

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
PROFMAT**

BEATRIZ LESTCH DA SILVEIRA

**INTERPRETAÇÕES DE PROBABILIDADE CONTEMPLADAS NAS
COLEÇÕES DE MATEMÁTICA DO PNLD – 2021 PARA O NOVO ENSINO
MÉDIO**

DISSERTAÇÃO

PATO BRANCO

2021

BEATRIZ LESTCH DA SILVEIRA

**INTERPRETAÇÕES DE PROBABILIDADE CONTEMPLADAS NAS
COLEÇÕES DE MATEMÁTICA DO PNLD – 2021 PARA O NOVO ENSINO
MÉDIO**

**Probability interpretations included in the National Textbook Program –
Math collections – 2021 for the New High School**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Dr. Carlos Alexandre Ribeiro Martins

PATO BRANCO

2021



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Atribuição – Uso Não Comercial (CC BY_NC) - Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho para fins não comerciais e, embora os novos trabalhos tenham de lhe atribuir o devido crédito e não possam ser usados para fins comerciais, os usuários não têm de licenciar esses trabalhos derivados sob os mesmos termos.



BEATRIZ LESTCH DA SILVEIRA

**INTERPRETAÇÕES DE PROBABILIDADE CONTEMPLADAS NAS
COLEÇÕES DE MATEMÁTICA DO PNLD – 2021 PARA O NOVO ENSINO
MÉDIO**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Profissional em Matemática para a Escola Básica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática.

Data de aprovação: 26 de Novembro de 2021

Prof Carlos Alexandre Ribeiro Martins, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Everton Artuso, Doutorado – Universidade Federal da Fronteira Sul

Prof Moisés Aparecido do Nascimento, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 26/11/2021.

Dedico este trabalho às minhas filhas Roberta e Luiza e ao meu esposo, Adilson.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus, por ter me capacitado a enfrentar essa árdua tarefa, desde o momento do ingresso no programa de mestrado até a conclusão do curso.

A todos os professores, coordenação e funcionários do Profmat, sempre atenciosos, dedicados e prestativos, realizando seu trabalho com dedicação e nos ajudando sempre que necessário.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPB, por manter e apoiar um programa de mestrado voltado às necessidades de formação continuada dos professores de Matemática que atuam na rede educação básica.

À Coordenação Nacional do Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional,  pelo apoio ao polo de Pato Branco - Paraná.

À Sociedade Brasileira de Matemática,  por estar junto com o Profmat, apoiando o programa desde o seu início

Ao professor Dr. Carlos Alexandre Ribeiro Martins por ter aceitado o desafio da minha orientação.

Aos professores Everton Artuso, Moises Aparecido do Nascimento e João Biesdorf, pelas valiosas contribuições que apresentaram durante a defesa da dissertação, melhorando o texto final.

Agradeço a todos (as) colegas de curso e a todas as pessoas que de alguma maneira contribuíram para o desenvolvimento dessa dissertação.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior,  pelo apoio financeiro disponibilizando a bolsa de estudos, conforme código de vinculação – contrato nº 5740622, o que muito ajudou na realização do curso.

RESUMO

LESTCH, B. Interpretações de probabilidade contempladas nas coleções de Matemática do PNLD – 2021 para o Novo Ensino Médio. 2021. 89 f. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, PR, 2021.

Neste trabalho são analisadas de forma qualitativa e quantitativa, dados e informações acerca do conteúdo específico de probabilidade e suas possíveis interpretações, presentes nas dez coleções de Matemática aprovadas no âmbito do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD – 2021 para o Novo Ensino Médio, dentro do Edital 03/2019, referentes ao Objeto 2 – Obras por área de conhecimento: obras específicas. Essas obras foram submetidas à avaliação no primeiro semestre de 2021, disponibilizadas para a escolha das escolas no segundo semestre de 2021, para serem distribuídas à rede pública da educação básica do Brasil em 2022. O objetivo principal do estudo está voltado a identificar e descrever características das coleções de modo a subsidiar a instrumentalização didática quanto à utilização das obras a partir do próximo ano, no que se refere ao tema probabilidade. Considerando que para o estudante, o livro didático constitui a principal fonte de acesso ao conhecimento científico elaborado e para o professor, representa o principal recurso didático disponível para guiar seu trabalho didático, a partir da análise destas obras, procurou-se identificar quais dentre as interpretações de probabilidade: clássica, frequentista, geométrica e subjetiva, estavam contempladas nos textos. Os dados quantitativos coletados referem-se à quantidade de páginas destinadas a tratar o tema em cada volume específico da coleção, natureza e quantidade de exercícios resolvidos apresentados, quantidade de exercícios propostos e a quantidade de exercícios voltados para o Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM e vestibular. A partir desses dados, geraram-se tabelas e gráficos, de forma a subsidiar comparações e conclusões. No aspecto qualitativo analisou-se o conteúdo de probabilidade tratado, quanto à natureza dos espaços amostrais envolvidos e quanto à presença ou não das interpretações de probabilidade indicadas. Observou-se que todas as coleções contemplam a interpretação clássica de probabilidade a partir de espaços amostrais discretos. A abordagem frequentista é tratada em sete coleções, algumas de forma completa e outras, apenas nos exercícios. Por outro lado, a interpretação subjetiva é tratada em apenas um texto, enquanto a interpretação geométrica está ausente de todos os textos. A partir dos dados coletados conclui-se que para atender a orientações contidas na BNCC – Base Nacional Comum Curricular, a qual recomenda que o estudante deva ser capaz de identificar a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, de diferentes interpretações e implicações para o cálculo de probabilidades, qualquer uma das dez coleções que venha a ser adotada pela escola a partir de 2022, deverá ter seu texto complementado com informações referentes às diferentes abordagens desse conteúdo, bem como complementar o rol de exercícios destinados à fixação dos conteúdos.

Palavras-chave: Livro Didático. Probabilidade. Interpretações: clássica, frequentista, geométrica, subjetiva.

ABSTRACT

LESTCH, B. Probability interpretations included in the National Textbook Program – Math collections – 2021 for the New High School. 2021. 89 f. Master's Dissertation – Postgraduate Program in Mathematics in National Network. Federal Technological University of Paraná. Pato Branco, PR, 2021.

In this work data and information about the specific content of probability and its possible interpretations present in the ten collections of Mathematics approved under the National Textbook Program - 2021 for the New High School, within of Notice 03/2019, referring to Object 2 - Works by area of knowledge: specific works are analyzed qualitatively and quantitatively. These works were submitted for evaluation in the first semester of 2021, made available for the choice of schools in the second semester of 2021, to be distributed to the public basic education network in Brazil in 2022. The main purpose of the study is aimed at identifying and describing characteristics of the collections in order to subsidize the didactic instrumentalization concerning the use of the works from the next year, regarding the probability theme. Considering that to the student the textbook is the main source of access to elaborated scientific knowledge and for the teacher it represents the main teaching resource available to guide their teaching work, from the analysis of these works, we tried to identify which among the probability interpretations: classical, frequentist, geometric and subjective, were included in the texts. The quantitative data collected refer to the number of pages intended to deal with the topic in each specific volume of the collection, number of solved exercises presented, number of proposed exercises and the number of exercises aimed at the National High School Exam and entrance exam. From these data, tables and graphics were generated in order to support comparisons and conclusions. In the qualitative aspect, the treated probability content was analyzed, regarding the nature of the sample spaces involved and concerning the presence or not of the indicated probability interpretations. It was observed that all collections include a classical interpretation of probability from discrete sample spaces. The frequentist approach is treated in seven collections, some in a complete way and others only in exercises. On the other hand, subjective interpretation is dealt with in only one text, while geometric interpretation is absent from all texts. From the collected data, it is concluded that to attend the guidelines contained in the Common National Curriculum Base, which recommends that the student should be able to identify the existence of different types of, discrete or not, sampling spaces, of different interpretations and implications for the probability calculation, any of the ten collections that is going to be adopted by the school from 2022, should have its text complemented with information regarding the different approaches of this content, as well as complementing the list of exercises aimed at fixing the contents.

Keywords: Textbook. Probability. Interpretations: classic, frequentist, geometric, subjective.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	4
2	ASPECTOS RELATIVOS AO NOVO ENSINO MÉDIO, a BNCC e o PNLD 2021	12
	2.1 Sobre a Lei nº 13.415/2017 – Reforma do Ensino Médio	12
	2.2 A Base Nacional Comum Curricular – BNCC	13
3	PROBABILIDADE – CONCEITOS E INTERPRETAÇÕES	31
	3.1 Experimento aleatório, espaço amostral e evento	31
	3.2 Probabilidade: Interpretações possíveis	36
4	PNLD 2021 – OBRAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA	49
	4.1 Dados Tabelados	70
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
	REFERÊNCIAS	81

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se, inicialmente, o tema foco do trabalho, o contexto, motivação e justificativa para a escolha do mesmo e a questão que se pretende discutir e responder.

Em seguida, então, anuncia-se o objetivo geral e os objetivos específicos a serem alcançados, bem como os aspectos metodológicos da pesquisa, considerando a natureza da mesma como a descrição do processo de coleta, organização e análise dos dados, bem como outras informações importantes sobre a mesma. Na parte final, também, deixa-se uma descrição sucinta contendo o que os capítulos seguintes da dissertação contemplam para que o leitor tenha uma ideia antecipada da estrutura do trabalho.

Cabe ao profissional de educação atuante na rede pública de ensino fundamental e médio, refletir sobre o seu papel de educador e buscar posicionar-se como sujeito atuante, preocupado com a busca de novas metodologias capazes de contribuir com a melhoria do processo de ensino-aprendizagem da Matemática escolar. Nesse sentido, concordamos que,

o educador matemático tende a conceber a Matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social de crianças, jovens e adultos [...] tende a colocar a Matemática a serviço da educação (FIORENTINI, 2006, p. 3).

Considerando este ambiente didático e a utilização do livro no trabalho docente como recurso importante, a motivação para realizar este trabalho advém, principalmente, da reflexão e da tomada de consciência sobre a necessidade de buscarmos constantemente melhorar nossa prática como profissionais da educação. Nesse contexto, levando-se em conta que a utilização do livro didático é um recurso preponderante para o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem, percebeu-se a necessidade de buscar um tema que relacionasse esses dois elementos: a prática didática e o principal recurso envolvido na mesma.

Em relação ao livro didático, no contexto da educação básica brasileira, sabe-se que o mesmo se constituiu e ainda permanece como um elemento fundamental para o acesso dos estudantes ao conhecimento científico

elaborado. Para o professor, este representa um dos recursos didáticos disponível para ser utilizado no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Em muitos casos, funcionando como guia exclusivo do seu trabalho docente.

Sobre a história, evolução da sua oferta e utilização, tem-se que o primeiro programa oficial sobre a adoção de livro didático no Brasil foi estabelecido pelo Decreto-Lei nº 1.006, de 30/12/38, o qual instituiu a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD). Essa comissão estabeleceu sua política de legislação e controle da produção e distribuição do livro didático em nosso país e conferia se os livros didáticos cumpriam os programas oficiais de ensino. Desde então, essa política pública evoluiu passando por ajustes buscando acompanhar a evolução do conhecimento e o aparecimento de novas tecnologias.

Em função de diversos fatores como a organização, precisão e clareza na exposição dos conteúdos, o livro didático se constitui como principal recurso didático disponível para que o professor possa instrumentalizar seu trabalho didático. Para o estudante, o livro didático é, também, como apontado no início, a mais importante fonte de acesso ao conhecimento científico sistematizado.

Assim acredita-se que realizar uma pesquisa envolvendo o tema probabilidade, no contexto do livro didático, será importante para enriquecer a prática docente, dada a abrangência, necessidade na vida prática do estudante, fortalecimento do processo ensino-aprendizagem e melhoria da relação escola e comunidade científica.

Diante da necessidade de instrumentalização didática, são frequentes as tentativas de se disseminar e implantar novas metodologias de ensino de Matemática no âmbito das escolas públicas da rede ensino.

Na maioria das vezes não se trata de trazer novidades metodológicas viáveis, mas apenas repaginar aquilo que já estava sendo executado no trabalho didático e apresentá-lo como novidade, sobrecarregando os docentes com “o mais do mesmo”. Portanto, torna-se necessário buscar alternativas metodológicas capazes de contribuir positivamente com o trabalho didático e que, contribuam para que se possa melhorar a cada dia o processo de ensino-aprendizagem.

Sabe-se, pelo resultado dos exames oficiais, que o desempenho dos estudantes da escola pública do Paraná não apresenta resultados satisfatórios, acompanhando a realidade nacional. A cada divulgação de resultado a mídia enfatiza o baixo desempenho dos estudantes brasileiros comparado com países semelhantes em desenvolvimento e até inferiores ao Brasil neste aspecto. A Matemática, neste contexto, quase sempre aparece com índices baixos no que se refere aos resultados obtidos nessas provas.

Em função da carga horária semanal elevada, de aulas, que a maioria dos profissionais de educação está submetida, praticamente não sobra tempo para se refletir e buscar novas perspectivas para instrumentalizar a atuação didática. Diante deste cenário e consciente dessa necessidade, buscamos subsídios para tentar melhorar o que estamos fazendo, pois os resultados estão aí para mostrar que há deficiência no processo de ensino e aprendizagem de nossos estudantes.

Nesse contexto e percebendo a necessidade de capacitação continuada a fim de tentar superar as deficiências e limitações, considera-se importante participar dos cursos de capacitação oportunizados pela SEED - Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Mas é preciso ir além, buscando-se outros caminhos teóricos e metodológicos capazes de contribuir nesse processo de capacitação. Nesse sentido, a pós-graduação apresenta-se como uma alternativa viável.

Neste cenário e falando-se um pouco mais sobre a realidade do trabalho docente diário em sala de aula na rede pública de ensino do Estado do Paraná, o governo estadual adota como política pública a utilização do livro didático como guia de ensino. Acredita-se que seja muito importante a utilização desse recurso didático para que se possa dar celeridade no acesso aos conteúdos científicos historicamente elaborados. Porém, na maioria das vezes não se tem segurança se a sequência, se a quantidade de atividades, qualidade dos conteúdos e profundidade com que os mesmos são contemplados nesse material são suficientes para que possamos utilizá-lo no processo educativo, e obter, os resultados desejados pela escola, pelo professor, pela sociedade e, principalmente, pelo estudante.

A partir desse cenário até certo ponto angustiante, surgiu a motivação para buscarmos um curso de formação continuada no qual pudéssemos desenvolver alguma pesquisa no sentido de analisar aspectos relevantes deste importante elemento da prática docente – o livro didático.

Sobre a busca por cursos de pós-graduação, destaca-se o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, ofertado pela UTFPR – Pato Branco, como uma alternativa. Ao visitar a página do programa buscando informações, percebe-se que este programa tem o objetivo de oferecer a oportunidade de melhoria na formação profissional do professor de Matemática, em especial o aprofundamento do conhecimento matemático e também acessar novas metodologias de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, necessários à sua instrumentalização para melhor desempenhar as funções profissionais.

Após o processo seletivo de 2018 e o ingresso no programa, na turma de 2019, com o desenrolar das disciplinas e dicas dos professores, alguns temas de pesquisa surgiram como alternativas. Dentre estes, a análise de conteúdos apresentados em livros didáticos chamou atenção, devido às suas características, qualidades, afinidade com a atividade docente e potencial de aplicação. Foi, então, essa a direção tomada no sentido da escolha inicial do tema e os primeiros passos para organizar essa pesquisa.

Então, considerando a importância destacada que o livro didático assume no cenário educacional, como recurso didático essencial e o que foi exposto anteriormente, considerou-se ser de alta relevância a opção em focar na análise do seu conteúdo no sentido de gerar considerações, conclusões e opiniões que poderiam ser compartilhadas com outros docentes e que poderiam auxiliá-los no aspecto relativo à instrumentalização didática.

Nos primeiros passos do trabalho, utilizaram-se como fonte de dados, as coleções aprovadas no âmbito do Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD - 2018 e que foram utilizadas nas escolas públicas entre os anos de 2019 e 2021. Ou seja, partiu-se das coleções em uso atualmente, porém já contando os últimos meses do seu uso. Pensou-se que não haveria tempo hábil para o acesso e análise compor este trabalho das novas coleções, ou seja, àquelas aprovadas no âmbito do Edital 03/2019, e que seriam

disponibilizadas para no período de 2022 a 2024. Essa limitação, felizmente foi superada e assim que a publicação da lista de obras homologadas foi publicada na Portaria nº 68 de 02 de junho de 2021, optou-se por utilizar de forma oficial o texto das obras de Matemática para o Novo Ensino Médio, homologadas. De fato, tal situação impôs a tarefa de reiniciar as análises. Porém, como destacado acreditou-se que dada à atualidade da fonte de dados principal, seria um ponto positivo para o trabalho. Optou-se, então, por descartar as análises feitas e refazê-las a partir das novas obras. Ao todos foram aprovadas 10 coleções, todas aqui catalogadas e analisadas.

No quarto capítulo analisou-se cada uma dessas obras em relação aos aspectos de interesse dessa pesquisa. Como resultados desta análise tem-se a coleta dos dados.

A principal dificuldade encontrada no início foi qual conteúdo escolher para focar a pesquisa, dado que seria inviável, analisar todos os volumes de todas as coleções. Poderíamos escolher temas importantes como funções, trigonometria, logaritmos, estatística, geometria plana ou espacial, por exemplo.

Dentre os diversos conteúdos, escolhemos o tema probabilidade, dada a sua importância na formação do estudante, sua abrangência e também considerando a grande quantidade de situações do dia-a-dia onde a mesma pode ser aplicada. Além disso, o conteúdo é trabalhado, em geral, nos anos finais do ensino médio, onde os estudantes já estão mais maduros e buscando uma direção, com relação à escolha de uma carreira universitária ou profissional e o estudo de probabilidades apresenta um vasto campo de possibilidades de aplicações. Para dar alguns exemplos, ao terminar o ensino médio, o estudante prestará o ENEM, no qual há questões abordam esse conceito. Também, ao tentar alguma carreira e concursos públicos, geralmente há questões de probabilidade. Assistindo a um telejornal, onde se apresenta a previsão do tempo ou então, a previsão de crescimento do PIB, por exemplo, são aplicações práticas desse conceito.

Após demarcar o trabalho docente como campo de pesquisa e a utilização do livro de Matemática, como principal recurso didático, disponível para auxiliar o professor no seu trabalho, anunciamos o tema de pesquisa

nesse contexto. Aqui trataremos do conteúdo matemático específico probabilidade e suas possíveis interpretações. Dentre as interpretações possíveis para probabilidade, o interesse aqui recairá nas chamadas interpretações: clássica, frequentista, subjetiva e geométrica.

Uma vez escolhido este tema como foco de pesquisa, precisamente, busca-se responder à seguinte questão:

Quais são as interpretações para o conceito de probabilidade, contempladas nas coleções de livros didáticos de Matemática para o Novo Ensino Médio aprovadas no âmbito do PNLD-2021?

