	O	I	S											
			M											
			A				I	G	U	A	L	A		
			I				E					O		
			S	T	R	E	S					I		
												T		
												O		

O objetivo deste jogo é verificar se os alunos são capazes de reconhecer e classificar as frases da grade de letras como: proposições simples, compostas ou sentenças que não são proposições. Apesar de ser, aparentemente, um jogo simples o caça preposição é ideal para se começar o trabalho, pois permitirá que o aluno se sinta competente e capaz de resolver algo relacionado à matemática. Servirá também, o jogo, para criar o desejo, no aluno, de participar dos próximos jogos. Abaixo um exemplo da grade de letras.

4.1.3 Exemplos Colhidos em Sala

A atividade foi realizada em sala de aula e contou com a presença de todos os alunos apesar de não ser obrigatória a participação. Os alunos não utilizaram nenhum tipo de ajuda externa, apenas lápis grafite e, no caso de alguns, lápis coloridos. A seguir alguns exemplos de caça proposições respondidos pelos alunos.

Figura. 09 Caça Proposição respondido por aluno

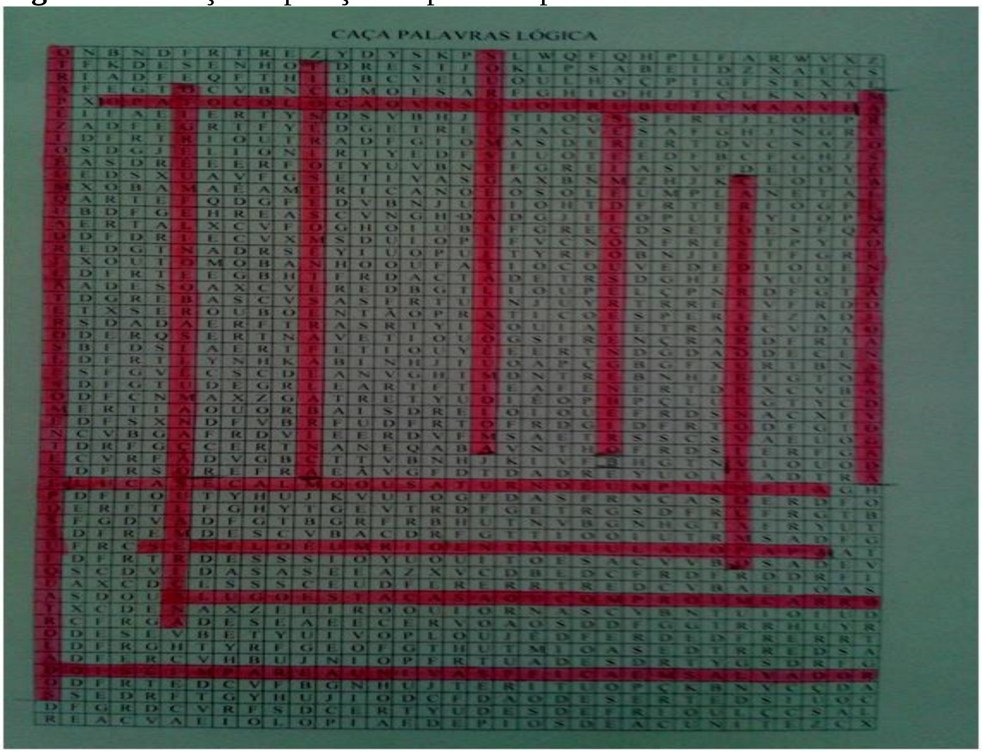
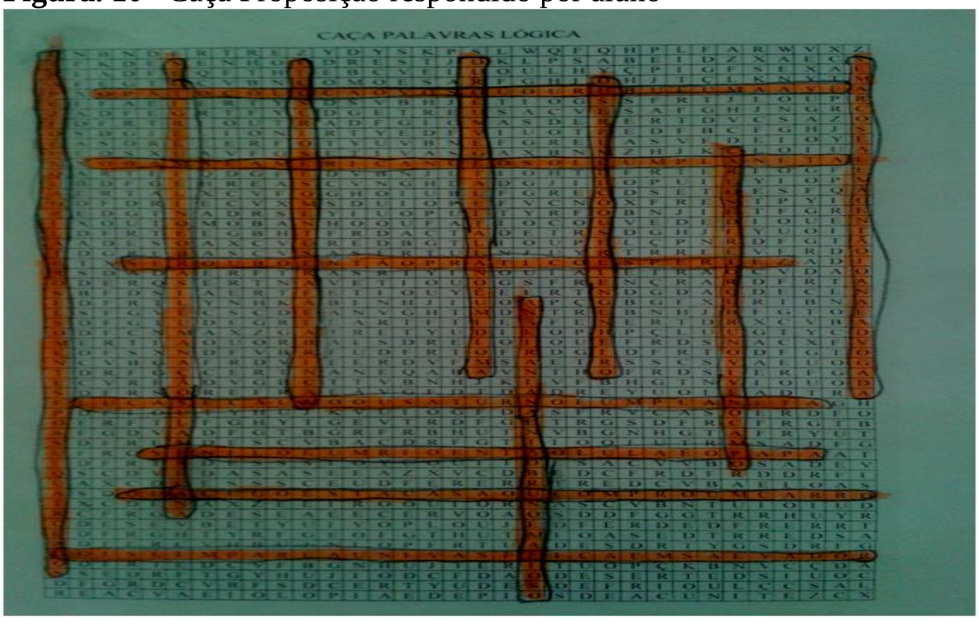


Figura. 10 Caça Proposição respondido por aluno

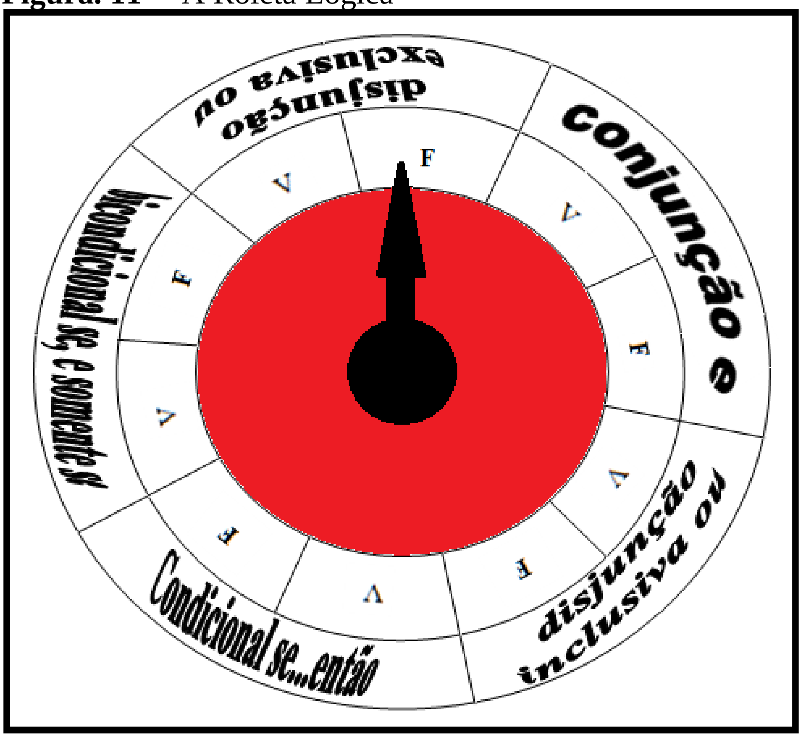


4.2 O Jogo da Roleta

Este é mais um dos jogos criados para trabalhar o conteúdo de lógica entre os alunos do segundo ano do ensino médio. Após a aplicação do jogo caça proposições, que primeiramente foi aplicado, foi proposto mais um jogo que verificasse a assimilação do conteúdo proposto. Este jogo não tem como objetivo complementar a aplicação do que fora antes estudado em sala de aula, a participação objetivava apenas propiciar aos alunos uma forma mais prazerosa de trabalhar com conectivos. Os alunos participaram da criação do jogo e de suas regras, também ajudaram na criação da roleta e de sua confecção. A aplicação do jogo ficou condicionada a não utilização de tabelas-verdade para a criação das sentenças.

