



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



PROFMAT

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

**LESSON STUDY NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:
ENTENDIMENTOS A PARTIR DO I SILSEM**

Carolina Soares de Oliveira Borges

Brasília, DF
agosto/2022

**Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional**

**LESSON STUDY NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:
ENTENDIMENTOS A PARTIR DO I SILSEM**

Carolina Soares de Oliveira Borges

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do Programa de Mestrado Nacional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Regina da Silva Pina Neves

**Brasília, DF
agosto/2022**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

BB7321 BORGES, Carolina Soares de Oliveira
Lesson Study nos Anos Finais do Ensino Fundamental:
entendimentos a partir do I SILSEM / Carolina Soares de
Oliveira BORGES; orientador Regina da Silva PINA NEVES. --
Brasília, 2022.
75 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado Profissional em
Matemática) -- Universidade de Brasília, 2022.

1. Lesson Study. 2. Ensino de Matemática. 3. Ensino
Fundamental. 4. Anos Finais. 5. Resolução de Problemas. I.
PINA NEVES, Regina da Silva, orient. II. Título.

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

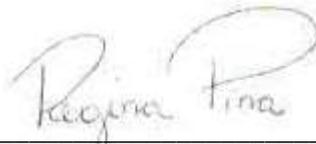
**Lesson Study no Anos Finais do Ensino Fundamental: entendimentos a partir do I
SILSEM**

Carolina Soares de Oliveira Borges

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de mestre em Matemática

Brasília, 25 de agosto de 2022

Comissão Examinadora:



Prof. Dra. Regina da Silva Pina Neves (MAT/UnB)
(Orientadora)



Prof. Dra. Raquel Carneiro Dörr (MAT/UnB)
(Membro interno)



Prof. Dra. Aluska Dias Ramos de Macedo Silva (UFCG)
(Membro externo)

Prof. Dr. Rui Seimetz (MAT/UnB)
(Membro suplente)

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente a Deus, que tem me proporcionado oportunidades e sonhos que nunca havia imaginado, por me ajudar, fortalecer e capacitar durante toda esta caminhada, por estar sempre ao meu lado me encorajando, não deixando esmorecer, dando sabedoria e colocando pessoas especiais em meu caminho.

Aos meus pais, Jesus José Borges Filho e Wanderléia Soares de Oliveira Borges, que têm sido o meu porto seguro: agradeço por todo o cuidado, incentivo, dedicação, apoio e encorajamento.

Ao meu noivo, Paulo Adriano, pela compreensão no tempo dedicado à pesquisa, pelo incentivo e cuidado.

À professora Regina Pina, por ter aceitado me orientar, por todo o encorajamento e incentivo durante a pesquisa, por me apresentar o Lesson Study e pelo cuidado e dedicação durante a pesquisa.

À Universidade de Brasília, a todo o corpo docente, aos colegas de curso, pela ajuda e troca de experiências durante o curso.

Agradeço também a todos os amigos e familiares, pela compreensão e paciência durante minha ausência.

Enfim, agradeço a todas as pessoas que fizeram parte da minha formação e, de algum modo, contribuíram para que eu chegasse até aqui.

Tu criaste o íntimo do meu ser e me teceste no ventre de minha mãe. Eu te louvo porque me fizeste de modo especial e admirável. Tuas obras são maravilhosas! Digo isso com convicção. Meus ossos não estavam escondidos de ti quando em secreto fui formado e entretecido como nas profundezas da terra. Os teus olhos viram o meu embrião; todos os dias determinados para mim foram escritos no teu livro antes de qualquer deles existir.

(Salmos 139: 13-16, *Bíblia Sagrada*)

RESUMO

Esta dissertação apresenta os resultados de um mapeamento de pesquisas que discorrem sobre Lesson Study (LS) no Ensino Fundamental – Anos Finais divulgados nos Anais do I Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (I SILSEM), realizado em maio de 2021. Para isso, buscou-se conhecer os aspectos históricos de seu desenvolvimento no mundo e no Brasil, bem como a natureza dos estudos que têm sido desenvolvidos e seus resultados no que se refere à formação de professores e à aprendizagem dos estudantes. Os textos evidenciaram a ampliação do número de estudos neste nível de escolaridade, ao mesmo tempo em que mostraram a prevalência de estudos em contextos de formação continuada. Além disso, os resultados revelaram aspectos da adaptação realizada em função dos contextos específicos das salas de aula brasileiras. Igualmente, mostraram a importância da resolução de problemas ao longo das etapas de planejamento-execução-reflexão da aula para o desenvolvimento profissional docente e a ampliação das aprendizagens dos estudantes.

Palavras-chave: Lesson Study, Ensino de Matemática, Ensino Fundamental, Anos Finais, Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This dissertation presents the results of a mapping of researches that deal with Lesson Study (LS) in Elementary School - Final Years published in the Annals of the I International Seminar of Lesson Study in Mathematics Teaching (In Portuguese, Anais do I Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática – I SILSEM), held in May 2021. For that, we sought to know historical aspects of its development in the world and in Brazil, as well as the nature of the studies that have been developed and their results in terms of teacher training and student learning. The texts evidenced the increase in the number of studies at this level of schooling at the same time that they showed the prevalence of studies in contexts of continuing education. In addition, the results revealed aspects of the adaptation carried out according to the specific contexts of Brazilian classrooms. Likewise, they showed the importance of problem solving throughout the planning-execution-reflection stages of the class for the professional development of teachers and the expansion of student learning.

Keywords: Lesson Study, Mathematics Teaching, Elementary School, Final Years, Problem-Solving.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Pirâmide de William Glasser	11
Figura 2 - Auditório do Departamento de Matemática – UnB, em setembro de 2018.....	12
Figura 3 - Ensino remoto no Google Meet, em maio de 2021	13
Figura 4 - Aula do PIC na UnB, em agosto de 2022.....	13
Figura 5 - Espiral do Lesson Study	18
Figura 6 - Uma aula com observadores.....	19
Figura 7 - Lesson Study em uma escola pública de Tóquio, Japão, em junho de 2014.....	19
Figura 8 - Estrutura Curricular para o Sudeste Asiático.....	21
Figura 9 - Comparação de ciclos do LS com o LSH (GdS)	23
Figura 10 - Research Lesson	24
Figura 11 - Etapas do Lesson Study	25
Figura 12 - Exemplo de distinção entre volume e capacidade	27
Figura 13 - Problema do café com leite.....	28
Figura 14 - Solução de um grupo de alunos	29
Figura 15 - Solução final do grupo.....	30
Figura 16 - Solução de um professor.....	30
Figura 17 - Problema dos “Peixes para Contar e Estimar”	31
Figura 18 - Resolução de um professor: proporção entre peixes capturados e marcados.....	33
Figura 19 - Estratégia de um grupo de alunos	33
Figura 20 - Estratégia de um grupo de alunos	34
Figura 21 - Problema de reconstrução.....	35
Figura 22 - Caderno de duas professoras	37
Figura 23 - Diferentes estratégias de solução.....	37
Figura 24 - Explicação da professora sobre o método americano.....	38
Figura 25 - Problema do livro didático de Matemática da 8 ^a série	61
Figura 26 – Geoplano faixa e geoplano virtual	62
Figura 27 - Divisão utilizando quantidade contínua/ discreta	62
Figura 28 - Medições com fita métrica.....	63
Figura 29 - Representação da sombra do poste	63
Figura 30 - Registro de um aluno sobre a atividade do carteiro.....	64
Figura 31 - Exemplos com as barras de Cuisenaire	64
Figura 32 - Representação dos alunos de um grupo.....	65