O objetivo principal desta pesquisa está centrado na tarefa de identificar as interpretações de probabilidade que estão contempladas nas coleções de Matemática para o Novo Ensino Médio, aprovadas no âmbito do PNLD – 2021 e que serão disponibilizadas para toda a Rede Pública de Ensino no Brasil para o período mínimo de 2022 até 2024.

Como pontos fortes desta pesquisa destacam-se a sua atualidade, dado que a fonte de dados para a mesma é a mais atual possível no contexto do livro didático para as escolas públicas brasileiras, pois como destacado acima, é composta pelas dez coleções aprovadas no último edital do PNLD.

Outro ponto importante desta pesquisa é que o processo de análise do conteúdo específico, probabilidade, em seus aspectos quantitativos e qualitativos poderá ser replicado e utilizado por outros professores, de forma análoga, para analisar outros conteúdos, seguindo os mesmos passos aqui executados.

Portanto, acredita-se que este trabalho contribuirá com a comunidade docente, podendo servir de base, como sugestão, para que outros profissionais da educação possam analisar outros conteúdos específicos de Matemática, nessa perspectiva, podendo, portanto, reproduzi-lo, adaptá-lo e modificá-lo de acordo com suas necessidades, mediante o que julgarem necessário.

A seguir, apresentam-se considerações a fim de indicar a natureza desta pesquisa, os procedimentos que serão adotados, desde a coleta de dados até a sua organização, as análises e demais elementos que serão utilizados para se obter as conclusões e fazer as considerações finais.

Para atender aos objetivos deste trabalho, optou-se por realizar uma pesquisa de natureza bibliográfica exploratória, tendo como fonte de dados livros didáticos, teses e dissertações e artigos científicos relacionados ao tema.

Sobre a natureza da pesquisa, conceitualmente,

Dizemos que uma pesquisa é exploratória ou diagnóstica quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco conhecida, resolver realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela. (FIORENTINI, 2006, p. 70)

Ainda sobre essa modalidade de pesquisa, Triviños (2008), esclarece que “os estudos exploratórios permitem ao investigador aumentar sua experiência em torno de determinado problema”.

Para analisar os dados coletados e tabelados, será utilizada a metodologia de análise de conteúdo. Sobre esse método, Triviños citando Bardin (1977), escreve que o mesmo é “um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, obter indicadores quantitativos ou qualitativos, que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) das mensagens”.

Basicamente, no método de análise de conteúdo, o objeto de estudo é o registro em si, presente em um texto, por exemplo. Para a sua aplicação, de acordo com Triviños (2008), é necessário cumprir três etapas: análise prévia, descrição analítica e interpretação referencial.

No segundo capítulo descreve-se o marco legal que cerca a utilização do livro didático, principalmente no que se refere aos documentos oficiais, destacando-se o Edital nº 03/2019 e a BNCC – Base Nacional Comum Curricular, a qual orienta a reorganização curricular a partir da qual se dará a implantação das novas diretrizes para o Ensino Médio.

No terceiro capítulo apresentamos os conceitos fundamentais sobre probabilidade, entre os quais: experimento aleatório, espaço amostral, evento, e, principalmente, suas possíveis interpretações, como forma de revisar conceitos e ampliar a base Matemática acerca do assunto. A apresentação das possíveis interpretações para o conceito de probabilidade servirá de referência para a coleta de dados que faremos, a partir das coleções de livros didáticos.

Após olhar para o marco legal, visitar os conceitos matemáticos relativos às interpretações de probabilidade, chega-se ao momento de analisar cada coleção, coletar os dados e organizá-los. Esta tarefa é descrita no quarto capítulo. Para tal, em um primeiro momento, identificaremos cada coleção e qual dos seus seis volumes é aquele que contempla o tema probabilidade. Após a análise do volume específico anota-se a presença ou não de cada uma das abordagens dentre as citadas. Assim, o objetivo geral estará atendido.

Além disso, serão coletados dados referentes a outros aspectos como: número de páginas dedicadas ao tema em cada volume, natureza dos exercícios utilizados para trabalhar o conteúdo e natureza dos espaços amostrais presentes nos textos.

No quinto capítulo, de posse dos dados coletados e considerando as estatísticas produzidas a partir dos mesmos, apresentam-se as análises qualitativas e quantitativas, fornecendo a base para as considerações finais e, conseqüentemente, a emissão de uma série de conclusões relevantes sobre os aspectos positivos e negativos da utilização de cada uma dessas novas coleções de Matemática para o Novo Ensino Médio, como recurso didático para o ensino de probabilidade. Por fim, deixam-se perspectivas de trabalhos futuros que podem dar continuidade, complementar e enriquecer esta pesquisa, e, também, uma lista de referências a partir das quais foi construída a base teórica deste trabalho.

2 ASPECTOS RELATIVOS AO NOVO ENSINO MÉDIO, a BNCC e o PNLD 2021

2.1 Sobre a Lei nº 13.415/2017 – Reforma do Ensino Médio

Neste capítulo, descreve-se o marco legal que cerca a utilização do livro didático no âmbito das escolas públicas do sistema educacional brasileiro. Tendo como ponto de partida a Lei nº 13.415/2017, que altera a LDB nº 9394/1996, a qual conduz às modificações e atualizações nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Novo Ensino Médio em 2018, culminando com a homologação da Base Nacional Comum Curricular – Etapa Ensino Médio em Dezembro de 2018.

O contexto educacional brasileiro, a partir da promulgação da Constituição Federal de 1988, tem seus efeitos práticos gerados a partir da Lei nº, 9394/1996 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). De fato,

Com a promulgação dessa lei, a educação básica tornou-se oficialmente um nível da educação nacional, tendo sua composição definida em três etapas: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. (RAMOS, 2017, p. 1)

A despeito de todas as alterações no âmbito educacional brasileiro, provocadas desde então, faz-se um corte temporal a fim de se chegar à Lei nº 13.415/2017, que propõe as bases para o Novo do Ensino Médio, o qual compõe a terceira etapa da educação básica. Nesta lei são estipulados os objetivos, diretrizes e, também, discriminados os conteúdos que devem fazer parte do currículo e sua divisão em cinco itinerários formativos. De acordo com o artigo 36, estabelece que,

O currículo do ensino médio será composto pela Base Nacional Comum Curricular e por itinerários formativos, que deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino, a saber: I - linguagens e suas tecnologias; II - Matemática e suas tecnologias; III - ciências da natureza e suas tecnologias; IV - ciências humanas e sociais aplicadas; V - formação técnica e profissional. (BRASIL, 2017, p. 468)

As consequências dessas alterações terão que ser acompanhadas e analisadas durante a sua implantação. Este tema não é objeto desta pesquisa, porém, de antemão, buscou-se a leitura de trabalhos que apontassem pontos positivos e negativos sobre os possíveis efeitos de tais mudanças.

Para descrever a relação entre o que estabelecia a Lei nº 9394/1996 e as possíveis consequências das mudanças inseridas com a promulgação da Lei nº 13.415/2017, destaca-se que:

A partir dessa análise, é possível inferir que a promoção da divisão do currículo em cinco itinerários formativos abre caminhos para um possível estímulo à visão utilitarista do conhecimento, encadeado ao reforço da concepção newtoniana - cartesiana, intensificando, com isso, à dualidade estrutural do ensino (propedêutico e profissional) em detrimento da abrangência de finalidades do ensino médio proposta pela LDB nº 9394/1996. Entende-se que se faz necessário superar a visão dualista entre formação para o trabalho e formação intelectual, buscando um ensino capaz de valorizar uma formação integral. (RAMOS, 2017, p. 1)

Mesmo com todos os avanços implantados a partir da LDB nº 9394/1996 não foi possível resolver a questão da dualidade, acima apontada, no sistema de ensino: formar para o trabalho ou formar para a vida (acadêmica, inclusive). Esse dilema está, como destacado por Ramos e Heinsfeld (2017, p. 9), “envolto de questões econômicas, políticas e sociais”, e que “por intermédio da Lei nº 13.415/2017, poderá vir a aprofundar o abismo já existente entre o ensino propedêutico/profissionalizante e o detrimento da formação humana”.

Mesmo não sendo o foco desta pesquisa, questões dessa natureza são importantes e, mesmo sem discuti-las, deixa-se aqui esta observação.

2.2 A Base Nacional Comum Curricular – BNCC

Após um longo período de debates, audiências públicas, discussões envolvendo segmentos da sociedade civil, especialistas em Educação e profissionais ligados ao setor, chegou ao texto final da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), editada pelo Governo Federal em 2017, compreendendo-se que a mesma

[...] é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais

que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação...orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. (BRASIL, 2018, p. 7)

Esta Base Nacional Comum Curricular está centrada no conceito de competência. Em seu texto define

[...] competência como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e sócioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2018, p. 9)

Em linhas gerais, então, este documento constitui-se em um referencial nacional dos objetos de conhecimento, das competências e das habilidades que precisam ser desenvolvidas ao longo da educação básica, na formação dos estudantes, para que se possa garantir um conjunto de aprendizagens essenciais, buscando o seu desenvolvimento integral por meio da integralização de dez competências gerais. A título de identificação, para ter uma ideia do seu conteúdo, apresenta-se a seguir, o excerto inicial de cada uma delas.

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos ...;
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências ...;
3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais ...;
4. Utilizar diferentes linguagens ...;
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação ...;
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais ...;
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações ...;
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional ...;
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação ...;

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação ...

O texto completo daquelas relacionadas ao conteúdo deste trabalho serão apresentadas integralmente mais tarde e as demais, podem ser consultadas no documento oficial.

A BNCC, mesmo tendo caráter normativo, não deve ser confundida com o currículo a ser adotado pela escola. De fato, os objetos de conhecimentos definidos como obrigatórios na BNCC devem representar sessenta por cento do currículo a ser desenvolvido. A outra parte deverá ser diversificada atendendo as particularidades regionais e as demandas específicas das comunidades escolares.

Ainda, com o objetivo de esclarecer esta relação entre BNCC e currículo, o texto aponta que os mesmos,

[...] têm complementares para assegurar as aprendizagens essenciais definidas para cada etapa da Educação Básica, uma vez que tais aprendizagens só se materializam mediante o conjunto de decisões que caracterizam o currículo em ação. (BRASIL, 2018, p.16)

Os dados a serem analisados neste trabalho, como apontado no início deste capítulo, são os livros didáticos aprovados no âmbito do PNLD, para o chamado novo ensino médio. Este adjetivo é atribuído em função de que tais coleções já devem contemplar os aspectos da Lei nº 13.415, de 16 de Fevereiro de 2017 e também as competências e habilidades estabelecidas na BNCC de 2018.

O ensino médio, no contexto da educação básica brasileira, é definido na BNCC, como sendo [...] “a etapa final da Educação Básica, direito público subjetivo de todo cidadão brasileiro”. (BRASIL, 2018, p. 461)

As mudanças sociais e tecnológicas provocam rápidas transformações no mundo e em nosso país, impondo novos desafios aos estudantes e profissionais da educação. Para atender às necessidades de formação geral, indispensáveis ao exercício da cidadania e à inserção no mundo do trabalho, e responder à diversidade de expectativas dos jovens quanto à sua formação, a escola que acolhe nossos jovens precisa estar comprometida com a educação integral dos estudantes e colaborando com a construção de seu projeto de vida.

Para orientar essa atuação, torna-se determinante atentar para as finalidades do Novo Ensino Médio, que de acordo com o que transcreve a BNCC, são:

I – a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos; II – a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores; III – o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico; IV – a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina. (BRASIL, 2018, p. 464)

Para se atingir tais finalidades muitas demandas devem ser atendidas. Uma das mais importantes é repensar a organização curricular vigente para esta etapa da formação básica dos nossos estudantes, a qual apresenta um excesso de componentes curriculares e abordagens pedagógicas descoladas das manifestações culturais juvenis, do mundo do trabalho, das perspectivas tecnológicas e dinâmicas sociais.

Sobre essa necessidade de ajuste e substituição do modelo único de currículo do Ensino Médio vigente, por um modelo diversificado, flexível e dinâmico, a Lei nº 13.415/2017 alterou a LDB 9394/1996 no seu Art. 36, estabelecendo que, conforme trecho transcrito na BNCC,

O currículo do ensino médio será composto pela Base Nacional Comum Curricular e por itinerários formativos, que deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino, a saber: I – linguagens e suas tecnologias; II – Matemática e suas tecnologias; III – ciências da natureza e suas tecnologias; IV – ciências humanas e sociais aplicadas; V – formação técnica e profissional. (BRASIL, 2018, p. 468)

Assim, os currículos do novo ensino médio serão compostos pela formação geral básica, articulada aos itinerários formativos.

A organização do Novo Ensino Médio, posta nessas bases, será composta por áreas do conhecimento, prevendo a oferta dos itinerários

formativos, destinados ao aprofundamento acadêmico em uma ou mais áreas do conhecimento ou para a melhoria da formação técnica e profissional. Essa estrutura tem na flexibilidade seu principal princípio de organização curricular, o qual permite a construção de currículos e propostas pedagógicas que atendam as demandas locais e aos múltiplos interesses dos estudantes.

A BNCC para o novo ensino médio, como apontado anteriormente, está organizada, conforme preconiza a LDB, por áreas do conhecimento, as quais são: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. Essa estrutura tem por finalidade integrar dois ou mais componentes curriculares.

Em cada uma dessas áreas, busca-se o desenvolvimento de competências e habilidades, as quais orientam as aprendizagens essenciais que devem ser atingidas, recomendando-se que ambas devem estar articuladas aos itinerários formativos propostos. Tais itinerários formativos são estruturados de acordo com as demandas e necessidades dos diferentes sistemas, redes e escolas, conforme previsto na Lei nº 13.415/2017.

A Figura 1, a seguir, extraída do texto da BNCC, sintetiza a estrutura e a relação entre as competências gerais e os itinerários formativos:

Figura 1 – Estrutura do Novo Ensino Médio



Fonte: Brasil (2018)

Daqui em diante, voltemo-nos à área da Matemática, buscando dentro da BNCC, localizar as competências e habilidades estabelecidas para o tema probabilidade. Esse entendimento servirá de subsídio para a análise do conteúdo específico de probabilidade em cada coleção do livro didático no âmbito do PNLD – 2021/2024.

Sobre a progressão das aprendizagens essenciais em Matemática, enquanto no Ensino Fundamental, o foco está na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à formulação, resolução e interpretação de resultados em problemas em contextos diversos,

No Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL, 2018, p. 471)

Quanto aos itinerários formativos, a BNCC estabelece ainda, que os mesmos são indicados como estratégias de flexibilização na elaboração da proposta curricular a ser adotada no Ensino Médio, podendo ser estruturados, segundo o interesse dos estudantes, visando uma área do conhecimento, a formação técnica e profissional, a mobilização de competências e habilidade de diferentes áreas, integrando-as. No que se refere à Matemática e suas tecnologias, os itinerários são destinados ao

[...] aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho, estruturando arranjos curriculares que permitam estudos em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topologia, robótica, automação, inteligência artificial, programação, jogos digitais, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino. (BRASIL, 2018, p. 468)

Após apontar alguns aspectos dos itinerários formativos, destacam-se aspectos da BNCC relativos à área de Matemática e suas Tecnologias, na qual está inserido o tema dessa pesquisa.

Precisamente, para o Ensino Médio, a BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias, “propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental”. (BRASIL, 2018, p. 527)

Para que esses objetivos sejam atingidos, os estudantes precisam desenvolver um conjunto de “habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas”. (BRASIL, 2018, p. 527). Como ponto de partida para o desenvolvimento dessas habilidades, a formação dos estudantes no Ensino Médio, terá que garantir o desenvolvimento de um conjunto competências gerais relacionadas ao ato de raciocinar, representar, comunicar e argumentar.

A partir dessas competências gerais, a BNCC elenca uma série de competências específicas para a área de Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio as quais são transcritas a seguir. Para cada uma dessas competências específicas são indicadas as habilidades a serem alcançadas nessa etapa da formação dos estudantes. Tem-se então:

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

O desenvolvimento dessa competência pressupõe as seguintes habilidades:

(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolva a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas, apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de

comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

(EM13MAT103) Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.

(EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos.

(EM13MAT105) Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Habilidades específicas relacionadas a esta competência:

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação

das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Habilidades específicas relacionadas a esta competência:

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

(EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos,

entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema.

(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

O desenvolvimento dessa competência específica pressupõe as seguintes habilidades:

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

(EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou Matemática.

(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

(EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (*box-plot*), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades Matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT509) Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.

(EM13MAT511) Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

Ressalta-se que todas as coleções aprovadas no âmbito do Edital 03/2019 - PNLD 2021 – Ensino Médio, analisadas no capítulo quatro deste trabalho, por força, deveriam identificar e contemplar as habilidades relacionadas às competências específicas da área.

Quanto à organização curricular, a própria BNCC apresenta sugestões. Uma delas sugere que esta organização deve ser estruturada por unidades, sendo: Números e Álgebra, Geometria e Medidas e Probabilidade e Estatística, reagrupando adequadamente a relação de habilidades em cada uma dessas unidades, considerando seus códigos originais conforme apresentado acima, permitindo reconhecer a competência específica à qual cada habilidade está relacionada.

Assim, por exemplo, pode-se relacionar a habilidade EM13MAT312: Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em

experimentos aleatórios sucessivos à competência específica 3, considerando que o primeiro algarismo após a sigla MAT é o 3.

Neste trabalho trata-se de probabilidade e considerando a organização curricular sugerida no parágrafo anterior, este tema estaria contemplado no bloco de Probabilidade e Estatística. Neste caso, as habilidades relacionadas seriam: (EM13MAT102), (EM13MAT202), (EM13MAT310), (EM13MAT311), (EM13MAT106), (EM13MAT312), (EM13MAT316), (EM13MAT406), (EM13MAT407), (EM13MAT511). Dentre estas, as habilidades identificadas pelos códigos (EM13MAT106), (EM13MAT311), (EM13MAT312), (EM13MAT406) e (EM13MAT511), trazem referência direta ao emprego de probabilidade em sua descrição.

A descrição completa das 10 coleções será apresentada no quarto capítulo. Por hora, identifica-se cada coleção empregando o seu adjetivo comercial: C1- Quadrante, C2 – Nos dias de hoje, C3 – Multiversos, C4 – Diálogo, C5 – Interação, C6 – Prisma, C7 – Interligada, C8 – Contextos, C9 – Conexões e C10 – Ser protagonista.

A Tabela 1 refere-se à ao resultado da checagem feita no texto de cada uma das coleções a fim de identificar as habilidades relacionadas ao tema probabilidade, considerando a lista acima, dentro de cada competência específica.