Espera-se que os alunos envolvidos neste jogo sejam capazes de montar proposições compostas a partir de uma proposição simples antes sugerida. Também é esperado que estes possam reconstruir a tabela-verdade para cada tipo de conectivo que estará presente na roleta. Abaixo um exemplo de roleta que pode ser copiado ou ainda adaptado a realidade do tema exposto pelo professor.

Figura. 11 A Roleta Lógica



A roleta conterá todos os conectivos estudados em sala e os valores V (verdade) e F (falso) para serem utilizados na construção das proposições. Cada roleta vem acompanhada de um cartão resposta onde a dupla escreverá as respectivas proposições. Abaixo o exemplo de um cartão resposta.

Figura. 12 Cartão Resposta Utilizado no Jogo da Roleta

Proposição Simples	Conectivo	Valor	Proposição Composta

4.2.1 Regras do Jogo

01. Será utilizada uma roleta para cada par de alunos.

02. Cada par de alunos receberá um cartão de resposta.

03. O aluno gira a roleta e, de acordo com o resultado desta, criará uma proposição composta utilizando antes uma proposição simples já fornecida pelo seu oponente.

04. A proposição simples dada antes do gira da roleta deve se referir a tema matemático estudado em sala ou de fácil compreensão. Não é permitida a inserção de proposições de difícil interpretação, com valor-verdade que gere duvida ou que o competidor não tenha conhecimento quanto ao tema.

05. A frase resultante será escrita no cartão resposta e valerá um ponto estando correta e nenhum ponto em caso de erro quanto ao valor-verdade.

06. Será declarado vencedor aquele que tiver maior quantidade de pontos no cartão resposta.

4.2.2 Recomendações

O jogo da roleta atrairá bastante a atenção dos alunos, pois sua realização permite ao aluno estudar conteúdos matemáticos de uma forma mais prazerosa. O professor que estiver a frente da realização da atividade deve ficar atento ao verdadeiro objetivo do jogo, que é verificar a assimilação do conteúdo estudado. Ainda deve o educador evitar o sentimento de competição entre os participantes (que não é objetivo dos jogos), tornando assim a brincadeira dinâmica e divertida.

Os alunos envolvidos no jogo deverão ser aqueles que antes participaram das aulas sobre valor-verdade de uma proposição. O professor poderá determinar o tempo do jogo ou a quantidade de vezes que cada aluno vai jogar. Abaixo mostraremos uma disputa teórica entre dois alunos.

01. No par ou impar o aluno 01 ganha o direito de escolher se gira a roleta ou fornece a proposição para o seu adversário o aluno 02. No nosso caso o aluno 01 escolhe fornecer a proposição.

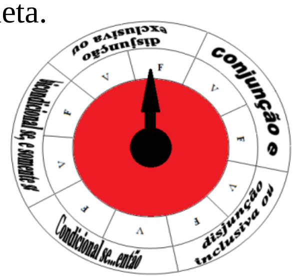
- O aluno 01 fornece a proposição.

Aluno 01

28 é um número perfeito.

- O aluno 02 gira a roleta.

Aluno 02



- De acordo com o resultado da roleta, disjunção exclusiva (V) e valor-verdade (F), o aluno 02 deverá criar uma proposição composta. Abaixo como está a tabela antes da resposta do aluno 02.

Proposição Simples	Conectivo	Valor	Proposição Composta
28 é um número perfeito.	V	F	

- O aluno 02 escreve a sua proposição simples.

Aluno 02 *25 é um número primo.*

- O cartão resposta então ficará com a seguinte sentença composta.

Proposição Simples	Conectivo	Valor	Proposição Composta
28 é um número perfeito.	V	F	28 é um número perfeito ou 25 é primo.

- A proposição composta criada pelo aluno 02 tem então os seguintes valores-verdades.

I. 28 é um número perfeito. (V)

II. 25 é um número primo. (F)

III. 28 é um número perfeito ou 25 é um número primo. (V)

- O aluno 02 não conseguiu construir uma proposição composta falsa como era requisito no cartão resposta, ficando assim sem o ponto da partida.

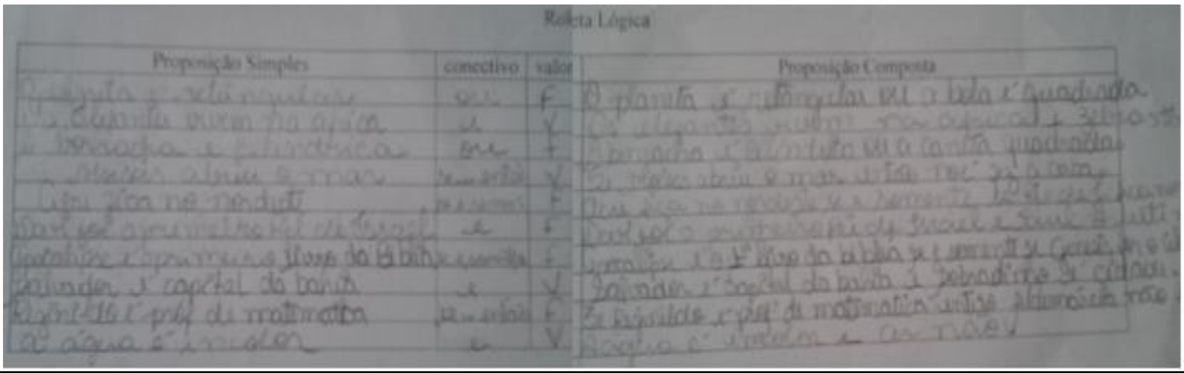
Em alguns casos o valor-verdade não ocorrerá, pois a tabela-verdade de alguns conectivos não vai gerar o valor (F) ou (V) a partir do valor-verdade da proposição simples dada anteriormente.

4.2.3 Exemplos Colhidos em Sala

O jogo foi realizado no laboratório de ciências da escola e foi dividido em duas partes, devido a quantidade de alunos presentes. Abaixo alguns cartões respostas respondidos pelos alunos. A qualidade das imagens não é a ideal já que foram registradas por câmera de celular. Também foi necessário unir as imagens, pois a foto foi dividida em duas partes.

Figura. 13 Cartão Resposta de Par de Alunos.

Figura. 14 Cartão Resposta de Par de Alunos.



4.2.4 Imagens do Dia da Atividade

A atividade se desenvolveu normalmente e houve uma participação efetiva dos alunos envolvidos no projeto. Abaixo veremos algumas imagens dos alunos durante a realização do jogo. A publicação das imagens foi autorizada pelos alunos previamente.

Figura. 15 Alunos Antes do início da Atividade.

Figura. 16 Aluno Respondendo o cartão Resposta

O jogo da roleta buscava gerar uma forma de praticar o conteúdo valor-verdade de uma proposição. Esta atividade trabalhará este tema em conjunto com o próximo jogo, Cartas Proposicionais.

4.3 Cartas Proposicionais

Para este jogo daremos as noções de lógica dadas no anterior jogo. Além disso, explanaremos ***Funções Proposicionais ou sentenças abertas:*** são expressões que dependem seu valor lógico (V ou F) da atribuição de valores às variáveis ou do uso do quantificador universal, ou do quantificador existencial. Aconselhamos evitar, num começo, o uso formal destes quantificadores para não confundir e desmotivar o aluno. Por exemplo:

- A sentença aberta $n + 1 = 7$ é verdadeira se trocarmos n por 6 e é falsa para qualquer outro número natural dado a n.
- A sentença aberta $n > 2$ é verdadeira se trocarmos n por números naturais maiores que 2 e é falsa para qualquer outro valor dado a n.
- A sentença aberta $n^3 = 2n^2$ é verdadeira se trocarmos n por 0 ou 2 e é falsa para qualquer outro valor dado a n.

