Universidade Federal do Espírito Santo - UFES

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT

Dissertação de Mestrado

A ÁLGEBRA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ERROS QUE ALUNOS MAIS COMETEM

KÍSSYLLA CHRISTINA MEDEIROS GORINI

Vitória - Espírito Santo

Dezembro de 2021

A ÁLGEBRA NAS SÉRIES FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ERROS QUE ALUNOS MAIS COMETEM

KÍSSYLLA CHRISTINA MEDEIROS GORINI

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFES como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Moacir Rosado Filho.

Vitória - Espírito Santo

Dezembro de 2021

Ficha catalográfica

Assinaturas

Agradecimentos

Diante da imensa satisfação que sinto em realizar o sonho de cursar uma pós-graduação stricto senso e ciente de que jamais teria conseguido tal feito sem a participação de muitas pessoas, só tenho a agradecer.

Agradeço e dedico esta dissertação primeiramente a Deus por me conceder força e saúde em todos os momentos, me ajudando em meio às adversidades.

Agradeço profundamente a minha família, em especial ao meu esposo Braz Júnior, que deliberadamente me incentivou, apoiou e fez o possível e impossível para que eu pudesse dar conta de frequentar todo curso com assiduidade.

Agradeço imensamente ao meu orientador Dr. Moacir Rosado, que durante todo o curso, como professor, sempre apoiou, orientou e agregou conhecimentos de forma imensurável em minha vida, e agora, como orientador, realizou pontuações e correções muito necessárias para este trabalho.

Agradeço ainda à esta universidade por nos abrir as portas deste curso, colocando à disposição um corpo docente excepcional que tanto acrescentou à comunidade acadêmica.

"Conhecer é como encher um balde de matéria; é como construir encadeamentos lógicos; é como tecer fios interligando temas e construindo redes de significados; é como construir um iceberg, em que equilibramos os aspectos explícitos com a dimensão tática do que se conhece"

Nílson José Machado e Ubiratan D'Ambrósio

Resumo

A pesquisa realizada neste trabalho remete a uma busca por reflexões e propostas de soluções para minimizar a problemática dos erros cometidos pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental durante o processo de ensino-aprendizagem da unidade temática Álgebra em meio a transição da aritmética para a matemática algébrica. Para compreender o ensino da Álgebra atualmente, fez-se necessário desenvolver um estudo histórico sobre como a Álgebra surgiu pela primeira vez, assim como as influências sofridas ao longo dos anos, inclusive pelas reformas ocorridas a partir de 1970 e os modelos atuais pautados, inicialmente pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998) que recentemente foi substituído pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018).

Este trabalho foi desenvolvido com base em uma metodologia de pesquisa bibliográfica e de pesquisa de campo. Para tal foi utilizada atividades lúdicas que pudessem proporcionar um mapeamento dos erros que os alunos mais cometem. A maioria dos discentes demonstrou dificuldades na construção das expressões algébricas. Observou-se, ainda, em diversos estudos, o sentimento de incapacidade de se reconhecer como um indivíduo com potencial para aprender matemática. O estudo auxiliar contribuiu para reflexão sobre a importância da utilização de métodos lúdicos e planos de aula que viabilizassem a melhoria do processo de construção do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Álgebra, Erros, Métodos Lúdicos, Pensamento Algébrico.

Abstract

The research carried out in this work refers to a search for reflections and proposals for solutions to minimize the problem of mistakes made by students in the final years of elementary school during the teaching-learning process of the Algebra thematic unit in the midst of the transition from arithmetic to mathematics algebraic. To understand the teaching of Algebra today, it was necessary to develop a historical study on how Algebra first appeared, as well as the influences suffered over the years, including the reforms that took place from 1970 onwards and the current models initially guided by by the National Curriculum Parameters (PCN, 1998) which was recently replaced by the Common National Curriculum Base (BNCC, 2018).

This work was developed based on a methodology of bibliographic research and field research. For this purpose, playful activities were used that could provide a mapping of the mistakes that students make the most. Most students demonstrated difficulties in the construction of algebraic expressions. It was also observed in several studies the feeling of inability to recognize themselves as an individual with the potential to learn mathematics. The auxiliary study contributes to a reflection on the importance of using playful methods and lesson plans that would enable the improvement of the process of building algebraic thinking.

Keywords: Algebra, Mistakes, Playful Methods, Algebraic Thinking.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

INTRODUÇÃO

O ensino da Álgebra, historicamente, tem se apresentado como um grande desafio a ser vencido no ambiente educacional. Nesse aspecto, há um dilema bilateral formado. De um lado encontra-se o discente que recebe influências culturais de resistência ao aprendizado da matemática. Tal influência, quando aliada ao estudo dessa unidade temática que mistura letras e números, causam dificuldades no entendimento e na construção do conhecimento. Do outro lado, acha-se o docente, que tem se reinventado e buscado meios de facilitar o processo construtivo de um pensamento algébrico, possibilitando solucionar a problemática da transposição de uma linguagem numérica para uma linguagem algébrica.

A dificuldade do desenvolvimento do pensamento algébrico perpassa pelo sentimento de incapacidade do aluno. Ele não se reconhece como indivíduo dotado de condições mínimas para a formação do saber. Além desse sentimento de incapacidade, o ambiente social e familiar em que o aluno está inserido geralmente não auxilia na formação do pensamento algébrico, uma vez que um grande número de familiares teve e ainda tem muitas dificuldades na interpretação de problemas e transposição deste para uma linguagem matemática. É muito evidente entre os educandos o pensamento ideológico de que o aprendizado da Álgebra, assim como o da matemática como um todo é um privilégio para alguns poucos dotados de "sabedoria extra".

Historicamente, o ensino da Álgebra tem sido apresentado como um "bicho de sete cabeças" e esta visão tem se tornado um grande empecilho para os docentes. Reconhecendo esta dificuldade na relação de ensino aprendizagem, tem-se pesquisado sobre alterações na forma de apresentação do conteúdo. É possível perceber a evolução histórica de mecanismos facilitadores na construção do pensamento algébrico, bem como a alteração e o aprimoramento das bases curriculares vigentes.

A falta do pensamento algébrico leva os alunos a cometerem uma série de erros que são reproduzidos de maneira muito semelhante na maioria dos casos. Visando amenizar essas dificuldades é que foram realizadas atividades com a turma do 7° ano do Ensino Fundamental em uma escola da rede municipal de Cariacica. Através dela foi possível mapear erros corriqueiros na interpretação e transposição algébrica de uma expressão matemática. Então, surgiu a proposta do tema trabalhado nesta pesquisa: "A Álgebra nas séries finais do ensino fundamental: Erros que alunos mais cometem". A ideia central aqui apresentada é que o docente, de posse do mapeamento dos erros mais cometidos, possa elaborar planos de aula utilizando materiais lúdicos a fim de simplificar o processo de construção do conhecimento.

Através de uma pesquisa bibliográfica, pude conhecer e propor aqui atividades diferenciadas e lúdicas para serem trabalhadas em turmas do 7° ano em diante. As sugestões deixadas neste trabalho envolvem jogos matemáticos e softwares que viabilizem a aplicação de recursos tecnológicos em sala de aula. Uma dessas sugestões, o jogo "Corrida Algébrica", foi colocado em prática em uma turma de 7° ano de uma escola da rede municipal de Vila Velha. Através desta aplicação tornou-se possível constatar a eficiência da utilização de materiais lúdicos.

Os capítulos metodológicos inseridos nesta dissertação visam, não apenas apontar os erros que os alunos mais cometem, mas também propor soluções para minimizá-los mostrando que é possível otimizar o processo construtivo do pensamento algébrico fazendo uso de metodologias diferenciadas que tornem o conhecimento matemático um saber significativo.

1 MOTIVAÇÃO

Há 16 anos leciono a disciplina de Matemática na rede pública para alunos das séries finais do ensino fundamental e médio. Atualmente, exerço cargo de professora efetiva nas redes municipais de Vila Velha e Cariacica. Neste período pude perceber as lacunas que o ensino da matemática tem deixado durante todo ciclo estudantil. Os alunos chegam às séries finais do fundamental com deficiências e construções equivocadas a respeito dos números. No geral, os estudantes apresentam grandes dificuldades em interpretação de problemas e aplicação das operações básicas, principalmente multiplicação e divisão.

Diante desse panorama, quando o professor tenta colocar em prática as propostas de ensino sugeridas pelos livros didáticos ocorre uma frustração mútua, por parte do aluno, que não consegue absorver o conteúdo, e por parte do professor, que não atinge suas metas e objetivos previamente planejados.

Nesse processo de ensino-aprendizagem ao qual estou inserida, as perguntas que sempre pairam em nossos pensamentos são: Quais estratégias e metodologias devemos utilizar para mudar esta situação? É possível amenizar este cenário? A busca por respostas a tais perguntas me motivou a pesquisar sobre o tema desta dissertação.

Geraldi (2018), em seu artigo "Pesquisas em educação matemática: desafios à prática docente" ressalta que:

> O ensino da Álgebra ainda hoje é um tabu, pois a mesma possui uma simbologia, muito própria além da abstração na montagem dos problemas, mas isso é o que faz a Álgebra ser tão importante, já que ela traz uma certa mobilidade ou maleabilidade, pois com ela, é possível resolver diversos tipos de problemas o que a torna mais ampla que a aritmética, e menos engessada.

A autora deixa claro a importância do ensino da Álgebra e a infinidade de aplicações que esta possui quando utilizada de forma correta, principalmente na resolução de problemas, mas também enfatiza que:

> A maior dificuldade dos alunos em Álgebra é compreender a simbologia e colocar significado no que estão resolvendo; é necessária a compreensão da Álgebra e para isso ele necessita desenvolver o pensamento algébrico; este por sua vez não é fácil de adquirir, já que demanda tempo e uma construção gradativa.

Conforme relata Silva (2020), em seu trabalho de conclusão de curso com o tema "o uso de jogos no ensino de Álgebra: uma experiência nos anos finais do nível fundamental", o que o motivou a pesquisar a respeito desse tema é o fato de saber e conhecer a importância de tal conteúdo, uma vez que tem se deparado com muitas dificuldades por parte dos alunos da Educação Básica na disciplina de matemática e, principalmente, ao que se refere à Álgebra.

As ideias apresentadas anteriormente deixam claro que outros docentes compactuam da mesma angústia que eu em relação ao ensino da Álgebra. Além disso, também se sentiram motivados a realizar pesquisas em prol de métodos e estratégias para minimizar esta problemática.

2 UM POUCO DA HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

A Álgebra é um ramo da matemática que surgiu inicialmente para ajudar o ser humano a resolver situações relacionadas a necessidades práticas do dia a dia. Para entender um pouco da evolução da Álgebra até os dias atuais faz-se necessário um mergulho na história. De acordo com Sterlyng em seu livro Álgebra I para leigos (pág. 16), a palavra álgebra é uma variação da palavra de origem árabe aljabr, que significa reunião ou união conjunta das partes. Ainda segundo Sterlyng esta palavra foi modificada mais adiante quando os Mouros trouxeram a palavra algebrista, significando ortopedista (alguém que une ou coloca junto os ossos), para a Espanha, durante a Idade Média. É importante destacar que a Álgebra, no entanto, se desenvolveu sob a influência de várias culturas.

Por muito tempo a palavra Álgebra era utilizada para fazer referência à parte da matemática que se ocupava em estudar as operações entre números e, principalmente, a resolução de equações. Segundo o autor Baumgart (1992), talvez a melhor tradução para a palavra Álgebra fosse "a ciência das equações", uma vez que se baseia em realizar a mesma operação em ambos os lados da igualdade. A palavra hoje tem um significado muito mais amplo, e uma definição satisfatória que requer um enfoque em duas fases.

Ainda de acordo com Baumgart (1992), a primeira fase é a Álgebra antiga (elementar) que faz referência ao estudo das equações e métodos de resolvê-las. A Álgebra antiga ou fase antiga foi o período que abrangeu de 1700 a.C. a 1700 d.C. aproximadamente. Esse período caracteriza-se pela invenção gradual do simbolismo e pela resolução de equações, uma vez que devido as constantes dificuldades encontradas pelos matemáticos no decorrer de suas pesquisas ao substituir as palavras e letras por alguns sinais como o sinal de igual $(=)$, o mais $(+)$, o menos$(-)$ e outros, é que foram criadas condições para o desenvolvimento da Álgebra. Hoje as equações são expressas em símbolos, ou seja, Álgebra Simbólica.

A segunda fase da Álgebra, segundo Baumgart (1992), faz referência à Álgebra moderna (abstrata) que diz respeito ao estudo das estruturas matemáticas tais como grupos, anéis e corpos.

Al-Khowarizmi deu sua contribuição, mas como muitos matemáticos de diversas épocas, não conseguiu expressar as equações totalmente em símbolos. Isso só aconteceu 700 anos depois, quando França e Espanha estavam em guerra, e para evitar que seus planos fossem descobertos pelos inimigos, tanto franceses como espanhóis, usavam códigos em suas mensagens. Entretanto os espanhóis não se deram bem com essa estratégia, pois, sempre que um mensageiro de suas tropas era capturado, os franceses rapidamente descobriam seus planos militares.

Apaixonado por Álgebra, François Viète viveu de 1540 até 1603 e passou a fazer parte da história como o principal responsável pela introdução dos símbolos no mundo da matemática, ficando assim conhecido como o Pai da Álgebra. As ideias algébricas evoluíram e tiveram influências principalmente da Álgebra egípcia, babilônica, pré-diofantina, diofantina, chinesa, hindu, arábica e europeia renascentista.

Neste sentido, é válido ressaltar sobre Diofanto de Alexandria. De acordo com Garbi (2007), este foi um matemático grego que viveu no século III. Não há muitas informações sobre sua vida, apenas que viveu em Alexandria e marcou a história no que se refere ao desenvolvimento da Álgebra exercendo forte influência sobre os europeus que posteriormente se dedicaram a teoria dos números. Praticamente tudo que sabe sobre a vida pessoal de Diofanto encontra-se referenciada num epigrama presente na Antologia Grega:

"Diofanto passou $\frac{1}{6}$ da sua vida como criança, $\frac{1}{12}$ como adolescente e mais $\frac{1}{7}$ na condição de solteiro. Cinco anos depois de se casar nasceu-lhe um filho que morreu 4 anos antes de seu pai, com metade da idade (final) de seu pai".

O epitáfio acima nos remete a seguinte equação:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

Resolvendo-a encontramos o valor de x que representa a idade com que Diofanto morreu. Desta forma, é possível verificar que ele viveu até os 84 anos.

Milies (2004) relata que a partir do Século XIX, quando finalmente se desenvolveu uma notação apropriada (empregando letras para representar coeficientes e variáveis de uma equação), foi possível determinar "fórmulas gerais" de resolução de equações e discutir métodos de trabalho também "gerais". Porém, mesmo nestes casos, tratava-se de situações relativamente concretas. As letras representavam sempre algum tipo de número (inteiros, racionais, reais ou complexos) e utilizavam-se as propriedades destes de forma mais ou menos intuitiva.

Há dois fatores principais que contribuíram fundamentalmente para o desenvolvimento da Álgebra, sendo eles a tendência a aperfeiçoar as notações, de modo a permitir tornar o trabalho com as operações (e equações) cada vez mais simples, rápido e o mais geral possível e, por outro lado, a necessidade de introduzir novos conjuntos de números, como consequente esforço para compreender sua natureza e sua adequada formalização. Destaca Fiorentini (2005, p.6):

> Cada cultura evidenciou ideias e elementos característicos configurando a Álgebra como importante meio para se resolver problemas. Dessa forma percebe-se a matemática como uma construção decorrente das ações humanas no decorrer da história.