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exemplo de situações de comparação, medição e produção, no estudo do conceito de volume	26
Quadro 2 - Quadro adotado para a organização e sistematização dos dados	43
Quadro 3 - Sistematização dos estudos sobre Lesson Study nos Anos Finais – I SILSEM ...	46

SUMÁRIO

Introdução	11
1 Um pouco da história do Lesson Study	18
1.1 Um pouco da história do Lesson Study no mundo	20
1.2 Um pouco da história do Lesson Study no Brasil	22
1.3 Lesson Study e formação continuada de professores de Matemática: o caso do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES)	24
1.3.1 Lesson Study como processo de desenvolvimento profissional de professores de Matemática sobre o conceito de Volume.....	25
1.3.2 Café, Leite e Matemática	28
1.3.3 Peixes para Contar e Estimar	31
1.3.4 Dividir e Compartilhar	35
1.3.5 Alguns entendimentos	39
2 Metodologia.....	42
3 Lesson Study nos Anos Finais do Ensino Fundamental: dados a partir do I SILSEM	44
3.1 Lesson Study no Ensino Fundamental: a natureza dos problemas adotados	61
3.2 Lesson Study no Ensino Fundamental: algumas compreensões	65
Considerações finais	68
Referências	70

INTRODUÇÃO

Durante o curso de graduação em Matemática (Licenciatura), muitas vezes senti necessidade do estudo em grupo, o que não era algo fácil de se alcançar, devido ao trabalho em paralelo aos estudos e à diferença de horários dos meus amigos. Assim, foi comum cursar disciplinas sem conhecer ninguém na turma, sem interagir com os colegas de curso. Além disso, muitos colegas preferiam estudar sozinhos e não gostavam de compartilhar o conhecimento, o desenvolvimento das resoluções de questões. De modo geral, por terem passado tanto tempo para resolver algo, não queriam socializar facilmente com os colegas, entendendo, talvez, que esses não tinham se esforçado tanto para solucionar as questões.

Ao lembrar tais fatos, percebo que esquecemos que a melhor maneira de aprender é trocando experiências, resoluções, conversando e ensinando, como podemos ver na Figura 1. A Matemática em si, devido à presença dos problemas, proporciona um espaço que pode ser utilizado para o diálogo em grupo, para a busca por soluções no coletivo. Na tentativa de explicar ao colega uma resolução, um procedimento; quem explica acaba por compreender mais aspectos daquele conteúdo ou estratégia de resolução. Logo, entendo que ensinar uns aos outros, traz um rico aproveitamento e aprendizado. Apesar das dificuldades de constituir grupos de estudo, nunca desisti de formar grupos de amigos para trocar experiências, resolver questões e discutir soluções. Hoje, vejo que tais momentos contribuíram muito para a minha formação como professora.

Figura 1 - Pirâmide de William Glasser



Fonte: (SILVA, 2014, p. 13).

A resolução de problemas é uma das propostas do Programa de Iniciação Científica (PIC¹) desenvolvido pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA²) no contexto das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas e Privadas (OBMEP³) para o estudo junto aos estudantes medalhistas e menção honrosa. Esse programa prevê aulas presenciais ou remotas (sete ou oito sábados) durante o ano, com aulas no matutino e vespertino, realizadas nas instituições-sede por professores parceiros e bolsistas da graduação. O trabalho consiste em propor aos estudantes itens do banco de questões de olimpíadas anteriores e outros problemas fornecidos pelo IMPA. No final de cada um dos ciclos, que são os dias de encontros, os estudantes fazem uma avaliação com os conteúdos do ciclo anterior. Toda a aula e o resultado das avaliações são preenchidos no diário do portal do PIC pelos professores.

O polo aqui do Distrito Federal é na Universidade de Brasília (UnB), e as aulas são ministradas no Departamento de Matemática. Comecei a atuar no PIC no final da minha graduação em 2017 e continuo até o presente momento, sendo que em 2020 e 2021, o programa foi realizado remotamente (Figuras 2 e 3). Em 2022, o programa voltou a ser realizado presencialmente, e em alguns níveis, as turmas fazem aulas juntas. O Nível 1 é composto por estudantes de 7º e 8º anos do Ensino Fundamental II, e suas aulas são ministradas por três professores. Durante as aulas, os professores revezam-se para solucionar os problemas e acrescentar ideias à solução dos colegas.

Figura 2 - Auditório do Departamento de Matemática – UnB, em setembro de 2018



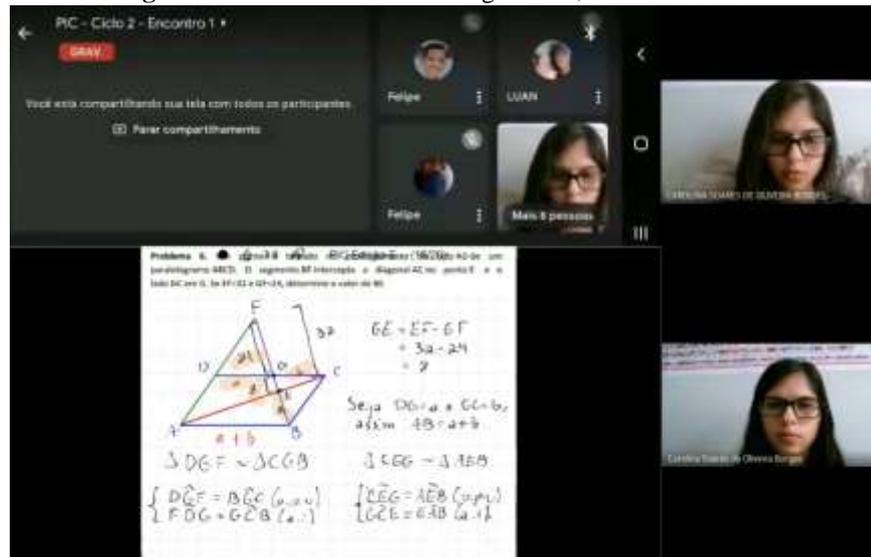
Fonte: Arquivo pessoal da autora

¹ Disponível em: <https://pic.obmep.org.br/portal>. Acesso em: 05 ago. 2022

² Disponível em: <https://impa.br/>. Acesso em: 05 ago. 2022

³ Disponível em: <http://www.obmep.org.br/>. Acesso em: 05 ago. 2022

Figura 3 - Ensino remoto no Google Meet, em maio de 2021



Fonte: Arquivo da autora

Durante todo esse processo, pude perceber que alguns estudantes preferem resolver as questões individualmente, mas alguns se reúnem em grupo e discutem as questões (Figura 4). Não são todos os professores que incentivam essa atividade em grupo, mas eu, particularmente, proponho aos estudantes que eles discutam os problemas juntos. Os que estão em grupo mantêm uma troca de informações muito rica, ajudando uns aos outros no processo de aprendizagem. Após as resoluções, os problemas são discutidos, abrindo oportunidade para eles desenvolverem as questões no quadro e explicarem-nas para os colegas.

Figura 4 - Aula do PIC na UnB, em agosto de 2022



Fonte: Arquivo da autora

Hoje, percebo o quanto esses momentos podem ser aprimorados, ampliando o espaço de discussão entre os estudantes, a socialização de resoluções e as estratégias. Percebo, igualmente, que o espaço poderia ser mais acolhedor para o trabalho dos estudantes e dos professores. Um espaço com mesas para o trabalho em grupo, que facilitasse o deslocamento do professor entre as carteiras, favoreceria as conversas estabelecidas com os estudantes e as explicações. Essas possibilidades foram colocadas em prática em pesquisa junto a estudantes

de cálculo diferencial e integral da UnB, no Laboratório de Ensino de Matemática e, confirmam o quanto a mediação do professor, a comunicação entre os estudantes e a socialização de estratégias foram favorecidas (DÖRR, 2017).

