



Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências

Instituto de Matemática e Estatística

Rosenberg Coutinho Ramos

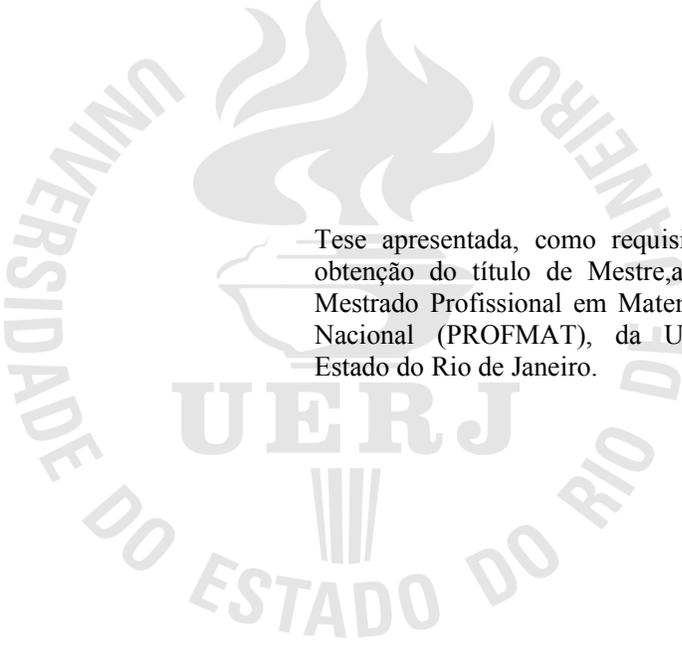
Ensino da matemática através de um problema ambiental

Rio de Janeiro

2015

Rosenberg Coutinho Ramos

Ensino da matemática através de um problema ambiental



Tese apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Orientador: Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa

Coorientador: Prof.^a Dra. Rose Mary Latini

Rio de Janeiro

2015

CATALOGAÇÃO NA FONTE
UERJ / REDE SIRIUS / BIBLIOTECA CTC-A

R175 Ramos, Rosenberg Coutinho.
Ensino da matemática, através de um problema ambiental / Rosenberg
Coutinho Ramos. - 2015
62f. : il.

Orientador: Augusto César de Castro Barbosa.

Coorientadora: Rose Mary Latini.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional –
PROFMAT) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de
Matemática e Estatística.

1. Funções(Ensino médio) - Petrópolis(RJ) - Teses. 2. Funções - Estudo e
ensino - Teses. 3. Chuvas - Aspectos ambientais - Petrópolis(RJ) - Teses. I.
Barbosa, Augusto César de Castro. II. Latini, Rose Mary. III. Universidade do
Estado do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática e Estatística. III. Título.

CDU 51(815.3)

Autorizo para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta dissertação,
desde que citada a fonte.

Assinatura

Rosenberg Coutinho Ramos

Data

Ensino da matemática através de um problema ambiental

Dissertação apresentada, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre, ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Aprovada em 15 de abril de 2015.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Augusto César de Castro Barbosa
Instituto de Matemática e Estatística - UERJ

Prof.^a Dra Rose Mary Latini
Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Carlos Antônio de Moura

Prof. Dr. Marcus Vinicius Tovar Costa

Rio de Janeiro

2015

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa Luciana e meus filhos Gabriel e Rafael, sem os quais não teria forças para ir além.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus primeiramente pois só Ele nos dá força e vontade quando tudo nos parece impossível.

Agradeço à minha esposa Luciana por me fazer acreditar nos meus sonhos e a seguir em frente nos momentos mais desanimadores. Obrigado meu amor.

Agradeço aos meus filhos Gabriel e Rafael, por compreenderem os momentos ausentes sem nunca reclamarem. Papai ama vocês.

Agradeço a minha querida mãe, e ao meu querido pai(in memoriam), pela educação que foi me dada e tudo que fizeram por mim, mesmo com muitos sacrifícios.

Agradeço ao meu irmão Péricles pela ajuda dispensada sem nunca se cansar, sempre disponível.

Agradeço as minhas irmãs Rita, Rosilene, Rosemary e Rosane sempre me incentivando.

Aos meus cunhados e sobrinhos por sempre me apoiarem.

Ao professor Augusto César de Castro Barbosa, pela paciência e tempo dispensado para me orientar e me ajudar nesta jornada.

A professora Rose Latini, pelas dicas e orientações.

Aos colegas e professores do PROFMAT.

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou sua construção.

Paulo Freire

RESUMO

RAMOS, R. C. Ensino da matemática através de um problema ambiental. 2015. 62f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

Há algum tempo, os efeitos das chuvas têm um papel transformador na vida dos moradores da Região Serrana, em particular, na cidade de Petrópolis. É neste cenário que o presente trabalho tem por objetivo, inserir as questões ambientais como tema gerador, de modo a trabalhar os conceitos matemáticos, através do conteúdo de funções afim e quadrática, a partir de situações observadas e vivenciadas pelos alunos, na questão dos impactos das chuvas na região serrana. Também foi realizado um debate em torno do assunto, a partir da percepção que os alunos têm do local que residem e a comunidade como um todo. O cenário da pesquisa foi uma escola pública de ensino médio técnico do Estado do Rio de Janeiro, junto à turma do 3º ano de Tecnologia da Informação (T.I). Para que houvesse uma maior compreensão e melhor interpretação das situações-problema, foi feita uma breve trajetória sobre Ensino de Funções, além da discussão sobre os efeitos das chuvas, com uma concepção crítica da temática ambiental. O procedimento metodológico adotado envolveu pesquisas realizadas pelos alunos, como tema para o debate, bem como sugestões e soluções para os problemas propostos, configurando assim a pesquisa como Observação Participante. Após a aplicação das atividades, envolvendo as situações-problema e o debate, ficou bem nítido que através da metodologia adotada, houve uma melhora significativa por parte dos alunos, no que diz respeito à compreensão do conteúdo abordado e da visão crítica ambiental, baseada na observação dos aspectos culturais, econômicos e sociais do seu entorno.

Palavras-chave: Chuvas. Ensino de Funções. Temática ambiental.

ABSTRACT

RAMOS, R. C. Teaching of Mathematics through an Environmental Problem. 2015. 62 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Estadual do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

For some time, the effects of rain have a transformative role in the lives of residents in the mountainous region, in particular in the city of Petropolis. In this scenario, this study aims to put environmental issues as the theme generator in order to work out the mathematical concepts through the content of related and quadratic functions from situations experienced and observed by the students on the issue of the impacts of rainfall in the mountain region. In addition, there was a debate around the subject from the perception that students have of where they live and the community as a whole. The research scenario was a public school in technical high school of the State of Rio de Janeiro, with the class of third year of Information Technology (IT). For a better understanding and interpretation of the problem-situations, a brief history on Functions Education was made in addition to the discussion on the effects of rain, with a critical view of environmental issues. The methodological procedure used includes research conducted by students as the subject of debate, as well as suggestions and solutions to the problems posed thus creating the research as Participant Observation. After application of the activities involving the problem-situations and the debate, it was very clear that through the methodology adopted, there was a significant improvement from the students, with regard to the understanding of the content addressed and environmental critical view, based on observation of cultural, economic and social aspects of their environment.

Keywords: Rainfall. Functions of Education. Environmental theme.

LISTA DE ILUSTRAÇÃO

Comentário: Fazer revisão da paginação.

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Fotografia de Plimpton 32..... | 24 |
| Figura 2 - Representação Geométrica de Oresme..... | 25 |
| Figura 3 - Dados pluviométricos de janeiro de 2013..... | 47 |
| Figura 4 - Dados pluviométricos de fevereiro de 2013..... | 48 |
| Figura 5 - Dados pluviométricos de março de 2013..... | 49 |
| Quadro 1- Função na linha histórica..... | 28 |

LISTA DE GRÁFICOS

Comentário: Fazer revisão da paginação.

| | |
|--------------------------------------|----|
| Gráfico 1 - Situação-Problema 1..... | 51 |
| Gráfico 2 - Situação-Problema 2..... | 53 |
| Gráfico 3 - Situação-Problema 3..... | 56 |
| Gráfico 4 - Situação-Problema 4..... | 57 |

SUMÁRIO

Comentário: Fazer revisão da paginação.

| | | |
|-------|--|----|
| | INTRODUÇÃO | 12 |
| 1 | ENSINO DA MATEMÁTICA | 15 |
| 1.1 | Ensino de funções | 18 |
| 1.2 | Revisão do ensino de funções | 21 |
| 1.3 | A função na linha histórica | 23 |
| 1.3.1 | <u>Antiguidade</u> | 23 |
| 1.3.2 | <u>Idade Média</u> | 25 |
| 1.3.3 | <u>Idade Moderna</u> | 26 |
| 1.3.4 | <u>Século XX</u> | 27 |
| 2 | TEMÁTICA AMBIENTAL E ENSINO DA MATEMÁTICA | 29 |
| 2.1 | Educação ambiental | 30 |
| 2.1.1 | <u>Consciência ambiental</u> | 33 |
| 2.1.2 | <u>Transversalidade e interdisciplinaridade</u> | 34 |
| 2.1.3 | <u>Contextualização</u> | 35 |
| 2.1.4 | <u>Participação</u> | 35 |
| 3 | RELATO DA EXPERIÊNCIA | 37 |
| 3.1 | Caracterização da escola | 38 |
| 3.2 | Relato | 39 |
| 3.2.1 | <u>Atividade 1: Pesquisa seguida de debate</u> | 40 |
| 3.2.2 | <u>Atividade 2: Situações-problema</u> | 46 |
| | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 58 |
| | REFERÊNCIAS | 60 |

INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, percebemos como as chuvas na Região Serrana, particularmente na cidade de Petrópolis, têm uma significativa participação no cotidiano dos cidadãos, seja em seu benefício, seja como catástrofes anunciadas no período de verão. O impacto das chuvas em suas vidas e no seu entorno serviu de tema gerador para o desenvolvimento do presente trabalho, utilizando a temática ambiental chuvas como motivação e transversalização para uma abordagem participativa do educando a fim de contextualizar ensino da matemática e promover um debate acerca do tema gerador, garantindo não só o aprendizado do conteúdo por parte do aluno, como também fazendo-o construir um pensamento crítico acerca das transformações necessárias para uma melhor relação com o Meio Ambiente

Nestes últimos três séculos ocorreu um grande desenvolvimento das ciências e suas tecnologias. Em contra partida, esse desenvolvimento que veio através de um processo industrial de larga escala e num ritmo extremamente acelerado, fez crescer as cidades e suas populações de modo desordenado e em terrenos de pouca ou nenhuma estrutura, aumentando significativamente o risco de desabamentos e quedas de barreiras no período de maiores índices pluviométricos, além de gerar grandes resíduos e alterar ao longo dos anos o clima destas regiões.

Em decorrência dessas ações na natureza, passamos a enfrentar problemas de equilíbrio na vida no nosso planeta, sofrendo as consequências - muitas vezes quase irreversíveis.

Vivemos então uma crise entre sociedade “desenvolvida” e meio ambiente, ou seja, uma crise socioambiental.

Segundo Brügger, “A crise ambiental é, portanto, muito mais a crise de uma sociedade do que uma crise de gerenciamento da natureza” (1994, p.27).

Diante deste cenário, uma possível solução passa pela educação, para que haja uma mudança de comportamento e atitude . Portanto a educação ambiental vem como um caminho para que a população influenciada pela comunidade estudantil possa disseminar valores sociais e ambientais, para que esta relação sociedade/ meio-ambiente seja mais equilibrada, formando cidadãos conscientes e capazes de pensar em um planeta com o ambiente mais equilibrado e saudável.

A questão ambiental vem sendo considerada como cada vez mais urgente e importante para a sociedade, pois o futuro da humanidade depende da relação estabelecida entre a natureza e o uso pelo homem dos recursos naturais disponíveis. (PCN’S)

O tema meio ambiente não é apenas uma inquietação, mas um problema, visto que não há uma formação nem informação do assunto por grande parte dos docentes. Dessa forma, existe uma grande dificuldade em aplicar esta temática, nas diversas áreas do saber, sobretudo na área das ciências exatas, e neste último caso, a matemática.

Percebemos que outro problema é quanto à implementação da lei, haja vista que a Política Nacional de Educação Ambiental prevê a inserção de educação ambiental na formação dos educadores em todos os níveis.

No caso da Matemática, os desafios são de certa forma ainda maiores, pois se observa uma dificuldade em inserir temas da questão ambiental em uma ciência exata e, muitas vezes, abstrata e de certa forma tendo sua aplicabilidade questionada pelo aluno. Um outro problema é necessidade de se cumprir os conteúdos muitas vezes extensos e cansativos para alunos e professores.

Contudo, a prática como professor de Matemática, do ensino médio, tem demonstrado que, mesmo com a possibilidade de contextualização e transversalização de determinados temas geradores, ainda podemos perceber as dificuldades enfrentadas pelos educandos, quanto ao aprendizado da Matemática.

Desta maneira, o objetivo deste trabalho é inserir as questões ambientais como tema gerador, de modo a trabalhar os conceitos matemáticos, através do conteúdo de funções afim e quadrática, a partir de situações observadas e vivenciadas pelos alunos, na questão dos impactos das chuvas na região serrana.