A Álgebra foi uma área de difícil construção de conhecimento, havendo a necessidade da elaboração de uma linguagem simbólica apropriada às questões tratadas, aliada à conceitos algébricos cada vez mais abstratos. Para Baumgart (1992), o desenvolvimento da notação algébrica evoluiu ao longo de três estágios: o primeiro deles é o retórico ou verbal, o segundo é o sincopado ao qual eram usadas abreviações de palavras, e o terceiro é o simbólico. No último estágio, a notação passou por várias modificações, até tornar-se razoavelmente estável ao tempo de Isaac Newton.

2.1 Reflexões Sobre a Aprendizagem da Álgebra

A Álgebra no ponto de vista do ensino é a parte da matemática responsável por tratar do raciocínio e da linguagem matemática envolvida na manipulação de termos desconhecidos (as incógnitas e variáveis). Mesmo com todos os avanços ao longo dos anos e aplicação das teorias algébricas e da matemática de forma geral, ainda há grandes dificuldades por parte dos discentes na aprendizagem desse conteúdo.

De acordo com Costa e Allevato (2010), o livro didático se tornou uma fonte indispensável de mediação do conhecimento tendo a função de contribuir com o processo de ensino aprendizagem e dialogando tanto com o professor quanto com o aluno. Nessa perspectiva é possível perceber que o livro didático, na maioria das vezes, é o principal recurso de sala de aula e esse isso faz com que os conteúdos sejam colocados sem significação, apenas com uma explicação superficial ou mais técnica. É importante ressaltar que Álgebra necessita de uma prática constante através de exercícios. Soma-se a isso o fato de poucos professores utilizarem recursos didáticos diferenciados como, por exemplo: exposição em vídeos ou então jogos que insiram a prática da matemática, o que possibilitaria uma matemática mais agradável e instigante.

Dessa forma, é importante que o professor detenha o conhecimento e consiga adaptar metodologias diferenciadas. Essas condições são essenciais para proporcionar ao aluno um aprendizado expressivo, interessante e significativo. Especialmente nesta era em que tanto se fala em modernidade, igualdade e oportunidades. Nessa linha de pensamento, Guimarães (2002, p.3) ressalta:

> O uso dos softwares matemáticos que auxilia e agiliza processos algébricos, e por exemplo, pode proporcionar atividades de reflexão, além de permitir visualização gráfica, o que facilita o aprendizado. Podem proporcionar um ambiente de investigação por parte dos alunos, e não simplesmente uma forma ágil de obter respostas (GUIMARÃES, 2002, p.3)

Os estudantes já sabem fazer uso desses softwares, apenas se deparam com dificuldades operacionais quando são instigados a pensar questões matemáticas que permitem a eles aprofundar seus conhecimentos fazendo uso desses recursos de apoio didático. Ainda, o uso do computador quando munido de bons softwares é um equipamento capaz de ampliar o processo cognitivo.

2.2 Alguns Aspectos da História do Ensino da Álgebra no Brasil

A inserção da Álgebra no ensino de matemática deveu-se, em grande parte, à influência do movimento de reorientação curricular que ficou conhecido como Matemática Moderna, nas décadas de 1960 e 1970. Este movimento, de caráter internacional, foi uma tentativa de superar o ensino tradicional que até então privilegiava a matemática clássica, o modelo euclidiano, assim como uma visão platônica da Matemática.

Destaca-se que para que os alunos possam ter uma base algébrica de qualidade é necessário que este ensino ocorra desde as séries iniciais. Miguel (1992) afirma que na Inglaterra, França, Alemanha e nos Estados Unidos, a Álgebra tem sido considerada como um dos ramos mais úteis e interessantes da matemática. O ensino da Álgebra nesses países já foi incluído como parte do ensino obrigatório nas escolas primárias.

A relevância da matemática na formação dos estudantes é evidente, como observamos nos objetivos associados ao ensino de matemática conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL, 1998, p.47)

Dessa forma, por ser a Álgebra uma área de grande importância no currículo fundamental, deve ser trabalhada de modo a desenvolver no aluno o raciocínio lógico a fim de que ele não fique somente na expectativa do resultado final. Para o aluno, a experiência de seu primeiro contato com a Álgebra gera certa apreensão e traz incertezas, o que é natural, pois não bastasse saber somar, subtrair, dividir e multiplicar, agora eles precisam desvendar o valor das letras.

É importante salientar que ao estudar os autores Fiorentini e Trajano (1993), observou-se uma citação que foi relevante para o entendimento do ensino da Álgebra e que fez questionar o "abandono" deste tema no Brasil. Ainda segundo os autores:

> [...] para podermos avaliar como esta matéria é abandonada, ou melhor dizer é ignorada entre nós, bastará só refletirmos que se executarmos homens formados em qualquer dos ramos da matemática, será difícil acharmos em nossas cidades pessoas que tenham conhecimento da Álgebra (FIORENTINI, TRAJANO, 1993, prefácio).

Os autores deixam claro que, ou o ensino da Álgebra tem sido negligenciado, ou a metodologia utilizada para tal ensino precisa ser repensada considerando que a sociedade está se modificando gradativamente. Assim sendo, se os professores em junção com os alunos não reformularem um método cognitivo para a assimilação da Álgebra ou qualquer outra questão que envolva a lógica, a própria essência da matemática será desvalorizada.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática, Brasil (1998), o ensino dessa disciplina deve garantir o desenvolvimento de capacidades como observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às 22 formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa. Ainda de acordo com os PCNs da matemática temos que:

> Para uma tomada de decisões para o ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim é mais proveitoso propor situações que levem o aluno a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as "manipulações" com expressões e equações de forma meramente mecânica (BRASIL, 1998, p.116).

A matemática, principalmente relacionada ao ensino da Álgebra nos tempos contemporâneos, está mais atualizada em relação à matemática ensinada em tempos remotos. Anteriormente, a Álgebra era ensinada de uma forma abstrata, não relacionando problemas do cotidiano. Mesmo assim, muitos professores da atualidade continuam nos métodos anteriores, procurando relacioná-la somente ao raciocínio lógico. Isso não permite que o aluno desenvolva uma amplitude no que diz respeito ao manipulativo/impulsivo, o que restringe a busca do aluno por possibilidades.

2.3 As concepções de Álgebra e Educação Algébrica

A tabela a seguir apresenta as concepções da Álgebra, de acordo com Fiorenti, Miorim e Miguel (1993). Considerou-se o desenvolvimento histórico da Álgebra e a relação entre o pensamento e a linguagem.

Tabela 2.1: Características das Concepções da Educação Algébrica

Concepções da Educação Algébrica	**Características**
Linguístico-pragmática	A aquisição de técnicas, ainda que mecânicas, requeridas pelo transformismo algébrico seriam necessárias e suficientes para a resolução de problemas pelo aluno. Compõe-se de uma sequência de tópicos iniciados pelas expressões algébricas, seguidos de operações com essas expressões, e, por último, a aplicação das técnicas na resolução de problemas. Essa concepção é marcada pelo não uso de figuras, ilustrações ou objetos concretos. Concepção dominante no período entre os séculos XIX e XX.
Fundamentalista-estrutural	É o estudo das estruturas gerais – os signos representam entidades mais gerais. Essa concepção de educação algébrica se insere no Movimento da Matemática Moderna, na segunda metade do século XX, e coloca ênfase nas propriedades das operações e nas estruturas que elas definem, pressupondo que o seu domínio garantiria a compreensão das estruturas em diferentes contextos. A ênfase recai sobre a teoria dos conjuntos, as propriedades das operações, as equações e inequações e introduz o estudo de funções de primeiro grau.
Fundamentalista-analógica	Vincula o papel pedagógico da Álgebra como instrumento para resolução de problemas. É marcada pela utilização de recursos geométricos-visuais e pela justificação das passagens do transformismo algébrico por meio de recursos analógicos geométricos, considerados superiores didaticamente à abordagem lógico-simbólica, sem, porém, excluí-la.
Não denominada pelos autores	Fundamentada na relação dialética entre pensamento e linguagem: esta é a proposta apresentada pelos autores, porém não recebe um título. Baseia-se na ideia de que o pensamento algébrico pode ser expresso em várias linguagens que não só a simbólica, e por isso pode ser introduzido no ensino desde os anos iniciais.

Fonte: Elaborado por Juciane Teixeira Silva, com base no texto Contribuição para um repensar a educação algébrica, de Fiorenti, Miorim e Miguel (1993).

Tais estudos de Fiorenti, Miorim e Miguel (1993) buscam explicar a especificidade da Álgebra e o papel por ela desempenhado na história do pensamento humano. Em resumo, para a concepção linguístico-pragmática o foco do ensino da Álgebra é o domínio das técnicas de manipulação algébrica, mesmo que de forma mecânica. Isto é, nem sempre há um significado na aprendizagem algébrica. Já a concepção fundamentalista-estrutural busca justificar e fundamentar os procedimentos algébricos por meio de propriedades estruturais.

A terceira concepção, fundamentalista-analógica, une as duas anteriores, porém ao buscar justificar os procedimentos algébricos, ela opta pela utilização de elementos visuais que facilitam, de maneira concreta, a visualização.

A Álgebra, assim como seu estudo, necessita de procedimentos para resolver alguns tipos de problemas. Faz-se necessário, a partir de então, o aluno descrever simbolicamente através de equações as situações que envolvem a incógnita (termo desconhecido) de tais problemas para depois, simplificar equações e resolvê-las.

Ao resolver problemas que envolvem a Álgebra, os alunos apresentam dificuldades para compreender uma generalização simbólica. A partir de uma resolução algébrica tem-se uma complementação de raciocínios aritméticos que poderiam ser feitos por um raciocínio lógico e não tão abstrato quanto o raciocínio algébrico. Ao contrário disso, na Álgebra é preciso raciocinar para organizar uma equação.

Nessa perspectiva é que será apresentada a resolução de um problema adaptado por Campagner (2009, p.3) como exemplo em que será possível ver claramente a necessidade de se raciocinar algebricamente para organizar uma expressão e só depois resolvê-la. Nos estudos de sistemas de equações lineares constata-se que elas recebem esse nome pois os problemas expressam duas ou mais equações e envolvem duas ou mais variáveis trabalhadas em conjunto. Sua representação também pode ser realizada graficamente conforme descrito no Gráfico 2.1 apresentado pelo autor (CAMPAGNER, 2009, p.3) e adaptado pela autora desta dissertação com o uso do software GeoGebra.

Exemplo 2.3.1. *João comprou duas canetas de mesma marca e um caderno, pagando um total de*$R\$16,00$.

1. *Identificando as incógnitas:*
   $x =$ *preço de cada caneta;*
   $y =$ *preço do caderno;*

2. *Obtendo a equação:* $2x + y = 16,00 \rightarrow$ *essa é uma equação do 1° grau ou também chamada de equação Linear, isso porque o expoente de cada incógnita é igual a um (1).*

3. *Encontrar a solução para essa equação é achar um valor para x e outro para y, que satisfaçam essa igualdade. Mas neste caso encontraremos infinitos pares ordenados $(x; y)$ que a satisfazem.*

4. *Encontraremos cinco possíveis soluções e as representaremos através da tabela abaixo. O cálculo realizado em cada linha da tabela será de acordo com o padrão a seguir. Vamos considerar que $x = 1,00$, ou seja, cada caneta custa $R\$1,00$. É preciso realizar os cálculos abaixo para encontrar o valor de y, ou seja, o preço de cada caderno.*

$$2 * 1,00 + y = 16,00$$

$$2,00 + y = 16,00$$

$$y = 16,00 - 2,00$$

$$y = 14,00$$

Temos uma solução que é o par $(1,00; 14,00)$, isso significa que se a caneta custa $R\$1,00$, então o caderno custa $R\$14,00$.

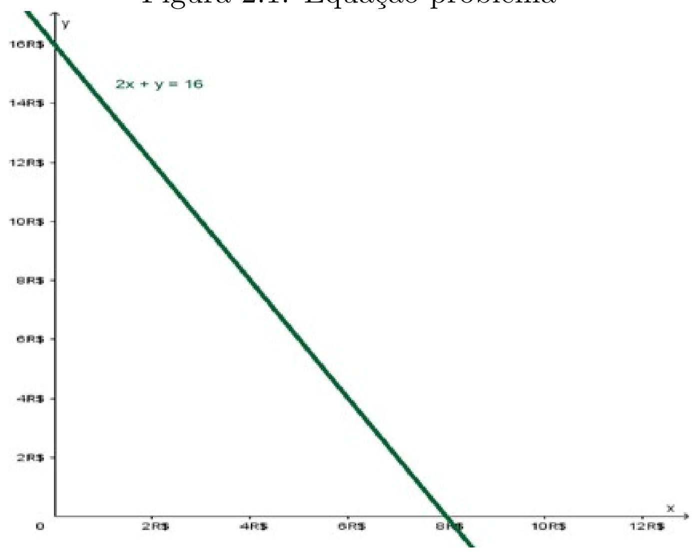
Faremos isso com cada valor de x, para encontrar o valor de y.

Tabela 2.2: Soluções do sistema de equação

x	y
$1,00$	$14,00$
$1,50$	$13,00$
$2,00$	$12,00$
$2,50$	$11,00$
$3,00$	$10,00$

Fonte: A autora (2021)

Figura 2.1: Equação problema



Fonte: EDUCAÇÃO (2012)

Esses autores defendem que é preciso repensar a educação aritmética e a algébrica, não as tratando de forma fragmentada, uma antecedendo a outra, mas sabendo que uma depende da outra. O psicólogo russo VASILI DAVYDOV (1982) afirma que o ponto de partida da atividade algébrica está no ato de lidar com relações quantitativas, esclarecendo que: "O importante aqui é entender o fato de que, para ser capaz de resolver o mais simples dos problemas 'aritméticos', a criança precisa também lidar – de forma tematizada ou não – com as relações quantitativas".

3 A ÁLGEBRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

O ensino fundamental coincide com a fase de desenvolvimento social, cognitivo e físico do educando. A autora Berns (2002, p.44) relata que este é o período operacional formal e de identidade. Nele ocorre o desenvolvimento do corpo e o indivíduo se vê como uma pessoa única e integral. Além disso, tenta também estabelecer as identidades sexual, étnica e profissional. Nesse período ocorre a compreensão das regras sociais e estabelecimento da lei e ordem.

Atrelado a esse período acontecem as mudanças na maneira de pensar a matemática, passando de uma apresentação com cálculos apenas numéricos para uma que envolve parte literária e incógnitas. A inserção literária nessas expressões traz um nível de abstração elevado causando as dificuldades na compreensão e sua aplicação no cotidiano. Baseado nos relatos de Lochhesd e Mestre (1995), a maioria dos alunos não conseguem traduzir a linguagem corrente para a linguagem algébrica, possuindo grandes dificuldades na resolução de problemas algébricos bastante simples.

A Resolução de Problemas muitas vezes é vista como uma alternativa para minimizar os desafios do ensino da Álgebra a partir de uma perspectiva que contemple concepções e definições a respeito do tema. De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992);

> A preocupação legal de introduzir a Álgebra no ensino brasileiro, na forma de aulas avulsas, ao lado de disciplinas já estabelecidas como a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria, ocorre com a Carta Régia de 19 de agosto de 1799. (MIGUEL, FIORENTINI e MIORIM, 1992, pg. 40)

Mas com o passar dos anos, o ensino de matemática veio sofrendo uma dicotomia, em que, por um lado está o educador que considera a matemática um saber indispensável na formação do aluno e, por outro lado, o aluno que considera a matemática algo difícil e inútil em sua vida após a escola. Essa diferença de visão acarreta diversos tipos de dificuldades na escola, como é o caso do alto nível de retenção dos alunos nesta disciplina.

