UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

MARIANA CANDÉA CHIHAYA

FLOCOS DE NEVE E TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

CURITIBA

2024

MARIANA CANDÉA CHIHAYA

FLOCOS DE NEVE E TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: PROPOSTAS DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Snowflakes and Geometric Transformations: activity proposals for Mathematics teaching

Recurso Educacional decorrente de Dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. A dissertação está disponível em <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/29408>.
Linha de pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.
Orientadora: Profa. Dra. Olga Harumi Saito.
Coorientadora: Profa. Dra. Patrícia Massae Kitani.

CURITIBA

2024

RESUMO

Este trabalho utiliza o floco de neve como inspiração e ponto de partida para explorar as transformações geométricas, destacando suas propriedades fascinantes. É proposta uma sequência de atividades práticas voltadas ao ensino de geometria para alunos do 7º e 8º anos, utilizando o *kirigami* e o software GeoGebra, ferramentas acessíveis e de fácil manuseio. As atividades propostas são apresentadas de forma clara, bem estruturadas e objetivas, facilitando a compreensão dos conceitos geométricos. Além disso, o trabalho disponibiliza materiais prontos para impressão, oferecendo suporte didático prático para os professores.

Palavras-chave: Isometria; simetria; rotação; translação; dobraduras; kirigami; matemática dinâmica.

ABSTRACT

This work uses the snowflake as inspiration and a starting point to explore geometric transformations, highlighting its fascinating properties. A sequence of practical activities is proposed, aimed at teaching geometry to 7th and 8th-grade students, utilizing kirigami and the GeoGebra software—both accessible and easy-to-use tools. The proposed activities are presented in a clear, well-structured, and objective manner, facilitating the understanding of geometric concepts. Additionally, the work provides ready-to-print materials, offering practical teaching support for educators.

Keywords: Isometry; symmetry; rotation; translation; folds; kirigami; dynamic mathematics.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 ATIVIDADES COM ORIGAMI

Neste capítulo, apresentamos atividades envolvendo as transformações geométricas e os flocos de neve. O *kirigami* (variação do origami) será utilizado como ferramenta para avaliar a capacidade do aluno de identificar as isometrias nos flocos de neve, no contexto do desenvolvimento das atividades.

1.1 ORIGAMI: A ARTE DE DOBRAR PAPÉIS

A origem do origami está vinculada à invenção do papel e, por isso, relacionada à China. Por outro lado, acreditamos que essa arte milenar teve início no Japão pois na China o papel era usado para a escrita. Origami é uma palavra japonesa, Figura 1.1, composta do verbo dobrar (*oru*) e do substantivo papel (*kami*), significando, literalmente, "dobrar papel". O origami tradicional é feito com um quadrado de papel e dobraduras, sem cortes ou colagem (Hayasaka; Nishida, 2021).

Figura 1.1 – Ideogramas da palavra origami

折り紙

Fonte: Kawanami (2011).

Inicialmente, o origami era praticado pela Corte Imperial do Japão e por poucas pessoas, pois o papel era muito caro. Aos poucos, a arte foi difundida entre o povo, de crianças a idosos, e pelo mundo inteiro. Hoje o origami é um passatempo amplamente conhecido que exige coordenação e disciplina. Para os japoneses, cada origami possui um significado. O sapo (*kaeru*), por exemplo, representa amor e felicidade e o *tsuru* simboliza a paz (Kawanami, 2011).

1.1.1 *KIRIGAMI*: A ARTE DE CORTAR PAPEL

A partir do origami original surgiram algumas variações, entre elas o *kirigami*. Do japonês, *kiru* significa cortar e *kami*, papel, Figura 1.2. Essa arte inclui, além da dobradura, cortes no papel envolvendo simetrias.

Figura 1.2 – Ideogramas da palavra *kirigami*

切り紙

Fonte: Wikipedia (2021a).

Entre os *kirigami* mais populares estão as flores, os flocos de neve e as estrelas, Figura 1.3 (Kawanami, 2015).

Figura 1.3 – Exemplos de *kirigami*

Fonte: Kawanami (2015).

Os *kirigami* são divididos em três tipos: *senshi*, *sanshi* e *kokushi* (Valente; Ota, 2015).

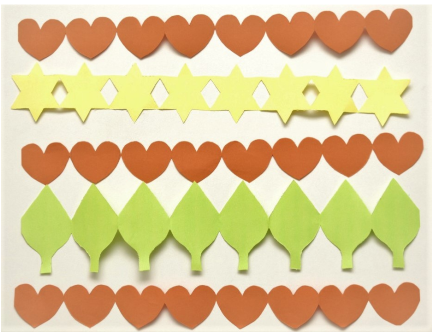
- Senshi é um *kirigami* feito a partir de uma dobra radial e um corte, resultando em uma figura radialmente simétrica depois de aberta, Figura 1.4.

Figura 1.4 – *kirigami* tipo senshi

Fonte: A autora.

- Sanshi é um *kirigami* em que a dobra é feita em um papel no formato retangular imitando uma sanfona, Figura 1.5.

Figura 1.5 – *Kirigami* tipo sanshi



Fonte: A autora.

Figura 1.6 – *Kirigami* tipo kokushi

Fonte: Ueno e Nascimento (2009).

- Kokushi é o *kirigami* em que os cortes são mais precisos e feitos com estiletes, formando imagens positivas e negativas, Figura 1.6.

Ao unir o sanshi e o kokushi, temos mais um tipo de *kirigami*, o origami arquitetônico, Figura 1.7:

> O origami arquitetônico, também chamado de *pop-up architecture*, *3D cards ou kirigami tridimensional*, é a junção das duas artes anteriormente citadas. Foi criado pelo arquiteto e designer japonês Masahiro Chatani em 1981. Trata-se de cartões que, através de sua abertura e fechamento, transformam a imagem bidimensional em tridimensional. Existem quatro tipos: 0°, 90°, 180° e 360°, ângulos referentes a abertura do cartão necessários para a formação da imagem. Esses tipos de origami possuem várias utilidades como: cartões comemorativos, enfeites, malas diretas, embalagens e livros infantis chamados de *pop-up books* (Valente; Ota, 2015, p. 281).

Figura 1.7 – Origami arquitetônico

Fonte: Hayasaka e Nishida (2021).

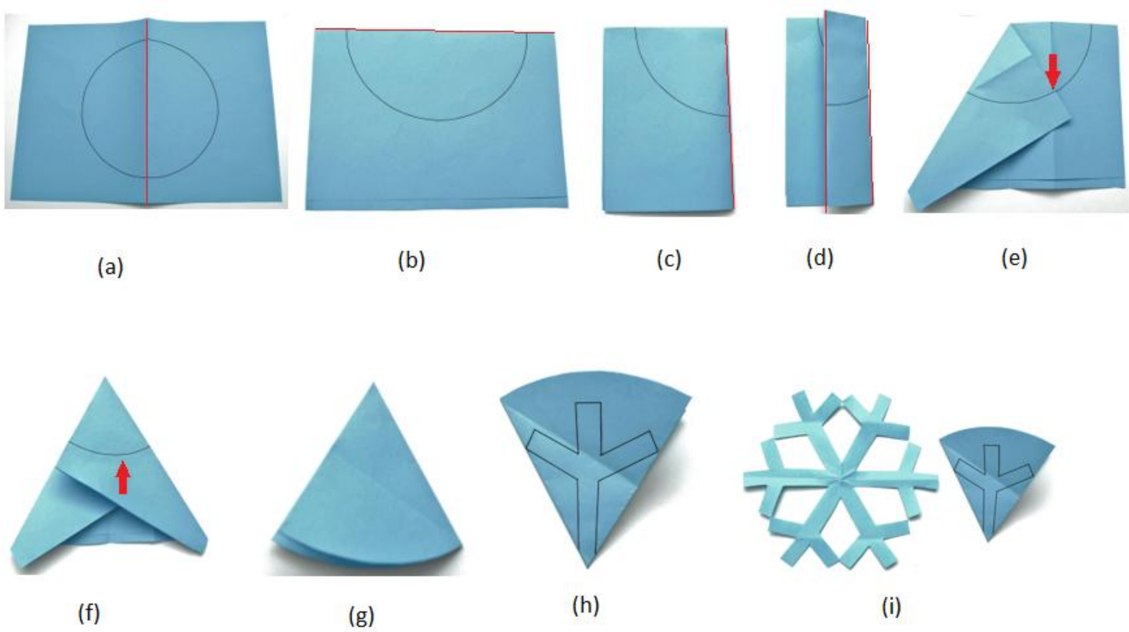
Utilizando as técnicas do *kirigami*, desenvolvemos atividades sobre as transformações geométricas e os flocos de neve.

1.1.2 TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NOS FLOCOS DE NEVE COM USO DO *KIRIGAMI*

Nesta seção, descrevemos os procedimentos de como dobrar os papéis e formar os flocos de neve usando a técnica do *kirigami*. Como os flocos de neve têm o formato hexagonal, relatamos duas justificativas para as dobras feitas nesta construção, servindo de auxílio para o professor no entendimento do procedimento.

Para a obtenção do floco de neve, iniciamos com uma círculo em uma folha, Figura 1.8 (a); em seguida, dobramos a folha de modo que o vinco seja feito sobre um diâmetro do círculo (b). Nas duas etapas seguintes, (c) e (d), fazemos dobras para que o diâmetro seja dividido em quatro partes congruentes; na etapa (e), abrimos a folha em meio círculo e fazemos com que as linhas da circunferência se encontrem nos vincos feitos com as dobras das etapas anteriores, indicado com uma seta na figura; cortamos na linha da circunferência em (f) e obtemos na figura (g) o equivalente a um sexto do círculo; fazemos um desenho em (h) que formará o floco de neve desejado ao cortarmos e abrirmos o papel em (i).

Figura 1.8 – Etapas da construção do *kirigami* de floco de neve



Fonte: A autora.

Existem diversas opções para o desenho dos flocos; a Figura 1.9 apresenta quatro flocos de neve diferentes. Na opção (d) foi realizada mais uma dobra ao meio, gerando a fração $\frac{1}{12}$ do círculo.

Figura 1.9 – *Kirigami* - modelos de flocos de neve

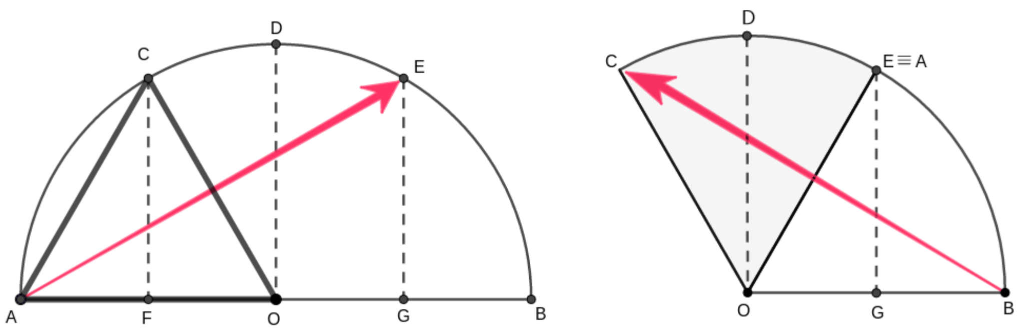
Fonte: A autora.

Duas provas para justificar que as dobras realizadas na Figura 1.8 de fato dividem o círculo em 6 partes congruentes são apresentadas na Justificativa 1 e Justificativa 2.

- **Justificativa 1 - usando congruência de triângulos**

Sejam AB o diâmetro e O o centro do círculo, respectivamente. E, sejam $C,\ D,\ E,\ F$ e G as interseções dos vincos formados ao dividir o diâmetro em 4 partes congruentes, como ilustrado na Figura 1.10. Os segmentos $CF,\ DO$ e EG são paralelos entre si e formam um ângulo de 90^o com o diâmetro AB, pois o segmento OD foi obtido ao dividir o semicírculo em 2 partes sobrepondo os pontos A e B. O segmento CF foi formado a partir da dobra para dividir AO em duas partes congruentes, sobrepondo os pontos A e O. Analogamente para o segmento EG.

Figura 1.10 – Divisão do círculo em 6 partes congruentes



Fonte: A autora.

Agora provaremos que os triângulos ACO, COE e OEB são equiláteros, mostrando que a dobra final equivale a $\dfrac{1}{6}$ do círculo. Temos que os ângulos $A\widehat{F}C$ e $C\widehat{F}O$ são iguais a

$90°$. Além disso, os segmentos AF e FO são congruentes pois F divide o segmento AO ao meio. Assim, temos que os triângulos AFC e OFC são congruentes, pelo caso LAL. Logo os segmentos AC e CO possuem a mesma medida.

Por fim, como os segmentos AO e CO possuem a mesma medida do raio, segue que o triângulo ACO é equilátero. De modo análogo, provamos que os triângulos OEB e COE também são equiláteros.

- **Justificativa 2 - usando razões trigonométricas no triângulo retângulo**

Esta prova envolve as razões trigonométricas em um triângulo retângulo, além de congruência de triângulos, ponto médio de segmentos e soma dos ângulos internos de triângulos.

Vamos analisar os pontos e traços da Figura 1.10 (a mesma da prova anterior). Primeiramente, temos $CO = AO$ pois são raios do círculo. Como F é o ponto médio do segmento AO, segue que $AF = FO = \frac{1}{2}CO$. Denominando o ângulo $F\hat{O}C$ de θ, temos que:

$$\cos(\theta) = \frac{\overline{FO}}{\overline{CO}} = \frac{1}{2}.$$

Como $0 < \theta < 90°$, segue que $\theta = 60°$.

Além disso, observando o triângulo retângulo CFO e sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a $180°$, concluímos que $F\hat{C}O = 30°$.

Temos ainda que os triângulos retângulos ACF e OCF são congruentes pelo caso LAL. Portanto, $A\hat{F}C = F\hat{C}O = 30^o$ e, consequentemente, $A\hat{C}O = A\hat{O}C = C\hat{A}O = 60°$. Assim, o triângulo ACO é equilátero. Analogamente para o triângulo OEB.

Por fim, o triângulo COE é equilátero pois

$$180° = A\hat{O}C + C\hat{O}E + E\hat{O}B = 60° + C\hat{O}E + 60°.$$

Sendo o triângulo COE isósceles pois $\overline{CO} \equiv \overline{OE}$, segue que $O\hat{C}E \equiv O\hat{E}C$. E pela soma dos ângulos internos de triângulo COE, concluímos que todos os ângulos internos são iguais. Logo, o triângulo é equilátero. Assim, verificamos que o círculo foi dividido em 6 partes congruentes.

