

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

FÁBIO JARDIM DE ALMEIDA

ATIVIDADES SOBRE GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

CURITIBA

2024

FÁBIO JARDIM DE ALMEIDA

ATIVIDADES SOBRE GEOMETRIAS NÃO EUCLIDIANAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Activities about non-Euclidean geometries in Basic Education

Recurso Educacional decorrente de Dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. A dissertação está disponível em <<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/28957>>.

Área de concentração: Matemática na Educação Básica.

Linha de pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.

Orientador: Prof. Dr. Rudimar Luiz Nós

CURITIBA

2024



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho licenciado para fins não comerciais, desde que atribuam ao autor o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

RESUMO

Neste trabalho, elencamos propostas de atividades/experimentos para o professor de matemática na Educação Básica explorar em sala de aula conceitos de geometrias não euclidianas. Nas atividades, abordamos concepções da teoria da relatividade, como a invariância da velocidade da luz, e de geometria esférica, como a distância entre dois pontos na superfície da Terra. Para tanto, empregamos um aparelho de micro-ondas, interferômetros computacionais e o Google Earth, um aplicativo digital que se conecta aos satélites de localização GPS, permitindo a geolocalização em tempo real a partir de qualquer ponto da superfície terrestre. Concluímos que as atividades/experimentos propostos estão em consonância com o que estabelece a Base Nacional Comum Curricular - BNCC para o ensino de matemática na Educação Básica.

Palavras-chave: Geometria esférica; Google Earth; Relatividade; Velocidade da luz.

ABSTRACT

In this work, we outline proposals for activities/experiments for mathematics teachers in Basic Education to explore non-Euclidean geometry concepts in the classroom. The activities address concepts from the theory of relativity, such as the invariance of the speed of light, and from spherical geometry, such as the distance between two points on the Earth's surface. To this end, we use a microwave device, computational interferometers, and Google Earth, a digital application that connects to GPS satellites, enabling real-time geolocation from any point on the Earth's surface. We conclude that the proposed activities/experiments align with the National Common Curricular Base (BNCC) guidelines for teaching mathematics in Basic Education.

Keywords: Spherical geometry; Google Earth; Relativity; Light speed.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Comprimento da barra de chocolate utilizada no experimento	7
Figura 1.2 – Informações sobre o micro-ondas usado no experimento	8
Figura 1.3 – Conceitos básicos de ondulatória: comprimento de onda e os nós	8
Figura 1.4 – Barra de chocolate acomodada a 1cm da base do micro-ondas	9
Figura 1.5 – Barra de chocolate acomodada a 8cm da base do micro-ondas	9
Figura 1.6 – Barra de chocolate a 1 <i>cm</i> da base e a distância entre os pontos derretidos . .	10
Figura 1.7 – Barra de chocolate a 8 <i>cm</i> da base e a distância entre os pontos derretidos . .	11
Figura 1.8 – Comprimento da barra de chocolate utilizada na segunda parte do experimento	11
Figura 1.9 – Espessura da barra de chocolate utilizada na segunda parte do experimento .	11
Figura 1.10–Barra de chocolate na posição horizontal	12
Figura 1.11–Barra de chocolate na posição oblíqua	12
Figura 1.12–Barra de chocolate na posição vertical	12
Figura 1.13–Distância entre os pontos de derretimento na posição horizontal	13
Figura 1.14–Distância entre os pontos de derretimento na posição oblíqua	13
Figura 1.15–Distância entre os pontos de derretimento na posição vertical	13
Figura 1.16–Interferômetro: (a) de Michelson; (b) de Michelson-Morley	15
Figura 1.17–Interferências construtivas e destrutivas	16
Figura 1.18–Interferências construtivas: franjas claras em círculos concêntricos	16
Figura 1.19–Interferômetro virtual da Universidade do Porto	17
Figura 1.20–Interferômetro virtual da Universidade Federal do Ceará	17
Figura 1.21–Refração da luz: o raio de luz saindo do ar para a água	18
Figura 1.22–QR-Code para um vídeo ilustrativo sobre o interferômetro de Michelson-Morley	19
Figura 1.23–Localização de Quito e Singapura no <i>Google Earth</i>	20
Figura 1.24–Mapa do Distrito Federal	21
Figura 1.25–Mapa do estado do Colorado - EUA	21
Figura 1.26–Distância entre as cidades de Quito e Singapura segundo o <i>Google Earth</i> . .	22
Figura 1.27–Demarcação do extremo nordeste do estado do Colorado	23
Figura 1.28–Demarcação do extremo noroeste do estado do Colorado	24
Figura 1.29–Demarcação do extremo sudoeste do estado do Colorado	24
Figura 1.30–Demarcação do extremo sudeste do estado do Colorado	24
Figura 1.31–Perímetro e área do estado do Colorado segundo o <i>Google Earth</i>	25

SUMÁRIO

1	EXPERIMENTOS E ATIVIDADES DIDÁTICAS	7
1.1	Calculando a velocidade da luz	7
1.2	Usando o interferômetro de Michelson	14
1.3	Calculando distâncias e áreas com o Google Earth	19
	REFERÊNCIAS	26
	Índice	28

1 EXPERIMENTOS E ATIVIDADES DIDÁTICAS

Apresentamos neste recurso educacional três atividades/experimentos para explorar algumas ideias da relatividade e de geometrias não euclidianas (Almeida; Nós, 2023; Nós; Almeida, 2023a, 2023b, 2024). O primeiro experimento é prático, proposto em Steer (2007), enquanto os outros dois são computacionais.

1.1 CALCULANDO A VELOCIDADE DA LUZ

1. Objetivo

Estimar o valor da velocidade da luz.

2. Pré-requisitos

Conceitos básicos de ondulatória: comprimento de onda, frequência e velocidade de onda.

3. Materiais necessários

Micro-ondas; prato fundo e liso; refratário liso; trena; barra de chocolate com no mínimo 15cm de comprimento - Figura 1.1.

Figura 1.1 – Comprimento da barra de chocolate utilizada no experimento



Fonte: Autores.