Concluí o curso de licenciatura em Matemática pela Universidade de Brasília – UnB em 2017. Em 2020, atuei como professora de Matemática em uma escola da rede particular de ensino no Distrito Federal, onde ministrei aulas de Matemática para os 5º, 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. Desde 2021, sou professora de Matemática por meio do contrato temporário da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal – SEEDF, e atualmente leciono para turmas de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental. Sempre estudei em escola pública, sendo que meu primeiro contato com a escola particular foi lecionando. Tanto na escola particular quanto na pública, procurei conhecer os outros professores de Matemática para conversarmos sobre as aulas, sobre como as desenvolvem e sobre os métodos de ensino de cada um e as formas de avaliação.

Ao mesmo tempo em que iniciei minha carreira como docente, vivenciamos a pandemia de covid-19 e isso fez com que eu conhecesse não só o desafio dos primeiros anos de docência, bem como os percalços ao desenvolvê-los no ensino remoto. Situações de estudo, planejamento, troca de informações entre os professores e entre estes e a coordenação foram realizadas por meio de plataformas e, de modo geral, em meio às limitações de acesso à internet por parte das escolas e dos estudantes (SILVA; NERY; NOGUEIRA, 2020).

Assim, mais do que nunca, o compartilhamento das ferramentas virtuais aprendidas pelos professores foi fundamental para que houvesse um ensino remoto com menos defasagem de aprendizado. É claro que, comparando os alunos da rede particular com os da rede pública, os da rede particular tinham acesso à internet todos os dias, tinham aulas online todos os dias, tinham mais facilidade de acesso. Por outro lado, quanto aos alunos da rede pública, alguns tinham internet, alguns conseguiam participar das aulas online, alguns conseguiam assistir à aula gravada em um outro horário e muitos só tinham o material impresso e o livro didático. Esse material impresso foi desenvolvido tanto no 8º como no 9º ano do ensino fundamental com os professores de Matemática que lecionam nos mesmos anos. O único meio de comunicação foi pelo WhatsApp, onde primeiramente planejamos o conteúdo anual, depois fizemos um material com explicações, com sugestões de vídeos, e uma lista com problemas sobre os conteúdos do bimestre.

Enfim, o período foi de grande aprendizagem para os professores e mostrou-nos que precisamos nos organizar em grupos de professores, que podemos aprender uns com os outros e, principalmente, o quanto os estudantes podem aprender melhor à medida em que nós,

professores, aprendemos a trabalhar juntos. Tudo isso pode ser observado nas experiências descritas em Braga, Noletto e Nogueira (2020) e Nery, Silva e Pereira (2022) no contexto de estudos realizados por membros do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática⁴, da UnB.

Após o período das aulas remotas, houve a necessidade dos professores se reunirem e traçarem estratégias para conseguirem amenizar a defasagem de conteúdo dos alunos. Não teria como ensinar algo previsto no currículo no ano em que o aluno estava, sendo que muitos ficaram dois anos praticamente parados, muitos desaprenderam a estudar, a estudar em uma sala de aula, apresentam dificuldades de concentração e de convivência com várias pessoas. Então foi necessário elaborar uma forma a partir do básico dos anos anteriores, para depois dar continuação aos tópicos curriculares propostos no ano. Esse trabalho em conjunto dos professores trouxe diversas opiniões, soluções, reconstruções, e a empatia de se colocar no lugar do estudante para oferecer um melhor ensino.

Colocar-se no lugar do estudante no processo de ensino de Matemática é um desafio para os professores. Quando aprendemos algum conteúdo de Matemática, aquilo que antes era complicado torna-se algo simples em nossas cabeças, e muitos professores ensinam como se os alunos já conhecessem alguns métodos e como se aquilo fosse simples para eles, como é em sua cabeça. Contudo, para alguém que está tendo os primeiros contatos com aqueles conteúdos, há a necessidade de não tomar nada como simples. Em algumas disciplinas da graduação, tive muitas dificuldades por causa disso: alguns conteúdos necessários não foram trabalhados no Ensino Médio na rede pública, e então tive que estudar e recuperar esse conteúdo perdido.

Assim sendo, principalmente agora depois de um bom tempo com ensino remoto, a retomada de conteúdos básicos é necessária para os estudantes. Não devemos considerar nenhum conteúdo como simples, mas precisamos desenvolver uma estratégia para alcançarmos o aprendizado dos estudantes. Para tanto, percebo que estabelecer parcerias dentro da escola é fundamental para criarmos estratégias de ensino, para trabalhar junto e avaliar junto o que se tem pensado. Para tudo isso se faz necessário estudar: o professor precisa estudar sobre o ensino e sobre como ele pode melhorar o ensino que desenvolve.

O trabalho do professor é sempre inédito, pois, a cada ano, os alunos mudam, e precisamos sempre ser curiosos para querer aprender mais. Então, após a graduação, observei as possibilidades de formação continuada e fiz o exame de acesso para o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), a única opção em nível de mestrado em

⁴ Para mais informações, acesse:

<https://www.youtube.com/c/GIEMGrupodeInvestiga%C3%A7%C3%A3oEnsinodeMatem%C3%A1tica>

vigência na instituição em que cursei a graduação. As disciplinas proporcionam-nos a revisão de muitos dos conteúdos que vimos na graduação e a ampliação de outros. Ao longo do curso, são escassas as disciplinas que tratam de ensino, embora o mestrado seja voltado para professores, o que me motivou a buscar leituras e estudos bem focados em possibilidades atuais, a fim de melhorar minha prática docente em matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Na busca por mais conhecimentos sobre o ensinar e o aprender matemática, conheci o Lesson Study (LS) por meio dos estudos já realizados pela minha orientadora como: Aprendizagens de Futuros Professores de Matemática em um Estágio Curricular Supervisionado em Processo de Lesson Study (PINA NEVES; FIORENTINI; 2021), Lesson Study presencial e o Estágio Curricular Supervisionado em Matemática: contribuições à aprendizagem docente (PINA NEVES; FIORENTINI; SILVA, 2022), Prática Profissional e o Estágio Curricular Supervisionado: Experiências com Lesson Study na Formação Inicial de Professores de Matemática (QUARESMA; PINA NEVES; MACEDO, 2022), entre outros. Assim, fiz minhas primeiras leituras sobre o LS no contexto de formação inicial de professores, conheci aspectos de sua expansão no mundo e no Brasil. Em seguida, realizei leituras no contexto da formação continuada de professores de matemática e percebi o quanto o LS tem ajudado e desenvolvido o potencial dos professores e, conseqüentemente, a qualidade das aulas que ministram para os alunos. Assim, observei experiências exitosas na forma de ensino daqueles que o conhecem e a ampliação das aprendizagens de seus estudantes, o que me motivou a buscar mais conhecimento sobre o assunto de modo a favorecer melhorias quanto à minha prática docente em matemática.

Logo, o objetivo geral deste estudo é compreender o LS e como ele tem sido desenvolvido nos Anos Finais do Ensino Fundamental por meio de um mapeamento de estudos publicados nos anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (I SILSEM⁵), realizado de modo inaugural em maio de 2021. Para tanto, buscamos conhecer aspectos históricos de seu desenvolvimento no mundo e no Brasil, bem como a natureza dos estudos que têm sido desenvolvidos e seus resultados no que se refere à relação resolução de problemas, formação de professores e aprendizagem matemática.