Tabela 1 - Probabilidade: Competências e Habilidades

COLEÇÃO	LISTA DE COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS E HABILIDADES IDENTIFICADAS NA COLEÇÃO
C1	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; 5- EM13MAT511
C2	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; EM13MAT315; 4- EM13MAT406; 5- EM13MAT511
C3	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; 5- EM13MAT511
C4	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; 5- EM13MAT511
C5	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; 5- EM13MAT511
C6	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; 5- EM13MAT511
C7	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; EM13MAT315; 5- EM13MAT511

C8	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; 5- EM13MAT511
C9	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; 5- EM13MAT511
C10	1-EM13MAT106; 3- EM13MAT311; EM13MAT312; 5- EM13MAT511

Fonte: Aatoria própria.

Observando-se a Tabela 1, nota-se que todas as coleções contemplam o conjunto das cinco habilidades descritas na BNCC, no que se refere ao conteúdo específico de probabilidade.

As coleções C2 e C7 apresentam ainda, outras habilidades relacionadas em função da natureza da abordagem metodológica segundo a qual a obra está estruturada.

Ressalta-se, no entanto, que nesta pesquisa não se analisa o mérito dessas indicações, pois a comissão de avaliação das obras fez tal avaliação considerando os itens indicativos do edital.

Na seção a seguir detalham-se os objetivos e as fases do PNLD 2021, desde a sua relação com a BNCC, o Edital para submissão das obras, até a escolha das mesmas pelas escolas, até a expectativa de distribuição aos estudantes para utilização nos períodos letivos de 2022 até, no mínimo, 2024.

2.3 PNLD 2021 – Objetivos e fases

Após esta breve apresentação sobre a Lei nº 13.415/2017 de Reforma do Ensino Médio e dos aspectos da BNCC voltados à área de Matemática e suas Tecnologias, considerando as suas competências específicas e habilidades que devem ser contempladas em uma possível organização curricular, chega-se à descrição do livro didático no contexto do PNLD.

O livro didático oferecido às escolas é o principal recurso didático disponível para o processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Por isso sua elaboração, submissão e escolha devem ser cuidadosas e criteriosas.

Na sequência, de forma resumida, apresentam-se informações relevantes sobre o último edital para aprovação de obras destinadas ao Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Antes, porém, apresentam-

se algumas informações relevantes sobre o livro didático e seus objetivos no contexto da educação pública brasileira.

De acordo com o Decreto nº 9.099/2017,

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD, executado no âmbito do Ministério da Educação, será destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e às instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas, sem fins lucrativos e, conveniadas com o Poder Público. (BRASIL, 2017)

Este documento também estabelece que os principais objetivos do PNLD são:

- I - aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a consequente melhoria da qualidade da educação;
- II - garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica;
- III - democratizar o acesso às fontes de informação e cultura;
- IV - fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes;
- V - apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor; e
- VI - apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular.

Além disso, o referido decreto contém em seu texto as diretrizes que devem ser seguidas, a forma de execução do programa, como se dá a adesão das instituições escolares, a quem se destinam as obras ofertadas e outras exigências a serem cumpridas.

A operacionalização, de acordo com Artigo 8º do Decreto nº 9.099/2017, obedecerá às seguintes etapas e procedimentos:

- Inscrição de materiais didáticos, aberta aos titulares de direito autoral, de acordo com as regras, os prazos e as condições estabelecidas em edital próprio;
- Avaliação pedagógica dos materiais didáticos submetidos, coordenada pelo Ministério da Educação com base nos critérios estabelecidos em edital. Como

resultado dessa etapa, cada obra submetida será considerada aprovada ou aprovada condicionada à correção de falhas ou reprovada.

As etapas seguintes do processo são: habilitação, escolha das obras pelas escolas no primeiro semestre de 2021, negociação, aquisição, distribuição das obras em 2022 para serem utilizadas na rede pública.

Após esta rápida passagem pelo marco legal do PNLD, chega-se ao Edital 03/2019 – PNLD 2021, publicado em 13 de Dezembro de 2019, o qual abriu o processo de submissão, análise e aprovação das obras de Matemática de suas Tecnologias – Objeto 2, para o Novo Ensino Médio, ou seja, para obras específicas de Matemática, destinadas a atender as escolas públicas brasileiras, durante o período mínimo de 2022 até 2024. Para atender este edital, as obras, deveriam estar organizadas por áreas do conhecimento, entre as quais: Matemática e suas Tecnologias.

Entre as orientações para formatação das coleções destaca-se que as mesmas deveriam ser compostas com seis volumes, abordando as competências específicas e habilidades relacionadas articuladas às competências gerais conforme indicado pela BNCC.

Sobre a formatação dos volumes integrantes das coleções, a recomendação é que não deveriam ser sequenciais considerando grau crescente de complexidade e que respeitassem a progressão das habilidades e competências específicas e gerais, conforme indicado pela BNCC.

Ainda sobre a estrutura das obras, para atender as exigências do referido edital, estas deveriam ser compostas por: livro impresso do estudante contendo seis volumes por área do conhecimento, cada um com no máximo 160 páginas, manual do professor impresso contendo seis volumes por área do conhecimento, cada um com no máximo 288 páginas e material digital do professor.

A Comissão Técnica responsável pelo Objeto 2, foi designada pela Portaria nº 760, do MEC, de 17 de setembro de 2020 e constituída Mauricio Rosa (UFRGS) e Washington Luis Parga Garrido Junior (SEDUC-MA) .

A Portaria nº 68, de 2 de junho de 2021, publicada no D.O.U., na edição nº 104 de 7 de junho de 2021, divulgou o resultado final da avaliação pedagógica das obras didáticas inscritas e validadas no âmbito do Edital de

Convocação CGPLI nº 03/2019 - PNLD 2021 - Objeto 2 - Obras Didáticas por Áreas do Conhecimento e Obras Didáticas Específicas, identificadas no Anexo I, desta Portaria, pelos respectivos códigos: 0142P21202; 0149P21202; 159P21202; 0180P21202; 0182P21202; 0193P21202; 0197P21202; 0205P21202; 0218P21202; 0226P21202.

No quarto capítulo as obras referentes a cada um desses códigos será identificada, analisada e a respectiva coleta de dados, sobre o probabilidade será realizada.

Antes, porém, no próximo capítulo apresentam-se conceitos sobre probabilidade, com destaque para as diferentes interpretações desse tema, as quais servirão como base para que o exame de cada coleção.

3 PROBABILIDADE – CONCEITOS E INTERPRETAÇÕES

3.1 Experimento aleatório, espaço amostral e evento

O objetivo principal desta pesquisa, conforme anunciado no capítulo introdutório, é identificar as interpretações de probabilidade que estão contempladas nas coleções de Matemática para o Novo Ensino Médio, aprovadas no âmbito do PNL D – 2021 e que serão disponibilizadas para toda a Rede Pública de Ensino no Brasil para o período mínimo de 2022 até 2024.

Este capítulo se destina a apresentar os conceitos matemáticos essenciais ao estudo introdutório de probabilidade, de modo a criar condições de se entender e confrontar as possíveis interpretações para este tema. Entre estes, destacam-se as noções envolvendo modelos probabilísticos, experimentos aleatórios, espaço amostral, eventos e, também, a linguagem algébrica de conjuntos.

Após essa preparação conceitual, apresentam-se as interpretações de probabilidade: a clássica, a frequentista, a subjetiva e a geométrica as quais serão confrontadas, mediante o exame das coleções a fim de atender ao propósito principal deste trabalho.

Para colaborar no entendimento das definições e resultados, como forma de revisão ou para esclarecer sobre o assunto, seja para explorá-lo ou aplicá-lo no processo de ensino-aprendizagem, mediante situações envolvendo cálculo de probabilidades, considerando as diferentes interpretações, é importante ter à disposição uma base teórica. É o que se tenta apresentar na sequência, ressaltando-se que não se pretende produzir um texto extenso, detalhado e completo sobre a Matemática que cerca o tema, mas deixar uma base conceitual adequada para subsidiar a análise das coleções, tarefa esta que será apresentada no próximo capítulo. Entende-se que leituras complementares poderão ser feitas para completar eventuais lacunas apresentadas no texto. Por isso deixa-se ao final uma lista de referências que poderão ser consultadas para complementar o acervo teórico sobre o assunto.

Além de identificar as interpretações de probabilidade, subsidiariamente, pretende-se quantificar, descrever e analisar, a presença das interpretações do conceito probabilidade nestas coleções, coletando-se dados quantitativos

referentes ao número de páginas que a coleção dedica ao tema, que tipos de situações-problema a mesma contempla e suas quantidades. Para sintetizar a apresentação desses dados, utilizam-se gráficos e análises descritivas.

Por outro lado, do ponto de vista qualitativo, buscar-se-á analisar os dados coletados frente à BNCC – Base Nacional Comum Curricular, considerando a presença ou ausência das interpretações de probabilidade presente no volume específico que trata de probabilidade.

A análise conjunta, desses aspectos quantitativos e qualitativos, terá destaque no quinto capítulo no qual se tratará das considerações finais.

Retornando-se à Matemática que cerca o tema probabilidade, encontram-se múltiplas possibilidades de se explorar os seus conceitos, realizar atividades práticas que podem contribuir no processo de ensino, seja do ponto de vista teórico ou prático, para a vida cotidiana ou para a formação acadêmica do estudante.

Apesar de existirem diversos textos de qualidade, que poderiam servir de referência para esta parte do trabalho, optou-se por seguir de perto o exposto no texto Probabilidade: um curso em nível intermediário – Barry R. James e, também, na obra de Paul L. Meyer, Probabilidade: Aplicação à Estatística, ambos textos clássicos conceituados, além de outros autores citados durante o texto.

Ao se empregar recursos da Matemática com o propósito de se estudar algum fenômeno observável na natureza ou um experimento conduzido em condições controladas, é comum se tentar construir um modelo matemático, simplificando tal fenômeno, porém integrando neste, o maior número de variáveis possíveis para descrevê-lo da melhor forma possível.

A modelagem Matemática torna-se então, neste contexto, um elemento auxiliar e facilitador para a construção de modelos, disponibilizando exemplos e técnicas apropriados. Em geral, tais modelos são classificados como determinísticos ou probabilísticos. Os modelos probabilísticos também são chamados estocásticos. A diferença entre ambos é estabelecida a partir da forma pela qual o experimento que o origina é realizado.

De acordo com Meyer (2009, p. 2), em um modelo determinístico as condições sob as quais se executa um experimento determinam o resultado do

mesmo. As leis da gravitação, por exemplo, que explicam precisamente o que acontece com um corpo em queda livre em determinadas condições, são exemplos desse tipo de modelo.

Modelos de previsão para precipitação pluviométrica, temperatura ambiente, emissão de partículas radioativas, são exemplos de modelos estocásticos. Neste caso, as condições sob as quais o experimento é realizado nos permite obter somente o comportamento probabilístico do possível resultado observável. Estes experimentos, comumente, são chamados de experimentos aleatórios e seus resultados em conjunto compõem o que chamamos de espaço amostral.

De outro modo, um experimento que pode ser repetido indefinidamente respeitando-se condições semelhantes, obtendo-se resultados não necessariamente iguais, é chamado de um experimento aleatório. Precisamente,

Para cada experimento E do tipo que estamos considerando, definiremos o espaço amostral como o conjunto de todos os resultados possíveis de E . Geralmente representamos esse conjunto por S . (MEYER, 2009, p. 11).

Considere o experimento onde o objetivo é lançar um dado honesto e observar o número da face voltada para cima. Neste caso, o espaço amostral obtido no experimento pode ser representado pelo conjunto $S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Muitas vezes, em um experimento, a enumeração dos seus possíveis resultados não é tão evidente como nesse exemplo, exigindo muitas vezes a aplicação de técnicas de contagem mais elaboradas, a partir de arranjos, permutações e combinações.

Por outro lado, se o experimento fosse escolher ao acaso um ponto de um círculo de raio $k \in \mathbb{R}$, centrado na origem, então o espaço amostral corresponde é $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq k; k \in \mathbb{R}\}$.

Diz-se que espaços amostrais como S_1 são finitos. Por outro lado, espaços amostrais como S_2 são ditos infinitos e, neste caso, não enumeráveis.

Qualquer subconjunto do espaço amostral S é chamado de evento aleatório associado ao experimento E . Cada elemento do espaço amostral configura um evento simples.

Utilizando a linguagem de conjuntos, podemos dizer que um evento A é um subconjunto do espaço amostral S . Considerando o conjunto S_1 apresentado anteriormente, ao restringir a observação a um número par e primo, teríamos o evento A constituído pelo subconjunto $A=\{2\}$ do espaço amostral S .

A característica mais marcante de um experimento aleatório, como definido anteriormente, é que se o mesmo for repetido sob as mesmas condições não sabemos qual resultado particular irá ocorrer.

Assim, se A for um evento associado a um experimento aleatório, então, não poderemos afirmar com certeza que A irá ocorrer ou não.

Por isso, é necessário tentar associar um número ao evento A , com o objetivo de medir de alguma forma qual a chance de que este evento venha a ocorrer. Essa tarefa nos leva, naturalmente, à teoria das possibilidades, ou seja, ao conceito de probabilidade, o qual será apresentado adiante.

Antes, porém, de acordo com Dante (2021) e Boyer (2012), foi nos séculos XV e XVI que matemáticos italianos começaram a conceituar a noção de probabilidade.

Por volta do ano 1494, o monge franciscano e célebre matemático Luca Pacioli (1445-1517) escreveu um livro chamado “Resumo da aritmética, geometria, proporção e proporcionalidade”, o qual continha problemas de probabilidade.

Outra figura que se destaca no desenvolvimento histórico desse tema é a de Girolamo Cardano (1501-1576). Formou-se em medicina, mas atuou como cientista polivalente, dado que suas pesquisas envolviam Matemática, Física, Química, Astrologia, Astronomia, Medicina e jogos. Em 1526, unindo o interesse por Medicina e jogos, Cardano escreveu o “Livro dos jogos de azar”, o qual só foi publicado em 1663. Por isso, muitos matemáticos que viveram na mesma época de Cardano não tiveram conhecimento desse texto.

Outro grande personagem da teoria das probabilidades foi Blaise Pascal (1623-1662). Mesmo sendo estimulado por seu pai, Étienne Pascal, a dedicar-se a outras áreas das ciências, nada adiantou, pois o talento de Blaise se revelou logo cedo. Aos 16 anos publicou seu primeiro trabalho em Geometria, chamado “Ensaio para as cônicas”.

A formalização da teoria das probabilidades nasceu das discussões Matemáticas durante trocas de correspondências entre Pascal e Pierre de Fermat (1607-1665). Antes dessa formalização, esse ramo da Matemática era tratado apenas de forma intuitiva. Essas cartas continham, por exemplo, problemas envolvendo jogos de dados, os quais foram fundamentais para o desenvolvimento dos conceitos modernos de probabilidade e suas respectivas propriedades. O que rendeu mais fama a Pascal foi a aplicação de seus conhecimentos em probabilidade na obtenção da solução para o problema do jogo interrompido. Na época, perguntava-se como um prêmio deveria ser dividido entre dois jogadores se, por algum motivo, o jogo não chegasse ao fim.

O primeiro livro, realmente voltado ao estudo das probabilidades, foi publicado pelo cientista holandês Christian Huygens (1629-1695), com o título “Sobre o raciocínio em jogos de azar – matematicamente demonstrado”, o qual se desenhava como um tratado sobre problemas relacionados com jogos de dados.

O grande apelo popular dos jogos de azar popularizou a teoria da probabilidade, a qual se desenvolveu rapidamente no século XVIII. Neste período, as principais contribuições a esse ramo da Matemática ficaram por conta de Jakob Bernoulli (1654-1705) e Abraham de Moivre (1667-1754). Este último, em 1718, escreveu o livro Doutrina das probabilidades.

Mais tarde, Leonhard Euler (1707-1783) e Jean-Baptiste D’Alembert (1717-1783), desenvolveram outros estudos em probabilidade, aplicando-os à Economia, às Ciências Sociais e a loterias.

No livro “Teoria analítica das probabilidades”, publicado em 1812, o matemático e astrônomo francês, Pierre-Simon de Laplace (1749-1827), sistematizou o conhecimento da época, no qual se encontra a definição clássica de Probabilidade, segundo a qual a Probabilidade de um conjunto (evento) é o quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis para esse conjunto, ou seja, $P(A) = \text{casos favoráveis} / \text{casos possíveis}$. Também, atribui-se a Laplace a definição formal de probabilidade em espaços finitos e equiprováveis, como a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos.

Pode-se dizer que antes de Laplace, a teoria das probabilidades era voltada para o desenvolvimento de técnicas Matemáticas aplicadas aos jogos de azar. Sem dúvida é o matemático que mais contribui para o desenvolvimento e a consolidação desse ramo da Matemática, pois antes de Laplace, a teoria das probabilidades era voltada para o desenvolvimento de técnicas Matemáticas aplicadas aos jogos de azar. Com ele, viram-se as aplicações em teoria dos erros, cálculo de seguros, mecânica e estatística.

Mais recentemente, os nomes de Jules Henri Poincaré (1854-1912), Émile Borel (1871-1956) e John von Neumann (1903-1957) aparecem ligados ao estudo de probabilidades e teoria dos jogos.

Considerando o aspecto epistemológico, pode-se apresentar a definição formal de probabilidade considerando a sua conexão com a Teoria da Medida ou então como fez Kolmogorov a partir da sua definição axiomática. Neste trabalho o interesse não chega até o ponto da discussão epistemológica do conceito de probabilidade. O interesse recai sobre algumas interpretações decorrentes destas definições. Porém, para mais detalhes, pode-se consultar, por exemplo, o trabalho de Araujo e Igiori (2013), o qual apresenta uma descrição sobre a relação epistemológica da probabilidade e a Teoria da Medida e, também, o trabalho de Moreira (2015), o qual apresenta a definição de probabilidade considerando a axiomatização proposta por Kolmogorov.

3.2 Probabilidade: Interpretações possíveis

Na sequência detalham-se as seguintes interpretações de probabilidade: clássica, frequentista, subjetiva e a geométrica.

A interpretação clássica ou laplaciana define probabilidade como a razão entre o número de casos favoráveis em relação ao número de casos possíveis para um evento em um espaço amostral, considerando-os igualmente prováveis; a concepção frequentista, na qual, a probabilidade surge a partir da coleta e a tabulação de dados de experimentos realizados repetidas vezes; a probabilidade geométrica que relaciona medidas entre grandezas de mesma natureza, por meio de comprimentos, área ou volumes; por fim a interpretação subjetiva onde a probabilidade expressa uma medida de percepção pessoal sobre um determinado evento.

A intenção não é colocar tais interpretações em confronto por um ou outro motivo, mas entender a sua conceituação, dado que todas devem cumprir as mesmas regras fundamentais. O que ocorre é que, dependendo da natureza do experimento probabilístico, uma ou outra abordagem pode ser mais adequada. Por exemplo, alguns experimentos probabilísticos tem seu modelo melhor ajustado considerando um espaço de probabilidade uniforme, enquanto que outros por um espaço de probabilidade frequentista. Este aspecto, quando relacionado ao ensino deste tema no ensino médio, pode apresentar diferentes desdobramentos e implicações. Porém, neste momento, este aspecto não será objeto de investigação.