O tema em questão é de suma relevância no que diz respeito ao ensino da matemática, pois motivar os alunos de modo que ele enxergue utilidade no que está aprendendo e veja como algo útil fará total diferença em sua formação. Trabalhar essa questão já faz parte dos Parâmetros Curriculares Nacionais conforme citado abaixo (BRASIL, 1998, p.47):

> Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Desta forma, além de ser um campo de conhecimento aplicado, deve-se considerar a matemática como uma ciência em constante mudança, que se desenvolve por meio da inventividade. A Proposta Curricular de Santa Catarina reitera esta ideia:

> Assim como acontece com todo conhecimento a Matemática é também um saber historicamente em construção que vem sendo produzido nas e pelas relações sociais e, como tal, tem seu pensamento e sua linguagem. Ocorre, entretanto, que essa linguagem com o passar dos anos foi se tornando formal, precisa e rigorosa, distanciando-se daqueles conteúdos dos quais se originou, ocultando, assim, os processos que levaram a Matemática a tal nível de abstração e formalização (FIORENTINI, 19951 , p.32 apud SANTA CATARINA, 1998, p.106).

O Movimento, que tomou como referência os trabalhos de um grupo de matemáticos franceses denominado de Bourbaki, tinha como objetivo tornar a matemática escolar mais contextualizada, menos complexa, mais acessível a todos os alunos, em especial do ensino fundamental. Sobre o Movimento da Matemática Moderna, Carvalho (1988, p.15) contribui:

> É inegável que ele marcou indelevelmente o ensino de matemática elementar. [...] O movimento da matemática moderna foi o maior experimento já feito em educação matemática. Assim, qualquer pessoa que se interesse pelo ensino da matemática, quer do ponto de vista acadêmico, de pesquisa, quer do ponto de vista histórico, quer como professor de matemática engajado pessoalmente no ensino, deveria tomar conhecimento desse assunto. Sua compreensão é essencial para entender por que se ensina matemática como hoje em dia.

Como reflexo do Movimento, os currículos de matemática passaram por uma reformulação acentuada com uma nova abordagem que se baseava no formalismo e no rigor da teoria dos conjuntos e da Álgebra como bases para o ensino de matemática desde os anos iniciais.

Uma das consequências desta reformulação curricular foi a excessiva preocupação com a formalização, distanciando-se das questões práticas, o que se contrapõe à ideia de um ensino contextualizado. Entretanto, mais recentemente, a possibilidade de contextualização no ensino de Álgebra foi retomada, conforme exemplificado na Proposta Curricular de Santa Catarina:

> O desenvolvimento do pensamento algébrico e de sua linguagem exige atividades ricas em significados que permitam ao aluno pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar estas regularidades matematicamente, pensar analiticamente e estabelecer relações entre grandezas variáveis. A Álgebra, portanto contribui com uma forma especial de pensamento e de leitura da realidade (SANTA CATARINA,1998, p.111).

De modo geral, as orientações pedagógicas para o ensino de Álgebra na Proposta Curricular têm como foco o domínio de operações com valores desconhecidos e de manipulações algébricas. Entretanto, a Proposta Curricular ainda afirma o seguinte:

> Portanto, o ensino de Álgebra não se reduz ao transformismo algébrico, tradicionalmente entendido como cálculo algébrico. Trabalha-se Álgebra também quando se estudam Equações e Inequações, Relações e Funções; exploram-se os vários significados das letras (como valores numéricos, como incógnitas, como variáveis e como símbolos abstratos); atribuem-se significados geométricos, físicos ou sociais às expressões algébricas; obtêm-se modelos matemáticos representativos de situações problemas da realidade e exploram-se geometricamente os processos do transformismo algébrico (operações com polinômios e fatoração).(SANTA CATARINA, 1998, p.111).

Essa orientação, que indica a amplitude da Álgebra, também indica possíveis dificuldades acarretadas pela falta de domínio, por parte dos estudantes, dos elementos algébricos indicados, já que a linguagem algébrica é essencial para a resolução de problemas dos mais diferentes campos. Esta citação indica ainda a grande quantidade de conteúdo curricular que a envolve a Álgebra, o que, possivelmente, também contribui para sua dificuldade no ensino.

3.1 O Ensino Da Álgebra

Autores como Barbosa e Borralho (2009) e Aguiar (2014) relatam que os resultados apresentados na aprendizagem da Álgebra nas últimas décadas são reflexo de um processo que o ensino dessa área vem sofrendo. Apesar das reformas educacionais, novas diretrizes e orientações propostas para o sistema educacional, no Brasil houve poucas alterações no ensino da Álgebra na Educação Básica. Esses pesquisadores afirmam que ainda prevalece a aprendizagem de um conjunto de técnicas operatórias que buscam apenas resolver equações sem contextualizá-las.

Conforme exposto no capítulo anterior, baseado em Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), a Álgebra foi introduzida no ensino brasileiro apenas após a carta Régia de 19 de agosto de 1799. Até meados do século XX, a Álgebra ocupava grande espaço nos programas do ensino básico e secundário. Por tais motivos, diversos educadores se movimentaram para recuperar o ensino da Geometria nessa época, o que contribuiu para que o espaço da Álgebra no currículo fosse se perdendo, fazendo-a retornar ao papel exercido anteriormente. Conforme pode-se observar na citação a seguir:

> Mas se, por um lado, na proposta da CENP (Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas) a Geometria passa a dar sustentação à metodologia do ensino da Aritmética e da Álgebra, por outro lado, o próprio ensino de Álgebra não apenas perde aquelas características que a Matemática moderna lhe havia atribuído como também parece retomar – sem, é claro, aquelas regras e aqueles excessos injustificáveis do algebrismo - o papel que ele desempenhava no currículo tradicional, qual seja o de um estudo introdutório – descontextualizado e estático – necessário a resolução de problemas e equações (MIGUEL, FIORENTINI E MIORIM, 1992, p.51).

De acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), nos últimos anos, começaram as articulações sobre a importância da Álgebra, e juntamente com a Geometria e a Análise Infinitesimal, ela passou a constituir um dos grandes ramos da Matemática.

Segundo Ponte (2003), "A matemática escolar é muito abstrata", pois nesses contextos são estabelecidos limites entre os conteúdos, em que a Aritmética é trabalhada desde a educação infantil até o 6°ano (5ª série) do Ensino Fundamental e os conteúdos tradicionais da Álgebra, tais como equações, cálculo com letras, expressões algébricas também são abordados no 7° ano (6ª série) do Ensino Fundamental, além de se considerar que os conteúdos aritméticos são conhecimentos prévios para a introdução da Álgebra. Entretanto, é possível encontrar a Álgebra em livros além dos anos iniciais do Ensino Fundamental, como por exemplo: "A Aritmética da Emília", cujo autor, Monteiro Lobato, expõe:

> Estes senhores são os célebres ALGARISMOS ARÁBICOS, com certeza inventados pelos tais árabes que andam montados em camelos, com um capuz branco na cabeça. A especialidade deles é serem grandes malabaristas. Pintam o sete uns com os outros, combinam-se de todos os jeitos formando NÚMEROS, e são essas combinações que constituem a ARITMÉTICA. E ainda a própria Álgebra: Os romanos - explicou o Visconde -, não tendo sinais especiais para figurar os Algarismos, usavam essas sete letras do alfabeto. O I valia 1; o V valia 5; o X valia 10; o L valia 50; o C valia 100; o D valia 500 e o M valia 1000) (LOBATO, 1935).

Desta forma pode-se caracterizar o início do estudo da Álgebra como sendo o estudo das equações e, consequentemente, a utilização de letras para representar valores desconhecidos, e nesse caso, elas são usualmente denominadas de incógnitas. Entretanto, no decorrer das séries subsequentes, as letras têm outros atributos, por exemplo, nos estudos de funções, elas são entendidas como variáveis.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais, o estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização. Isso objetiva garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, devendo estar engajado em atividades que interrelacionem as diferentes concepções da Álgebra.Segundo as diretrizes curriculares da rede pública de educação básica do estado do Paraná - DCE (2006):

> Cumpre destacar que a aritmética encontra sua generalização matemática na Álgebra. Assim, os conjuntos numéricos se ampliam para os campos numéricos, de modo que o professor do Ensino Fundamental estimule, desde os anos iniciais escolares, o desenvolvimento do pensamento algébrico dos educandos, dando-lhes meios para relacionar operações com números até operações literais. No trabalho de passagem da aritmética para a Álgebra, faz-se necessário um cuidado para não haver uma ruptura entre ambas, mas ampliação das possibilidades de argumentar e resolver problemas (DCE, 2006, p.28)

Isto vem ressaltar o que o professor vai enfatizar no tratamento metodológico do cálculo algébrico e o que deve ser levado em consideração baseado na realidade em que o aluno está inserido. Haja vista que se entende que educação é um processo intencional e sistematizado de transformação do ser humano.

Destaca-se que a Matemática tem um gigantesco papel social, seja ele no ambiente escolar ou nas diferentes esferas, como ruas, formas de incluir ou excluir pessoas, entre outros. As crianças aprendem, mesmo quando muito novas, as noções de números e operações sem usar regras formais, fazendo-as da forma mais simples possível, utilizando, na maioria das vezes, o cálculo mental. No processo de ensino tradicional, o conhecimento matemático formal é introduzido na criança a partir do estudo da Aritmética, com ênfase nas operações.

Ocorre que o Ensino da Álgebra tem sido limitador, porque não se favorece o processo de produção de significados para o qual está sendo estudado. Os alunos lidam com pouca variedade de aplicações. Sobre isso, Oliveira considera:

> O ensino da Álgebra se concentra em conteúdos mais tradicionais como equações, cálculo com letras, expressões algébricas, contextos geométricos, etc, e pouco se avança em discussões que pretendam tratar das questões principais para orientarmos o ensino da Álgebra (OLIVEIRA, 2002, p.36)

É necessário que a Álgebra seja compreendida de forma ampla, podendo fornecer recursos para analisar e descrever relações em vários contextos matemáticos.

Estes estudos tornam perceptíveis o grau de dificuldade enfrentado por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, que facilmente se confundem com as letras, podendo o docente observar que a utilização da Álgebra fica deixada de lado. Também em muitas vezes o único recurso didático utilizado pelo professor em sala de aula é o livro didático. Em alguns casos, estes são muito abstratos ou até mesmo complexos, não possibilitando aplicar a Álgebra de forma mais abrangente.

Relembra-se que, em tese, para a concepção linguístico-pragmática o foco do ensino da Álgebra é o domínio das técnicas de manipulação algébrica, mesmo que de forma mecânica, isto é, nem sempre há um significado na aprendizagem algébrica. Já a concepção fundamentalista estrutural busca justificar e fundamentar os procedimentos algébricos por meio de propriedades estruturais. A terceira concepção, fundamentalista-analógica, une as duas anteriores, porém ao buscar justificar os procedimentos algébricos, ela opta pela utilização de elementos visuais que facilitam, de maneira concreta, a visualização.

3.2 O Pensamento Algébrico

O pensamento algébrico se manifesta nos diferentes campos da Matemática, como também em outras áreas de conhecimento. Dessa forma, também existem diferentes formas de expressar o pensamento algébrico, seja pela linguagem natural, linguagem aritmética, linguagem geométrica ou por meio da criação de uma linguagem específica. Ou seja, por meio de uma linguagem algébrica de natureza estritamente simbólica.

Para Ponte (2005), há muitos anos, a fundamentação da Álgebra era baseada em equações e na sua manipulação. Porém, nos tempos atuais, o grande objetivo da Álgebra passou a ser o desenvolvimento do pensamento algébrico.

O pensamento algébrico, de acordo com Ponte, Branco e Matos (2009), é algo amplo, que abrange muitas competências, tais como: lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações, funções, estruturas matemáticas. Essas competências podem ser usadas na interpretação e Resolução de Problemas matemáticos ou de outras áreas. Nessa perspectiva, os autores enfatizam que o trabalho com a Álgebra não se reduz ao simbolismo formal. Pelo contrário, aprender Álgebra implica ter a habilidade de pensar algebricamente em diversas situações.

Ainda, o autor Kaput (1999) define o pensamento algébrico como algo que se revela quando, por meio de hipóteses e argumentos, são estabelecidas generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressados por meio de linguagens cada vez mais formais. Embora muitos pesquisadores tenham contribuído com as descrições do pensamento algébrico, Kaput (1999, p.135) o descreve de maneira mais completa, nas seguintes formas: "[. . .] generalização da aritmética e de padrões em toda a Matemática; uso significativo de simbolismo; estudo da estrutura no sistema de numeração; estudo de padrões e funções; processo de modelagem Matemática, que integra as quatro anteriores".

Squalli (2000, p.277) defende a Álgebra como um "[. . .]tipo de atividade matemática e o pensamento matemático um conjunto de habilidades intelectuais que intervêm nessas atividades". Ele defende que a Álgebra é formada por três componentes essenciais e indissociáveis:

1. Construção e interpretação de modelos algébricos de situações reais ou matemáticas;
2. Manipulação de expressões algébricas seguindo regras pré-definidas;
3. elaboração e aplicação de estruturas (estruturas algébricas, estruturas de situações reais ou matemáticas) e de procedimentos (regras, algoritmos, heurísticas, etc.)

Assim, o pensamento algébrico é constituído por habilidades que possibilitam pensar analiticamente sobre cada um desses componentes. O autor dá ênfase a esse caráter analítico e defende que Álgebra e pensamento algébrico são duas faces de uma mesma moeda; portanto, indissociáveis e complementares. É com esse conjunto de habilidades de pensamento analítico que os estudantes generalizam e abstraem relações, regras, estruturas e manipulam a linguagem algébrica. Sua constituição demanda tempo e pressupõe no currículo de matemática, desde o início da escolarização, um trabalho contínuo que, por meio de diferentes tipos de exploração, vai se tornando complexo, à medida que as tarefas matemáticas e os conceitos também se complexificam.

Ponte, Branco e Matos (2009) destacam que o pensamento algébrico compreende três vertentes, sendo elas: representar, raciocinar e resolver problemas. Na vertente "representar" são abordadas questões sobre a capacidade de o aluno usar diferentes sistemas de representações, percebendo que o mesmo símbolo pode assumir diferentes contextos. Já a vertente "raciocinar" irá tratar do relacionar (em particular, analisando propriedades de certos objetos matemáticos) e o generalizar (estabelecendo relações válidas para certa classe de objetos). Vale destacar que como nos outros campos da Matemática, um aspecto importante do raciocínio algébrico é o de deduzir. Por último, mas não menos importante temos a vertente "resolver problemas e modelar situações" que trata de usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios.

O pensamento algébrico poderá ser favorecido quando, desde as séries iniciais do ensino fundamental, se valorizar as diferentes formas de representação de ideias e relações matemáticas, através de recursos diversos, como símbolos, desenhos, material manipulativo e atividades de agrupar, classificar, ordenar que facilitem os trabalhos com os padrões. Tudo isso reflete de forma positiva na compreensão das propriedades das operações, na qual os alunos são encorajados a usar o pensamento relacional, a desenvolver a sua capacidade de estimação no sentido de se aventurarem na descoberta da generalização. Assim é possível abordar aspectos essenciais da Álgebra, nos diferentes níveis escolares em que a criança se encontra inserida.