Este jogo é para duas pessoas, ou dois grupos competidores. Para este jogo elabora-se um baralho de 30 cartas. O conteúdo de carta é uma sentença aberta relacionada a aritmética ou a álgebra elementares no ensino médio. Além deste baralho, cada competidor, durante toda a competição, possui cinco cartas para uso exclusivo. Estas cartas serão preenchidas cada uma com um conectivo lógico diferente das outras cartas. As cartas do baralho elaborado têm cor azul no verso e as outras cartas, com os conectivos no verso, terão a cor vermelha no verso.

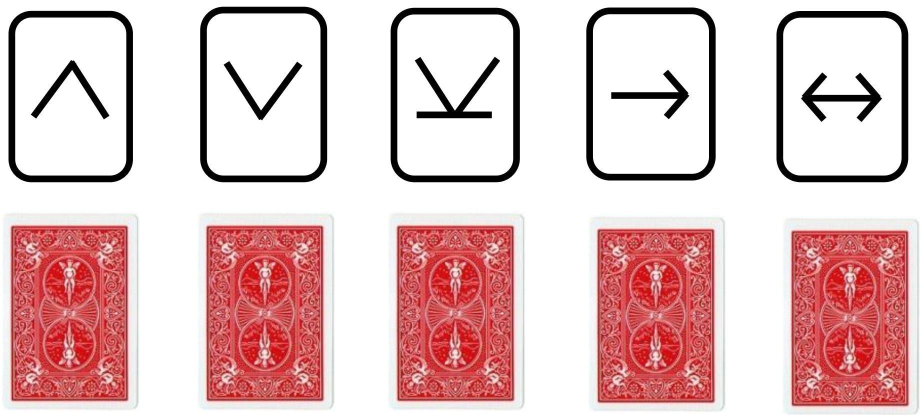
4.3.1 Regras do Jogo

1. Cada competidor conhece o conteúdo de cada carta do baralho.
2. O baralho é colocado na mesa de maneira que o verso azul de cada carta é voltado para cima.
3. Cada competidor escolhe uma carta do baralho com o verso azul voltado para cima.
4. Cada competidor olha a sentença aberta da carta de verso azul escolhida sem mostrar ao outro.
5. Seguindo o item 4, cada competidor escolhe o conectivo lógico e coloca a carta correspondente na mesa com o verso vermelho voltado para cima. No caso do conectivo

condicional, coloca a carta, sem que o outro perceba, de maneira que o conectivo aponta para ele ou para o adversário visando distinguir hipótese e tese.

6. Logo, mostram todas as cartas escolhidas. Se o competidor compôs uma sentença aberta que assume os dois valores lógicos (V ou F) então não ganha pontos. Se for uma sentença aberta que é verdadeira para qualquer valor possível atribuído então ganha 2 pontos. Se for falsa para qualquer valor atribuído, ganha1 ponto.
7. Se essa sentença aberta toma um único valor lógico (V ou F) e foi formada com a bi-condicional consegue mais 4 pontos. Com a condicional, ganha mais 3 pontos. Com a disjunção exclusiva, ganha mais 3 pontos. Com os outro conectivos, ganha 1 ponto. Colocamos este critério de pontuação por nossa experiência na dificuldade do uso apropriado dos conectivos. Mas, suspeitamos que este critério precisasse ser estudado atentamente e melhorado.
8. Uma vez computado a pontuação respectiva de cada competidor, as duas cartas de verso azul escolhidas não são recolocadas no baralho. E, as outras cartas de verso vermelho são retomadas respectivamente.
9. Logo, o processo se repete até não ficar nenhuma carta azul ou ate a décima rodada.
10. O Vencedor dessa disputa é aquele que acumular maior pontuação.

Abaixo mostramos um exemplo de como as cartas com os conectivos podem ser construídas,



A seguir, a modo de ilustração, mostraremos algumas cartas de um baralho elaborado com proposições ou sentenças abertas da aritmética elementar dos números naturais.

2 não divide *n* + 1 A	***n* é par.**	n–**1 = 5**	***n* é impar**	$n \neq 6$

A seguir mostraremos uma possível disputa entre dois alunos

1. Cada aluno escolhe uma carta do baralho, sem mostrar ao outro. Seguindo isso, cada aluno coloca sobre a mesa uma carta dos conectivos lógicos elegida por ele, sem mostrar ao outro.

2. Ao virarem-se as cartas...

cartas do aluno1 A $\wedge$ B

A $\leftarrow$ B cartas do aluno 2

O aluno 1 ficou com a proposição composta

2 não divide *n*+1 e *n* é par

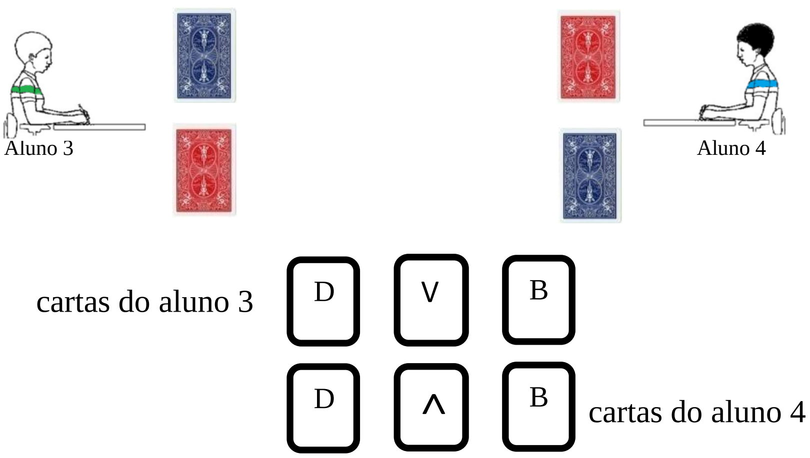
O aluno 1não ganha pontos porque essa sentença aberta pode ser verdadeira ou falsa. Tentar com os valores n = 2,3...

O aluno 2 ficou com a proposição composta

Se *n* é par então 2 não divide *n*+1.

A sentença aberta do aluno 2 é verdadeira para qualquer valor de n. Logo, ganha 2 pontos e, como usou a condicional, ganha mais 4 pontos.Poderia ter ganhado mais 5 pontos pois essas sentenças abertas são equivalentes. Depois do jogo ou durante o jogo salientamos os erros e os acertos.

1.1 Outra possibilidade no jogo



O aluno 3 ficou com a proposição composta

n é impar ou n é par.

A sentença do aluno 3 é verdadeira para qualquer valor de n. Ganha 2 pontos mais 1 ponto por usar disjunção inclusiva.

O aluno 4 ficou com a proposição composta

n é impar e n é par.

A sentença do aluno 4 é falsa para qualquer valor de n. Ganha 1 ponto mais 1 ponto por usar a conjunção.

4.3.2 Considerações sobre o jogo

O professor pode elaborar um baralho com mais ou menos cartas em número par, a quantidade dada acima é apenas uma sugestão. É claro que o número de cartas não pode ser exagerado se uma das regras é decorar os conteúdos da cada carta.

Optamos por sentenças abertas de caráter aritmético ou algébrico, pois podemos economizar espaço, usando notações, ao escreve-as na carta. O jogo aparenta possibilidade de adaptar para a geometria. Mas, para ter uma escrita concisa, clara, e ajustada ao espaço da carta, das proposições ou sentenças abertas precisaríamos usar notações convencionadas.Uma alternativa seria dar um listado enumerado de sentenças abertas, relacionadas à geometria, a cada competidor. Nas cartas estaria escrito número correspondente da sentença aberta.Com tudo, deixamos a mercê da criatividade do professor.

No item sete, colocamos esse critério de pontuação por nossa experiência docente na dificuldade do uso apropriado dos conectivos. Mas, suspeitamos que esse critério precise ser analisado, à luz das probabilidades.