O micro-ondas empregado tem uma frequência na emissão de ondas de 2450 MHz - Figura 1.2, que equivale a $2,45 \text{ GHz} = 2,45 \times 10^9 \text{ Hz}$.

Figura 1.2 – Informações sobre o micro-ondas usado no experimento



Fonte: Autores.

4. Roteiro descritivo

O experimento consiste em aquecer uma barra de chocolate em um micro-ondas, cujo prato giratório é substituído por um prato fundo e liso ou um refratário liso. A distância entre os pontos de derretimento no chocolate e a frequência das ondas do micro-ondas permitem estimar a velocidade c da luz (Steer, 2007).

O experimento é dividido em duas etapas distintas: na primeira, investiga-se a influência da altura em que uma barra de chocolate mais espessa fica dentro do micro-ondas na distância entre os pontos de derretimento; na segunda, determina-se a distância entre os pontos de derretimento em uma barra de chocolate mais delgada.

Figura 1.3 – Conceitos básicos de ondulatória: comprimento de onda e os nós



Fonte: Autores, com base em Martins (2024).

No interior do micro-ondas são geradas ondas como a ilustrada na Figura 1.3, sendo que o encontro dessas ondas tridimensionais ocorre nos nós. Na primeira parte da experiência, a barra mais espessa ficará derretida nas extremidades do comprimento de onda λ ; já na

segunda parte, a barra delgada derreterá também no nó que divide o comprimento de onda exatamente ao meio.

Como utilizamos a trena para medir distâncias, um instrumento pouco preciso, determinamos ao término da experiência um valor aproximado para a velocidade da luz. Para determinar um valor mais preciso, são necessários um laboratório de metrologia¹ e instrumentos apropriados para medir comprimentos.

Na primeira parte do experimento, retira-se do micro-ondas o prato giratório e em seu lugar se coloca um prato liso e fundo, de cabeça para baixo, inutilizando dessa forma o sistema de rotação. Em seguida, coloca-se sobre o prato invertido uma barra de chocolate mais espessa e aciona-se o micro-ondas fechado por cerca de 45 segundos. Ao término do tempo de funcionamento, retira-se a barra de chocolate e mede-se a distância linear entre os pontos derretidos. O teste é realizado para duas alturas distintas entre a barra de chocolate e a base do micro-ondas - Figuras 1.4 e 1.5.

Figura 1.4 – Barra de chocolate acomodada a 1cm da base do micro-ondas



Fonte: Autores.

Figura 1.5 – Barra de chocolate acomodada a 8cm da base do micro-ondas



Fonte: Autores.

¹ Ciência que engloba os aspectos teóricos e práticos da medição.

Na segunda parte do experimento, coloca-se sobre um refratário liso uma barra de chocolate mais delgada e aciona-se o micro-ondas fechado por cerca de 25 segundos. Ao término, retira-se a barra de chocolate e mede-se a distância entre os pontos derretidos.

Para calcular a velocidade da luz, que é uma onda eletromagnética assim como as micro-ondas emitidas pelo aparelho, empregamos a relação

$$v = \lambda \cdot f, \quad (1.1)$$

onde v é a velocidade da onda em metros por segundo (m/s), λ é o comprimento de onda em metros (m) e f é a frequência da onda em hertz (Hz).

Em (1.1), λ corresponde à distância entre os pontos de derretimento da barra de chocolate, enquanto f é a frequência com que as micro-ondas se propagam no interior do aparelho. Essa frequência consta na etiqueta do aparelho - Figura 1.2.

5. Execução

Na primeira parte do experimento, testamos duas alturas distintas (1 cm e 8 cm) para verificar se a distância entre os pontos de derretimento é influenciada por essa altura. Constatamos, em ambos os casos, que a distância foi de aproximadamente 0,122 m - Figuras 1.6 e 1.7.

Figura 1.6 – Barra de chocolate a 1 cm da base e a distância entre os pontos derretidos



Fonte: Autores.

Figura 1.7 – Barra de chocolate a 8 cm da base e a distância entre os pontos derretidos



Fonte: Autores.

Na segunda parte do experimento, colocamos uma fina barra de chocolate - Figuras 1.8 e 1.9, sobre um refratário liso na base do micro-ondas.

Figura 1.8 – Comprimento da barra de chocolate utilizada na segunda parte do experimento



Fonte: Autores.

Figura 1.9 – Espessura da barra de chocolate utilizada na segunda parte do experimento



Fonte: Autores.

Nesta etapa, testamos três posições distintas para a barra de chocolate dentro do aparelho de micro-ondas: horizontal, oblíqua e vertical - Figuras 1.10 a 1.12.

Figura 1.10 – Barra de chocolate na posição horizontal



Fonte: Autores.

Figura 1.11 – Barra de chocolate na posição oblíqua



Fonte: Autores.

Figura 1.12 – Barra de chocolate na posição vertical



Fonte: Autores.

Após o funcionamento de aproximadamente 25 segundos do aparelho de micro-ondas, constatamos que a distância entre os pontos de derretimento foi de cerca de $0,061\text{ m}$ nas três posições testadas - Figuras 1.13 a 1.15.

Figura 1.13 – Distância entre os pontos de derretimento na posição horizontal



Fonte: Autores.

Figura 1.14 – Distância entre os pontos de derretimento na posição oblíqua



Fonte: Autores.

Figura 1.15 – Distância entre os pontos de derretimento na posição vertical



Fonte: Autores.

6. Conclusão

Na primeira parte do experimento, observamos que a distância entre os pontos de derretimento do chocolate foi de aproximadamente $0,122\text{ m}$; já na segunda parte, verificamos que essa distância foi de cerca de $0,061\text{ m}$, o que corresponde a meio comprimento de onda.

Desta forma, empregando $\lambda = 0,122\text{ m}$ e $f = 2,45 \cdot 10^9\text{ Hz}$ em (1.1), concluímos que:

$$\begin{aligned} v &= 0,122\text{ m} \cdot 2,45 \cdot 10^9\text{ ciclos/s}; \\ v &= 298.900.000\text{ m/s}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

O resultado em (1.2) difere da velocidade da luz, que é $c = 299.792.458\text{ m/s}$, em cerca de $0,3\%$. Esta diferença ocorre devido ao uso de instrumentos de medida imprecisos, como a trena.