3.3 Características Do Ensino De Álgebra

O ensino da Álgebra envolve a resolução de problemas, no qual somente o uso de estratégias que pertencem ao campo da aritmética se apresenta insuficiente. Revela-se que os conceitos algébricos iniciais são as bases para a formação de diversos conceitos algébricos posteriores. Dessa forma, quando não são trabalhados o suficiente, é provável que o déficit no ensino da Álgebra se prolongue, constituindo um fator importante na dificuldade de aprendizagem de outros conceitos da matemática.

É necessário que a Álgebra seja compreendida de forma ampla, podendo fornecer recursos para analisar e descrever relações em vários contextos matemáticos.

Além disso, o estudo algébrico envolve uma interpretação de enunciados, o que exige a transposição da linguagem escrita para a linguagem matemática e, frequentemente, as dificuldades apresentadas pelos alunos nesta tradução residem na compreensão do texto. De modo geral, pela má interpretação destes. Dessa forma, não sendo capazes de interpretar, os alunos não conseguirão representar formalmente a situação. Locchesd e Metre (1995) adicionam que:

> [...] muitos alunos possuem dificuldades na resolução de problemas algébricos bastante simples, principalmente quando estes necessitam da tradução da linguagem corrente para a linguagem formal". Segundo estes mesmos autores "sem a capacidade de interpretar expressões, os alunos não dispõem de mecanismos para verificar se um dado procedimento é correto. (LOCHHESD e MESTRE, 1995, p.148)

Como já citado anteriormente, o estudo de Álgebra tem algumas características que podem indicar eventuais dificuldades na aprendizagem. Ressaltamos dois tipos de dificuldade: o primeiro se refere à natureza da Álgebra e suas relações com os processos de desenvolvimento cognitivo do aluno, assim como com a estrutura e a organização de suas experiências.

O segundo tipo de dificuldade trata da natureza do currículo escolar, da organização das aulas e da metodologia utilizada pelo professor. Por exemplo, quando os professores recorrem a processos mecanizados de ensino, nos quais o mais importante é se o aluno conseguiu chegar ao resultado final, ignora- se o modelo de compreensão do conteúdo.

Lins e Gimenes (1997) afirmam que a Álgebra consiste em um conjunto de ações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações. Entretanto, o estudo algébrico pode se limitar ao uso de símbolos sem nenhum significado, como no caso do estudo de forma mecânica, caracterizado pela memorização de regras que não propiciam relações entre os procedimentos algébricos e as situações reais.

4 REFLEXÕES SOBRE AS DIFICULDADES DOS ALUNOS NA APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

O atual cenário do Ensino da Álgebra tem sido limitador e cheio de dificuldades, uma vez que estão relacionadas ao fato de os alunos continuarem a usar em Álgebra os conceitos e convenções aprendidos anteriormente em Aritmética. Percebe-se ainda, dificuldade de natureza pré-algébrica, tais como a separação de um número do sinal, e os novos significados dos símbolos matemáticos.

A relação entre a Aritmética e a Álgebra, de acordo com Gil (2008), pode também justificar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Ela afirma que algumas vezes os procedimentos algébricos são contraditórios ou diferentes dos aritméticos que os alunos estavam acostumados. Nesse sentido, para agravar a situação muitas vezes os alunos trazem para Álgebra as dificuldades herdadas no contexto aritmético.

Diante disso Ponte, Branco e Matos (2009) ressaltam que muitas das dificuldades dos alunos na resolução de equações surgem dos erros cometidos no trabalho com expressões algébricas, devido não existir compreensão do significado destas expressões ou das condições de equivalência presentes.

Neste sentido Araújo (2008) defende a necessidade de mudanças no ensino de Álgebra. Isso só será possível se for contemplado nas escolas, além dos aspectos formais, a construção do pensamento algébrico. Ele ressalta que:

> [...] o pensamento algébrico está presente não apenas quando se trabalha na Álgebra formal, mas em diversos campos do conhecimento manifestados por diversas linguagens, como a aritmética, a geométrica ou mesmo a natural. É necessária uma imersão em atividades algébricas, que propiciem a construção do pensamento algébrico. (Araújo, 2008, p.338).

Nesta perspectiva Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam que podemos dizer que o grande objetivo do estudo da Álgebra na Educação Básica é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Destacam assim que:

> A perspectiva sobre a Álgebra e o pensamento algébrica acima apresentada reforça a ideia de que este tema não se reduz ao trabalho com o simbolismo formal. Pelo contrário, aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Resumir a atividade algébrica à manipulação simbólica equivale a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas a uma das suas facetas. (PONTE, BRANCO E MATOS, 2009, p.10).

Vale destacar que o aluno deve ser orientado a trabalhar com ideias, para tanto as atividades propostas devem contribuir com a formação do pensamento algébrico, já que este não é uma aptidão inata, mas algo que necessita ser desenvolvido.

4.1 A Álgebra no Currículo Escolar Atual

Ao considerar que a Álgebra é um dos principais ramos da Matemática e está entre os assuntos que recebem maior ênfase na segunda parte do Ensino Fundamental. Esta vem ocupando um papel de destaque no currículo escolar, mas pode-se observar que, mesmo com um grande tempo de estudo destinado a esta área da Matemática, os alunos possuem uma deficiência grande no que se refere aos conceitos e procedimentos que fazem parte do contexto algébrico.

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), a Álgebra foi introduzida no ensino secundário brasileiro no início do século XIX. Inicialmente, era uma disciplina como: a Geometria, Aritmética e a Trigonometria, porém com a Reforma Campos, de 1931, estas disciplinas são unificadas, formando a disciplina "Matemática". Oficialmente, a Álgebra passa a fazer parte do currículo brasileiro através da Carta Régia, de 19 de Agosto de 1799. "O estudo completo da Álgebra sucedia o estudo completo da Aritmética e antecedia o estudo completo da Geometria" (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p.40). Nesse período, apesar da legislação assegurar, no currículo, um equilíbrio entre as diferentes áreas da Matemática, na prática não era isso que se observava. Devido à falta de conhecimento das potencialidades da Álgebra, esta não recebia tanta ênfase na prática dos professores da época. Para ilustrar isso, trazemos um trecho do artigo de Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), em que os autores criticam o prefácio do livro "Álgebra Elementar", do professor Antônio Trajano, de 1935.

> [. . .]em sua edição de 1935, ao mesmo tempo em que revela essa defasagem entre o plano legal e a realidade escolar, através da denúncia do desconhecimento e descaso em relação à Álgebra e ao seu ensino, ilustra também a mentalidade reprodutiva e acrítica do próprio autor que, ao justificar a importância do estudo da Álgebra, tem como base a importância que lhe é atribuída por "noções mais avançadas". (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p.41).

Aqui percebemos que os autores de livros didáticos da época não percebiam a importância da Álgebra como uma ferramenta para resolver diversos tipos de problemas. Observa-se que o estudo de um caso particular é insuficiente, e justificam seu estudo por uma motivação interna de conhecimento matemático.

No Brasil, "[. . .] desde o início do estudo da Álgebra até o início da década de 60, quando se inicia o Movimento da Matemática Moderna, o seu ensino era predominantemente de caráter mecânico e reprodutivo, sem clareza alguma [. . .]" (GIL; PORTANOVA, 2007, p.2). A partir desse movimento, a Álgebra passa a ter um lugar de destaque, pois acredita-se que ela possa servir de elemento unificador entre as diferentes áreas da Matemática.

Atualmente no 7° ano e com ênfase no 8° ano, há um marco na vida do educando com o início do estudo algébrico, depois de muitos anos de estudo da Aritmética. Conforme os PCNs de Matemática:

> Para uma tomada de decisões para o ensino da Álgebra, deve- se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim é mais proveitoso propor situações que levem o aluno a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as "manipulações" com expressões e equações de forma meramente mecânica (BRASIL, 1998, p.116).

Em muitos livros didáticos ainda se encontram atividades que dão ênfase ao trabalho mecânico, mostrando a técnica e oferecendo uma lista de exercícios. Assim, professores que privilegiam o estudo do cálculo algébrico e das equações, o que muitas vezes acontece sem problematização nenhuma.

De acordo com os PCNs de Matemática, para que se garanta o desenvolvimento do pensamento algébrico é necessário que sejam oferecidos aos alunos atividades que inter-relacionem as diferentes concepções de Álgebra. Isso deve permitir ao aluno analisar as suas diversas funções ao invés de simplesmente oferecer o contato com a técnica e a operatória:

> Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relações entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a "sintaxe" (regra para a resolução) de uma equação (BRASIL, 1998, p.50-51).

É de suma importância que o estudo da Álgebra inicie nas séries iniciais do Ensino Fundamental de maneira informal, sendo trabalhada juntamente com aritmética. Assim, quando o aluno chegar às séries finais com mais facilidade, estes tópicos serão ampliados e formalizados, dentro de uma proposta de sempre fazer uma relação do que se está aprendendo com conhecimentos já existentes. Os PCNs de Matemática partem do pressuposto de que, para que o aluno possa entender Álgebra simbólica, é necessário que os professores considerem já nas séries iniciais o estudo da Álgebra (BRASIL, 1998).

Lins e Gimenez (1997, p. 157) acreditam que "[...] começar a educação algébrica o quanto antes é fundamental, para que mais tarde não nos queixemos de como os alunos não conseguem 'largar a aritmética' ". Quando se propõe o início do ensino algébrico antes, este ensino não terá a abordagem formal com o simbolismo algébrico, mas sim a exploração de situações que propiciem ao aluno a percepção de regularidades em diversas situações, como aritmética e geométrica; comparação de situações com aspectos variantes com outros que não variam. Acredito que este seria um bom começo, para que, ao chegar à 7ª série, o formalismo algébrico, este que contém a síntese de um longo processo de evolução, seja mais facilmente entendido. De acordo com Ponte:

> [...] no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objetos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre estas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades (PONTE, 2005).

Através destas atividades, os alunos terão oportunidade de reconhecer regularidades, fazer generalizações e assim desenvolver a sua linguagem algébrica e o pensamento algébrico. É importante permitir ao aluno expor as suas ideias ao grupo explicitando-as. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apontam como elementos que caracterizam o pensamento algébrico:

> [...] a percepção de regularidades, a percepção de aspectos invariantes em contraste de outros que variam, as tentativas de expressar ou explicar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização (p.87).

Esta troca de possíveis resoluções ou explicações para o problema proposto é muito rica, pois podem surgir inúmeros tipos de soluções ou explicações diferentes. É importante que o aluno possa argumentar sobre as suas ideias, ouvir as dos colegas e pensar sobre as mesmas, favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico. De acordo com o que foi exposto, Schwantes (2004) discorre:

> Pelo diálogo argumentativo e a produção de significados ocorre a sintonia permanentemente entre aluno, professor e objeto de estudo. Por esta sintonia estabelece-se uma confiança mútua, que motiva os alunos a confiarem em suas potencialidades, em seus saberes prévios e na capacidade de seus pares. Isso favorece a liberdade de argumentação para a construção conceitual, a elaboração de conjecturas, suas validações, refutações, e, por conseguinte, sua representação por meio de linguagem simbólico-formal (SCHWANTES, 2004, p.500).

Dentro desta proposta, é importante salientar a importância do papel do professor neste processo. É dele que devem vir os questionamentos, despertando a curiosidade do aluno.

Tais questionamentos devem ser feitos através de intervenções por parte do professor a fim de que a construção do conhecimento seja efetiva, já que a linguagem matemática e, mais especificamente, a linguagem algébrica possuem uma linguagem simbólica que, sem a compreensão do seu significado, fica muito distante do aluno. Faz-se necessário que as atividades deem oportunidade para que os alunos consigam se familiarizar com situações em que a Álgebra assume as diferentes funções, tornando-se significativas.

4.2 Como a Álgebra é vista pelos Estudantes

Por se tratar de um conteúdo que se relaciona com as letras, muitas vezes o aprendizado se torna abstrato pelos indivíduos que se deparam com o tema. Apesar de a Álgebra ser estudada desde o início do ensino fundamental até o ensino médio, muitos alunos terminam com essa grande abstração.

Para resolver uma equação, fazer sua fatoração, formular uma expressão algébrica, ou ainda, fazer simplificações para reduzir uma expressão, os alunos precisam utilizar conhecimentos, técnicas e saber o conceito algébrico, como, por exemplo, as técnicas de produtos notáveis. Se estes não tiverem os conceitos básicos formados, essa abstração continuará sendo um empecilho para seus conhecimentos futuros.

A maioria dos alunos, quando se deparam com letras não usuais para representar incógnitas, sentem um estranhamento, como se as relações entre as quantidades estivessem comprometidas. "[...] Há uma escravização às letras x, y e z como as únicas possíveis de estarem presentes enquanto incógnitas de certa equação" (OLIVEIRA, 2002, p.36-37). Isto acontece porque talvez exista pouca exploração de problemas em outros contextos que exigem a solução de equações.

> Certamente, a variedade de aplicações contribui para evitar essa tendência, tornando o aluno flexível e contribuindo para a compreensão de que as relações entre as raízes e os valores destas raízes estão preservadas dentro de uma mesma equação, seja em x, n, etc. (OLIVEIRA, 2002, p.37).

No ensino da Álgebra é importante estar atentos quando se falar de variável. Nem sempre elementos representados por letras estão associados à ideia de variação. Considerando algumas expressões usuais no estudo da matemática, podem-se observar diferentes sentidos. Por exemplo:

- Considera-se uma sentença do tipo $x^2 + 3x + 5 = 0$ como uma equação, sendo x uma quantidade que pode ser conhecida com a resolução da equação.

- Em trigonometria, temos uma famosa identidade, que relaciona o seno e o cosseno de um mesmo arco expressa por $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$, sendo x o argumento de uma função;

- Pode-se também, destacar uma relação entre duas quantidades (uma função), que não é para ser resolvida, do tipo $y = kx$. Somente neste caso, temos o sentido de variação realmente presente, pois conhecido o valor do parâmetro k, temos que y varia em função do valor de x.

A Matemática tem um significativo papel social, seja no ambiente escolar ou nas diferentes esferas, como ruas, formas de incluir ou excluir pessoas, entre outros. As crianças aprendem ainda muito pequenas as noções de números e operações sem usar regras formais, fazendo as operações da forma mais simples possível, utilizando, na maioria das vezes, o cálculo mental. No processo de escolarização tradicional, a criança é introduzida ao conhecimento matemático formal a partir do estudo da Aritmética, com ênfase nas operações básicas tais como: adição, subtração, multiplicação e divisão. Inicia-se, então, o seu percurso no estudo da Matemática, que vai acompanhá-la por toda sua vida escolar.

Algumas diretrizes podem ser expostas de maneira em que, ao iniciar o estudo do conteúdo "Álgebra", o professor deve estabelecer relações dos modelos algébricos, numéricos e geométricos. As estruturas algébricas estão presentes tanto na aritmética como na geometria, por exemplo, Álgebra linear. O processo de contagem e as medidas de figuras geométricas são aspectos fundamentais na apropriação do conceito de números e operações, bem como a compreensão de seus algoritmos e as propriedades que regem tais operações.

Também se faz necessário o professor possibilitar ao aluno o entendimento de que as sociedades nem sempre adotam o mesmo sistema de numeração (como também houve mudanças significativas nas técnicas de cálculo e que estas foram elaboradas de acordo com as necessidades da humanidade).