Durante o jogo podemos comentar os erros e os acertos: uma forma dinâmica de dar aula. Espera-se com este jogo, estimular e desenvolver a habilidade de construir competentemente proposições ou sentenças abertas:

1. No caso do conectivo condicional, distinção das hipóteses e das teses;
2. Determinação de proposições ou sentenças abertas equivalentes;
3. Reconhecimento de proposições de contrário valor lógico;

4. Experimentação e entendimento que a conjunção de dois ou mais proposições ou sentenças abertas pode implicar outra proposição e, se falta uma delas, não implicar nada.
5. Distinção exata entre a conjunção e a disjunção inclusiva ou exclusiva.
6. Determinação do valor lógico (V ou F) das proposições compostas.
7. Experimentação e entendimento que uma sentença aberta pode ser verdadeira ou falsa para qualquer substituição da variável. Ou, pode variar os valores lógicos de uma substituição a outra.

Alertamos que as expectativas acima citadas limitam-se, equilibra-se com o grau de escolaridade e a madureza dos competidores. Mas, esperamos dar as bases para um desenvolvimento futuro de tais expectativas que lhe permitam uma leitura compreensível e um estudo autodidata dos textos matemáticos.

Como efeito colateral, acreditamos que o jogo estimula e fortalece as capacidades de memória e raciocínio eficaz. Convencionamos com os alunos as seguintes notações: A variável n refere-se aos números naturais, o símbolo $\div$ significa... divide a ...., x = ... significa um número real é igual a e a variável x representa qualquer número real.

Tabela. 13 Tabela com funções Proposicionais

$n \div (n + 1)$	n é impar
n é par	$n=1$
$x = (a + 1)^2$	$x = a^2 + 2a + 1$
$x = a^2 + 2a + 2$	$6 \div n$
$2 \div n \wedge 3 \div n$	$n + 1$ é par
$2 \div n \vee 3 \div n$	$2 \div (n + 6) \vee 3 \div (n + 6)$
$x > 0$	$- x < 0$
$(n - 2).(n - 3) = 0$	$n= 3$
$n = 2 \vee n = 3$	$2x + 1 = 0$
$x < 0$	$x = \frac{1}{2}$

4.3.3 Imagens do Dia da Atividade

A atividade se desenvolveu normalmente e houve uma participação efetiva dos alunos envolvidos no projeto. Abaixo veremos algumas imagens dos alunos durante a realização do jogo. A publicação das imagens foi autorizada pelos alunos previamente. O jogo foi realizado na sala de ciências da escola.

Figura. 17 Alunos no Jogo Cartas prop.

Figura. 18 Cartas Posicionadas no Jogo

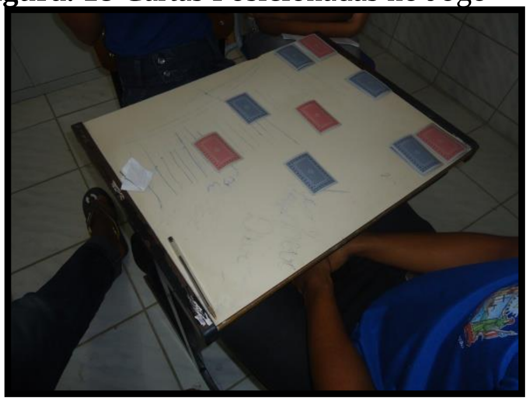


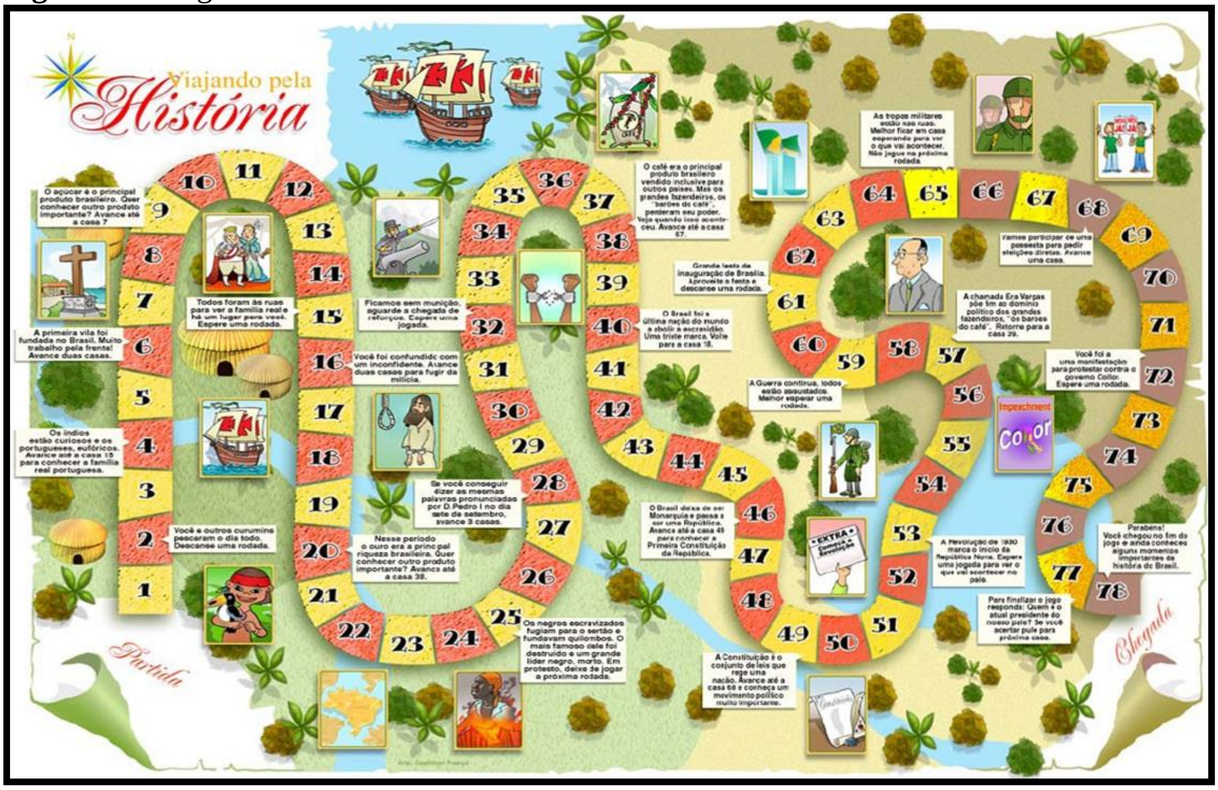
Figura. 19 Alunos Durante o Jogo Cartas Prop.

4.4 O Jogo da Estrada Proposicional

4.4.1 Informações Preliminares

Este jogo foi desenvolvido para que os alunos trabalhem o tema negação de proposições. O jogo da estrada (caminho) é um jogo muito conhecido e difundido entre as crianças. Trata a brincadeira, de uma pequena estrada dividida em retângulos com afirmações ou perguntas escritos em seu interior. Esta atividade é bem ampla, pode ser utilizada para o ensino de quaisquer disciplinas ou ainda sobre informações gerais. O jogo do caminho permite a interação entre um conjunto de alunos que participem da atividade, pois estes desenvolveram o percurso um ao lado do outro. Abaixo um exemplo de jogo do caminho utilizado no ensino de história.