De acordo com Moreira (2015, p. 7), “há problemas em que podemos casar frequências experimentais e a teoria clássica”. E acrescenta, “há outros nos quais o conflito entre as tendências subjetivista e clássica pode ser resolvido por meio de um conceito frequentista através de uma simulação”.

O modelo de probabilidade a ser elaborado para uma determinada situação-problema pode ser objeto de investigação orientada pelo docente, dando oportunidade aos estudantes de experimentar, discutir conceitos, fazer conjecturas, calcular e interpretar resultados e tomar decisões.

Como destacado anteriormente no resumo histórico, atribui-se a Laplace a definição formal de probabilidade em espaços finitos e equiprováveis, como a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos. Essa forma de se obter uma probabilidade é simples e direta, porém só pode ser utilizada quando o espaço amostral envolvido é finito e equiprovável.

Costuma-se designar o número que mede a chance de um evento A ocorrer, ou seja, a sua probabilidade, indicando-a por $P(A)$.

Esta interpretação, designada clássica, é definida a seguir, de acordo com Meyer (2009):

Seja E um experimento. Seja S um espaço amostral associado a E . A cada evento A associaremos um número real representado por $P(A)$ e denominado probabilidade de A , que satisfaça às seguintes propriedades:

$$(1) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$(2) P(S) = 1$$

(3) Se A e B forem eventos mutuamente excludentes, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

(4) Se $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ forem, dois a dois mutuamente excludentes, então, $P(\cup_{i \in \mathbb{N}} A_i) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) + \dots$

Em geral, toma-se como hipótese, que o espaço amostral considerado seja finito. E mais, que todos os resultados elementares que compõem este espaço amostral sejam equiprováveis. Esta última hipótese, contudo, não pode ser tomada ao pé da letra, pois existem situações experimentais nas quais seria errôneo adotar essa suposição, como por exemplo, supor que seja igualmente equiprovável ocorrerem chamadas telefônicas para uma central entre quatro e cinco horas da manhã e entre dez e onze horas da manhã.

Feita essa ressalva, observe que por hora, de acordo com a definição clássica apresentada, têm-se apenas informações sobre as características desse número chamado “probabilidade” de um evento. No entanto, ainda, em tese, não se sabe como calculá-lo o que será apresentado a seguir.

De fato, neste contexto, considerando um espaço amostral equiprovável S (finito) e não vazio, a probabilidade de um evento A é dada por $P(A) = n(A)/n(S)$, onde $n(A)$: número de elementos do evento A , também chamado número de casos favoráveis e, $n(S)$: número de elementos do espaço amostral S , também designado como o número de casos possíveis. Assim, esse número chamado “probabilidade” é, de fato, resultante de um quociente e suas implicações numéricas como, por exemplo, aproximação por arredondamento ou truncamento e representação percentual.

Em problemas envolvendo espaços amostrais discretos, muitas vezes, para obter o valor de $n(A)$ e $n(S)$, é preciso empregar técnicas de contagem como o cálculo de arranjos e combinações. Estas e outras técnicas de contagem compõem a análise combinatória. Para obter mais informações sobre esse assunto, recomenda-se consultar Meyer (2009) e James (2010), pois o mesmo não é tratado neste trabalho.

Costuma-se, também, destacar algumas propriedades algébricas decorrentes dessa definição e que são úteis em aplicações e na resolução de problemas. Para acessar mais detalhes sobre essas propriedades recomenda-se a consulta direta aos textos de Meyer (2009) e James (2010).

Na sequência pretende-se apresentar noções sobre a interpretação frequentista de probabilidade. Esta noção é baseada na ideia de frequência relativa ou percentual de ocorrência de um determinado evento, como recurso para se estimar a probabilidade de ocorrência de um evento aleatório.

Dado um evento aleatório, pode-se estimar um número que represente a chance de ocorrência desse evento, caso o experimento ao qual o mesmo pertence fosse realizado certo número de vezes em condições semelhantes.

Precisamente, define-se como sendo a probabilidade frequentista de um evento A e representa-se por $P(A)$, como sendo o valor obtido a partir da frequência relativa com que se observou a ocorrência de A , em um grande número de realizações de um determinado experimento aleatório.

Matematicamente, denotando-se por $n(A)$ o número de vezes em que o evento A ocorre em n repetições no experimento aleatório, a razão obtida fazendo-se, $f_{n,A}=n(A)/n$, é denominada frequência relativa de A nas n repetições do experimento aleatório.

Caso seja possível repetir o experimento aleatório um grande número de vezes, nas mesmas condições, de modo que as repetições sejam independentes, ou seja, não dependam dos resultados anteriores, observa-se que a frequência relativa das ocorrências do evento A tende a uma constante p .

Portanto, a interpretação frequentista estabelece o cálculo de probabilidades por meio de observações sucessivas de um experimento aleatório. A probabilidade pode ser estimada de maneira experimental ou mental e encontrada quando o número de experimentações for repetido por muitas vezes.

A probabilidade de ocorrência do evento A é, então, obtida como sendo um processo de limite obtido a partir das frequências relativas, f_n , fazendo-se n tender a um valor muito grande.

Sobre experimentos desta natureza, como exemplo, encontramos em Moreira (2015) que,

No século XVIII, o naturalista francês Conde de Buffon (1707-1788), realizou 4048 lançamentos de uma moeda resultando em 2048 caras. No início do século, por volta de 1900, o inglês Karl Pearson (1857-1936), realizou 24000 lançamentos de uma moeda, obtendo 12012 caras. Percebe-se que a frequência é

muito próxima de $1/2$, que é a probabilidade que esperaríamos de obter cara ao lançar uma moeda balanceada. (MOREIRA, 2015, p. 24)

Outro experimento ilustrativo, que pode ser utilizado, para estimar a probabilidade, a partir da observação de frequências relativas, é o lançamento simultâneo de dois dados não viciados, com o objetivo de se observar e registrar a frequência da face voltada para cima em ambos os dados.

Considerando que S seja o espaço amostral, ou seja, o conjunto dos resultados possíveis, este será formado por todos os pares ordenados (a,b) , onde $a=1,\dots,6$ e $b=1,\dots,6$. Desta forma, tem-se:

$S=\{(1,1), (1,2), \dots, (1,6), (2,1), (2,2), \dots, (2,6), \dots, (6,1),(6,2),\dots,(6,6)\}$, com $n(S)=36$.

Em seguida, considere o seguinte evento A sobre esse conjunto S , para o qual, escolhem-se pares onde “a soma dos valores de ambas as faces voltadas para cima seja um múltiplo de 3”.

Nesse caso,

$A=\{(1,2), (1,5), (2,1), (2,4), (3,3), (3,6), (4,2), (4,5), (5,1), (5,4), (6,3), (6,6)\}$, e, portanto, o $n(A)=12$.

Logo, espera-se que para n suficientemente grande, o quociente relativo $f_n=n(A)/n(S)$, indique a probabilidade de ao se lançar, simultaneamente, dois dados não viciados, obter um número múltiplo de 3, somando-se as faces voltadas para cima em ambos os dados.

No exemplo acima, tem-se: $f_n=12/36=1/3$, ou seja, se esse mesmo experimento for repetido n vezes, para n suficientemente grande, espera-se, de acordo com a definição frequentista, que a probabilidade de ocorrência do evento A , designada $P(A)$, seja de $1/3$.

Os valores das frequências relativas, em geral, são obtidos a partir de dados tabelados. Muitas vezes, para facilitar a apresentação e o entendimento desses dados e as frequências envolvidas, pode-se, por exemplo, utilizar gráficos de barras múltiplas ou de setores. Sobre isso, considere a seguinte situação, adaptada de Smole (2021), onde em uma escola onde há duas turmas do primeiro ano do Ensino Médio, 1º A e 1º B, nas quais foi feita uma pesquisa sobre o esporte favorito de cada um estudantes. Como regra da

pesquisa, cada estudante poderia indicar apenas um esporte de sua preferência. A turma do 1ºA, é formada por 32 estudantes, enquanto o 1º B, por 24 estudantes. Os dados da pesquisa revelaram os seguintes resultados, expressos, na tabela da Figura 2 a seguir:

Figura 2: Esportes - preferências

ESPORTES PREFERIDOS DOS ESTUDANTES DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO					
Classe \ Esporte	Futebol	Basquete	Vôlei	Outros	Total
A	11	12	4	5	32
B	10	9	4	1	24

Fonte: Smole (2021)

Comparando os resultados nas duas turmas, o que se pode concluir sobre as preferências por futebol? Verifica-se que há 11 estudantes no primeiro ano A e 10 estudantes no primeiro ano B, que preferem futebol. Será que isso quer dizer que o futebol é mais popular no primeiro A que no primeiro B? Não necessariamente, pois as classes não têm o mesmo número de elementos. Para responder a essa questão, é necessário calcular que fração do primeiro A representam os 11 estudantes que optaram por futebol e que fração do primeiro B representa os 10 estudantes que também optaram por futebol. Isto é, para cada caso, deve-se calcular a frequência relativa ou frequência percentual. Uma possível exposição dessas porcentagens pode ser visualizada na tabela da Figura 3.

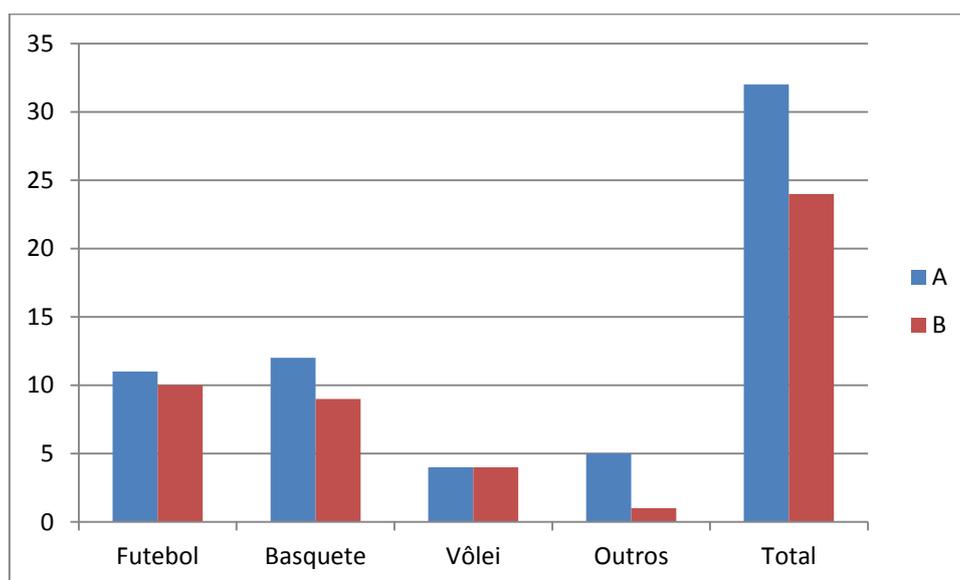
Figura 3: Frequências relativas das preferências

FREQUÊNCIAS RELATIVAS DOS ESPORTES PREFERIDOS DOS ESTUDANTES DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO			
Esporte	Classe	A	B
		Futebol	34,4%
Basquete	37,5%	37,5%	
Vôlei	12,5%	16,7%	
Outros	15,6%	4,2%	
Total		100%	100%

Fonte: Smole (2021)

Outro recurso frequentemente associado à apresentação de frequências relativas com o objetivo de estimar um índice de probabilidade a partir do cálculo dessas frequências, é a utilização de gráficos gerados a partir de dados tabulados. Para o exemplo anterior, o Gráfico 1, representa os dados da pesquisa sobre a preferência esportiva dos estudantes, permitindo de forma rápida algumas inferências. Em geral, tais gráficos são úteis para atrair a atenção do leitor e facilitar a visualização dos resultados da pesquisa.

Gráfico 1: Preferências Esportivas – Classe A x Classe B



Fonte: O próprio autor

Após a apresentação da noção frequentista de probabilidade, passe-se à apresentação da noção de probabilidade geométrica e seus conceitos básicos.

Em se tratando do estudo de probabilidade, a interpretação geométrica é um ramo no qual, para se resolver problemas de natureza probabilística, faz-se o uso de conceitos geométricos, principalmente aqueles relacionados à medidas de comprimento, de área e volume de figuras geométricas.

A natureza desta interpretação está diretamente ligada à utilização de espaços amostrais contínuos bem como seus eventos, em geral não enumeráveis.

Na sequência, apresentam-se alguns elementos sobre probabilidade geométrica contendo os seus aspectos principais, definição e exemplos.

De acordo com Moreira (2015), “na probabilidade geométrica são usadas razões entre medidas de figuras geométricas de mesma natureza”, ou seja, cada razão probabilística é formada por um quociente onde tanto o numerador, quanto o denominador, são relativos a uma mesma grandeza de mesma natureza.

A interpretação de probabilidade considerando aspectos geométricos como comprimento, área e volume de figuras, foi abordada, primeiramente, por George Louis Leclerc, matemático e naturalista francês, conhecido como Conde de Buffon, já mencionado anteriormente.

Ainda sobre o trabalho de Buffon, este publicou em 1777 um problema que ficou conhecido como problema da agulha de Buffon. De acordo com o texto apresentado em Alcântara (2014), nesse problema, “o objetivo é calcular a probabilidade de uma agulha de comprimento ℓ , lançada num plano marcado por linhas paralelas, tocar numa destas linhas marcadas”.

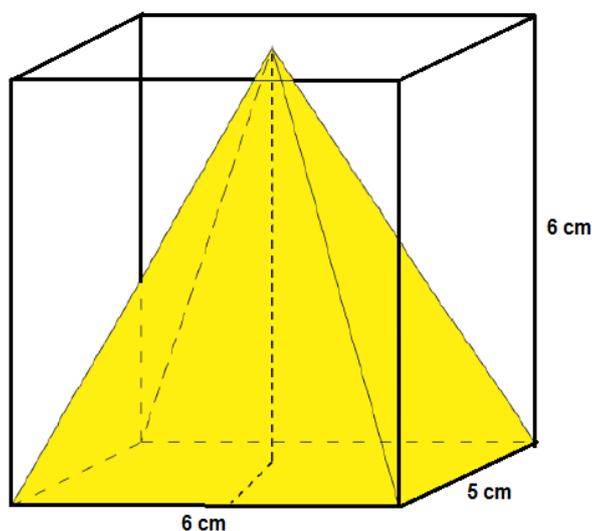
Neste problema, considera-se a noção de paralelismo entre retas aceito na geometria euclidiana plana. Basicamente, em seu enunciado, considera-se que linhas distantes estão separadas por uma distância d , onde $\ell \leq d$. Mantendo-se constantes os valores de ℓ , lançando a agulha, o que se deseja saber é se houve ou não contato entre essa agulha e uma das linhas.

Para resolver esse problema, ou seja, calcular a probabilidade da agulha tocar uma das linhas, Alcântara (2014), sugere que se deve seguir os seguintes passos, “calculamos as possibilidades da agulha, encostar em uma das linhas”;

em seguida, “calculamos as possibilidades totais de a agulha tocar ou não umas das linhas”, e, finaliza-se “calculando a probabilidade da agulha tocar uma das linhas, utilizando a definição de probabilidade”. E sobre o resultado obtido na resolução desse problema, afirma que “ao repetirmos o experimento várias vezes, o valor da frequência do evento se aproxima do número π ”.

Além deste problema e para ilustrar aplicações na perspectiva da probabilidade geométrica, deixa-se mais um exemplo, o qual descreve uma situação envolvendo volume, cujo enunciado é o seguinte: um paralelepípedo reto-retângulo tem 6 cm de comprimento, 6 cm de altura e 5 cm de largura. Considere uma pirâmide cuja base retangular coincide com a face do paralelepípedo, inscrita, portanto, no mesmo. Pergunta-se, ao considerar-se um ponto escolhido ao acaso, no interior desse paralelepípedo, qual a probabilidade desse ponto pertencer à pirâmide? A Figura 3 serve para ilustrar o problema e auxiliar na descrição e na resolução do problema.

Figura 3: Pirâmide inscrita



Fonte: Autoria própria.

Observando-se a Figura 3, na resolução deste problema deve-se considerar que, para obter o volume V_1 de um paralelepípedo, em função da área Ab , da sua base e da sua altura h , pode-se utilizar a expressão: $V_1 = Ab \cdot h$.

Enquanto isso, o volume V_2 , da pirâmide inscrita no paralelepípedo, em função, também, da área da sua base, pode ser obtida resolvendo-se a expressão $V_2 = \frac{1}{3}Ab.h$.

Assegurando-se que ambas as medidas para V_1 e V_2 estejam dimensionadas na mesma unidade, tem-se que a probabilidade em questão pode ser determinada pelo seguinte quociente:

$$p = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1/3 \cdot 30 \cdot 6}{6 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{1}{3} = 0,333 \dots, \text{ ou seja, a chance de, escolhendo-se ao}$$

acaso um ponto no paralelepípedo considerado, este ponto pertencer à pirâmide é de aproximadamente 33,33%.

Após a apresentação feita sobre as interpretações clássica, frequentista e geométrica do conceito de probabilidade, apresenta-se de forma sucinta, a noção subjetiva, fechando assim a apresentação das quatro interpretações de interesse neste trabalho. Essas serão tomadas por base, no próximo capítulo, na análise das coleções de livros didáticos para o Novo Ensino Médio.

De acordo com Moreira (2015), “o matemático italiano Bruno de Finetti (1906 – 1985)...foi o primeiro a tentar axiomatizar a teoria da subjetividade em seus trabalhos publicados em 1931 e 1937”. Destaca, ainda, que desde o início do século passado, alguns filósofos tem tentado estabelecer teses em que as probabilidades atribuídas por uma pessoa aos possíveis eventos de um experimento aleatório têm necessariamente característica subjetiva.

Considerando a premissa de que o estudo de probabilidade não deve ser um fim em si mesmo, deixa-se a seguir conceitos para uma aproximação à interpretação subjetiva de probabilidade.

A partir dos conceitos e ferramentas dessa abordagem é possível resolver problemas de contagem e possibilidades, tratar de espaços amostrais e eventos aleatórios. Porém, este conhecimento também pode ser útil quando se trata de analisar uma situação da vida real e estabelecer os riscos envolvidos nessa atividade e a consequente tomada de decisões.

A noção de probabilidade subjetiva vai nesse sentido, fornecendo subsídios necessários à determinação de incertezas, perigos e indica caminhos para a tomada de decisão e fazer escolhas. Pode-se apontar que seu estudo é útil, por exemplo, para se identificar as melhores opções em situações de

escolha, tomadas de decisões, determinação de ações preventivas considerando o risco probabilístico.