Em termos de organização textual, apresentamos, no primeiro capítulo desta dissertação, aspectos históricos do LS, definindo onde e quando surgiu, o que é, como e quais são os seus eixos principais. Em seguida, discorreremos sobre como se desenvolveu pelo mundo, até chegar

⁵ Disponível em: <https://www.even3.com.br/silsem/>. Acesso em: 05 ago. 2022.

ao Brasil. No Brasil, destacamos momentos do seu surgimento, o período atual ainda muito focado na formação continuada de professores, a recente ampliação com estudos na formação inicial e sua adoção em situações de formação continuada de professores de Matemática, por meio das experiências do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). A descrição é realizada tendo como parâmetros publicações em formato de artigo e e-books sobre a série LS em Matemática.

No segundo capítulo, apresentamos a metodologia adotada para o mapeamento dos dados sobre o I SILSEM. Em seguida, no terceiro e último capítulo, realizamos o mapeamento dos estudos sobre LS realizados nos Anos Finais do Ensino Fundamental por meio da coleta, organização e análise de textos dos Anais. Por fim, nas considerações finais, refletimos sobre os resultados, elencando as principais contribuições para a prática docente em Matemática do(a) professor(a) que atua nos Anos Finais do Ensino Fundamental, especialmente no que se refere ao papel central da resolução de problemas no trabalho pedagógico em Matemática.

1 UM POUCO DA HISTÓRIA DO LESSON STUDY

O Jyugyo Kenkyuu, termo japonês usado para o Lesson Study (Estudo de Aula), é uma metodologia originada no Japão a partir de 1873 (ISODA *et al.*, 2007), que é empregada tanto na formação inicial quanto continuada de professores de diferentes áreas. Ela consiste em aperfeiçoar a abordagem pedagógica e potencializar a aprendizagem efetiva e participativa dos estudantes. Podemos compreendê-lo na metáfora de uma espiral (Figura 5), sendo o primeiro passo o planejamento, a execução e a reflexão, depois o replanejamento, a reexecução e nova reflexão. No Japão, segundo Takahashi e Mcdougal (2014), todo processo acaba por si constituir em uma investigação, cujos dados são coletados no momento da execução da aula, e os resultados podem ser gatilho para futuras ações e pesquisas.

Figura 5 - Espiral do Lesson Study



Fonte: Gaigher; Souza; Wrobel (2017, p. 55)

Para que isso ocorra, os professores precisam estar em formação contínua, pesquisando o currículo e interagindo com outros professores para o melhor desenvolver da aula. O desenvolvimento da aula precisa estar registrado na lousa, de modo organizado, facilitando a compreensão dos estudantes (SILVA; 2020; PINA NEVES; FIORENTINI, 2021). A conclusão não pode ser uma produção somente do professor, os estudantes também compartilham os seus entendimentos, e só após isso, o professor traz novas compreensões (Figuras 6 e 7).

Figura 6 - Uma aula com observadores



Fonte: Isoda; Arcavi; Lorca (2012, p. 28)

Figura 7 - Lesson Study em uma escola pública de Tóquio, Japão, em junho de 2014



Fonte: Apmreports⁶

O livro *The Teaching Gap* (STIGLER; HIEBERT, 1999) expôs os atributos do sistema educacional japonês, trazendo como foco o LS e o quanto isso se refletia em avaliações internacionais como Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) e, posteriormente, o Programme for International Student Assessment (PISA). Isso levou muitos a se interessarem em compreender o que havia de diferente no sistema educacional japonês,

⁶ Disponível em: <https://www.apmreports.org/episode/2015/08/26/a-different-approach-to-teacher-learning-lesson-study>. Acesso em: 05 ago. 2022

porque sua prática de formação permitia que muitos professores fossem competentes, produzindo aulas com muita qualidade. A esse respeito, Isoda, Arcavi e Lorca (2012) consideram que o *Jyugyo Kenkyuu* faz parte do contexto escolar japonês e está presente há muitos e muitos anos, integrando a cultura de formação dos professores. Da mesma forma, esses pesquisadores afirmam que tais conquistas foram construídas pela comunidade escolar e órgãos governamentais, de modo constante, coletivo, analisando e melhorando o processo por meio de avaliações. Ou seja,

é um processo em que todos olham para a aula planejada, para as aprendizagens e dificuldades dos estudantes, permitindo críticas que possibilitem uma avaliação minuciosa do desenvolvimento da aula, observando como o trabalho do professor na sala de aula possibilita as aprendizagens dos estudantes (UTIMURA; BORELLI; CURI, 2020, p. 5).

Segundo Utimura, Borrelli e Curi (2020), a avaliação coletiva contribui para reflexão do docente sobre o próprio trabalho e isto colabora para que os estudantes avancem nos conhecimentos matemáticos que foram indicados como tema pelos docentes.

1.1 UM POUCO DA HISTÓRIA DO LESSON STUDY NO MUNDO

A Lesson Study acompanhou a evolução do sistema educacional, ao longo do século 20, como uma atividade essencial que promoveu atualizações curriculares e a produção de livros-textos e materiais didáticos, constituindo uma parte natural da formação inicial de professores e continuada como atividade profissional.

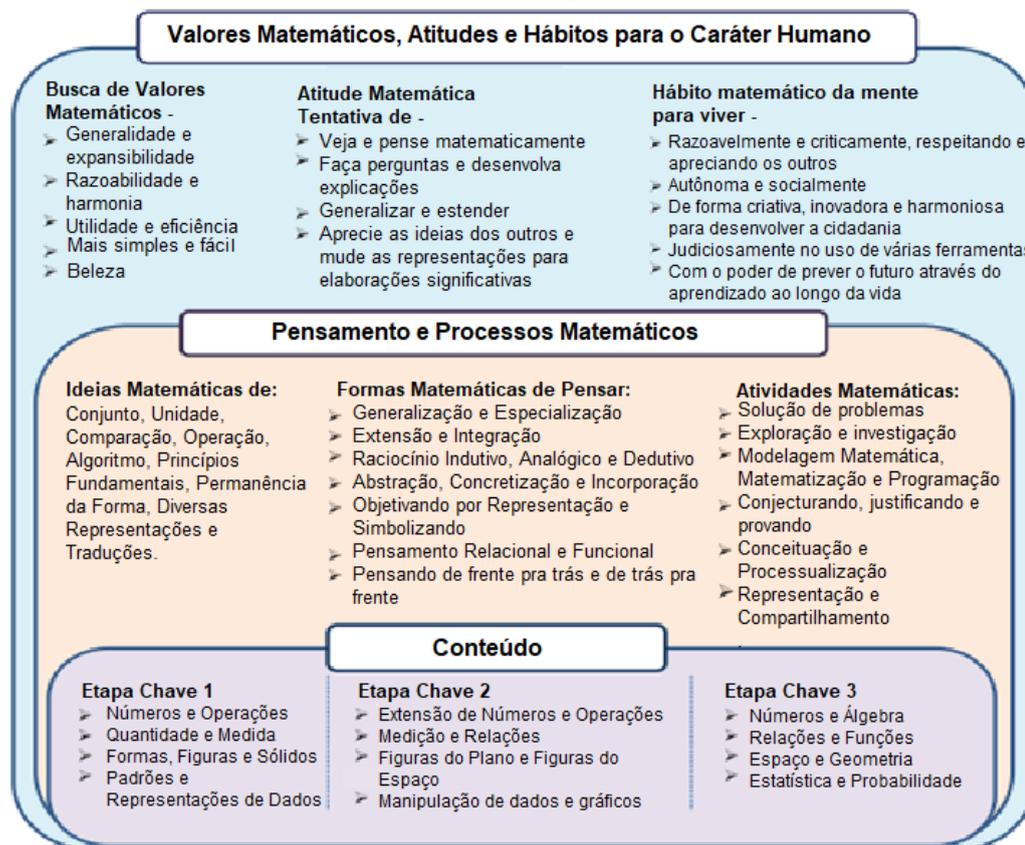
(BALDIN, 2022, p. 44).