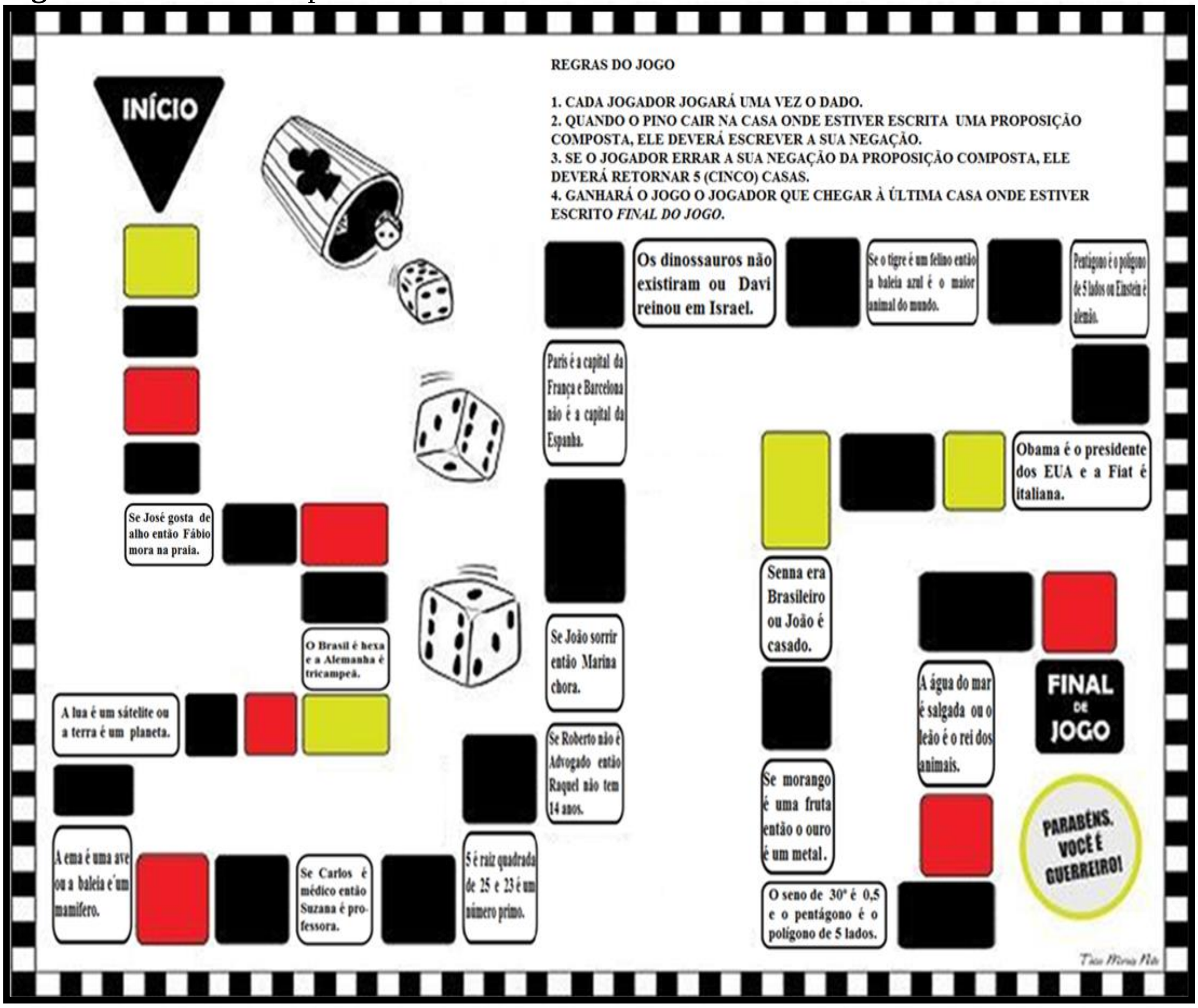
Figura. 20 Jogo do Caminho com o Tema História



Fonte: http://www.pcsja.org/t756p960-topico-geral

Para trabalhar a negação de proposições, o professor poderá criar uma estrada como a mostrada acima ou ainda utilizar a estrada (caminho) sugerida neste trabalho.

Figura. 21 Estrada Proposicional



O tabuleiro poderá ter ampliada a quantidade de casas com proposições ou também conter sentenças que não são proposições, com a intenção de se verificar se o participante vai reconhecê-la ou se vai tentar obter sua negação. Poderá ainda o professor colocar nas "casinhas" proposições formadas apenas por enunciados matemáticos objetivando o aprendizado de geometria, álgebra ou aritmética. Utilizar linguagem matemática ficará a critério do educador, pois este saberá o momento certo de aplicação em relação aos conhecimentos dos alunos em relação a negação de proposições.

4.4.2 Regras do Jogo

01. Cada aluno receberá um pino que será utilizado no percurso. O professor poderá se utilizar de quaisquer outros objetos para o percurso tais como carrinhos, pedrinhas, bonequinhos, etc;

02. Será dado a cada grupo um dado para ser utilizado no jogo;

03. Todos os jogadores colocaram seu pino (carrinho, bonequinho) na casa com o escrito *início* que será o ponto de largada da corrida;

04. Após um sorteio para escolha da ordem de lançamento do dado, cada jogador lançará o dado uma única vez, passando em seguida o dado ao próximo competidor;

05. Ao cair em uma casa como uma proposição escrita, o aluno deverá escrever a negação desta.

06. Acertando a negação, o aluno permanecerá no local onde está. No caso de erro da negação, o participante deverá retornar 5 (cinco) casas. Se ao retornar as 5 casas cair novamente numa casa com proposição, deverá escrever a sua negação.

07. Se ao retornar a contagem, o pino passar da primeira casa e ainda restar casas para retornar, o pino deverá ser posicionado na casa *início*.

08. Ganhará o jogo aquele que chegar a casa *final do jogo*.

O professor orientador poderá acrescentar, retirar ou ainda mudar todas as casas do tabuleiro para adequar o jogo a sua realidade. As regras acima são apenas uma orientação, podendo ser modificadas sem que o jogo perca a sua função primordial que é possibilitar ao aluno trabalhar o tema negação de proposições.

4.4.3 Considerações Sobre o Jogo

O jogo da estrada (caminho) é muito divertido, pois além de favorecer o ensino, permite a interação entre eles de uma maneira que um pode tirar “sarro” do outro quando este errar a negação e tiver que retornar as 5 (cinco) casas. Aconselha-se que esta atividade, se possível, seja realizada em um ambiente externo a sala de aula, para que os alunos não relacionem à atividade lúdica a um exercício comum da disciplina e com isso sintam-se desmotivados.

A realização do jogo se deu de uma maneira tranqüila e segura. Houve grande participação na atividade, pois o grande sucesso das atividades anteriores serviu de estimulo para o ingresso novamente dos alunos. A maneira de trabalhar o tema em questão, objetivo da atividade, foi eficaz, pois mostrou que os alunos assimilaram bem as regras de negação de proposição, utilizando-as corretamente durante todo o percurso.

4.4.4 Exemplos Colhidos em Sala

Abaixo vamos verificar algumas das respostas dos alunos que participaram da atividade. Colocaremos a “casinha” com sua respectiva proposição e a seguir a negação desta feita pelos alunos.

A ema é uma ave ou a baleia é um mamífero.

Figura. 22 Negação de uma Proposição Composta Disjuncional Feita por Aluno

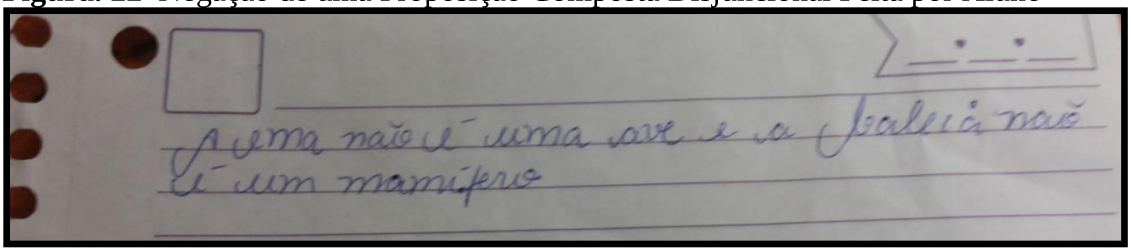
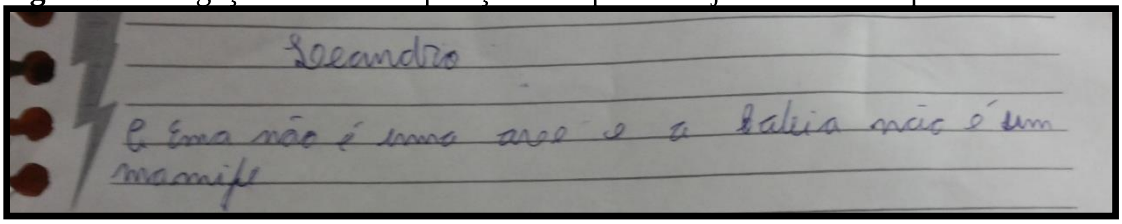


Figura. 23 Negação de uma Proposição Composta Disjuncional Feita por Aluno



Se João sorrir, então Marina chora.

