2021: Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
Sociedade Brasileira de Matemática - SBM

Aprendizagens coletivamente desenvolvidas diante do desafio de aperfeiçoar uma balança virtual

Flavia Cristine Miranda Milagres [1]
Dr Eduardo Sarquis Soares [2]

[1]Aluna de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Turma 2018
Instituição: Universidade Federal de São João del-Rei - UFSJ
E-mail: professoraflaviamilagres@gmail.com

[2]Orientador do Trabalho de Conclusão de Curso
DTECH- Departamento de Tecnologia em Engenharia Civil, Computação, Automação, Telemática e Humanidades, CAP-UFSJ
E-mail: esarquis@ufsj.edu.br

Agradecimentos

À Deus, pela vida, saúde e oportunidades em crescer como pessoa, como mãe e profissional.

Aos meus pais, Francisco e Carmen, pelo amor e apoio incondicionais em todas as fases da minha vida.

Ao meu irmão, Fabrício, por sempre me animar a continuar os estudos.

Ao meu marido, Sandoval, pela compreensão, companheirismo e entendimento de que tudo foi necessário.

Aos meus filhos, Henrique e Heitor, que são minha inspiração e força para batalhar por dias melhores. A eles agradeço e dedico todas as minhas conquistas, todo o meu amor.

Aos meus amigos de curso, pela amizade, pelos estudos e pela união. Sentirei saudades.

Aos amigos, Talison e Gracia, por todo apoio.

Aos professores do Curso Profmat - UFSJ-CAP, por todo conhecimento cedido, pelas excelentes aulas e todo meu aprendizado. Vocês foram excelentes. Muito obrigada.

E, em especial, ao meu Professor e Orientador, Eduardo Sarquis Soares, que mostrou profissionalismo, conhecimento, humildade, paciência e educação nas reuniões que tínhamos sobre todo o trabalho. Professor, tenho orgulho em ter sido orientada pelo senhor. Muito obrigada por tudo.

Resumo

A álgebra constitui parte essencial no ensino de Matemática tanto no nível Fundamental quanto no Médio. No entanto, verifica-se uma certa dificuldade, tanto no ensino quanto na aprendizagem. Assim torna-se um desafio, considerando que o ensino deste conteúdo exige a adoção de metodologias que contribuam para a efetiva construção do conhecimento. Sob esta ótica, um grupo de trabalho de pesquisa, formado por professores e pesquisadores, tem por finalidade estudar e experimentar metodologias para o ensino de ciências e matemática visando adquirir aprimoramento de seu trabalho. E, como objetivo desta pesquisa, propõe-se descrever e analisar parte da aprendizagem do grupo na exploração das possibilidades de uma balança virtual. Utilizar-se-á a Teoria da Aprendizagem para melhor descrever as ações do grupo de pesquisadores e processo de aprendizagem vivenciado pelo próprio grupo. O conceito de aprendizagem expansiva, inerente à versão da Teoria da Aprendizagem aqui adotada auxiliará na análise das conquistas desse grupo no processo de planejamento até então assumido pelos integrantes, os quais aguardam, neste tempo de pandemia ocasionada pela COVID-19, o retorno e normalização das aulas presenciais em escolas de ensino fundamental. Os resultados evidenciaram que, diante da necessidade de se encontrar uma melhor maneira para ensinar equações, eram necessárias a análise das possibilidades oferecidas pela balança virtual e a busca por uma solução para a representação de equações envolvendo os negativos. Esse movimento contribuiu para uma expansão do conhecimento, expressa pelo aprimoramento da metodologia e a melhoria na balança. O trabalho com a balança ainda não findou, tendo em vista que a pandemia do COVID-19 exigiu a paralisação de aulas presenciais (e assim a experimentação com os alunos em sala de aula), bem como limitou as reuniões a encontros virtuais pelo grupo de pesquisa. Nesse sentido, ainda se deve continuar com os estudos, uma vez que soluções propostas para a representação de equações com inserção dos números negativos ainda não são consensuais no grupo. Além disso, ainda resta que toda essa experiência formulada seja aplicada em sala de aula, o que irá gerar ainda outros desdobramentos.

Palavras-chave:

Ensino de álgebra. Recursos para ensino de equações. Teoria da Atividade. Aprendizagem Expansiva

Abstract

Algebra is an essential part of mathematics teaching at the elementary and high school levels. However, there is a certain difficulty, both in teaching and learning. Thus, it becomes a challenge, considering that the teaching of this content requires the adoption of methodologies that contribute to the effective construction of knowledge. From this point of view, a research work group, formed by teachers and researchers, aims to study and experiment with methodologies for the teaching of science and mathematics in order to acquire improvements in their work. And, as an objective of this research, we propose to describe and analyze part of the group's learning in exploring the possibilities of a virtual scale. Learning Theory will be used to better describe the actions of the group of researchers and the learning process experienced by the group itself. The concept of expansive learning, inherent to the version of Learning Theory adopted here, will help in the analysis of the achievements of this group in the planning process undertaken so far by the members, who are waiting, in this time of pandemic caused by COVID-19, for the return and normalization of face-to-face classes in elementary schools. The results showed that, faced with the need to find a better way to teach equations, it was necessary to analyze the possibilities offered by the virtual scale and to search for a solution to the representation of equations involving negatives. This movement contributed to an expansion of knowledge, expressed by the improvement of the methodology and the improvement of the scale. The work with the scales is not over yet, since the COVID-19 pandemic has required the paralysis of face-to-face classes (and thus the experimentation with the students in the classroom), as well as limited the meetings to virtual meetings by the research group. In this sense, studies must still continue, since proposed solutions for the representation of equations with insertion of negative numbers are not yet consensual in the group. In addition, all this experience has yet to be applied in the classroom, which will generate further developments.

Key-words:

Teaching algebra. Resources for teaching equations. Activity Theory. Expansive Learning.

Sumário

1 Introdução

A álgebra constitui parte do desenvolvimento humano e, desta forma, surge, em princípio, para resolver necessidades práticas, integrando o cotidiano das pessoas de forma variada. Por isso, é parte essencial no ensino de Matemática, nos níveis Fundamental e Médio (AGUIAR; COELHO, 2018).

No entanto, as avaliações às quais são submetidos os alunos para averiguar a qualidade de ensino, apontam deficiências na aprendizagem da Matemática, em especial no da álgebra " (AGUIAR; COELHO, 2018). Vale ressaltar que essas dificuldades não são restritas aos brasileiros, mas desafiam também alunos de outros países. "Nesse cenário, cabe questionarmos se o ensino atual está proporcionando aos estudantes uma aprendizagem de fato" (AGUIAR; COELHO, 2018, p. 2).

Para Booth (2020, p. 27), "parte da dificuldade que os alunos têm para simplificar expressões como 2a + 5b diz respeito à sua interpretação do símbolo operatório". Isto porque os símbolos + e = são interpretados como ações a serem efetuadas, "de maneira que + significa efetivamente realizar a operação, e = significa escrever a resposta".

Ocorre que na aritmética, o sinal de igualdade funciona como um operador que transforma o membro do lado esquerdo de uma igualdade em um resultado numérico que aparece no lado direito, tal como $2 + 3 = 5$. Assim, Civinski e Baier (2014) afirmam que o aluno tende a interpretar o símbolo da mesma maneira quando diante de uma equação.

Martins e Nogueira (2007) apontam que as experiências obtidas com a vivência em sala de aula no ensino da Matemática fazem constatar uma grande dificuldade nesta disciplina, sendo aumentada quando se inclui o conteúdo de álgebra. Não apenas para os alunos, mas também para os professores que necessitam de estratégias para tornar suas aulas mais atrativas e contribuir para a efetiva construção do conhecimento dos alunos.

> Assim, o ensino e a aprendizagem da Álgebra acabam se tornando um desafio a ser vencido pelos professores, já que é de grande importância para a vida escolar do aluno. A maneira tradicional como a Álgebra é apresentada em nossas aulas de Matemática, muitas vezes acaba privilegiando um processo de ensino e aprendizagem que investe numa atuação mecânica – definição → exemplos → exercícios resolvidos → exercícios propostos – caracterizando-se dessa forma em uma manipulação automática e sem atribuir significado às variáveis e operações. Dessa maneira, dificilmente há construção do conhecimento, pois sequer permite aos alunos que desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente. O sucesso ou o fracasso dos alunos diante da Álgebra depende segundo alguns autores, da forma como ela é apresentada nas aulas de Matemática (MARTINS; NOGUEIRA, 2007, p. 1).

Para Martins e Nogueira (2007), a experimentação na escola se traduz num processo que produz a aprendizagem significativa, pois permite ao aluno o envolvimento com o assunto estudado, participando das descobertas e socializando-se com os demais colegas.

Segundo Moreira (2012), a aprendizagem significativa, relacionada à Teoria de David Ausubel, é aquela em que as ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe, ou melhor, "substantiva quer dizer não-literal, não ao pé da letra, e não-arbitrária significa que a interação não é com qualquer ideia prévia, mas sim com algum conhecimento especificamente relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende" (MOREIRA, 2012, p.13).

1.1 Breve Histórico

Em face disso, há alguns anos, um grupo de trabalho de pesquisa, que reúne professores e pesquisadores, vem estudando e experimentando metodologias para o ensino de ciências e matemática objetivando adquirir um aprimoramento de seu trabalho. O grupo se reúne e desenvolve planejamentos de acordo com as necessidades apresentadas por cada integrante. As aulas são compartilhadas por dois ou mais professores e são registradas em vídeo para posteriores análises.

O grupo trabalha com uma sequência de planejamentos, compartilhamentos das aulas e análise de episódios considerados significativos para o aperfeiçoamento do trabalho docente.

Atualmente, está-se vivendo uma época de pandemia, em que o COVID-19 exige o distanciamento social, além de outras medidas necessárias à não propagação do vírus. Encontros presenciais entre os integrantes do grupo de pesquisa não são possíveis, mas estão ocorrendo de modo virtual. Também não é possível dar prosseguimento ao trabalho de campo, tendo em vista que as aulas presenciais estiveram suspensas no último ano.

Nesta dissertação, analisou-se uma parte do trabalho desse grupo, o qual vem se organizando para melhor enfrentar os desafios do ensino de álgebra nas séries finais do ensino fundamental.

Para o desenvolvimento de uma análise do trabalho em curso, foram utilizados recursos fornecidos pela Teoria da Atividade (ENGESTRÖM, 1987, 2002), uma vez que ela permite descrever criticamente conjuntos de ações empreendidas por grupos sociais interessados em promover mudanças. Ela permite compreender melhor o que esses grupos aprendem enquanto imersos em suas ações.

O propósito deste trabalho consiste em analisar aprendizagens colhidas por esse grupo no estágio atual de desenvolvimento do projeto de pesquisa.

Segue uma justificativa para este trabalho, a definição dos objetivos, da metodologia e uma análise da atividade do grupo.

1.2 Justificativa

Rocha (2010) ressalta que muitas pesquisas já realizadas mostram que são muitas as dificuldades dos alunos com relação ao aprendizado da Álgebra (VASCONCELOS, 1998; SCHAPPO e PONTE-FILHO, 2003; FREIRE, CABRAL e CASTRO-FILHO, 2004; BONADIMAN, 2007; BURIGATO, 2007; CARDIA, 2007; CHRISTO, 2007; VALENZUELA, 2007 apud ROCHA, 2010).

Booth (2020, p. 23-4) evidenciou que, para além das diferenças de idade e experiência com álgebra, ocorriam erros semelhantes em todas as séries. Em entrevistas com os sujeitos que cometiam esses erros, identificou que a origem estaria ligada a ideias dos alunos sobre aspectos como:

a) o foco da atividade algébrica e a natureza das ”respostas”;

b) o uso da notação e da convenção em álgebra;

c) o significado das letras e das variáveis;

d) os tipos de relações e métodos usados em aritmética.

Para De Paula e Soares (2015, p. 2), “a tarefa de ensinar equações, ou prover acesso aos fundamentos da álgebra, apresenta uma série de desafios e requer o desenvolvimento de competências específicas por parte dos professores”. Nesse sentido, quando se planeja a ação didática, deve-se considerar aspectos do desenvolvimento cognitivo dos alunos, o que se pode esperar deles tendo em vista sua faixa etária e pré-requisitos. Além disso, deve-se considerar também o meio cultural de origem dos alunos, pois a maior ou menor facilidade de associação de imagens abstratas a expressões algébricas pode ser influenciada pelo meio cultural em que estão inseridos. “Em alguns casos, por exemplo, a imagem de uma balança de pratos pode ser facilmente evocada com o objetivo de se compreender como o sinal de igualdade pode estar associado ao equilíbrio da balança” (DE PAULA; SOARES, 2015, p. 2).

Vlassis (2002) ressalta que o uso de modelos concretos para ensinar os alunos a resolverem equações apresenta discussões na literatura científica. De um lado os oponentes, Filloy e Rojano (1989) observam que os modelos não permitem que alunos lidem com o valor desconhecido. Pirie e Martin (1997) afirmam que o modelo não faz sentido para os alunos, uma vez que as abordagens contemporâneas não se baseiam mais no princípio do equilíbrio dos dois lados. Ademais, acreditam que erros surgem do próprio modelo, como por exemplo, remover um número inteiro negativo para cancelá-lo. Por outro lado, os defensores, como Brown, Eade e Wilson (1999), Radford e Grenier (1996) acreditam que a ideia das escalas facilita o uso da regra de eliminação de termos semelhantes – regra de al-muqabala – onde se equilibra os valores de uma equação através de um sinal de igual. Linchevski e Williams (1996) enfatizam o uso de vários modelos no processo de encontrar a solução para os problemas matemáticos. Enfim, trata-se da utilização de objetos para auxiliar o desenvolvimento do raciocínio formal abstrato.