Observação 1.1. *Estas provas não são aplicadas nas atividades que proporemos para o 7^o ano, visto que aborda conteúdos do 8^o ano e do 9^o ano, além de relembrar outros conceitos previamente estudados. Elas estão detalhadas para auxiliar o professor ou o aluno caso surjam dúvidas. No entanto, as atividades podem ser adequadas para o 8^o ano e 9^o ano. Fazer os alunos pensarem em uma prova para tais dobraduras aplicando conteúdos abordados em sala de aula pode motivar o estudo, além de que justificar alguns resultados ajuda a desenvolver a capacidade analítica dos alunos desde cedo. Além dessas provas, é possível que outras sejam visualizadas pelos alunos.*

1.2 PROPOSTA DE ATIVIDADES COM USO DE *KIRIGAMI*

Nesta seção propomos atividades com o uso do *kirigami* e o conteúdo de transformações geométricas em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no que se refere ao seu uso para criar figuras e examinar elementos presentes na natureza que podem ser explorados em conjunto com essa técnica (Brasil, 2018). As primeiras três atividades envolvem diretamente o uso *kirigami* e as demais são atividades complementares. No Anexo A, disponibilizamos tais atividades em formato que os interessados possam imprimí-las.

Tema: Geometria.

Objeto de conhecimento:

- Translação, rotação e reflexão.
- Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem.

Nível: Ensino Fundamental.

Habilidade da BNCC:

- (EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.
- (EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
- (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
- (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Recursos necessários: Folha sulfite, régua, lápis, transferidor, compasso e tesoura.

A proposta do uso do *kirigami* tem por objetivo reforçar e motivar o ensino e a aprendizagem da parte teórica do conteúdo de transformações geométricas de forma lúdica. As atividades sugeridas nesta seção devem ser aplicadas após o professor apresentar as definições, conceitos e propriedades sendo que cada uma das atividades reforça o estudo de uma das transformações geométricas. Porém, antes de aplicar cada uma delas, o professor poderá perguntar aos alunos o que eles entenderam na aula teórica.

A construção do *kirigami* de floco de neve citada em algumas das atividades a seguir deve ser realizada conforme descrito na Seção 1.1.2.

1.2.1 ATIVIDADE 1: CONCEITO DE ISOMETRIA

Tempo da atividade: 50 minutos.

Ano: 7º ano.

Objetivo: o objetivo dessa atividade é fazer os alunos analisarem e entenderem os conceitos e propriedades de isometrias que são obtidas a partir do corte de um sexto da circunferência.

O professor deve construir um *kirigami* de floco de neve juntamente com os alunos e após todos terem concluído, o professor pode pedir para os estudantes observarem e destacarem as propriedades das isometrias presentes nele, para em seguida medir:

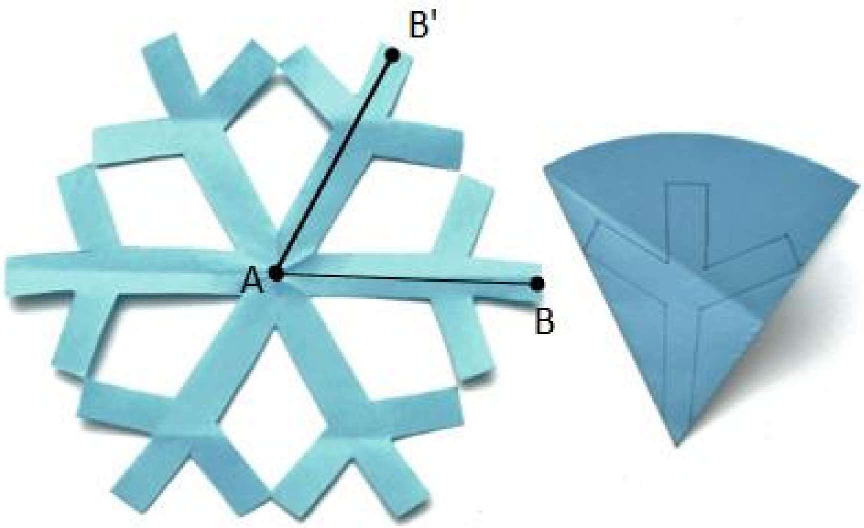
a) as distâncias que foram preservadas;

b) os ângulos que foram preservados.

Em relação aos ângulos, classificar em agudo, obtuso ou reto.

Por exemplo, na Figura 1.11 temos a distância AB preservada pois $AB = AB'$.

Figura 1.11 – Isometria no floco de neve: preservação da distância AB

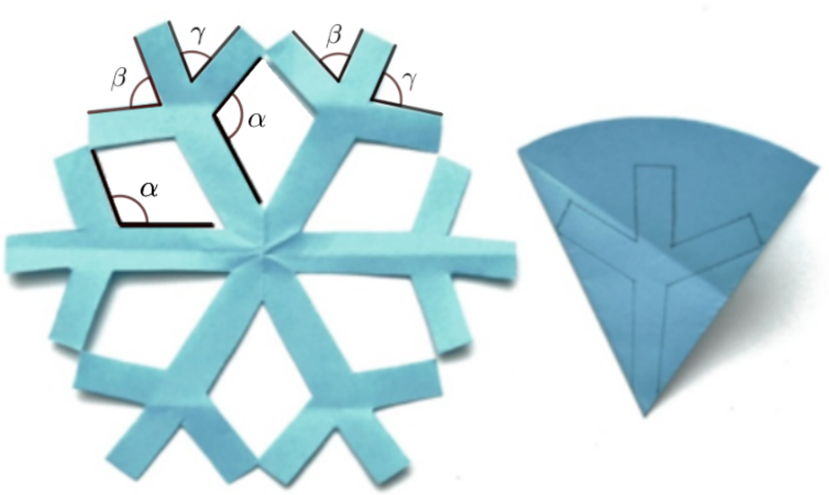


Fonte: A autora.

Na Figura 1.12, temos a representação do ângulo α que foi preservado. Porém, nessa mesma figura outros ângulos foram preservados, como por exemplo, os ângulos β e γ de um ramo desse floco, os demais ramos terão esses mesmos ângulos preservados.

Os alunos podem construir individualmente seus flocos de neve e, depois de prontos, o professor pode solicitar aos alunos que comparem uns com os outros e analisem as diferenças e

Figura 1.12 – Isometria no floco de neve: preservação dos ângulos α, β e γ



Fonte: A autora.

semelhanças em relação ao formato, distâncias e ângulos.

1.2.2 ATIVIDADE 2: PROPRIEDADES DA ROTAÇÃO

Tempo da atividade: 20 minutos.

Ano: 7º ano.

Objetivo: analisar as propriedades da rotação.

Usando o *kirigami* de floco de neve construído na atividade anterior, os alunos devem analisar agora as propriedades da rotação. O professor pode perguntar aos alunos o que entenderam sobre rotação, quais elementos (centro e ângulo de rotação) são previamente estabelecidos para responder as seguintes questões:

a) Dado que o *kirigami* do floco de neve construído originou-se da divisão da circunferência em 6 partes congruentes, destaque o centro dessa circunferência. Este será também o centro de rotação?

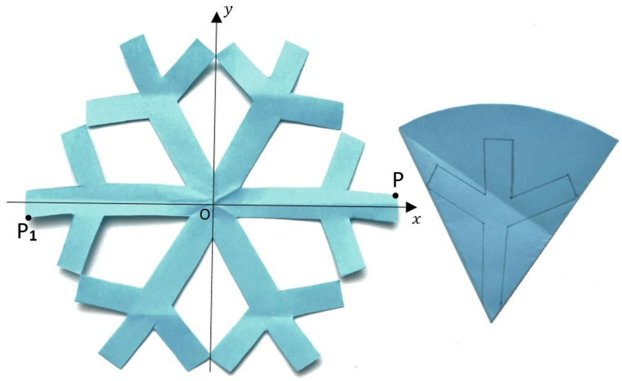
b) Ao dividir o floco de neve ao meio e fazer uma rotação de $180°$ de uma das partes em torno do centro, obtém-se a outra metade, ou seja, o floco de neve completo. Quantas divisões diferentes do floco pode-se fazer para obter o floco de neve completo usando somente rotação em torno do centro? Neste caso, quais seriam os ângulos de rotação?

c) Existe alguma maneira de dividir o floco de neve em que seja possível fazer rotações de $45°$ e obter o floco completo, sem que falte uma parte ou haja sobreposição? Justifique.

Antes de realizar a questão a), o professor pode perguntar aos alunos como determinar o centro de um círculo usando somente origami. Cada aluno pode pegar uma folha de papel com o círculo desenhado e, para encontrar o centro, basta verificar que dobrando duas vezes a folha ao meio (sobrepondo uma parte sobre a outra com o contorno coincidindo), o centro surgirá com a interseção das duas dobras. A ideia é que os próprios alunos concluam e justifiquem a resposta. Em seguida, ao responder a questão a), os alunos devem observar que a partir do floco de neve pronto, o seu centro é a interseção de dois eixos de simetria.

Construindo um sistema de eixos coordenados XOY, como na Figura 1.13 , temos que uma rotação de $180\,°$ leva o ponto P no ponto P_1. De igual modo, poderíamos selecionar qualquer ponto do floco e aplicar a mesma propriedade.

Figura 1.13 – Rotação de $180°$ no floco de neve



Fonte: A autora.

Na Figura 1.14, aplicando a rotação em torno do ponto O sob um ângulo de $60\,°$, no módulo destacado em laranja, e depois repetindo-a sobre a imagem da rotação anterior teremos o floco de neve completo. Nesse processo, aplica-se a rotação 5 vezes para obter o floco completo, sem haver sobreposições. Na questão b), pode ser que a escolha do ângulo tenha sobreposições. O professor pode perguntar quantos obtiveram o floco inteiro com e sem sobreposições. Após isso, os alunos podem investigar com os colegas que tiveram resultados opostos, o que levou a estes resultados, e refletir que não ter sobreposições trás vantagens em alguns momentos. A investigação com os colegas facilitará na resposta da questão c).

1.2.3 ATIVIDADE 3: PROPRIEDADES DA REFLEXÃO

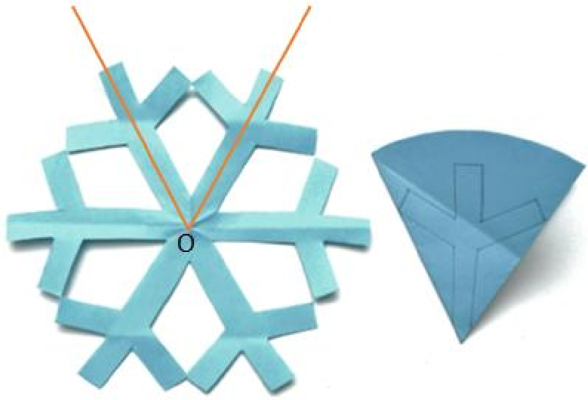
Tempo da atividade: 20 minutos.

Ano: 7º ano.

Objetivo: analisar as propriedades de reflexão.

Aqui o estudo será sobre a reflexão. Usando o *kirigami* de floco de neve da Atividade 1, o professor pode fazer questionamentos como qual a definição ou o que entenderam por reflexão, qual elemento é necessário estabelecer antes de aplicar a reflexão, quando uma reflexão e rotação coincidem e depois prosseguir com as questões abaixo:

Figura 1.14 – Rotação de $60°$ no floco de neve



Fonte: A autora.

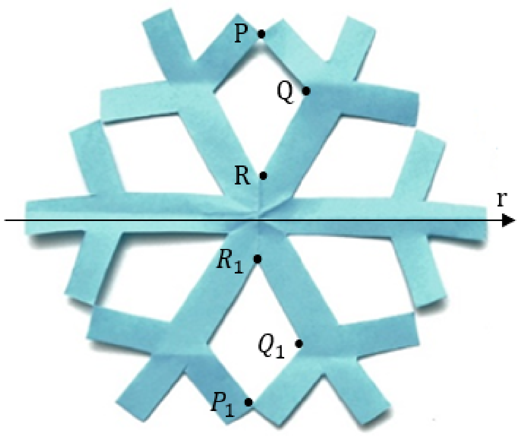
a) Faça uma dobradura para encontrar um eixo de simetria do floco, destaque três pontos (A, B e C) e seus respectivos pontos simétricos (D, E e F).

b) Os pontos A, B e C e D, E e F formam um triângulo. É possível passar do triângulo ABC para o triângulo DEF mediante uma rotação ou uma translação? Justifique.

c) Quantos eixos de simetria possui o floco que você construiu? Trace-os em seu floco, com dobraduras.

Relativamente à reta r, os pontos P_1, Q_1 e R_1 são os simétricos dos pontos P, Q e R, respectivamente, Figura 1.15. Observe que a reflexão inverte a orientação no plano.

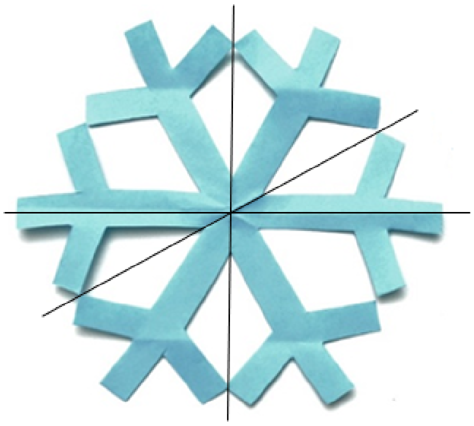
Figura 1.15 – Reflexão dos pontos P, Q e R em relação à reta r no floco de neve



Fonte: A autora.

Na Figura 1.16 estão destacados três eixos de simetria do floco de neve. A partir desses três eixos podemos escolher outros pontos e determinar seus simétricos. O aluno poderá analisar e determinar outros eixos de simetria, e depois comparar com colegas para verificar se alguém encontrou algum eixo de simetria que o outro não enxergou. Os eixos de simetria vão variar de acordo com o floco de neve construído. Se a figura criada no ramo inicial for simétrica, este floco terá mais eixos de simetria do que o floco em que a figura do ramo inicial não é simétrica. O professor pode verificar se algum aluno desenhou o primeiro ramo de forma não simétrica. Os alunos devem observar que para determinar os eixos de simetria com dobradura, basta verificar que ao sobrepor uma parte do floco sobre a outra, as duas partes são iguais e ficam sobrepostas igualmente, sem partes sobressalentes em nenhum lugar. Esta é uma vantagem que o origami proporciona no estudo das simetrias.

Figura 1.16 – Eixos de simetria no floco de neve



Fonte: A autora.

1.2.4 ATIVIDADE 4: ISOMETRIAS EM IMAGENS

Tempo da atividade: 20 minutos.

Ano: 7º ano.

Objetivo: identificar as isometrias (rotação e reflexão) em imagens.