De acordo com Baldin (2022), essa característica é um diferencial ao considerarmos o LS como uma estratégia para melhorar a formação profissional do professor de Matemática quando comparamos com a realidade de outros países. E, desta forma, ao introduzirmos o LS em outras culturas diferentes da japonesa, é essencial ter a compreensão da terminologia utilizada pela LS, que não alcança apenas um entendimento procedural do seu processo dentro de uma escola, mas, sim, dentro dos projetos de construção de um currículo.

Isoda (2021) traz um exemplo da terminologia que pode ser compartilhada por outros países fora do Japão, que foi resultado do trabalho colaborativo com países do Sudeste Asiático. Eles construíram um quadro teórico para um Currículo de Matemática para a Educação Básica, por meio do projeto Asia-Pacific Economic Cooperation (APEC) de LS, sob a coordenação da Universidade de Tsukuba, que ocorreu nos anos 2006-2018. Nesse quadro, Isoda (2021) ilustra

as camadas da concepção de um currículo de Matemática em nível básico, desde os valores matemáticos, atitudes e hábitos para o caráter humano, como também o pensamento e processos matemáticos, e o conteúdo. Vale também ressaltar a resolução ou solução de problemas como uma das principais atividades matemáticas (Figura 8).

Figura 8 - Estrutura Curricular para o Sudeste Asiático



Fonte: Mangao; Ahmad; Isoda (2017, c. 1, p. 5); Gan; Isoda; Teh (2021, p. 1)

Utamura, Borrelli e Curi (2020) relatam que em 2002, no 9º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME), a metodologia de formação de professores em LS chamou atenção de pesquisadores e passou a ser divulgada em muitos países. Nesses estudos, cinco países foram escolhidos como referências de estudo diante das suas trajetórias com o uso do LS, destacando: Estados Unidos (divulgação e disseminação de novas estratégias), Reino Unido (política pública de formação de professores), Portugal e Chile (investimentos nas possibilidades de investigar melhor a prática dos professores) e Brasil (pesquisas de mestrado e doutorado) (UTIMURA; BORELLI; CURI, 2020, p. 5). Dos países estudados, apenas dois, Japão e Reino Unido, desenvolvem ou desenvolveram uma política de formação em larga, média e pequena escala, baseada no LS. Já os Estados Unidos, Portugal, Chile e o Brasil têm desenvolvido pesquisas com pequenos grupos de professores utilizando o LS.

1.2 UM POUCO DA HISTÓRIA DO LESSON STUDY NO BRASIL

A professora Yuriko Yamamoto Baldin, da Universidade Federal de São Carlos, foi a precursora do LS no Brasil, adotando em seus estudos o termo *pesquisa da aula*. Nesse contexto inicial, ela orientou duas dissertações de Mestrado — Felix (2010) e Carrijo Neto (2013) — que discutem a metodologia e sua adaptação ao contexto brasileiro (UTIMURA; BORELLI; CURI, 2020). Estes estudos foram fundamentais para a socialização da informação de que o LS possui elementos que lhe atribuem uma identidade, e que deve ser respeitada, por isso é necessário captar as suas essências e adaptá-las conforme outros contextos escolares e outras culturas. Em estudos realizados no Brasil, Souza (2022), discute, por exemplo, seis limitações, desafios e soluções que contribuíram para a identidade no LS, foram eles: (1) isolamento *vs* colaboração; (2) conteúdo de Matemática; (3) *hatsumon*; (4) controle do tempo; (5) *bullying*; (6) comunicação durante as observações das aulas.

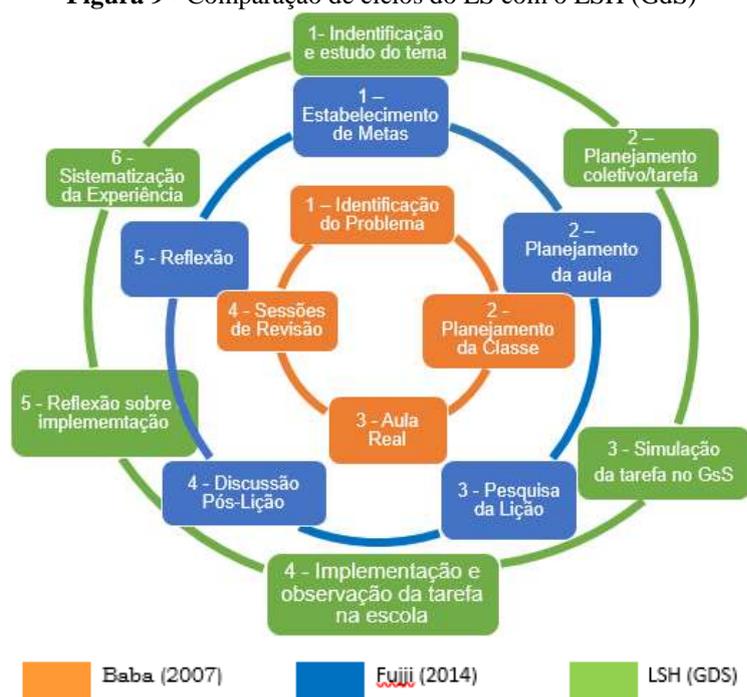
Em continuidade, Souza (2022) argumenta que no Brasil, a cultura do isolamento para planejamentos é muito comum e dificulta o compartilhamento de experiências; e, conseqüentemente, dificulta também maiores chances de desenvolvimento profissional. Os professores, em sua maioria, planejam sozinhos e não compartilham ou discutem informações uns com os outros, não havendo aí uma oportunidade de aperfeiçoamento da aula para os estudantes. Observando a formação de um profissional de Licenciatura em Matemática, sua graduação compõe-se, na maior parte, de disciplinas de Matemática pura e uma pequena quantidade de disciplinas voltadas ao ensino. Mesmo com essas disciplinas, ainda é comum perceber no perfil de um professor de Matemática um pouco de individualismo. Esse individualismo é o primeiro passo que precisa ser reconstruído para o LS seja possível.

Nos conteúdos de Matemática, Souza (2022) afirma que o desafio é aprender os conceitos para além dos procedimentos. Muitas vezes, na Matemática, o uso apenas de fórmulas é constante, mas são necessários conceitos a partir da diversificação de outros métodos e estratégias para se estudar um mesmo objeto. Em relação aos questionamentos do problema pelo professor, a autora discute que são perguntas que estimulam o raciocínio, e não que o aluno faça uma busca mental tentando saber o que o professor quer que ele responda. Ela defende que quando trabalhamos problemas com os estudantes, precisamos ter cuidado para não responder os próprios questionamentos e fazer perguntas que estimulem o estudante a um raciocínio. Para ela, o controle de tempo é algo fundamental para a aula: precisamos que ela tenha início, meio e fim, sem que haja interrupção do raciocínio, para que todo o pensamento e aprendizado sobre

o tema seja adquirido. A comunicação entre os professores sobre o aprendizado dos alunos é necessária durante a observação de uma aula planejada seguindo os fundamentos do LS.