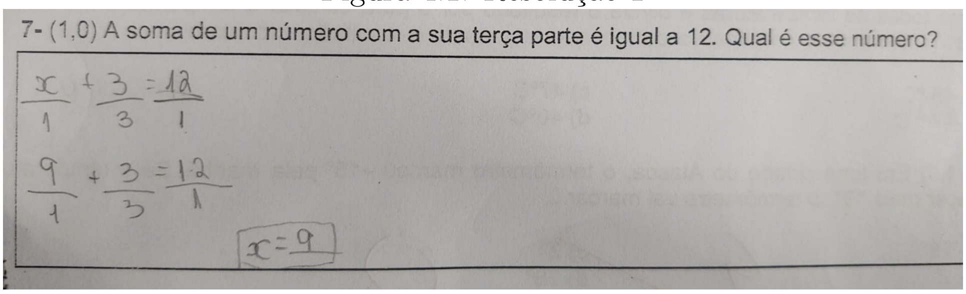
4.3 Erros que os alunos mais cometem

Booth (1995) utilizou uma pesquisa realizada no Reino Unido em que buscava identificar os tipos de erros que os alunos normalmente cometem em Álgebra e analisou as razões desses erros. Os aspectos principais que podem levar os alunos a apresentarem dificuldades no aprendizado da Álgebra são:

- A grande rejeição à ideia de que a resposta não seja mais um número e sim uma expressão.
- O uso da notação algébrica com a junção de letras e números em uma mesma expressão.

Ainda segundo Booth (1995), a interpretação dos símbolos operatórios é outra fonte de confusões para estudantes iniciantes em Álgebra. Por exemplo, os livros e os educadores, em sua maioria, utilizam a letra x como símbolo de incógnita ou variável, mas esta, até então, representava a ação de multiplicar. O símbolo de igualdade era utilizado apenas para representar um resultado, porém, na Álgebra, esse mesmo símbolo pode representar uma relação de equivalência. A figura 4.1 abaixo, de uma atividade de um aluno do 7° ano C de uma escola da rede municipal de Vila Velha, mostra nitidamente essa confusão com símbolos.

Figura 4.1: Resolução 1



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2021)

A principal diferença entre a aritmética e a Álgebra, de acordo com Booth (1995), está na utilização de letras para indicar valores. Quanto a tal diferença, a autora afirma:

> As letras também aparecem em aritmética, mas de maneira bastante diferente. A letra m, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar "metros", mas não para representar o número de metros, como em Álgebra. A confusão decorrente dessa mudança de uso pode resultar numa "falta de referencial numérico", por parte do aluno, ao interpretar o significado das letras em Álgebra. (BOOTH, 1995, p.30).

De fato, os alunos apresentam dificuldades com o uso de letras representando variáveis e incógnitas, referindo-se a um valor desconhecido. Mesmo quando os alunos percebem as letras como representantes de números, há uma tendência a considerar essas letras referentes a valores específicos, únicos e possíveis de serem determinados e não como variáveis. De acordo com Tinoco (2008), isso se deve ao fato de que, em muitos casos, a primeira experiência dos alunos com estudo de Álgebra se inicia no estudo das equações, no qual é atribuído um valor à incógnita.

Os métodos utilizados separam a Álgebra e a aritmética, ao invés de mostrar a primeira como sendo uma generalização da da segunda. Isso gera um sentimento ainda maior de falta de relação entre os dois campos da matemática, de acordo com Booth (1995, p.33):

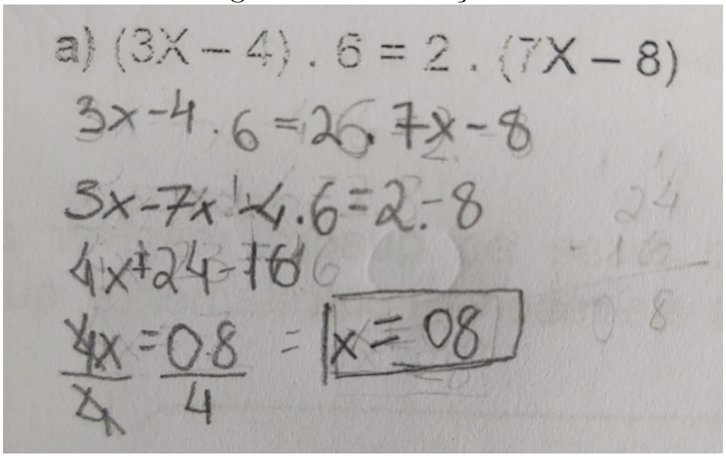
> Nisso está a fonte das dificuldades. Para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam apreendidos dentro do contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeito deles, seu desempenho em Álgebra poderá ser afetado.

Dessa forma, cabe ao professor não somente o papel de apresentar o conteúdo, mas cabe-lhe também a função de reconhecer nos alunos as dificuldades para que se consiga uma evolução no processo de ensino- aprendizagem.

Os alunos interpretam mal as funções, pois, como citado anteriormente, possuem dificuldades em utilizar a incógnita como variável, podendo assumir diversos valores.

Observa-se que uma das maiores dificuldades em expressões algébricas é quando o aluno se depara com casos que exigem o uso da propriedade distributiva. Ou seja, quando os termos aparecem escritos em outras posições e com os parênteses. Tal situação costuma gerar um “espanto” ou até mesmo, pavor da matemática. A figura 4.2 abaixo apresenta a tentativa de resolução de uma equação de 1º grau realizada por um aluno do 7° ano C em uma escola da rede municipal de Vila Velha. O processo de resolução dependia da aplicação desta propriedade para se obter o resultado correto e claramente se observa as dificuldades encontradas pelo discente.

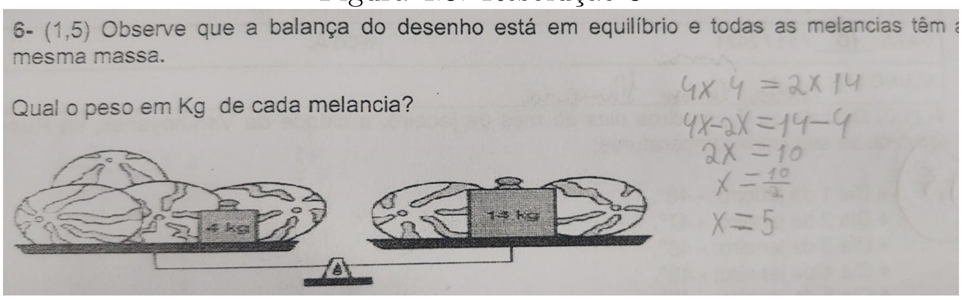
Figura 4.2: Resolução 2



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2021)

Segue abaixo a figura 4.3 como mais um exemplo de situações envolvendo o cálculo de uma equação de 1° grau através de balança. Ela também foi realizada por um aluno do 7° ano C de uma escola da rede municipal de Vila Velha. Neste caso é possível observar que o resultado correto foi encontrado, mas o processo de escrita da equação a partir da situação proposta na figura ficou confuso, haja vista que ele se perdeu no uso dos símbolos e o sinal de adição ficou de fora.

Figura 4.3: Resolução 3



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2021)

Pode-se concluir dessa forma que a Álgebra, que inicialmente não tinha tanto espaço, atualmente está bastante presente nos currículos escolares da segunda parte do Ensino Fundamental. Entretanto, as dificuldades no ensino deste ramo tem sido um dos grandes motivos para os questionamentos, de grandes e conceituados teóricos, professores e escolas. Portanto, a resposta a respeito desta problemática está embasada no argumento de que o ensino-aprendizagem da Álgebra deve contribuir de forma relevante para a formação cultural, social e intelectual dos alunos no Ensino Fundamental. Espera-se que a matemática enquanto ciência da educação possa solucionar os diversos problemas oriundos nestas dificuldades. Enfim, é fundamental que este estudo possa fornecer subsídios para os professores de Matemática e que, a partir deste momento, novos rumos possam ser alcançados em relação aos novos mecanismos transitórios relativos ao ensino da Matemática no Ensino Fundamental.

5 PROPOSTAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DA ÁLGEBRA

O ensino da Álgebra dentro da disciplina de matemática é muito desafiador e esta dificuldade é histórica, conforme já enfatizado em capítulos anteriores. Nos dias atuais, diante do desenvolvimento tecnológico, temos visto o mundo avançar e a rotina da população de modo geral tem tomado outro ritmo. Entretanto, na educação básica ainda há uma grande dificuldade em associar novos métodos, sejam eles através de resolução de problemas, jogos ou tecnologia, com o processo de aprendizagem. Podemos constatar tal afirmação através da fala de Maia (2017) que diz: "Mesmo com todos os avanços tecnológicos, que ocorreram, ocorrem e estão ocorrendo, é visível que na educação, as tecnologias digitais ainda estão em um processo lento de 'experimentação' ".

Segundo Ribeiro e Cury (2021), desde que o homem iniciou um processo de descoberta e construção do conhecimento através de pesquisas rumo a evolução, a Álgebra tem sido um dos ramos da matemática mais explorados. É através dela que é possível lidar com abstrações que permitem visualizar outras definições criadas. Neste sentido, criar estratégias inovadoras para o ensino da Álgebra tem sido tema de diálogos em educação matemática no Brasil e no mundo. Apesar de nitidamente terem ocorrido muitas mudanças no ensino da Álgebra nas últimas décadas, há ainda uma grande necessidade de implementação de novas práticas.

Desde o início das reformas que ocorreram a partir de 1980, nota-se que o ensino da Álgebra sofreu influências do Movimento da matemática moderna. Tais mudanças foram significativas trazendo alterações fundamentais para o currículo e abordando um estilo tecnicista. Contudo, nos dias atuais, é importante que o aluno adquira um pensamento algébrico para evoluir nesta área do conhecimento. Conforme explicado acima, ainda nos deparamos com um ensino técnico e operacional que não colabora com uma aprendizagem significativa.

Barreto e Da Silva (2021) relatam que a aprendizagem se torna significativa quando o professor consegue utilizar estratégias que ao serem aplicadas levam o aluno a construção do conhecimento por conta própria tornando o professor um mediador. O autor deixa claro que os meios utilizados para promover as habilidades desejadas devem considerar o conhecimento prévio do aluno e, desta forma, tornar a aprendizagem relevante, criando novos significados aos conhecimentos já existentes.

Pode-se dizer que as metodologias educacionais modernas que utilizam jogos, materiais manipulativos ou recursos tecnológicos ainda não estão presentes de maneira recorrente nas escolas conforme mencionado pelo autor. Não é exagero afirmar que "[...] esta disciplina continua sendo considerada a grande vilã dentre as áreas do conhecimento, responsável pelos altos índices de reprovação dos alunos" (SILVA E CUNHA, 2020).

Conforme explicado acima, fica claro que é necessário agir rápido em busca de inovação, trazendo alternativas para que a aprendizagem se torne de fato significativa. É interessante introduzir conteúdos utilizando, por exemplo, jogos educacionais, métodos consistentes para resolução de problemas ou recursos tecnológicos. É importante considerar que essa Álgebra ensinada de forma tecnicista tem desmotivado os nossos alunos. Inclusive, salienta-se que:

> O espaço educativo escolar deveria ser constituído de ambientes de troca de saberes e construção de reflexões e práticas transformadoras. No entanto, os alunos, muitas vezes, não encontram um ambiente em que possam discutir suas ideias e participar do ato de aprender, mutuamente. Um dos problemas mais debatidos quando se fala em escola e os jovens de hoje é justamente o distanciamento que há entre a cultura escolar e a cultura da juventude. Os conteúdos e conceitos aprendidos em sala de aula muitas vezes não fazem sentido para estes jovens que almejam um futuro que na maioria das vezes não está ligado ou relacionado com o que veem nas salas de aula. (SOUZA, MOITA E CARVALHO, 2011, p.25).

O autor deixa claro na citação acima que o ambiente escolar deve possibilitar a construção do conhecimento através de práticas transformadoras. Esse é o motivo pelo qual é importante frisar esse ponto, uma vez que os alunos têm se sentido perdidos neste meio, como se estivessem em um lugar distante de sua realidade. A maneira de solucionar esta situação é dar sentido ao conteúdo inserindo o aluno em um contexto de aprendizagem no qual ele é o protagonista do seu próprio conhecimento.

Fica evidente, diante deste quadro, a importância de realizar estudos sobre métodos alternativos com o objetivo de desenvolver no aluno o pensamento algébrico e despertar nele o interesse pela construção de tal conhecimento. É nessa perspectiva de dar significado ao ensino da Álgebra que será abordado a seguir alguns meios para serem utilizados no processo de ensino aprendizagem.

5.1 A Resolução de problemas no ensino da Álgebra

O termo "resolução de problemas" vem sendo aplicado em várias áreas do conhecimento e consiste em utilizar técnicas e métodos de forma ordenada para encontrar soluções em situações específicas que estão presentes no cotidiano. Após a implantação da nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC), explorar esse tema tem se tornado essencial para desenvolver o conteúdo do currículo de forma contextualizada, aprimorando no aluno habilidades e competências necessárias sobre o assunto desejado. Ter a capacidade de utilizar os conhecimentos adquiridos na matemática para resolver problemas é o maior objetivo desta disciplina (ONUCHIC, 2019). Tal prática ajuda a dar significado e sentido ao processo de aprendizagem. Ainda de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017), é necessário que o aluno desenvolva um pensamento algébrico, pois este é essencial para que ele tenha a capacidade de ler, interpretar e realizar associações que façam uso de modelos matemáticos que o leve a resolver problemas. Nessa perspectiva, é importante que o aluno inicie esse processo de associações algébricas, ainda que simples, já nas séries iniciais. Conforme relatado acima, é interessante, aliás, afirmar que o aluno só conseguirá realizar associações para resolver problemas relacionados a Álgebra se desenvolver um pensamento algébrico. De acordo com Onuchic (2019), apesar de várias abordagens de ensino terem sido apresentadas como possibilidades para o ensino da matemática, inclusive a teoria da resolução de problemas, a aprendizagem não atinge a maioria da população escolar. Ainda de acordo com o autor:

> Considerada o "coração" da atividade matemática, a resolução de problemas tem sido a força propulsora para a construção de novos conhecimentos e, reciprocamente, novos conhecimentos proporcionam a proposição e resolução de intrigantes e importantes problemas. Apesar disso, sua presença na história antiga - egípcia, chinesa e grega -, de tantas pesquisas já realizadas envolvendo este tema, e de sua inquestionável importância na formação escolar em todos os níveis de ensino, a forma de incorporá-la de modo a promover uma significativa e efetiva aprendizagem ainda não está clara para os professores de Matemática. (ONUCHIC, 2014, p.35)

O processo de resolução de problemas requer uso de técnicas, conforme citado anteriormente, para que o aluno consiga colocar em prática os conceitos e teorias que possui utilizando processos matemáticos. Polya (1986), em seu livro ´´A Arte de Resolver Problemas", aborda quatro passos que são importantes serem trabalhados no processo de ensino-aprendizagem da Álgebra, pois são necessários para que haja sucesso na resolução de problemas. São eles:

- O primeiro passo consiste em ler o problema e entendê-lo, pois, ninguém conseguiria aplicar qualquer processo de resolução de problemas sem ter clareza do que se trata. Esse passo é fundamental para que os demais sejam aplicados;

- O segundo passo é o estabelecimento de um Plano, ou seja, é a tradução do problema para a linguagem simbólica da matemática deixando explícito qual é o ponto de partida e onde se pretende chegar;
- O terceiro passo é a execução do plano elaborado e a resolução dos cálculos matemáticos que vão levar até o resultado esperado;
- O quarto passo é examinar a solução obtida, ou seja, analisar e testar a solução para verificar se faz sentido para o problema.

Diante disso, espera-se que o processo de aprendizagem significativa ocorra por meio da resolução de problemas. Esta, por sua vez, precisa ser passada pelo professor através do uso de boas práticas que levem o aluno a formar conceitos bem definidos sobre o que é variável e como deve utilizá-la, o que é equivalência e em qual momento deve fazer uso da igualdade.