Vlassis (2002) defende que o modelo de equilíbrio não deve ser rejeitado porque seu uso permite aos alunos formar uma imagem mental das operações que devem ser aplicadas. Quando o conteúdo é apresentado por meio do modelo os alunos aprendem princípios e os guardam na memória, criando uma imagem que facilita a realização de operações mesmo a posteriori. Alerta ainda que o uso eficiente dos modelos precisa estar associado à observação das dificuldades apresentadas pelo conteúdo.

Para Huntley et al. (2007), as dificuldades para resolver equações consistem na falta de compreensão da estrutura da álgebra. Assim, os alunos aprendem a manipular as equações, mas sem compreender a lógica das ações para essa manipulação. Verifica-se isso quando fazem a simplificação de expressões de modo incorreto, quando querem fazer a mesma coisa nos dois lados da equação e quando interpretam erroneamente o sinal de igualdade.

O autor ainda ressalta que a instrução tradicional da álgebra prioriza símbolos e suas manipulações e não representações variadas, tais como gráficos e tabelas. Citando Sfard e Linchevsky (1994), afirma que a flexibilidade de perspectiva é o sinal de que o aluno aprendeu álgebra. A flexibilidade apresenta dois parâmetros: a versatilidade, capacidade de ver uma expressão em diferentes modos, como um processo, um produto de um processo ou como uma função, segundo o contexto, e a adaptabilidade, ou seja, a capacidade de interpretar uma expressão e escolher a ferramenta correta para realizar uma tarefa. A Figura abaixo representa a regra dos quatro modelos de múltiplas representações.

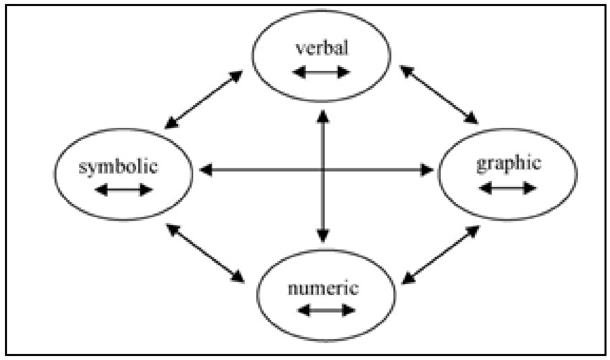

Figura 1: Regra dos quatro modelos de múltiplas representações Fonte: Huntley et al. (2007, p. 117).

A Figura acima representa as múltiplas representações de análises de situações como ferramentas. Versatilidade e adaptabilidade se referem ao conhecimento e domínio das representações e as relações subjacentes, além da acertada escolha em cada situação.

Questiona-se que talvez não seja eficiente a utilização da imagem da balança quando não associada à manipulação de objetos. "No trabalho com equações, considerou-se que a evocação da balança como simples imagem não seria produtiva. Tal percepção advém da prática profissional" (DE PAULA; SOARES, 2015, p. 2).

Necessário se faz destacar que o processo de aprendizagem de certos conceitos requer o auxílio de algum instrumento que possibilite associar ideias a sensações percebidas durante a experimentação de tais instrumentos. A proposta de explorar um instrumento visa criar condições para que os alunos associem a linguagem matemática a imagens colhidas na experimentação. Espera-se que tal prática os auxilie a compreender o que se faz quando, por exemplo, se manipulam os elementos em uma equação.

Os modelos de balança que aparecem associados ao ensino de equações são muito simples, constituindo de uma haste e um prato de cada lado. Normalmente são mencionados para se fazer uma associação entre a ideia de equilíbrio e a ideia de que nas equações os dois lados se equiparam: o que é feito em um deles tem de ser feito compensado no outro, para que a igualdade continue valendo.

As balanças que vêm sendo desenvolvidas pelo grupo de pesquisa – uma física e a outra virtual – são, na verdade, balanças de torque, uma vez que é possível posicionar um peso em 4 ganchos fixados de cada lado da haste. As balanças, física e virtual, constituem alvos de constante pesquisa, estudo e discussão para que se tornem uma ferramenta útil na aprendizagem. No entanto, também há de se ressaltar que todo o processo pelo qual passa o grupo de pesquisa, também requer estudo, discussão, pesquisa, experimentação. É justamente este o foco desse texto, buscando evidenciar o processo de exploração dessa ferramenta – a balança – no qual se envolveram os participantes da equipe ainda na fase de planejamento das ações de campo.

Esta pesquisa se justifica, então, pela necessidade de verificar as possibilidades abertas a partir da produção das balanças física e da virtual. No entanto, pelo fato de que toda criação de uma ferramenta educacional exige de seus criadores alternativas até que se chegue ao produto final, torna-se possível perceber o processo que permeia a criação e a contribuição à comunidade acadêmica sobre os passos seguidos.

Será utilizada a Teoria da Atividade (ENGESTRÖM, 1987, 2002) para melhor descrever as ações do grupo de pesquisadores e o processo de aprendizagem vivenciado pelo próprio grupo. O conceito de aprendizagem expansiva (ENGESTRÖM, 1987, 2002), inerente à versão da Teoria da Atividade aqui adotada auxiliará na análise das conquistas desse grupo nesse processo de planejamento até então assumido pelos integrantes.

1.3 Problematização

Algumas experiências já foram realizadas em escolas do município de Ouro Branco, MG, com a balança física. De acordo com De Paula e Soares (2015), o grupo de trabalho que fez a experimentação partiu do princípio de que era necessário levar as balanças reais para a sala de aula, ao contrário de somente se mencionar sobre elas quando apareciam nos livros didáticos ou mesmo na literatura acadêmica. Tal utilização em sala de aula permite que a exploração, junto com os alunos, do conceito de equação, as alternativas de solução de situações diversificadas, introduzindo-se soluções baseadas em números decimais e outras baseadas em números negativos.

Atualmente, o grupo trabalha na balança virtual, que proporciona um avanço quanto ao uso dos números negativos. Busca-se compreender o significado do número negativo na balança, ou seja, criar uma imagem de maneira que quando o aluno estiver trabalhando com a equação possa ter na mente uma imagem que o auxilie a pensar sobre a equação. A ideia de equação como uma balança é uma imagem, que pode ser usada para o aluno ler a matemática, ler a equação e ter na cabeça um significado para o que o auxilia a entender aquilo. Ao invés de manipular os números, usar as regras de sinais, pretende-se fazer com que o aluno realmente entenda o que ocorre e como ocorre. Então, por meio da balança, quer-se criar imagens para que a pessoa possa entender e compreender, seja número positivo ou negativo. A balança virtual, na compreensão do grupo, permite mostrar que o número negativo, com a ajuda de um software, tem um significado.

A balança virtual como proposta já foi apresentada em um Congresso Internacional realizado em Montreal, em 2019, o Mathematics and its Connections to the Arts and Sciences (MACAS). No entanto, ainda não foi utilizada nas escolas.

No início de 2020, surgiram questionamentos acerca da balança, pois a forma como foi criada não atendia a determinados casos expressos em equações. Assim, o grupo trabalhou no sentido de enfrentar esses questionamentos.

O problema de pesquisa é: “o que se pode afirmar sobre aprendizagens coletivamente desenvolvidas enquanto o grupo enfrentou o desafio de aperfeiçoar a balança virtual?”

2 Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa consiste na descrição e análise de parte da aprendizagem do grupo na exploração das possibilidades da balança virtual.

A par do objetivo geral, os específicos são:

- Abordar a álgebra como conteúdo escolar.
- Discorrer sobre as dificuldades da aprendizagem no conteúdo álgebra.
- Contar a história da formação do grupo.
- Descrever o processo desse grupo, tendo em vista que atualmente o grupo está tentando clarear ao máximo os seus objetos e ferramentas, para entender como se dará a aprendizagem dos alunos

3 Desenvolvimento do grupo de pesquisa

3.1 Considerações sobre a metodologia do trabalho

No início, o desenho dessa pesquisa inclui a participação da pesquisadora na atividade do grupo investigado.

Essa participação tem um duplo significado. De um lado a pesquisadora enfrenta as mesmas questões que os outros participantes, enquanto procura construir uma metodologia adequada ao ensino de equações. Por outro lado, a pesquisadora contribui para o trabalho desenvolvendo uma reflexão sobre o andamento do grupo, suas dificuldades e suas conquistas.

Caracteriza-se assim, uma modalidade próxima à da pesquisa-ação.

A pesquisa-ação se constitui numa transformação participativa, onde os sujeitos e pesquisadores interagem na produção de novos conhecimentos. Ela tem sua origem nos trabalhos de Kurt Lewin (1946), dentro de uma abordagem experimental, de campo. A partir da década de 1980, sofre mudanças estruturais quando lhe são incorporados os fundamentos da teoria crítica de Habermas, passando a ter a finalidade de melhoria da prática educativa docente (FRANCO, 2005).

Assim, em sua concepção original, com Lewin,

> a pesquisa-ação identifica uma investigação que caminhe na direção da transformação de uma realidade, implicada diretamente na participação dos sujeitos que estão envolvidos no processo, cabendo ao pesquisador assumir os dois papéis, de pesquisador e de participante, e ainda sinalizando para a necessária emergência dialógica da consciência dos sujeitos na direção de mudança de percepção e de comportamento (FRANCO, 2005, p. 487).

É importante frisar que as ações do pesquisador devem ser permeadas por um discurso acessível, espontâneo, que carregue as experiências vividas por meio do diálogo. Além disso, que esteja atento às transformações perpetradas pelo grupo, tendo em vista que esse discurso deve ter um caráter eminentemente exploratório, como afirma Franco (2005).

Para Tripp (2005), é importante reconhecer a pesquisa-ação como um tipo de investigação-ação, "termo genérico para qualquer processo que siga um ciclo no qual se aprimora a prática pela oscilação sistemática entre agir no campo da prática e investigar a respeito dela" (p. 445-6).

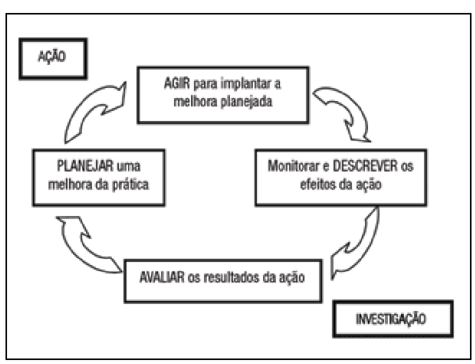

Figura 2: Representação das quatro fases do ciclo básico da investigação-ação Fonte: Tripp (2005, p. 446).

Como integrante do grupo de pesquisa, a autora deste trabalho assumiu a tarefa de propor uma descrição crítica das ações do próprio grupo.

Esta tarefa mostrou-se mais necessária quando o grupo se viu diante de um dilema quando foi desafiado a aprimorar a proposta de ensino de equações. Foi constatado que o funcionamento do objeto de criar a balança virtual não atendia a determinados casos expressos em equações.

Esse episódio será descrito mais adiante.

Assim, verifica-se que se planeja, implementa-se, descreve-se e avalia-se uma mudança para a melhoria da prática, aprendendo mais, no correr do processo, sobre a prática e a própria investigação. "A maioria dos processos de melhora segue o mesmo ciclo. A solução de problemas, por exemplo, começa com a identificação do problema, o planejamento de uma solução, sua implementação, seu monitoramento e a avaliação de sua eficácia" (TRIPP, 2005, p. 446).

Seguindo o que foi exposto na metodologia, passa-se a descrever o desenvolvimento do grupo de pesquisa que motivou esse trabalho.

3.2 O Grupo de pesquisa e sua organização

O grupo de pesquisa reúne pesquisadores e professores de Matemática e vem estudando e experimentando metodologias para o ensino objetivando adquirir um aprimoramento do trabalho docente. O grupo se reúne e desenvolve planejamentos de acordo com as necessidades apresentadas por cada integrante. As aulas são compartilhadas por dois ou mais professores e são registradas em vídeo para posteriores análises.

O grupo vem trabalhando a partir de experiências prévias. Alguns experimentos em sala de aula aconteceram em Escolas Municipais, na cidade de Ouro Branco, MG.

Para ilustrar essas experiências prévias serão descritas atividades realizadas em duas aulas naquelas escolas.

3.3 A balança física na sala de aula

As experiências coletadas por esta integrante do grupo de pesquisa embasaram seu trabalho de conclusão de curso, no próprio CAP, Campus Alto Paraopeba – UFSJ.

O projeto foi desenvolvido no Colégio Municipal João XXIII, uma escola da rede pública de ensino do município de Ouro Branco, MG. A escola atende cerca de 500 alunos nos anos finais do ensino fundamental na modalidade regular (6° ao 9° ano) nos turnos matutino e vespertino.

Passar-se-á à apresentação do projeto desenvolvido tendo por base o texto produzido com outra co-autora (que não faz parte do grupo de pesquisa). O texto é referenciado na bibliografia desta pesquisa (OLIVEIRA; ALMEIDA, 2015).

A execução das atividades do projeto se deu em uma turma de 7° ano, onde a pesquisadora era responsável pelo ensino de matemática. A turma era composta por 24 alunos, na faixa etária entre 12 a 15 anos, sendo que 7 alunos eram repetentes do 7° ano.

O projeto foi dividido em três etapas, quais sejam: o pré-teste, as atividades com a balança física e o pós-teste. A primeira etapa apresentada aos alunos foi o pré-teste, objetivando verificar, antes da experiência com as balanças, como os alunos conseguiriam resolver problemas que apresentam situações concretas, que podem ser transformadas em símbolos manipuláveis.

A segunda etapa se deu com a exploração de 4 balanças, em que os alunos foram divididos em 4 grupos de 6 integrantes e cada grupo manipulou uma balança. Após essa exploração, quando os alunos foram estimulados a descobrir a relação entre peso e distância na produção do equilíbrio, elaboraram-se diagramas que representavam, no papel, situações que poderiam ser encontradas na balança. Essas situações serviram como desafios e foram apresentadas após a constatação de sinais indicativos de que os alunos teriam compreendido a relação matemática presente quando o equilíbrio da balança é atingido, ou seja, quando as somas das multiplicações dos pesos pelas suas respectivas posições em cada lado se igualam.