Pina Neves e Fiorentini (2021) destacam que no Brasil, o número de estudos em LS ainda é muito pequeno, sendo desenvolvido, em grande parte, na Região Sudeste do país e em processos de formação continuada. Entretanto, os autores destacam que o número de estudos em outras regiões tem crescido juntamente com o interesse dos pesquisadores em desenvolver LS na formação inicial, como é o caso de Bezerra (2017), Macedo, Bellemain e Winslow (2020) e Silva (2020). Ainda segundo esses autores, uma das iniciativas mais exitosas foi desenvolvida pelo Grupo de Sábado (GdS) da FE/Unicamp. O GdS projetou um modelo o qual denominaram de LS Híbrido (LSH-GdS), contendo um ciclo de 6 etapas (Figura 9). Nesse modelo, um destaque que temos de diferente do LS é a simulação da tarefa matemática no GdS, onde a aula é simulada para os professores antes de ser aplicada com os alunos.

Figura 9 - Comparação de ciclos do LS com o LSH (GdS)



Fonte: Crecci; Paula; Fiorentini (2019, p. 5)

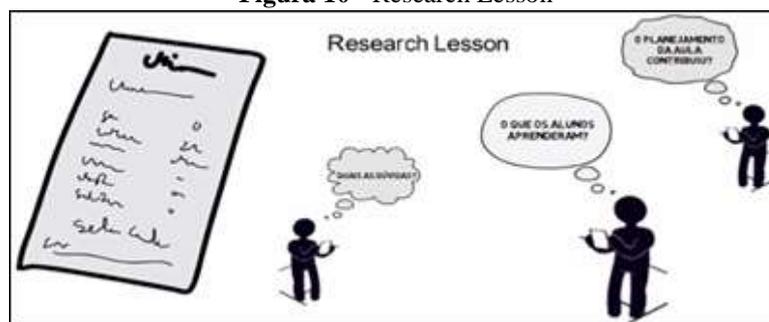
Assim, o LS em Matemática tem se ampliado pelo Brasil e vem sendo adotado por profissionais, na formação inicial e continuada de professores, o que pode contribuir para que tenhamos cada vez mais profissionais assumindo a aula de Matemática, de modo coletivo e colaborativo, como objeto de estudo.

1.3 LESSON STUDY E FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: O CASO DO INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO (IFES)

Souza (2022) defende que o LS tenha início com alguma demanda de conteúdo curricular ou de dificuldades de aprendizagem dos alunos por parte dos professores. Nesse processo, os profissionais da educação fazem um planejamento, a aula é ministrada por um dos docentes e depois analisam os resultados de aprendizagem dos alunos. O planejamento contém detalhes que serão implementados durante os encontros e a formação dos professores vai gradativamente desenvolvendo a cultura escolar do Japão. “Não estamos falando da importação de um projeto, mas de trazer a sua essência e conseguir implementar novas realidades ou culturas” (SOUZA, 2022, p. 49).

Neste tópico reunimos algumas aulas produzidas e executadas conforme o LS no Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). A motivação por conhecer melhor a experiência do IFES deveu-se ao fato da instituição por meio de seus pesquisadores, em especial, Maria Alice Veiga Souza, desenvolverem estudos com LS há bastante tempo, constituindo, assim, em espaço privilegiado de formação para os pesquisadores iniciantes. Vale destacar também os vídeos⁷ produzidos no espaço do grupo de pesquisa e/ou em situações de pesquisa revelam aspectos centrais do LS, suas etapas e eixos fundamentais. De modo geral, os vídeos fazem uso de figuras que retratam as etapas, o que facilita o entendimento (Figuras 10 e 11).

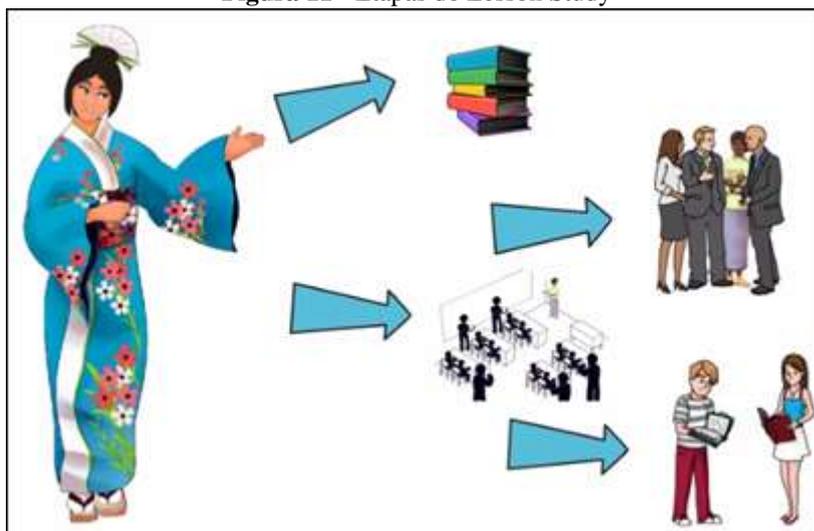
Figura 10 - Research Lesson



Fonte: Vídeo do canal do Youtube da Maria Alice⁸

⁷ Disponível em: <https://www.youtube.com/channel/UC5XJsNGUIzmvPoVsFW3ooLw>. Acesso em: 10 ago. 2022.

⁸ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=j1-HBi0uyE>, minuto 3:03. Acesso em: 12 ago. 2022.

Figura 11 - Etapas do Lesson Study

Fonte: Vídeo do canal do Youtube da Maria Alice⁹

Esses estudos motivaram-nos a buscar mais conhecimento sobre o LS, e podemos ver o avanço na compreensão do LS, considerando que cada passo do processo – o planejamento em grupo, o desenvolvimento, a discussão dos problemas, a aula simulada, os questionamentos sobre o problema e sobre as dúvidas dos alunos, a reflexão sobre a aula e a busca de um aperfeiçoamento para a próxima aplicação – tem contribuído tanto para a formação dos professores quanto para o aprendizado dos estudantes.

Os estudos selecionados foram os que geraram publicações voltadas para os professores da educação básica com a descrição minuciosa das etapas do LS que foram desenvolvidas. O primeiro estudo é sobre o conceito de volume e foi o início de um ciclo caracterizado no LS: currículo e metas, planejamento, execução e reflexão crítica. Os outros três estudos fazem parte do e-book da série LS em Matemática.

1.3.1 LESSON STUDY COMO PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE O CONCEITO DE VOLUME

O estudo de Wanderley e Souza (2020) aponta o LS como um processo de desenvolvimento ou aperfeiçoamento de profissionais da educação. Nessa publicação, os profissionais estudaram sobre Volume e como esse tema se comporta no currículo escolar, traçaram metas e planejaram aulas considerando as dificuldades, reações, equívocos e

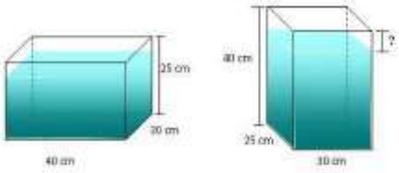
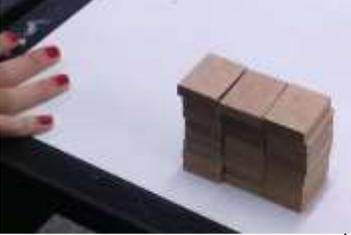
⁹ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=4UPj1NtDehw>, minuto 1:41. Acesso em: 12 ago. 2022.

questionamentos dos alunos, construíram tarefas e atividades a partir de estudos teóricos e de materiais, instrumentos ou meios que apoiem suas ações de ensino.

De acordo com os autores, o estudo iniciou um ciclo caracterizado no LS: currículo e metas, planejamento, execução e reflexão crítica. A cada vez que esse conteúdo for estudado novamente, ele terá contribuições para as novas pesquisas. Toda essa reflexão consiste na colaboração entre professores.