7. Comentários

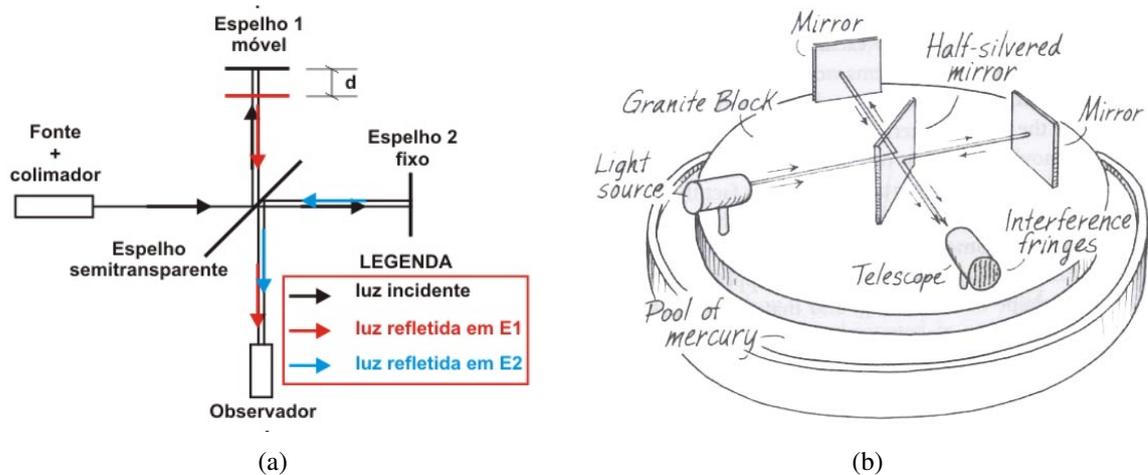
Na barra de chocolate mais espessa não foi possível observar o nó central do comprimento de onda porque este ocorreu na parte interna da barra, não sendo visível devido à espessura da mesma. Já na barra mais delgada, observamos somente a distância entre dois nós consecutivos (metade do comprimento de onda) devido ao posicionamento da barra de chocolate no interior do aparelho de micro-ondas. Adotando uma posição privilegiada e/ou usando uma barra de maior superfície, observaríamos vários nós consecutivos distando cerca de $0,061\text{ m}$ um do outro.

1.2 USANDO O INTERFERÔMETRO DE MICHELSON

O interferômetro de Michelson - Figura 1.16(a), foi idealizado em 1881 por Albert Abraham Michelson (1852-1931) para provar a existência de um fluido que preencheria o Universo, tanto os espaços interplanetários quanto os intermoleculares, denominado éter luminífero, através do qual as ondas eletromagnéticas da luz se propagariam. Acreditava-se até então que todas as ondas precisavam de um meio material para se propagarem pelo espaço, maneira pela qual a luz do Sol chegava à Terra. Já se sabia que havia uma diferença significativa entre a velocidade de translação da Terra ao redor do Sol (30 km/s) e a velocidade da luz ($\approx 300.000\text{ km/s}$) (Dias; Castro; Coelho, 2021).

O interferômetro de Michelson é composto de um fonte luminosa monocromática e um colimador (ou colineador), cuja função é produzir raios luminosos paralelos. No centro do aparato, há um espelho semitransparente que reflete parte da luz incidente e permite que a outra parte o atravesse. Ambos os feixes luminosos encontram em suas trajetórias novos espelhos, um fixo e um móvel, que refletem novamente os feixes de luz. Estes feixes são superpostos sobre um anteparo, produzindo uma interferência detectada por um observador. O interferômetro de

Figura 1.16 – Interferômetro: (a) de Michelson; (b) de Michelson-Morley



Fonte: (a) Alhanati (2020); (b) IFSC (s.d.).

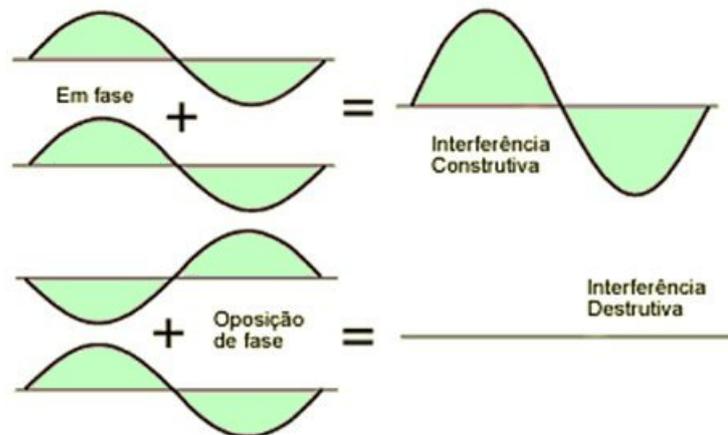
Michelson pode ser empregado para medir com precisão pequenas distâncias, assim como a velocidade da luz (Alhanati, 2020).

Como as medidas da velocidade da luz realizadas com o Interferômetro de Michelson interferiram na formulação da Teoria da Relatividade? Um dos postulados da Teoria da Relatividade afirma que a velocidade da luz no vácuo é uma constante que não depende do referencial. A comprovação experimental deste postulado foi realizada em experimentos onde utilizou-se o Interferômetro de Michelson. Foram realizadas medições da velocidade da luz em localidades diferentes do planeta na direção do paralelo terrestre, no sentido de rotação da Terra e no sentido contrário; realizaram medidas na direção do meridiano terrestre no sentido sul – norte e no sentido contrário. Ficou demonstrado experimentalmente que a velocidade de propagação da luz não depende do movimento da Terra, sendo portanto independente do referencial (Alhanati, 2020, n.p).