Figura. 24 Negação de uma Proposição Composta Condicional Feita por Aluno

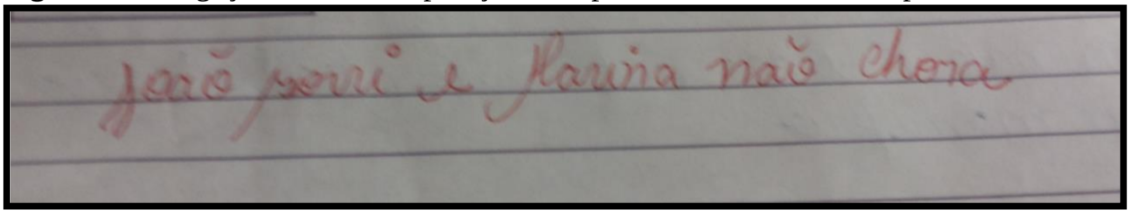
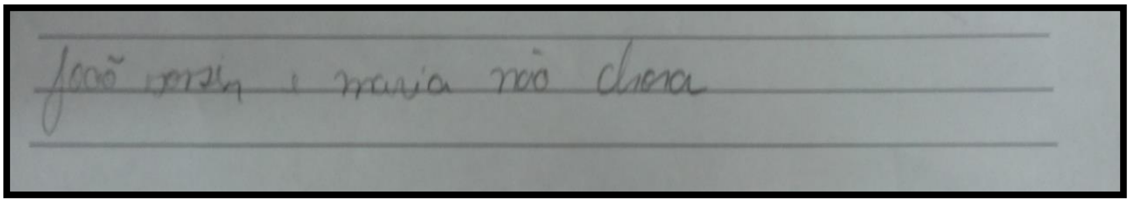


Figura. 25 Negação de uma Proposição Composta Condicional Feita por Aluno



As respostas acima foram retiradas das folhas de respostas que os alunos utilizaram durante a realização de cada partida.

4.4.5 Imagens do Dia da Atividade

A seguir mostraremos algumas imagens obtidas no dia da realização do jogo. Novamente se deu uma participação efetiva por parte dos alunos, que mostraram interesse em poder trabalhar ludicamente o tema estudado por eles em sala de aula.

Figura. 26 Alunos Durante o Jogo da Estrada

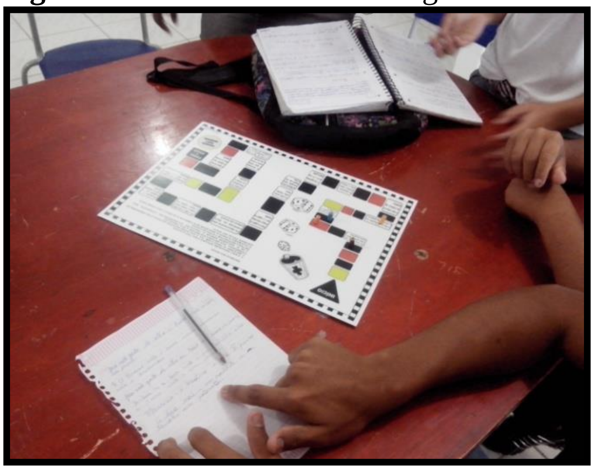


Figura. 27 Alunos Durante o Jogo da Estra.

Figura. 28 Alunos Durante o Jogo da Estrada

4.5 O Jogo da Memória

O jogo da memória foi criado no século IV na China. Era formado por um baralho de cartas ilustradas e duplicadas, e jogados com as regras conhecidas. O objetivo do jogo era encontrar os pares de carta com a mesma figura ou mesma inscrição, sendo declarado ganhador aquele que descobrisse o maior número de cartas iguais. Ao longo do tempo, esta brincadeira foi sendo utilizada em várias partes do mundo, tanto para o divertimento de crianças quanto para a utilização em jogos temáticos, pois esta atividade fortalece, no individuo envolvido na sua resolução, a capacidade visual e de memorização. Neste trabalho, o jogo será utilizado para abordar e relembrar nos alunos o tema negação de proposições.

A atividade será aplicada a duas pessoas ou duas duplas competidoras. Será elaborado um baralho de 20 cartas ou mais que possuem proposições compostas relacionadas a várias áreas do conhecimento conforme ao grau de escolaridade dos participantes. Para qualquer carta do baralho que possui uma proposição composta existe outra carta do mesmo baralho que possua a negação de tal proposição. Tais proposições chamaremos de **Proposições Opostas.** Os versos das cartas serão da mesma cor. Para a composição das proposições usaremos notações convencionadas com os alunos para uma leitura e memorização rápida. Alertaremos aos alunos com exemplos de que existem proposições compostas do baralho sem o conectivo lógico mostrado explicitamente. Um dos desafios do jogo será reconhecer tais proposições.

Exemplo:

- ✓ **Todo número natural ao quadrado é maior do que 1 se o número natural é maior que 1**, é equivalente à expressão **Se um número natural é maior que 1 <u>então</u> esse número natural ao quadrado é maior que 1**.

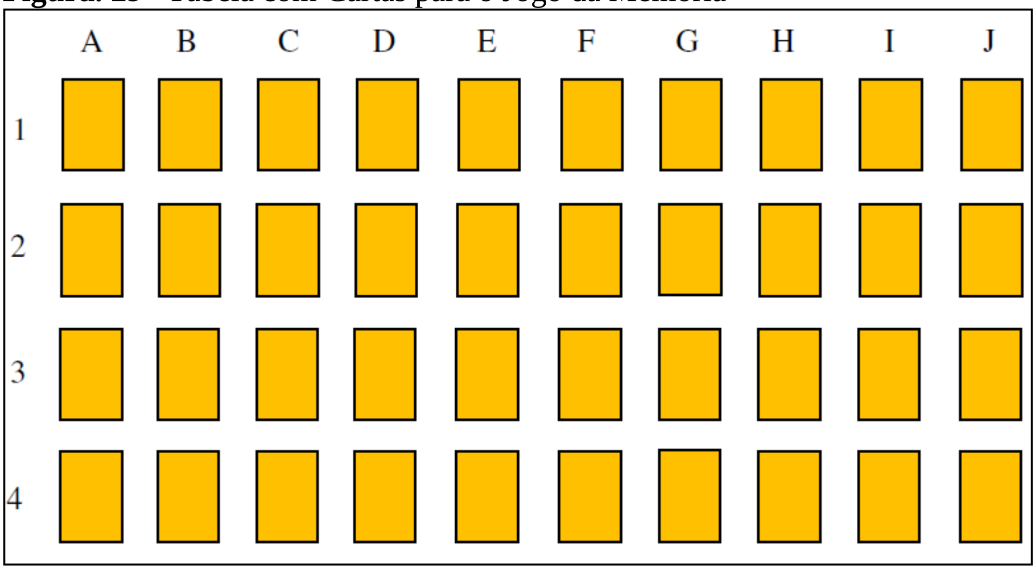
4.5.1 Regras do Jogo

1. As cartas estarão posicionadas formando uma matriz mostrando os versos da mesma cor.
2. Cada aluno poderá escolher duas cartas em cada tentativa, mostrando as duas proposições. No caso de que tal proposição seja extensa, o professor, que atua como árbitro, procederá à leitura dele em voz alta.
3. Se as proposições das cartas são **opostas** serão retiradas da matriz. Esse acerto valerá 1,0 ponto. Caso contrário, as cartas serão novamente colocadas na matriz mostrando o verso da mesma cor sem pontuação alguma.
4. Não é permitido anotações da localização de cada carta.
5. O jogo termina quando esvaziar a matriz imaginária de cartas. O grupo vencedor será quem a acumular maior pontuação.

4.5.2 Considerações Sobre o Jogo

A proposta do jogo envolve a construção de um quadro com várias cartas dispostas em forma de tabela (linha x colunas). A construção desta tabela poderá se dar tanto materialmente com a utilização de folhas, papelão, plástico dentre outros objetos que sejam de fácil aquisição ao professor orientador. Abaixo mostramos uma sugestão de tabela.