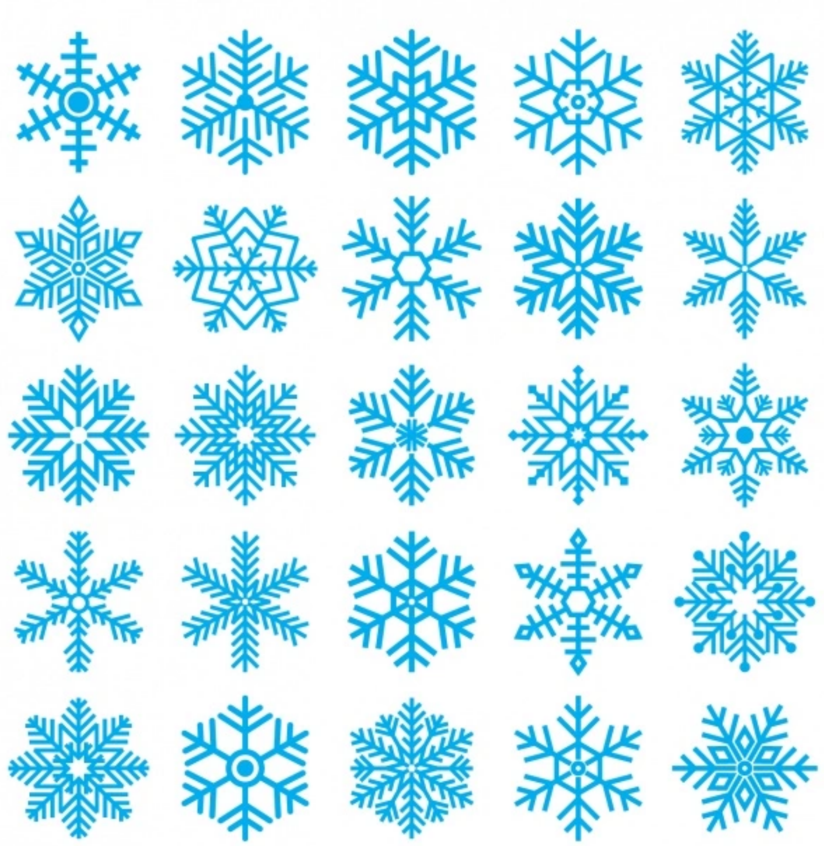
Na Figura 1.17 há imagens de flocos de neve para serem utilizadas na atividade abaixo:

a) Observe a simetria existente nos flocos. Escolha um floco de neve e desenhe na própria figura os eixos de simetria que conseguir identificar.

b) Escolha um floco e faça o desenho de uma parte do floco de neve, de modo que aplicando somente uma rotação ou uma reflexão, obtenha o floco inteiro. No caso de usar rotação, indique o ângulo e o centro de rotação escolhidos. No caso de reflexão, identifique qual o eixo ou ponto de simetria.

c) Escolha um floco de neve e desenhe $\frac{1}{6}$ do floco de modo que ao aplicar as transformações geométricas estudadas obtém-se o floco inteiro. Descreva detalhadamente quais transformações geométricas utilizou para obter o floco inteiro.

Figura 1.17 – Atividade 4 - Tipos de flocos de neve



Fonte: Blanes e Cuenca (2010).

1.2.5 ATIVIDADE 5: PROPRIEDADES DA ROTAÇÃO E TRANSLAÇÃO

Tempo da atividade: 20 minutos.

Ano: 7º ano.

Objetivo: complementar as atividades de 1 a 4 com *kirigami*.

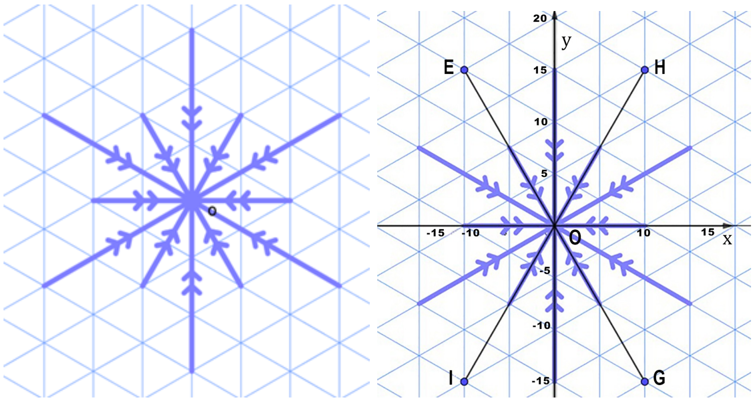
Esta atividade não faz uso do *kirigami* mas o professor pode complementar as atividades anteriores com algumas sugeridas a seguir. Aqui serão ofertados questionários para os alunos analisarem e responderem.

Na Figura 1.18, a malha em que o floco de neve foi desenhado tem a forma isométrica, formada por triângulos equiláteros. Os flocos na Figura 1.18 (a) e (b) são os mesmos, mas em (b) foram colocados os eixos x e y, e os segmentos de reta EG e HI.

a) Qual é o ângulo entre o eixo y e o segmento EG, entre o eixo y e o segmento HI, e entre os segmentos EG e HI?

b) Ao rotacionarmos o floco da Figura (a) com um ângulo de 30º em torno do centro O, no sentido anti-horário, será possível identificar alguma diferença na posição com o anterior?

Figura 1.18 – Atividade 5: propriedades de rotação



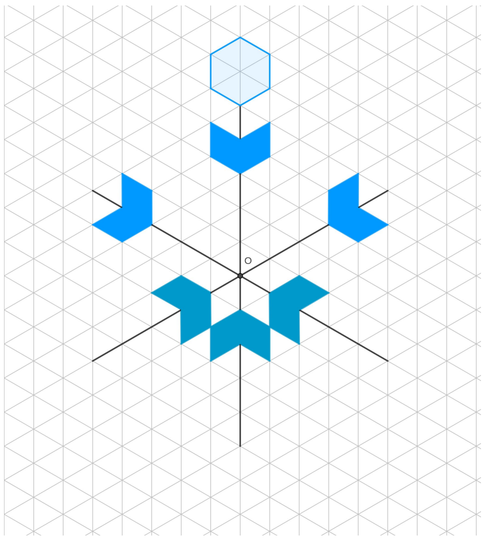
(a) (b)

Fonte: A autora.

c) Com qual(is) ângulo(s), entre $0°$ e $360°$, podemos rotacionar o floco em torno do centro O, para que tenhamos um floco idêntico ao original?

d) Na Figura 1.19, complete o floco de neve utilizando somente translações de modo que a figura seja simétrica em relação ao ponto O.

Figura 1.19 – Atividade 5: completando o floco de neve



Fonte: A autora.

Utilize o maior número de translações possível. Além disso, utilizando uma seta, represente na própria figura a direção, o sentido e a amplitude do vetor nas translações utilizadas.

e) Crie um sexto de um floco de neve, de modo que utilizando somente translações, a figura final seja um floco de neve que tenha pelo menos 3 eixos de simetria.

1.2.6 ATIVIDADE 6: SIMETRIA

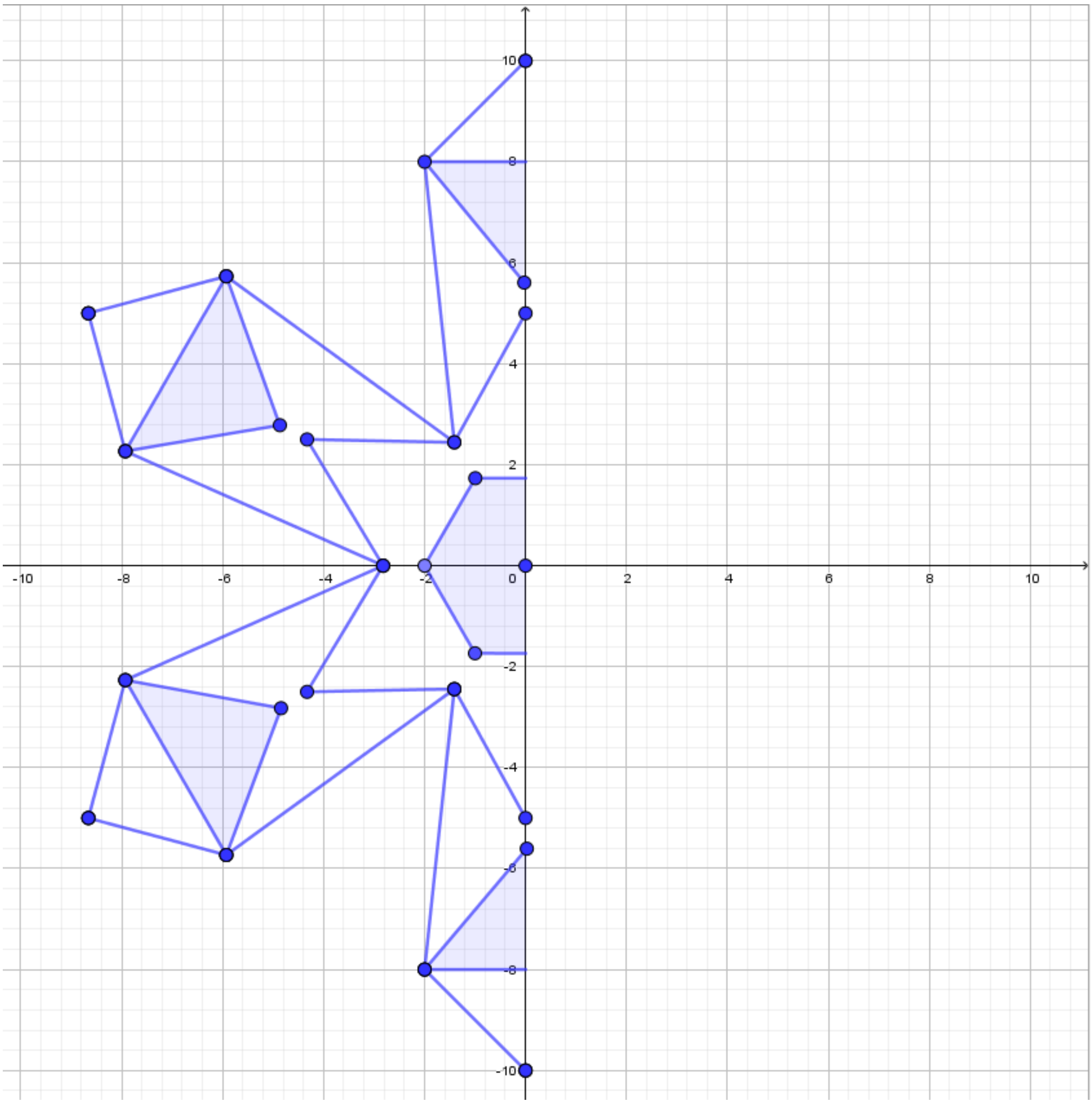
Tempo da atividade: 20 minutos.

Ano: 7º ano.

Objetivo: complementar as atividades de 1 a 4 com *kirigami*.

Nesta atividade, o professor entregará aos alunos uma folha com a Figura 1.20.

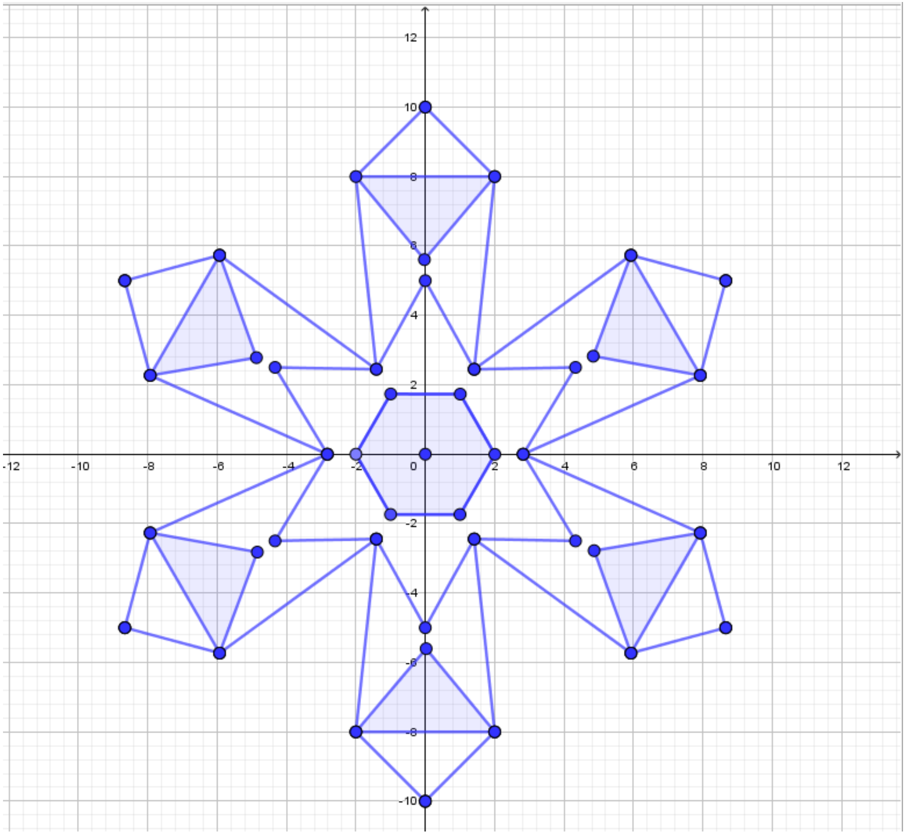
Figura 1.20 – Atividade 6: simetria



Fonte: A autora.

O aluno deverá marcar os pontos simétricos e, com segmentos de reta, ligar esses pontos. Além disso, os alunos devem indicar quais transformações geométricas utilizaram detalhando os eixos de simetria, os ângulos de rotação etc. A Figura 1.21 apresenta o floco de neve completo e a Figura 1.20 está disponibilizada nos anexos para impressão e realização com os alunos. O professor poderá criar outros tipos de floco para que os alunos completem.

Figura 1.21 – Atividade 6: floco de neve completo



Fonte: A autora.

1.2.7 ATIVIDADE 7: TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS COM USO DE FIGURAS PLANAS

Tempo da atividade: 20 minutos.

Ano: 7º ano.

Objetivo: complementar as atividades de 1 a 4 com *kirigami*.

Nesta atividade, o professor deve pedir aos alunos para desenhar e recortar quatro hexágonos regulares de tamanhos diferentes. Os alunos deverão fazer a atividade em grupos de 5 integrantes e caso seja necessário, poderão fazer mais hexágonos. Cada hexágono será dividido em trapézios, paralelogramos e triângulos equiláteros como na Figura 1.22.

Figura 1.22 – Figuras para compor a Atividade 7

Fonte: A autora.

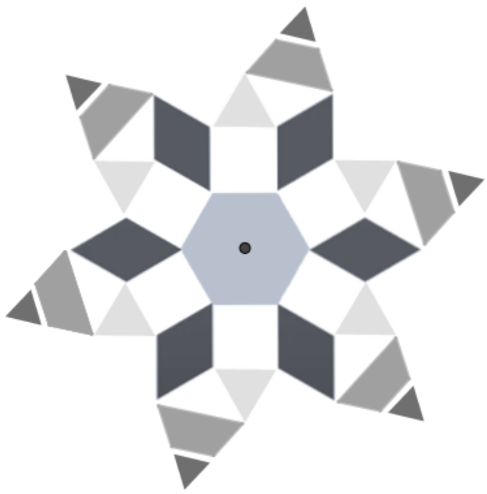
Em seguida, partindo de um hexágono e de seus seis vértices, os alunos devem criar seu floco de neve, Figura 1.23, e indicar quais transformações geométricas estão presentes em seu floco de neve.

Figura 1.23 – Atividade 7: início do floco

Fonte: A autora.