A pesquisa foi realizada junto a alunos do 3º ano do ensino médio técnico concomitante da rede estadual de ensino do Estado do Rio de Janeiro, na cidade de Petrópolis, situada no bairro Quitandinha, onde o autor ministra aulas há três anos da disciplina de Matemática.

No capítulo 1, iremos tratar do ensino da Matemática com um olhar sobre as dificuldades encontradas pelos educandos no seu aprendizado, discriminando os fatores que influenciam no processo de ensino-aprendizagem desta disciplina. Ainda neste capítulo, faremos uma abordagem sobre função, que será o conteúdo utilizado na confecção das situações-problema, contextualizado com o tema gerador chuvas. Portanto, foi feita uma revisão sobre o ensino de função, bem como sua definição e evolução histórica.

No capítulo 2, será feita uma abordagem sobre a temática ambiental, confrontada com o ensino da Matemática, destacando a importância de usar um tema ambiental para ser transversalizado e contextualizado para a inserção de determinados conteúdos matemáticos.

Também será tratada a educação ambiental, fazendo um levantamento sobre a sua evolução histórica e destacando os pressupostos necessários no desenvolvimento do presente trabalho.

No capítulo 3, falaremos sobre a metodologia utilizada no desenvolvimento do debate e na confecção e resolução de situações-problema.

Em considerações finais, faremos uma análise da aplicação do presente trabalho, fazendo uma avaliação dos benefícios obtidos, quando da inserção do tema gerador chuvas ao ensino da matemática.

1 ENSINO DA MATEMÁTICA

A Matemática sempre se destacou no currículo escolar devido, principalmente, a sua aplicabilidade a diversas áreas do conhecimento, seja no campo das ciências exatas, seja no campo das humanas, e também sua presença no cotidiano, além de influenciar as capacidades intelectuais, através do raciocínio lógico-matemático.

Porém, parece que esta não é, em geral, a visão dos alunos em relação à Matemática, tendo em vista o baixo rendimento nesta disciplina em todos os níveis.

Por outro lado, cresceu a pesquisa, assim como o número de trabalhos publicados, que visam modificar esta realidade, fazendo surgir várias propostas pedagógicas que vão de encontro ao ensino tradicional, no qual se valoriza prioritariamente a transmissão do saber, fazendo do educando um espectador do processo ensino-aprendizagem.

O construtivismo iniciado pelas teorias de aprendizagem de Piaget e a tendência de interação social baseada nas teorias de Vigotsky vem reforçar a ideia que a aprendizagem do aluno passa pelo processo de construção do conhecimento, pela interação social.

Nos últimos anos, foram feitos alguns ajustes e reformulações curriculares e também se passou a debater o processo pelo qual o aluno aprende, procurando formas de comunicação e aspectos psicológicos que passam a desempenhar um papel muito importante nas metodologias de ensino e que tem como objetivo o aprendizado dos conceitos matemáticos. Sendo assim, percebemos que alguns fatores influenciam um processo ensino-aprendizagem da disciplina matemática, levando a destacar alguns aspectos quando da ação de uma proposta pedagógica, dos quais iremos destacar:

- **Contextualização do saber.**

Contextualizar nem sempre é uma tarefa simples: apropriar-se de um determinado conteúdo matemático e relacioná-lo com um tema transversalizado, requer tempo e habilidade para conduzir tal processo.

Há de se tomar cuidado com a ideia de que um texto sobre um determinado assunto possa servir como tema gerador para o desenvolvimento de um conteúdo matemático. Com frequência, este tipo de estratégia apenas servir de “fachada”, e o que se tem de fato é mais um exercício de matemática como tantos outros.

O professor de matemática, muitas vezes, ao abordar determinados conteúdos, tende a ser generalista, retirando as condições contextuais e, no entanto, segundo Pais (2002), diz que:

“Deve recontextualizar o conteúdo tentando relacioná-lo a uma situação que seja mais compreensível para o aluno”.(Pais,2002, p.32)

Quando o educando é estimulado a participar ativamente do processo, ele se apropria dos saberes matemáticos com maior desenvoltura e menos dúvidas, fato este que deve ser buscado, procurando situações que privilegiem os conceitos matemáticos contextualizados com situações do seu cotidiano.

Outro fato relevante é que o educando durante o processo de aprendizagem ao fazer uso da contextualização do problema será levado a ter uma linha própria de raciocínio lógico, podendo utilizá-lo em outras situações problemas, que não necessariamente seja na disciplina de matemática.

- **Construção dos conceitos.**

Para que o educando venha a dominar um determinado conteúdo durante o processo de contextualização, é necessário que certos conceitos estejam bem alicerçados para que ao fazer aplicação do conteúdo na situação-problema, não venha cometer equívocos, e assim interromper o processo, provocando no aluno o sentimento da falta de êxito na realização da atividade.

Segundo Vigotsky, o aprendizado é à base do desenvolvimento intelectual do indivíduo, portanto quando trocamos experiências, raciocinamos e pensamos, temos a possibilidade de construir conceitos, desenvolvendo a nossa capacidade cognitiva.

Segundo Vigotsky (2001), há uma diferença entre o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e os conceitos científicos. Segundo o autor, conceitos espontâneos são conceitos adquiridos de maneira informal, quando o indivíduo interage socialmente em seu cotidiano, enquanto que os conceitos científicos são aqueles adquiridos de uma maneira sistemática e proposital, durante o processo de aprendizagem no ambiente escolar.

Os conceitos científicos, com seu sistema hierárquico de inter-relações, parecem ser o meio em que primeiro se desenvolvem a consciência e o domínio do objeto, sendo mais tarde transferidos para outros conceitos e outras áreas do pensamento. (Vigotsky, 2001, p.92).

Sabemos que o desenvolvimento do educando depende do seu aprendizado, que por sua vez está conectado com as ligações interpessoais, portanto, a linguagem e a metodologia utilizada são de extrema importância, para que o mesmo possa adquirir o conhecimento desejado.

O ensino da matemática da maneira tradicional tem uma predisposição a ter como prioridade a memorização, o excesso de fórmulas, regras e demonstrações de teoremas. Esta prática não contribui da forma desejada para o desenvolvimento do educando, pois baseia-se na repetição e modelos pré estabelecidos, segundo Pais(2002).

Devemos valorizar o conhecimento espontâneo, associado ao conhecimento científico, através dos conceitos e fazer com que o aluno venha a contextualizar o problema, a partir do seu conhecimento.

Se por um lado valorizamos a construção do conhecimento para a aquisição do conceito e, posteriormente, sua contextualização Pais (2002), chama a atenção a forma superficial, formal e simplificada que são apresentados os conteúdos nos livros didáticos.

Portanto, devemos valorizar a obtenção e construção do conhecimento por parte do educando, permitindo que o mesmo venha a fazer indagações, inferências e observações sobre o objeto de estudo.

- **Resolução de problemas.**

No ensino da matemática, tradicionalmente, a resolução de problemas é o momento mais aguardado após a exposição dos conteúdos, visto que muitos associam o sucesso do indivíduo na matemática ao nível do seu raciocínio lógico, portanto, é natural supor que o aluno que tem essa capacidade mais aguçada esteja mais apto para assimilar e resolver problemas matemáticos.

Portanto, quando se propõe a resolução de problemas para uma abordagem de conceitos matemáticos, há uma intenção de auxiliar no desenvolvimento cognitivo do educando.

[...] quando um aluno ou qualquer pessoa enfrenta uma tarefa do tipo que denominamos problema, precisa colocar em ação uma ampla série de habilidades e conhecimentos". (Pozo,1998,p.19).

A prática do ensino através da resolução de problemas vem sendo utilizada desde a década de sessenta e até hoje é bastante difundida no ensino básico em todos os níveis, comprovando a sua importância no processo de ensino-aprendizagem.

Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. À medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente.(Onuchic,1999, p.208).

Percebe-se na citação anterior, inter-relação entre saber matemático e aptidão para resolver problemas. Nesta mesma linha, os parâmetros curriculares nacionais do ensino médio (BRASIL, 2000) recomendam que a resolução de problemas sirva de ponto inicial das práticas docentes, junto ao saber contextualizado.

"[...] conceitos e habilidades matemáticas são aprendidos no contexto de resolução de problemas. O desenvolvimento de processos de pensamento de alto nível deve ser promovido através de experiências em resolução de problemas, e o trabalho de ensino de matemática deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada em resolução de problemas"(Onuchic,1999,p.207-208).

Observa-se nas palavras da autora que a resolução de problemas não é objetivo único, mas também fazer com que o educando participe de todo o processo de construção e obtenção de conceitos matemáticos, levando o mesmo a aprender matemática para se obter sua solução.

1.1 Ensino de funções

Dentre os conteúdos abordados pela Matemática, função é considerada um dos assuntos mais importantes do ensino médio, e que possui características simples aplicadas às mais diversas situações como, por exemplo, um problema envolvendo sequência numérica.

Na verdade, o estudo individualizado das funções é mais contemporâneo. Ponte (1990, 1992) cita o início da ampliação e o desenvolvimento deste conceito no decorrer da História da Matemática e seu aparecimento como ferramenta indispensável para o entendimento de determinados fenômenos naturais.

Contudo, o ensino deste conteúdo no ensino médio brasileiro ainda se faz de maneira tradicional em sua maioria e, muitas vezes, são especificadas e comandadas pelos livros didáticos.

Os assuntos abordados no estudo das funções são vistos de maneira autônoma, sem fazer conexão com assuntos pertinentes a outras disciplinas e, muitas vezes, à própria Matemática. No estudo da função afim e da função quadrática, o professor pode e deve fazer uma comparação com o estudo dos movimentos na Física, que está cronologicamente

igualada ao conteúdo da Matemática. Outro exemplo é o estudo das Progressões Aritmética e Geométrica, sem qualquer menção aos conteúdos da Função Afim e da Função Exponencial, respectivamente.

Ultimamente, porém, a disposição e cronologia destes conteúdos, têm sido questionadas por vários educadores da área. Os Parâmetros Curriculares Brasileiros (Brasil, 2002, 2006) apontam esta inquietação e fazem pareceres no tratamento e desenvolvimento deste conteúdo, sugerindo uma reunião de temas que permitem o desenvolvimento de competências¹, com importância cultural e científica e concatenação lógica dos conteúdos e idéias, que serão desenvolvidos nas três séries do ensino médio. Então, sugerem a seguinte divisão dos conteúdos Matemáticos:

- 1- Álgebra: números e funções
- 2- Geometria e medidas
- 3- Análises de dados

1 - Segundo os PCN+ (Brasil 2002), competências são qualificações humanas amplas e múltiplas e que devem articular conhecimentos, disciplinares ou não. Algumas competências são destacadas: informar e informar-se, comunicar-se, expressar-se, argumentar logicamente, aceitar ou rejeitar argumentos, manifestar preferências, apontar contradições, fazer uso adequado de diferentes nomenclaturas, códigos e meios de comunicação.

A primeira privilegia o conceito de estudo das Funções e relaciona-se com a álgebra, atentando-se para uma abordagem de propriedades, análises gráficas e aplicações, ao contrário de um enfoque tradicionalista, baseado em linguagem muito formal, excesso de fórmulas e métodos prontos.

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (Brasil 2006, p.121)

Do ponto de vista da educação matemática, pensando em aplicações, funções podem ser entendidas como uma forma de relacionar grandezas que variam. Portanto, dentro deste pensamento, uma variável representa um elemento do domínio da função e outra um elemento do contradomínio, estabelecendo assim a idéia de variável dependente e variável independente.

Do ponto de vista da educação matemática, há várias abordagens feitas pelos educadores, e dentre elas podemos destacar:

- resolução de equações algébricas, em que as incógnitas são variáveis de uma função;
- noções de função como relação de dependência entre grandezas numa situação contextualizada, sendo escrita algebricamente e graficamente.

Nos livros didáticos, a noção de função, é apresentada como uma relação entre grandezas vejamos:

Dados dois conjuntos A e B, não vazios, uma relação f de A em B recebe o nome de aplicação de A em B ou função definida em A com imagens em B

se, e somente se, para todo $x \in A$ existe um só $y \in B$ tal que $(x,y) \in f$. (IEZZI,

2004, p.81)

Dados dois conjuntos não vazios A e B, uma função de A em B é uma regra

que indica como associar cada elemento $x \in A$, a um único elemento $y \in B$.

(DANTE, 2007, p.59)

1.2 Revisão do ensino de funções

O presente trabalho tem no estudo de função seu principal agente, para o desenvolvimento das atividades contextualizadas e, dada a importância do ensino de funções na educação básica, nos deparamos com pesquisas e estudos no intuito de compreender quais são os pontos que determinam o fracasso ou o sucesso no seu processo de ensino-aprendizagem. Em sua pesquisa, Zuffi e Pacca (2000), descrevem duas maneiras de abordar o significado de conceito de função. A primeira é feita de maneira formal, onde o conceito de função é colocado como uma relação entre conjuntos, enquanto que a segunda está ligada a ideia de correspondência entre variáveis.

Ao fazermos uma breve revisão teórica do ensino de funções, nos deparamos com pesquisas que identificam dificuldades em lidar com funções, tanto pelos discentes, quanto pelos docentes.