A última etapa do projeto, o pós-teste, consistiu na comparação dos resultados e a forma de resolução utilizada pelos alunos antes e depois das atividades com a balança.

O projeto inicial, aplicado pela pesquisadora, envolvia a manipulação de uma balança de pratos. Para tanto, utilizou um protótipo com 4 ganchos de cada lado da haste da balança e 4 conjuntos com 4 pesos iguais cada, que poderiam ser encaixados nos ganchos.

Para a construção da balança foram confeccionadas peças em madeira, que depois de montadas ficariam com o aspecto da figura abaixo:

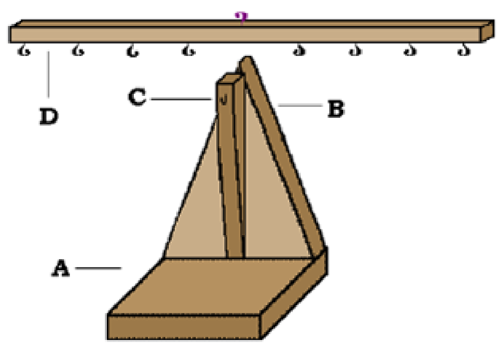

Figura 3: Balança Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis Soares

Os toquinhos (pesos) são 16, em 4 tamanhos e 4 massas. As medidas das massas precisam ser rigorosas e as relações entre elas são expostas na figura abaixo.

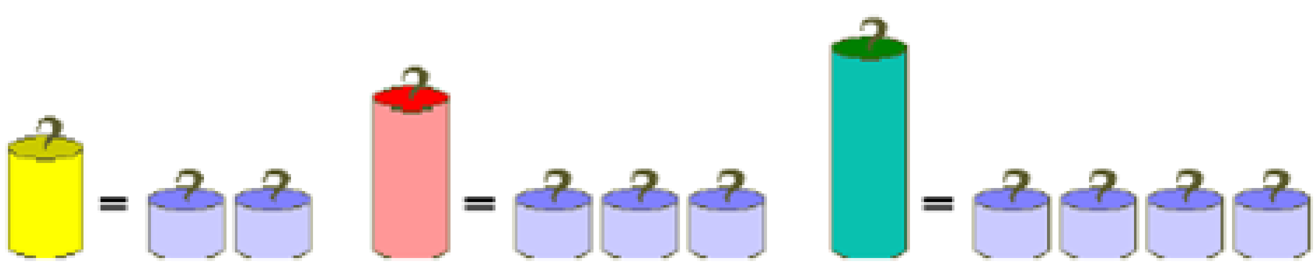

Figura 4: Pesos Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis Soares

De modo a facilitar a relação matemática, é proposto aos alunos que se estabeleçam números para os ganchos nas hastes e para os pesos.

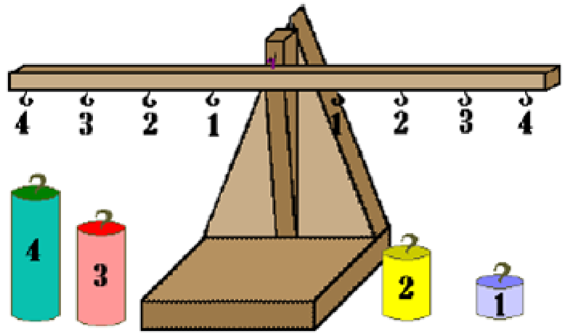

Figura 5: Atribuição de números aos pesos e ganchos Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis Soares

A figura abaixo mostra uma situação de equilíbrio na balança.

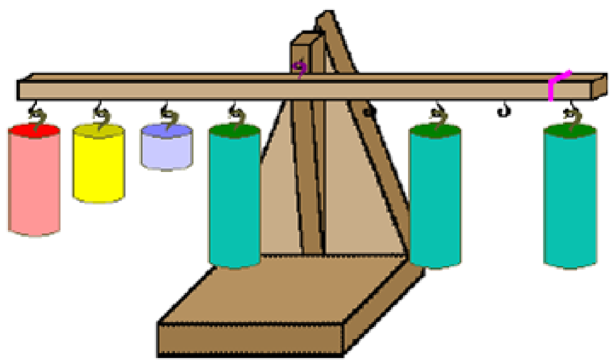

Figura 6: Exemplo de equilíbrio na balança Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis Soares

O diagrama que representa a situação de equilíbrio está apresentado na figura abaixo.

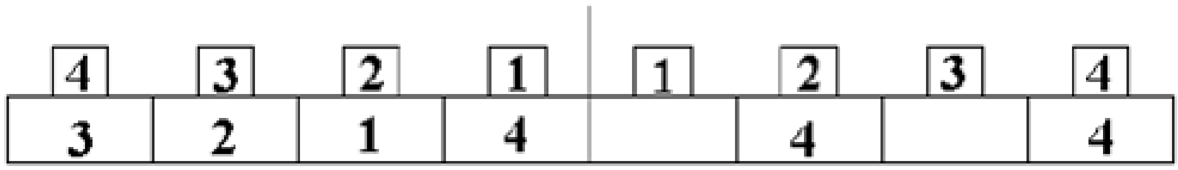

Figura 7: Figura 6 Diagrama que representa a situação de equilíbrio na balança Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis Soares

Depois que os alunos exploraram as balanças físicas, foram elaborados os diagramas que representam situações das mesmas. Tais diagramas foram utilizados como exercícios propondo desafios aos alunos. Uma vez que eles se familiarizaram com aquela representação no diagrama, uma incógnita passou a ocupar o lugar em que estaria o peso e os alunos deveriam descobrir qual seria o valor do peso representado.

Percebeu-se que a balança possui uma relação matemática que envolve duas grandezas (peso e posição), sendo que o equilíbrio será atingido se se igualarem os somatórios das multiplicações dos pesos pelas suas respectivas posições em cada lado da haste. Nesse sentido, o experimento possibilitou que os alunos explorassem os objetos e resolvessem desafios em forma de diagramas representando situações da balança. A realização do pré-teste antes das atividades com a balança e, posteriormente, um pós-teste, permitiu a comparação dos resultados e a forma de resolução utilizada pelos alunos antes e depois das atividades com a balança. Percebeu-se uma melhora na performance dos alunos nas atividades do pós-teste em relação ao pré-teste (OLIVEIRA; ALMEIDA, 2015).

3.3.1 Alunos do 7º ano trabalham com a representação em papel de situações de equilíbrio na balança

As informações dessa seção foram retiradas de anotações de campo de um pesquisador que acompanhou a aula aqui descrita.

Houve, anteriormente, algumas aulas que auxiliaram os alunos a associar as situações da balança com representações de equações.

O primeiro exercício proposto pela professora desafiou os alunos a descobrir o valor de uma variável em diversas situações apresentadas. Até esse momento, apenas uma aluna da turma havia demonstrado capacidade de usar equações para resolver esses desafios. Essa aluna, nesse dia, iniciou o trabalho numerando os quadrados que representavam as posições dos ganchos da balança de um lado e do outro. Posteriormente, foi produzindo as equações concernentes a cada desafio e resolvendo uma a uma.

Uma dupla que foi acompanhada mais de perto pela pesquisadora, não sabia como iniciar o trabalho. Com o intuito de ajudar a pensar, a pesquisadora fez um desenho, representando a balança com 4 ganchos de cada lado da haste e foi fazendo o desenho do que estava representado junto com as alunas. O pesquisador explicou que a incógnita "k" representava um mesmo número, que devia ser encontrado, ou seja, um mesmo toquinho.

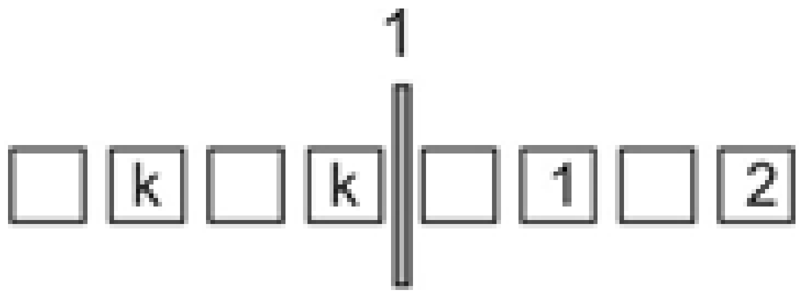

Figura 8: Representação da balança Fonte: Arquivo da professora

As alunas fizeram as contas e verificaram que do lado direito da haste, a somatória peso x distância indicava 10. O pesquisador sugeriu que experimentassem um número e possível de substituir a letra k e elas tentaram 2. No entanto, verificaram que k x 3 + k resultaria 8 se o valor de K fosse 2. Tentaram, então, o valor 3, e verificaram que o somatório seria 12. Tinham, portanto um valor menor que 10 com k = 2 e outro maior que 10 com k = 3. Resolveram tentar k = 2,5, o que resultou em um valor correto para a solução do problema. Foi explicado a essas alunas que estavam adotando um método de tentativa-e-erro, o qual matematicamente estava correto, embora a resolução por equação conduziria ao resultado final mais rapidamente.

Essa mesma situação, ou seja, a adoção desse método, ocorreu com várias duplas. Durante a aula, na maioria dos casos, as duplas de alunos foram substituindo o método pela modelagem pela equação, sendo que algumas poucas duplas persistiram na tentativa-e-erro.

O uso da balança têm por objetivo facilitar a compreensão das regras de resolução das equações, além de possibilitar a modelagem de situações de equilíbrio.

Assim, busca-se fazer com que os alunos compreendam um significado para a equação e maneiras de resolver, ou seja, estratégias para se encontrar a incógnita.

3.3.2 E os números negativos?

Uma integrante do grupo de pesquisa efetuou atividades em sua sala de aula, tomando por base a ideia unânime de que havia necessidade de levar balanças reais para a sala de aula em vez de apenas se fazer menções a elas. O resultado da atividade deu origem ao texto do qual se extraíram os dados utilizados nesta seção (DE PAULA; SOARES, 2015).

No curso normal da utilização da balança em sala de aula, os desafios foram sendo colocados para os alunos. Assim, De Paula e Soares (2015) solicitaram aos alunos que equilibrassem o peso 1 de um lado da haste com o peso 4 do outro lado da haste. Mesmo com muitas tentativas, os alunos acabam verificando que o equilíbrio se estabelece quando o peso 1 é aplicado à posição 4 e, inversamente, o peso 4 é aplicado à posição 1 do outro lado da haste.

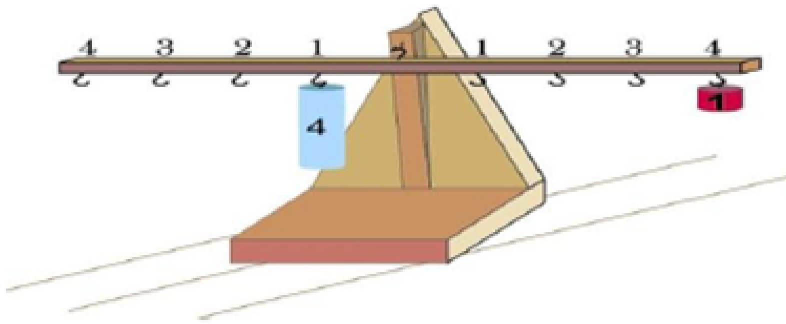

Figura 9: Princípio da alavanca verificado de maneira prática Fonte: De Paula; Soares (2015, p. 4).

Qualquer situação que seja obtida na balança pode ser expressa através de um desenho em que as quadrículas representam as posições nas quais os pesos são colocados e os números representam os pesos colocados nessas posições. Uma barra colocada entre as quadrículas representa a separação da haste em dois braços.

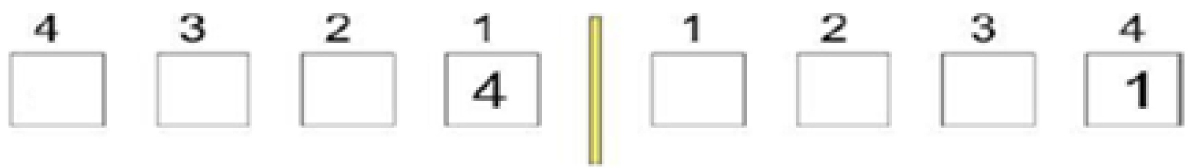

Figura 10: Representação de uma situação de equilíbrio na balança Fonte: De Paula; Soares (2015, p. 4).

Essa representação acima pode evoluir para desafios, em que o aluno deve encontrar o valor de um peso desconhecido, como y. Além disso,

> podem ser apresentadas condições nas quais valores inteiros não permitem obter o equilíbrio, o que conduz à solução por decimais. A representação da balança pode se ampliar, aumentando-se o número de quadrículas de cada lado, agora representando balanças que teriam mais de 4 ganchos. Uma outra evolução no grau de dificuldade consiste em se produzir desafios com variáveis em ambos os lados da representação da haste. Todos esses desafios abrem espaço para que se apresentem aos alunos oportunidades de aprender como resolver equações aritméticas bem como equações algébricas. Em determinado momento, essa representação vai sendo substituída pela representação algébrica convencional (De PAULA; SOARES, 2015, p. 5).

O desafio se torna interessante quando se introduz números negativos em desafios como este representado na figura abaixo.

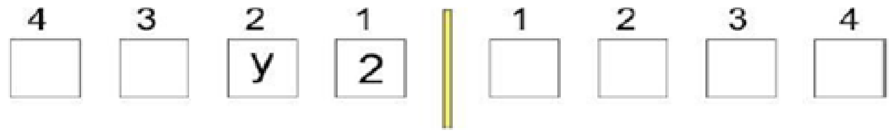

Figura 11: Introdução do número negativo em um desafio Fonte: De Paula; Soares (2015, p. 5).