Recorde-se que, na abordagem frequentista, para que se possa estimar um índice de probabilidade, deve-se considerar fenômenos aleatórios que possam ser repetidos sob as mesmas condições um número grande de vezes. A partir daí anotam-se as frequências relativas e obtêm-se o índice probabilístico. Porém, em muitas situações práticas tais experimentos não podem ser repetidos em condições semelhantes, seja pela sua natureza, seja por questões práticas.

Por exemplo, qual carreira um estudante do Ensino Médio deverá escolher? Qual é a probabilidade de que a economia do Brasil cresça em 2022? Problemas como esses não têm uma solução satisfatória a partir da abordagem clássica de probabilidade, nem tampouco pela abordagem frequentista, pois estão impregnados de fatores como riscos e incertezas.

Problemas dessa natureza podem ser melhores tratados quando se consideram conceitos e ferramentas que compõem a interpretação subjetiva de probabilidade. Sobre essa interpretação, Moreira (2015), esclarece que,

A abordagem subjetivista de probabilidade pode ser aplicada quando nos deparamos com problemas envolvendo incerteza, nos quais temos uma decisão a ser tomada. Em tais situações sabemos que ao decidir não podemos determinar com exatidão todas as implicações da decisão tomada, mas ao usar o conceito de probabilidade, podemos expressar em termos quantitativos a incerteza na situação. Quando usamos a probabilidade deste modo, dizemos que esta expressa o grau de credibilidade racional. É interpretada como uma medida do grau de convicção, de informação, ou como a quantificação do ponto de vista de um indivíduo em particular. (MOREIRA, 2015, p. 29)

Considerando o exposto em Cevada et. Al (2020), deixa-se a seguir conceitos e termos utilizados nessa abordagem. Segundo esse autor, a partir da identificação das variáveis envolvidas em um fenômeno aleatório, a tomada de decisão é um processo de pensamento no qual se busca selecionar uma opção entre várias alternativas disponíveis. E, complementa que, uma tomada de decisão com segurança deve ser orientada observando-se rigorosamente os aspectos de certeza ou de incerteza, risco e perigo.

Precisamente, o mesmo define certeza, como sendo uma situação, em que as variáveis estão determinadas, se relacionam e cumprem uma lei por meio da qual é possível fazer previsões seguras. Enquanto isso, incerteza seria uma situação em que não se pode prever tudo, mas que tem influência sobre a tomada de decisão de uma pessoa. Sobre o risco, este é um fator associado a uma decisão equivocada ou incerta, que terá impacto sobre o resultado da situação. Por fim, perigo é o fator que aumenta o risco, ou seja, quanto mais perigosa a decisão, maior o risco. Não se trata necessariamente de uma incerteza, mas é sempre um fator prejudicial.

Para além da interpretação subjetiva de probabilidade está a teoria da decisão, a qual se utiliza dos elementos que compõem esta abordagem e outros tantos a fim de estudar situações mais complexas. Portanto, trata-se de uma aplicação dos conceitos e ferramentas da interpretação subjetiva de probabilidade. Uma apresentação completa sobre essa teoria pode ser obtida consultando-se o trabalho de Moreira (2015), a partir do qual, destaca-se o elemento essencial a ser construído nessa teoria: a matriz de decisão.

Segundo essa autora, a “matriz de decisão é uma ferramenta usada pelo agente decisor para dispor a informação necessária de modo que a melhor decisão possa ser tomada”. De fato, trata-se de construir uma tabela contendo linhas e colunas, as quais condensam as informações cujo objetivo é facilitar a leitura, interpretação e comparação dos dados.

As informações apresentadas em numa matriz de decisão, em geral, segundo Moreira (2015), expressam as alternativas (ações) disponíveis ao agente decisor; os acontecimentos (estados da natureza) que podem ocorrer afetando a qualidade de escolha; as probabilidades dos vários acontecimentos; as consequências resultantes das várias combinações das alternativas com os acontecimentos; as utilidades, isto é, os níveis de satisfação de cada consequência.

Por fim, para ligar a teoria da decisão aos elementos descritos na teoria subjetiva de probabilidade, definem-se os aspectos que devem ser evidenciados na construção da matriz de decisão, sendo: certeza, na qual o decisor tem toda a informação necessária à construção da matriz de decisão e sabe quais os acontecimentos que podem ocorrer; risco, onde o decisor tem

toda a informação necessária à construção da matriz de decisão. Embora o acontecimento que irá ocorrer não esteja determinado, são conhecidas as probabilidades de ocorrência dos vários acontecimentos; incerteza, na qual o agente que decidirá não tem toda a informação necessária à construção da matriz de decisão. Desconhece-se qual o acontecimento que poderá ocorrer, assim como as várias probabilidades de ocorrência e conflito: no qual o decisor não tem toda a informação necessária à construção da matriz de decisão. Os acontecimentos são ações de um competidor e as probabilidades são desconhecidas.

Considerando o exposto até aqui, passa-se a apresentação e descrição dos dados relativos à cada coleção no que se refere às interpretações de probabilidade contempladas em seu texto, bem como a extração de dados quantitativos e qualitativos sobre as mesmas.

4 PNLD 2021 – OBRAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA

Neste capítulo apresenta-se a análise de todas as coleções de Livros Didáticos da Área de Matemática e suas Tecnologias para o Novo Ensino Médio, aprovados no âmbito do PNLD – 2021, de acordo com o Edital 03/2019, publicado em 13 de dezembro 2019.

Este edital regulamentou o processo de aquisição de obras didáticas, literárias e de recursos digitais destinados aos estudantes, professores e gestores das escolas do ensino médio e da educação básica pública das redes federal, estaduais, municipais e do Distrito Federal.

A lista completa está contida na Portaria nº 68 de 2 de junho de 2021, publicada no D. O. U. na edição nº 10, de 7 de junho de 2021, a qual divulga o resultado final da avaliação pedagógica das obras didáticas inscritas e validadas no âmbito do Edital de Convocação CGPLI nº 3/2019 - PNLD 2021 - Objeto 2 - Obras Didáticas por Áreas do Conhecimento e Obras Didáticas Específicas.

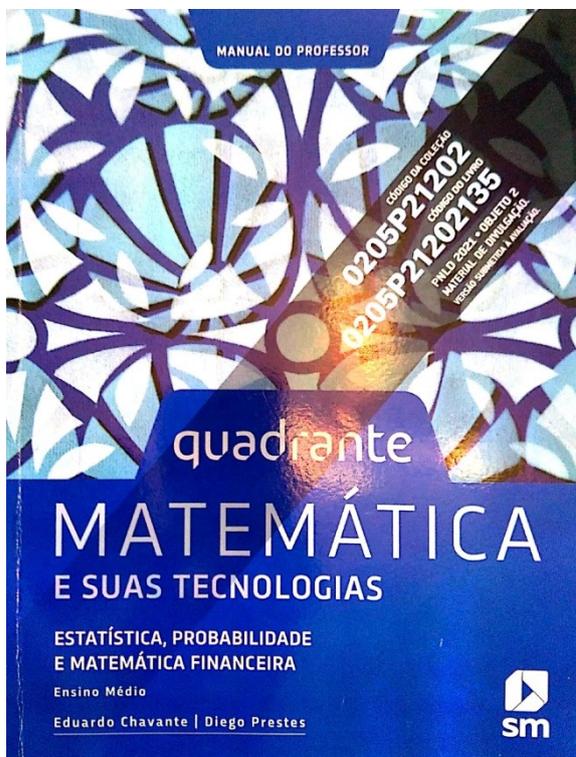
Após a identificação e codificação das coleções, na sequência apresentam-se os dados quantitativos extraídos de cada coleção, bem como dados qualitativos, os quais serão utilizados na produção de estatísticas e análises, as quais se constituirão na base principal para as considerações finais e conclusões, apresentadas no próximo capítulo.

No aspecto quantitativo os dados a serem coletados são: número de páginas que o volume específico dedica ao tema, natureza e quantidade de problemas utilizados no processo de ensino-aprendizagem.

No aspecto qualitativo identifica-se a presença ou não, apontando-se que interpretações do conceito de probabilidade estão presentes no texto do volume específico da coleção, dentro do rol de interesse destacado anteriormente.

Cada coleção será identificada com a sigla: C_i , $i=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10$, seguida do código da coleção atribuído no PNLD, o volume da coleção que contém o conteúdo específico de probabilidade também é identificado pelo seu código. Também, apresenta-se o autor(es) de cada coleção, edição, local da

publicação, editora e ano e a imagem da capa relativa ao volume que trata do tema. Assim, a relação contendo a descrição das dez coleções é a seguinte:



C1: Código da Coleção: 0205P21202. Código do livro: 0205P21202135. Quadrante Matemática e suas tecnologias: estatística, probabilidade e Matemática financeira. Autores: Eduardo Chavante e Diego Prestes. 1. ed. – São Paulo: Edições SM, 2020.

A coleção **C1**, Quadrante: Estatística, probabilidade e Matemática financeira aborda o tema no volume 0205P21202135, identificado acima, o qual está estruturado em quatro capítulos, nessa ordem: Estatística, Análise combinatória, Probabilidade, Matemática financeira.

O primeiro capítulo contém 8 páginas dedicadas à apresentação de distribuições de frequência de dados agrupados e o cálculo de frequências relativas.

O terceiro capítulo, que trata de probabilidade, é composto por 34 páginas divididas em seções. Na primeira seção apresentam-se conceitos sobre experimentos aleatórios, espaço amostral e evento, operações e propriedades. As demais seções são dedicadas ao cálculo de probabilidades.

Considerando este item como integrante da interpretação frequentista de probabilidade tem-se então ao todo, então, 42 páginas deste volume dedicadas ao tema probabilidade.

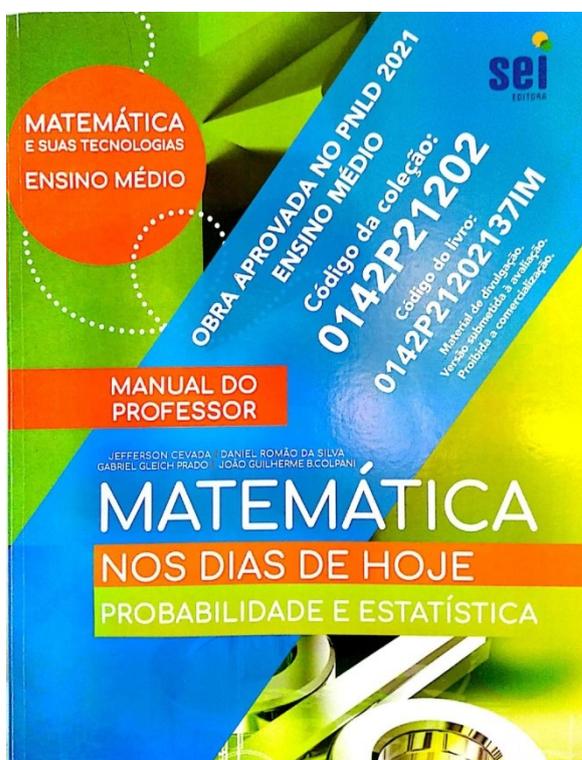
A carga de exercícios desta coleção está dividida em TR: Tarefas resolvidas e T: tarefas.

Quanto às quantidades, tem-se ao todo 11 TR, sendo 1 no capítulo 1, dentro da estatística descritiva – distribuição de frequências e, no capítulo 3, as 2 primeiras envolvendo a determinação de espaços amostrais e eventos e mais 8 destinadas ao cálculo de probabilidades.

Em relação aos exercícios propostos chamados de tarefas, T, tem-se ao todo 45, sendo 7 no capítulo 1, dentro da estatística descritiva – distribuição de frequências e no capítulo 3 outros 38, sendo 6 destes relativos à determinação de espaços amostrais, 32 relativos ao cálculo de probabilidades.

Analisando-se o conteúdo que compõe este volume especificamente, identifica-se, formalmente, apenas a interpretação clássica de probabilidade e, em 4 tarefas, calcula probabilidade a partir de tabelas de frequência.

Quanto à abordagem de probabilidade em espaços amostrais contínuos e probabilidade geométrica, não se encontrou menção, nem no texto, tampouco nas tarefas resolvidas ou nas tarefas propostas.



C2: Código da Coleção: 0142P21202. Código do livro: 0142P21202137IM. Matemática nos dias de hoje: probabilidade e estatística. Autores: Jefferson Cevada, Daniel Romão da Silva, Gabriel Gleich Prado, João Guilherme B. Colpani. 1. ed. – São Paulo: SEI, 2020.

A coleção **C2**, Matemática nos dias de hoje: probabilidade e estatística apresenta o tema no volume 0142P21202137IM, o qual está estruturado em três capítulos, nessa ordem: Pesquisas, Riscos, Medidas.

Pela denominação da coleção e observando-se a nomenclatura dos capítulos acima, nota-se a intenção de passar ao leitor um aspecto diferente de apresentação do tema.

A interpretação que predomina ao longo do texto é a subjetiva.

Dentro do capítulo 2: Riscos, o texto apresenta cenários de incerteza motivando o conceito de risco probabilístico. Este é utilizado como critério para tomada de decisão. Em seguida, trabalham-se técnicas de contagem. Na sequência chega-se ao conceito de probabilidade, empregando, no seu cálculo, a abordagem clássica, em espaços amostrais equiprováveis.

Para destacar a interpretação subjetiva o texto retoma a análise de riscos probabilísticos, com destaque para a formatação da matriz de risco.

As distribuições de frequência para dados agrupados e o cálculo de probabilidades dentro dessa visão são apresentados no terceiro capítulo, configurando-se a interpretação frequencial.

É a única coleção que apresenta três interpretações de probabilidade: clássica, frequencial e subjetiva. Porém não faz menção a espaços amostrais não enumeráveis, nem no texto ou nos exercícios. Assim, a interpretação geométrica fica de fora do texto.

Relacionadas ao tema probabilidade a obra ocupa 50 páginas, sendo 6 no capítulo 1, tratando sobre credibilidade da informação, 40 no capítulo 2, quando aborda riscos e incertezas relacionados a experimentos probabilísticos e mais 4, no capítulo 3, juntamente com medidas estatísticas.

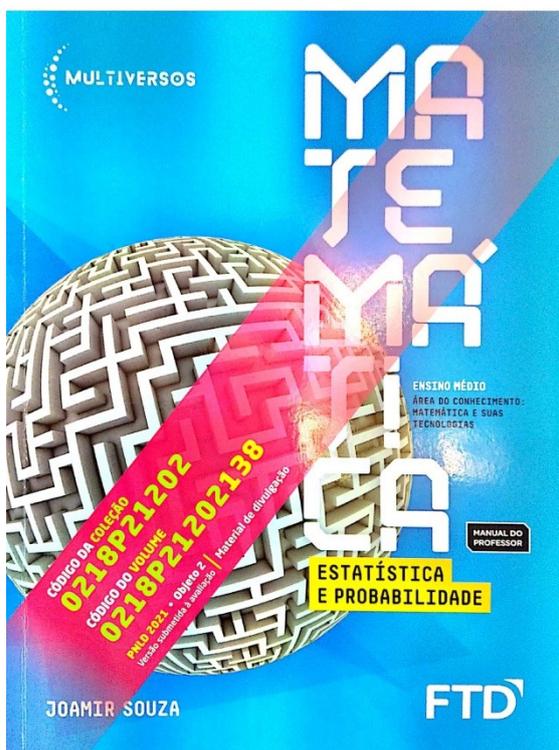
Quanto à carga de exercícios, tem-se:

Exercícios (E): No capítulo 2 tem-se 26 exercícios, sendo 20 relativos aos conceitos de incerteza, espaços amostrais e eventos e seis destinados ao cálculo de probabilidade.

No capítulo 3, tem-se ao todo 16 exercícios, sendo 7 relativos à coleta de pesquisa em estatística e 9 referentes ao cálculo de probabilidades.

Esta coleção não contém exercícios resolvidos. Acredita-se que devido à dificuldade de apresentação da abordagem.

Banco de questões: no final do volume encontra-se uma lista contendo 24 exercícios retirados de vestibulares, OBMEP e ENEM. Dentre estes tem-se 7 envolvem o cálculo de probabilidade.



C3: Código da Coleção: 0218P21202. Código do livro: 0218P21202138. Multiversos Matemática: Estatística e probabilidade. Autor: Joamir Roberto de Souza. 1. ed. – São Paulo: FTD, 2020.

A coleção **C3**, Multiversos: Estatística e probabilidade contempla o tema probabilidade no volume 0218P21202138, o qual está estruturado em três capítulos, nessa ordem: Estatística: pesquisa e medidas de posição e de dispersão, análise combinatória e o terceiro que trata de probabilidade.

Ao longo de 48 páginas dedicadas ao tema, tem-se as primeiras 7 tratando de experimentos aleatórios, espaço amostral e evento e as 41 restantes tratam do cálculo de probabilidades.

A lista de exercícios desta coleção está dividida em AR: atividades resolvidas e A: atividades, as quais são exercícios a serem resolvidos.

Quanto às quantidades, tem-se ao todo 15 AR, sendo, as 2 primeiras envolvendo a determinação de espaços amostrais e eventos e mais 13 destinadas ao cálculo de probabilidades.

Em relação aos exercícios propostos chamados de atividades, A, tem-se ao todo 61, sendo 7 relativos à determinação de espaços amostrais e 54 relativos ao cálculo de probabilidades.

Além destes, tem-se uma lista específica para o ENEM contendo mais 5 atividades referentes ao cálculo de probabilidade em espaços amostrais discretos.

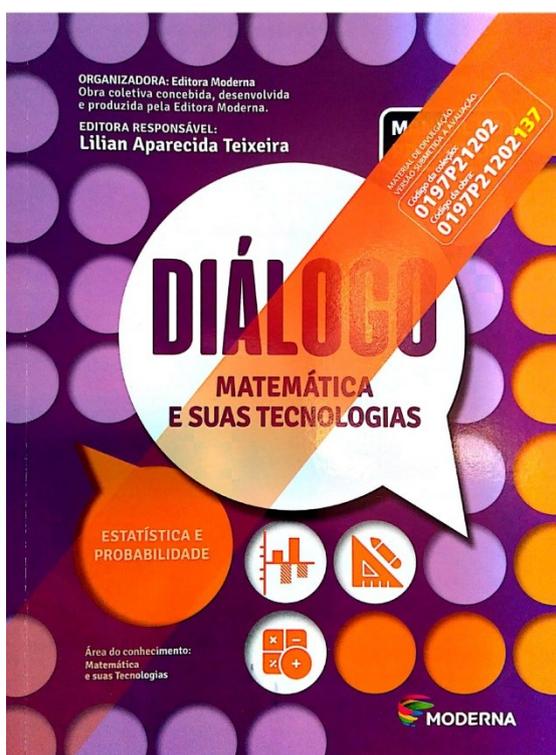
Há ainda outra lista que apresenta questões específicas de vestibulares, onde conta-se 13 atividades relativas ao cálculo de probabilidade, sendo 9 a partir da interpretação clássica e dentro da noção frequentista.

Refazendo-se as quantidades tem-se, 81 atividades ao longo do texto abordando o cálculo de probabilidade.