A Figura 1.24 mostra um exemplo de um floco que pode ser criado a partir de figuras planas, com um ponto no centro do hexágono inicial. Esse ponto foi usado para realizar a rotação das figuras planas. Neste exemplo é possível observar rotação, translação e reflexão; o professor pode auxiliar os alunos a reconhecerem quais são as transformações geométricas presentes no floco que ele criar. Nesta atividade pode-se, ainda, explorar as propriedades das figuras planas e pedir aos alunos que organizem em uma tabela a quantidade de cada figura plana que foi usada na construção seu floco.

Figura 1.24 – Atividade 7: floco de neve completo



Fonte: A autora.

1.2.8 ATIVIDADE 8: HOMOTETIA

Tempo da atividade: 50 minutos.

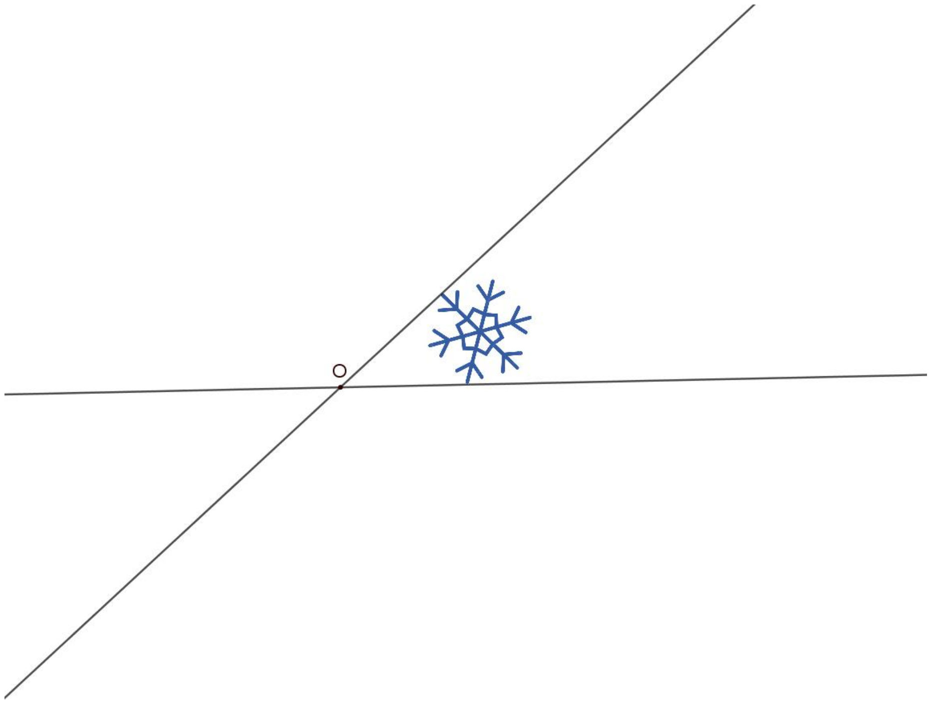
Ano: 7º ano.

Objetivo: complementar as atividades de 1 a 4 com *kirigami*, usando homotetia.

Esta atividade não faz uso do *kirigami* mas o professor pode complementar as atividades anteriores com algumas sugeridas a seguir. Aqui serão ofertados questionários para os alunos analisarem e responderem.

Na Figura 1.25, construa as figuras homotéticas de centro O com $k = -1$ e $k = 2$ e responda: quais medidas são conservadas da figura original para a figura homotética?

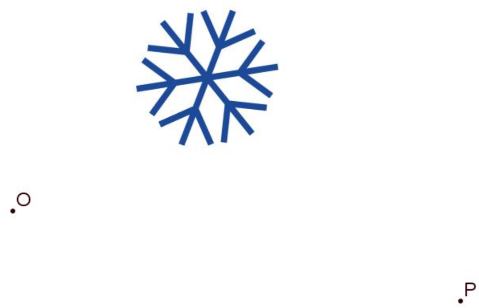
Figura 1.25 – Atividade 8: homotetia de centro O



Fonte: A autora.

Na Figura 1.26, construa as figuras homotéticas de centro O e P com $k = \frac{1}{2}$.

Figura 1.26 – Atividade 8: homotetia de centro O e centro P



Fonte: A autora.

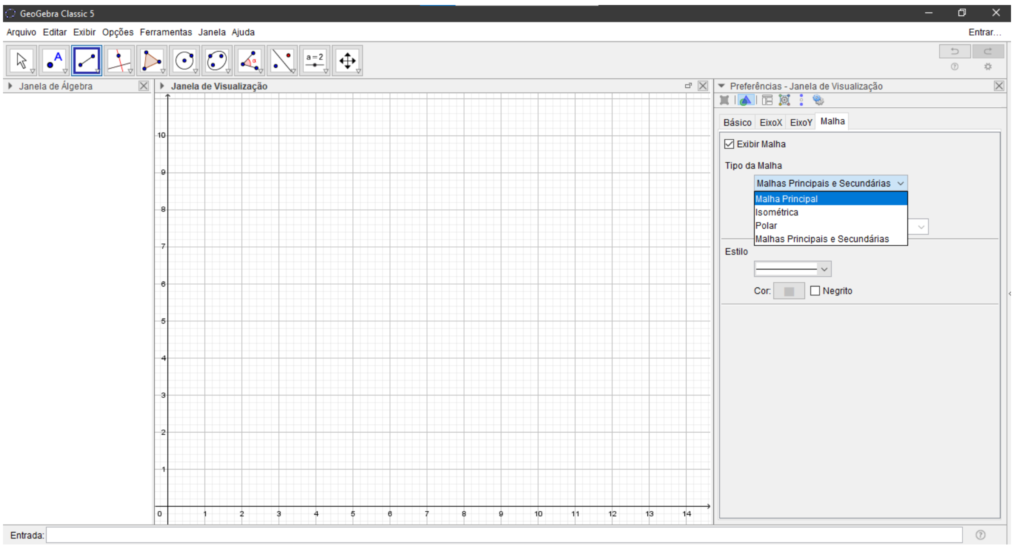
Avaliação: Analisar se o aluno foi capaz de: reconhecer as isometrias no floco de neve; identificar distâncias e ângulos que são preservados na isometria; reconhecer que o tamanho e a forma não são alterados nas isometrias; reconhecer a translação, a rotação e a reflexão e suas propriedades e construir figuras usando essas transformações geométricas.

2 TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NOS FLOCOS DE NEVE COM USO DO GEOGEBRA

Neste capítulo apresentaremos propostas de atividades envolvendo o floco de neve e o software GeoGebra.

Inicialmente serão dadas algumas sugestões de como se pode desenhar flocos de neve no GeoGebra utilizando os comandos envolvendo transformações geométricas. Sugerimos a escolha da malha isométrica, pois ela é composta de triângulos equiláteros, facilitando assim a construção dos flocos de neve, que são sempre hexagonais. Para tanto, deve-se clicar com o botão direito do mouse na Janela de Visualização e selecionar “Preferências” e no campo tipo de malha, selecionar a malha isométrica, conforme Figura 2.1.

Figura 2.1 – Construção da malha isométrica



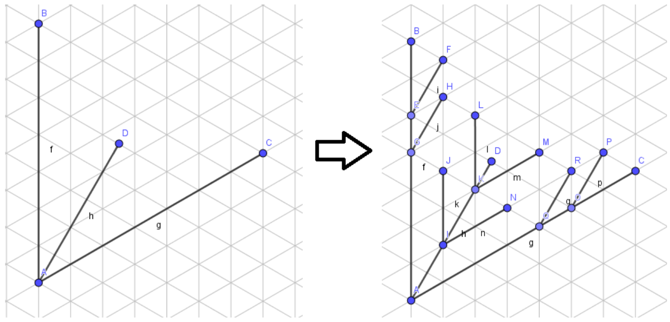
Fonte: A autora.

Serão descritos os passos de 3 sugestões de flocos de neve que foram criadas usando a malha isométrica. Também são mencionadas dicas e de como utilizar algumas ferramentas presentes no GeoGebra.

FLOCO 1 - Inicialmente, com o uso da ferramenta para construir segmentos, construímos o primeiro ramo do floco de neve, Figura 2.2. Como precisamos do formato hexagonal, os dois segmentos maiores deste ramo têm a mesma medida e um ângulo de 60^o entre eles. Percebemos a facilidade nessa construção inicial com o uso da malha isométrica.

Posteriormente, selecionamos a ferramenta de rotação em torno de um ponto escolhendo um ângulo de 60^o para que o novo ramo não se sobreponha ao ramo anterior, Figura 2.3. Mas, antes de aplicar qualquer transformação geométrica, selecione todos os segmentos do ramo. Para isto, deve-se usar o comando “shift+ctrl” e mantê-lo pressionado até que todos os segmentos

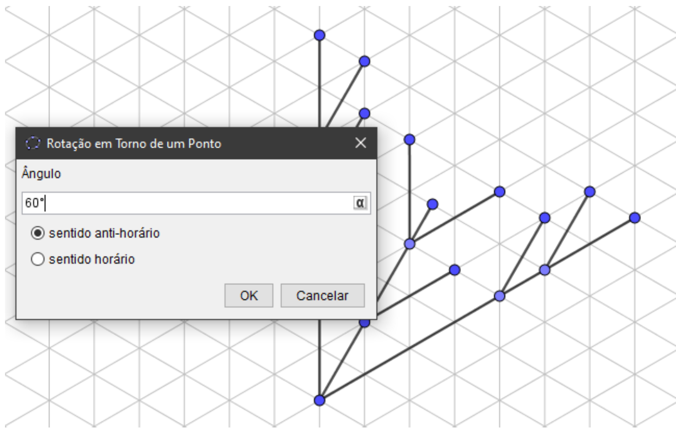
Figura 2.2 – Ramo inicial do FLOCO 1 no GeoGebra



Fonte: A autora.

sejam selecionados.

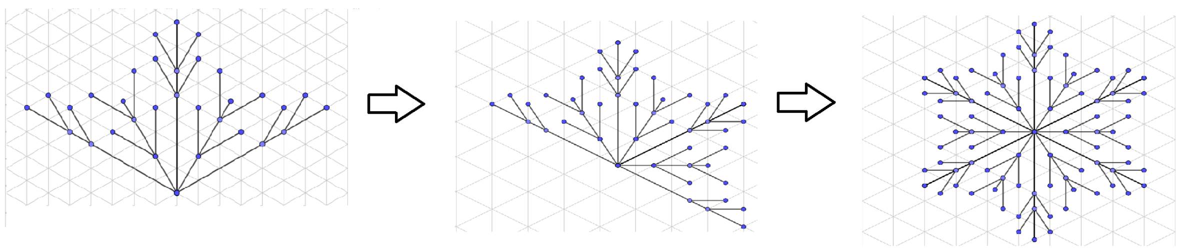
Figura 2.3 – Rotação do primeiro ramo do FLOCO 1 no GeoGebra



Fonte: A autora.

A primeira rotação é feita no sentido anti-horário e a segunda no sentido horário, conforme mostra a Figura 2.4.

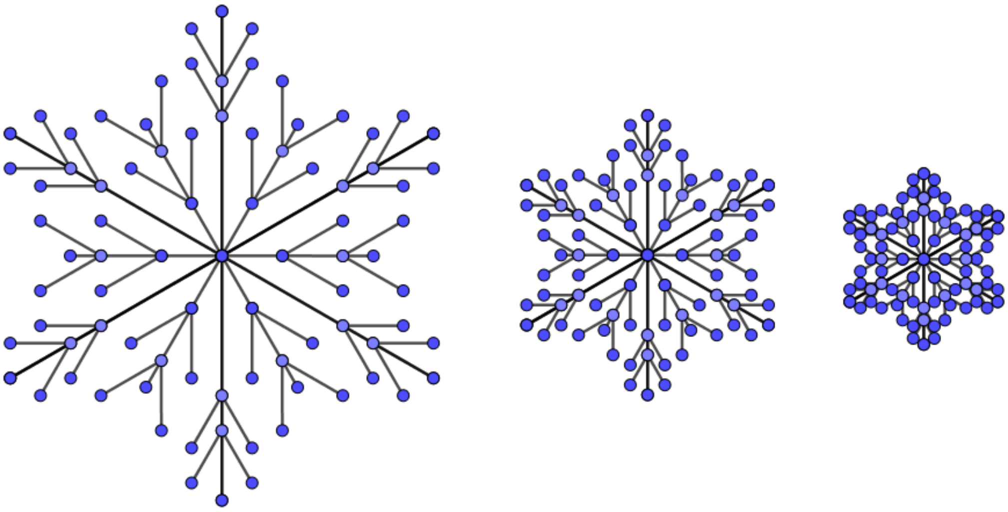
Figura 2.4 – Rotação e reflexão dos ramos do FLOCO 1 no GeoGebra



Fonte: A autora.

Por fim, é realizada uma reflexão para completar o floco, Figura 2.5.

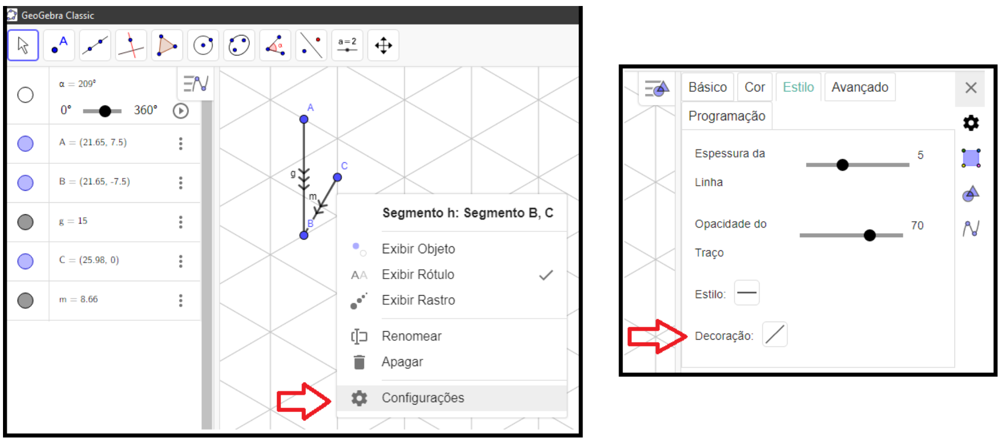
Figura 2.5 – FLOCO 1 no GeoGebra



Fonte: A autora.

FLOCO 2 - Também é possível criar uma animação no GeoGebra para representar flocos de neve caindo, Figura 2.7. Aqui as transformações geométricas serão dadas a partir de comandos digitados no campo de entrada, ao contrário do FLOCO 1, no qual foram utilizados os ícones de transformações geométricas já presentes nas abas. A diferença é que neste caso, com um comando, é possível construir o floco inteiro a partir de um ramo. No entanto, esta ferramenta talvez não seja o ideal para ser aplicado em sala de aula para as turmas do Ensino Fundamental, pois envolve sequências e variáveis. Para essa construção, devemos criar os segmentos AB e BC e digitar no campo de entrada "Segmento (A, B), Segmento (C, B)", para usar a ferramenta 'lista'. Desse modo, será criada, por exemplo, a lista 1 (l1) e as ferramentas aplicadas a essa lista serão aplicadas aos segmentos AB e BC ao mesmo tempo. Neste exemplo, modificamos a decoração dos segmentos AB e BC. Para tanto, basta selecionar o segmento, clicar com o botão direito do mouse e em "Configurações", selecionar a aba "Estilo" e por fim, escolher a "Decoração", Figura 2.6.