Segundo Zuffi e Pacca(2000) existem dois modos de abordar a significação deste conceito: a primeira usa o formalismo do conceito de função, estabelecido pela relação entre dois conjuntos e a segunda é relacionada à correspondência entre variáveis.

Segundo Brito e Almeida (2005), para que o educando tenha um melhor entendimento do conceito de função, é necessário usar tanto o conceito intuitivo, de modo contextualizado, como o conceito formal.

Ao fazermos o estudo de funções, podemos representá-la, através da relação entre dois conjuntos, usar tabelas, utilizar gráficos, diagramas de flechas ou representá-la verbalmente, e é neste cenário que Sierpinska (1992 apud TRINDADE e MORETTI, 2000) diz que os professores devem proporcionar o contato dos alunos com estas várias formas de representações.

De acordo com Trindade e Moretti (2000), além de proporcionar o contato com as várias formas de representações, o professor deve explorar a representação verbal.

Os alunos devem ser estimulados a descreverem em linguagem corrente a lei que rege um fenômeno e a apresentarem argumentos que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, para então representá-la em linguagem algébrica ou geométrica. [...] A utilização da linguagem oral e escrita auxilia o aluno a organizar o próprio raciocínio, a fazer a passagem de uma forma de representação para a outra e explicitação das noções de variável, dependência, regularidade e generalizações. (TRINDADE e MORETTI, 2000, p. 43-44).

Segundo os autores, é de grande importância, a exploração da representação gráfica na abordagem do conceito de função, visto que determinados aspectos, podem ser melhor explorados. Em sala de aula, é muito comum o educando, partindo de uma representação algébrica, confeccionar uma tabela com pares ordenados e, a partir daí, construir o gráfico, porém, o sentido contrário é pouco usado. Não podemos deixar de ressaltar a importância das tabelas, pois as mesmas propiciam ao educando estabelecer uma relação entre variáveis, fazendo com que o aluno venha a investigar sobre seu comportamento e sua representação gráfica.

Com o propósito de fazer com que o aluno alcance a aprendizagem do conceito de função, em seus vários níveis, surgiram algumas propostas metodológicas, que elencamos a seguir.

- Modelagem matemática

Nesta proposta, a partir de uma situação-problema, as atividades são formadas por um conjunto de ações, com a participação dos alunos que ficam envolvidos durante todo o processo. Brito e Almeida (2005) relatam que numa pesquisa feita com alunos do ensino médio, utilizando a modelagem matemática, perceberam que os alunos compreenderam a matemática como uma ferramenta e construíram o conceito de função, percebendo as relações entre as variáveis, e que este conceito, ia além de um conjunto com pares ordenados.

- Resolução de problemas

Neste caso, o educando tem uma maior liberdade para buscar de forma individual, idéias, maneiras e estratégias para obter a solução mais adequada.

Ao realizar uma pesquisa com alunos, Cândido (2000) observa que este método fez com que os alunos pensassem sobre funções, utilizando seus conhecimentos espontâneos, e isto possibilita ao educando participar da construção do conceito de função, de forma significativa e contextualizada.

- Utilização de recursos tecnológicos

Este método tem como destaque o uso de computadores, que segundo Souza e Silva (2006) têm um papel facilitador quanto ao esboço de gráficos das funções, possibilitando um maior número de funções para serem trabalhadas.

Além disso, o uso de softwares, segundo os autores, instigou aos educandos a destacar fatos observados, estimulando a comparação algébrica com representação gráfica e verbal das funções. Este fato acontece, pois, além dos softwares serem muito dinâmicos, também propicia uma interatividade e rapidez de resultado e construção de gráfico, que normalmente utilizando o quadro e giz não conseguiríamos.

1.3 A Função na linha histórica

Segundo Roratto, Nogueira e Kato (2010), a ideia de função com o formalismo matemático foi desenvolvido ao longo de muitos séculos, pelos quais foram feitas as construções teóricas.

O pesquisador Youschkevitch (1981), da Universidade de Moscou, alega que a ampliação do conceito de função, aconteceu em três etapas ao longo da nossa história.

1.3.1 Antiguidade

Conhecimentos iniciais de funções podem ser percebidos em relatos de povos antigos usando contagem, relacionando um conjunto de objetos e números naturais, fazendo uso das quatro operações básicas, que na verdade são funções de duas variáveis. Neste estágio, destacamos os Babilônios que já apresentavam uma ideia primitiva de função, através de cubos, raízes quadradas, as tábuas sexagesimais de quadrados. Na figura 1 está representada a mais notável tábuas matemáticas babilônicas conhecida por Plimpton 322. Essa tábua foi escrita por volta dos anos de 1900 a 1600 a.C.

Figura 1 – Fotografia de Plimpton 32



Fonte: Universidade de Colúmbia

Segundo Eves (2004)

Perto do ano 2000 a.C. a aritmética babilônica já havia evoluído para uma álgebra retórica bem desenvolvida. Não só se resolviam equações quadráticas, seja pelo método equivalente ao de substituição numa fórmula geral, seja pelo método de completar quadrado, como também se discutiam algumas cúbicas (grau três) e algumas biquadradas (grau quatro). (Eves,2004,p.61)

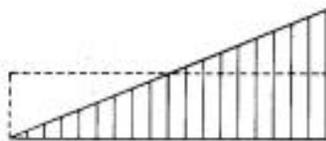
Os Egípcios estiveram na dianteira de estudos históricos, em particular, a matemática, que foram preservados através de papiros, dos quais podemos destacar os mais importantes, são: o papiro de Moscou, o papiro de Kahun e o papiro de Rhind

Estes papiros continham problemas do dia a dia dos egípcios, como contagens simples da quantidade de grãos de trigo guardados, número de gados de um rebanho. Em sua maioria, estes problemas eram resolvidos através de uma equação do primeiro grau e os egípcios, se utilizava de um método de resolução destas equações, conhecido com Método da Falsa Posição.

1.3.2 Idade Média

Nesta etapa da linha histórica da função, devemos destacar como principal personagem, o Bispo Nicole de Oresme (1323-1382) na. Universidade de Paris, que tem um enfoque gráfico do estudo das funções, desenvolvendo a teoria geométrica das latitudes e longitudes das formas. Pode-se considerar esta teoria, como sendo vanguardista sobre representação gráfica de uma função, onde se percebe a manipulação de variáveis dependentes e independentes, notando-se então a possibilidade de utilizar duas variações simultaneamente representadas na figura 2.

Figura 2 - Representação Geométrica de Oresme



Segundo Boyer (1992),

Ao conectar as extremidades dessas perpendiculares ou latitudes, obtinha uma representação da variação funcional da velocidade com relação ao tempo – num dos mais antigos exemplos na história da matemática do que hoje seria o gráfico de uma função (Boyer,1992,p.9).

Nota-se que a representação de Oresme, nos remete ao conceito de função afim, onde a variável latitude (velocidade) depende linearmente da variável longitude (tempo), mesmo que intuitivamente, estas ideias nos ajudaram a termos um melhor entendimento quanto à representação gráfica de uma função.

1.3.3 Idade Moderna

Este período fica caracterizado pela a introdução do quantitativo nas representações gráficas, a partir de experimentações feitas por Galileu, utilizando os fenômenos mecânicos do movimento e suas variáveis: distância, tempo, aceleração, velocidade. Porém para Oliveira (1997), a generalização de quantidades, representadas por uma forma geral, aparece no início do século XVI.

A partir de François Viète (1540-1603), o conhecimento de função é alçado a outro nível, passando a ser considerado, o maior matemático do século XVII, por seu artigo “In Artem analyticam isagoge” (1591), e é este trabalho, que faz com que Youschkevitch (1981), considere este artigo, como a “Nova Álgebra”, nele Vieté utiliza as vogais para representar as variáveis e consoantes para representar parâmetros.

A importância desta notação que, pela primeira vez, tornou possível a colocação por escrito sob uma forma simbólica das equações algébricas e de expressões contendo quantidades desconhecidas e coeficientes arbitrários (um trabalho que também nasceu com VIÈTE) poderia ser subestimada. Entretanto, o criador da nova Álgebra não utiliza sua notável descoberta para “fazer avançar” o conceito de função: pensar em termos de função não foi característica de seu espírito. (YOUSCHKEVITCH (1981) apud OLIVEIRA, 1997, p. 17-18)

Usar as primeiras letras do alfabeto como parâmetros, e as últimas letras do alfabeto como variável foi introduzida por Descartes em 1637, que também passa a utilizar um sistema de eixos coordenados, passando a ser à base da geometria analítica.

Outro matemático que teve papel importante neste período, com grandes e importantes reforços foi Newton (1642-1727), e que no artigo “Method of fluxions” ele usa o termo “fluente” e “fluxo do fluente”, que atualmente, chamamos de variáveis dependentes e variáveis independentes. De acordo com Eves (2004):

Para Newton, nesse trabalho, uma curva era gerada pelo movimento contínuo de um ponto. Feita essa suposição, a abscissa e a ordenada de um ponto gerador passam a ser, em geral, quantidades variáveis. A uma quantidade variável ele dava o nome de fluente (uma quantidade que flui) e a sua taxa de variação dava o nome de fluxo do fluente. Se um fluente como a ordenada do ponto gerador, era indicada por y , então o fluxo desse fluente era denotado por \dot{y} (Eves 2004, p. 439)

Apesar de Newton, não usar o termo função formalmente, ele já o utilizava, relacionando variáveis dependentes e variáveis independentes, nos conceitos mecânicos e cinemáticos.

Em 1673, Leibniz (1646-1716), usa pela primeira vez a palavra “função” no artigo denominado "O método inverso das tangentes, ou em funções" Segundo Boyer (1996):

“Leibniz não é o responsável pela moderna notação para função, mas é a ele que se deve a palavra “função”, praticamente no mesmo sentido em que é usada hoje “(Boyer, 1996, p.297)”“.

No ano de 1718, Johann Bernoulli (1667-1748), faz uso da palavra função, num sentido mais cirúrgico no seu conceito, bem como sua definição numa visão mais ampla das funções de uma grandeza variável, em “Acta Eruditorum Lipsiae”, e que de acordo com Youschkevitch (1981), Bernoulli define função se utilizando da seguinte frase: “Chamamos função de uma grandeza variável as quantidades compostas, de um modo qualquer, dessa grandeza variável e de constantes”. (Youschkevitch, 1981, p. 35).

1.3.4 Século XX

Nesta fase representada pelo século XX, é evidente a busca por uma formalização nos conceitos matemáticos, o que fez com que fossem publicados muitos artigos científicos.

Muitos pesquisadores participaram desta fase, merecendo destaque, um grupo na França, apelidado de Nicolas Bourbaki, que tem como lema, discutir mais amplamente as definições matemáticas e suas terminologias, levando a lançar em 1935, uma coleção de livros, que se apresentaria como “a matemática moderna”. Segundo Mendes (1994), a definição apresentada pelo grupo Nicolas Bourbaki, foi:

Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y , ou relação funcional de E

em F , se qualquer que seja $x \in E$, existe um e somente um elemento $y \in F$ que esteja

associado a x na relação considerada. Dá-se o nome de função à operação que desta

forma associa a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra ligado a x na

relação dada; diz-se que y é o valor da função para o elemento x , e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função. (Mendes, 1994, p.53)

As discussões propostas pelo grupo Nicolas Bourbaki, foram extremamente saudáveis e enriquecedoras para a matemática moderna, pois a partir deste fato, acabou por influenciar o ensino matemático do século passado e estão presentes até hoje.

No quadro abaixo, temos uma representação das definições de função ao longo dos séculos, segundo VAZQUEZ, REY e BOUBÉE (2008).

Quadro 1 – Função na linha histórica

| Época | Definição |
|---------------------|--|
| Século XVII | Qualquer relação entre variáveis |
| | Uma quantidade obtida de outras quantidades mediante operações algébricas ou qualquer outra operação imaginável. |
| | Qualquer quantidade que varia de um ponto a outro em uma curva. |
| | Quantidades formadas usando expressões algébricas e transcendentais de variáveis e constantes. |
| Século XVIII | Quantidades que dependem de uma variável. |
| | Função de algumas variáveis, como quantidade, que é composta, de alguma forma, de variáveis e constantes. |
| | Qualquer expressão útil para calcular. |
| Século XIX | Correspondência entre variáveis. |
| | Correspondência entre um conjunto A e os números reais. |
| | Correspondência entre os conjuntos. |

Fonte: (VAZQUEZ, 2008)

2 TEMÁTICA AMBIENTAL E ENSINO DA MATEMÁTICA

No mundo atual, a sociedade tem exigido que o indivíduo seja mais atuante, saiba relacionar e interligar os saberes, que tenha conhecimentos. Neste sentido, o ensino da Matemática precisa ser utilizado de uma maneira mais significativa, fazendo assim um elo para que este indivíduo possa integrar estes pensamentos nas ciências de um modo geral.

Entretanto, muitas vezes, não é isso que observamos, pois com relação ao ensino da Matemática, prioriza-se o ensino de fórmulas prontas e decoradas e métodos ultrapassados, que em nenhum momento relaciona-se com a realidade dos alunos. Em geral, apresenta-se a matéria com suas mais variadas fórmulas e teoremas, em seguida exemplos e por fim uma avalanche de exercício para fixação.