5.2 O uso de jogos no ensino da Álgebra

O uso de jogos na educação matemática leva o aluno a ter contato com o conteúdo de forma lúdica, inserindo aos poucos conceitos e definições importantes. Esta é uma opção para atrair o estudante, pois o ambiente gerado é propício à construção do conhecimento. Almeida (1998, p.14) afirma que:

> Educar ludicamente tem um significado muito profundo e está presente em todos os segmentos da vida. Por exemplo, uma criança que joga bolinha de gude ou brinca de boneca com seus companheiros não está simplesmente brincando e se divertindo; está desenvolvendo e operando inúmeras funções cognitivas e sociais. (ALMEIDA, 1998, p.14)

Neste contexto, pode-se dizer que ensinar Álgebra utilizando jogos é uma estratégia interessante. Não é exagero afirmar que esse método estimula o aluno, aguçando nele a necessidade de entender o conteúdo, isso porque, desta forma, ele pode criar boas estratégias e vencer o jogo. Rosada (2013) nos assegura que em todo esse processo nos deparamos com muitos alunos que possuem extrema dificuldade em assimilar o conteúdo de Álgebra. Desta forma, o professor precisa buscar métodos inovadores visando o melhor desenvolvimento desse discente. Portanto, utilizar os jogos é uma ótima opção e trará muitos benefícios principalmente para aqueles que apresentam algum tipo de bloqueio e se sentem incapazes de desenvolver um problema até encontrar uma solução.

Conforme explicado, o uso de jogos sempre traz novas possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem. Diante desta necessidade de utilizar material lúdico com os alunos, em meio a pesquisas, foi observado que há vários materiais disponíveis em sites da internet que possuem fundamentos adequados para trabalhar os conceitos de Álgebra nas turmas de 7° ano. Entretanto, optei por utilizar apenas um para fins de estudo. Busquei um que viabilizasse de forma clara o processo de transição entre a aritmética e a Álgebra. Desta forma será possível explorar de maneira abrangente os detalhes, bem como benefícios e habilidades que poderão ser alcançados. O jogo será a "Corrida Algébrica" (RÊGO e RÊGO, 2010).

> O jogo, se bem escolhido e explorado, pode ser um elemento auxiliar de grande eficácia para alcançar alguns dos objetivos do ensino, dentre eles, ajudar o aluno a desenvolver suas potencialidades, tanto intelectuais quanto afetivas e físicas. (RÊGO e RÊGO, 2009, p.25).

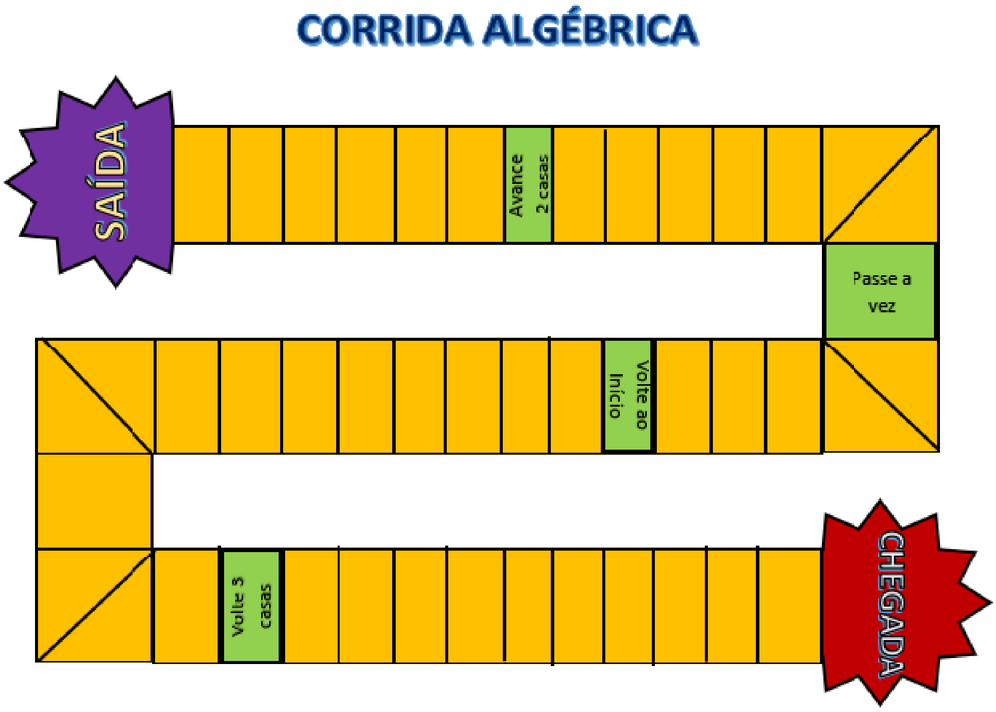
Vale salientar que o PCN aborda o uso de jogos com finalidades educacionais:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permite que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégia de resolução e busca de soluções (BRASIL, 1998, p.46).

O jogo "Corrida Algébrica", exposto abaixo, foi inspirado em Rêgo e Rêgo (2009), contendo adaptações realizadas pela autora desta dissertação. Ele deverá ocorrer entre grupos de alunos com dois a quatro componentes. A seguir estão relacionadas as peças que o constitui:

- 1 tabuleiro com casas em branco e casas com instruções conforme ilustrado na figura 5.1;

Figura 5.1: Tabuleiro



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2021)

- 4 peças de peões, cada um representando um participante;
- 2 dados, um enumerado de 1 a 6 e o outro enumerado de -6 a -1;
- De 30 a 40 fichas contendo equações de 1° grau de nível fácil, cujos resultados são todos números inteiros e podem ser resolvidas mentalmente, ou contendo expressões algébricas também de nível fácil.

As instruções a serem seguidas durante a partida são:

1. Os participantes utilizarão o dado para sortear um número positivo e decidir a ordem da partida. O jogador que tirar o maior número iniciará a rodada, seguindo do que tirar o segundo maior número e assim sucessivamente. Esta ordem será mantida durante todo o jogo;

2. O jogador da vez escolherá uma ficha aleatoriamente sem conhecer seu conteúdo previamente.

3. Verificar se a ficha retirada contém uma equação de 1° grau ou uma expressão algébrica. Haverá duas possibilidades:

   - Se for uma equação de 1° grau, ele deverá resolvê-la, encontrar o valor da incógnita e se deslocar de acordo com o resultado obtido (para frente quando positivo ou para trás quando negativo).
   - Se for uma expressão algébrica ele poderá lançar um dado a sua escolha. O número sorteado no lançamento deverá ser substituído pela variável e o jogador precisará realizar os cálculos para encontrar o resultado da expressão. Este representará o número de casas em que ele irá se deslocar (para frente quando positivo ou para trás quando negativo).

4. O jogador que atingir a casa "chegada"primeiro será ó vencedor. Várias habilidades e competências poderão ser desenvolvidas no aluno através deste jogo, dentre as quais encontram-se aquelas em que os alunos mais cometem erros conforme mencionado no capítulo 4. No momento em que ele retirar uma carta será necessário que julgue e diferencie equação de expressão algébrica. Caso a carta seja de equação, ele terá a oportunidade de trabalhar a ideia de igualdade realizando operações em ambos os lados até encontrar o valor da incógnita. Caso a carta seja de expressão algébrica, ele poderá intensificar a ideia de que a variável pode assumir qualquer valor e o resultado obtido também se altera de acordo com o número encontrado no lançamento do dado.

As competências de números 2 e 3 da BNCC são exemplos que podem ser mencionados:

> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2018, p.267).

Após a adaptação do jogo "Corrida Algébrica" e elaboração das cartas e tabuleiros necessários, tornou-se possível colocá-lo em prática seguindo as orientações e os passos citados acima. No dia 24 de novembro de 2021, durante a aula de matemática em uma escola da rede municipal de Vila Velha, UMEF "Diretora Zdmea Camargo", na turma do 7° ano C, foi realizada uma aula lúdica com a utilização do jogo. Todas as orientações e instruções foram passadas e os alunos foram divididos em duplas. Cada dupla recebeu um tabuleiro, um dado, os peões, as cartas e puderam iniciar a partida. As figuras abaixo representam fotos tiradas no decorrer das jogadas.

Figura 5.2: Fonte: Arquivo pessoal da autora (2021)

Figura 5.3: Fonte: Arquivo pessoal da autora (2021)

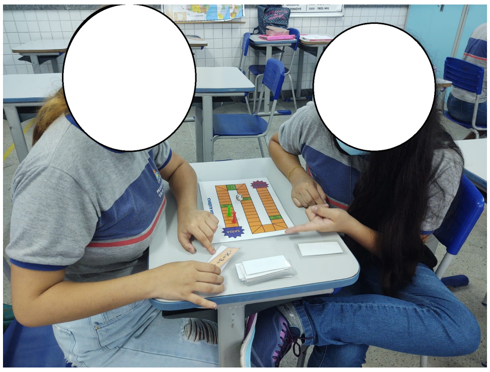


Figura 5.4: Fonte: Arquivo pessoal da autora (2021)

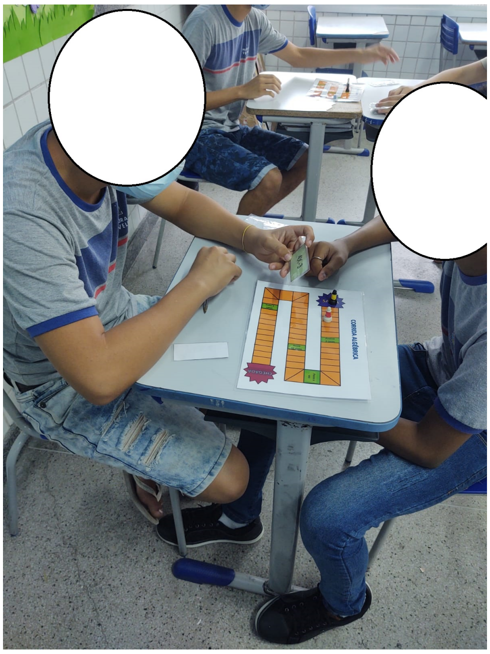


Figura 5.5: Fonte: Arquivo pessoal da autora (2021)

Diante das reações e comentários dos alunos, ficou notório que vale muito a pena investir em momentos de integração em que o lúdico é inserido no processo de ensino-aprendizagem. Houve uma aproximação agradável entre o aluno e a Álgebra, que foram reafirmadas com falas como: “Nossa! Era fácil assim?”.

Uma situação interessante foi a de um aluno que indagou o que aconteceria caso o adversário errasse o cálculo algébrico. Essa possibilidade era real, entretanto, não havia nenhum procedimento descrito como regra do jogo para esta situação. Nesse momento o problema foi compartilhado com os demais colegas e todos concordaram em acrescentar a regra “BLOQUEIO” ao manual. Esta consiste em bloquear o jogador que errou o cálculo, apontar e erro e, como consequência, o jogador que bloqueou anda uma casa para frente e o jogador que errou anda uma casa para trás.

A atividade foi realizada com o objetivo de tornar o ensino da Álgebra mais significativo e concreto de modo a levar o aluno a se interessar pelo conteúdo. A partir de relatos sobre como se sentiram diante daquela experiência em utilizar a Álgebra para um jogo e como a viam a partir daquele momento, concluiu-se que os objetivos foram alcançados. A expectativa é que estas estratégias sejam aprimoradas e aplicadas nos próximos anos, em outras turmas, como uma ferramenta de ensino.

5.3 Recursos tecnológicos no ensino da Álgebra

Em meio a tempos em que equipamentos eletrônicos regem o nosso cotidiano, é comum pensar que tecnologia é um termo moderno, mas não é bem assim. O termo tecnologia faz referência as ferramentas utilizadas pelo ser humano em prol de qualidade de vida e essa busca por uma vida que possibilite mais conforto independe de época. Kenski (2003) deixa claro que tudo que é produzido gerando inovação é considerado um equipamento tecnológico. Portanto, a tecnologia sempre existiu, pois o homem, em toda história, sempre fez uso de sua capacidade de raciocinar para inovar dentro do seu espaço-tempo.

Como bem nos assegura Souza, Moita e Carvalho (2011), a influência e o poder exercidos pelos meios de comunicação como revistas, informática, televisão, vídeos e outros, intensifica a necessidade de inserir nas escolas os recursos tecnológicos, visto que tais mecanismos são muito interativos e expõem o conteúdo de forma ágil. Esse dinamismo é que precisa fazer parte do processo educacional para que seja possível estabelecer comunicação entre o que é transmitido pelo professor e o que é recebido pelo aluno. Nesse sentido, faz-se necessário que o professor busque meios e equipamentos das mais diversas formas para que o aluno receba o conhecimento através da transformação da informação.

É interessante, aliás, observar que mesmo em meio a uma intensa influência digital e a presença de meios tecnológicos, ainda há uma limitação no ambiente escolar que dificulta a implementação nas escolas a utilização de tais recursos. Quem atua, principalmente na rede pública de ensino, é capaz de pontuar vários aspectos que se interpõem na inserção das tecnologias educacionais, tais como ausência de equipamentos, dificuldades com acesso a rede de internet, falta de formação adequada para que os profissionais aprendam a manipular os equipamentos quando esses estão disponíveis para uso, dentre outros. Ainda assim, é possível ver o empenho de professores em buscar metodologias inovadoras que tornem o ensino significativo. Nesse sentido, Bittar, Chaachoua e Freitas, (2004) relatam que os professores também enfrentam dificuldades em encontrar no mercado softwares que auxiliem no ensino da Álgebra.

> [...] não resta apenas ao sujeito adquirir os conhecimentos operacionais para poder desfrutar das possibilidades interativas com as novas tecnologias. O impacto das novas tecnologias reflete-se de maneira ampliada sobre a própria natureza do que é ciência, do que é conhecimento. Exige uma reflexão profunda sobre as concepções do que é o saber e sobre as formas de ensinar e aprender. (KENSKI, 2003, p.45 apud BITTAR, CAACHOUA E FREITAS, 2004).

Ainda, o PCN aborda a importância do uso de computadores no ambiente escolar:

> É indiscutível a necessidade crescente do uso de computadores pelos alunos como instrumento de aprendizagem escolar, para que possam estar atualizados

> em relação às novas tecnologias da informação e se instrumentalizarem para as demandas sociais presentes e futuras. (BRASIL, 1998)

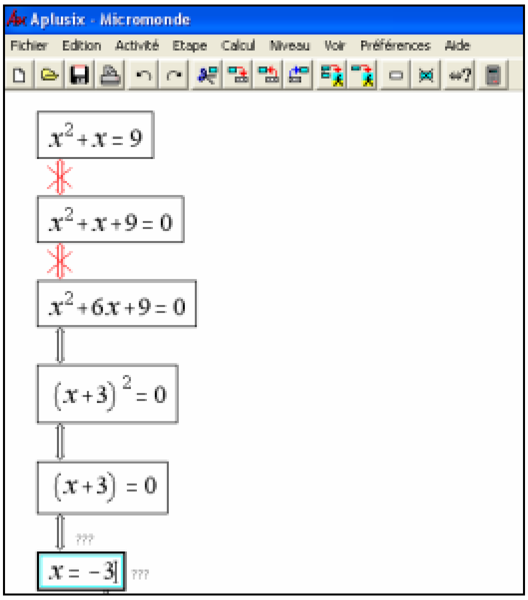
No intuito de buscar recursos tecnológicos como estratégias e soluções que pudessem ser aplicados ao processo de ensino-aprendizagem do conteúdo de Álgebra é que foi realizada uma busca por softwares e aplicativos disponíveis no mercado. Foi constatado que vários softwares foram criados para facilitar o ensino da Geometria ou a parte da Álgebra que aborda funções e gráficos, tais como: Cabri-Géométre, Logo, Graphequation, Geogebra e outros. No entanto, nenhum deles possui aplicação no ensino da Álgebra no processo de transição da aritmética para a linguagem algébrica, que ocorre no 7° ano do Ensino Fundamental.