Nesse caso, evidencia-se que nenhum peso até então conhecido, mesmo que repartido em partes menores pode resolver o desafio. Porém, pode-se discutir duas soluções, sugeridas por De Paula e Soares (2015):

1) pode-se imaginar que peso poderia ser colocado na posição 2 do lado direito da balança e que produziria o equilíbrio. Então, o sinal negativo ganha um significado: ele indica que o número a ser substituído pela letra "y" provocaria o equilíbrio representando um peso colocado do outro lado da haste. Construindo-se essa alternativa mais fácil.

2) O número a substituir o "y" equivaleria a uma força que promoveria o equilíbrio da balança. A diferença entre essa força e o peso dos toquinhos de madeira se dá pelo fato de que essa força teria de ser aplicada no sentido contrário ao peso, isto é, na vertical apontando para cima. Essa concepção é um tanto mais complexa.

Em toda a pesquisa realizada, percebeu-se que a álgebra, de acordo com Silva (2019), é um componente matemático de grande importância para o desenvolvimento do processo de aprendizagem do aluno.

Os símbolos algébricos compõem grande parte da Matemática e sem eles pode-se afirmar que grande parte da Matemática não existiria, tendo em vista que tais símbolos viabilizam a expressão das ideias matemáticas de forma rigorosa e são instrumentos necessários para a resolução de problemas (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

No entanto, este conteúdo causa dificuldades quanto à aprendizagem:

> A álgebra é um conteúdo que geralmente confunde os alunos, muitas vezes por conta da abstração não conseguem entender o porquê de estudar tal conteúdo. Além de lidar com os números e suas operações, na álgebra terão também que trabalhar com as letras (incógnitas/variáveis), gerando uma inquietação, pois muitas vezes não conseguem entender o porquê do uso das letras na matemática (SILVA, 2019, p. 16).

Para Huntley et al. (2007), educadores de Matemática ajudam a fazer com que os alunos consigam resolver equações utilizando abordagens simbólicas, gráficas e numéricas. Importante ressaltar que a dificuldade dos alunos em resolver as equações está no fato de que não compreendem a estrutura da álgebra. Assim, manipulam as equações de modo mecânico, desconhecendo a estrutura subjacente às manipulações que fazem. Consequentemente, surgem erros sistemáticos e estratégicos.

Evidencia-se a importância do trabalho do professor no ensino de álgebra. Segundo Gil (2008):

> Apesar de a Álgebra conter um certo formalismo em sua linguagem e necessitar a utilização de procedimentos não muito simples, exigindo um maior grau de abstração, é importante lembrar que a forma de o professor trabalhar estes conceitos

> e procedimentos algébricos pode estar dificultando ainda mais a sua aprendizagem, fazendo, com que o aluno tenha verdadeiro horror à Matemática, já que não consegue compreendê-la. O fato de o aluno ter dificuldades para apropriar-se de seus conceitos faz com que, ao resolver um problema prefira a matemática não-formalizada - envolvendo uma grande sequência de cálculos - como estratégia de resolução (GIL, 2008, p. 11).

Huang e Kulm (2012) realizaram estudos com professores de Matemática e obtiveram como resultado a apresentação de um conhecimento relativamente limitado de álgebra para o ensino pelos participantes; nesse sentido, a dificuldade deles quanto ao raciocínio algébrico implica a dificuldade em que os alunos podem ter quanto à aprendizagem da álgebra.

Assim, a integrante do grupo de pesquisa diante da sua sala de aula propôs um desafio aos alunos numa representação que não é respondida pelos números positivos e favorece a observação de como os alunos reagem a essa situação.

A partir deste momento, o grupo de pesquisa se vê diante de mais um desafio: a introdução dos números negativos para a confecção das balanças.

3.4 Surge a Balança Digital

Todavia, as discussões conduziram à ideia de se projetar uma balança virtual. Em 2017, um especialista em design virtual e programador veio integrar o grupo de pesquisa. Desenhou uma balança na qual acrescentou balões que representariam os números negativos. A primeira versão foi apresentada em um Congresso Internacional realizado em Montreal, em 2019, o Mathematics and its Connections to the Arts and Sciences (MACAS), com o título "Exploring the potential of a manipulative: the weighing scale, torque and mathematical ideas ".

O MACAS está voltado para pesquisadores e educadores de matemática, ciências, artes, humanidades, filosofia, ciências da educação e outras disciplinas que se relacionam com a matemática. Os encontros anteriores a 2019 evidenciaram que existe mais de uma maneira de abordar as conexões entre as disciplinas e a matemática, na pesquisa e na prática. Desta maneira, o evento em 2019 teve como tema "MACAS na era digital", estimulando os participantes a encarar os desafios futuros e o papel da educação matemática interdisciplinar na era digital.

Os tópicos relevantes para o MACAS são:

1) Investigação teórica da relação entre matemática, artes e ciências;

2) Abordagens curriculares para integrar matemática e ciências;

3) A importância da modelagem matemática e da interdisciplinaridade para estudar e aprender matemática;

4) A importância das artes e humanidades para a compreensão das conexões entre artes, humanidades e matemática em situações cotidianas comuns;

5) Dimensões históricas e interculturais do estudo da matemática; 6) Questões críticas na educação;

7) Criatividade matemática na perspectiva interdisciplinar (MACAS, 2019).

Tal apresentação pode ser visualizada neste link: https://www.youtube.com/watch?v=SDG15vl0zVk

3.4.1 De volta ao Brasil, surge um desafio para a representação de equações na balança digital

No segundo semestre de 2019 começaram os preparativos para a exploração da balança digital em sala de aula no ensino fundamental.

Nesses preparativos ficou evidente que, mesmo representando números negativos com balões, mesmo com o uso da balança virtual, o grupo ainda não dispunha uma maneira adequada de representar uma equação como -3x=24.

O desafio consiste em compreender o que poderia ser associado ao sinal negativo em equações como essa. Aparentemente, essa equação seria representada por um balão posicionado junto ao terceiro gancho de um dos lados da balança. Então, naquela posição haveria um balão com uma incógnita. A manipulação matemática é simples, bastando dividir ambos os lados da equação por 3. No entanto, ao visualizar a situação, teríamos um balão de um lado e um peso com torque 8 do outro lado. Mas, nesse caso, o efeito giratório do balão seria o mesmo efeito do peso do outro lado da balança, o que inviabiliza o equilíbrio.

Esse desafio levou o grupo a discutir propostas variadas em algumas reuniões. Assim se percebeu a necessidade de uma melhor compreensão dos processos de aprendizagem que poderiam ser engendrados com a utilização da balança.

Enfrentar o desafio de procurar melhor compreensão do objeto em suas relações com a aprendizagem pode ser tratado como uma atividade.

Então passo a tecer considerações sobre a atividade e em seguida descrever com mais detalhes a maneira como o grupo enfrentou o desafio colocado.

4 Teoria da atividade

Querol, Cassandré e Bulgacov (2014) afirmam que a Teoria da Atividade (TA) situa a aprendizagem em atividades humanas e como um sistema de determinados tipos de atividade cuja execução leva a novos conhecimentos e práticas, ocorrendo segundo condições sociais e históricas em que se realizam.

A TA é uma linha teórica e de pesquisa interdisciplinar surgida na psicologia sócio-histórica e cultural russa, nos anos 1920 e 1930 pelos psicólogos Vygostky, Luria e A. N. Leontyev (DUARTE, 2003).

Inicialmente, o conceito de atividade foi introduzido pelo filósofo alemão Georg W. Friedrich Hegel, que reconheceu o papel da atividade produtiva e os instrumentos do trabalho no desenvolvimento do conhecimento. Para ele, a consciência humana se forma a partir da influência do conhecimento acumulado pela sociedade ao longo da história e esse conhecimento nasce da criação de artefatos pela humanidade (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014). Há que se observar, porém, que a interação entre o conhecimento e a produção de artefatos é complexa, uma vez que qualquer artefato é produzido a partir da imaginação humana e, concomitantemente, a produção e o uso desse artefato promovem a transformação do pensamento que estava na origem dessa produção.

Karl Marx ampliou o pensamento de Hegel, considerando o homem um produto da história e da cultura e ao mesmo tempo, um ser que transforma a natureza e age criativamente. “Marx enfatiza o aspecto ativo dos seres humanos, capazes de mudar o mundo propositadamente e criar coisas novas que vão além de sua capacidade real, ao invés de simplesmente adaptarem-se às mudanças no ambiente” (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014, p. 408).

A atividade se apresenta como uma categoria central no materialismo histórico-dialético e Marx afirma a atividade prática como o que origina o desenvolvimento histórico-social dos homens e, concomitantemente, o desenvolvimento individual (ASBAHR, 2005).

Apoiado no conceito de atividade de Marx, Vygotsky deu origem à ideia de mediação cultural da ação humana, conceito fundamental na TA, em que “a relação entre o sujeito e o objeto é mediada por artefatos culturais. Um artefato se refere a um aspecto do mundo material (e conceitual) que tenha sido modificado ao longo da história da sua constituição através de ações" (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014, p. 408).

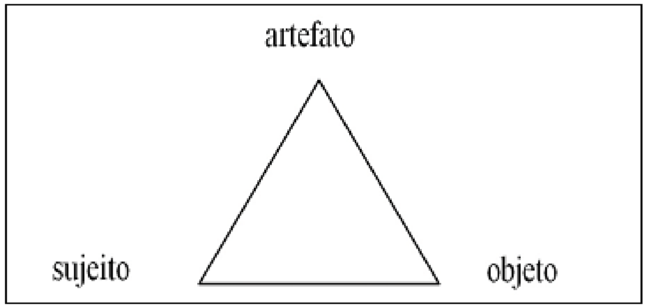

Figura 12: Figura 11 Modelo básico de mediação proposto por Vygotsky Fonte: Querol, Cassandré, Bulgacov (2014, p. 408).

Segundo Engeströn (2002), o esquema acima representa a primeira geração da TA, com foco na ideia de mediação.

Vygotsky utiliza o conceito de atividade desde seus primeiros escritos e referência a atividade socialmente significativa como princípio explicativo da consciência, isto é, a consciência é construída de fora para dentro por meio das relações sociais. Consciência e atividade se apresentam como dois elementos importantes para a psicologia histórico-cultural e devem ser entendidos como unidade dialética (ASBAHR, 2005).

A proposta de Vygotsky apresenta uma limitação: a unidade de análise tem como foco indivíduos. Leontyev expandiu essa unidade de análise diferenciando a ação individual da atividade coletiva:

> Devido à divisão do trabalho, as ações dos indivíduos passaram a não satisfazer diretamente suas próprias necessidades. A satisfação das necessidades é mediada através de um processo social de distribuição do objeto coletivo. As necessidades do trabalhador tornam-se satisfeitas por uma parte dos produtos da sua atividade coletiva. Essa distribuição da ação é regulamentada por meio de relações que são específicas para cada forma histórica de produção. A distinção entre ação e atividade é de crucial importância para a compreensão de como as ações emergem e do que as direciona (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014, p. 408).

Verifica-se que, para Leontyev, as ações rumam a objetivos e metas. Porém, somente o objeto da atividade coletiva (e não os objetivos das ações) pode explicar o porquê do surgimento de uma ação. Quando se separa o objetivo da ação e o objeto da atividade cria-se uma relação dialética, percebendo que atividades não podem ser entendidas sem ações e estas não podem ser entendidas sem atividade.

Grymuza e Rêgo (2014) observam que Leontyev parte do princípio de que o desenvolvimento do homem é fruto das atividades que ele realiza. Desta forma, desenvolveu a TA buscando entender como se dá a internalização de conceitos por meio de atividades e de quais tipos elas devem ser, ressaltando que não é qualquer tipo de atividade que fará essa promoção.

Ainda para Leontyev a atividade se concretiza conforme a estrutura: necessidade, tarefas, ações e operações (RIBEIRO, 2010).

Duque (2016) afirma que, segundo Engeström, o modelo hierárquico da atividade humana apresentado por Leontiev explicava a noção de ação na atividade coletiva, porém não explicava como o grupo de indivíduos e a divisão de trabalho se relacionam com a noção de ação mediada.

Assim, Engeström, com base em Vygotsky e Leontyev, desenvolveu um modelo de sistema de atividade que representa os relacionamentos básicos em sistemas de mediação da atividade humana e descreve os processos de mediação cultural, quais sejam: produção, distribuição e troca, integrando todas as atividades coletivas. Ampliando o triângulo individual de mediação, incorporou mediadores sociais organizacionais, tais como regras, divisão do trabalho e comunidade (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014).

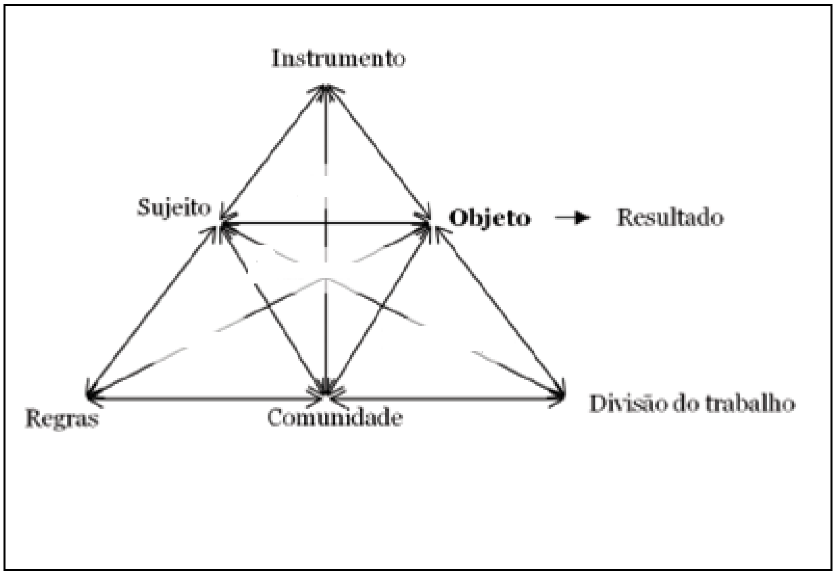

Figura 13: Figura 12 Sistema de atividade proposto por Engeströn Fonte: Querol, Cassandré, Bulgacov (2014, p. 409, adaptado).