De fato, não é de se admirar que o aluno se sinta afastado da realidade e se torne passivo e extremamente desmotivado, pois ele não consegue fazer uma interligação entre o que vai ser necessário para ele como indivíduo e toda aquela matéria exposta num quadro.

O professor então tem que encontrar uma maneira que seja estimuladora e ao mesmo tempo contempladora do conceito que está sendo explicado e, ao mesmo tempo, tenha a capacidade de ser significativa, estimulante, prazerosa e desperte a curiosidade e vontade de aprender.

Neste sentido, Zanella enfatiza que:

É importante também explicitar a aprendizagem como algo que deve ser significativo na vida do indivíduo, onde se sobressai a qualidade de desenvolvimento pessoal, permanente e que vai ao encontro das necessidades do sujeito. Sabe-se que aquilo que não é tomado como significativo tende a ser abandonado. Assim sendo, e, considerando-se a aprendizagem na situação da sala de aula, onde eventos de aprendizagem devem ser favorecidos, torna-se importante referendar a necessidade de estratégias de ensino que oportunizem ao aprendiz vislumbrar o verdadeiro significado (desenvolvimento, mudança) de tudo que é proposto. (Zanella 1999, p. 21).

Ao longo dos anos, é percebido, que nem sempre a maioria dos educandos consegue compreender

Percebe-se que ao longo da jornada do ensino da Matemática, o educando nem sempre consegue compreender uma determinada sequência cronológica do desenvolvimento dos conteúdos numa determinada série que se encontra, levando-o muitas vezes a apresentar dificuldades em concatenar com outras disciplinas afins.

Numa boa parte da vida do estudante no ensino básico, ele é levado a crer que a Matemática é vista como se fosse um filme, em que os assuntos vão se desencadeando, numa ordem cronológica, que tem seu fim no terceiro ano do ensino médio.

Portanto, ao utilizarmos Meio ambiente como tema transversal, preconizado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, contextualizado ao ensino da Matemática, pretendemos contribuir na compreensão dos conceitos matemáticos e ampliação dos aspectos pessoal e social do educando, para que possa ser rompida a barreira entre a matemática ensinada na escola e a Matemática necessária na solução de problemas cotidianos.

Sendo assim, procurou-se contextualizar a matemática, usando um tema que fosse ao mesmo tempo atual e de importância para a realidade daqueles alunos.

Dessa maneira, transversalizar Meio ambiente na disciplina de Matemática, significa quebrar esta barreira entre ensinar matemática e fazer Matemática.

Contextualizar Meio ambiente, neste caso, não pode ser apenas uma citação num problema matemático, servindo apenas de fachada, temos que ter a capacidade de mobilizarmos os alunos, para que os mesmos se sintam parte do processo proposto. Além disso, tem-se também uma ótima oportunidade para uma maior conscientização ambiental por parte dos alunos, e estes por sua vez sejam multiplicadores em suas comunidades.

A intenção é que, a partir desse tema, os alunos se sintam provocados e fiquem inquietos diante da problemática acerca dos seus hábitos e costumes, para que o mesmo tenha a capacidade de compreender melhor o mundo e ao fazer uma reflexão, perceba que é co-responsável pelos efeitos provocados no planeta e no seu entorno.

2.1 Educação ambiental

Entre as décadas de 1970 e 1990, foram realizadas atividades, eventos e documentos que são de grande importância para história da educação ambiental, nos quais iremos citar em seguida.

Na Conferência de Estocolmo em 1972, o objetivo da educação ambiental seria formar indivíduos conscientes e preocupados com o ambiente e seus problemas e que pudessem apresentar conhecimentos, atitudes e motivação para que individualmente ou coletivamente colaborassem na solução de problemas ambientais atuais e futuros.

Em 1975, foi realizado o Seminário de Belgrado (Iugoslávia), promovido pela UNESCO, que teve por finalidade formular princípios e orientações para o programa de

educação ambiental mundial, de onde ao final foi confeccionado um documento que é denominado de Carta de Belgrado.

Abaixo, foram retirados alguns trechos importantes da Carta de Belgrado:

[...] As desigualdades entre pobres e ricos nos países, e entre países, estão crescendo e há evidências de crescente deterioração do ambiente físico numa escala mundial. Essas condições, embora primariamente causadas por número pequeno de países, afetam toda humanidade [...]. Não é mais aceitável lidar com esses problemas cruciais de uma forma fragmentária. [...] Nós necessitamos de uma nova ética global – uma ética que promova atitudes e comportamentos para os indivíduos e sociedades, que sejam consoantes com o lugar da humanidade dentro da biosfera; que reconheça e responda com sensibilidade às complexas e dinâmica relação entre a humanidade e a natureza, e entre os povos. [...] Isto vai requerer um novo e produtivo relacionamento entre estudantes e professores, entre a escola e a comunidade entre o sistema educacional e a sociedade. (DIAS, 1994, p.58-60)

Em 1977 foi realizada a Conferência de Tbilisi, que é conhecida segundo Dias (1994) como a Primeira Conferência Intergovernamental sobre educação ambiental e marcou uma evolução importante na história da educação ambiental.

Nesta Conferência, a educação ambiental foi definida como "uma dimensão dada ao conteúdo e à prática da educação, orientada para a resolução dos problemas concretos do meio ambiente através de enfoques interdisciplinares e de uma participação ativa e responsável de cada indivíduo e da coletividade".

Em 1987, em Moscou, foi realizado o Congresso Internacional da Unesco-Pnuma sobre a Educação e Formação Ambiental, que procura avaliar os avanços, dificuldades e conquistas na área de educação ambiental.

Em 1998, a Constituição da República Federativa do Brasil tem no capítulo VI sobre o meio ambiente, artigo 225, § 1º, Inciso VI, “promover a educação ambiental em todos os níveis de ensino e a conscientização pública para a preservação do meio ambiente” (DIAS, 1994, p.308).

Já em 1992, a Conferência das Nações Unidas sobre Meio Ambiente e Desenvolvimento (Rio-92), foi vista como um marco na evolução da educação ambiental segundo Dias (1994):

“Atualmente é reconhecida como o encontro internacional mais importante desde que o homem se organizou em sociedade” (DIAS, 1994, p.54).

Durante a Conferência Rio-92 foram realizados fóruns das ONGs, de onde saíram dois importantes documentos para a história da educação ambiental: Agenda 21 e Tratado de educação ambiental para sociedades sustentáveis e responsabilidade global.

A Agenda 21 representa um plano de ação estratégica para o desenvolvimento sustentável, tendo sido assinado por mais de 170 países.

Do Tratado de educação ambiental para sociedades sustentáveis e responsabilidade global, iremos destacar alguns itens:

[...] reconhece a educação como direito dos cidadãos e firma posição na educação transformadora, convocando as populações a assumirem suas responsabilidades, individual e coletivamente, e a cuidar do ambiente local, nacional e planetário. Para isso a educação ambiental tem como principais objetivos contribuir para a construção de sociedades sustentáveis e equitativas ou socialmente justas e ecologicamente equilibradas e gerar, com urgência, mudanças na qualidade de vida e maior consciência de conduta pessoal, assim como harmonia entre os seres humanos e destes com outras formas de vida. O documento afirma, ainda, que a educação ambiental 'não é neutra, mas ideológica', coloca-a numa perspectiva holística, e afirma também que a interdisciplinaridade é de fundamental importância para que a educação possa assumir seu papel na construção de sociedades sustentáveis pela promoção do pensamento crítico e inovador dos sujeitos/educandos, respeitando a diversidade cultural e promovendo a integração entre as culturas. (TOZONI-REIS, 2004, p.6-7)

Em 1997, o MEC deu início ao lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), cujo objetivo é oferecer uma proposta de orientação para o programa da educação básica, contendo textos denominados de Temas Transversais, e um destes temas transversais importantes é a questão ambiental.

A Lei nº 9.795, de 27 de abril de 1999 que trata sobre a educação ambiental e institui a Política Nacional de Educação Ambiental é regulamentada nº 4.281, de 25 de junho de 2002 e contém 21 artigos divididos em quatro capítulos.

Princípios Básicos: Art. 4º São princípios básicos da educação ambiental:

- I- O enfoque humanista, holístico, democrático e participativo;
- II- A concepção do meio ambiente em sua totalidade;
- III- O pluralismo de ideias e concepções pedagógicas, na perspectiva da inter, multi e transdisciplinaridade;
- IV- A vinculação entre a ética, a educação, o trabalho e as práticas sociais;
- V- A garantia de continuidade e permanência do processo educativo;
- VI- A permanente avaliação crítica do processo educativo;
- VII- A abordagem articulada das questões ambientais locais, regionais, nacionais e globais;
- VIII- O reconhecimento e o respeito à pluralidade e à diversidade individual e cultural.

Objetivos Fundamentais: Art. 5º São objetivos fundamentais da educação ambiental:

- I- O desenvolvimento de uma compreensão integrada do meio ambiente em suas múltiplas e complexas relações;
- II- A garantia de democratização das informações ambientais;
- III- O estímulo e o fortalecimento de uma consciência crítica sobre a problemática ambiental e social;
- IV- O incentivo à participação individual e coletiva, permanente e responsável, na preservação do equilíbrio do meio ambiente;

- V- O estímulo à cooperação entre as diversas regiões do país;
- VI-O fomento e o fortalecimento da integração com a ciência e a tecnologia;
- VII-O fortalecimento da cidadania, autodeterminação dos povos e solidariedade como fundamentos para o futuro da humanidade.

As competências e habilidades necessárias a serem construídas na educação ambiental, podem ser retiradas dos objetivos da educação ambiental, segundo as preconizações de Conferência Intergovernamental sobre educação ambiental aos países membros-Tbilisi, CEI, de 1977, que segundo Dias (2001, p.111) são:

1. Consciência: [...] ajudar os indivíduos e grupos sociais a sensibilizarem-se e a adquirirem consciência do meio ambiente global a suas questões;
2. Conhecimento: [...] a adquirirem diversidade de experiências e compreensão fundamental sobre o meio ambiente e seus problemas;
3. Comportamento: [...] a comprometerem-se com uma série de valores, e a sentirem interesse pelo meio ambiente, e participarem da proteção e melhoria do meio ambiente;
4. Habilidades: [...] adquirirem as habilidades necessárias para identificar e resolver problemas ambientais;
5. Participação: proporcionar [...] a possibilidade de participarem ativamente das tarefas que têm por objetivo resolver os problemas ambientais.

Entre os pressupostos da educação ambiental destacamos quatro, que serão desenvolvidas neste trabalho: Consciência, Transversalidade e Interdisciplinaridade, Contextualização e Participação.

2.1.1 Consciência ambiental

A consciência ambiental, espera por atitudes individuais ou coletivas de cidadãos com visão crítica acerca dos problemas encontrados em seu entorno, procurando alternativas e implementação de soluções para estes problemas.

Segundo Reigota (2001), a educação ambiental pode ser explicada ou retratada como a forma de educação que prepara cidadãos que venham exigir justiça social, cidadania e ética nas relações sociais e com natureza.

Segundo artigo 1º da lei 9795/99, que trata da Política Nacional do Meio Ambiente:

Entende-se por Educação Ambiental os processos por meio dos quais o indivíduo e a coletividade constroem valores sociais, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltadas para a conservação do meio ambiente, bem como de uso comum do povo, essencial à sadia qualidade de vida e sua sustentabilidade.

Os problemas ambientais, não se limitam a proteção da vida simplesmente, mas também a sua qualidade.

Os temas transversais, indicados pelo MEC nos PCN têm sua principal missão de ajudar a formação de cidadãos plenos, capazes de decidirem e atuarem sobre a realidade de modo ético e comprometido com a vida e com a sociedade.

“A educação se concretiza pela ação em pensamento e prática, pela práxis, em interação com o outro no mundo”. (Loureiro, 2004, p.77).

Para Carvalho (2004),

[...] a educação constitui uma arena, um espaço social que abriga uma diversidade de práticas de formação de sujeitos. A afirmação desta diversidade é produto da história social do campo educativo, onde concorrem diferentes atores, forças e projetos na disputa pelos sentidos da ação educativa. Por isto, por mais que se argumente que a ideia de educação inclui a educação ambiental, dificilmente se poderá reduzir toda a diversidade dos projetos educativos a uma só ideia geral e abstrata de educação. O que se arrisca apagar sob a égide de uma educação ideal desde sempre ambiental são as reivindicações de inclusão da questão ambiental, enquanto aspiração legítima, sócio-historicamente situada, que sinaliza para o reconhecimento da importância de uma educação ambiental na formação dos sujeitos contemporâneos. (CARVALHO, 2004, p.17).

2.1.2 Transversalidade e interdisciplinaridade

Os temas transversais não representam uma área específica do conhecimento, na verdade, os temas transversais fazem parte das áreas e do trabalho educativo.

Temas transversais significam assuntos que estão presentes em todas as áreas do currículo escolar com mais ou menos ênfase.

Portanto, a transversalidade vem romper com a prática pedagógica de aprender de maneira sistematizada, e valoriza as questões sociais da vida que são importantes para evolução individual e coletiva.