A interferência é um fenômeno caracterizado pela superposição física de duas ou mais ondas em um mesmo ponto, podendo ser construtiva (reforço) ou destrutiva (aniquilação) - Figura 1.17. Quando os feixes de luz do interferômetro colidem em fase, ocorre a interferência construtiva, na qual aparecem circunferências mais claras; quando os feixes de luz colidem em fases opostas, ocorre a interferência destrutiva, na qual surgem circunferências mais escuras. Esse padrão de circunferências concêntricas claras e escuras é denominado franja. A Figura 1.18 ilustra um padrão de franjas circulares claras.

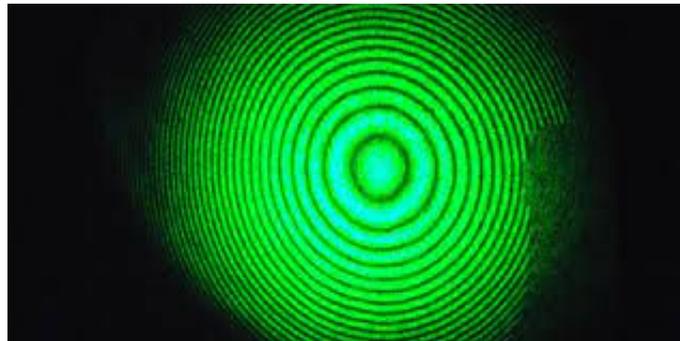
Michelson ganhou o prêmio Nobel de física em 1907, sendo o primeiro norte-americano a receber tal premiação (Ótica, 2022). Para que seu interferômetro fosse realmente preciso, a distância entre os espelhos, denominada braço do interferômetro, deveria ter em torno de 11m de comprimento. E para testar a precisão do interferômetro, a cada pequena movimentação do espelho móvel, verificava-se pequenas mudanças no padrão luminoso das franjas de interferência.

Figura 1.17 – Interferências construtivas e destrutivas



Fonte: Morellato (2018).

Figura 1.18 – Interferências construtivas: franjas claras em círculos concêntricos



Fonte: Departamento de Física UFMG (2024).

Devido a fatores relacionados à vibração, o primeiro interferômetro de Michelson não forneceu informações precisas. Assim, o experimento foi recriado em 1887 em um aparato, o interferômetro de Michelson-Morley (Edward Williams Morley (1838-1923)), que consistia de uma base fixa e robusta de granito que girava sem atrito em uma piscina de mercúrio (Dias; Castro; Coelho, 2021) - Figura 1.16(b). Para Michelson e Morley, caso o éter luminífero existisse, ao se girar todo o interferômetro as franjas mudariam de fase, de claro para escuro, isto devido à velocidade do éter em relação à velocidade da Terra em seu movimento em torno do Sol.

1. Objetivo

Reproduzir a experiência de Michelson-Morley com o uso de um computador, sem a necessidade de um laboratório de metrologia e seus aparatos.

2. Pré-requisitos

Conceitos de ondulatória: elementos de uma onda, interferências entre ondas, velocidade de onda.

3. Materiais necessários

Computador com internet e navegador de internet instalado.

4. Roteiro descritivo

Para aplicar o experimento, podemos utilizar dois interferômetros virtuais, disponíveis em:

- <<https://fisica.fe.up.pt/michelson/indice.html>>;
- <<https://www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/interferometro-de-michelson>>.

O primeiro interferômetro foi desenvolvido por estudantes da Universidade do Porto em Portugal, é gratuito e sua última atualização ocorreu em 2009. Para utilizá-lo, basta fazer o *download* do arquivo de execução. Em algumas versões de sistema operacional, talvez os botões do programa não fiquem visíveis. Porém, no manual há uma lista de comandos para utilizar o software via teclado - Figura 1.19.

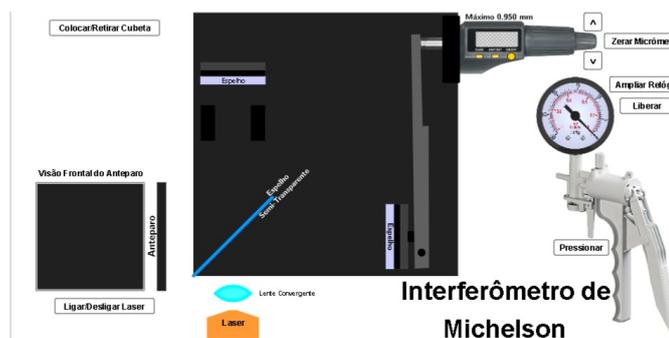
Figura 1.19 – Interferômetro virtual da Universidade do Porto



Fonte: Teixeira, Pereira e Carvalho (2009).

O segundo interferômetro foi desenvolvido recentemente pela Universidade Federal do Ceará e funciona na plataforma GeoGebra (GeoGebra, 2024), não sendo necessário nenhum outro programa além do navegador de internet. O programa é interativo e há na parte inferior da tela comandos para operá-lo com o *mouse* - Figura 1.20.

Figura 1.20 – Interferômetro virtual da Universidade Federal do Ceará



Fonte: Castro e Dias (2022).

5. Conclusão

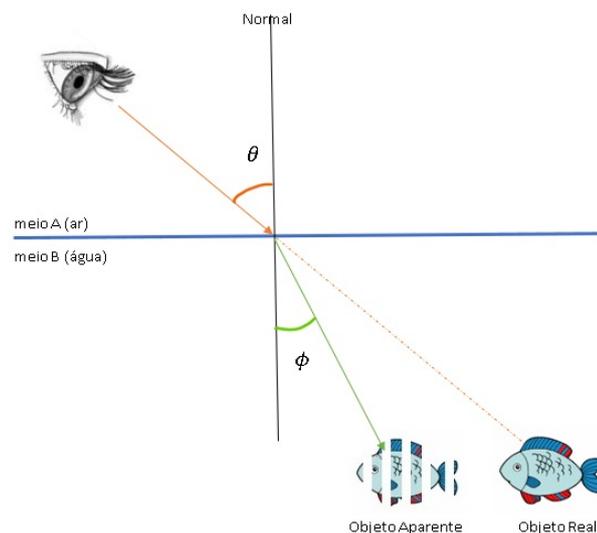
O padrão de interferências circulares, as franjas, surgem por ter sido utilizada uma lente divergente na saída do feixe de luz. Assim, a luz diverge e cada fração da mesma percorre distâncias diferentes; ao se encontrarem após a separação pelo espelho semitransparente, originam as interferências construtivas e destrutivas. Esse padrão das franjas pode ser alterado por pequenas vibrações no sistema, que ocorrem quando o espelho móvel é deslocado ou quando a velocidade da luz sofre uma alteração, como por exemplo, quando o feixe de luz passa por uma pequena câmara de ar comprimido.