De acordo com Engeström (2002, p. 36), "o sub-triângulo superior (...) pode ser visto como a 'ponta do iceberg' representando ações individuais e grupais aninhadas em um sistema de atividades coletivo". A compreensão das ações individuais se dá se houver a concepção de que o objeto da atividade está em constante relacionamento com sujeito, objeto e instrumento, assim como com os mediadores sociais. Assim:

> Comunidade refere-se àqueles que tomam parte na realização do objeto, regras referem-se a normas explícitas e convenções que restringem a ação dentro do sistema de atividade e divisão do trabalho refere-se à divisão de tarefas entre os indivíduos da comunidade. Os componentes do sistema de atividade estão sendo constantemente construídos e renovados em consequência do desenvolvimento de novas tensões (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014, p. 409).

Para Engeström (1987), um sistema de atividade tem vozes múltiplas, isto é, compõem-se de uma comunidade em que os sujeitos têm múltiplos pontos de vista, tradições e interesses. A divisão do trabalho em uma atividade favorece a criação de posições diferentes para os participantes, onde eles e os artefatos empregados estão permeados por sua história particular, regras e convenções. Vale ressaltar que essa multiplicidade de vozes tanto pode ser uma fonte de problemas quanto uma fonte de inovação, requerendo, assim, ações de entendimento e negociação (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014).

4.1 Aprendizagem Expansiva

A Teoria da Aprendizagem Expansiva representa o processo no qual os sujeitos constroem um novo objeto e o conceito para sua atividade coletiva, isto é, no aprendizado expansivo, compreende-se que os sujeitos produzem o que ainda não existe. É necessário, para expandir o objeto da atividade, que o sujeito crie novas ferramentas e formas de organização social do trabalho acerca desse novo objeto. Efetivamente, tem-se que, aprender de forma expansiva requer concepção e implementação de um novo conceito de atividade, que envolve a reconstrução de todos os elementos dentro de um sistema de atividade (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014).

> Quando reflete sobre a lógica do desenvolvimento do sistema, o sujeito forma uma ideia inicial do conceito, que começa como uma explicação abstrata dele, uma "célula germinal" que é gradualmente enriquecida e transformada em um sistema concreto. O aprendizado envolve não só a formação de conceitos teóricos, mas também a sua materialização. Em outras palavras, nesse processo, conceitos e ideias são enriquecidos para a obtenção de uma melhor compreensão do sistema. Aprender envolve a formação e a utilização de diferentes tipos de artefatos culturais, tais como modelos, conceitos e teorias, que ajudam a compreender o assunto e a construir o sistema teoricamente e na prática (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014, p. 410).

O processo de aprendizagem expansiva deve ser entendido como a construção e resolução de contradições sucessivamente em evolução (DUQUE, 2016).

Assim, busca-se superar uma contradição que provoca na atividade uma situação de crise. A expansão do objeto requer um modo de compreender as contradições internas do sistema e de encontrar possibilidades de continuar a desenvolvê-lo. Assim, para apreender a sua essência, o sujeito precisa compreender a lógica do seu desenvolvimento, que se faz possível por meio da análise de sua formação histórica, das contradições existentes nos ambientes organizacionais e das formas de superação/resolução dessas contradições (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014).

No caso do grupo de pesquisa, os desafios que iam surgindo no decorrer do desenvolvimento do objeto faziam com que os participantes do grupo buscassem a resolução e, em decorrência, provocavam o movimento no objeto e sua constante modificação.

Distúrbios, dilemas e conflitos são manifestações das contradições. Apesar das contradições básicas não poderem ser resolvidas de forma permanente, podem assumir diferentes formas em diferentes atividades e tempos. Cada atividade experimenta contradições de diferentes maneiras. Na Teoria da Aprendizagem Expansiva, contradição se caracteriza como tensões entre elementos de um sistema de atividade, bem como entre sistemas de atividade. Contradições são consideradas a força motriz de transformação, promovendo o movimento no objeto (QUEROL, CASSANDRÉ, BULGACOV; 2014).

Engeström (1987) propõe um modelo ideal do ciclo de Aprendizagem Expansiva, sobre o qual fez-se uma adaptação para esta pesquisa, conforme pode ser visualizado na Figura abaixo:

A Figura abaixo é uma representação gráfica de uma sequência de ações epistêmicas que ocorrem durante o aprendizado expansivo. Esse ciclo sugere que a emergência de um objeto novo e mais expandido tem início dentro de uma atividade já consolidada, que começa a presenciar problemas e/ou desafios e oportunidades.

Até aqui, apresentou-se a descrição da Teoria da Atividade e a maneira como a aprendizagem expansiva é tratada na teoria. Adiante, serão apresentados episódios do trabalho do grupo de pesquisa. A análise desses episódios ajudará a compreender melhor a dinâmica desse grupo e a importância dos dilemas que resultaram em avanços na sua prática.

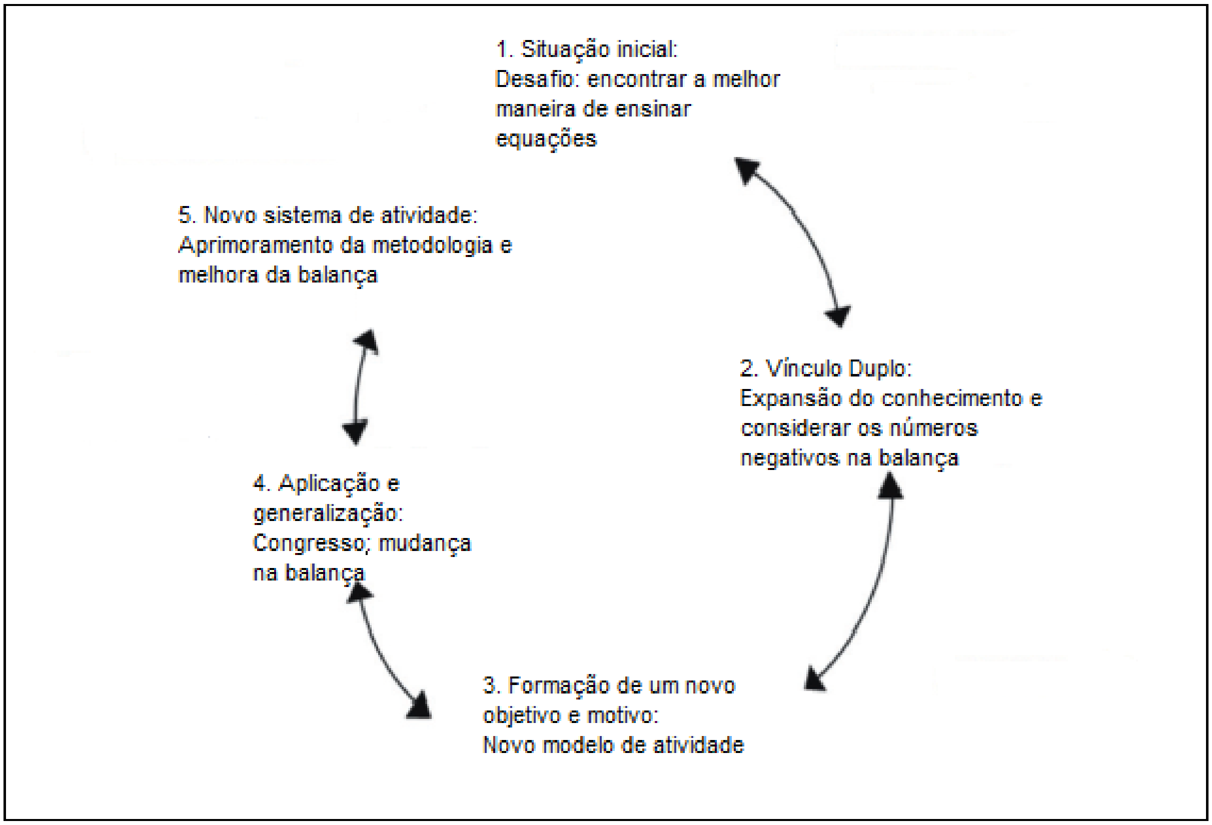

Figura 14: Ciclo geral do desenvolvimento expansivo Fonte: Adaptado de Querol, Cassandré, Bulgacov (2014, p. 411, adaptado).

5 As atividades do grupo de pesquisa como sistemas de atividades

5.1 Conversa sobre a balança – uma possível solução apresentada

Inicialmente, vamos abordar a representação da equação -3x =24, primeiro desafio discutido no grupo de pesquisa.

Uma integrante do grupo de pesquisa, em uma conversa a respeito da balança virtual, propôs a seguinte situação: e se tivermos que representar a equação -3x = 24? Como o aluno poderia fazer a representação na balança? Inicialmente poderíamos pensar que haveria um balãozinho na posição 3, representando o coeficiente negativo, em um lado da balança e no outro lado, a quantidade 24, que poderia ser representada por um peso 6 na posição 4.

Pela ilustração se pode constatar que o torque do peso seria adicionado ao torque do balão e a balança não poderia se equilibrar. Por outro lado, sabe-se que o número – 8 é a solução da equação. O desafio consiste em descobrir como representar essa situação na balança.

Em uma conversa online do grupo de pesquisa, um dos integrantes afirma ter encontrado uma solução bastante arcaica para a equação - 3x = 24. O que pensou seria bem limitado, mas que deveria compartilhar com o grupo. Os participantes dessa conversa foram nomeados como P1, P2 e P3.

P1 disse que a solução que ele encontrou, a princípio, só funcionaria para –x, -2x, -3x e -4x, pois a balança possui apenas 4 ganchos. Então, como se trata de balança, de equilíbrio, o que se faz de um lado teria que ser feito do outro. A princípio o -3x viria do lado esquerdo, no 3º

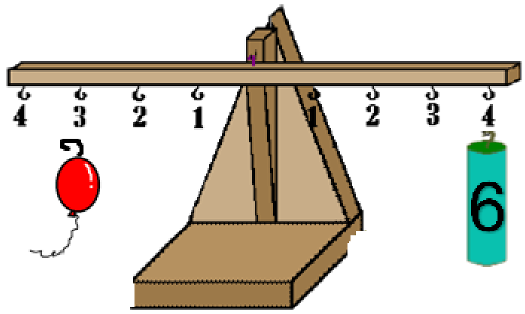

Figura 15: 14 - 3x = 24 Fonte: Dados da pesquisa

gancho e, do lado direito, a quantidade 24 no gancho 3. Continuando a explicação, afirma que se o x fosse colocado na posição 2, do lado esquerdo, o valor 24 transformaria em 16, sendo colocado na segunda posição do lado direito, pois a balança é dinâmica, o aluno perceberia que havendo mudança de posição em um lado da balança, ocorreria um desequilíbrio, então isso sugeriria a mudança de posição do outro lado, ou seja, o peso passaria para o 2º gancho, mudando também seu valor de 24 para 16.

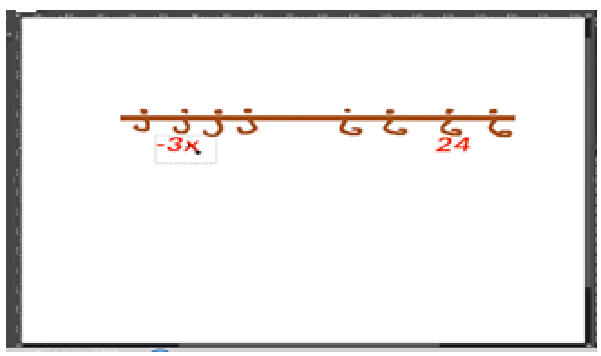

Figura 16: Solução apresentada Fonte: Dados da pesquisa

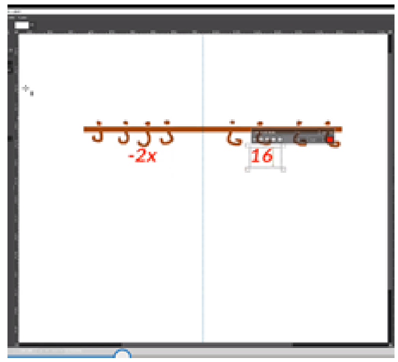

Figura 17: Transposição Fonte: Dados da pesquisa

E assim sucessivamente, o procedimento seria feito de gancho em gancho.

Chegando em –x = 8, haveria a grande abstração: seria a grande mudança. Se o –x fosse passado para cima, ele viraria x e o 8 se fosse colocado em cima, viraria -8.

O meio da balança seria um grande igual.

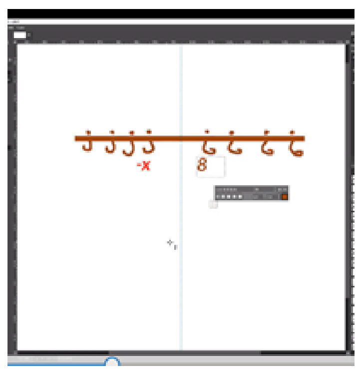

Figura 18: 17–x=8 Fonte: Dados da pesquisa

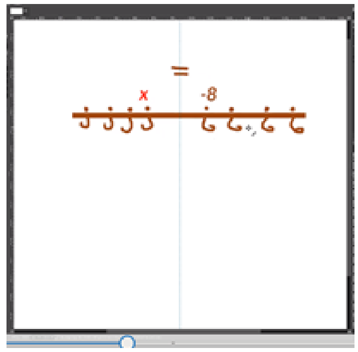

Figura 19: Igualdade na balança Fonte: Dados da pesquisa

P3 afirma que P1 fez várias abstrações. Isso vai exigir um salto para a compreensão dos alunos e desafia o grupo para entender o que foi feito. Enfatiza a necessidade de melhorar muito a solução apresentada para permitir o entendimento dos alunos. Diz que é claro para o aluno ver que o 24 deve ser 3 x “alguma coisa”, por estar no -3.