A educação ambiental preconizada pelos PCN tem na interdisciplinaridade um dos seus princípios a serem evoluídos nas escolas, que devem “aplicar um enfoque interdisciplinar, aproveitando o conteúdo de cada área, de modo que se consiga uma perspectiva global da questão ambiental” (BRASIL, 1998, p.71).

A lei 97/95/99 aprova “o pluralismo de ideias e concepções pedagógicas, na perspectiva da interdisciplinaridade, multidisciplinaridade e transdisciplinaridade”. (BRASIL, Lei 9.795/99, Art. 4º, III, 1991).

A transversalidade e a interdisciplinaridade possuem diferenças e semelhanças, como podemos ver a seguir:

Ambas [...] se fundamentam na crítica de uma concepção de conhecimento que toma a realidade como conjunta de dados estáveis, sujeito a um ato de conhecer isento e distanciado. Ambas apontam à complexidade do real e a necessidade de se

considerar a teia de relações entre seus diferentes e contraditórios aspectos. Mas diferem uma da outra, uma vez que a interdisciplinaridade refere-se a uma abordagem epistemológica dos objetos de conhecimento, enquanto a transversalidade diz respeito principalmente à dimensão da didática. (BRASIL, 1998, p.29 -30).

2.1.3 Contextualização

Segundo Reigota (1998), para que se garanta uma maior contextualização é necessário que a primeira ação em educação ambiental seja o conhecimento do que representa ambiente para todos os envolvidos no processo, fazendo com que a realidade dos educandos seja sempre norteadora.

Os temas transversais têm o papel de dar sentido prático as teorias e aos conceitos científicos, contribuindo desta maneira para uma análise de problema que afetam a vida do planeta como: energia, seca, chuvas.

A educação escolar é uma prática que tem a função de criar condições para que todos os alunos desenvolvam suas capacidades e aprendam os conteúdos necessários para construir instrumentos de compreensão da realidade e de participação em relações, políticas e culturais diversificadas e cada vez mais amplas, condições estas fundamentais para o exercício da cidadania na construção de uma sociedade democrática e não excludente. (BRASIL, 1998(b), p.32).

2.1.4 Participação

A participação social se torna cada vez mais importante e decisiva e ela deve ser ampla, partindo das necessidades imediatas a fim de garantir um avanço qualitativo, e propondo, inclusive, alternativas para a realização do desenvolvimento sustentável e da Educação Ambiental, a fim de que se estabeleça uma nova aliança entre humanidade e natureza (REIGOTA, 1991).

Neste processo, há uma necessidade do envolvimento de todos, escola e comunidade, numa filosofia de trabalho participativa, desta maneira a participação será primordial para trabalhar a realidade e inserindo o educando no contexto.

Segundo Guimarães (2004), a educação ambiental tem como meta:

[...] promover ambiente educativo de mobilização desses processos de intervenção sobre a realidade e seus problemas socioambientais, para que possamos nestes ambientes superar as armadilhas paradigmáticas e propiciar um processo educativo em que nesse exercício, estejamos educandos e educadores, nos formando e contribuindo pelo exercício de uma cidadania ativa, na transformação da grave crise socioambiental que vivenciamos todos. (GUIMARÃES, 2004 p.30-31).

Sendo assim, a escola se torna o local ideal para inserir de modo ativo o indivíduo no contexto do seu grupo social.

3 RELATO DA EXPERIÊNCIA

O ponto de partida para o desenvolvimento deste trabalho é exatamente a percepção das dificuldades de aprendizagem de Matemática, que tem o início no ensino fundamental e que se agrava com o passar dos anos no ensino médio.

Neste sentido, o trabalho tem por objetivo usar o ensino da Matemática contextualizado ao tema ambiental chuvas na região serrana, com a participação dos educandos, que deixam de ser objeto da pesquisa e participa junto ao professor/pesquisador na confecção, realização e resolução de situações-problema.

Sendo assim, o tema ambiental chuvas na região serrana, assume o potencial de tema gerador.

As propostas educativas ambientais conscientizadoras podem tomar os temas ambientais locais como temas geradores desta ação conscientizadora, desde que estes temas sejam carregados de conteúdos socioambientais significativos para os educandos e sejam definidos coletivamente e participativamente. Tozoni-Reis (2006, p. 107).

A metodologia adotada para o desenvolvimento do presente trabalho foi a observação participante, pois possibilitou que os educandos/pesquisados se transformassem em pesquisadores juntos ao professor/pesquisador.

Segundo Haguette, observação participante é:

Um processo de pesquisa no qual a presença do observador numa situação social é mantida para fins de investigação científica. O observador está em relação face a face com os observados e, em participando com eles em seu ambiente natural de vida, coleta dados. Logo o observador é parte do contexto sendo observado no qual ele ao mesmo tempo modifica e é modificado. O papel do observador participante pode ser tanto formal como informal, encoberto ou revelado, o observador pode dispensar muito ou pouco tempo na situação da pesquisa; o papel do observador participante pode ser uma parte integrante da estrutura social, ou ser simplesmente periférica com relação a ela. (HAGUETTE apud CICOUREL, 2010, p.66-67)

A temática ambiental, abordada pelo tema gerador chuvas, com ênfase nas causas e efeitos do seu impacto na região serrana, em particular a cidade de Petrópolis, serve como cenário, para uma série de abordagens, que não só a ecológica, mas também, uma discussão sob o ponto de vista social, ético, cultural, econômico e político.

Os sujeitos da pesquisa são 13 alunos do 3ºano no ensino médio técnico em tecnologia da informação (T.I), com média de idade de 17 anos, matriculados no CPTI-Petrópolis (Centro Profissional de Tecnologia da Informação), que é uma unidade da Faetc, e fica localizado no bairro Quitandinha, que tem sofrido nos últimos anos com os impactos das chuvas.

3.1 Caracterização da Escola

As informações a respeito do Centro de Educação Profissional em Tecnologia da Informação (CPTI) foram obtidas em: <http://www.cptipetropolis.net.br>

O Centro de Educação Profissional em Tecnologia da Informação (CPTI) está localizado, no município de Petrópolis no Estado do Rio de Janeiro, que ocupa uma área de 795.798 Km², contando com uma população de 305 917 habitantes, segundo o IBGE-2014.

Petrópolis é a maior e mais populosa cidade da Região Serrana Fluminense, onde se destacam o comércio e serviços, seu clima ameno e uma extensa vegetação, são atrativos para o turismo e a produção hortifrutigranjeiros e sede do Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC, conveniado ao CPTI), uma unidade do Ministério da Ciência, Tecnologia e Informação.

O Centro de educação Profissional em Tecnologia da Informação de Petrópolis (CPTI) foi criado pelo decreto Estadual número 40.959, de 27 de setembro de 2007, é formado por três escolas, que vão desde o ensino básico ao ensino superior, são elas:

- Formação Inicial Continuada (FIC): oferece cursos gratuitos na área de informática com duração de no máximo 5 meses, e é aberta para todo cidadão maior de 15 anos
- Ensino Médio Técnico em Tecnologia da Informação (TI): curso de TI, com duração de três anos, em regime concomitante.
- Escola de Ensino Superior Tecnológica: representada pelo Instituto Superior de Tecnologia em Ciências da Computação (recentemente nomeado FAETERJ/ Petrópolis).

Vale ressaltar que o Centro é resultado de um convênio assinado entre o Ministério de Ciência e Tecnologia do Governo Federal, representado pelo Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC), e a Secretaria de Ciência e Tecnologia do Estado do Rio de Janeiro, representada, por sua vez, pela Fundação de Apoio à Escola Técnica (FAETEC).

O CPTI possui como missão “ser um centro de excelência em educação profissional e um produtor de soluções em Tecnologia da Informação, que possibilite a formação de cidadãos cujo senso crítico seja capaz de transformar a sociedade e inovar a tecnologia que os cercam, promovendo o bem-estar de todos”

O Centro de Educação Profissional em Tecnologia da Informação (CPTI) se encontra no bairro Quitandinha, que constantemente figura nos noticiários regionais e nacionais, quanto aos impactos das chuvas, gerando quedas de barreiras e deslizamentos de terra, provocando muitos transtornos e vítimas nas comunidades que ali se encontram.

A ocupação desordenada, a formação geológica e a construção em locais de risco de quedas de encostas, vêm culminar como uma combinação perigosa, para que estes incidentes, continuem ocorrendo na região do Quitandinha e arredores.

Muitos dos alunos que frequentam o Centro de Educação Profissional em Tecnologia da Informação (CPTI), são moradores do bairro Quitandinha, portanto trazem consigo histórias e experiências deles mesmos ou de pessoas próximas que já vivenciaram em algum momento de suas vidas os efeitos dos impactos das chuvas.

3.2 Relato

No intuito de melhorar o desenvolvimento dos educandos com relação aos aspectos, cognitivo, social e pessoal, preconizados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 1998), foi desenvolvido, junto aos educandos, um trabalho que resgatasse alguns conteúdos do ensino da matemática, contextualizados com a realidade do seu cotidiano, procurando garantir, uma relevância na sua aplicabilidade.

O trabalho foi realizado durante o segundo semestre de 2014, para um público alvo de 13 alunos, em duas aulas semanais de 50 minutos cada.

No primeiro encontro, decidimos de comum acordo, que o ensino de funções, seria o conteúdo a ser abordado no ensino de matemática, visto que após alguns anos estudando este conteúdo, ainda havia muitas dúvidas e questionamentos.

O tema ambiental chuvas, como tema gerador, foi bem aceito por todos, visto que a maioria dos educandos já havia relatado alguma situação vivenciada por eles ou pessoas próximas em suas comunidades.

Como a escola é de formação técnica, voltada para tecnologia da informação (T.I), ficou acordado que sempre que necessário, os educandos poderiam usar a internet, como pesquisa, mas sempre tendo o cuidado de filtrar as informações adquiridas, e qual o seu contexto.

O trabalho foi realizado em duas partes, que iremos denominar de atividades e apresentamos a seguir.

3.2.1 Atividade 1: Pesquisa seguida de debate

Esta atividade teve a duração de duas semanas, sendo uma semana para que os educandos divididos em grupos fizessem as pesquisas sobre os impactos das chuvas em Petrópolis e adquirissem textos e dados, para que pudéssemos dar início às discussões em torno das questões ambientais envolvidas.

Foi orientado pelo professor/pesquisador, que seriam textos sobre os efeitos dos impactos das chuvas em Petrópolis, em sites da cidade, e que dali, seria escolhido um destes, para servir como base para o debate. O texto escolhido para o debate, foi obtido em <http://www.aconteceempetropolis.com.br>, e segue:

“O problema de Petrópolis é ter passado décadas vendo o crescimento desordenado”, diz o especialista.

A chuva é um fato corriqueiro em nossa cidade, mas que ainda assim surpreende. Na madrugada desta terça-feira (22), uma intensa chuva causou problemas de alagamento em alguns pontos da cidade, deixando a população, a defesa civil e a prefeitura em alerta para o verão que virá. Diversos vídeos postados pela internet mostraram aquilo que é fato conhecido e antigo de nossa cidade: não pode chover um pouquinho a mais, que tudo se alaga.

Desta forma, o Portal Acontece em Petrópolis procurou um especialista para esmiuçar o assunto. Daniel Placido, geógrafo formado pela UFF, pós-graduando em Análise Ambiental e gestão do Território pela ENCE/IBGE, concedeu uma breve entrevista sobre a relação entre população, chuvas e governos. Como já trabalhou com impactos ambientais urbanos em Petrópolis e atualmente atua na Subsecretaria de Habitação de Duque de Caxias, na construção de banco de dados ambiental e socioeconômico para identificar as demandas e alternativas para o município, Daniel é capaz de perceber objetivamente aquilo que só vemos claramente quando se materializa.

O fato é que a chuva não existe só quando chove, ela faz parte de um processo natural e, por conta disso, toda a sociedade civil deve estar envolvida tanto na prevenção quanto na busca de soluções para o problema. Confira a entrevista com Daniel Placido na íntegra:

PAP: Na madrugada desta terça-feira (22), um temporal rápido causou alagamentos no Centro e em diversos pontos de Petrópolis, como um ensaio de como será o verão que se aproxima. Na sua opinião, o que mudou desde a última tragédia na cidade em relação a prevenção de enchentes?

Daniel: As mudanças ocorridas no município desde a última tragédia até o momento foram mínimas, a única mudança foi a criação do sistema de alerta de enchentes em algumas comunidades de Petrópolis, ou seja, não tivemos mudanças visando a diminuição dos impactos das fortes chuvas em Petrópolis, apenas projetos visando a adaptação em relação a desastres naturais. Não vejo como um problema a questão da adaptação, esse tipo de protocolo ocorre em várias regiões do mundo para uma série de desastres diferentes, como terremotos no Japão ou tornados nos EUA. O problema de Petrópolis é ter passado décadas vendo o crescimento desordenado, ocupação de áreas de risco e intervenções nos canais sem que o poder público interviesse ou cumprisse a legislação vigente. Petrópolis possui um ordenamento territorial desde o século XIX, os deslizamentos de terra e inundações já são conhecidos desde a fundação da cidade, a diferença é que agora temos moradias em áreas que deveriam ser preservadas.