Nessa perspectiva, é que, através da leitura do artigo "Aplusix: Um software para o ensino de Álgebra elementar" de Bittar, Chaachoua e Freitas, (2004) é que tomamos conhecimento desta ferramenta muito útil de simples utilização. De acordo com o Manual de Utilização do Aplusix 3 (2010):

> Aplusix é um software de ajuda à aprendizagem da Álgebra destinado principalmente a alunos de 11 a 17 anos (da Educação Básica). O principal objetivo do Aplusix é ajudar a resolver exercícios de cálculos numéricos e algébricos e problemas. O aluno efetua cálculos de sua escolha, com as etapas de sua escolha, como faz no papel e lápis. Aplusix vai indicar se seus cálculos estão corretos ou não e se o exercício está resolvido ou não. Aplusix fornece também a solução do exercício e a pontuação obtida na resolução do exercício. MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO APLUSIX 3, 2010, p.2

Através deste software o aluno é capaz de resolver exercícios que foram preparados pelo professor. Automaticamente ele será gravado e o professor pode verificar o passo a passo realizado pelo aluno, pontuar e trabalhar os erros cometidos em aulas seguintes, durante as aulas. Os passos realizados de forma errada pelo aluno são pontuados e ele precisa corrigir para prosseguir.

Figura 5.6: Aplusix



Fonte: Bittar, Chaachoua e Freitas (2004)

É possível observar na figura acima que as equivalências em vermelho com um X são as que foram realizadas indevidamente, conforme citado anteriormente. Desta forma, é fácil o aluno verificar e realizar a correção.

O uso desse software é apenas uma das possibilidades dentre as várias opções de tecnologias digitais disponíveis. Utilizar recursos como vídeos no Youtube, Tik Tok, podcasts, plataformas digitais, redes sociais, dentre outros, também caracterizam implementação de recursos tecnológicos. Essas abordagens estreitam a comunicação e motivam o discente ao aprendizado.

5.4 Planejamento De Uma Prática Pedagógica – 7° Ano

- **Tema:** Álgebra.
- **Ano:** 7°.
- **Conteúdo:** Equações.
- **Pré-requisitos:** Números Inteiros e operações inversas.
- **Objetivos:**
  - Levar o aluno a entender o conceito de equações;
  - Manusear bem expressões algébricas;
  - Generalizar situações problemas envolvendo Álgebra;
  - Estruturar equações a partir de uma situação problema.
- **Metodologia:** Utilizar uma balança e mostrar na prática a ideia de equilíbrio, igualdade e equivalência.
- **Avaliação:** Serão avaliados o desempenho, participação, interesse e apresentação dos grupos.
- **Referências:**
  - – SOUZA, Joamir e PATARO, Patrícia M. **Vontade de Saber**. Editora: FTD, 3ª edição, São Paulo, 2015.

ROTEIRO DA AULA (DUAS AULAS GEMINADAS)

1° Momento) Apresentar a proposta da atividade para os alunos bem como a ideia principal da aula;

2° Momento) Entregar os problemas de sequência numérica listados abaixo para que sejam resolvidos individualmente;

PARTE 1 (INDIVIDUAL – UMA QUESTÃO POR ALUNO)

Atividade 1- As Camisas Penduradas

Figura 5.7: Atividade 1- As Camisas Penduradas

D. Lourdes lavou as camisas do time de futebol de seu neto Cacá e vai colocá-las para secar no dia seguinte da seguinte maneira:

- Cada camisa está presa por dois pregadores
- Cada camisa está ligada a seguinte por um pregador.

a) Quantos pregadores D. Lourdes irá usar para pendurar 8 camisas? E 10 camisas? E 11 camisas?

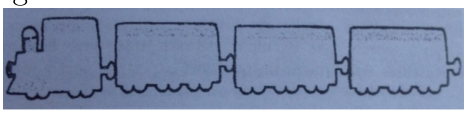
b) D. Lourdes comprou duas cartelas de 12 pregadores cada. Esse número de pregadores é suficiente para prender as camisas de 22 jogadores?

c) Escreva a expressão que represente o número de pregadores necessários para pendurar um número qualquer de camisas?

Atividade 2-Locomotiva

Em um trem a locomotiva possui 4 rodas de cada lado e cada vagão possui 6 rodas de cada lado.

Figura 5.8: Atividade 2- Locomotiva



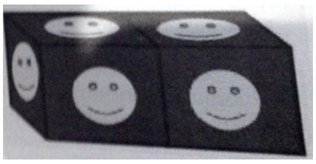
a) Quantas rodas tem ao todo um trem de 8 vagões?

b) Escreva uma fórmula que determine o número total de rodas R do trem, quando houver 5 vagões.

c) Determine o número de vagões quando o trem tiver um total de 128 rodas;

Atividade 3-Fila de Cubos

Figura 5.9: Atividade 3- Fila de cubos



A professora Joana está construindo um jogo com cubos e adesivos. Ela une os cubos por uma das faces e forma filas de cubos. Depois cola um dos adesivos em cada uma das faces. A figura mostra a construção que ela fez com 2 cubos, na qual ela usou 10 adesivos.

a) Descubra quantos adesivos a Joana usa numa construção com 3 cubos? 4 cubos? 10 cubos? 50 cubos?

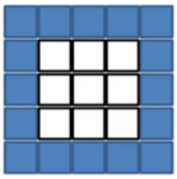
b) Descubra, também, qual regra que permite saber quantos adesivos a Joana usa na construção desse tipo com um número qualquer de cubos?

c) Se Joana tem 198 adesivos, qual o número maior de cubos que ela pode colocar na construção?

Atividade 4

A empresa Molduras&arte faz molduras para espelhos quadrados formadas por azulejos com mesmo formato, como mostra a figura;

Figura 5.10: Atividade 4



a) Quantos azulejos são necessários para construir uma moldura que possui 59 azulejos de lado?

b) A empresa Molduras&arte quer encontrar uma fórmula que permita saber o número de azulejos necessários a construção de qualquer espelho, como pode ser essa fórmula?

Atividade 5

Observe a sequência;

Figura 5.11: Atividade 5

a) Quantos pontos pretos tem a 4ª figura? E a Décima?

b) Qual expressão algébrica determina o número de pontos da figura n?

Atividade 6

Observe a sequência:

Figura 5.12: Atividade 6

a) Quantas pontos terá a 4ª Figura? E a 5ª Figura?

b) Quantos pontos terá a vigésima figura?

c) Qual a expressão algébrica que determina o número de pontos da enésima figura?

3° Momento) Dispô-los em círculo e apresentar a balança e sua ideia principal, que é de equilíbrio e igualdade. Chamar uns três alunos para testar a ideia da balança e variar as medidas.

4° Momento) Dividi-los em grupos e entregar a questão para ser resolvida utilizando a mesma ideia da balança, ou seja, fazer uso da igualdade para representar o equilíbrio entre duas partes da sentença e resolver. As questões que foram utilizadas neste momento estão relacionadas a seguir.

PARTE 4 (EM GRUPO – UMA QUESTÃO POR GRUPO)

Exercício 1:

Figura 5.13: Problema 1

O perímetro de um triângulo isósceles mede 143 cm. O lado desigual é a quinta parte de cada um dos lados iguais. Encontre os valores de cada um dos lados do triângulo.

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2017)

Exercício 2:

Figura 5.14: Problema 2

Ovídio tem 8 anos e sua mãe 56 . Daqui a quantos anos a idade da mãe de Ovídio será o triplo da idade de seu filho Ovídio?

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2017)

Exercício 3:

Figura 5.15: Problema 3

Temos dois tanques do mesmo tamanho que estão cheios de água. Tiramos de um deles 6500 litros e do outro 11450 litros, ficando no primeiro o triplo da quantidade de litros de água do segundo. Quantos litros cabem em cada tanque?

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2017)

Exercício 4:

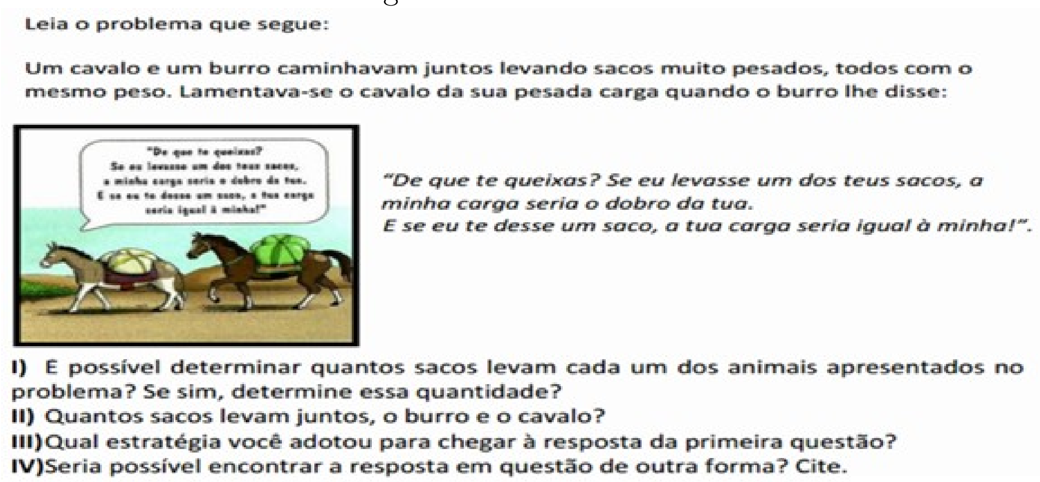
Figura 5.16: Problema 4

Isadora tem 36 anos a menos que seu pai, e seu pai tem o quíntuplo de anos de Isadora. Qual a idade de cada um?

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2017)

Exercício 5:

Figura 5.17: Problema 5



Leia o problema que segue:

Um cavalo e um burro caminhavam juntos levando sacos muito pesados, todos com o mesmo peso. Lamentava-se o cavalo da sua pesada carga quando o burro lhe disse:

"De que te queixas? Se eu levasse um dos teus sacos, a minha carga seria o dobro da tua.
E se eu te desse um saco, a tua carga seria igual à minha!".

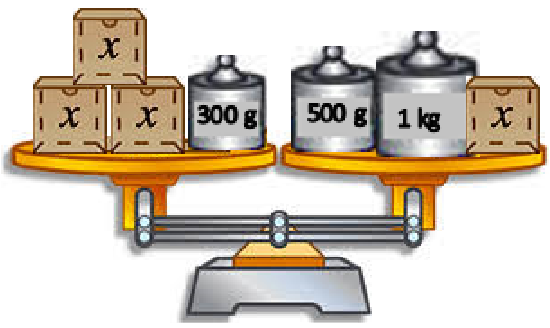
I) E possível determinar quantos sacos levam cada um dos animais apresentados no problema? Se sim, determine essa quantidade?
II) Quantos sacos levam juntos, o burro e o cavalo?
III) Qual estratégia você adotou para chegar à resposta da primeira questão?
IV) Seria possível encontrar a resposta em questão de outra forma? Cite.

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2017)

Exercício 6:

Observe que a balança representada no desenho abaixo está em equilíbrio e todas as caixas têm a mesma massa.

Figura 5.18: Problema 6



Fonte: Arquivo pessoal da autora (2017)

Qual o peso em Kg de cada caixa?

5° Momento) Resolver a questão que foi sorteada pelo grupo no quadro explicando a ideia utilizada.

7° Momento) Cada grupo deverá escolher um integrante para apresentar a resolução do seu problema no quadro para o restante da turma.

8° Momento) Despedida.

5.5 Relato de Experiência

Aula realizada no dia 31/08/2017 no horário de 15:50 às 17:30

- **Tema:** Álgebra
- **Conteúdo:** Equações de Primeiro grau
- **Ano:** 7° ano C.

Eu, enquanto professora da Rede Municipal de Cariacica, realizei, na EMEF Ayrton Senna, atividades relacionadas ao ensino da Álgebra. Esta foi minha primeira experiência em pesquisa no ensino da Álgebra e foi também minha motivação para a escolha do tema deste trabalho. Na época, a atividade foi proposta pelas Professoras Formadoras Maria Auxiliadora Vilela Paiva e Tatiana Bonomo de Sousa, professora e aluna, respectivamente, do curso de mestrado profissional do IFES, EDUCIMAT, enquanto ministravam o curso “Saberes docentes sobre Álgebra de professores de matemática da educação básica”.

As atividades foram desenvolvidas com o objetivo de levar os alunos a entender o conceito de equações, adquirindo prática de resolução, a manusear bem as expressões algébricas, a generalizar situações problemas envolvendo Álgebra e a estruturar equações a partir de uma situação problema.

A escola, situada à rua dos Pardais no bairro Vista Mar, é a única da região que oferece o Ensino Fundamental I e II e para atender toda a comunidade foi necessário criar um “Anexo” localizado a três ruas de distância do prédio principal. Os espaços escolares nos dois prédios deixam a desejar, porque contamos apenas com um pequeno pátio onde são realizadas as aulas de educação física. Além do espaço ser utilizado também para o recreio e eventos escolares. A biblioteca foi improvisada em uma pequena sala e pode receber poucos alunos de cada vez. Os equipamentos da sala de informática são antigos e apenas alguns funcionam, inviabilizando seu uso. Assim como a escola, a região em seu entorno é carente e nossos alunos, em sua maioria, são oriundos de famílias com baixa escolaridade.

Defini como conteúdo principal para essa experiência o estudo das equações (reconhecimento da linguagem algébrica como facilitadora para a representação e resolução de problemas). Para desenvolver este trabalho escolhi a turma do 7° ano C, porque estavam estudando esse assunto no momento. Esta turma tinha 32 alunos com idade entre 12 e 17 anos, sendo que dois deles necessitavam de acompanhamento de professor colaborador de ações inclusivas. Considero que a turma, apesar da agitação, era boa. Os alunos questionavam, realizavam tarefas, cumpriam prazos e mostravam interesse em aprender.

Inicialmente, fiz um planejamento para 2 aulas geminadas no dia 31 de agosto de 2017, em que estabeleci que as prioridades seriam operar bem com expressões algébricas, levar o aluno a entender o conceito de equações utilizando a balança como metodologia, generalizar situações problemas envolvendo Álgebra e estruturar equações a partir de uma situação problema.

No dia anterior as aulas, foi explicado aos alunos que receberiam uma professora de fora da escola para que junto com a professora regente trabalhasse a resolução de problemas utilizando equações. Foi-lhes dito também que seria mais uma oportunidade de adquirir e consolidar conhecimentos e que, para isso, seria fundamental a participação de todos. A seguir foram escolhidos os líderes dos grupos e cada um poderia escolher um colega para seu grupo. Os demais componentes foram escolhidos em forma de sorteio no início da aula experimental. Essa foi uma tentativa para que não houvesse um grupo "melhor" que o outro. Ficou claro que as aulas seriam registradas.

Na quinta-feira, dia 31, após o recreio a turma recebeu a professora Kíssylla que se apresentou, explicou a ideia principal da aula e falou sobre suas expectativas de um bom trabalho.

No início da aula os alunos receberam problemas de sequências numéricas para resolverem individualmente. Eu e a professora regente procuramos não interferir e deixá-los à vontade para resolver os problemas da forma como preferissem.