Figura 2.6 – Decoração do floco de neve no GeoGebra



Fonte: A autora.

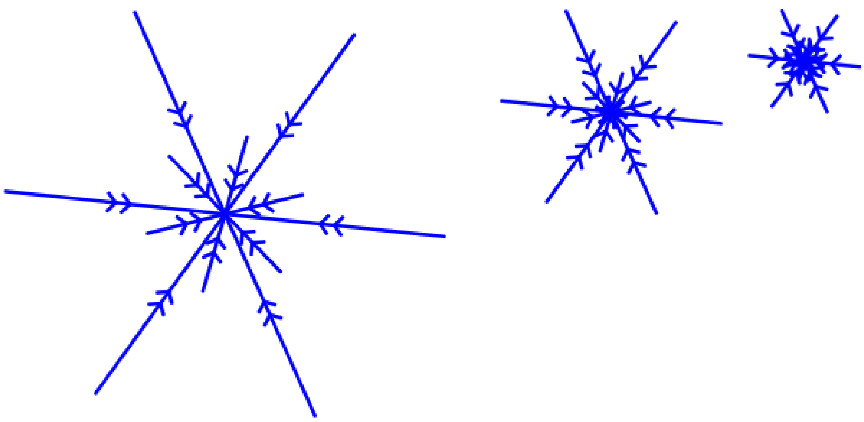
Em seguida, no campo de Entrada, deve-se digitar "Sequência(Girar(l1, $60°\ t$, B), t, 1, 6)" para criar a lista 2 (l2). Este comando faz a lista l1 rotacionar em torno do ponto B em $60°t$, com t variando de 1 a 6. Ou seja, com este comando são realizadas as rotações dos segmentos AB e BC em torno do ponto B segundo os ângulos de $60°,\ 120°,\ 180°,\ 240°,\ 300°$ e $360°$. Está pronto um floco de neve. Agora para animar o floco de neve, a lista 2 será rotacionada por um ângulo k em torno do ponto B (ferramenta rotação em torno de um ponto). Para isto, basta digitar no campo de Entrada "Girar (l2, k, B)" e será criada outra lista, digamos l3. Para a variável k deve-se criar um controle deslizante de 0 a 360 graus. Para que a tela do GeoGebra não fique poluída, recomenda-se ocultar os objetos iniciais como os pontos, segmentos e as listas l1 e l2.

Para que o floco de neve "caia", podemos utilizar a translação. O vetor utilizado na translação deve ser fixo no ponto inicial e variar o ponto final utilizando o controle deslizante. Para que o floco não "suba", altere as configurações do controle deslizante que foi criado para o vetor. Na aba "Controle Deslizante", mude o "Repetir". Lá estão as opções: oscilando, crescente, decrescente e crescente (uma vez). Escolha crescente ou decrescente, dependendo da escolha do vetor. Ao animar todos os controles deslizantes, o floco estará rotacionando e transladando, como se o floco estivesse caindo e girando.

Para que o floco de neve mude os tons de azul, podemos criar um controle deslizante "a" variando de 0.4 a 1 (este campo pode variar de 0 a 1). Após isso, selecione o objeto l3, vá em "Configurações" e depois na aba "Avançado" mude as cores dinâmicas digitando "a" no campo "Azul", zero para "Verde" e "Vermelho". Esta é uma sugestão para que o floco se mantenha variando nos tons de azul, mas é possível variar as cores, modificando o verde e o vermelho também.

Por fim, pode-se fazer várias composições de transformações geométricas em um floco de neve, Figura 2.7. Basta usar a criatividade.

Figura 2.7 – Animação do floco de neve

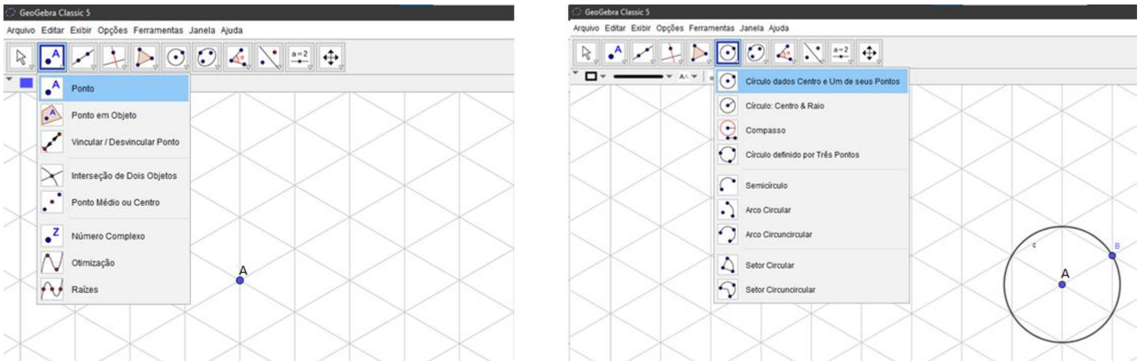


Fonte: A autora.

FLOCO 3 - Outra construção possível de um floco de neve é partir de uma rosácea.

Conforme a Figura 2.8, a construção inicia-se com o ponto A que será o centro de uma circunferência.

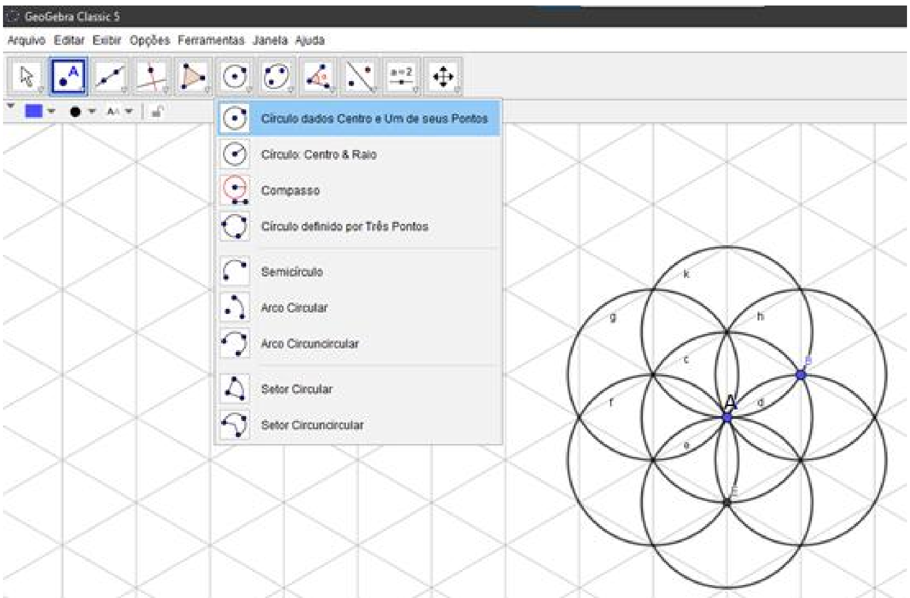
Figura 2.8 – Construção de uma circunferência



Fonte: A autora.

A partir da primeira circunferência criamos outras seis, de mesmo raio, cada uma delas tendo seu centro sobre a primeira circunferência. A segunda circunferência é traçada com centro em qualquer ponto da primeira circunferência e as seguintes serão com centro na intersecção das duas anteriores. Dessa forma, construímos uma rosácea, Figura 2.9. A escolha da rosácea para iniciar o floco justifica-se pela estrutura hexagonal que ela possui, mas é possível iniciar a construção, de maneira mais simples, a partir de um hexágono regular.

Figura 2.9 – Rosácea no GeoGebra

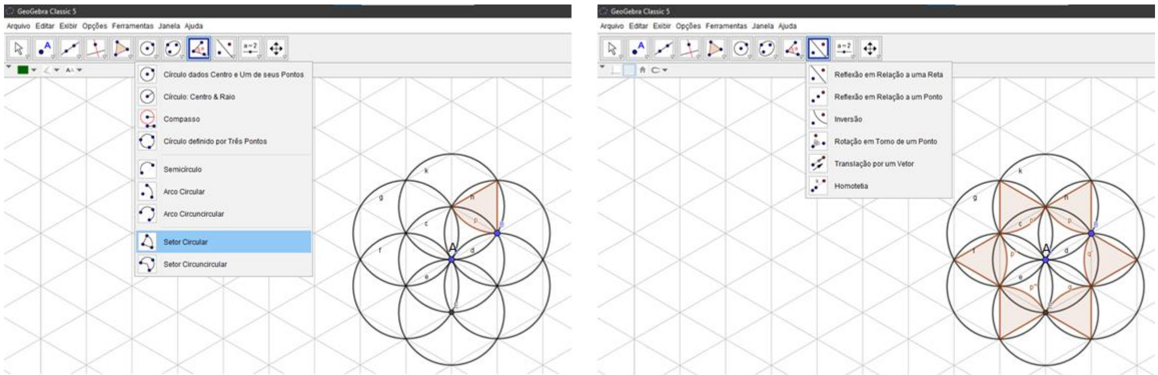


Fonte: A autora.

A partir dos pontos de interseção das circunferências da rosácea, criamos um setor circular que é rotacionado cinco vezes em torno do ponto A e sob um ângulo de $60°$, Figura 2.10.

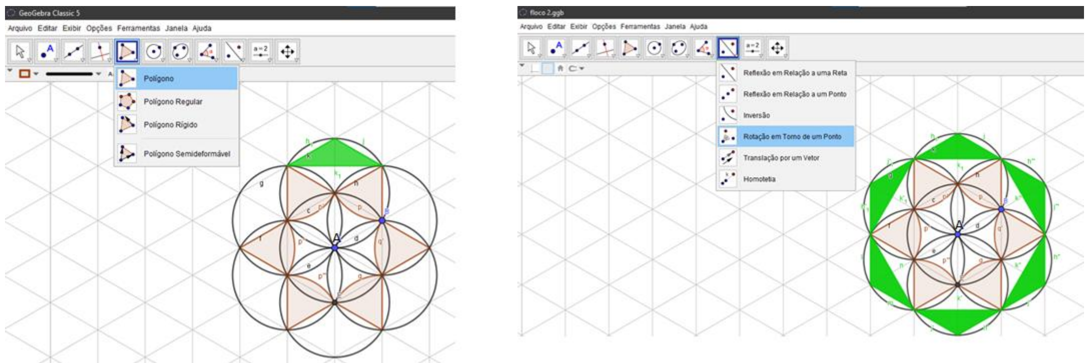
Ainda, usando dois pontos de interseção entre as circunferências da rosácea e a malha isométrica como referência para o terceiro ponto, criamos um triângulo. Esse triângulo também é rotacionado cinco vezes em torno do ponto A e sob um ângulo de $60°$, Figura 2.11.

Figura 2.10 – Rotação de um setor circular no GeoGebra



Fonte: A autora.

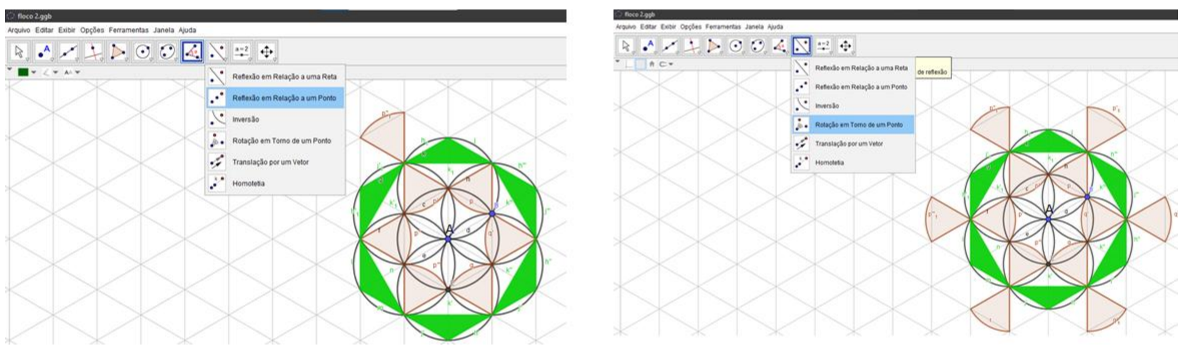
Figura 2.11 – Rotação de um triângulo no GeoGebra



Fonte: A autora.

Partindo do setor circular da Figura 2.10, realizamos cinco rotações em torno do ponto A. Estas rotações podem ser feitas na imagem da rotação anterior sob um ângulo de $60°$ ou aplicadas no primeiro setor sob um ângulo de $n \cdot 60°$, onde n é um número inteiro entre 1 e 5, Figura 2.12.

Figura 2.12 – Reflexão do setor circular no GeoGebra

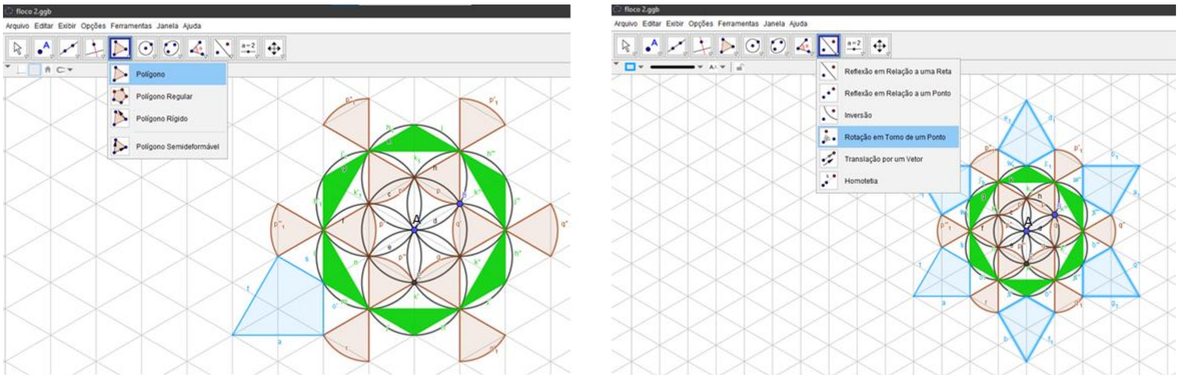


Fonte: A autora.

Em seguida, construímos um quadrilátero utilizando três pontos já existentes e usando a malha isométrica como base para o quarto ponto. Esse polígono é rotacionado cinco vezes em torno do ponto A e sob um ângulo de $n \cdot 60°$, $1 \leq n \leq 5$, Figura 2.13.