Durante a propagação, um raio de luz sofre um desvio angular quando muda de meio material. Além disso, há alteração de sua velocidade na troca de meio material. Esse fenômeno é denominado refração - Figura 1.21. A velocidade v da luz refratada, sempre menor do que a velocidade c da luz, é calculada por:

$$\begin{aligned} v &= \frac{c}{n}; \\ c &= v \cdot n, \end{aligned} \quad (1.3)$$

onde n é o índice de refração no meio em que a luz incidiu. Esse meio material pode ser ar comprimido, vidro, acrílico, água etc.

Figura 1.21 – Refração da luz: o raio de luz saindo do ar para a água



Fonte: Autores.

Quanto mais denso e refrativo é o meio no qual o raio luminoso penetra, menor é a velocidade de propagação do raio de luz e seu desvio é acentuado, aproximando-se da reta normal. Exemplificando, na Figura 1.21 o observador que está no meio A (ar) percebe o objeto (peixe) no meio B (água) em um local diferente de onde ele realmente está devido à refração da luz. Este fenômeno é equacionado pela lei de Snell-Descartes:

$$n_A \cdot \text{sen } \theta = n_B \cdot \text{sen } \phi,$$

onde: θ é o ângulo de incidência do raio incidente com a reta normal; ϕ é o ângulo de refração que surge entre o raio refratado e a normal; n_A é o índice de refração do meio A e n_B é o índice de refração do meio B.

Quando o raio de luz incide perpendicularmente à superfície do novo meio de propagação, coincidindo com a reta normal, não há desvio angular e somente alteração na velocidade.

À época de Michelson e Morley acreditava-se na existência do éter luminífero e que esta substância envolvia todo o Universo. Como a Terra se move em torno de si mesma e ao redor do Sol, pensava-se que esses movimentos interferiam na velocidade da luz. Segundo Pereira (2024), o interferômetro de Michelson-Morley foi testado em várias regiões da Terra e em diversas épocas do ano. Nesses testes, não se constatou diferenças significativas na velocidade dos raios de luz após a separação pelo espelho semitransparente. Caso os feixes de luz apresentassem velocidades diferentes nas duas direções de propagação, isso seria registrado pelo interferômetro - vídeo inserido na Figura 1.22.

Figura 1.22 – QR-Code para um vídeo ilustrativo sobre o interferômetro de Michelson-Morley



Fonte: Autores, baseado em Pereira (2024).

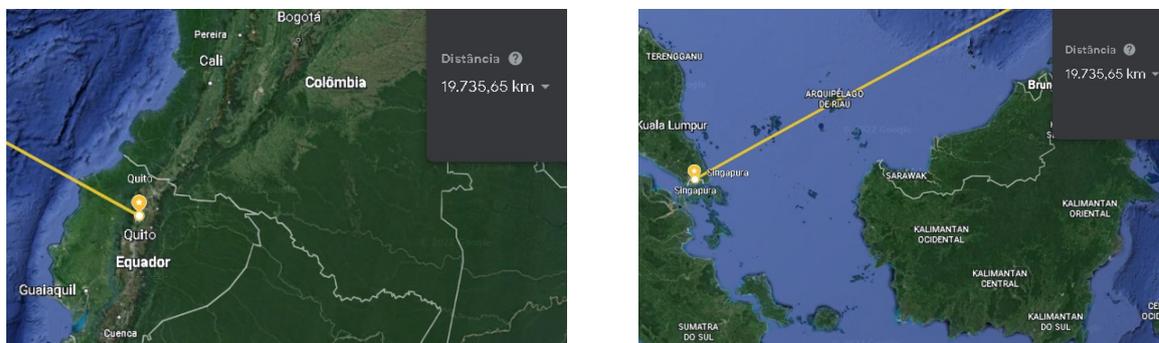
1.3 CALCULANDO DISTÂNCIAS E ÁREAS COM O GOOGLE EARTH

O *Google Earth* (Google, 2024) é um *software* que se conecta aos satélites de localização GPS, permitindo a geolocalização em tempo real a partir de qualquer ponto da superfície terrestre. O *software* usa como referência as coordenadas geográficas dos pontos na superfície terrestre, o que possibilita medir a distância entre dois pontos quaisquer e, conseqüentemente, traçar as rotas a serem percorridas em viagens, passeios e atividades físicas, tais como caminhadas, corridas e ciclismo. Essa tecnologia é comum em aparelhos *smartphone* e *notebooks*, e é amplamente utilizada no rastreamento de veículos em sistemas de *delivery* e aplicativos de transporte urbano.

Como o *Google Earth* é uma ferramenta gratuita e de fácil acesso, podemos empregá-la para fazer uma “prova real” em questões que envolvam o cálculo da distância aproximada entre algumas cidades da Terra, como por exemplo, entre Quito, no Equador, e Singapura, na Malásia -

Figura 1.23. O cálculo dessa distância constou na Questão 55 do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM da Prova 1 - Amarela, página 21, de 2002.

Figura 1.23 – Localização de Quito e Singapura no *Google Earth*



Fonte: *Google Earth* (2024).

Questão 55 - As cidades de Quito e Singapura encontram-se próximas à linha do Equador e em pontos diametralmente opostos no globo terrestre. Considerando o raio da Terra igual a 6370 km, pode-se afirmar que um avião saindo de Quito, voando em média 800 km/h, descontando as paradas de escala, chega a Singapura em aproximadamente:

- (A) 16 horas.
- (B) 20 horas.
- (C) 25 horas.
- (D) 32 horas.
- (E) 36 horas.