P2 destaca um problema: - Se o 24 nessa proposta está no terceiro gancho; a questão é se os alunos entenderiam erroneamente que isso implica na multiplicação 24 x 3?

P1 argumenta que por isso a representação não seria 8x3, mas 24, representando o 8x3. Enquanto falava ia desenhando. P2 questiona que se 3x é o toquinho, por que quando coloca no gancho 2 ele se torna 2x?

P1 responde que seria somente a representação gráfica do problema, não a física. Usando-se a balança somente como o igual.

P2 elogia a ideia de produzir manipulações dos dois lados da balança para se chegar a uma solução. Seria algo que valeria a pena explorar. Mas, como P3 falou, várias coisas precisariam ser revistas.

P3 acompanha as discussões e reflete que o 24, dentro da lógica que se está seguindo, poderia ser “qualquer coisa”. Assim, o 24 poderia ser 24x1, 12x2, 8x3, 6x4, etc. O coeficiente 3 aparece quando o valor 24 é desenhado na terceira posição, implicando na multiplicação 3x8 (fica subentendido que a escolha 8x3 não é aleatória).

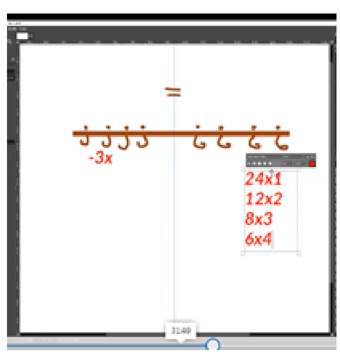

Figura 20: Surgimento do problema Fonte: Dados da pesquisa

Para P1, a engenharia reversa seria chegar no x=-8. Ele acredita que a transferência do resultado 24 gancho a gancho, junto com a transformação desse resultado possibilitaria compreender o final do processo. Ainda para P3, o método criado por P1 pressupõe um conhecimento prévio do resultado para produzir as manipulações propostas.

P3, tentando melhorar o método, discorre que se poderia, em princípio, pensar nas possibilidades de se obter 24 como 24x1, 12x2, 8x3, 6x4. Se colocar esse total no gancho 3, a multiplicação correspondente seria 8x3. Mas se pegar o balãozinho 3x e passar para o gancho 2x, então o total não seria mais 24, 2x implicaria na multiplicação 12x2. P3 disse que é uma abstração complicada, ainda não vê como essa hipótese poderia funcionar empiricamente e ficar clara para os alunos.

P1 vislumbra outra solução para interpretar a balança, que seria pensar que o gancho representa o coeficiente que multiplica o resultado. O resultado estaria escondido no 24. O objetivo seria que jogando de gancho em gancho, o número chegaria mais próximo do resultado.

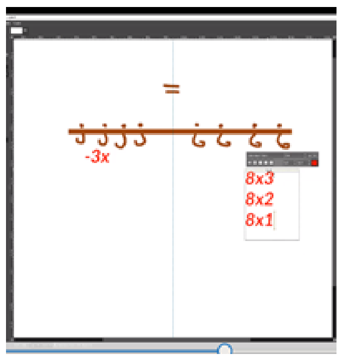

Figura 21: Outra possível solução Fonte: Dados da pesquisa

P3 argumenta que a manipulação dos dados poderia supor um conhecimento prévio do resultado. E se x fosse 2,5 por exemplo? Na posição 3 daria 7,5. Assim, toda vez que jogar no gancho 3, estaria se procurando a resposta 3 x 2,5 que seria 7,5. E questiona: mas e se -3x=24, sabendo que x=8 e –x=8, se eu mudar o x de lado ficando negativo? Verifica-se que o número negativo muda a posição que está no recipiente (quando se compara com a balança já produzida).

P3 é favorável à ideia de que seria necessário fixar o coeficiente como balão ou como gancho porque há uma segurança, o que isso significa na balança, seria o entendimento. O que se quer é transformar as equações em algo perceptível para os sentidos.

P3 argumenta que ainda seria necessário pensar uma regra para este jogo. Assim, se o x é negativo, ele transforma o que é balão em peso e o que é peso em balão.

P1 sugere que, para resolver a questão, poderia colocar uma linha imaginária na balança, quando se movimentasse passaria a ser balão (para cima) ou gancho (com o movimento para baixo).

P2 faz alguns questionamentos. Diz que essa balança só faz sentido quando os coeficientes são positivos.

P3 discorda e diz que pode ser problemas de representações.

P2 exemplifica com o -3x = 24. Do lado direito tem 8 no ganchinho 3. Por que do lado direito a posição 3 é positiva e do lado esquerdo é negativa?

P3 responde porque formularam assim. Este é o desafio. Isso acontece porque que na posição esquerda é -3. Isso só acontece porque o x é negativo. Porque se o x fosse positivo estaria em equilíbrio. A lógica é perceber que o x deverá ser negativo para que a balança fique em equilíbrio.

P2 pergunta se o grupo pressupõe que o aluno já saiba que a multiplicação de dois negativos dá positivo? Ou a balança ajudaria o aluno a perceber isso?

P3 diz que o objetivo seriam as duas coisas. Não existiria sentido físico. O que substitui o sentido físico é a regra. A regra é: se o x é negativo, o que é peso transforma em balão e o que é balão transforma em peso.

P2 apresenta outra possível solução que seria colocar os valores em cada gancho. E pede a P1 para fazer a representação:

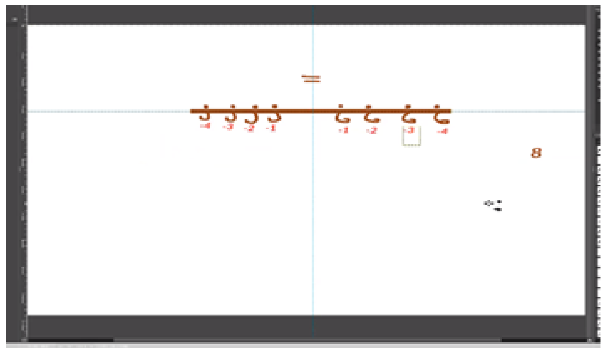

Figura 22: Colocação dos valores em cada gancho Fonte: Dados da pesquisa

Assim, P2 diz que tendo a equação -3x=24, sabe-se que lado do x está um número negativo (-3). Então, colocar para o aluno que se se tem -3x = 24, pega-se a balança negativa, de coeficientes negativos.

Para o lado direito, seria necessário arranjar o 24, então o aluno pode pensar que precisa colocar balãozinho para ficar negativo com negativo. Do lado esquerdo, na posição do -3 coloca-se o x.

Assim, o aluno poderia pensar: "do meu lado direito o 24 eu consegui fazer através de um balãozinho, significa que do lado esquerdo também vai ser balãozinho".

Se colocar -8 na posição do -3 no lado direito é um balãozinho, aí o -3x dá a perceber que vai ter que ficar em cima também. Automaticamente o aluno vai saber que x é um número negativo. O sentido físico seria preservado, pois o aluno saberia que está lidando a "balança invertida" com o negativo.

Essa fala de P2, a qual nos parece confusa, ilustra a dificuldade do grupo de chegar a um consenso.

Diante das discussões apresentadas, pode-se perceber que, inicialmente, P1 acreditou ter encontrado uma solução fácil para a representação da solução de uma equação como -3x=24. No entanto, no decorrer dos questionamentos e discussão, viu-se que o nível de abstração requerido pela solução proposta era muito mais elevado do que imaginara P1. Verifica-se que P1 apresentou uma possibilidade de resolver a equação a partir de compensações de movimentos de ambos os lados da balança. Por outro lado, P1 não se deu conta de que os movimentos por ele escolhidos pressupunham algum conhecimento da resposta a ser alcançada. Nesse sentido, pode-se dizer que o método apresentado por P1 se equipararia com o que já havia sido proposto anteriormente, embasado no desafio de dar significado para o número negativo.

Uma alternativa consistiria em entender que, no número negativo, o balãozinho teria que estar associado à posição e a posição tem que estar associada ao número que vai do lado da incógnita, o coeficiente.

5.2 Análise da aprendizagem do grupo de pesquisa

Diante do diálogo apresentado acima, vê-se que, no início, quando P1 afirma ter encontrado a solução, ele se apoia nela e procura desenvolver seu pensamento por meio de desenhos e explicações, que vão sendo apresentados aos demais participantes [linha 17 até linha 31]. Todos vão comentando, analisando, discutindo e procurando acompanhar o raciocínio de P1. No entanto, à medida que a conversa evolui, percebe-se o grau de abstração de P1 é tal que P3 evidencia que a manipulação dos dados suporia um conhecimento prévio do resultado [linhas 56 a 58 e 69 a 74], ou seja, P1 apresentou uma possibilidade de resolver a equação considerando compensações de movimentos nos dois lados da balança, mas não considerou que estes movimentos escolhidos por ele requeriam um conhecimento da resposta a ser obtida. Diante da impossibilidade de resolver a questão percebe-se que os estudos necessitam tomar novos rumos. A solução apresentada não resolve o desafio da representação da equação cuja incógnita é um negativo.

O grupo verificou, então, a impossibilidade do movimento apresentado por P1, não por se configurar como um erro, mas esse processo requer que a pessoa já pressuponha um resultado, o que muitas vezes, é uma dificuldade para os alunos [linhas 116 a 126].

Podemos considerar que encontramos indícios da aprendizagem expansiva, ou seja, as discussões e análises demonstraram a inconsistência do pensamento de P1 e uma nova solução precisa ser buscada, precisa ser encontrada, o conhecimento requer uma expansão do campo até agora explorado.

Verifica-se que P1 anunciou uma solução para uma equação proposta ao grupo como modelo. Vale lembrar que essa equação, quando foi proposta, indicava uma provável impossibilidade da balança virtual ser associada à resolução de equações. Ela teria proporcionado a possibilidade da introdução de um significado físico para os números negativos sem, no entanto, expressar a maneira como equações são solucionadas.

O problema do grupo consiste basicamente em compreender o significado do número negativo na balança, ou seja, criar uma imagem de maneira que, quando a pessoa está trabalhando a equação, ela possa ter na mente uma imagem que a auxilie a pensar sobre tal equação. Por exemplo, quando se trabalha com a ideia de balança, está-se trabalhando o sinal, o sinal de igualdade é fundamental. Essa igualdade não é mais aquela subentendida em operação como $3 + 4 = 7$; essa igualdade significa que ambos os lados precisam estar em balanço, isto é, o que se mexe de um lado mexe-se do outro lado também [linhas 17 e 18].

Essa ideia de equação como uma balança é uma imagem, que pode ser usada para o sujeito ler a matemática, ler a equação, e ter em mente um significado para as manipulações que conduzem ao resultado. Ao invés do sujeito simplesmente usar as regras de sinais, pretende-se fazer com que ele realmente entenda o que o que embasa tais regras. Então quer-se criar imagens para que a pessoa possa compreender a manipulação de quantidades, seja número positivo ou negativo, por meio da balança. O desafio consiste em mostrar que até ao número negativo pode ser associado um significado com a ajuda de um software.

Uma nova solução foi apresentada por P3 ao grupo alguns dias após a reunião aqui narrada. Para melhor se fazer entender, P3 apresentou sua proposta na forma de um vídeo com exemplos ilustrados.

Tal solução propõe entender que, quando aparece um número negativo na equação, a posição do balãozinho correspondente indica com o coeficiente negativo. Assim, estudos realizados por P3 servirão de base para uma exposição sobre a tentativa de busca de uma nova solução para a situação.

A título de exemplo, inicialmente, tem-se esta configuração representada no esquema:

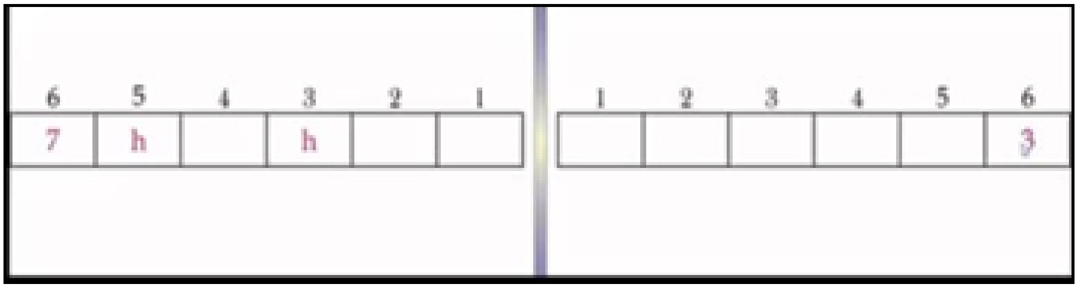

Figura 23: Representação de equilíbrio na balança Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

No lado esquerdo da representação da balança, tem-se um toquinho 7 na posição 6, um toquinho h na posição 5 e outro toquinho h na posição 3. Do lado direito, um toquinho 3 na posição 6. Essa equação é mais complexa que as demais examinadas pelo grupo até então, uma vez que a incógnita aparece duas vezes.

Do lado esquerdo, 5 h e 3 h é a mesma coisa que 8h ($5 + 3 = 8$). Tem-se também 7 x 6, e do outro lado, 3 x 6, então, pode-se tirar o 3 e colocar um 4 do lado esquerdo, no lugar do 7 (pois $7 \times 6 = 3 \times 6 + 4 \times 6$, anulando 3 x 6 em ambos os lados, restaria 4 x 6 do lado esquerdo).