O estudo foi realizado com 5 professores da Educação Básica em meio ao planejamento de aulas para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do estado do Espírito Santo. Foram realizados 13 encontros semanais e presenciais de 2 horas cada. Para o desenvolvimento do conceito de Volume, foram trabalhadas três situações: comparação, medição e produção (Quadro 1).

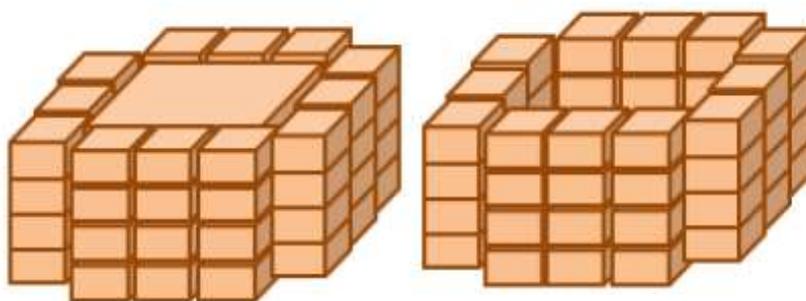
Quadro 1 - Exemplo de situações de comparação, medição e produção, no estudo do conceito de volume

(a) Comparação	(b) Medição	(c) Produção
Imagine uma esfera, um cubo e uma pirâmide de base quadrada como as das figuras abaixo. Coloque os objetos em ordem crescente de volume, sabendo que o diâmetro da esfera, as arestas do cubo, a aresta da base e a altura da pirâmide possuem todos o mesmo comprimento.	Imagine uma caixa de vidro inteiramente fechada e quase cheia de água, como mostra a figura. Observe que o nível da água está a 5cm abaixo do máximo. Agora, vamos colocar a caixa em pé, para que fique com 40cm de altura. Nesse caso, o nível da água ficará quantos centímetros abaixo do máximo?	Construa um empilhamento com 24 unidades de volume (24 u.v.).
		

Fonte: Wanderley; Souza (2020, p. 9)

Os autores explicam que inicialmente no plano desenvolvido pelos professores, continham tarefas e atividades pautadas no uso de fórmulas para o cálculo de volume, desprezando integralmente a construção do conceito pelas perspectivas de comparação, produção e até de medição sem uso de fórmulas. A partir disso, eles notaram que estava faltando mais o desenvolvimento proposto sobre volume e tentaram não usar apenas as fórmulas. Em meio aos encontros do LS, os professores conseguiram ampliar seu conhecimento sobre volume pela associação com outros conceitos interligados a essa grandeza, como capacidade, área, massa e densidade (Figura 12).

Figura 12 - Exemplo de distinção entre volume e capacidade



Fonte: Wanderley; Souza (2020, p. 9)

Os autores discutem que na área de Matemática, muitas vezes ficamos presos a fórmulas, sem trazer a essência e o concreto para os alunos. Precisamos perceber que as fórmulas são importantes, mas não podemos utilizar apenas elas, é necessária a diversificação de outros métodos e estratégias para o estudo sobre o mesmo objeto. Igualmente, eles afirmam que os professores, quando fizeram o planejamento, não colocaram os pré-requisitos que os alunos precisavam para o conteúdo de volume e o tempo de aula que seria necessário para abordar todo o planejamento. Também, quando foram questionados na entrevista, eles não haviam pensado como tratariam os erros e os questionamentos dos alunos durante a aula.

Essas trocas de experiências, análise de fora e de dentro do planejamento, contribuem de forma significativa para o planejamento da aula. Assim, “vemos durante o processo de planejamento sobre Volume a carência de atenção, conhecimento e domínio sobre ‘como’ a aula desenhada por cada professor seria levada a cabo e quais resultados com a aprendizagem dos alunos seriam obtidos” (WANDERLEY; SOUZA, 2020, p. 13).

Por meio dessa pesquisa fica evidente como é importante deixar de planejar sozinho e passar a agregar outras experiências que vão trazer um novo horizonte para o ensino do conteúdo e a aprendizagem dos alunos. Além disso, a interação professor-aluno é essencial para o desenvolvimento da aprendizagem. O professor não pode ter só o conhecimento, mas também precisa traçar meios para alcançar o aluno e ser um mediador no aprendizado do aluno. Do mesmo modo, colocar-se no lugar do aluno é um desafio, para entender suas reações, dúvidas e equívocos e é fundamental para o planejamento.

A partir de estudos dessa natureza, refletimos que durante os anos de estudos, seja na educação básica, ou ensino superior, nos deparamos com professores que têm muita compreensão do conteúdo, mas não conseguem combiná-lo com o conteúdo pedagógico, e muitas vezes utilizamos a expressão que o professor não tem didática. Talvez, as poucas aulas voltadas para o ensino na formação inicial e a falta de diálogo entre os formadores podem ser fatores para que isso ocorra.

1.3.2 CAFÉ, LEITE E MATEMÁTICA

O problema do “Café, Leite e Matemática” gerou o primeiro e-book da série “Lesson Study em Matemática”, produzido sob as premissas do método japonês LS, por Maria Alice Veiga Ferreira de Souza e Julia Schaetzle Wrobel. O problema envolve uma xícara cheia de café e um copo cheio de leite com 6 vezes o tamanho da xícara. É mergulhada uma colher na xícara de café, que é passada para o copo de leite. Depois é mergulhada a mesma colher no copo de leite, que é colocado na xícara de café. A questão do problema é afirmar se há mais, o mesmo ou menos café no copo de leite do que leite na xícara de café (Figura 13).

Figura 13 - Problema do café com leite



O PROBLEMA DO CAFÉ COM LEITE

Suponha que você tenha uma xícara cheia de café do respectivo e saborosíssimo líquido negro e um copo alto cheio de leite, cerca de 6 vezes o tamanho da xícara. Mergulhe uma colher de chá na xícara de café e despeje o seu conteúdo no copo de leite. Depois, volte a mergulhar a mesma colher no copo que agora tem a mistura e devolve-a à xícara de café. Completada essa operação, qual destas afirmações está certa?

- 1) Há mais café no copo de leite do que leite na xícara de café.
- 2) Há tanto café no copo de leite quanto leite na xícara de café.
- 3) Há mais leite na xícara de café do que café no copo de leite.

Fonte: Souza; Wrobel (2017, p. 24)

As autoras descrevem que o estudo só foi possível a partir de uma parceria entre o Centro de Formação da Secretaria Municipal de Educação do município da Serra – ES, o Instituto Federal do Espírito Santo e a Universidade Federal do Espírito Santo, com o objetivo de contribuir para suas práticas de ensino em aulas de Resolução de Problemas. Elas afirmam, ainda, que o mesmo ocorreu na Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) Paulo Freire – ES no segundo semestre de 2016. Teve um total de 17 professores. Os encontros foram gravados em vídeo para a revisão da escrita do planejamento. Foi executada para 13 alunos regulares do 8º ano, e os pais desses alunos autorizaram os registros.