Para solucionar a questão do ENEM, empregamos a relação para o cálculo do comprimento C de uma circunferência²:

$$C = 2\pi r, \quad (1.4)$$

onde r é a medida do raio da circunferência. Empregando $\pi \approx 3,14$ e $r = 6370 \text{ km}$ em (1.4), determinamos $C = 40.003,6 \text{ km}$. Contudo, C é o comprimento completo da circunferência; a distância entre as cidades diametralmente opostas é dada por $d = \frac{C}{2}$. Logo, a distância de Quito a Singapura equivale a $d = 20.001,8 \text{ km}$. Da equação $\Delta s = v_m \Delta t$, decorre que $\Delta t = \frac{d}{v_m}$. Assim, $\Delta t = \frac{20001,8}{800} \approx 25 \text{ h}$. Portanto, a solução correta da questão do ENEM é dada pela alternativa C.

Além de calcular distâncias entre pontos na superfície terrestre, o *Google Earth* também calcula a área de um polígono convexo. Para tanto, é necessário demarcar o polígono pelos seus vértices. Contudo, são poucas as localidades cuja extensão territorial pode ser bem demarcada com poucos pontos. No Brasil, o mapa do Distrito Federal tem um formato quase retangular quando observado em uma escala pequena. Todavia, em uma escala maior, constata-se que a

² A circunferência é a reta na geometria esférica (Motta, 2018, 2022; Nós; Motta, 2021).

3. Materiais necessários

Computador com internet e navegador de internet instalado.

4. Roteiro descritivo

Inicialmente, localizamos no *Google Earth* as cidades de Quito e Singapura fornecendo as coordenadas geográficas de ambas (Dateandtime.Info, 2024).

Quito

Latitude: $0^{\circ}13'31''$ Sul

Longitude: $78^{\circ}31'29''$ Oeste

Singapura

Latitude: $1^{\circ}16'60''$ Norte

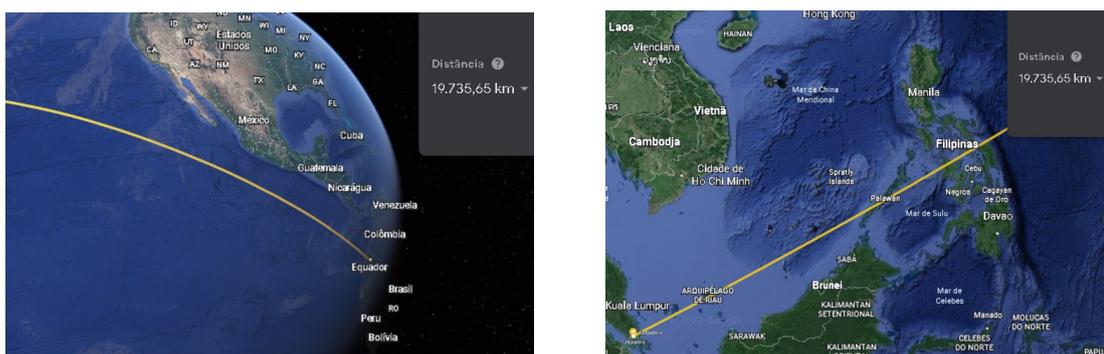
Longitude: $103^{\circ}51'0''$ Leste

Em seguida, salvamos na seção “pesquisa” os pontos referentes às duas cidades. Após isso, usamos a ferramenta “medir distância e área” para determinar a distância entre ambas.

5. Conclusão

O *Google Earth* indica que a distância entre Quito e Singapura é de 19.735,65 *km* - Figura 1.26, valor relativamente próximo àquele calculado para solucionar a questão do ENEM. A diferença entre os valores para essa distância é devida às irregularidades do solo, aos instrumentos de aferição de distâncias e ao fato de que a Terra não tem formato perfeitamente esférico.

Figura 1.26 – Distância entre as cidades de Quito e Singapura segundo o *Google Earth*



Fonte: *Google Earth* (2024).

Na atividade, podemos calcular via *Google Earth* a distância entre outras cidades antípodas na superfície terrestre, tais como Curitiba-Brasil e Uruma-Japão (Motta, 2018, 2022; Nós; Motta, 2021), Xangai-China e Buenos Aires-Argentina, Cuiabá-Brasil e Manila-Filipinas, Montevideu-Uruguai e Seul-Coréia do Sul. Segundo SRL (2024), o ponto antípoda de Curitiba ocorre no Oceano Pacífico; a cidade de Uruma, uma província de Okinawa no Japão, é a cidade mais próxima a esse ponto. Já o ponto antípoda de Uruma ocorre em Palmas-PR no Brasil, uma cidade a aproximadamente 370 *km* de distância de Curitiba.

Atividade 2

1. Objetivo

Calcular o perímetro e a área do estado norte americano do Colorado com o *Google Earth*.

2. Pré-requisitos

Conhecimentos de geometria esférica.

3. Materiais necessários

Computador com internet e navegador de internet instalado.

4. Roteiro descritivo

Inicialmente, demarcamos no *Google Earth* os vértices do quadrilátero que define a extensão territorial do estado do Colorado - Figuras 1.27 a 1.30, usando as informações fornecidas pelo *Google Earth* (2024). Em seguida, usamos as ferramentas “pesquisa” e “medir distância e área” para, respectivamente, salvar a localização e determinar o perímetro e a área do estado do Colorado.