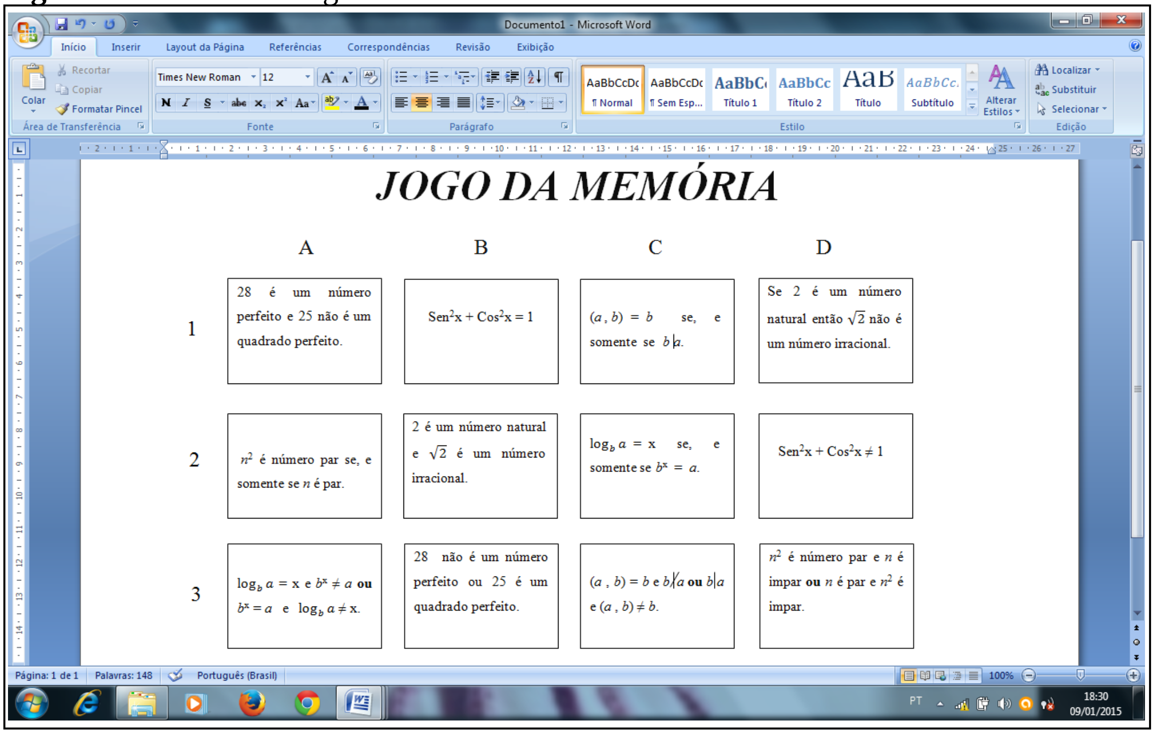
Figura. 29 Tabela com Cartas para o Jogo da Memória



Outra maneira de realizar o jogo da memória é através do uso do computador acoplado ao data-show. Utilizando-se dessa ferramenta, o professor poderá realizar a atividade individualmente, para um conjunto especifico de alunos ou ainda para toda a sala, numa única competição. Abaixo mostramos os passos para a construção da tabela de cartas utilizando o Word 2010.

1. Passo: Construir a tabela no Word.

Figura. 30 Tabela do Jogo de Memória Criada no Word.



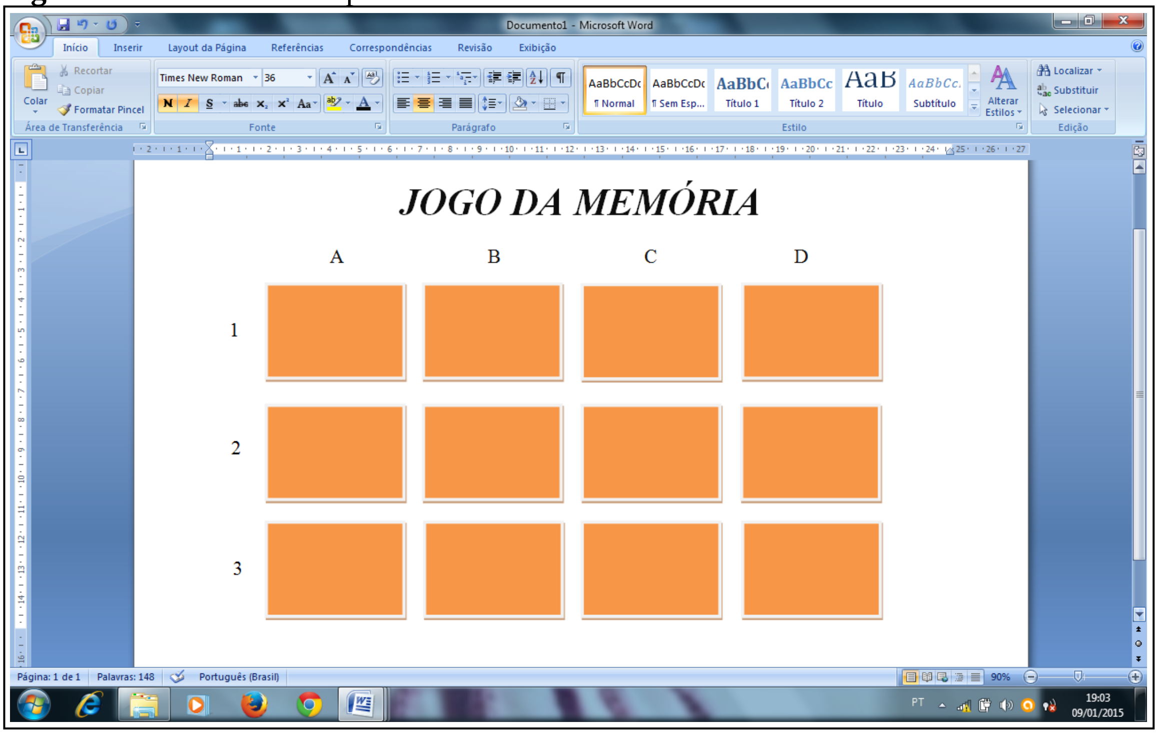
2. Passo: Cobre-se cada um dos retângulos com um outro retângulo colorido. Utilizar o menu *Inseri* depois clicar em *formas* e em seguida construir um retângulo.

3. Passo: Com o retângulo selecionado clicar em *Formatar* e escolher a cor desejada em *Estilo de Forma*.

Figura. 31 Retângulo Construído para Cobrir a Frente das Cartas

4. Passo: Cobrir Todas as Cartas com o Retângulo Colorido. Abaixo a imagem de uma tabela terminada.

Figura. 32 Tabela Pronta para ser Utilizada



Durante a partida, quando um aluno escolher uma carta o professor clicará nesta e em seguida apertará no botão *Del* localizado no canto superior direito do teclado. Esta operação deixará a carta exposta, ou seja, com a proposição visível.

Figura. 33 Tabela com uma Carta Selecionada

Após o aluno escolher a segunda carta, que também será exposta clicando nesta e apertando *Del*, havendo acerto as cartas ficaram expostas e o ponto será dado àquele que tiver acertado, no caso de erro, o professor deverá clicar duas vezes no botão  para que a imagem volte a forma anterior a escolha do aluno.

A modo de ilustração, vejamos um exemplo: o aluno extrai as seguintes cartas

7 é par e 2 divide 7.	7 é impar ou 2 não divide 7.

Houve um acerto, pois a negação da proposição da primeira carta é **7 é impar ou 2 não divide a 7**. Essa negação poderá se dar também da seguinte forma: **7 não é par ou 2 não divide 7**.

Os alunos participantes do jogo da memória deverão ao final serem capazes de construir, reconhecer e negar proposições simples e compostas. O jogo poderá ser aplicado antes de os alunos estudarem a negação ou ainda depois o que permitirá a construção dos conceitos de negação se utilizando dos exemplos propostos. O jogo da memória foi adaptado para se trabalhar especificamente na negação de proposições, mas poderá complementar os estudos de proposição em conjunto com o jogo caça palavras.