PAP: Sempre que pensamos nas enchentes e em todos os danos causados por elas em Petrópolis, parece muito claro que todos sabem quais são os problemas e as soluções. Ainda assim, por que parece tão difícil tornarem práticas as ações que solucionariam a questão definitivamente?

Daniel: O principal motivo que inibe a solução dos problemas ambientais em Petrópolis é a falta de uma estrutura governamental que não fique na dependência de programas de governo e mudanças de filosofias partidárias. Não há um diálogo entre os órgãos públicos e sociedade civil. Não há na cidade uma universidade com capacidade de pesquisa e interlocução para produzir relatórios e debates que apontem um caminho para redução desses impactos.

PAP: Ouvi uma vez um teórico dizer que o Brasil é o único país que ainda se surpreende com fenômenos naturais. Você acha que ainda existe uma ideia de que enchentes, deslizamentos e todas as consequências das chuvas são “acazos da natureza” ou esse discurso é somente fala de políticos e pessoas mal intencionadas?

Daniel: O discurso alarmista de aquecimento global em um curto prazo se soma à ideia equivocada de “acazos da natureza”. Atualmente, podemos achar que as tragédias tem sido maiores, mas o que podemos afirmar é que há um número cada vez maior de pessoas em áreas irregulares, o que aumenta drasticamente o impacto ambiental e os danos sociais e matérias

nas cidades serranas, em especial em Petrópolis. Quando olhamos para o bairro de Araras, com uma densidade demográfica menor, o impacto das chuvas também se mostrava menor, mesmo tendo as mesmas características climáticas. Atualmente, com o adensamento de algumas localidades o grau de danos à população também evoluiu.

PAP: Na sua opinião, quais ações emergenciais poderiam ser feitas para evitar, a curto prazo, que mortes aconteçam ainda esse ano por conta das chuvas?

Daniel: Em especial, o 1º distrito de Petrópolis sofre com dois problemas distintos e interligados que são as inundações, sobretudo, no centro da cidade, e os deslizamentos. Deslizamento de terra em Petrópolis é um processo natural e inevitável devido às características geológicas e climáticas. É indispensável que, num primeiro momento, o poder público retire as pessoas que estão em áreas de risco, o que reduziria uma série de problemas. A questão habitacional é uma demanda do município, entretanto é preciso a integração de órgãos públicos e a sociedade civil para implementação dos projetos. É preciso captação de verbas públicas em nível federal e estadual, mas apenas obtenção de verbas não é suficiente. É preciso a cooperação da Defesa Civil, universidades, em especial aquelas que possuam pesquisas, investimento em serviços públicos e infraestrutura social, fiscalização efetiva para coibir novas construções, atuação da secretaria de meio ambiental para estruturar um plano de recuperação de área degradada e o fortalecimento da sociedade civil organizada. Quando pensamos em sociedade civil organizada o maior importante é a livre iniciativa das pessoas que sofrem esse impacto, e não restringir-se a filosofia de organizações não governamentais “que importam” maneiras de pensar. Por fim, precisamos tirar das gavetas os estudos existentes e discuti-los em âmbito coletivo para criar alternativas viáveis para que em pouco tempo haja alguma mudança na qualidade ambiental e na redução dos danos no período de verão.

PAP: Portal Acontece Petrópolis

Vale ressaltar que, dos 13 alunos participantes da pesquisa, cinco são de cidades da Baixada Fluminense, cujas opiniões muito enriqueceram a discussão, pois tinham uma visão externa da cidade de Petrópolis.

- O debate

Inicialmente, começamos o debate sobre as pesquisas realizadas em sala, após divisão da turma em dois grupos.

Durante esta atividade, percebe-se uma posição crítica por parte dos educandos, quanto às questões não só ecológica, mas também uma postura crítica política, ética, econômica e social em relação aos efeitos destruidores das chuvas em Petrópolis.

Para que houvesse um maior esclarecimento sobre a unidade de medida pluviométrica, que seria abordada ao longo do trabalho, foi explicado o significado da unidade de mm de chuva, que representa a quantidade de litros em uma região plana de 1 m^2 , e então é explicado pelo professor/pesquisador, que com este índice e a área da região, pode-se calcular o volume de água, pois o volume é função da área da base e altura e na seqüência, também é comentado sobre o volume de chuvas esperado para o período, que são dados estatísticos ao longo de anos para que possa ter uma medida comparativa.

Então são colocados os seguintes questionamentos:

I - “Esta chuva sempre teve esta intensidade, mas os efeitos são maiores hoje, ou nossa percepção é outra?”.

Aluno A: crescimento desordenado, casa em cima de casa, lugares perigosos e mesmo assim continuam a construir, sabendo dos riscos ficam até que aconteça o pior.

Aluno B: são acontecimentos naturais que tomam outra proporção porque há um maior número de pessoas num lugar que não deveriam estar.

Aluno D: não acontecem esporadicamente, como 1988, 2003 e 2011.

Aluno C: leu na internet uma matéria dizendo que o principal fator de deslizamentos por conta das chuvas é a gravidade e não o homem, porém o homem facilita este processo, construindo casas em locais indevidos e sem planejamento.

II - “Há cem anos aconteciam deslizamentos de terra, as causas e consequências, eram de maior ou de menor intensidade ?”

Os alunos C, D e B concordam que o desmatamento é em parte responsável pelas catástrofes e que tipos de solos também seriam responsáveis pelo fato de ser mais próximo da pedra ou mais profundo.

Compactuando com a opinião dos alunos é ressaltado que, quando há ação humana estes efeitos são mais intensos e também é chamada a atenção à questão do lixo, resíduos produzidos por nós, e então a aluna aluno A cita o fato de moradias feitas sobre aterros e que

quando vem à chuva o solo se desfaz. Já na opinião do aluno C: é igual, porém quando há envolvimento do homem na natureza, os efeitos negativos aumentam, pois se no meio da mata acontece um deslizamento por causa das chuvas, e a fauna é afetada, não tem o mesmo impacto caso fosse uma região habitada.

O aluno D faz um relato, que na sua rua havia um barranco com mata nativa e que alguns vizinhos jogavam lixo e neste mesmo local, o queimavam por mais de 30 anos, e que quando vieram às chuvas e 2011, acabou acontecendo quedas de barreiras e soterrando as casas de pessoas que ali residiam.

É chamada a atenção pelo fato de que o ser humano não pode ser tratado como algo separado da natureza e sim como parte dela, porém a diferença é que ele não ficou em cavernas, evoluiu e desenvolveu produtos para o seu conforto e bem estar, em busca de lugares para a construção de suas moradias.

O aluno C comenta que o mesmo homem que provoca desastres, é o mesmo que evita catástrofes maiores.

O aluno B acha natural, não tem como evitar, é como se fosse parte da evolução.

O Aluno D lembra que há uma ocupação desordenada, onde o governo não consegue controlar, e esse mesmo governo passa cobrar impostos, fazendo com que o invasor passe a ser proprietário daquela área de risco, como as encostas e beiras de morro.

É comentado que a maioria daquelas pessoas não está ali por vontade própria e sim por falta de opção e por estar próximo de centros urbanos.

Seguindo o debate é ressaltada a importância das chuvas e da relação que temos com ela. A dependência que temos com ela, é notada quanto à importância que a mesma tem para o município de Petrópolis e arredores da região serrana, pois estas regiões são grandes responsáveis pela maioria dos produtos hortifrutigranjeiros do estado do Rio de Janeiro, e, além disso, possuem fontes e nascentes que dependem destas chuvas, até mesmo para consumo próprio.

Os alunos A e G, que vêm de Duque de Caxias para realizarem o curso de TI, e tem uma visão negativa, sobre a preservação dos rios da cidade e a conscientização da população.

O aluno E relata sobre uma matéria que leu em um site a respeito das construções irregulares nas margens dos rios, pois os limites não são respeitados.

É feita então uma sondagem sobre o que seria necessário para a conscientização e mobilização para que se tenha uma melhoria neste aspecto e a importância da Educação Ambiental.

O aluno F comenta sobre o fato de que: além de uma infraestrutura a condição social é primordial, e o aluno A salienta a importância de uma melhor comunicação.

Sabendo-se que desenvolvimento sustentável e Educação Ambiental, podem soar poéticos aos ouvidos do cidadão comum, que muitas vezes é desprivilegiado socialmente, então o aluno D, faz a seguinte afirmação: “Só por que é pobre, é burro?”.

Foi comentado sobre conscientizar os jovens, para que estes sejam multiplicadores em suas comunidades.

O aluno C comenta sobre a falta de educação e da ignorância ambiental dos cidadãos de uma maneira geral, ressaltando que o governo investe pouco em prevenção e depois faz campanha para arrecadar fundos.

O aluno F faz a seguinte afirmação: “O limite da conscientização é a necessidade”.

O aluno D faz o seguinte questionamento: “Se não morar no morro, vai morar aonde?”. Concluindo, que há uma necessidade urgente e mesmo que o governo faça uma política habitacional, só iria atingir uma pequena parte da população.

É observado que não basta apenas conscientizar, tem que fazer agir, pois muitos dos que ali estão, vivem com o mínimo necessário para sua sobrevivência.

“A mesma água que mata, mata a fome e a sede”.

O debate proporcionou aos educandos, a possibilidade de discutir e opinar em assuntos que cercam o seu cotidiano e que diretamente ou indiretamente, afetam a região que residem e até mesmo o entorno escolar, melhorando significativamente a consciência ambiental que pode ser notada nos educandos, à medida que os mesmos exigem justiça social, ética e cidadania com relação as questões da natureza, e ao mesmo tempo, relacionaram outras disciplinas como geografia, história, física, entre outras, além da própria matemática, ou seja, interdisciplinaram, perceberam que cada uma destas disciplinas tem um importante papel na contextualização do tema.

E por fim, mas não menos importante, foi a participação, que foi sem dúvida, o ponto mais interessante desta atividade, pois proporcionou uma mudança de postura dos educandos, frente ao professor/pesquisador, provocando uma relação professor/aluno, mais próxima e mais afetiva. Neste sentido é notado pelo professor/pesquisador, como o educando se sente mais importante neste tipo de atividade.

3.2.2 Atividade 2: Situações-Problema

Esta atividade tem por objetivo, a partir da observação de fatos e experiências relacionadas com o impacto das chuvas na região serrana, fosse feita a construção de exemplos numéricos voltados para o cotidiano norteado e modelado pelas funções afins e quadráticas, envolvendo a temática ambiental.

Num primeiro momento, foi feita uma abordagem sobre função, através de informações sobre o conteúdo que os educandos traziam consigo, valorizando assim os conceitos espontâneos.

Na sequência, foi feita uma abordagem dos conceitos científicos de função pelo professor/pesquisador junto aos educando, com o objetivo de desenvolver e avaliar o primeiro momento realizado pelos mesmos.

Após as duas primeiras abordagens, a turma foi dividida em grupos, e foi feito um levantamento de índices pluviométricos, junto ao site do Inea-Petrópolis, de forma que fosse possível, termos uma visão de como funcionava a coleta de dados pluviométricos, para que a partir destas informações, pudéssemos confeccionar e resolver, nossas situações-problemas. Foi decidido em comum acordo, que fosse feito uma coleta de dados relativos ao período de maior intensidade pluviométrica na região, portanto foi feito a coleta de dados de janeiro, fevereiro e março de 2013, do bairro Quitandinha, local que se localiza o Cpti-Petrópolis e comunidade de muitos alunos desta instituição, além de representar um dos locais de maior impacto das chuvas em Petrópolis, provocando neste período um alto índice de quedas de barreiras.

Figura 3 – Dados pluviométricos de janeiro de 2013



Fonte <http://inea.infoper.net/inea/>

Figura 4 –Dados pluviométricos de fev. de 2013



Fonte <http://inea.infoper.net/inea/>

Figura 5 - Dados pluviométricos de março de 2013



Fonte <http://inea.infoper.net/inea/>

Na semana seguinte, nos reunimos para que fosse dado o início da confecção e resolução das situações-problemas, a partir do tema gerador, chuvas.

Neste momento, foi notado um grande interesse dos educandos, pois foi notada a proximidade da matemática, como sendo uma ferramenta aliada na solução de problemas do seu cotidiano, pois os educandos ficaram bastante interessados através dos dados coletados, observando que estes dados pluviométricos, poderiam ser modelados matematicamente, e assim verificarem o comportamento aproximado do gráfico.

Desvincular a Matemática das outras atividades humanas é um dos maiores erros que se pratica particularmente na educação da Matemática. Em toda a evolução da humanidade, as ideias matemáticas vêm definindo estratégia de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumento para esse fim e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para própria existência (D'AMBRÓSIO, 1999, p. 97).

A elaboração e resolução das situações-problema foram executadas pelos educandos, com a intervenção e colaboração do professor/pesquisador, este processo durou quatro semanas e foram desenvolvidas quatro situações-problema, a partir de dados hipotéticos, em situações decididas entre o professor/pesquisador e os educandos, para que a partir das falas dos alunos, decidiríamos sobre qual modelo de função, construiríamos a situação-problema, ou seja, se o modelo seria uma função afim ou seria o modelo de uma função quadrática, tendo como tema gerador, as chuvas em Petrópolis.