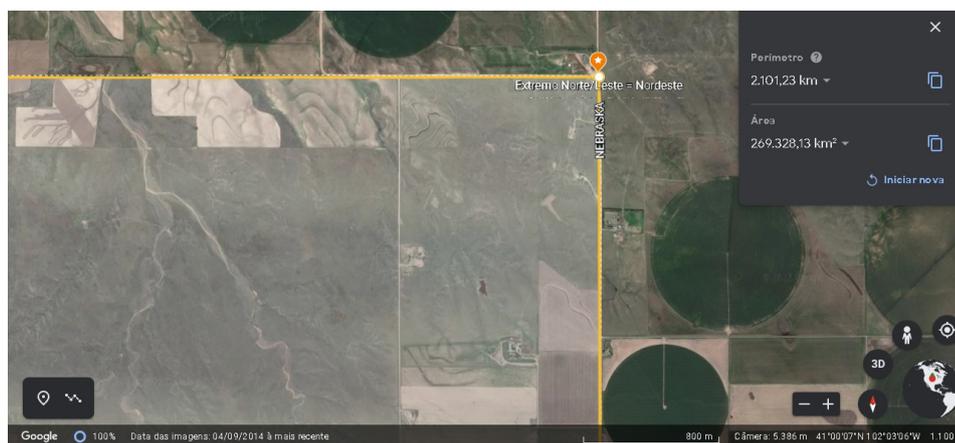
Nordeste: $41^{\circ}00'08''$ Norte $102^{\circ}03'05''$ Oeste

Noroeste: $41^{\circ}00'02''$ Norte $109^{\circ}03'02''$ Oeste

Sudoeste: $36^{\circ}59'56''$ Norte $109^{\circ}02'42''$ Oeste

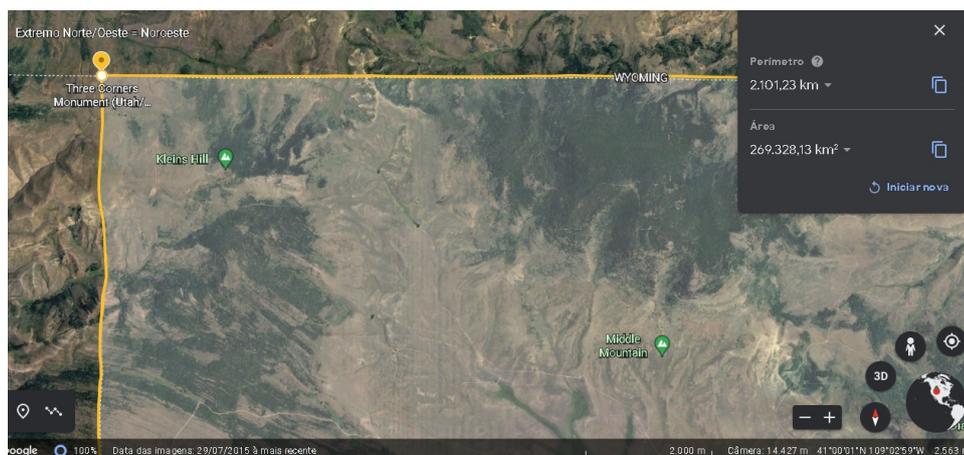
Sudeste: $36^{\circ}59'34''$ Norte $102^{\circ}02'31''$ Oeste

Figura 1.27 – Demarcação do extremo nordeste do estado do Colorado



Fonte: *Google Earth* (2024).

Figura 1.28 – Demarcação do extremo noroeste do estado do Colorado



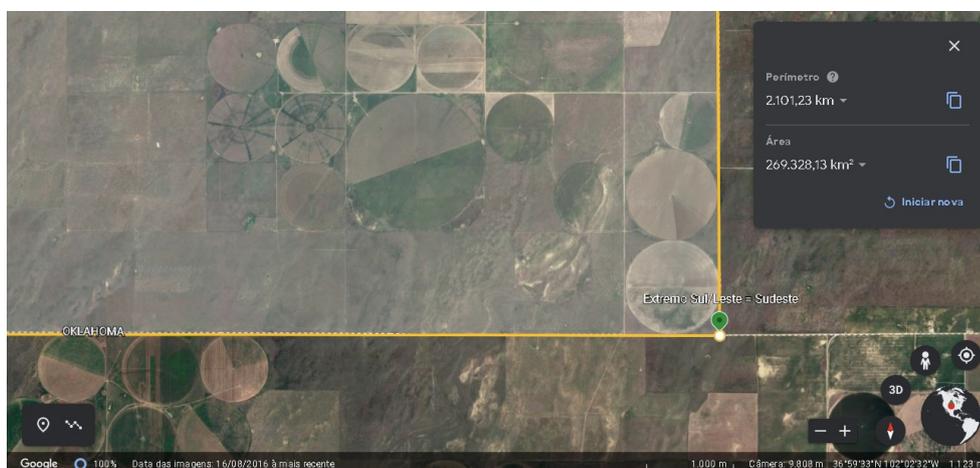
Fonte: *Google Earth* (2024).

Figura 1.29 – Demarcação do extremo sudoeste do estado do Colorado



Fonte: *Google Earth* (2024).

Figura 1.30 – Demarcação do extremo sudeste do estado do Colorado



Fonte: *Google Earth* (2024).

5. Conclusão

O *Google Earth* estabelece que o estado do Colorado tem perímetro e área respectivamente iguais a 2.101,23 km e 269.328,13 km² - Figura 1.31. Segundo Loeffler e Dietz (2024), a área do estado do Colorado é de 269.603 km². A diferença entre os valores para a área ocorre devido às irregularidades do solo, aos instrumentos de medida e ao fato de que a Terra não é perfeitamente esférica.

Figura 1.31 – Perímetro e área do estado do Colorado segundo o *Google Earth*



Fonte: *Google Earth* (2024).

O *Google Earth* é uma ferramenta fascinante e de manuseio simples, cujas medições auxiliam no plantio, na colheita e no controle do desmatamento em grandes áreas, bem como dão suporte a profissionais da aviação e da marinha no cálculo de rotas de viagem.