Selecionando a opção “Esconder Rótulos”, retiramos os nomes das figuras geométricas

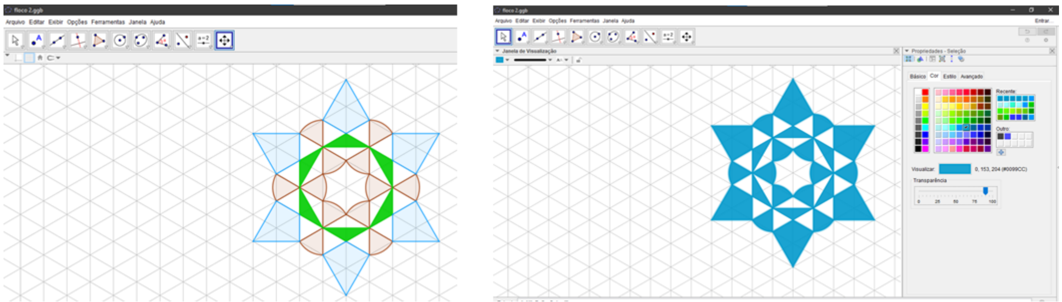
Figura 2.13 – Rotação de um quadrilátero no GeoGebra



Fonte: A autora.

e selecionando a opção “Esconder Objeto”, retiramos as circunferências da rosácea que foram usadas apenas como base para a construção do floco de neve, conforme a Figura 2.14. Clicando na opção “Propriedades” na “Janela de Visualização” e depois na aba “cor”, podemos alterar a cor do floco.

Figura 2.14 – Rosácea e floco de neve no GeoGebra



Fonte: A autora.

2.1 PROPOSTAS DE ATIVIDADES COM O USO DO GEOGEBRA

A BNCC para o 7º ano do Ensino Fundamental traz os seguintes objetos de conhecimento: “Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem; Simetrias de translação, rotação e reflexão” (Brasil, 2018, p. 308). Com relação ao 8º ano do Ensino Fundamental, os objetos de conhecimento são: “Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação” (Brasil, 2018, p. 314). Desse modo, as atividades aqui propostas aplicam-se ao 7º ano e ao 8º ano do Ensino Fundamental.

Tema: Geometria.

Objeto de conhecimento:

- Simetrias de translação, rotação e reflexão;

- Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem.

Nível: Ensino Fundamental.

Habilidade da BNCC:

- (EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.
- (EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.
- (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
- (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Recursos necessários: Computador com o software GeoGebra ou smartphone com o aplicativo GeoGebra, folhas de malha isométrica, lápis, régua e compasso.

Desenvolvimento da Atividade:

Para as Atividades 1, 3 e 4 com o GeoGebra são necessários conhecimentos prévios em relação ao GeoGebra por parte dos alunos. Na Atividade 2 com o GeoGebra, não há necessidade do uso do GeoGebra por parte dos alunos. Para aqueles que ainda não tiveram contato com o GeoGebra antes da realização dessas atividades, o professor deverá utilizar uma aula para que os alunos possam entender como funcionam as ferramentas desse aplicativo. Desse modo, na aula seguinte, os alunos serão capazes de realizar as atividades aqui propostas.

As atividades podem ser feitas em grupos e, mesmo que haja disponibilidade de um computador para cada aluno, sugerimos que sejam trabalhadas em duplas para que os alunos possam discutir, dialogar e cooperar na execução da atividade, tornando-a mais produtiva, visto que, pela experiência, muitos não estão habituados com o uso do GeoGebra.

A folha isométrica necessária para as atividades pode ser adquirida em papelarias, impressa de documentos disponíveis em formato PDF ou criada a partir do próprio GeoGebra. No anexo desse trabalho há uma opção de folha isométrica que pode ser impressa.

2.1.1 ATIVIDADE 1 - GEOGEBRA: CONCEITO DE SIMETRIA

Tempo da atividade: 100 minutos.

Ano: 7º ano/8º ano.

Objetivo: Nesta atividade, o professor deve entregar uma folha (Anexo - Atividade 1 - GeoGebra) para cada aluno mesmo que a atividade seja em grupo. Nessa folha, é dada a Figura 2.15 e o aluno deverá construir, usando instrumentos de desenho, um floco de neve simétrico em relação ao eixo y e responder a questões como:

a) Qual das três transformações geométricas - rotação, translação, reflexão - foram aplicadas da primeira para a segunda figura?

b) Quais são as coordenadas dos pontos simétricos aos pontos A, B, C, D, E e F?

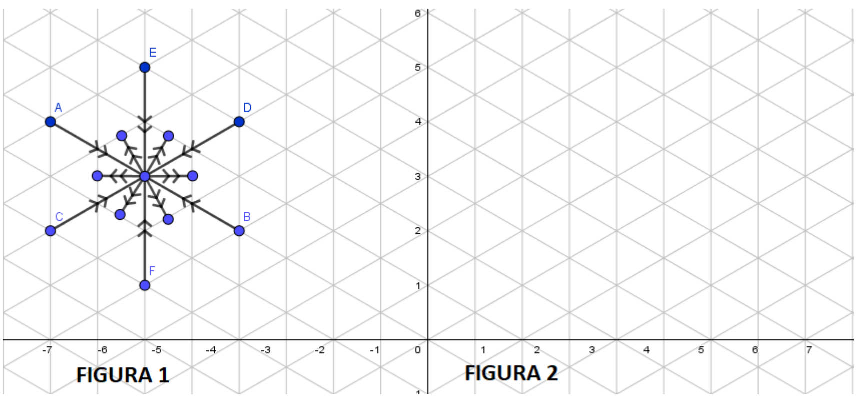
c) Quanto mede o ângulo de uma volta completa?

d) Chamando o ponto central do floco de neve de G, quanto medem os ângulos AGB, AGC e AGF? Justifique sua resposta.

e) Com o uso do GeoGebra, construa o mesmo floco de neve e com as ferramentas de transformação geométrica crie o seu simétrico. Indique o eixo ou o ponto de simetria utilizado.

f) Usando as ferramentas “ponto”, “segmento de reta”, “polígono” e “transformações geométricas” no GeoGebra, crie 3 (três) flocos de neve diferentes, cada um deles utilizando somente 1 (uma) transformação geométrica a partir de um sexto do floco de neve, sem que haja sobreposições ao aplicar as transformações geométricas.

Figura 2.15 – Atividade 1 - GeoGebra: conceito de simetria



Fonte: A autora.

Nas questões envolvendo a construção no GeoGebra, recomendamos o uso da malha isométrica. A construção de um floco de neve usando somente uma transformação geométrica faz o aluno pensar antes da construção, pois não é qualquer figura criada que resultará em uma figura com a estrutura hexagonal que o floco de neve tem, ou que não resultará em sobreposições. Além disso, o uso repetido da mesma transformação faz o aluno fixar e entender melhor esses conceitos.

Para criar o mesmo floco de neve da Figura 2.15 no GeoGebra, os alunos podem seguir os passos:

- Clicar com o botão direito do mouse na “Janela de Visualização” e selecionar “Preferências”; no campo tipo de malha, selecionar a malha isométrica.
- Com a ferramenta “ponto” escolher o ponto central do floco de neve. Para facilitar a construção, esse ponto deve estar em uma interseção das linhas da malha isométrica.
- Com a ferramenta “segmento” criar as pontas do floco de neve.
- Para mudar a decoração dos segmentos, selecionar o segmento, clicar com o botão direito do mouse e, em “Configurações”, selecionar a aba “Estilo”; por fim, escolher a “Decoração”.
- Aplicar as transformações geométricas utilizando os ícones presentes na barra de ferramentas.

2.1.2 ATIVIDADE 2 - GEOGEBRA: CONCEITO DE TRANSFORMAÇÃO GEOMÉTRICA

Tempo da atividade: 30 minutos.

Ano: 7º ano/8º ano.

Objetivo: Nesta atividade, os flocos de neve são construídos com o uso do GeoGebra; no entanto, alunos não utilizarão o software. O professor entregará aos alunos as folhas com as questões (Anexo, Atividade 2 - GeoGebra) e eles deverão resolver a atividade utilizando lápis e régua. A atividade pode ser realizada individualmente ou em grupo, a critério do professor. O uso do software é indicado ao professor que queira criar ou acrescentar outros modelos de flocos de neve.

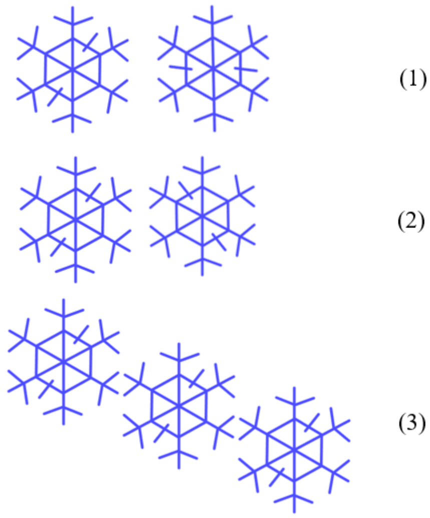
Na questão a), os alunos deverão identificar as transformações geométricas presentes na Figura 2.16.

E, nas demais questões, deverão construir:

b) cinco rotações na Figura 2.17 para completar o floco de neve;

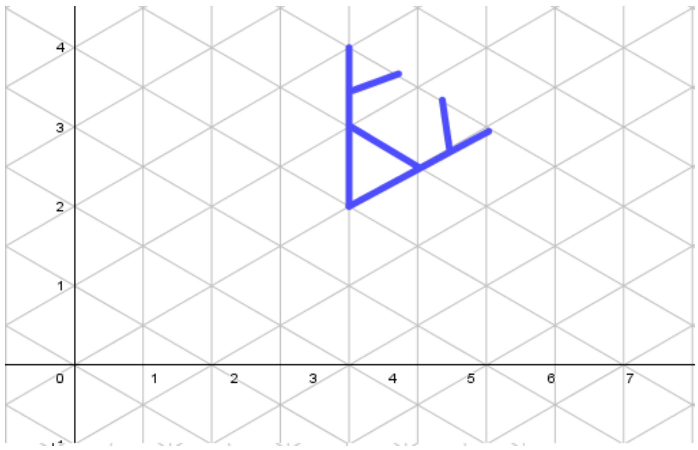
c) duas translações na Figura 2.18;

Figura 2.16 – Atividade 2 - GeoGebra: identificação das transformações geométricas



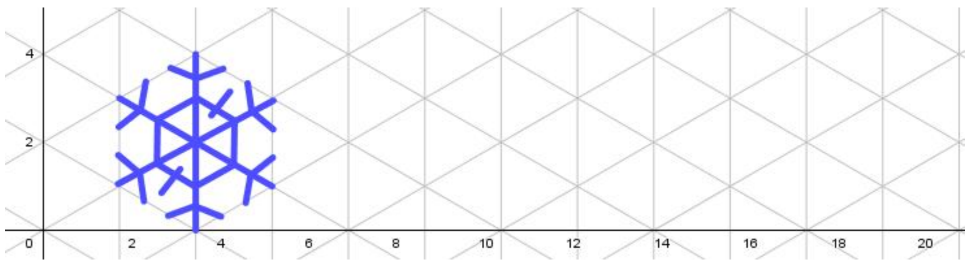
Fonte: A autora.

Figura 2.17 – Atividade 2 - GeoGebra: rotações



Fonte: A autora.

Figura 2.18 – Atividade 2 - GeoGebra: translações

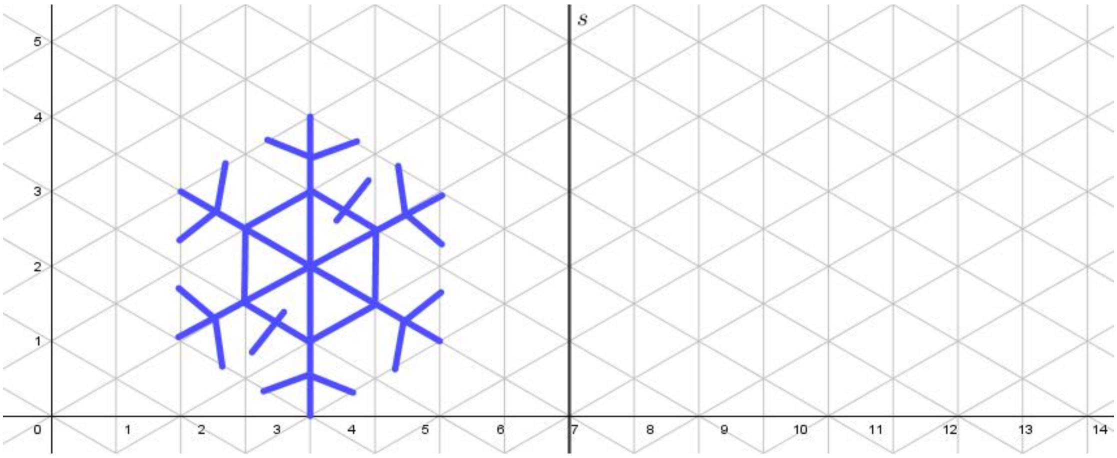


Fonte: A autora.

d) o floco de neve simétrico à reta s na Figura 2.19.

Ainda, na questão b), os alunos deverão indicar o ângulo de rotação e na questão c) o vetor de translação.

Figura 2.19 – Atividade 2 - GeoGebra: simetria



Fonte: A autora.

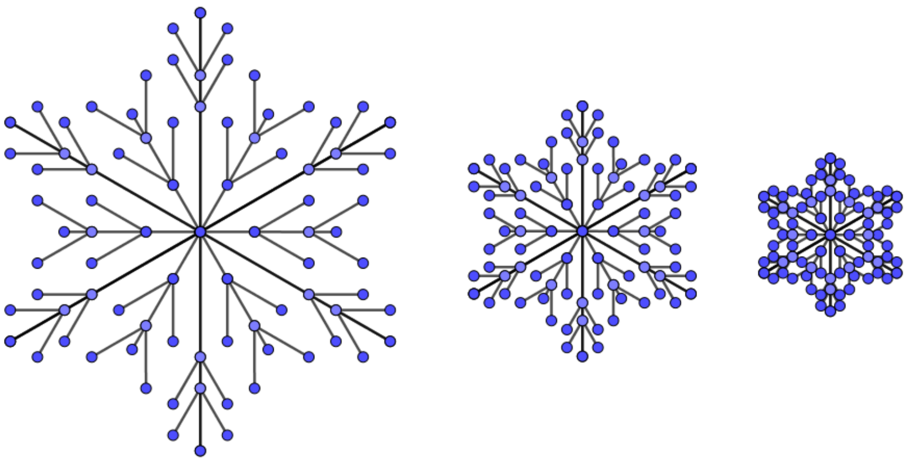
2.1.3 ATIVIDADE 3 - GEOGEBRA: CONSTRUÇÃO DO FLOCO DE NEVE

Tempo da atividade: 50 minutos.

Ano: 7º ano/8º ano.

Objetivo: Nesta atividade, sugere-se que o aluno siga o exemplo de construção dada no FLOCO 1, Figura 2.20, e construa seu próprio floco de neve usando instrumentos de desenho e a folha isométrica e, depois, o GeoGebra.

Figura 2.20 – Atividade 3 - GeoGebra: Floco de Neve - Modelo 1



Fonte: A autora.

Para desenhar o floco na folha isométrica, os alunos deverão usar régua e as linhas da malha servirão como referência para que o floco de neve fique simétrico. Na construção do floco no GeoGebra, seguir os passos descritos anteriormente e pedir aos alunos que apliquem o *zoom* algumas vezes para que o floco possa ser visto de maneiras diferentes, conforme a Figura 2.20.