Terminada essa etapa, os alunos foram dispostos em círculo para possibilitar uma boa visualização e interação durante a atividade com balança. Para obter uma experiência mais dinâmica e concreta, utilizei uma balança artesanal, construída com estrutura de madeira e pratos plásticos, que apesar de sua imprecisão, seria capaz de mostrar na prática a ideia de equilíbrio, igualdade e equivalência. Os "pesos" utilizados foram balas, biscoitos, barrinhas de chocolate e outros alimentos em cujas embalagens constavam o peso do produto com o intuito de facilitar a movimentação entre os pratos e podermos encontrar equilíbrio. O interesse foi grande, penso que inicialmente foram atraídos pelos itens pesados, mas passado o entusiasmo, observaram e alguns testaram várias possibilidades.

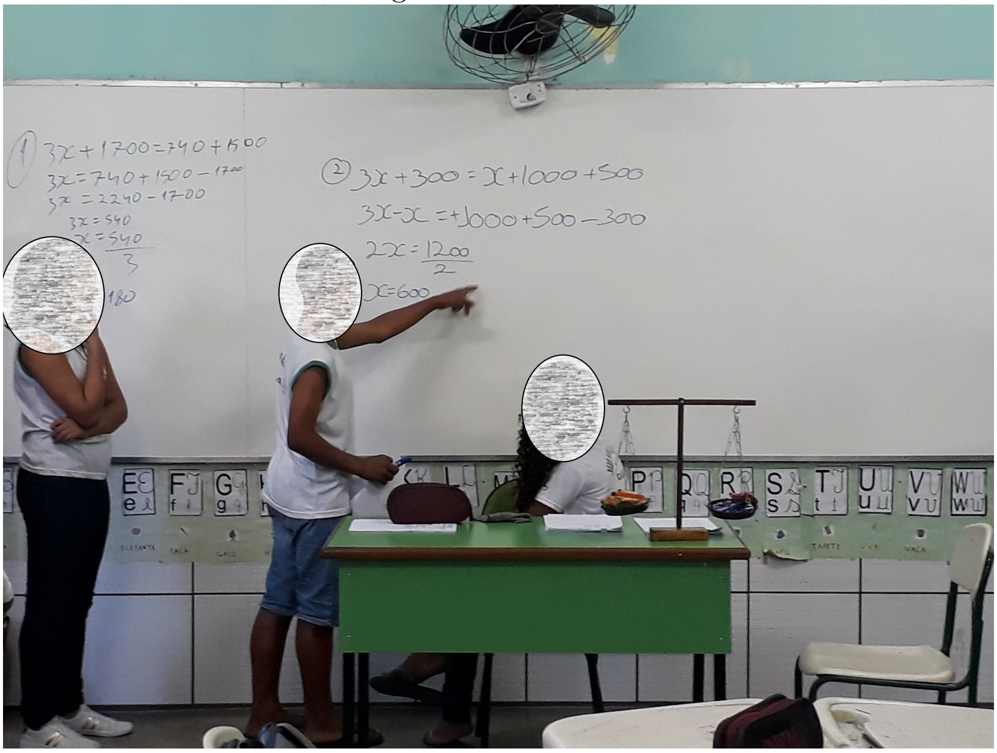
Figura 5.19: Balança

Fonte: Arquivo pessoal da autora (2017)

Após a atividade prática, os alunos foram convidados a organizarem os grupos: 6 grupos de quatro alunos e 1 grupo com 5 alunos (nesse dia estavam presentes 29 alunos). Lembrando que os líderes e um componente de cada grupo já haviam sido escolhidos no dia anterior e os alunos restantes já haviam sido sorteados no início das aulas. Com os grupos já formados, foi distribuída a questão da balança para ser resolvida entre eles. Depois que resolveram ou tentaram resolver, a questão foi passada no quadro com a participação dos grupos.

Seguindo o planejamento e ainda em grupo, entregamos vários problemas para que resolvessem estruturando equações. Assim que resolveram, cada grupo elegeu um integrante para apresentar no quadro a resolução do seu problema para o restante da turma. Infelizmente, o tempo não foi suficiente. Apenas 3 grupos puderam apresentar suas resoluções. Ficou combinado que daríamos continuidade em outro dia. As figuras 5.20 e 5.21 abaixo mostram um dos grupos resolvendo o problema do exercício 6. A resolução foi realizada pela aluna conforme imagem da figura 5.20 e o aluno explicou a ideia utilizada para a turma conforme figura 5.21.

Figura 5.20: Alunos



Fonte: Acervo pessoal (2017)

Figura 5.21: Alunos

Fonte: Acervo pessoal (2017)

Ficou marcado um momento em que um aluno, daqueles mais distraídos no dia a dia, ao explicar sua resolução depois de montar a equação, se virou para a turma e disse, reproduzindo uma fala dita na explicação:

- E aí gente? O que tem que fazer agora? E ele mesmo respondeu: - Tem que arrumar a casa! Cada coisa em seu lugar!

Antes de finalizar a aula, distribuímos outros problemas para que tentassem resolver em casa. A despedida foi cheia de agradecimentos das professoras aos alunos, seguidos de muitos aplausos, que dobraram de intensidade quando eles receberam os doces utilizados nas atividades com balança. Considero que essa aula "oficina" foi um sucesso em razão dos seguintes motivos:

- Os alunos aprenderam ou reforçaram sua aprendizagem;
- Os alunos gostaram da aula diferenciada;
- Os alunos comprovaram que sabem ser educados e podem cumprir regras;
- Os alunos foram participativos;
- A dinâmica da aula promoveu a troca de ideias;

Para mim, professora, ficou a sensação de dever cumprido com qualidade.

Pude concluir que devemos refletir mais sobre nossa prática principalmente em relação à Álgebra. Muitos alunos sentem dificuldade em passar do pensamento aritmético para o algébrico. Na maioria das vezes, fazem isso por tentativa e erro, não assimilando o conteúdo como deveriam. A falta desse entendimento pode causar um dano irreparável ao estudo da matemática. O aluno que se sente incapaz acaba rejeitando a disciplina e nada como uma aula prática para melhorar esse relacionamento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento da presente pesquisa tornou possível realizar uma análise de como o conteúdo de Álgebra está sendo ministrado nas escolas, viabilizando uma reflexão sobre os diversos aspectos que dificultam o processo de ensino aprendizagem desta unidade temática. Desta forma, foi possível compreender o porquê dos alunos, em sua maioria, não conseguirem desenvolver o pensamento algébrico. Diante desse quadro, surgiu a necessidade de utilizar diferentes recursos didáticos e avaliar como esses corroboram a aprendizagem do conteúdo.

De modo geral, os alunos acham a matemática muito difícil e o conteúdo de Álgebra impossível de ser absorvido. Alguns deles se consideram incapazes de superar esse obstáculo. Pelos meios tradicionais e tecnicistas de ensino é perceptível que essas lacunas não poderão ser solucionadas.

Apesar dos desafios, os professores demonstram interesse em se atualizarem para terem condições de fazer uso dos recursos didáticos disponíveis no mercado atual ou inovarem através de práticas próprias. Nesse sentido, os docentes se deparam com fatores complicadores como falta de tempo adequado para planejamento, falta de apoio da escola ou ausência de recursos.

Ao propor o uso de ferramentas ou métodos diferenciados, todos os relatos de experiência que foram utilizados para a pesquisa afirmam que a receptividade dos alunos foi surpreendente. Diante dessas falas, ficou evidente que os objetivos de cada recurso didático foram realmente alcançados.

A atividade com a balança em equilíbrio conseguiu criar um ambiente de troca de ideias coletivas. Nesse momento os alunos puderam expor suas dúvidas e curiosidades, bem como solucioná-las.

O processo de resolução dos problemas que foram entregues a cada aluno e no momento seguinte, a cada grupo demonstrou eficácia. O fato de os alunos irem ao quadro depois e resolverem de forma segura os exercícios propostos deixou isso bem claro.

O uso do jogo “corrida algébrica”fornece ao estudante um ambiente bem enriquecedor gerando uma descontração e uma integração importante para a sala de aula. As fontes bibliográficas utilizadas na pesquisa revelam que a vontade de vencer a partida incentiva a criação de estratégias para resolver todos os cálculos necessários, tornando o aprendizado bem significativo.

A utilização do *Software* Aplusix permite que o aluno seja o protagonista do seu conhecimento, pois o leva a aprender com os erros, que são apontados imediatamente pelo programa e devem ser corrigidos para que possa se prosseguir. Esse processo gera no estudante a capacidade de raciocinar algebricamente.

Mediante à importância do tema, faz-se necessário o desenvolvimento de projetos educacionais que possibilitem a prática de aulas diferenciadas com a utilização de recursos alternativos. Observa-se que quando são utilizados tornam o processo de aprendizagem significativo para o aluno. Dessa forma, os erros que ocorrem nas resoluções das atividades de Álgebra por falta de entendimento do conteúdo serão evitados. O discente alcançará as habilidades e competências propostas, havendo a garantia da qualidade do ensino.

Nesse sentido, a utilização de recursos didáticos na escola permite que os professores mediem o processo ensino/aprendizagem de uma forma mais enriquecedora, motivando o aluno a ter mais vontade de aprender e contribuindo para que a aprendizagem seja realmente significativa.

Referências Bibliográficas

[1] AGUIAR, M. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental: uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático.** São Paulo, 2014. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

[2] ALMEIDA, P. N. de. **Educação Lúdica: Técnicas e jogos pedagógicos**. Brasil: Loyola, 1998.

[3] BARRETO, J. S.; SILVA, J. D. da **O uso de problemas para ensinar Álgebra.** O Fortalecimento Do Ensino E Da Pesquisa Científica Da Matemática, São Mateus, 2021.

[4] BAUMGART, J.K. **História da Álgebra**. Disponível em: http://www.somatematica.com.br¿. Acesso em: 13.02.2021.

[5] BAUMGART, J. K. **Álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, 112p. (Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, V. 4).

[6] BAUMGART, J. K. **Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula: Álgebra** / John K. Baumgart: tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo, SP; atual, 1994.

[7] BITTAR, M.; CHAACHOUA , H.; FREITAS, J. L. M. D. **Aplusix: Um Software para o ensino de Álgebra elementar**. Educação Matemática: Um compromisso social, Recife, Julho 2004.

[8] BERNS, R. M. **O Desenvolvimento da Criança**. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

[9] BOOTH, L. R. **Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

[10] BORRALHO, A.; BARBOSA, A. **Exploração de padrões e pensamento algébrico.** Patterns: multiple perspectives and contexts in mathematics education (Projeto Padrões) (2009).

[11] BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

[12] BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

[13] CAMPAGNER, C. A. **Engenheiro mecânico, com mestrado em mecânica, professor de pós-graduação e consultor de informática**.

[14] CARVALHO, J. B. P. de. **As ideias fundamentais da matemática moderna**. Boletim GEPEM, ano XIII, n. 23, p. 7-24, 2 o sem. 1988.

[15] CELESTINO, M. R. **Ensino-Aprendizagem da Álgebra Linear**. São Paulo, 2000. Dissertação de mestrado. Mestrado em Educação da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC-SP, 2000.

[16] COSTA, M. dos S.; ALLEVATO, N. S. G. **Livro didático de Matemática: análise de professores polivalentes em relação ao ensino de Geometria.** Revista Vidya, Santa Maria, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez., 2010.

[17] D'AMBROSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** São Paulo: Cortez, 2008. p. 11-23.

[18] DCE. **Diretrizes Curriculares da rede pública de educação básica do estado do Paraná**. Matemática. Curitiba, Seed, 2006.

[19] FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. Seminário Luso-Brasileiro de Investigações matemáticas** . Lisboa: Universidade de Lisboa, 2005.

[20] FRANÇA, **Manual de utilização do Aplusix 3**. Marilena Bittar., Novembro 2010, 21 páginas.

[21] GARBI, G. G. **A Rainha das Ciências: Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. 2ª. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2007. (p. 123 - 124).

[22] GERALDI, L. M. A. **Pesquisas em educação matemática: desafios à prática docente**, São Luiz de Jaboticabal, Janeiro 2018.

[23] GUIMARÃES, A. M.; DIAS, R. **Ambientes de Aprendizagem: reengenharia da sala de aula.** In: COSCARELLI, C. V. (Org.). Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar, Belo Horizonte: Autêntica, 2002. p. 23-42.

[24] KAPUT, J. J. **Teaching and Learning a New Algebra with Understanding**. Available at www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/da/da- textos/kaput_99algund.pdf., 1999.

[25] KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação**, SP: Papipus Editora, 2003.

[26] LINS, R. C. e GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética a Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

[27] LOBATO, M., 1935 "A Aritmética da Emília".

[28] LOCHHEAD, J. e MESTRE, J. P.; **Das palavras à Álgebra: corrigindo concepções erradas.** In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P.; (Org.). As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

[29] MAIA, D. L. et al. **Objetos de aprendizagem para Matemática: yes we can**. In: Congresso sobre Tecnologias na Educação (2017), anais, 2017.

[30] MIGUEL, A., FIORENTINI.; MIORIM, M. A. **Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo?** Pro-Posições Vol.3 nº1(7) 1992.

[31] MILIES, P. C. **Breve história da Álgebra abstrata**, 2004. Artigo disponível em http://www.aguaforte. com/antropologia/cidade.htm.

[32] OLIVEIRA, A. T. C. C. **Reflexões sobre a aprendizagem da Álgebra.** Educação Matemática em Revista. Número 16, 2002.

[33] ONUCHIC, L. D. L. R. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Rio Claro, SP: Paco Editorial, 2019.

[34] ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Paco Editorial. Jundiaí. 2014.

[35] POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1986.

[36] PONTE, J. P.; BRANCO, N; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.

[37] RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M. **Matematicativa**. 3. ed. rev. e ampl. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

[38] RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor.** Belo Horizonte: Autentica, 2021.

[39] ROSADA, A. M. C. **A importância dos jogos na Educação Matemática no Ensino Fundamental. Universidade Tecnológica Federal do Paraná**. Especialização em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino, 2013. Monografia de especialização, 45 páginas.

[40] SCHWANTES, V. **Uma Reflexão Sobre O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico Discente no Ensino Fundamental.** In: SANTIAGO, Anna Rosa Fontella (org.). Educação Nas Ciências: Pesquisas discentes 2003. Ijuí: Editora Ijuí, 2004. p.497-518.

[41] SILVA, C. B. C. da ., e CUNHA, R. C. da. (2020). **A MATEMÁTICA E O DESINTERESSE DOS ALUNOS NA ESCOLA ATUAL.** Open Minds International Journal, 1(1), 36–46. https://doi.org/10.47180/omij.v1i1.15

[42] SILVA, E. S. **O uso de jogos no ensino de Álgebra: uma experiência nos anos finais do nível fundamental**, Março 2020.

[43] SILVA. J. B. da. **A teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel: uma análise das condições necessárias.** 2020.

[44] SOUZA, R. P. D.; MOITA, M. C. D. S. C.; CARVALHO, B. G. **Tecnologias digitais na Educação.** Paraíba: Editora da Universidade Estadual da Paraíba, 2011.

[45] SQUALLI, H. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducaction de base**. Québec: Faculté des Sciences de l'Éduction. Université Laval, 2000.

[46] TELES, R.A.M. **A aritmética e a Álgebra na matemática escolar.** Educação Matemática em Revista. Número 16, 2004.

[47] TINOCO et al. **Caminho da Álgebra na escola básica.** IV – SPEMRJ: Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro, 2008.