A partir da análise do texto constata-se que a interpretação clássica de probabilidade sobre espaços amostrais discretos predomina quase que na totalidade do texto.

Encontra-se no início do capítulo, em destaque, a definição de espaço amostral discreto e contínuo. Porém para o segundo não há qualquer atividade durante a evolução do texto.

As distribuições de frequência têm espaço reduzido, mas estão presentes tanto no texto, quanto nas atividades.



C4: Código da Coleção: 0197P21202.
Código do livro: 0197P21202137.
Diálogo: Matemática e suas
tecnologias – Estatística e
Probabilidade. Org. Lilian Aparecida
Teixeira. 1. ed. – São Paulo:
Moderna, 2020.

A coleção **C4**, Diálogo - Estatística e Probabilidade, aborda o tema no volume 0197P21202137, o qual está estruturado em treze capítulos, nessa ordem: Os conjuntos; Princípio aditivo, multiplicativo e arranjos; Permutações, Combinação simples e Binômio de Newton; Probabilidade; Probabilidade condicional; Probabilidade e a produção de resíduos; Estatística; Gráficos e tabelas; Medidas de tendência central, Medidas separatrizes, Medidas de dispersão e o último capítulo, de Estatística e Probabilidade.

Nos capítulos 5, 6 e 7 encontram-se os conceitos: experimento aleatório, espaço amostral e evento, operações e propriedades. No capítulo doze encontram-se seis páginas abordando distribuições de frequências para dados agrupados em classes. O último capítulo integra a estatística e a probabilidade.

Ao todo são 51 páginas do texto dedicadas ao tema, distribuídas em capítulos da obra, sendo 45 diretamente empregadas para apresentar o tema e mais 6 integrando-o com estatística.

A carga de exercícios desta coleção está dividida em ER: Exercícios e problemas resolvidos e EP: Exercícios e problemas propostos.

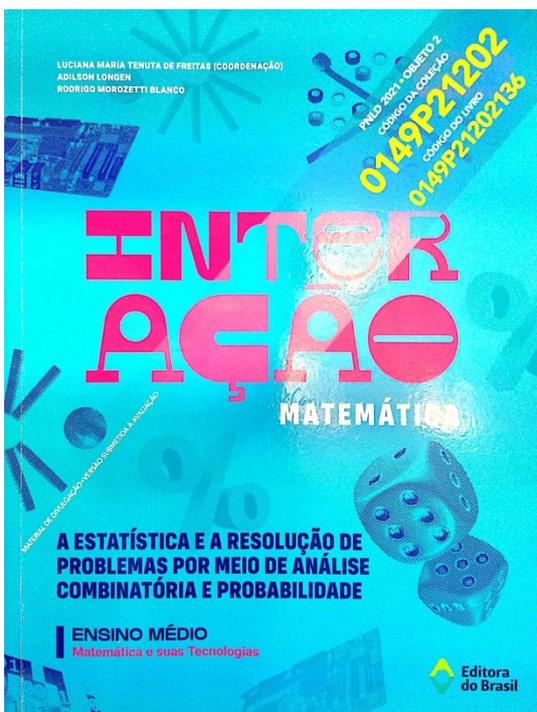
Quanto às quantidades, tem-se ao todo 15 ER, sendo os 5 primeiros envolvendo a determinação de espaços amostrais e eventos, 8 destinados ao cálculo de probabilidades e mais 2 na parte relativa à frequências relativas.

Em relação aos EP, tem-se ao todo 62, sendo 12 destes relativos à determinação de espaços amostrais, 41 relativos ao cálculo de probabilidades e mais 9, relativos à frequências.

Analisando-se o conteúdo que compõe este volume especificamente, identifica-se, formalmente, apenas a interpretação clássica de probabilidade. No capítulo denominado, estatística e probabilidade, encontra-se de forma superficial, a abordagem frequentista de probabilidade.

Quanto à abordagem de probabilidade em espaços amostrais contínuos e probabilidade geométrica, não se encontrou menção, nem no texto, tampouco nos exercícios.

A característica principal dessa obra é o seu caráter tradicional, com o conteúdo fatiado em treze capítulos, começando com a teoria de conjuntos.



C5: Código da Coleção: 0149P21202.
Código do livro: 0149P21202136.
Interação Matemática: a estatística e a resolução de problemas por meio de análise combinatória e probabilidade. Autores: Adilson Longen, Rodrigo Morozetti Blanco. 1. ed. – São Paulo: Editora do Brasil, 2020.

A coleção **C5**, Interação Matemática, apresenta o tema no volume 019P21202136, que tem o título: A estatística e a resolução de problemas por meio de análise combinatória e probabilidade.

O capítulo 1 trata dos tópicos da estatística descritiva, enquanto no segundo, tem-se a análise combinatória e os princípios de contagem. Na terceira unidade, tem-se probabilidade e estatística.

Antes de iniciar a exposição dos dados quantitativos do volume e da coleção como um todo, percebe-se pelo título utilizado e adiantando-se alguns aspectos que serão abordados na análise qualitativa, que esta coleção tem um diferencial, o qual revela a opção pelo uso dos fundamentos da Resolução de Problemas como tendência metodológica norteadora para o processo ensino-aprendizagem-avaliação. Portanto, para a instrumentalização didática do tema probabilidade, o docente precisa estar atento aos preceitos desta metodologia.

Antes de seguir na análise desta coleção, apresentam-se algumas informações sobre a metodologia baseada na resolução de problemas, como forma de introduzir o assunto.

Para Onuchic (1999), essa perspectiva metodológica é a mais coerente com as orientações apresentadas na BNCC, pela qual se espera que os

estudantes “desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (Brasil, 2018, p. 263). E mais, Onuchic (1999, p. 211), afirma ainda que nessa abordagem “o aluno tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende Matemática para resolver problemas”.

Embora não haja uma forma única de ensinar por meio da resolução de problemas, no trabalho de Onuchic e Allevato (2011), os autores apresentam e descrevem um roteiro metodológico que pode ser seguido para este fim, com base em situações-problema. Sugerem que o processo de ensino mediante resolução de problemas seja dividido nas seguintes etapas:

Preparação do problema: nesta primeira etapa, vale ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não foi trabalhado anteriormente em sala de aula. A ideia é que os estudantes mobilizem os conhecimentos que já possuem para que, a partir deles, construam novos conhecimentos necessários a serem utilizados no processo de resolução.

Leitura do problema: é a etapa em que se promove uma leitura individual do problema, seguida de uma leitura em conjunto, a fim de propiciar esclarecimento de possíveis dúvidas.

Resolução do problema: com base no entendimento do problema, não havendo dúvidas quanto ao enunciado, os estudantes, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, tentam resolvê-lo.

Observar e incentivar: Nesta etapa, o professor se torna um mediador e, portanto, não tem mais o papel de transmissor do conhecimento.

Registro das resoluções: no quadro, em cartazes, telas ou outros meios, representantes dos grupos são convidados a registrar, apresentar e socializar suas resoluções, independentemente de estarem certas ou erradas.

Plenária: para essa etapa, são convidados todos os estudantes, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas e apresentadas na etapa anterior, com o objetivo de esclarecer dúvidas. Nesse processo, o professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os estudantes.

Busca do consenso: depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso do resultado correto.

Formalização do conteúdo: neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal, organizada e estruturada utilizando a linguagem matemática, padronizando conceitos, detalhando princípios e procedimentos construídos por meio da resolução de problemas.

Durante a aplicação dessa metodologia deverão ser observadas oportunidades de se avaliar a compreensão dos estudantes em relação aos conceitos que envolvem o problema proposto, bem como seu nível de compreensão e desenvolvimento. Essa é uma possibilidade para que o professor perceba o crescimento do conhecimento dos estudantes, o que faz a aplicação do método percorrer o processo de ensino-aprendizagem-avaliação.

Sobre a utilização do Livro Didático, como recurso, referindo-se às coleções do PNLD – 2021, no âmbito da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas, a primeira premissa a ser verificada seria saber se o mesmo traz em seu conteúdo situações-problema envolvendo interpretações de probabilidade, com as características necessárias para aplicar as etapas indicadas por Onuchic e Allevalo (2011). Detalhes sobre essa primeira etapa e também para a execução das demais etapas, sugere-se consultar esse trabalho, o qual contém todo o detalhamento metodológico.

Retornando à análise da coleção, outro aspecto relevante é percebido pelo uso da locução “por meio de”, utilizada no título. Nota-se que a probabilidade é encarada como ferramenta Matemática para a estatística, como meio para a resolução de problemas.

Quanto aos dados quantitativos, neste volume tem-se 44 páginas dedicadas ao tema.

Em relação aos exercícios que aparecem no texto, tem-se: 15 atividades resolvidas (exemplos), dos quais 5 são relativos à determinação de espaços amostrais discretos, 1 envolvendo espaço amostral contínuo e os 9 restantes envolvem o cálculo de probabilidades e suas propriedades, sempre relacionados à interpretação clássica que é a única definida no texto.

Quanto às atividades (exercícios propostos), são 60, dos quais 10 se destinam à determinação de espaços amostrais discretos e eventos, 3 envolvem espaços contínuos e probabilidade geométrica, 39 relacionados à probabilidade clássica e os 8 restantes para probabilidade frequencial.

Há também, no final do capítulo 3, uma lista de exercícios chamada de “Atividades finais”, a qual contém, principalmente, questões de ENEM e vestibulares. Ao todo, contam-se 10 questões todas sobre a abordagem clássica considerando espaços amostrais discretos.

O texto do volume em destaque ocupa-se, inicialmente, de apresentar os conceitos de espaço amostral e evento, como forma de preparação para a definição clássica de probabilidade. Na sequência apresenta propriedades operatórias decorrentes desta definição.

De forma reduzida, ocupa-se ao final de relacionar a probabilidade à tabelas de frequência. Pode-se, então, considerar que abordagem frequentista está contemplada.

Quanto à interpretação geométrica, encontra-se apenas uma atividade logo no primeiro bloco de exercícios motivando a visualização de espaços amostrais contínuos. Adiante, no cálculo de probabilidade encontram-se dois exercícios onde se calcula probabilidade em espaços amostrais geométricos, ambos envolvendo área.

Se esta coleção for adotada como guia didático, sugere-se que o texto do volume “O tratamento da informação e a resolução de problemas por meio da função do 1º grau” seja complementado com atividades que exijam a construção de tabelas de frequência relativa, por exemplo, como forma de introdução e preparação para o estudo da probabilidade frequencial no decorrer do curso. De modo semelhante, sugere-se complementar o texto no volume “A resolução de problemas por meio da geometria plana e da trigonometria” e “A resolução de problemas por meio da geometria espacial”, inserindo-se problemas nos quais se possam apresentar elementos como área e volume vinculados ao cálculo de probabilidade geométrica. Por exemplo, no momento de apresentar a área do círculo e área de um setor circular, podendo-se calcular percentuais de representatividade fazendo-se quocientes entre as áreas.



C6: Código da Coleção: 0226P21202. Código do livro: 0226P21202138. Prisma Matemática: estatística, combinatória e probabilidade. Autores: José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto Câmara de Sousa. - 1. ed. – São Paulo: FTD, 2020.

A coleção **C6: Prisma Matemática: estatística, combinatória e probabilidade**, apresenta este último tema no quarto capítulo do volume 0226P21202138.

O primeiro capítulo é dedicado a apresentar as noções de estatística, o segundo detalha os passos a serem seguidos em uma pesquisa estatística e o terceiro ao estudo da análise combinatória. Essa forma de apresentação dos conteúdos é tradicional.

Seguindo o padrão de análise das outras coleções, neste volume, contam-se 45 páginas dedicadas ao tema, sendo 36 dedicadas ao cálculo de probabilidade e mais 9, no início, tratando de experimentos aleatórios, espaços amostrais e eventos.

Quanto aos problemas apresentados em formato de exercícios, contam-se ao todo, 18 atividades resolvidas, sendo os 3 primeiros destinados à determinação de espaços amostrais discretos e os 15 restantes, todos envolvendo o cálculo de probabilidade.

Quanto aos exercícios propostos, chamados atividades, são ao todo 71, sendo os 3 primeiros destinados à determinação de espaços amostrais discretos e os 68 seguintes envolvendo o cálculo de probabilidade.

Ao final tem-se um bloco contendo atividades complementares com 11 questões de vestibulares, todas envolvendo o cálculo de probabilidade em espaços amostrais discretos.

A apresentação do conteúdo é tradicional, iniciando com os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e eventos, passando ao conceito de probabilidade em espaços amostrais equiprováveis, propriedades operatórias, o conceito de probabilidade condicional e a lei binomial das probabilidades, aproveitando a análise combinatória apresentada no primeiro capítulo.

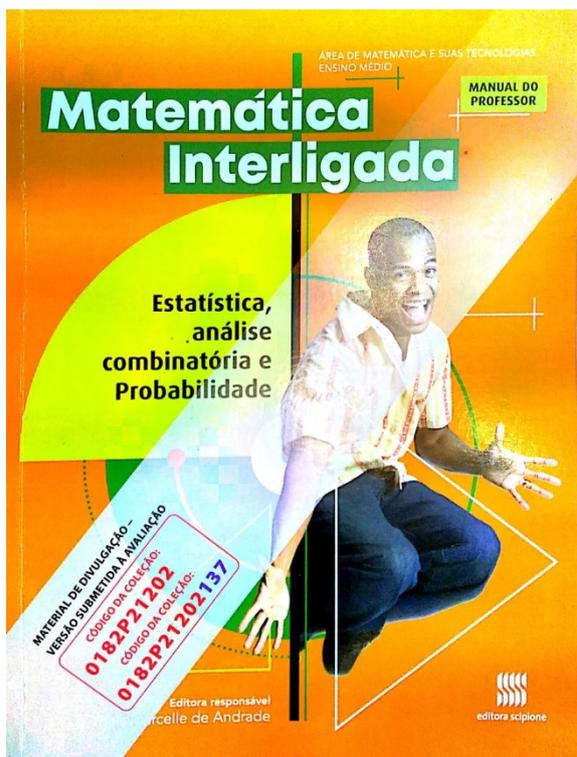
A interpretação clássica de probabilidade a partir de espaços amostrais discretos é a única discutida e definida formalmente no texto e sua aplicação predomina. Não faz menção sequer às outras abordagens.

A apresentação do conceito de frequência relativa é introduzida no primeiro capítulo, dentro do estudo de noções de estatística descritiva.

Considerando que a abordagem de probabilidade a partir de espaços amostrais contínuos e também a partir de dados tabulados segundo suas frequências assume papel importante na formação do estudante, esta coleção apresenta-se incompleta.

Não há menção a espaços amostrais contínuos, tampouco às outras interpretações de probabilidade.

Caso o professor venha utilizá-la como recurso didático principal, poderá complementá-la tanto na teoria quanto com exercícios com foco nessas perspectivas. Lembrando que no ENEM, por exemplo, frequentemente cobram-se exercícios envolvendo espaços amostrais contínuos em cálculo de probabilidade geométrica.



C7: Código da Coleção: 0182P21202. Código do livro: 0182P21202137. Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade. Autora: Thais Marcelle de Andrade - 1. ed. – São Paulo: Scipione, 2020.

A coleção **C7: Matemática Interligada: Estatística, análise combinatória e probabilidade** apresenta este último tema no segundo capítulo do volume 0182P21202137.

O primeiro capítulo é dedicado ao estudo da análise combinatória e o terceiro à estatística. Essa forma de apresentação dos conteúdos é tradicional.

Seguindo o padrão de análise das outras coleções, neste volume, contam-se 44 páginas dedicadas ao tema, sendo 37 no capítulo 2 dedicado exclusivamente à probabilidade e mais 7 no capítulo 3 que trata de probabilidade vinculada à estatística.

Quanto aos problemas apresentados em formato de exercícios, contam-se ao todo, 25 exercícios resolvidos, sendo os 4 primeiros destinados à determinação de espaços amostrais discretos e os 21 restantes, todos envolvendo o cálculo de probabilidade.

Quanto aos exercícios propostos, são ao todo 75, sendo os 18 primeiros destinados à determinação de espaços amostrais discretos e os 57 seguintes envolvendo o cálculo de probabilidade.

A apresentação do conteúdo é tradicional, iniciando com os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e eventos, passando ao conceito de

probabilidade em espaços amostrais equiprováveis, propriedades operatórias, o conceito de probabilidade condicional e a lei binomial das probabilidades, aproveitando a análise combinatória apresentada no primeiro capítulo.

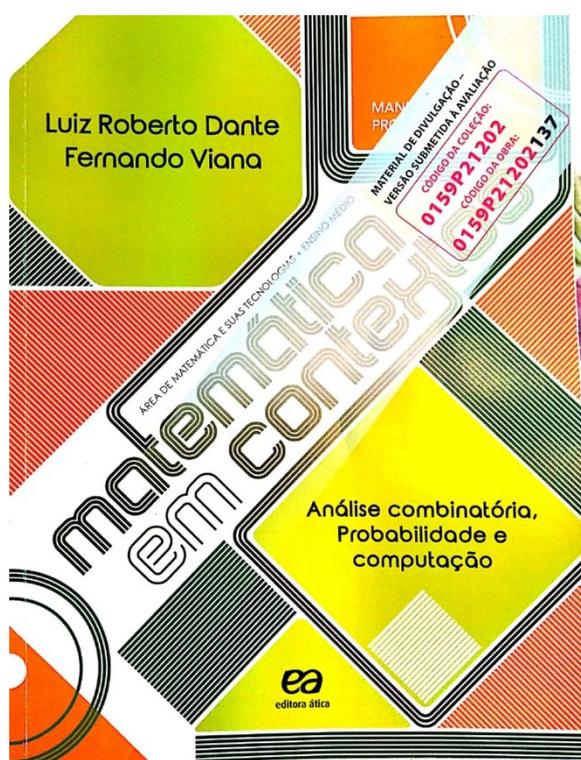
A interpretação clássica de probabilidade a partir de espaços amostrais discretos é a única discutida e definida formalmente no texto do capítulo 2. Não faz menção sequer às outras abordagens.

A interpretação frequencial é introduzida de forma superficial dentro do terceiro capítulo, dentro do estudo da estatística descritiva.

Nos demais volumes, não se encontrou qualquer atividade que remetesse ao cálculo de probabilidades.

Do ponto de vista teórico, considera-se esta é a coleção mais fraca, porém contendo uma carga alta de exercícios em relação às outras.

Considerando que abordagem de probabilidade a partir de espaços amostrais contínuos e também a partir de dados tabulados segundo suas frequências assume papel importante na formação do estudante, esta coleção apresenta-se incompleta. Caso o professor venha utilizá-la como recurso didático principal, poderá complementá-la tanto com a teoria quanto com exercícios com foco nessas perspectivas. Lembrando que no ENEM, por exemplo, frequentemente cobram-se exercícios envolvendo espaços amostrais contínuos em cálculo de probabilidade geométrica.