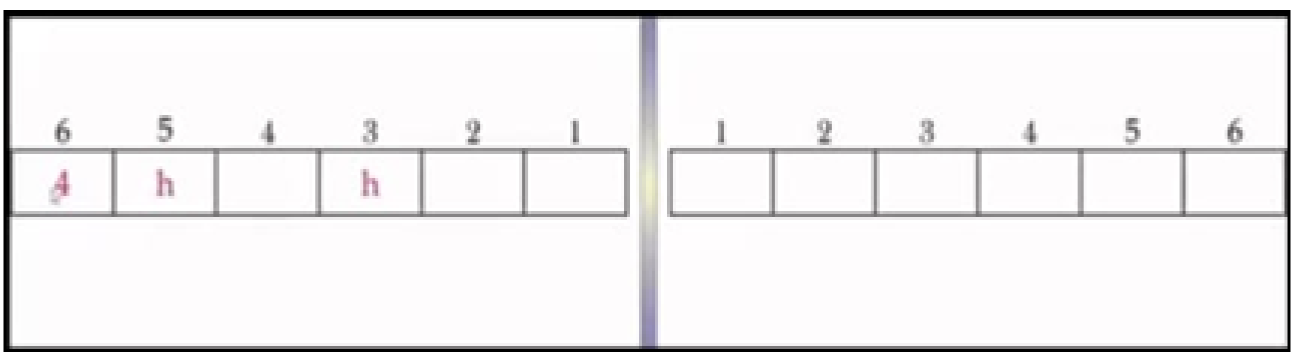

Figura 24: Representação de equilíbrio na balança Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

Do lado esquerdo tem-se 24 (6x4) e 8h (5h + 3h). Do lado direito não existe nada.

Diante da representação matemática $24 + 8h = 0$, temos um desenvolvimento da situação inicial.

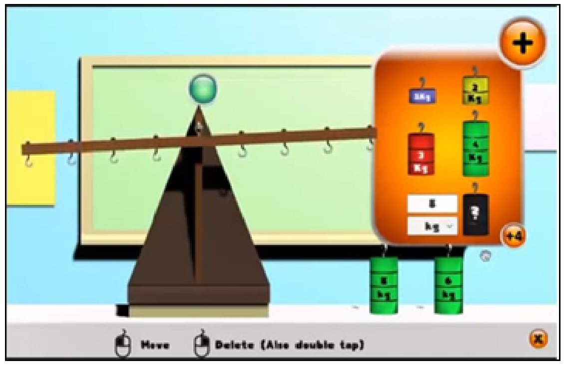

Figura 25: Balança virtual Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

Colocando do lado esquerdo, uma quantidade 24, por exemplo, 6 x 4 (6 na posição 4 = 24) e nada do lado direito.

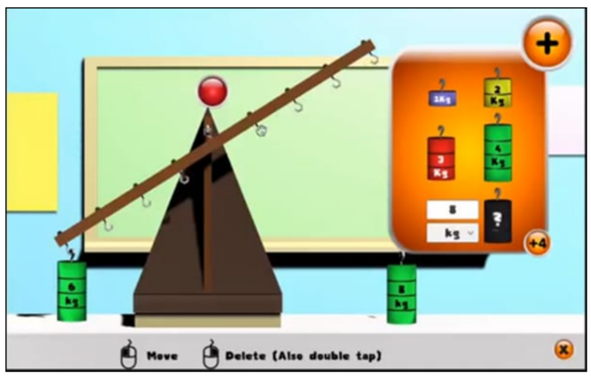

Figura 26: 6 na posição 4 (24) Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

Se se colocar o toquinho 8 na posição 3 (24), a balança não se equilibra, pois, os 2 pesos estarão no mesmo lado da haste. É necessário colocar alguma coisa que permita o equilíbrio na balança.

A possibilidade resolução seria um número negativo. Tenta-se o número -8. Na balança virtual, o número negativo é representado por um balãozinho. Colocando o número -8, representado pelo balãozinho, na posição 3 do lado esquerdo, a balança se equilibra.

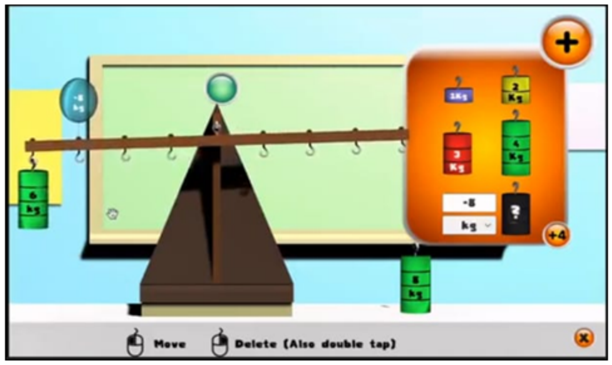

Figura 27: -8 na posição 3 Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

O valor negativo -8 significa um torque para o lado contrário do lado dos toquinhos. Enquanto os toquinhos puxam para baixo, os balõezinhos puxam para cima. Sendo assim, para resolver a situação exposta $24 + 8h = 0$,

$$h = \frac{-24}{8} = -3$$

Para P3, os números negativos também são números que dão soluções para os desafios. As equações permitem o trabalho com números naturais, inteiros, negativos, positivos, decimais. No caso da balança para a compreensão dessa dinâmica, por enquanto, estabelece-se que números negativos giram a balança para o lado oposto dos números positivos.

Em face de tudo o que foi exposto, percebe-se que a questão da inserção dos números negativos ainda se configura como uma pergunta, necessitando de discussões entre o grupo de pesquisa.

Quando foi apresentado no grupo o primeiro desafio embasado por P1 sobre a equação -3x=24, P1 aposta em uma solução inicial, a qual acredita resolver a questão. A proposta feita por P1 evidenciava movimentos que supõem um conhecimento prévio do resultado.

Ainda se percebe que o desenho dessas balanças requer mais discussões e estudos. Isso consiste na tentativa do grupo em encontrar uma solução, em resolver o problema. Ademais, é bom que o grupo conheça e esteja bem ciente de todos os possíveis questionamentos, dúvidas antes de implementar as balanças em sala de aula e apresentar aos professores.

Ainda assim, P3 busca uma solução para o desafio. Agora dada por meio da concepção de invólucro.

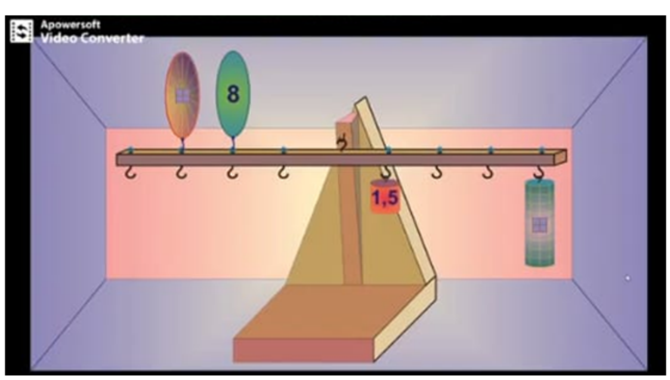

Figura 28: Solução pelo invólucro Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

Tanto para o toquinho quanto para o balãozinho criou-se a ideia deles se tornarem, no início, quando o desafio foi apresentado, como recipientes. Aqui, no lugar do balãozinho, é um balãozinho que é um recipiente. Na verdade, ele esconde um número dentro dele. Esse toquinho também é um recipiente que esconde dentro dele um número. Ambos (balãozinho e toquinho) são recipientes.

O desafio é o seguinte: existe apenas um número que pode ser colocado no balão ou no toquinho. Este número que será colocado dentro dos dois recipientes é um número só e ele resolve o equilíbrio, ou seja, indica o equilíbrio da balança. O desafio consiste na descoberta desse número, que colocado no recipiente do balãozinho e no recipiente do toquinho fará com que a balança permaneça equilibrada.

Buscando uma solução, veja-se que o número é desconhecido, então representado pela letra x. Do lado esquerdo da haste, a posição que está o número é a posição 3 e ele está dentro de um recipiente balãozinho, o que significa que é um -3, pois o balãozinho indica uma rotação para cima.

Do lado direito, o coeficiente é 4 e ele é positivo pois se encontra em um recipiente de um toquinho. Mas o número que está aqui dentro, que é o x, é o mesmo que está do lado esquerdo.

Os números conhecidos são 8 (dentro do balãozinho) e 1,5 positivo (dentro do toquinho).

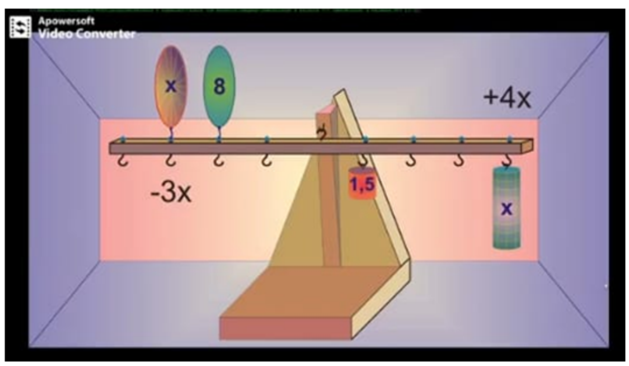

Figura 29: Representação da equação na balança Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

Modelando a situação teremos a seguinte equação: -3x – 16 = 1,5 + 4x. O -16 resulta do 8 na posição 2 sendo balãozinho (negativo).

Vamos colocar os monômios de um lado e os que não têm o x ficarão do outro lado da equação, facilitando o trabalho.

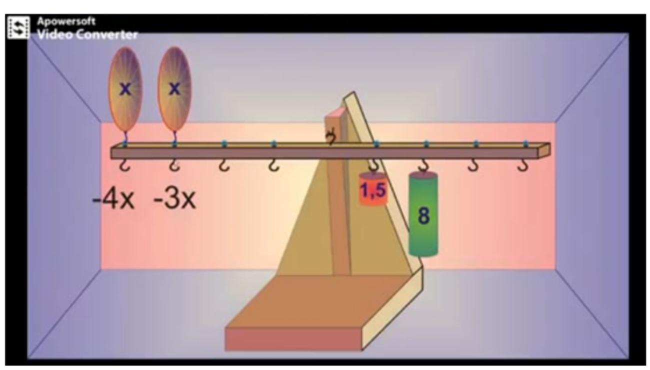

Figura 30: Representação da equação na balança Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

A situação apresentada é exatamente igual à situação apresentada pela Figura 28. A modelagem é: $-3x – 4x = 1,5 + 16$. Assim, tem-se $-7x = 17,5$. O número desconhecido multiplicado por 7 resultará em $17,5$. Para encontrar este número, deverá ser feita uma divisão:

$$-x = \frac{17,5}{7}$$

Assim, $x = -2,5$, que é o resultado da divisão acima. Aplicando na balança:

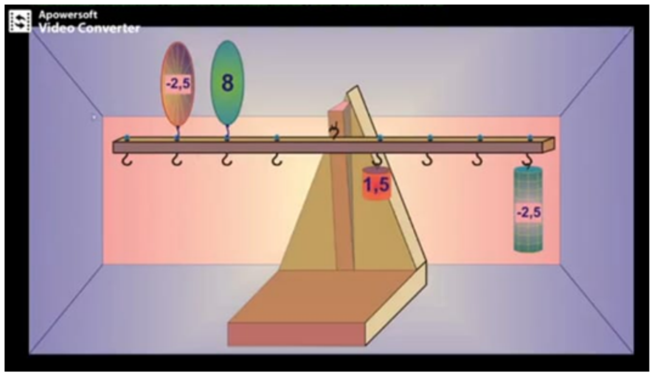

Figura 31: Colocação do valor na balança Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

Os recipientes não apresentam mais o valor desconhecido, mas ele é um valor negativo. Assim, o significado é que o número negativo indica que ele fará o contrário daquilo que o recipiente faz. Então, se o recipiente é negativo, o número lá dentro é negativo. Então equivaleria a um toquinho 2,5, é como se tivesse um toquinho 2,5 porque negativo com negativo. E do lado de cá negativo com positivo, quer dizer o toquinho com um número negativo vai fazer o inverso que seria virar um balãozinho. Ou seja, ter-se-ia ao invés de um toquinho um balãozinho com número 2,5 então porque -2,5 ele obriga o recipiente a fazer o contrário daquilo que ele normalmente faz.

Nessa busca de solução, verifica-se que o que se coloca no início desse desafio é balãozinho e toquinho como número desconhecido. Por ser desconhecido interpreta-se que se ele está dentro de um balãozinho, ele é coeficiente negativo -3. Do outro lado, está na posição 4, positivo porque o recipiente é um toquinho.

Entende-se que, embora essa solução não esteja ainda plenamente compreendida pelo grupo, ela realmente permite uma associação física para negativos que surgem nas equações.

O grupo ainda se reunirá com o objetivo de descobrir como lidar com os números negativos e as equações a partir da balança virtual. Além disso, ainda resta que toda essa experiência formulada seja aplicada em sala de aula, o que irá gerar ainda outros desdobramentos.

O desafio do grupo consiste agora em verificar como os alunos usuários do software compreenderão o significado proposto para os negativos na balança. Em outras palavras, entender que na representação pela balança, o balãozinho, ou mesmo o peso, pode ou não conter um número negativo. O balãozinho tem que estar associado à posição e a posição tem que estar associada ao número que vai do lado da incógnita, o coeficiente.

O avanço do grupo depois dessa discussão foi compreender que, invés do balãozinho ser um número negativo, o balãozinho passa a ser uma posição à qual se atribui um número negativo. Essa posição é representada na equação como coeficiente.

Todas as discussões que permearam o trabalho do grupo de pesquisa tiveram como foco a produção coletiva da balança física, como representação das equações. Tal trabalho evoluiu para a balança virtual, a qual ainda se encontra em construção. Essa era a atividade principal do grupo de pesquisa.