1- Esta situação-problema tem como objetivo, fazer o uso do conceito de taxa de variação e construção de gráficos, da função afim, tendo como ponto de partida, a fala de um dos educandos, que faz a seguinte observação:

“... professor aqui em Petrópolis chove muito nos três primeiros meses do ano e bem menos nos três meses seguintes...”

A partir desta fala, nos reunimos e procuramos modelar a situação citada, através de dados hipotéticos, contemplarem função afim, para que fosse feita uma revisão dos conceitos de função, e ainda foi sugerido pelos alunos, que são de T.I., que fosse usado o recurso de construção de gráfico do Word.

Nesta situação-problema, foi feita uma sugestão pelo professor/pesquisador, para que fosse feita uma comparação entre as taxas de variações, e comparadas percentualmente, calculadas pelos alunos, para que tivesse mais informações, que ajudassem nas conclusões, acerca da observação feita pelo aluno.

Situação-Problema 1 – A tabela abaixo representa os dados hipotéticos pluviométricos de uma região de Petrópolis.

Tabela 1 – Dados Pluviométricos

| Mês | Índice Pluviométrico (mm) |
|-----------|---------------------------|
| Janeiro | 150 |
| Fevereiro | 200 |
| Março | 320 |
| Abril | 180 |
| Maiο | 180 |
| Junho | 20 |

Faça o que se pede:

a) Calcule a taxa de variação ou taxa de crescimento, entre meses consecutivos.

$$\text{Jan. - Fev.} \rightarrow a = \frac{200 - 150}{2 - 1} \Rightarrow a = 50 \text{ mm/mês}$$

$$\text{Fev. - Mar.} \rightarrow a = \frac{320 - 200}{3 - 2} \Rightarrow a = 120 \text{ mm/mês}$$

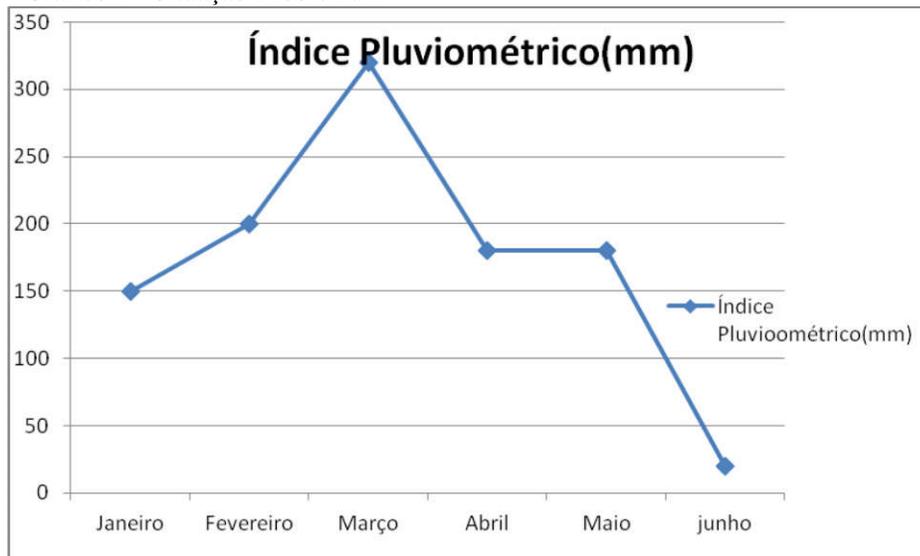
$$\text{Mar. - Abr.} \rightarrow a = \frac{180 - 320}{4 - 3} \Rightarrow a = -140 \text{ mm/mês}$$

$$\text{Abr. - Mai.} \rightarrow a = \frac{180 - 180}{5 - 4} \Rightarrow a = 0 \text{ mm/mês}$$

$$\text{Mai. - Jun.} \rightarrow a = \frac{20 - 180}{6 - 5} \Rightarrow a = -160 \text{ mm/mês}$$

b) Faça o gráfico

Gráfico 1 - Situação-Problema 1



c) Analise o Gráfico

A taxa de variação servirá para saber o comportamento das variações pluviométricas, no referido período, sendo assim, podemos concluir que:

-de janeiro a fevereiro, houve uma taxa de variação positiva, indicando que o índice pluviométrico aumentou que neste caso foi de 50 mm em um mês

-de fevereiro a março, houve uma taxa de variação positiva, indicando que o índice pluviométrico aumentou que neste caso foi de 120 mm em um mês, representando um aumento relativo ao período anterior de $120/50$, ou seja, um aumento de 140% em relação a janeiro/fevereiro.

-de março a abril, houve uma taxa de variação negativa, indicando que o índice pluviométrico diminuiu que neste caso foi de -140 mm em um mês.

-de abril a maio, houve uma taxa de variação nula, indicando que o índice pluviométrico se manteve constante, que neste caso foi de 0 mm em um mês.

-de maio a junho, houve uma taxa de variação negativa, indicando que o índice pluviométrico diminuiu que neste caso foi de -120 mm em um mês representando um decréscimo relativo ao período março/abril de -120/-140, ou seja, um decréscimo de aproximadamente 16% em relação a março/abril.

2-Durante uma das reuniões, para a elaboração das situações-problema, os educandos levantaram a questão dos níveis dos reservatórios de água no sudeste, assunto nos noticiários em todo país. Então, um aluno lembrou que alguns reservatórios de abastecimento de água em Petrópolis são dependentes de chuvas, e surgiu o questionamento, de como poderia ser modelado a relação entre a intensidade da chuva em mm e o volume de água no reservatório, então o professor/pesquisador, sugeriu que fosse elaborado uma situação hipotética, em escala reduzida.

Nesta situação-problema, o gráfico foi construído pelo programa Graphmatica, o qual foi explorado pelos educandos com a orientação do professor/pesquisador.

Ao final desta situação-problema, foi percebida pelo professor/pesquisador, e também pelos educandos, a importância da compreensão dos conteúdos matemáticos necessários para a elaboração e solução deste problema, fazendo com que os alunos percebessem a aplicabilidade dos conteúdos elencados pelo professor/pesquisador.

Situação-Problema 2 - Um reservatório de água, com o formato de paralelepípedo reto, possui as seguintes dimensões:

Comprimento (a): 20 m

Largura (b): 10 m

Profundidade(c): 5 m

Este reservatório depende das águas de chuvas para ser preenchido. Sabendo que cada 1 mm de chuva, corresponde a um litro em 1 m^2 de superfície plana, faça o que se pede:

a) Dê a função do volume em litros ocupado pela água no reservatório, em função da sua profundidade.

Como sabemos, volume de paralelepípedo é dado por:

$$V = \text{Comprimento} \times \text{Largura} \times \text{Profundidade}, V = a.b.c$$

Comprimento e Largura não mudam, ou seja, é constante então o produto Comprimento X Largura também é constante, desta maneira, o volume de água no reservatório, passa a ser função da profundidade exclusivamente, portanto:

$$V \rightarrow c, V(c) = 20.10.c \text{ então teremos:}$$

$$V(c) = 200c, \text{ como } 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l, finalmente teremos:}$$

$$\boxed{V(c) = 200000c}$$

b) Analise o domínio da função obtida na letra a

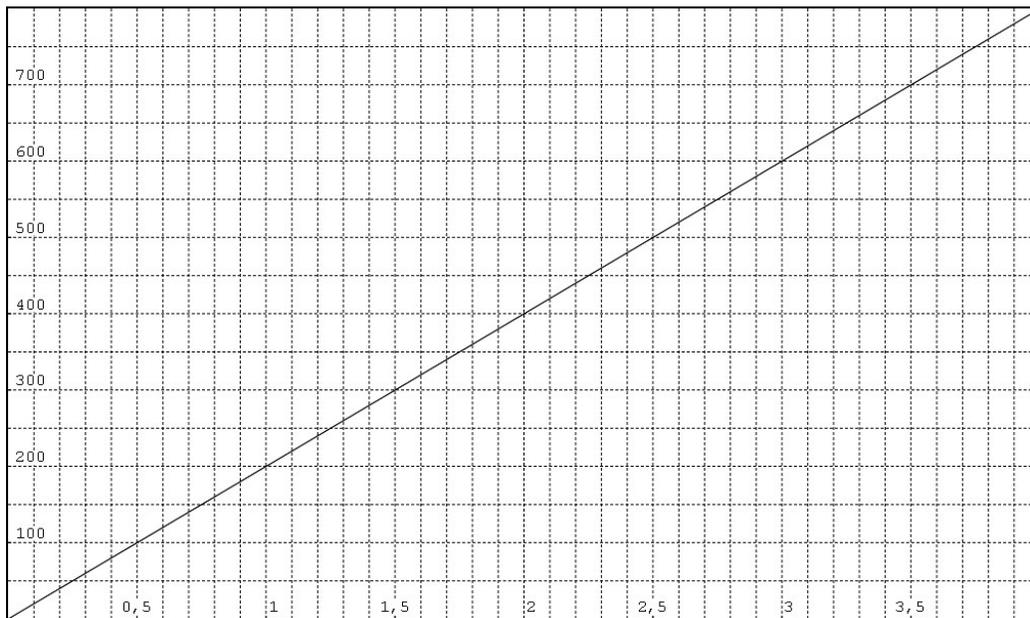
Como vimos no item anterior, o volume do reservatório(V), é função da sua profundidade (c), portanto devemos garantir o funcionamento desta fórmula (aplicação).

Posto isso, sabemos que o reservatório, terá um volume entre o mínimo de zero, quando estiver vazio, e máximo de 1000000 litros, quando estiver completamente cheio, logo:

$$D = \{c \in \mathbb{Z}_+ / 0 \leq c \leq 5\}, \text{ onde } c \text{ é a profundidade em metros(m).}$$

c)Esboce o gráfico relativo à função obtida

Gráfico 2 – Situação-Problema 2



d) Em um determinado dia de verão, o reservatório continha 200 m^3 , sabendo que neste dia, foram medidos 200 mm de índice pluviométrico, calcule a quantidade de água no reservatório, após esta chuva, bem como sua profundidade.

Como já foi dito no item a deste exercício o volume, só depende da profundidade, pois a área de captação é constante e igual a 200 m^2 , como cada mm de índice pluviométrico, significa 1 litro em 1 m^2 de superfície plana, vamos ter:

$200 \text{ mm} = 200 \text{ l/m}^2$, como a área de captação é de 200 m^2 , então.

$$200 \text{ l/m}^2 \times 200 \text{ m}^2 = 40000 \text{ litros}$$

$$V(c) = 200 \times 1000 + 40000$$

$$\mathbf{V(c) = 240000 \text{ litros}}$$

Como visto no item (a), $V(c) = 200000c$, então como $V(c) = 240000$, logo:

$$200000c = 240000, \text{ logo } \mathbf{c = 0,12 \text{ m ou } 12 \text{ cm.}}$$

3-A intenção deste problema foi modelar um problema, utilizando a função quadrática, a partir do questionamento de uma parte dos educandos, quanto ao uso do pluviômetro, ao ser utilizado num determinado local para leituras diárias.

Foi feita uma revisão dos conceitos de função quadrática, visto a importância deste conteúdo no ensino médio. Os educandos corresponderam muito bem a esta atividade, e muitos contribuíram para a elaboração e solução da situação-problema. O software utilizado para a confecção do gráfico, foi o Graphmatica, já utilizado na atividade 1.

Os educandos regiram bem a esta atividade, pois tiveram a oportunidade de revisar função quadrática, assunto recorrente nos vestibulares e concursos, e puderam contextualizar com o tema chuvas, que é um tema que afeta seu cotidiano.

Situação-Problema 3 – Numa determinada região de Petrópolis foi realizada medidas sobre o índice pluviométrico, durante 8 horas, e modelando estes dados, a função que representa o índice pluviométrico (I) em mm em função do tempo(t) em horas, foi:

$$I(t) = -8t^2 + 48t + 128, \text{ onde } 0 \leq t \leq 8h, \text{ faça o que se pede:}$$

a) Determine as imagens, para os respectivos extremos do Domínio, fazendo sua interpretação.

I – Para $t = 0$

$$I(0) = -8(0)^2 + 48(0) + 128$$

$$I(0) = 128 \text{ mm}$$

$I(0)$ significa que o valor inicial da função é 128, como estamos fazendo medidas dos índices pluviométricos, então quer dizer que no início das leituras, estava chovendo 128 mm.

II- Para $t = 8$

$$I(8) = -8(8)^2 + 48(8) + 128$$

$$I(8) = -8(8)^2 + 48(8) + 128$$

$$I(8) = 0 \text{ mm}$$

$I(8) = 0$, significa que após 8 horas de leitura, o índice era zero, o que quer dizer, que naquele instante não chovia.

b) Em que instante a chuva atingiu seu ápice

O instante faz parte do Domínio, portanto, basta calcular a abscissa do vértice.

$$\text{Sabemos que } X_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{48}{2(-8)} = 3h$$

R: Portanto, a chuva atinge seu ápice, após 3 horas do início das leituras.

c) Qual o maior índice em mm, atingido durante este período

O maior índice atingido é o maior valor da função, que nada mais é que a ordenada do vértice.