C8: Código da Coleção: 0159P21202. Código do livro: 0159P21202137. Matemática em contextos: análise combinatória, probabilidade e computação. Autores: Luiz Roberto Dante e Fernando Viana - 1. ed. – São Paulo: Editora Ática, 2020.

A coleção **C8**, Matemática em contextos: análise combinatória, probabilidade e computação, apresenta o tema probabilidade no Capítulo 2, o qual compõe o volume 0159P21202135. O Capítulo 1 deste volume trata da Análise Combinatória.

Nas 46 páginas utilizadas para apresentação do tema, 10 são utilizadas para apresentar a teoria de conjuntos e as 36 páginas restantes são dedicadas à probabilidade.

O texto tem aspecto tradicional partindo de definições, seguidas de atividades resolvidas e, posteriormente, fixando o conteúdo através de atividades (exercícios propostos).

No final do capítulo, tem-se uma espécie de simulado contendo questões específicas para vestibulares e ENEM.

Detalhando-se a natureza destes exercícios, identificam-se os seguintes grupos e suas quantidades:

- Atividades resolvidas: São apresentadas 17, das quais 15 envolvem o cálculo de probabilidades. As outras 2 são atividades referem-se a conjuntos e à descrição de eventos em espaços amostrais. Não há, então, atividades resolvidas que façam menção direta ou indiretamente às demais interpretações que temos interesse.
- Atividades: ao todo são 60, sendo 6 relativas a conjuntos, 10 relacionadas à determinação de espaços amostrais discretos e outros 41 exercícios que envolvem o cálculo de probabilidade a partir da interpretação clássica e mais 3 relacionados à abordagem geométrica.
- Vestibulares e ENEM: das 11 questões que compõe este bloco, todas envolvem apenas espaços amostrais discretos e o cálculo de probabilidades de acordo com a definição clássica.

No volume de estatística e Matemática financeira, encontra-se ao final do primeiro capítulo mais 10 páginas, contendo a ideia de probabilidade, contendo dois exemplos como forma de motivação, seguidos de 3 atividades resolvidas e 4 atividades propostas relacionadas à frequência relativa. No bloco de Vestibulares e ENEM não há exercício relacionado ao cálculo de probabilidade.

Resumindo os dados quantitativos dessa coleção, tem-se: 2 volumes nos quais encontra-se o tema. São utilizadas 56 páginas para abordar o tema e, encontram-se ao todo, 20 atividades resolvidas, sendo 18 destinadas ao cálculo de probabilidade, 64 atividades propostas, sendo 45 referentes à probabilidade clássica, 3 à probabilidade geométrica e relativas à frequência relativa.

Após estes dados quantitativos, retomando-se a análise do conteúdo, na parte inicial do capítulo 2 do volume que trata da análise combinatória, probabilidade e computação, cerca de 20% das páginas são utilizadas para apresentar noções sobre conjuntos como: relação de pertinência, inclusão, complementar, operações com conjuntos e propriedades decorrentes dessas operações. Na porção restante do capítulo apresentam-se conceitos como: fenômenos aleatórios, espaço amostral, evento aleatório e o cálculo de probabilidades.

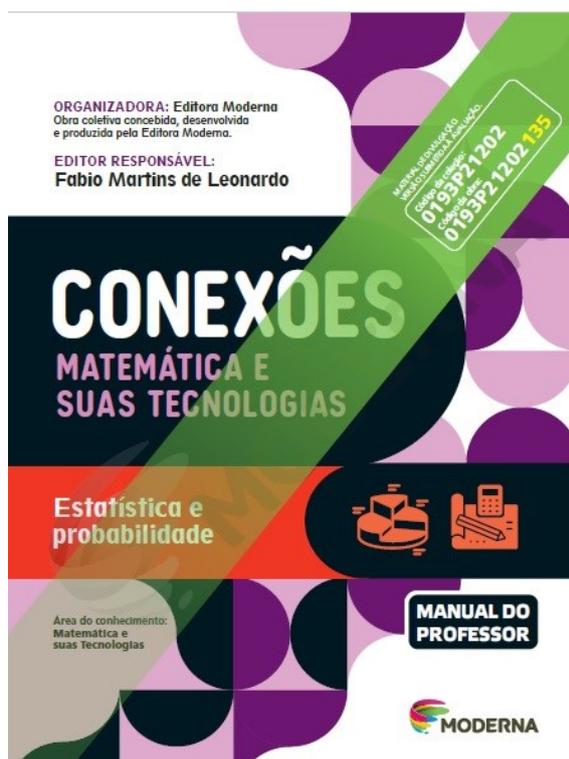
Neste ponto, surge a formalização para a interpretação clássica de probabilidade em espaços amostrais discretos. Formalmente, essa abordagem é a única apresentada no texto. Não há menção direta a outras possíveis interpretações. Porém, na página 77, no item “Cálculo de probabilidades com espaço amostral não discreto”, apresenta-se um exemplo e três atividades às quais estão relacionadas à interpretação geométrica do conceito de probabilidade. Quanto à interpretação subjetiva ou frequentista, não se encontra qualquer atividade relacionada.

O texto encerra o assunto tratando da definição clássica, probabilidade condicional e caracterizando eventos independentes.

No volume que trata de estatística contém na sua parte final um tópico explorando a ideia de probabilidade. Examinando-se o texto vê-se claramente que o objetivo é inserir a ideia de frequência relativa como possibilidade de interpretação para probabilidades. O texto traz um exemplo motivador, três atividades resolvidas e mais quatro atividades (exercícios propostos), porém não há questões no bloco Vestibulares e ENEM tratando de frequência relativa. Diante do exposto, pode sim, admitir que a interpretação frequentista esteja contemplada, porém de forma incompleta. Ao utilizar este material no processo

didático, o professor poderia complementá-lo com a teoria e aplicações diversificadas.

Quanto à interpretação geométrica, pode ser explorada, melhorando-se o referencial teórico, a quantidade e variedade de atividades, lembrando que este é um tema que já apareceu em várias questões cobradas no ENEM.



C9: Código da Coleção: 0193P21202.
Código do livro: 0193P21202135.
Conexões: Estatística e probabilidade. Autores: Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. Editor responsável Fabio Martins de Leonardo. - 1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2020.

O volume 0193P21202135, da coleção **C9: Conexões: estatística e probabilidade**, apresenta o tema probabilidade no quinto capítulo. A apresentação do conteúdo, portanto, é tradicional. Na parte inicial contempla os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e evento. Em seguida aparece o cálculo de probabilidades a partir da interpretação clássica e também da interpretação frequencial.

O primeiro capítulo é dedicado ao estudo da organização de dados no qual se discorre sobre a importância de se coletar dados para melhor compreender uma situação, como fazer essa coleta, organizar e maneiras de apresentar esses dados.

O segundo trata da análise de dados com destaque para as distribuições de frequência e o cálculo de frequências relativas, a qual se relaciona

diretamente ao cálculo de probabilidade dentro da interpretação frequentista, a ser explorado no quinto capítulo.

O terceiro capítulo se concentra na estatística descritiva, explorando as medidas de tendência central e de dispersão.

O quarto capítulo apresenta as técnicas de contagem no contexto da análise combinatória.

Seguindo o padrão de análise das outras coleções, neste volume, contam-se 21 páginas dedicadas ao tema, sendo 18 dedicadas ao cálculo de probabilidade e mais 3, no início, tratando de experimentos aleatórios, espaços amostrais e eventos. Destaca-se que há a definição tanto de espaço amostral discreto como de espaço amostral contínuo. Porém, ao longo do texto, não se encontram atividades resolvidas ou propostas para espaços amostrais contínuos.

Quanto aos problemas apresentados em formato de exercícios, contam-se ao todo, 13 (ER): exercícios resolvidos, sendo os 3 primeiros destinados à determinação de espaços amostrais discretos e os 10 restantes, todos envolvendo o cálculo de probabilidade. Destes, tem-se 9 na interpretação clássica e 1 na interpretação frequentista.

Quanto aos exercícios propostos conta-se ao todo 46, sendo os 6 primeiros destinados à determinação de espaços amostrais discretos e os 40 seguintes envolvendo o cálculo de probabilidade. Destes tem-se 36 na interpretação clássica e somente quatro na frequentista.

Ao final tem-se lista chamada complementar, contendo 22 questões que foram aplicadas em vestibulares e também no ENEM, sendo 20 destas envolvendo o cálculo de probabilidade em espaços amostrais discretos.

A interpretação clássica de probabilidade e também a frequentista são contempladas, a partir de espaços amostrais discretos, discutidas e definidas formalmente no texto.

O conceito de frequência relativa é apresentado no segundo capítulo, interpretado, no quinto, como medida de probabilidade.

Não há menção a espaços amostrais contínuos, tampouco às outras interpretações de probabilidade, como a geométrica e a subjetiva.



C10: Código da Coleção: 0180P21202. Código do livro: 0180P21202137. Ser protagonista: Estatística e probabilidade. Autoras: Katia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz - 1. ed. São Paulo : Edições SM, 2020.

A coleção **C10**: Ser protagonista: Estatística e probabilidade, apresenta o tema ao longo do volume 0180P21202137.

O primeiro capítulo deste volume trata da análise combinatória e os princípios básicos de contagem.

O tema de probabilidade começa a ser desenvolvido no segundo capítulo. Neste encontram-se 25 páginas dedicadas ao tema. A parte inicial apresenta os conceitos básicos de experimento aleatório, espaço amostral e evento. Em seguida encontra-se a definição clássica de probabilidade e suas propriedades.

No capítulo três são apresentadas as noções de estatística com destaque para a apresentação de tabelas de frequência e o cálculo de frequências absolutas e relativas. Considerando que estes temas são essenciais para a interpretação frequentista de probabilidade abordada no quinto capítulo, contam-se mais 10 páginas.

O quarto capítulo é dedicado à apresentação das medidas estatísticas, de tendência central e de dispersão.

No quinto capítulo, denominado probabilidade e estatística, contém uma seção denominada probabilidade frequentista. Essa é a primeira vez que aparece a denominação frequentista referindo-se à interpretação de probabilidade. Contam-se aí mais 25 páginas.

Seguindo o padrão de análise das outras coleções, neste volume, contam-se, ao todo, 60 páginas dedicadas ao tema, descritas assim: 3, no início do capítulo 2, tratando de experimentos aleatórios, espaços amostrais e eventos e 22 dedicadas ao cálculo de probabilidades, 10 no capítulo 3 tratando do cálculo de índices de frequência e mais 25, no quinto capítulo, tratando de probabilidade frequentista.

Destaca-se que há a definição de espaço amostral discreto, porém não se encontra referência a espaço amostral contínuo.

Os exercícios estão agrupados em problemas e exercícios resolvidos (ER), problemas e exercícios propostos (EP) e questões de vestibular e ENEM (VE). Tem-se 12 exercícios resolvidos, 86 exercícios propostos e 6 questões de vestibulares e ENEM.

Quanto aos exercícios propostos conta-se, como apontado acima, ao todo 86.

No capítulo 2, os 12 primeiros envolvendo a determinação de espaços amostrais e eventos, 40 envolvendo o cálculo de probabilidade clássica. No terceiro capítulo contam-se 14 exercícios propostos e, no quinto, mais 20, estes últimos todos destinados ao cálculo de frequências.

Ao final do segundo e quinto capítulos, conta-se 4 e 2 problemas, respectivamente, do tipo vestibular e ENEM, ou seja, 6 no total. No capítulo 3 não aparecem atividades com essa característica.

A interpretação clássica de probabilidade e também a frequentista são contempladas, a partir de espaços amostrais discretos, discutidas e definidas formalmente no texto.

O conceito de frequência relativa é apresentado no terceiro capítulo, interpretado, no quinto, como medida de probabilidade.

Não há menção a espaços amostrais contínuos, tampouco às outras interpretações de probabilidade, como a geométrica e a subjetiva.

4.1 Dados Tabelados

Nesta seção, utilizam-se tabelas e gráficos, para apresentar os dados retirados das coleções. Os dados coletados referem-se à quantidade de páginas utilizadas em cada coleção para apresentação do conteúdo de probabilidade, quantidades e natureza dos exercícios empregados para fixação do conteúdo em cada texto, presença ou ausência da noção de espaço amostral discreto e contínuo e, quais interpretações de probabilidade tratadas em cada obra.

A Tabela 2 apresenta o número de páginas, utilizadas no volume específico de cada coleção, para tratar do tema probabilidade. Este dado pode ser tomado como um indício de qualidades do texto como interdisciplinaridade, transversalidade e variabilidade, recomendados nas diretrizes curriculares e também na BNCC.

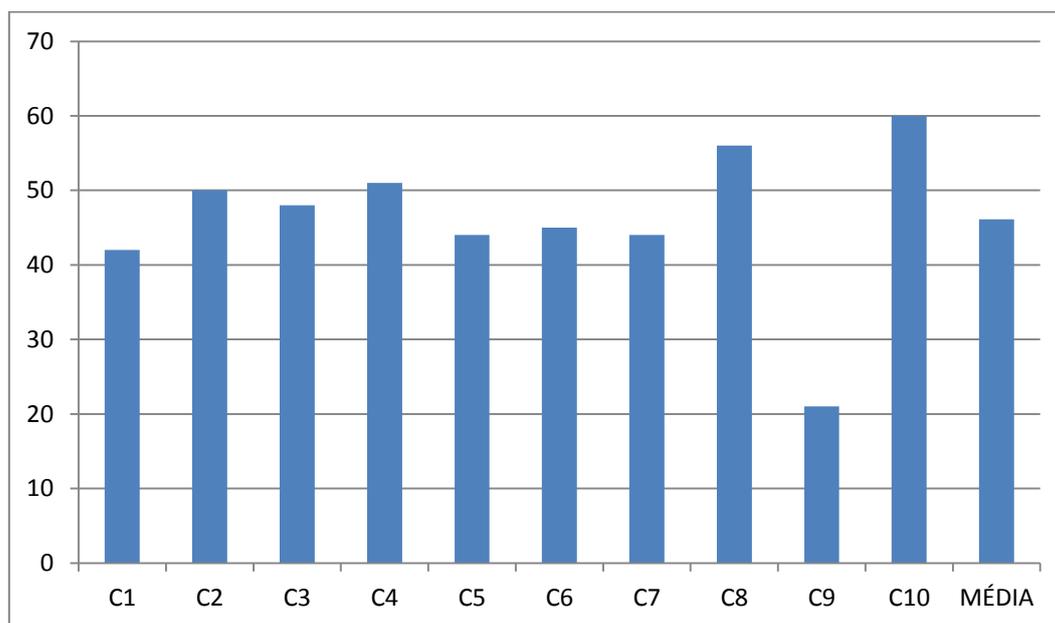
Tabela 2 - Probabilidade: Número de Páginas

COLEÇÃO	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Nº DE PÁGINAS	42	50	48	51	44	45	44	56	21	60

Fonte: Autoria própria.

No Gráfico 2, apresentam-se essas informações e uma coluna contendo a média de páginas dedicadas ao tema probabilidade, permitindo assim, a comparação entre estas.

Gráfico 2: Probabilidade: Número de páginas x Média Geral



Fonte: Autoria própria.

A média geral das coleções revela que são utilizadas em torno de 46 páginas para a apresentação do tema. A coleção C9, porém, utiliza apenas 21 páginas, sendo o menor número, enquanto a C8, com 56 páginas e a C10 com 60 páginas, são as que apresentam maior volume de texto.

Considerando que a natureza e carga de exercícios de fixação são importantes no processo de ensino-aprendizagem de Matemática no ensino fundamental, na Tabela 3, apresentam-se os dados referentes às quantidades e à natureza das atividades utilizadas como exercícios em cada coleção.

Tabela 3 - Quantidade e natureza dos exercícios

	QER	QEP	QVE	QTE
C1	8	32	0	56
C2	0	15	7	66
C3	13	54	14	94
C4	10	50	0	77
C5	9	50	10	85
C6	15	68	11	100
C7	21	57	0	97
C8	18	48	11	95
C9	10	40	20	70
C10	12	74	6	104

Fonte: Autoria própria

Para a Tabela 3 tem-se a seguinte legenda:

QER: Quantidade de exercícios resolvidos relativos à probabilidade;

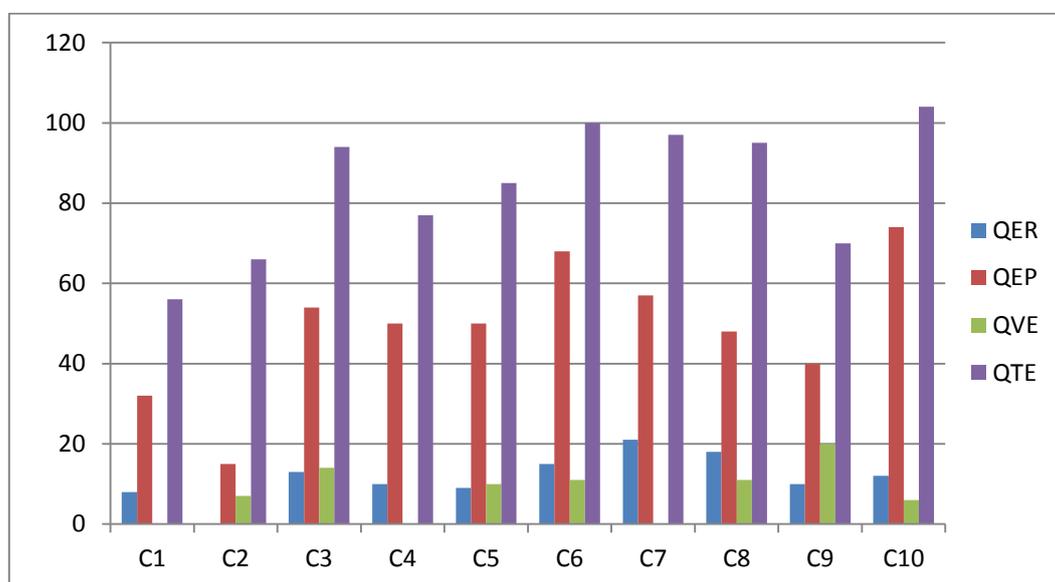
QEP: Quantidade de exercícios propostos relativos à probabilidade;

QVE: Quantidade de exercícios de vestibulares e ENEM

QTE: Quantidade total de exercícios considerando estas categorias.

O Gráfico 3 fornece uma percepção gráfica sobre as quantidades e a natureza dos exercícios encontrados no conteúdo das coleções.

Gráfico 3: Natureza e Quantidade dos Exercícios



Fonte: Autoria própria.

As coleções C10, C6, C7, C8 e C3, apresentam um volume total de exercícios acima das demais, sendo que a coleção C10 ultrapassa a marca de 100 atividades utilizadas como exercícios em todas as categorias. Por outro lado, a coleção C1 contém o menor número de atividades classificadas como exercícios, inclusive não possui exercício algum na categoria QVE: exercícios de vestibulares e ENEM. As coleções C4 e C7 também não apresentam exercícios na categoria QVE: exercícios de vestibulares e ENEM.