Com base na abordagem da Teoria da Atividade, as pessoas são vistas como envolvidas em várias atividades, que se diferenciam pelo seu objeto. A condição básica é que uma atividade é sempre dirigida a um objeto. Para se estudar uma atividade, inicialmente deve-se identificar o objeto que dá direção às ações do sujeito. Sob esta ótica, o grupo de pesquisa tinha como objeto a construção de uma balança.

Os sujeitos que fazem parte na realização dessa ação, são referidos como comunidade, consoante o modelo de sistema de atividade proposto por Engeströn. No presente estudo, é representado pela equipe de pesquisadores e professores de matemática.

A divisão de tarefas (divisão do trabalho) entre os componentes do grupo, como reuniões, discussões, utilização da balança em sala de aula, foi feita. As regras que se referem às normas explícitas e convenções que restringem a ação dentro do sistema de atividade também forma definidas entre o grupo, estabelecendo-se os códigos de conduta na comunidade e determinando que as discussões seriam feitas e reuniões do grupo de pesquisa.

O instrumento dessa atividade foi definido como o conhecimento do conteúdo, e construção da balança virtual, bem como as ferramentas bastantes para a execução do serviço, como internet/site. A figura abaixo ilustra o modelo de sistema de atividade que representa os relacionamentos básicos em sistemas de mediação da atividade humana proposto por Engeströn (1987), adaptado à atividade do grupo de pesquisa.

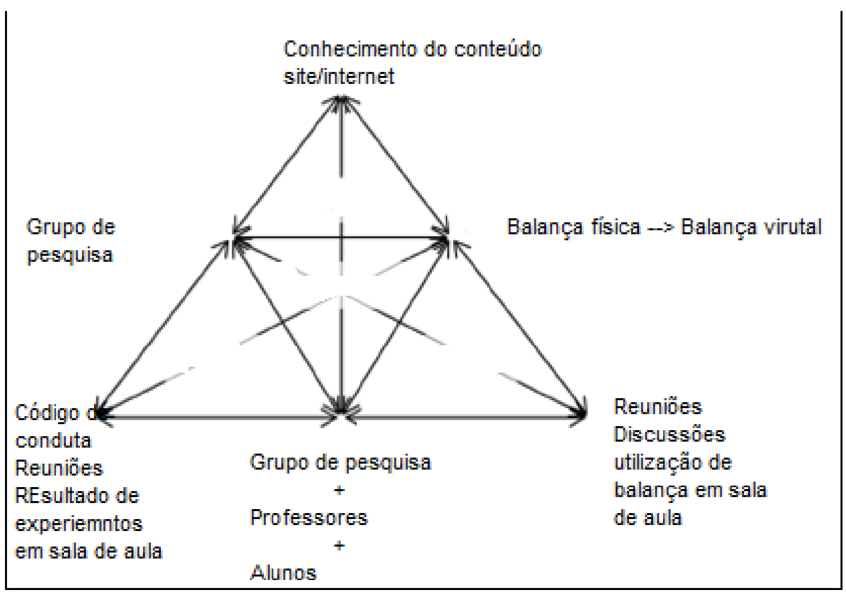

Figura 32: Sistema de atividade do estudo de caso Fonte: Arquivo Eduardo Sarquis.

"A compreensão das ações individuais só será possível se houver a concepção de que o objeto da atividade esteja em constante relacionamento com sujeito, objeto e instrumento, assim como com os mediadores sociais" (FERREIRA, 2018, p. 25).

O sistema de atividade dessa pesquisa foi composto por uma comunidade em que predominava a multiplicidade de ideias, conhecimentos e bagagens, o que Engeströn (2001) definiu como multivocalidade (multivoicedness), que se configura tanto em fonte de problemas quanto em fonte de inovação, o que requer entendimento e negociação por parte dos integrantes do grupo de pesquisa.

Momentos de tensão ocorreram, sobretudo quanto ao fato do surgimento dos números negativos na balança, a ideia da criação da balança virtual. Isso fez com que a atividade tivesse novos desdobramentos.

Ademais, todas as mudanças na estrutura da atividade geraram um novo padrão para ela (um padrão, por enquanto, apenas anunciado, uma possibilidade a ser explorada mais amplamente, inclusive com experimentos em sala de aula), criando a possibilidade de beneficiar uma população maior. Essa mudança se caracteriza como uma transformação expansiva da atividade, como afirma Engeströn (1987). Em decorrência, a transformação produziu aprendizagens expansivas nos sujeitos participantes do grupo de pesquisa.

Assim, uma vez que o grupo se vê diante de um dilema ou contradição, produz-se um questionamento do sentido e do significado daquele contexto no qual a atividade se desenvolve. Em decorrência, o grupo precisa construir contextos alternativos mais amplos para a atividade, o que gera o movimento do grupo, que vai do nível das ações para o nível da atividade. É esse processo que caracteriza uma atividade de aprendizagem expansiva.

No grupo, a situação inicial consistia num desafio: encontrar a melhor maneira de ensinar equações. Essa busca demandou a expansão do conhecimento e a necessidade de levar em consideração a presença dos números negativos na balança. Assim, tem-se a formação de um novo objetivo e motivo, que era o novo modelo de atividade. A apresentação da ideia no congresso e a mudança na balança consistem na etapa aplicação e generalização. Vai-se seguindo, então, com um novo sistema de atividade, que é o aprimoramento da metodologia e a melhora na balança.

Vê-se que a emergência de um novo objeto e mais expandido tem início em uma atividade já consolidada que passa a apresentar problemas:

> Uma vez que a nova atividade começa a tomar forma, e o novo sentido da atividade começa a ser implementado e produzido, é muito provável que a nova atividade possa colidir com outras atividades relacionadas que ainda seguem a velha lógica de produção. Assim, antes de ser capaz de consolidar a nova atividade, o sujeito ou grupo tem de resolver essas tensões com as atividades relacionadas. Se os sujeitos vinculados à atividade conseguem resolver essas tensões, a atividade evolui para a fase de consolidação (FERREIRA, 2018, p. 23).

É importante frisar, então, que o grupo de pesquisa ainda tem muito trabalho pela frente, considerando que a questão dos números negativos ainda não foi resolvida, a balança virtual ainda não foi finalizada e, por causa da pandemia iniciada em 2020, as reuniões ainda não puderam ser presenciais, bem como as aulas presenciais também não foram retomadas. Deve-se dizer, então, que ainda há muito trabalho pela frente.

6 Considerações Finais

O grupo de trabalho, que compõe o objeto de estudo desta pesquisa, reúne professores e pesquisadores e vem estudando e experimentando metodologias para o ensino de ciências e matemática de forma a obter aprimoramento de seu trabalho. Reunião, desenvolvimento de planejamentos de acordo com as necessidades apresentadas por cada integrante e posterior compartilhamento para análises são as ações do grupo que intentam criar e desenvolver metodologias que favoreçam a aprendizagem da matemática, sobretudo da álgebra.

Verificou-se que o processo de aprendizagem de certos conceitos exige o auxílio de algum instrumento que possibilite associar ideias a sensações percebidas durante a experimentação de tais instrumentos. Assim é que as balanças que vêm sendo desenvolvidas pelo grupo de pesquisa – uma física e a outra virtual – são focos de pesquisa, estudo e discussão para que se torne uma ferramenta útil na aprendizagem. Ademais, o processo porque passa o grupo de pesquisa também requer estudo, discussão, pesquisa, experimentação. E esse foi justamente o foco desta pesquisa, que procurou evidenciar o processo de exploração dessa ferramenta – a balança – no qual se envolveram os participantes da equipe ainda na fase de planejamento das ações de campo.

A Teoria da Atividade constituiu o escopo teórico adequado para descrever as ações do grupo de pesquisadores e o processo de aprendizagem vivenciado pelo próprio grupo. O conceito de aprendizagem expansiva, próprio da Teoria da Atividade aqui adotada viabilizou o estudo das conquistas desse grupo nesse processo de planejamento até então assumido pelos integrantes.

As experimentações prévias, como algumas ocorridas em sala de aula em Escolas Municipais de Ouro Branco, MG, permitiram ao grupo o estudo e análise da utilização de uma balança em sala de aula, para verificar a aprendizagem dos alunos com a utilização da balança.

Sob esta ótica, o trabalho específico do grupo de pesquisa é a criação e o desenvolvimento desta balança, até que se chegue a um produto final, uma balança virtual, que possa atender tanto as necessidades do conteúdo quanto as da aprendizagem. Viu-se que houve progressos e também desafios foram surgindo ao longo das utilizações em sala e discussões.

Na fase atual, o intuito é compreender o significado do número negativo na balança, o que exigirá do grupo ainda muitas discussões, estudos, trabalho e aplicação em sala de aula, o que irá gerar ainda outros desdobramentos. Em tempo, as condições colocadas pela pandemia provocaram um atraso na experimentação da balança virtual.

Por outro lado, possibilitou-se o aprimoramento das ferramentas antes de reiniciar os trabalhos de campo.

7 Referências bibliográficas

Referências

[1] AGUIAR, Márcia; COELHO, Flávio Ulhoa. “ A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino”. Estud. av., São Paulo, v. 32, n. 94 (2018).

[2] ASBAHR,Flávia da Silva Ferreira. “A pesquisa sobre a atividade pedagógica: contribuições da teoria da atividade”. Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, n. 29, maio/ago (2020).

[3] BOOTH, Lesley R. “Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra”(2020).

[4] CIVINSKI, Daiana Dallagnoli; BAIER, Tânia. “O sinal de igualdade: dificuldades encontradas por estudantes do ensino fundamental”. In: IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, Ponta Grossa, 27 a 29 nov. 2014.

[5] DUARTE, Newton. “A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação. Perspectiva”, Florianópolis, v.21, n.2, p.229-301. jul./dez. 2003.

[6] DUQUE, Yelitza Lopéz. “Teoria da atividade aplicada ao uso de jogos: um estudo de caso no Museu de Minerais e Rochas.”;2016. 143f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Design.

[7] ENGESTRÖM, Y. “ Learning by expanding. An activity-theoretical approach to developmental research. Helsinki: Orienta-Konsultit Oy,”;1987.

[8] ENGESTRÖM, Y. “ Expansive Learning at Work: toward an activity theoretical reconceptualization. Journal of Education and Work”;v. 14, n. 1, p. 133156, 2001.

[9] ENGESTRÖM, Y. “Aprendizagem por expansão na prática: em busca de uma reconceituação a partir da teoria da atividade”;Cadernos de Educação Universidade Federal de Pelotas, ano 11, n.19:31-64, jul.dez. 2002.

[10] FERREIRA, Maíra Alves. “Maíra Alves. Estudo de proposta de inserção a construção sustentável em comunidade economicamente desfavorecida”;2018. 34f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São João del-Rei, Programa de Pós-Graduação em Tecnologias para o Desenvolvimento Sustentável.

[11] FRANCO, Maria Amélia Santoro. “Pedagogia da pesquisa-ação” Educ. Pesqui., São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005.

[12] GIL, Kátia Henn. “Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra”;2008. 120f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática.

[13] GRYMUZA, Alissá Mariane Garcia; RÊGO, Rogéria Gaudêncio do. “Teoria da atividade: uma possibilidade no ensino de matemática”;Revista Temas em Educação, João Pessoa, v. 23, n. 2, p. 117-138, jul./dez. 2014.

[14] HUANG, Rongjin; KULM, Gerald. “Prospective middle grade mathematics teaches' knowledge of algebra for teaching”, Journal of Mathematical Behavior, v. 31, n. 4, p. 417-430,1971.

[15] HUNTLEY, Mary Ann "Investigating high-school students' reasoning strategies when they solve linear equations";Journal of Mathematical Behavior, v. 26, n. 2, p. 115-139, 2007.

[16] MACAS 2019. Disponível em: ¡https://www.mcgill.ca/macas2019/fr¿. Acesso em 16 de maio de 2021.

[17] MARTINS, Vera Lúcia; NOGUEIRA, Clélia M. "Aprendendo com a balança interativa";2007.

[18] OLIVEIRA, Amanda Alves de; ALMEIDA, Juliane Nassaralla. "O ensino de equações por meio da manipulação de uma balança de pratos"; 2015. 46f. Trabalho (Conclusão de Curso) – Universidade Federal de São João del-Rei, Programa de Pós-Graduação em Matemática.

[19] PAULA, Grace Marisa Miranda de; SOARES, Eduardo Sarquis. "Desenvolvimento do conceito de equação a partir da exploração do princípio da alavanca em balança de pratos";2015.

[20] PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. "Álgebra no ensino básico";2009

[21] QUEROL, Marco Antonio Pereira; CASSANDRE, Marco Pascoal; BULGACOV, Yára Lúcia Mazziotti. "Teoria da atividade: contribuições conceituais e metodológicas para o estudo da aprendizagem organizacional";Gest. Prod., v. 21, n. 2, p. 405-416, 2014.

[22] RIBEIRO, Lacy Ramos Jubé. "Teoria histórico-cultural, teoria da atividade e educação: uma introdução";Educativa, Goiânia, v. 13, n. 1, p. 113-129, jan./jun. 2010.

[23] ROCHA, Florisvaldo de Oliveira. "Aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do ensino fundamental: método da substituição";2010. 172f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do mato Grosso do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

[24] SILVA, Petrônio Fernandes da. "Dificuldades encontradas na resolução de problemas envolvendo equações do 1º grau: uma análise dos erros de uma turma do 8º ano.";2019. 55f. Monografia (Conclusão de Curso) – Universidade Federal da Paraíba, Centro de Ciências aplicadas e Educação.

[25] TRIPP, David. "Pesquisa-ação: uma introdução metodológica"; Educ. Pesqui., São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, 2005. Indian J. Pure. Appl. Math. 15, 301-304, 1984.

[26] VLASSIS, Joëlle. "The balance model: hindrance or support for the solving of linear equations with one unknown";Educational Studies in Mathematics. V. 49, n. 3, p. 341-359, 2002.