Sabemos que $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ ou basta calcularmos $f(x_v)$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (48)^2 - 4(-8)(128)$$

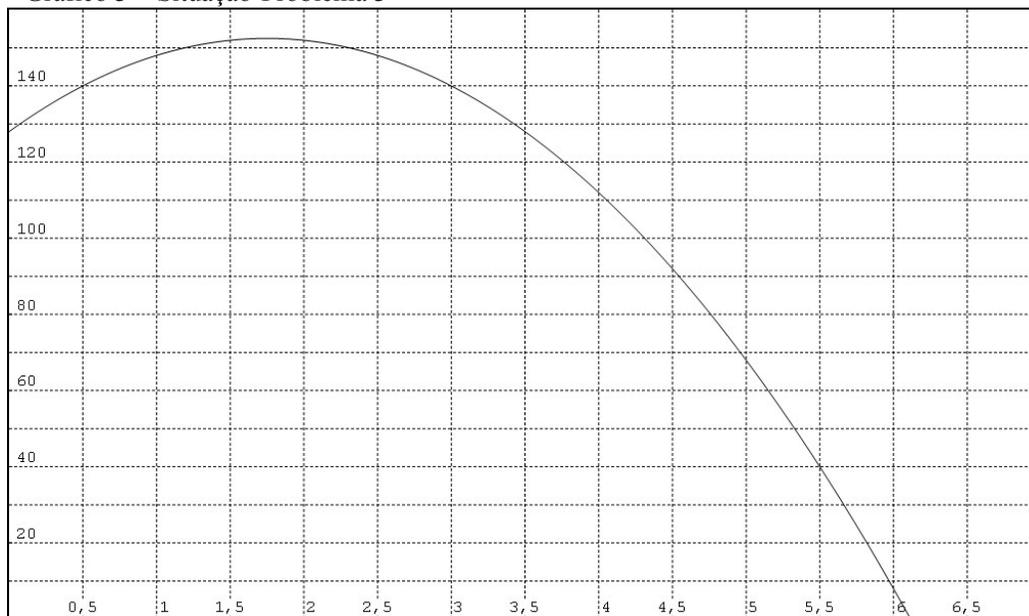
$$\Delta = 6400$$

$$y_v = -\frac{6400}{4(-8)} = 200$$

R: Portanto, o índice máximo atingido nestas leituras, foi de 200 mm

d) faça o esboço da função

Gráfico 3 – Situação-Problema 3



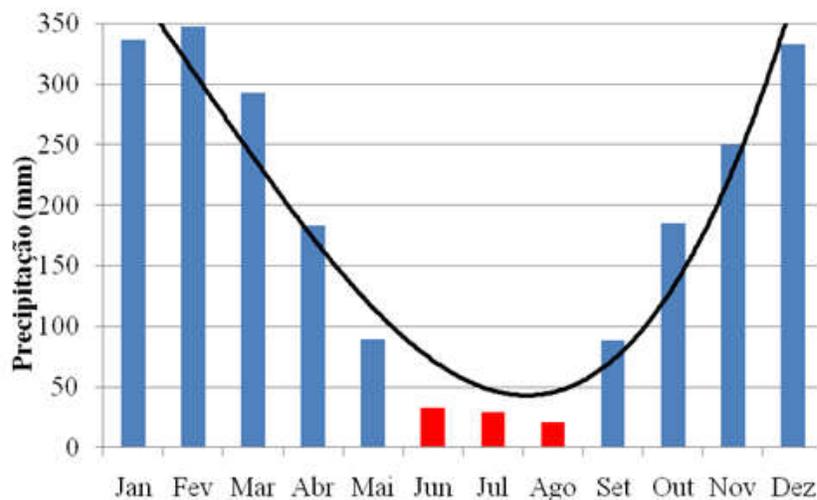
4 – A proposta para a próxima atividade nasceu a partir de uma simulação gráfica feita por um dos grupos no computador, então um dos componentes percebeu o comportamento das barras, quanto ao decrescimento, valor mínimo e crescimento e então fez a seguinte observação:

“Professor, este é um comportamento parecido com o de uma parábola.”

Foi notado pelo professor/pesquisador, uma oportunidade de trabalhar a o comportamento gráfico da função quadrática, junto aos educandos que muito bem entenderam o a proposta e ajudaram a confeccionar o gráfico, para ser utilizado na atividade.

Situação-Problema 4 – O gráfico abaixo representa os dados de precipitação, em mm, medida durante um ano. Responda baseado no gráfico:

Gráfico 4 – Situação-Problema 4



a) dentre as funções, estudadas no ensino médio, o gráfico, representado pela linha preta, se aproxima de qual função? Por quê?

R: O gráfico se aproxima, sem sombra de dúvidas de uma parábola, pois entre os meses de janeiro e julho, os índices vêm diminuindo até atingir o valor mínimo entre os meses de junho, julho e agosto, logo após os índices passam a aumentar.

b) qual é o mês ou meses, em que os índices de precipitação foram mínimos.

R: Neste caso podemos considerar que foi o mês de agosto, mas não estaria errado, se fosse escolhido os meses em vermelho.

c) Qual foi o menor índice de precipitação, e o que significa.

R: O menor índice de precipitação foi atingido nos meses de junho, julho e agosto, cujo valor ficou abaixo de 50 mm.

Significa que nestes meses, representam um período de seca.

Ao final da atividade, foi realizada uma reunião, para que junto com os educandos, fosse feito uma avaliação da proposta e que também fossem feitas sugestões.

O resultado foi bastante satisfatório, com uma manifestação unânime por parte dos educandos que gostaram muito da proposta e se sentiram muito à vontade com os conteúdos abordados, e puderam perceber a proximidade da matemática com os problemas do seu cotidiano, e sugeriram que momentos como estes, fossem mais frequentes ao longo do ensino básico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do presente trabalho consistiu em fazer do ensino da Matemática, através de uma abordagem sobre funções, uma ferramenta capaz de ser utilizada pelos educandos como uma aliada, na resolução de problemas do seu cotidiano, melhorando assim a visão de uma Matemática que não tem uso ou não tem sentido, além de desenvolver uma visão crítica ambiental do seu entorno.

Para que isso acontecesse, usamos a temática ambiental chuvas na região serrana, mais especificamente, na cidade de Petrópolis, como tema gerador para ser contextualizado ao ensino da Matemática e assim os educandos pudessem elaborar e resolver situações-problema, que estão de alguma forma conectados com seu dia-a-dia.

Esta prática pedagógica tem como característica o rompimento com hierarquização do saber, permitindo, assim, que o aluno acostumado a ser passivo no processo de aprendizagem, torne-se participante e coadjuvante, estabelecendo dessa forma um diálogo permanente entre ele e seu professor, ao longo da aplicação da pesquisa.

Acreditamos que a proposta aqui utilizada atendeu de maneira satisfatória, pois se trata de uma turma de ensino técnico, diferenciado de outras turmas de ensino regular, contribuindo de maneira satisfatória para o sucesso da pesquisa.

Durante a elaboração e resolução das situações-problema, notamos que uma simples abordagem sobre um assunto, quando é discutida e compartilhada pelos alunos, toma outra proporção, fazendo surgir uma grande oportunidade para a abordagem e desenvolvimento de outros conteúdos escolares. Desta forma, vemos uma possibilidade que partindo de uma simples ideia, possamos fazer as mudanças sugeridas e almejadas no ensino da matemática.

Ao realizarmos o debate, ficou bem nítido a conscientização ambiental apresentada pelos educandos, em relação aos problemas apresentados e também uma postura crítica quanto as atitudes da comunidade com o meio ambiente.

Foi percebido que ao final da aplicação do referido trabalho, uma significativa melhora no entendimento e compreensão dos conteúdos abordados, principalmente na questão da participação, fato este que pode ser creditado ao interesse por parte dos educandos, quando foi contextualizado o tema gerador chuvas. Se for comparado com os anos anteriores que não houve a transversalização, a diferença de desenvolvimento, entendimento e participação é muito grande, pois se percebe que a maior parte dos educandos não se envolvia com o processo e tão pouco se interessava pelo conteúdo que está estava sendo desenvolvido.

Concluindo, esperamos que o presente trabalho possa vir a contribuir com o ensino da Matemática e para uma visão crítica ambiental, partindo de ideias e experiências do cotidiano, proporcionando aos educandos e educadores uma oportunidade de melhoria da educação.

REFERÊNCIAS

- BOYER, C. B. **Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula**. Tradução de Higinio H. Domingues. São Paulo, SP: Ed. ATUAL, 1992.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. introdução. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2002.
- BRASIL, Secretaria da educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.
- BRITO, D. dos S.; ALMEIDA, L. M. W. de. O conceito de funcao em situacoes de modelagem matematica. *Zetetiké*, Campinas: UNICAMP, v. 13, n. 23, p. 63-85, jan./jun. 2005.
- BRÜGGER, P. **Educação ou adestramento ambiental?** Santa Catarina: Letras Contemporâneas, 1994.
- CANDIDO, S. L. Uma experiencia sobre o ensino e a aprendizagem de funções. **Educação Matemática em Revista**, Sao Paulo, n. 8, p. 47-56, jun. 2000.
- CARVALHO, I.C.M. Educação ambiental crítica: nomes e endereçamentos da educação. In: LAYARARGUES, P.P. (Coord.). **Identities da educação ambiental brasileira**. Brasília: Ministério do Meio Ambiente, 2004.
- DANTE, L. R. **Matemática contexto & aplicações**. Rio de Janeiro: Ática, 2007.
- DIAS, G. F. **Educação ambiental: princípios e práticas**. São Paulo: Gaia, 1994.
- EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Tradução de Higinio H. Domingues. Campinas, SP: Editora UNICAMP, 2004.
- GUIMARÃES, M. Educação ambiental crítica. In: LAYARARGUES, P.P. (Coord.). **Identities da educação ambiental brasileira**. Brasília: Ministério do MeioAmbiente, 2004.
- IEZZI, G. ; MURAKAMI, C. **Fundamentos de Matemática Elementar: conjunto e funções**. São Paulo: Atual, 2004
- LOUREIRO, C.F.B. Educação ambiental transformadora. In: LAYARARGUES, P.P. (Coord.). **Identities da educação ambiental brasileira**. Brasília: Ministério do Meio Ambiente, 2004.
- ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de matematica atraves da resolucao de

problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-217.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autentica, 2002. 128 p.

PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de Matemática. **Revista Educação e Matemática**, Portugal, n.15, p. 3-9, 1990.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução: Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

REIGOTA, M. Fundamentos teóricos para a realização da educação ambiental popular. **Em Aberto**, v.10, n.49, p.35-40, 1991.

REIGOTA, M. **Meio ambiente e representação social**. 2.ed. São Paulo: Cortez, 1997.

REIGOTA, M. **O que é educação ambiental**. 3.ed. São Paulo: Brasiliense, 2001.

RORATTO, C.; NOGUEIRA, C.M.I. e KATO, L. A. História da Matemática e aprendizagem significativa : uma combinação possível no ensino de funções. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador, BA. **Anais...**Salvador, BA: SBEM, 2010. 10p.
.Disponível em: http://www.lematec.net/CDS/ENEM10/artigos/CC/T6_CC192.pdf
Acesso em: 15 de dez. 2014.

SIERPINSKA, A. Theoretical perspectives for development of the function concept. In G. Harel ; E. Dubinsky (Ed.). **The Concept of function: aspects of epistemology and pedagogy**, MAA. Providence, RI: Mathematical Association of America, 1992. Notes and Report Series.

SOUZA, A. R. de; SILVA, G. A. da. Desenvolvimento e análise de uma metodologia para o ensino de funções quadráticas utilizando os softwares 'parábola' e 'oficina de funções'. **Zetetiké**, Campinas, v. 14, n. 25, p. 107-131, jan./jun. 2006.

TOZONI-REIS, M.F.C. **Educação ambiental: natureza, razão e história**. Campinas: Autores Associados, 2004.

TRINDADE, J. A. de O.; MORETTI, M. T. Uma relação entre teoria histórico-cultural e a epistemologia histórico-crítica no ensino de função: mediação. **Zetetiké**, Campinas, v.8, n. 13/14, p. 29-49, jan./dez. 2000.

UNESCO/PNUMA/OREALC. **Educación ambiental: módulo para formación de maestros y supervisores de escuelas primarias**. Santiago: [s.n], 1987.

VAZQUEZ, S.; REY.; BOUBÉE, C. El concepto de función através de La História. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**; v. 4, n.16, p. 141 – 151, dez. 2008

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. Edição eletrônica: Ed. Ridendo Castigat Mores, 2001. 159 p. Disponível em:<http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/vigo.pdf>
Acesso em: 29 dez. 2014.

- YOUSCHKEVITCH, A. P. Le concept de fonction jusqu'au milieu duXIXe siecle. In: **Fragments d'histoire des Mathematiques**, Brochure A.P.M. E. P.n. 41, p.7- 67, 1981
- ZANELLA, L. Aprendizagem: uma introdução. In: ROSA, J. L. **Psicologia da educação: o significado do aprender**. 3. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 1999.
- ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. Sobre funcoes e linguagem matematica de professores do ensinomedio. **Zetetiké**, Campinas, v. 8, n. 13/14, p. 7-28, jan./dez. 2000.