2.1.4 ATIVIDADE 4 - GEOGEBRA: ROSÁCEA E FLOCO DE NEVE

Tempo da atividade: 50 minutos.

Ano: 7º ano/8º ano.

Objetivo: Para esta atividade, o aluno deve seguir o passo a passo do FLOCO 3, Figura 2.21, e criar seu próprio floco de neve partindo da rosácea. Essa construção pode ser feita tanto no GeoGebra quanto em uma folha de papel usando compasso e régua.

Figura 2.21 – Atividade 3 - GeoGebra: Floco de Neve e Rosácea

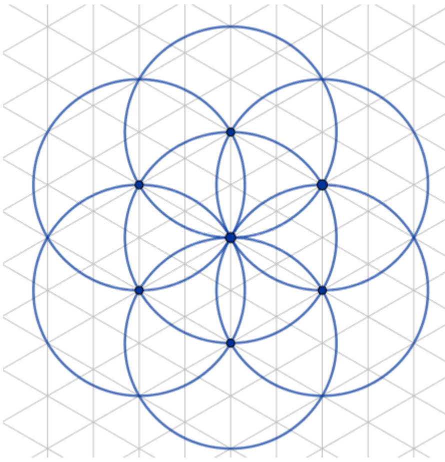
Fonte: A autora.

Antes de iniciar a atividade é relevante perguntar aos alunos se eles conhecem ou já construíram uma rosácea anteriormente e mostrar algumas imagens com exemplos de rosáceas. Os passos para construí-la são os seguintes:

- traçar uma circunferência com raio r;
- a partir da primeira circunferência, traçar outra circunferência de raio também igual a r mas com centro em qualquer ponto da primeira circunferência;
- traçar mais uma circunferência de raio r que tenha como centro o ponto de interseção das duas primeiras;
- repetir o passos anterior até que sejam criadas seis circunferências, de mesmo raio r, e cada uma com centro sobre a primeira circunferência, Figura 2.22.

A construção realizada primeiramente no papel facilita o entendimento dos alunos e tornará mais fácil a construção no GeoGebra. Partindo da rosácea, os alunos podem criar seu próprio floco e não necessariamente reproduzir o modelo do FLOCO 3. Uma vez finalizados, os alunos podem apresentar sua construção para a turma e descrever as ferramentas, as construções geométricas e os polígonos utilizados em seu floco. Provavelmente surgirão muitos modelos

Figura 2.22 – Rosácea de 6 pétalas



Fonte: A autora.

diferentes e o professor poderá comentar com os alunos sobre a variedade de flocos que existem na natureza.

Avaliação: Analisar se o aluno é capaz de diferenciar uma transformação geométrica da outra (rotação, translação e reflexão); encontrar coordenadas de pontos simétricos em relação a um eixo ou a uma reta; construir uma figura simétrica a outra; compreender e utilizar as ferramentas de transformação geométrica do GeoGebra.

REFERÊNCIAS

BLANES A. & P.; CUENCA, J. **Freepik company**. 2010. Disponível em: <https://br.freepik.com/search?format=search&query=snowflake&selection=1>. Acesso em: 07 dez. 2021. 19, 40

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 18 set. 2020. 13, 31

HAYASAKA E. Y.; NISHIDA, S. M. **Pequena história sobre origami**. 2021. Disponível em: <https://www2.ibb.unesp.br/Museu_Escola/Ensino_Fundamental/Origami/Documentos/indice_origami.htm>. Acesso em: 04 jul. 2021. 7, 9

KAWANAMI, S. **Origem do origami (significado)**. 2011. Disponível em: <https://www.japaoemfoco.com/origem-do-origami-significado/>. Acesso em: 05 jul. 2021. 7

KAWANAMI, S. **Kirigami - arte de cortar papel dobrado**. 2015. Disponível em: <https://www.japaoemfoco.com/kirigami-arte-de-cortar-papel-dobrado/>. Acesso em: 06 jul. 2021. 7, 8

UENO T. R.; NASCIMENTO, R. A. **Origami: trajetória histórica, técnica e aplicações no design**. Brasil: Editora Unesp, 2009. Disponível em: <https://books.scielo.org/id/mw22b/pdf/menezes-9788579830426-02.pdf>. 9

VALENTE V. C. P. N.; OTA, C. Y. **A arte do origami, kirigami e origami arquitetônico auxiliando o desenvolvimento da habilidade de visualização espacial**. Brasil: [s.n.], 2015. Disponível em: <http://copec.eu/congresses/wcca2015/proc/works/66.pdf>. 8, 9

WIKIPEDIA. **Kirigami**. 2021a. Disponível em: <https://en.wikipedia.org/wiki/Kirigami>. Acesso em: 21 jul. 2021. 7

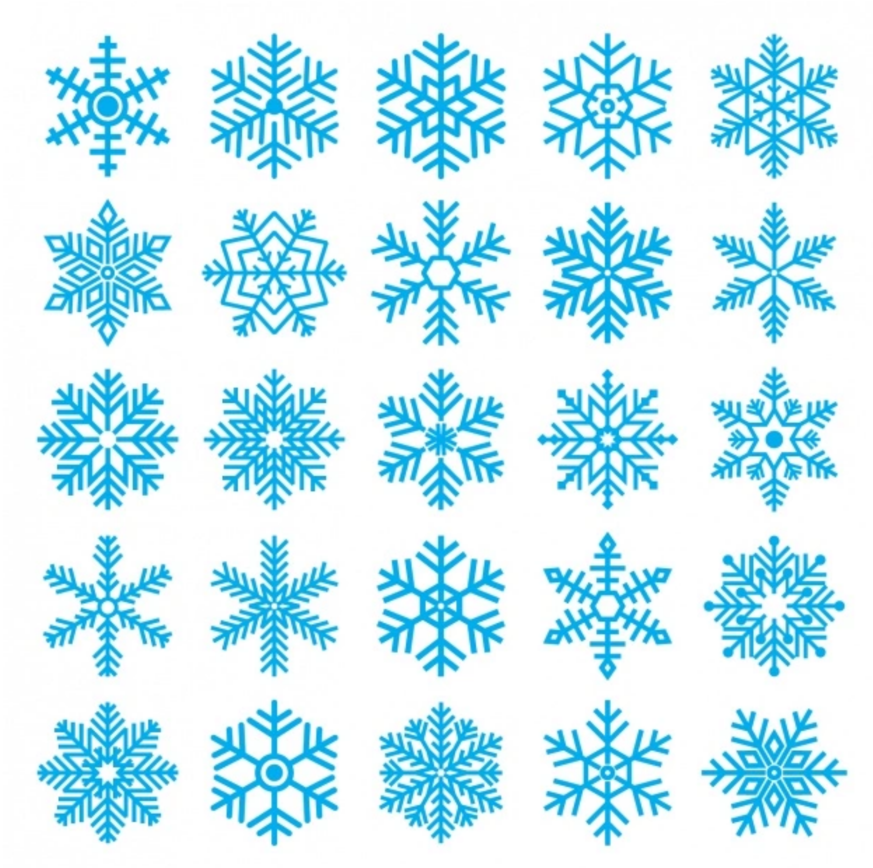
ANEXO A – ATIVIDADES - FLOCOS DE NEVE

Atividade: isometrias em imagens

a) Observe a simetria existente nos flocos. Escolha um floco de neve e desenhe, na própria figura, os eixos de simetria que conseguir identificar.

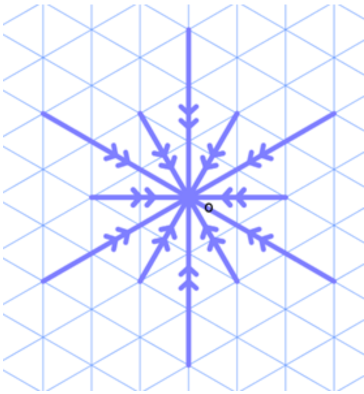
b) Escolha um floco e faça o desenho de uma parte do floco de neve, de modo que aplicando somente uma rotação ou uma reflexão, obtenha o floco inteiro. No caso de usar a rotação, indique o ângulo e o centro de rotação escolhidos. No caso da reflexão, identifique qual o eixo ou ponto de simetria.

c) Escolha um floco de neve e desenhe $\frac{1}{6}$ do floco de modo que, ao aplicar as transformações geométricas estudadas, obtém-se o floco inteiro. Descreva detalhadamente quais transformações geométricas utilizou para obter o floco inteiro.

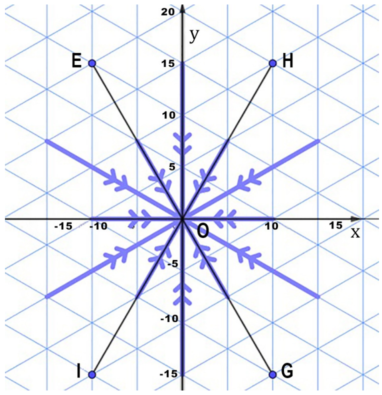


Fonte: Blanes e Cuenca (2010).

Atividade: propriedades da rotação



(a)



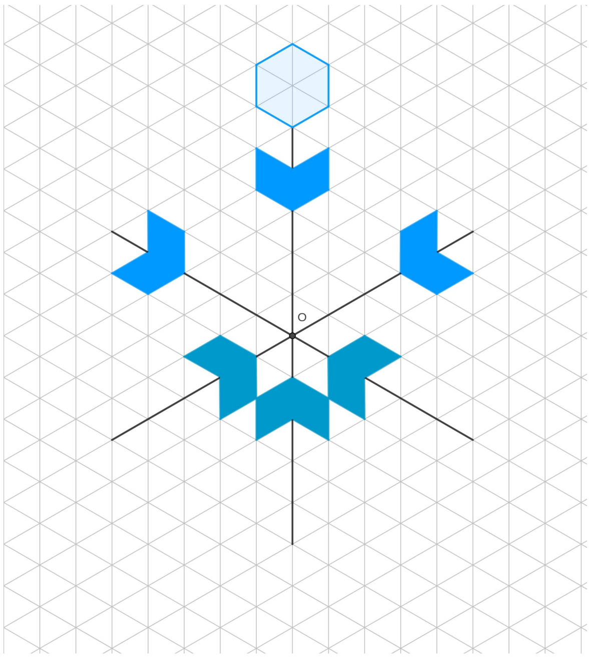
(b)

a) Qual é o ângulo entre o eixo y e o segmento EG, entre o eixo y e o segmento HI, e entre os segmentos EG e HI?

b) Ao rotacionarmos o floco da Figura (a) com um ângulo de 30º em torno do centro O, no sentido anti-horário, será possível identificar alguma diferença na posição com o anterior?

c) Com qual(is) ângulo(s), entre 0º e 360º, podemos rotacionar o floco em torno do centro O, para que tenhamos um floco idêntico ao original?

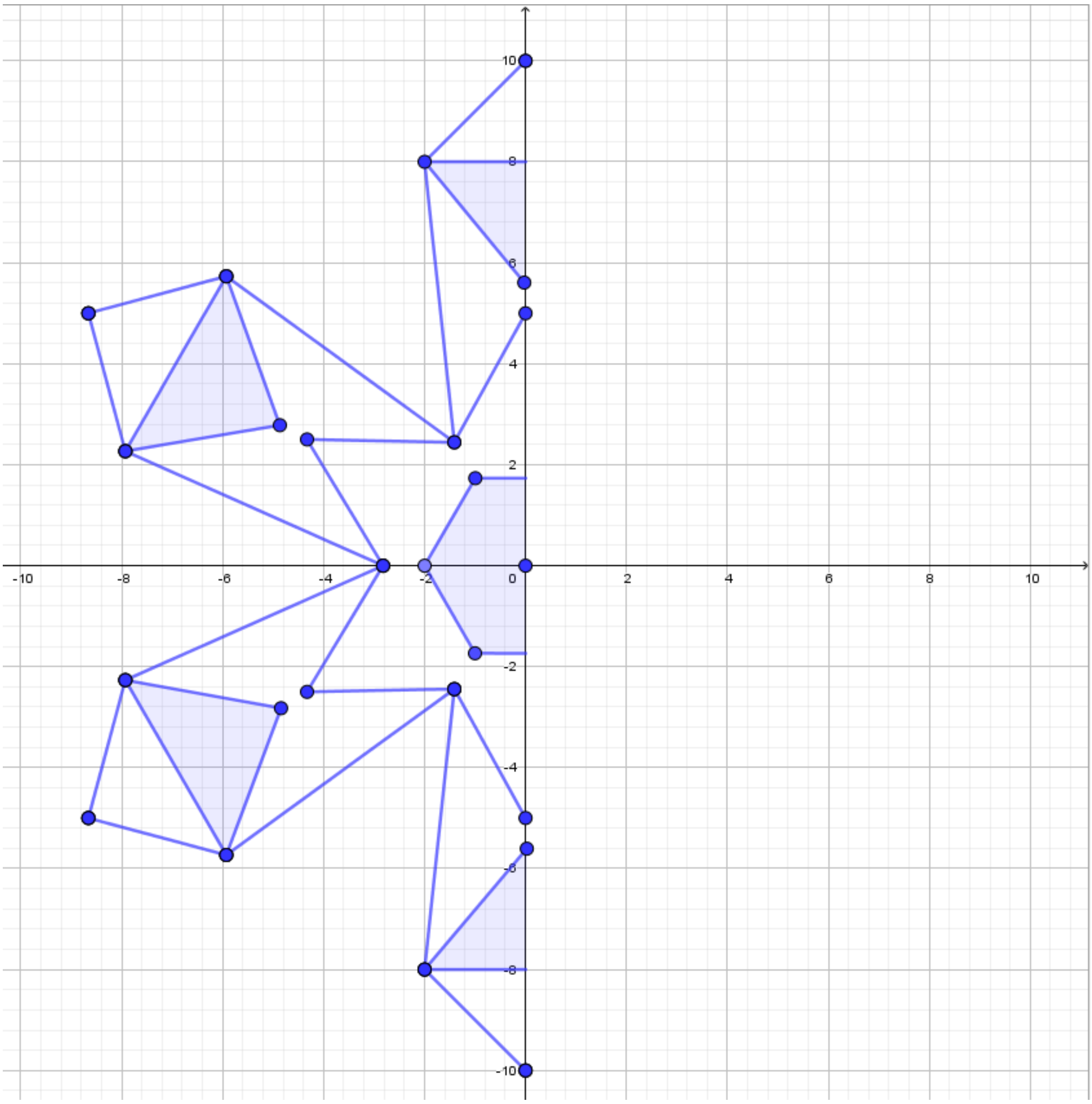
d) Na figura abaixo, complete o floco de neve utilizando somente translações de modo que a figura seja simétrica em relação ao ponto O. Utilize o maior número de translações possível. Além disso, utilizando uma seta, represente na própria figura a direção, o sentido e a amplitude do vetor nas translações utilizadas.



e) Crie um sexto de um floco de neve de modo que, utilizando somente translações, a figura final seja um floco de neve que tenha pelo menos 3 eixos de simetria.