5. Considerações Finais

A motivação para a criação e aplicação dos jogos aqui descritos foi a observação, ao longo da nossa experiência em sala de aula e na convivência com outros professores de outras disciplinas, de que os alunos não conseguiam desenvolver um raciocínio lógico necessário para o entendimento de conceitos e fórmulas, tanto matemáticas quanto de outras matérias, ensinados durante o ensino fundamental e médio. Esse conhecimento prévio é fundamental para que o aluno seja capaz de observar, deduzir ou induzir, analisar e fazer uma conclusão correta sobre determinada situação-problema. Conforme Abar (2011), o aprendizado de lógica auxilia os estudantes no raciocínio, na compreensão de conceitos básicos, na verificação de formal de programas e melhor os prepara para o entendimento do conteúdo de tópicos mais avançados.

Nossa avaliação, diante deste quadro, é que o ensino de Lógica desde o ensino fundamental até o médio se faz necessário. Desta forma, elaboramos uma estratégia pedagógica para o ensino inicial do tema, especificamente lógica proposicional - **conectivos lógicos**, de forma a fortalecer e criar bases sólidas deste conhecimento nos alunos. Essa estratégia terá valor secundário, uma vez que complementará os conteúdos abordados em sala de aula, sendo necessário o conhecimento prévio do aluno para sua realização.

Assim, propomos neste trabalho um conjunto de 5 (cinco) atividades lúdicas a serem aplicadas nas turmas iniciais do ensino médio ou, de preferência, nas turmas finais do ensino fundamental. Esses jogos foram adaptados de outros jogos muito difundidos entre os educadores, e terá como propósito complementar o ensino de **conectivos lógicos** através da análise, construção e resolução de situações-problemas que exijam do participante raciocínio dedutivo lógico além de propiciar o debate e a interação entre professor-aluno quanto a formalização de conceitos proposicionais.

Os jogos sugeridos neste trabalho foram aplicados entre os alunos do 2º (segundo) ano do ensino médio da escola Jorge Khoury na cidade de Sobradinho-BA. O trabalho se deu em atividades extraclasse, ou seja, não foram aplicados durante as aulas normais de matemática, os alunos foram distribuídos em pares (jogo das cartas e da roleta), em grupos de quatro ou mais (jogo da estrada e memória) e individualmente (caça palavras lógico). Esta distribuição poderá ser modificada, pelo professor aplicador, para se adequar a outros critérios, situações ou características pessoais ou locais.

Os resultados esperados ao final do trabalho foram muito satisfatórios, pois mostraram a assimilação do conteúdo por parte dos alunos, capacidade de pensamento lógico aguçado e um senso dedutivo excelente. Esses resultados basicamente se distribuíram entre a capacidade de reconhecer, construir, atribuir valor-verdade e negar proposições simples e compostas. Todas essas qualidades formavam em si o objetivo primaz deste trabalho, fazem parte dos objetivos deste e foram alcançados após a realização de cada um dos jogos. Para verificar se os objetivos foram alcançados, o professor poderá aplicar um novo teste e compará-lo com o teste diagnóstico.

Diante do que aqui foi exposto, destacamos que a finalidade desta estratégia pedagógica aqui sugerida é colaborar com a melhoria do ensino dos conceitos de lógica proposicional, especificamente **conectivos lógicos**, oportunizando ao aluno a capacidade de desenvolver seu raciocínio lógico-dedutivo, a capacidade de dar solução adequada a situações-problemas que exijam a análise lógica e interpretar informações de maneira correta. Portanto, este trabalho poderá contribuir para a formação de alunos capazes de questionar o espaço em que vivem, de analisar as situações correntes do dia-a-dia que de alguma forma envolvam o pensamento lógico e ainda colaborar com os professores que pretendam ensinar, primando pela qualidade do processo de ensino e aprendizagem, o conteúdo de Lógica.

Como outras sugestões para pesquisas futuras, seria interessante a realização de um estudo comparativo de resultados obtidos no estudo do tema. Esse estudo se daria entre turmas do mesmo ano do ensino fundamental ou médio com a distribuição didática diferente, ou seja, em uma turma seria aplicada esta proposta pedagógica e na outra seria aplicado apenas o conteúdo de forma teórica com aplicação de exercícios escritos. Outra proposta consiste em trabalhar **conectivos lógicos** utilizando o diagrama de Venn, já que em muitos livros este tema aparece como uma das maneiras de se representar graficamente proposições lógicas. Essa integração poderá contribuir para o enriquecimento do estudo do tema e para o processo de aprendizagem do aluno.

As reflexões que surgem a partir da realização deste trabalho permitem a criação de possibilidades para investigações futuras que também poderão contribuir para o aprimoramento dos processos de ensino-aprendizagem dos conceitos de lógica proposicional – **conectivos lógicos** no ensino fundamental ou médio.

6. Referências Bibliográficas

ABAR, Celina A. A.P. **Noções de Lógica Matemática**. Disponível em: < http://www4.pucsp.br/~logica/> Acesso em: 22 de Novembro 2102.

ABE, J. M.; SCALZITTI, A.; SILVA FILHO, J. I. da. **Introdução à Lógica para Ciência da Computação**. 1ª ed. São Paulo: Arte & Ciência, 2001.

ALENCAR FILHO, Edgard de. **Iniciação à Lógica Matemática**. 1ª ed. São Paulo: Nobel, 2002.

BIANCHI, Cezira. **A lógica no Desenvolvimento da Competência Argumentativa**. 206p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, UNESP, São Paulo, 2007.

BORIN, Julia. **Jogos e Resolução de Problemas: Uma Estratégia para as aulas de Matemática**. 6ª ed. São Paulo: IME-USP, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Jogos na Alfabetização Matemática. Brasília: MEC, 2014.

CHAVES, E. F. de Souza. **O Lúdico e a Matemática**. 2009. 51 f. Monografia apresentada ao curso de Graduação da Faculdade Pedro II para Obtenção do Titulo de Licenciada em Matemática. Disponível em: < http://www.fape2.edu.br/mono_3.pdf > Acesso em: 25 de Novembro de 2014.

COPI, Irving M. **Introdução à Lógica**. 2ª ed. São Paulo: Mestre Jou, 1978.

DAGHLIAN, Jacob. **Lógica e Álgebra de Boole**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

IEZZI, G. ; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar**. 3ª ed. São Paulo: Atual, 1977.

MORTARI, Cezar A. **Introdução à Lógica**. 1ª ed. São Paulo: Unesp, 2001.

NOLT, J. ; ROHATYN, D. **Lógica**. 1ª ed. São Paulo: McGraw-Hill e Markron Books, 1991.

PINHO, Antonio A. **Introdução à Lógica Matemática**. Disponível em: <ftp://ftp.ifes.edu.br/cursos/Matematica/Oscar/introdução_logica/Apostila%20de%20Logica.pdf > Acesso em: 22 de Novembro 2014.

RIBEIRO, Alessandro P. **Mapeamento de Dissertações, Teses e Artigos sobre Lógica Matemática e Raciocínio Lógico Produzidos no Brasil de 2003 à 2013**. In: Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul, 19, Santa Maria-RS, 2013.

SALMON, Wesley C. **Lógica**. 4ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

SILVA, J. L. S. et al. Matemática Lúdica: Ensino Fundamental e Médio. **Educação em Foco** - UNIFIA, Disponível em: < http://unifia.edu.br/revista_eletronica/revistas/educacao_foco/artigos/ano2013/matemática_ludica.pdf >. Acesso em: 23 de Novembro de 2014.

SOARES, Flávia. **A Lógica em Sala de Aula: Atividades para o Ensino fundamental e Médio**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, Curitiba-PR, 2013.

SOUZA, Bruno de Oliveira. **Ensinando Matemática com Jogos**. 148p. Tese (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense, UENF, Rio de Janeiro, 2013.