A coleção C2 é a única dentre as dez analisadas que apresenta o tema probabilidade a partir da interpretação subjetiva. Além dessa característica,

outra que chama atenção, observando o Gráfico 3, é que esta coleção é a única que não apresenta exercícios na categoria QER: exercícios resolvidos.

Quanto à carga de exercícios propostos novamente as coleções C10 e C6 se destacam como tendo as maiores quantidades, com ambas tendo mais de sessenta exercícios dessa natureza. Por outro lado, a coleção C2 é a que tem o menor número de exercícios propostos com menos de vinte.

Especula-se que a baixa quantidade de tarefas classificadas como exercícios resolvidos e também como exercícios propostos, na coleção C2, está diretamente relacionada à característica da abordagem subjetiva de probabilidade que apresenta, pois utiliza atividades diferentes daquelas que costuma aparecer nos livros didáticos.

Considerando que no contexto de cada interpretação de probabilidade a noção de espaço amostral é fundamental e que podem ser trabalhadas atividades nas quais se utilizem essas noções, considera-se importante identificar e classificar os espaços amostrais, segundo sua natureza, indicando o que cada coleção utiliza na apresentação do texto ou no corpo de exercícios.

A natureza do espaço amostral envolvido no experimento, de fato, condiciona a atividade (exercício) utilizada no processo didático. Como identificado anteriormente os espaços amostrais podem ser finitos, enumeráveis (infinitos, mas que podem ser enfileirados) ou não enumeráveis. Pode-se usar também a noção de espaços contáveis (finitos ou infinitos enumeráveis) e não contáveis (infinitos não enumeráveis).

Sobre essa característica, na Tabela 4, apresentam-se os dados relacionados à noção de espaços amostrais discretos e contínuos, identificando se cada coleção contempla ou não esse tal item.

Tabela 4 - Natureza dos espaços amostrais

COLEÇÃO	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Discreto	Sim									
Contínuo	Não	Não	Sim	Não	Sim	Não	Não	Não	Sim	Não

Fonte: Autoria própria.

A partir dos dados da Tabela 4, constata-se que a maioria das coleções opta por apresentar o conteúdo específico de probabilidade somente a partir de

espaços amostrais discretos. Considera-se esse aspecto uma limitação. Apenas as coleções C3, C5 e C9 apresentam atividades envolvendo ambos os tipos de espaços amostrais.

Na Tabela 5 mostram-se os dados analíticos indicando a presença (Sim) ou ausência (Não), de cada interpretação de probabilidade no volume específico de cada coleção que trata do tema. Para a composição do critério de presença ou ausência considerou-se a presença de exemplos, a presença de exercícios ou a definição formal que indicasse a interpretação.

Para sintetizar as informações adota-se na Tabela 5, a seguinte legenda:

CIC: contempla a interpretação clássica de probabilidade;

CIF: contempla a interpretação frequentista de probabilidade;

CIG: contempla a interpretação geométrica de probabilidade;

CIS: contempla a interpretação subjetiva de probabilidade.

QIC: quantidade de interpretações contempladas

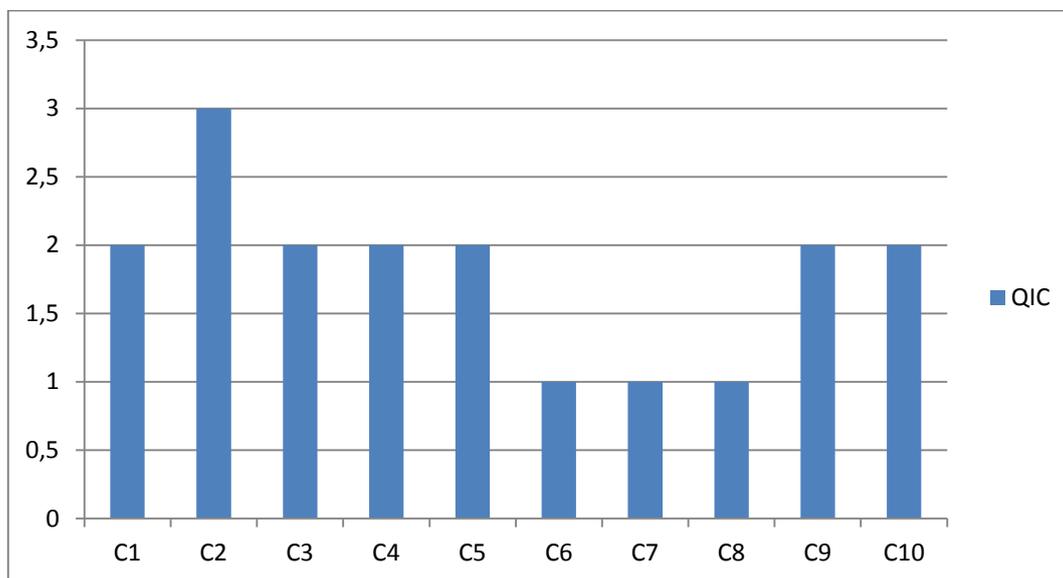
Tabela 5 - Interpretações Contempladas

	CIC	CIF	CIG	CIS	QIC
C1	Sim	Sim	Não	Não	2
C2	Sim	Sim	Não	Sim	3
C3	Sim	Sim	Não	Não	2
C4	Sim	Sim	Não	Não	2
C5	Sim	Sim	Não	Não	2
C6	Sim	Não	Não	Não	1
C7	Sim	Não	Não	Não	1
C8	Sim	Não	Não	Não	1
C9	Sim	Sim	Não	Não	2
C10	Sim	Sim	Não	Não	2

Fonte: Autoria própria.

No Gráfico 4, gerado a partir dos dados compilados na Tabela 5, apresenta a relação entre cada coleção e a quantidade de interpretações que a mesma contempla:

Gráfico 4: Número de interpretação de probabilidade por coleção



Fonte: Autoria própria.

Constata-se que nenhuma coleção apresenta, ao mesmo tempo, as quatro abordagens de probabilidade indicadas nesta pesquisa. Também, observa-se que apenas a coleção C2 traz três abordagens, enquanto C1, C3, C4, C5, C9 e C10 trazem duas. Por outro lado, as coleções C6, C7 e C8, apenas uma.

A partir do que foi apresentado até este momento, tem-se subsídios necessários para gerar análises, em relação ao tema e aos objetivos propostos nesta pesquisa, bem como tirar conclusões e fazer considerações importantes acerca do texto apresentado em cada coleção do PNLD 2021, as quais serão distribuídas aos estudantes em 2022.

A argumentação, considerando os aspectos teóricos, os dados coletados, agrupados e apresentados nos gráficos e tabelas, será apresentada no capítulo a seguir, o qual tratará sobre as considerações finais e conclusões desta pesquisa gerando informações e impressões sobre as qualidades e possíveis necessidades de complementação em relação aos textos dos livros didáticos que chegarão às escolas públicas no próximo ano.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente investigação foi desenvolvida com o propósito de analisar as dez coleções de livros didáticos destinadas ao Novo Ensino Médio, aprovadas pelo MEC – Ministério da Educação e Cultura, no âmbito do PNLD 2021- objeto 2 – Obras Específicas de Matemática,

Entre as principais exigências contidas no Edital 03/2019 – PNLD 2021, publicado em 13 de Dezembro de 2019, o qual materializou a aprovação das coleções que serão disponibilizadas para as escolas públicas de educação básica no Brasil, a partir de 2022, está aquela que obriga cada coleção a indicar as competências e as habilidades específicas para o conteúdo de probabilidade a serem desenvolvidas. De forma forçada ou natural, deixa-se aqui uma interrogação, a partir da análise do manual do professor, constatou-se que todas as coleções contemplam esta exigência. Porém, entende-se que esse aspecto precisaria ser analisado com mais cuidado, pois há casos onde não se vê claramente a relação entre o conteúdo apresentado, as competências específicas e as habilidades que supostamente decorrem da sua apresentação.

A escolha do tema de estudo, como apontado no início, se deu em função da necessidade de instrumentalização didática, considerando a importância do livro didático como recurso educacional, sendo a principal fonte de acesso do estudante ao conhecimento científico elaborado. Considera-se esse elemento muito importante no trabalho docente, porém é preciso ter consciência sobre a sua utilização.

A partir dos aspectos quantitativos e qualitativos obtidos e a análise dos textos reafirmou a importância desse recurso didático como forma de acesso dos estudantes ao conhecimento científico elaborado. Nesse contexto, a análise do livro didático, no que se refere ao conteúdo específico de probabilidade mostrou a importância do tema escolhido em função da sua atualidade, transversalidade e abrangência.

O objetivo principal foi analisar e verificar quais as interpretações para o conceito matemático de probabilidade cada coleção contemplava. As

interpretações consideradas nesta pesquisa foram: a clássica, a frequentista, a geométrica e a subjetiva.

A partir da análise qualitativa das coleções verificou-se que as todas as coleções apresentam o conteúdo específico de probabilidade a partir da interpretação clássica, considerando espaços amostrais discretos.

Nenhuma das coleções apresentou de forma integral ou parcial as quatro interpretações de interesse deste trabalho.

Somente a coleção C2, revelou a presença de três interpretações: a clássica, a frequentista e a subjetiva, faltando-lhe a geométrica.

Na análise dos textos das dez coleções, nenhuma abordou formalmente a interpretação geométrica de probabilidade.

Apenas a coleção C2 apresenta a interpretação subjetiva.

A interpretação frequentista aparece contemplada nas coleções C1, C2, C3, C9 e C10. Nas coleções C4 e C5, encontram-se probabilidades estimadas a partir de frequências relativas, apenas nos exercícios, sem, no entanto apresentar conceitos durante a apresentação do texto. Por outro lado, nas coleções C6, C7 e C8, não se encontra qualquer menção a esta interpretação, nem no texto, nem nos exercícios.

Em relação à metodologia sugerida no texto, somente a coleção C5 diferencia-se, tratando a exposição de todos os conteúdos a partir da tendência metodológica da Resolução de Problemas.

Retornando aos aspectos quantitativos, de acordo com a Tabela 2 e o Gráfico 2, apresentados no quarto capítulo, as coleções utilizam, em média, quarenta e seis páginas para a exposição do conteúdo, sendo que a coleção C9 que utiliza apenas vinte e uma páginas, enquanto a coleção C10 ocupa sessenta páginas. Não se pode afirmar que esse fator interfira na qualidade do texto, mas é um indicativo que o docente deverá preocupar-se, pois a relação volume x profundidade x diversidade deve ser resguardada no texto.

Em relação aos exercícios, constatou-se que as coleções C10, C6, C7, C8 e C3, apresentam um volume total de exercícios acima das demais, sendo que a coleção C10 ultrapassa a marca de 100, considerando todas as categorias. Por outro lado, a coleção C1 contém o menor número de atividades classificadas como exercícios.

A média geral de exercícios é de oitenta e quatro, sendo que as coleções C5, C3, C6, C7, C8 e C10 têm quantidades acima da média, enquanto as outras estão abaixo da média, sendo que a coleção C1 tem apenas cinquenta e seis exercícios, no total.

Quanto à carga de exercícios, percebeu-se grande variação entre as coleções, conforme dados da Tabela 3, estas apresentam, em média, doze exercícios resolvidos, utilizados para auxiliar no entendimento da exposição do conteúdo. A coleção C2 é uma exceção, pois não apresenta esse tipo de atividade, somente exercícios propostos.

Sobre esse aspecto, considera-se importante colocar atividades em formato de exercícios resolvidos, durante ou após a apresentação do conteúdo, como forma de fixação e complementação. Sendo assim, caso esta coleção venha a ser utilizada, caberá ao professor complementar o seu conteúdo inserindo exercícios resolvidos durante a exposição do conteúdo.

A quantidade de exercícios propostos é de quarenta e nove em média, sendo que novamente, a coleção C2 fica bem abaixo desse número, contendo apenas quinze. Como no caso anterior, caberá ao professor acrescentar atividades, caso considere este número reduzido.

Considerando os aspectos apontados nos dois parágrafos anteriores, acredita-se que a inexistência ou o baixo número de exercícios apresentados na coleção C2, tem a ver com a interpretação subjetiva de probabilidade que é abordada na obra.

Ainda considerando os dados da Tabela 3, a partir dos dados relativos ao bloco de questões de vestibulares e ENEM, encontrou-se em média, oito questões por obra. Porém, este tipo de exercício está ausente nas C1, C4 e C7. Portanto, caso uma destas três coleções seja a escolhida pela escola e adotada pelo professor, poderá ser complementada com exercícios desta natureza. Por outro lado, a coleção C9 apresenta vinte atividades desta natureza.

A proposta aqui não é deixar juízo de valor sobre as coleções, pois todas foram aprovadas em um processo rigoroso de análise e homologação, porém alguns aspectos precisam ser destacados, de modo a indicar subsídios à utilização das coleções.

O professor precisa estar ciente que, a partir da sua escolha, seja ela qual for, o mesmo deverá complementar o texto. De fato, a interpretação geométrica de probabilidade, por exemplo, não está contemplada em nenhuma coleção. No entanto, em diversas edições de vestibulares e também do ENEM, questões dentro dessa perspectiva foram cobradas.

Nesse mesmo sentido, considera-se a interpretação subjetiva importante, seja pelo seu alcance teórico ou prática e apenas uma das coleções contempla esta interpretação.

Por outro lado, ao considerar a qualidade Matemática das coleções, percebe-se que todas precisam ser complementadas. Por exemplo, é nítida a opção por se trabalhar o conteúdo de probabilidade a partir da noção de espaços amostrais discretos, conforme os dados apresentados na Tabela 4. Ao se inserir atividades considerando espaços amostrais não enumeráveis, naturalmente se poderia fazer uma aproximação à abordagem geométrica, complementando o texto em todas as coleções.

De acordo com o que foi observado na análise de cada coleção, todas identificam as atualizações exigidas para o Novo Ensino Médio, considerando as orientações estabelecidas na BNCC. Este é um ponto forte dos textos, pois definem, para o professor, quais as competências específicas e quais habilidades que se busca em cada conteúdo.

Diante dos elementos analisados, considera-se que o livro didático permanece como um recurso fundamental a ser utilizado no processo de ensino-aprendizagem. Também, que o mesmo ainda se constitui como elemento fundamental de disseminação do conhecimento científico elaborado, atendendo estudantes das classes menos favorecidas.

Por outro lado, ao utilizá-lo, o professor precisa estar ciente das suas lacunas e complementar o seu texto. Para isso, precisa manter-se atualizado, seja quanto ao conteúdo específico de probabilidade, seja quanto às novas práticas metodológicas que possam enriquecer seu trabalho didático.

Ainda sobre a questão metodológica, constatou-se que apenas uma das coleções analisadas, a C5, opta pela apresentação dos conteúdos utilizando a tendência metodológica de ensino da Matemática através da Resolução de Problemas.

Em relação ao aspecto didático e a melhoria do entendimento sobre a composição e utilização do livro como recurso para a instrumentalização das aulas de Matemática, o presente estudo mostrou-se proveitoso, fornecendo subsídios importantes a partir dos quais se pode analisar o seu conteúdo considerando outros temas além da probabilidade que aqui foi discutida. Temas como funções, geometria e sistemas de equações lineares são outros temas que poderiam ser sugeridos em análises futuras.

A partir do que foi apresentado nesta pesquisa, deixa-se, também como indicação para trabalhos futuros, elaborar sequências didáticas, considerando a interpretação geométrica de probabilidade no contexto da metodologia de ensino de Matemática através da resolução de problemas, visto que em nenhuma coleção encontra-se esta abordagem de forma completa para o tema probabilidade.

Por fim, sugere-se utilizar em conjunto o texto das coleções, extraindo-se o que cada coleção tenha de melhor em termos de teoria e exercícios, de modo a se produzir um texto base, o mais completo possível, que possa ser aplicado no processo de ensino-aprendizagem de probabilidade.

REFERÊNCIAS

ALCÂNTARA, R. **Probabilidade Geométrica em Lançamentos Aleatórios**. Dissertação de Mestrado – Centro de Ciências da Natureza – Curso de Pós-Graduação em Matemática – Universidade Federal do Piauí. p. 47. 2014.

ANDRADE, T. M. **Matemática interligada: estatística, análise combinatória e probabilidade**. 1. ed. – São Paulo: Scipione, 2020.

ARAUJO, P. C., IGLIORI, S. B. C. O **problema epistemológico da Probabilidade**. Caderno de Física da UEFS 11 (01 e 02): 57-75, 2013.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma Matemática: estatística, combinatória e probabilidade**. - 1. ed. – São Paulo: FTD, 2020.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Edgar Blucher, Rio de Janeiro, 2012.

BRASIL. Decreto n. 9.099 de 18 de jul. de 2017. **Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático**, Brasília, DF, Julho 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 20 jan. 2021.

CEVADA, J. ... [et al.]. **Matemática nos dias de hoje: probabilidade e estatística**. 1. ed. – São Paulo: SEI, 2020.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante Matemática e suas tecnologias: estatística, probabilidade e Matemática financeira**. 1. ed. – São Paulo: Edições SM, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: análise combinatória, probabilidade e computação**. 1. ed. – São Paulo: Editora Ática, 2020.

FIORENTINI, D. **Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Dario Fiorentini, Sérgio Lorenzato. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

JAMES, B. R. **Probabilidade: um curso em nível intermediário**. IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada – CNPq. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

LEONARDO, F. M. (Org.). **Conexões: Estatística e probabilidade**. 1. ed. - São Paulo : Moderna, 2020.

LONGEN, A.; BLANCO, R. M. **Interação Matemática: a estatística e a resolução de problemas por meio de análise combinatória e probabilidade**. 1. ed. – São Paulo: Editora do Brasil, 2020.

MEYER, P. L. **Probabilidade: aplicações à estatística**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

MOREIRA, A. P. M. **Aplicações da teoria da decisão e probabilidade subjetiva em sala de aula do ensino médio**. Dissertação de Mestrado – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, p. 178. 2015.

ONUCHIC, L. De La R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PERSPECTIVAS**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUICHIC, L. De La R; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática, Vol. 25, Nº 41. p. 73 - 98. 2011.

RAMOS, F. R. O; HEINSFELD, B. D. S. S. **Reforma do Ensino Médio de 2017 (Lei nº 13.415/2017): Um estímulo à visão utilitarista do conhecimento.** EDUCERE: XIII Congresso Nacional de Educação. Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2017. Disponível em <https://educere.bruc.com.br> Acesso em 05 de abril de 2021.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Ser protagonista: Estatística e probabilidade. 1. ed.- São Paulo : Edições SM, 2020.

SOUZA, J. R. **Multiversos Matemática: Estatística e probabilidade.** 1. ed. – São Paulo: FTD, 2020.

TEIXEIRA, L. A. (Org.). **Diálogo: Matemática e suas tecnologias.** 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2020.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** 1 ed. São Paulo, SP: Atlas, 2008.