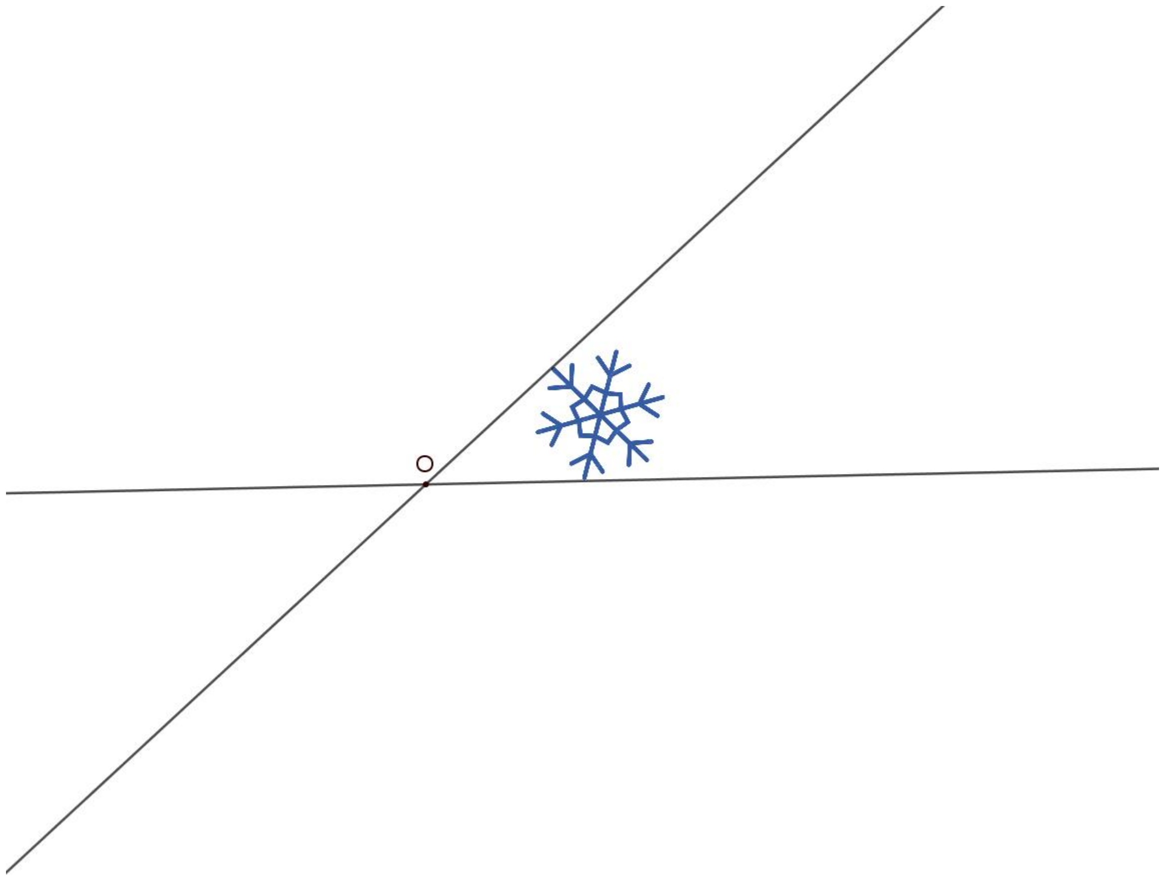
Atividade: simetria

Marque os pontos simétricos em relação ao eixo y do floco de neve abaixo e, com segmentos de reta, ligue esses pontos. Indique quais transformações geométricas utilizou detalhando os eixos de simetria, os ângulos de rotação e vetores de translação.

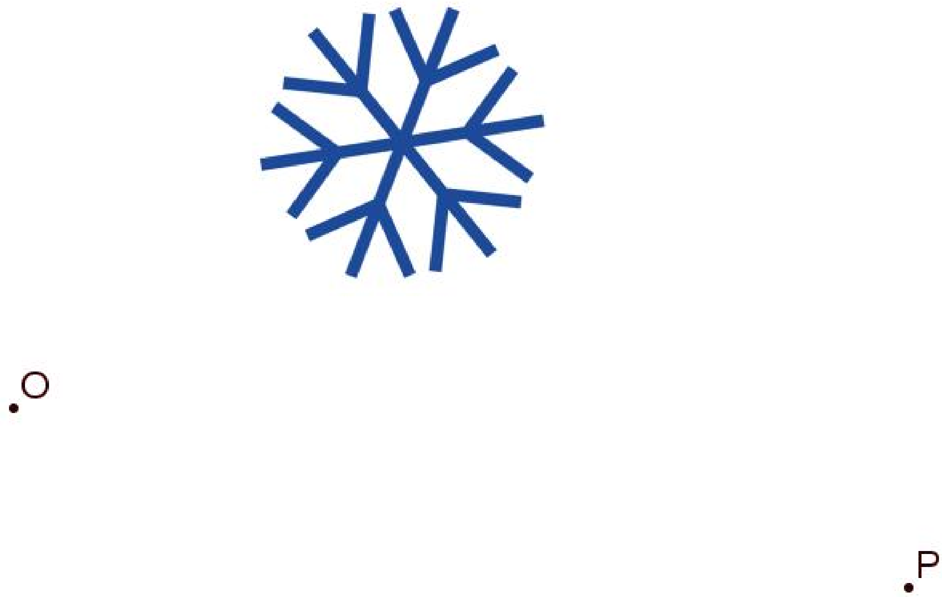


Atividade: homotetia

Na figura abaixo, construa as figuras homotéticas de centro O e de razão k, com $k = -1$ e $k = 2$ e responda: quais medidas são conservadas da figura original para a figura homotética?



Na figura abaixo, construa as figuras homotéticas de centro O e de centro P, com razão $k = \frac{1}{2}$.



Atividade - GeoGebra: Conceito de simetria

Usando instrumentos de desenho, construa na figura abaixo um floco de neve simétrico em relação ao eixo y e responda as questões:

a) Qual das três transformações geométricas - rotação, translação, reflexão - foram aplicadas da primeira para a segunda figura?

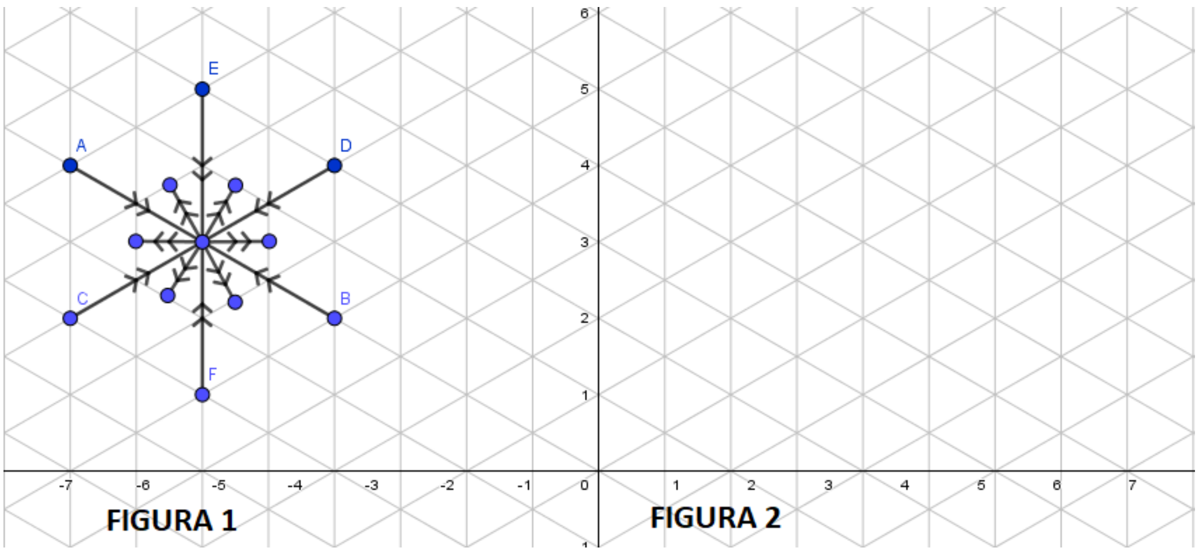
b) Quais são as coordenadas dos pontos simétricos aos pontos A, B, C, D, E e F?

c) Quanto mede o ângulo de uma volta completa?

d) Chamando o ponto central do floco de neve de G, quanto medem os ângulos AGB, AGC e AGF? Justifique sua resposta.

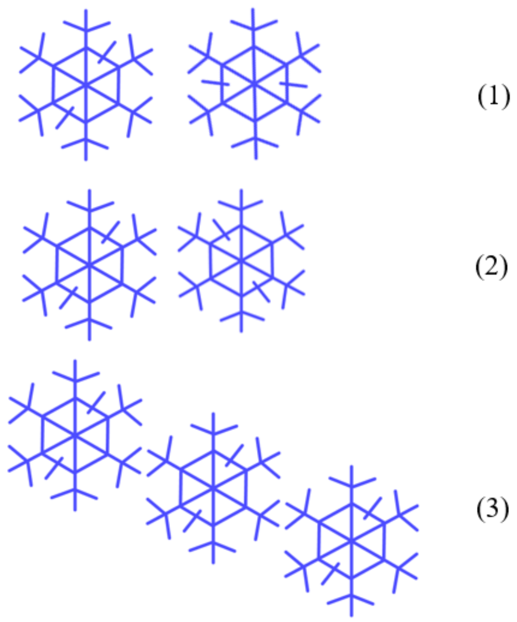
e) Com o uso do GeoGebra, construa o mesmo floco de neve e com as ferramentas de transformação geométrica crie o seu simétrico. Indique o eixo ou o ponto de simetria utilizado.

f) Usando as ferramentas "ponto", "segmento de reta", "polígono" e "transformações geométricas" no GeoGebra, crie 3 (três) flocos de neve diferentes, cada um deles utilizando somente 1 (uma) transformação geométrica a partir de um sexto do floco de neve, sem que haja sobreposições ao aplicar as transformações geométricas.

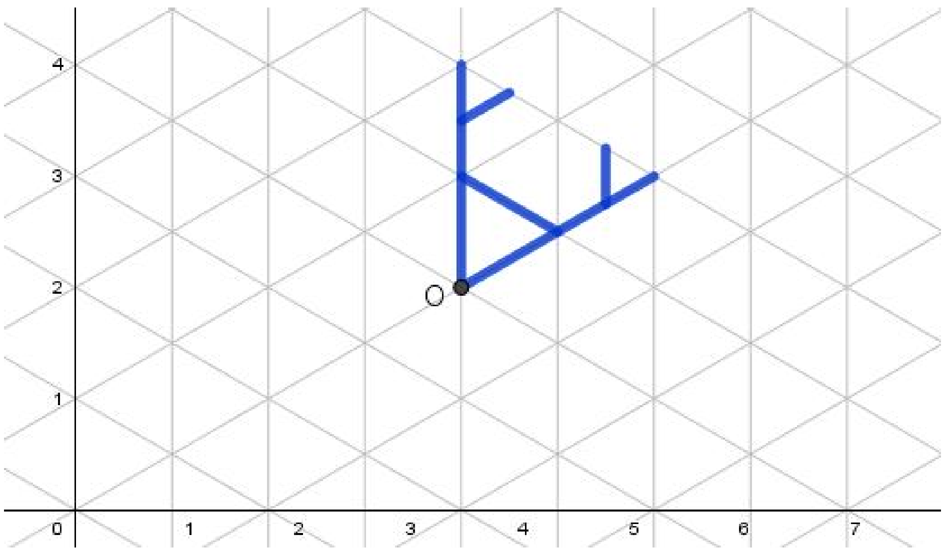


Atividade - Geogebra: conceito de transformação geométrica

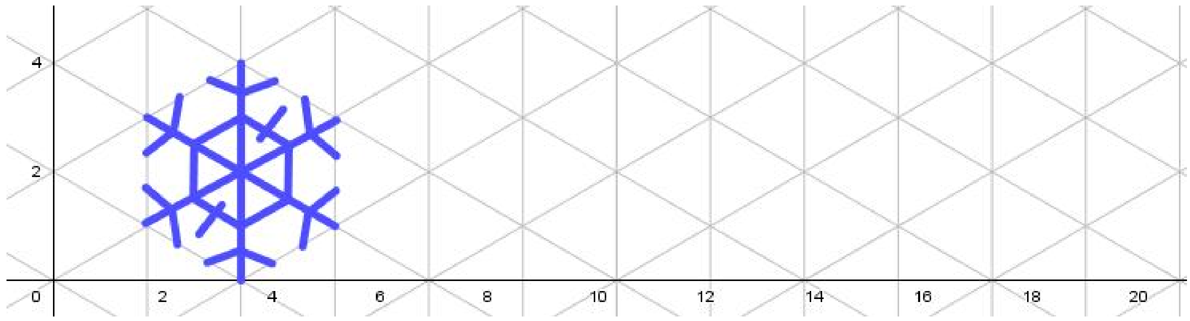
a) Identificar as transformações geométricas presentes nas figuras abaixo.



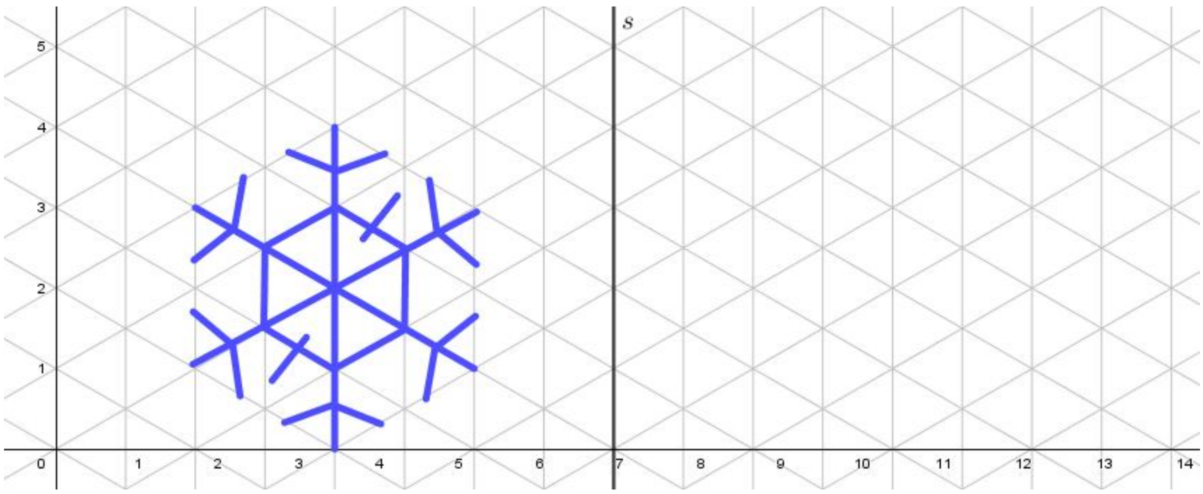
b) Construir cinco rotações na figura abaixo para completar o floco de neve e indicar o ângulo de rotação.



c) Construir duas translações do floco de neve da figura abaixo e indicar o vetor de translação.



d) Construir o floco de neve simétrico em relação à reta s na figura abaixo.



Malha isométrica