REFERÊNCIAS

- ALHANATI, L. S. **Interferência**. [s.l.]: Alfaconnection, 2020. Disponível em: <<https://www.alfaconnection.pro.br/fisica/ondas/interferencia-difracao-e-polarizacao/interferencia/>>. Acesso em: 01 mar. 2022. 15
- ALMEIDA, F. J. de; NÓS, R. L. As micro-ondas e a velocidade da luz. **Revista Brasileira de Física**, v. 3, n. 2, p. 1–10, 2023. 7
- CASTRO, G. dos S.; DIAS, N. L. **Interferômetro de Michelson**. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2022. Disponível em: <<https://www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/interferometro-de-michelson>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 17
- DATEANDTIME.INFO. **Coordenadas geográficas**. Rússia: dateandtime.info, 2024. Disponível em: <<https://dateandtime.info/pt/citycoordinates.php?id=3652462>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 22
- DIAS, N. L.; CASTRO, G. dos S.; COELHO, A. de A. Simulação interativa do interferômetro de michelson usando o GeoGebra. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, n. 43, p. e20210205–1–e20210205–9, 2021. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbef/a/SqgvTHG3pRk7kxwcbzzRRCr/?lang=pt>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 14, 16
- FÍSICA, D. de. **Interferômetro de Michelson**. Belo Horizonte: UFMG, 2024. Disponível em: <<http://demonstracoes.fisica.ufmg.br/demo/195/6D40.10-Interferometro-de-Michelson>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 16
- GEOGEBRA. **Ferramentas e recursos do GeoGebra**. [s.l.]: GeoGebra, 2024. Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR>. Acesso em: 19 dez. 2024. 17
- GOOGLE. **GoogleEarth**. EUA: Google, 2024. Disponível em: <<https://www.google.com.br/earth/>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 19, 20, 22, 23, 24, 25
- IFSC. **Interferômetro**. São Carlos: IFSC-USP, s.d. Disponível em: <<https://www.ifsc.usp.br/~lavfis/index.php/apostilas-fcm0153/18-interferometro-de-michelson>>. Acesso em: 01 mar. 2022. 15
- LOEFFLER, M. J.; DIETZ, J. L. **Colorado: facts e stats**. Chicago: Enciclopedia Britannica, 2024. Disponível em: <<https://www.britannica.com/facts/Colorado-state>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 21, 25
- MARTINS, L. **Ondulatória (ondas)**. Florianópolis: InfoEscola, 2024. Disponível em: <<https://www.infoescola.com/fisica/ondulatoria-ondas/>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 8
- MENDES, L. **Distrito Federal: aspectos geográficos e socioeconômicos do Distrito Federal**. Brasil: Enciclopédia Geral, 2011. Disponível em: <<http://www.megatimes.com.br/2011/11/distrito-federal-df-aspectos.html>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 21
- MORELLATO, F. **Interferências: cabos metálicos x fibras ópticas (Parte 1)**. Porto Alegre: blog.ipv7, 2018. Disponível em: <<https://www.blog.ipv7.com.br/tecnica/interferencias-cabos-fibras-opticas/>>. Acesso em: 01 mar. 2022. 16

MOTTA, G. P. **Geometrias não-Euclidianas no plano e geometria esférica**. 115 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso - Curso de Licenciatura em Matemática) — UTFPR, Curitiba, 2018. 20, 22

MOTTA, G. P.; NÓS, R. L. Explorando conceitos e relações de geometria esférica na licenciatura em matemática com o google earth. In: _____. **Educação: teoria, métodos e perspectivas V**. Curitiba: Artemis, 2022. Disponível em: <<https://editoraartemis.com.br/catalogo/ebook/educacao-teorias-metodos-e-perspectivas-vol-v>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 20, 22

NÓS, R. L.; ALMEIDA, F. J. de. The employment of digital technologies during the retrospective phase in the solution of geometric problems. **International Journal of Human Sciences Research**, v. 3, n. 7, p. 1–10, 2023a. 7

NÓS, R. L.; ALMEIDA, F. J. de. Usando o google earth para reavaliar distâncias e áreas na solução de problemas geométricos. In: **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**. São Carlos: SBMAC, 2023b. Disponível em: <<https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/view/4063>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 7

NÓS, R. L.; ALMEIDA, F. J. de. Reavaliando a solução de problemas geométricos com o google earth. In: _____. **Tecnologias e metodologias ativas: a interdisciplinaridade tecnológica em pesquisa 5**. Guarujá: Científica, 2024. Disponível em: <<https://www.editoracientifica.com.br/books/chapter/241118116>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 7

NÓS, R. L.; MOTTA, G. P. Geometria esférica na licenciatura em matemática. In: **Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**. São Carlos: SBMAC, 2021. Disponível em: <<https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/view/3581>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 20, 22

ÓTICA, L. de Ensino de. **Albert Michelson**. Campinas: Unicamp, 2022. Disponível em: <<https://sites.ifi.unicamp.br/laboptica/albert-michelson/>>. Acesso em: 01 mar. 2022. 15

PEREIRA, R. V.; MIZUKOSHI, J. K. **Relatividade restrita**. São Carlos: IFUSP/UFABC, 2024. Disponível em: <<https://propg.ufabc.edu.br/mnpef-sites/relatividade-restrita/relatividade-restrita/>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 19

SRL, A. S. **Antipodes map**. Romênia: AntipodesMap.com, 2024. Disponível em: <<https://www.antipodesmap.com/>>. Acesso em: 19 dez. 2024. 22

STEER, M. **Mid morning experiment: speed of light**. United Kingdom: University Gate East, 2007. Disponível em: <https://www.null-hypothesis.co.uk/science/item/measure_speed_light_microwave_chocolate/>. Acesso em: 19 dez. 2024. 7, 8

TEIXEIRA D. D.; PEREIRA, F. J. L.; CARVALHO, J. F. B. d. **Simulação do interferômetro de Michelson**. Portugal: Universidade do Porto, 2009. Disponível em: <<https://fisica.fe.up.pt/michelson/indice.html>>. Acesso em: 01 mar. 2022. 17

ÍNDICE

Eter luminífero, 14

Físicos

 Michelson, 14

GeoGebra, 17

Google Earth, 19

Interferômetro

 de Michelson, 14

 de Michelson-Morley, 16

Lei

 de Snell-Descartes, 18

Luz

 refração, 18

Químicos

 Morley, 16