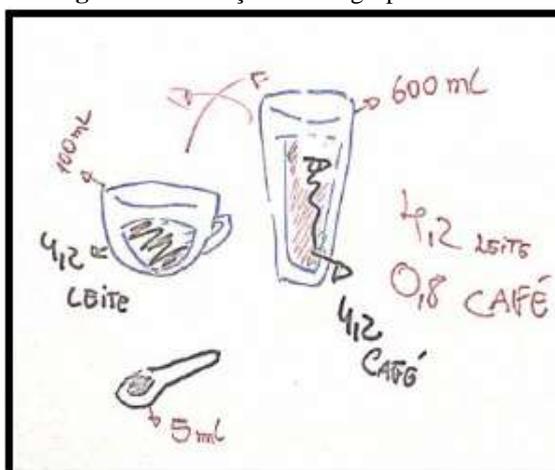
A formação e os encontros para o planejamento da aula, conforme relatado pelos autores, foram realizados às sextas-feiras, das 8h às 11h, no Centro de Formação Prof. Pedro Valadão Perez, um espaço destinado à formação continuada dos professores da Prefeitura

Municipal da Serra. Todo o LS aconteceu em 8 encontros: 2 para o estudo do método e resolução de problema; 4 para a seleção do problema, realização do planejamento, discussão e apresentação de diferentes estratégias para solução do problema, escolha do professor regente da aula, da escola, do ano escolar, do dia da aplicação, da duração da aula e do local para reunião após a aula; 1 para execução da aula seguida de reunião para reflexão e avaliação dos resultados da aprendizagem; 1 para avaliação da formação.

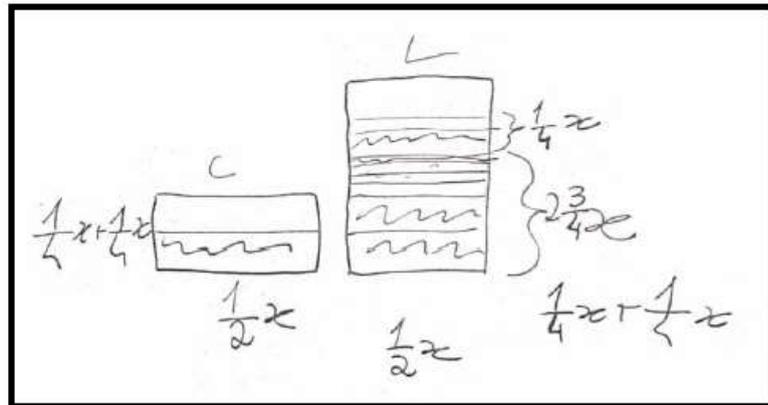
O planejamento colaborativo definiu que o público-alvo seria do 8º ano do ensino fundamental e que a aplicação seria de 100 minutos. Os objetivos da aula eram: desenvolver nos alunos a capacidade de resolução de problemas matemáticos; promover a autonomia de pensamento e a liberdade de expressão das ideias matemáticas; conhecer diferentes estratégias matemáticas; e possibilitar/estimular a oralidade, a interação e a capacidade de argumentação dos alunos, entre outros objetivos.

Ao longo do texto do e-book, evidenciou-se que, na aula, os professores estavam posicionados no fundo e na lateral da sala, de modo a não se misturarem entre alunos e professor regente. O problema foi entregue/proposto aos alunos no início da aula. Para privilegiar a interação, a classe foi dividida em grupos. Houve uma leitura inicialmente individual. O professor pediu que algum aluno lesse em voz alta para a turma. O professor regente questionou sobre o entendimento do enunciado do problema (cheio, respectivamente, tamanho das colheres, cerca de). Depois, cada grupo discutiu uma estratégia para a solução do problema. O professor passou nos grupos questionando-os e indicando caminhos para a elaboração do raciocínio, sem responder aos próprios questionamentos. Os grupos apresentaram para a turma o que entenderam e como pensaram (Figuras 14 e 15).

Figura 14 - Solução de um grupo de alunos

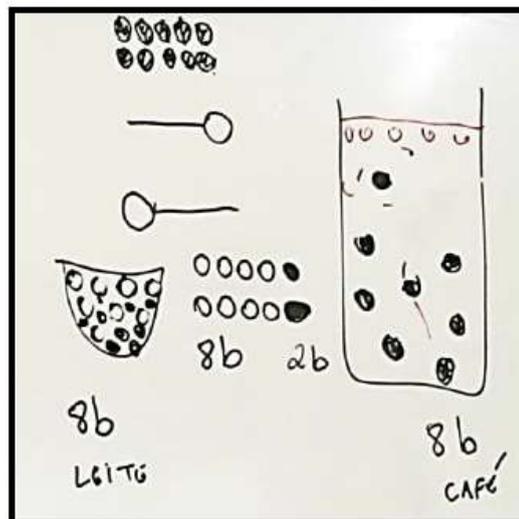


Fonte: Souza; Wrobel (2017, p. 62)

Figura 15 - Solução final do grupo

Fonte: Souza; Wrobel (2017, p. 62)

De acordo com as autoras, a execução da aula esteve em sintonia com o planejamento e mostrou-se favorável aos estímulos que se desejava empreender sobre os alunos. O tempo de aula de 100 minutos não foi suficiente. Em suas análises, elas destacam que a avaliação individual dos alunos carece de tempo extra. Na análise dos dados, as autoras descrevem que os professores chegaram a 5 resoluções do problema: uso de porcentagens, atribuição de valores numéricos, álgebra considerando o copo seis vezes o tamanho da xícara, álgebra considerando o copo “A” vezes o tamanho da xícara e uso de analogia discreta (Figura 16), mas 3 dessas estratégias não foram integralmente debatidas na aula.

Figura 16 - Solução de um professor

Fonte: Souza; Wrobel (2017, p. 50)

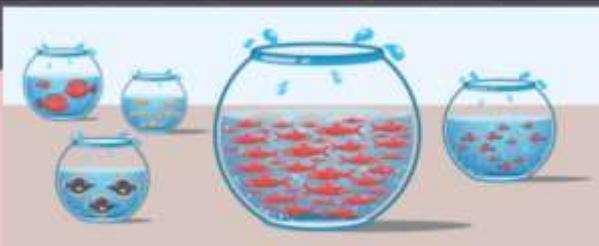
O texto reserva um momento para discutir a percepção dos professores sobre a experiência vivida. Assim, na avaliação do processo de formação continuada, os professores relataram nunca terem pensado tão profundamente em muitas questões que foram levantadas, elogiaram o planejamento colaborativo que trouxe diversidade de pensamentos, compreensões,

estratégias e bagagens matemáticas, e que sozinhos, teriam dificuldades em planejar a aula e prever reações e respostas dos alunos. Logo, as autoras reconhecem que o processo permitiu aos professores uma visão de aula, de trabalho, de profissional da educação que eles jamais haviam pensado. Do mesmo modo, elencam como ponto crítico a observação da aula, entendendo-a como uma das dificuldades de implementação do LS no Brasil, devido à resistência dos professores em terem colegas assistindo às suas aulas, pelo receio da exposição e do julgamento.

1.3.3 PEIXES PARA CONTAR E ESTIMAR

O problema “Peixes para Contar e Estimar” gerou o segundo e-book da série “Lesson Study em Matemática”, elaborada sob as premissas do método japonês LS, por Maria Alice Veiga Ferreira de Souza, Julia Schaezle Wrobel, Hellen Castro Almeida Leite, Bruna Zution Dalle Prane e Vanessa Ribeiro Gaigher. O problema é sobre um aquário com muitos peixes vermelhos, onde foi mergulhada uma pequena rede e 38 peixes são apanhados. Esses peixes são marcados com tinta permanente na cauda com um ponto e lançados de volta no aquário. No dia seguinte, foi mergulhada novamente a mesma rede e contaram-se 33 peixes, sendo que 7 desses tinham a marca preta. A questão do problema é saber a quantidade aproximada de peixes vermelhos nesse aquário (Figura 17).

Figura 17 - Problema dos “Peixes para Contar e Estimar”



O PROBLEMA DOS PEIXES PARA CONTAR E ESTIMAR

Flora gosta muito de peixes. O maior dos seus aquários é para os peixes vermelhos. São muitos e como estão sempre em movimento Flora não consegue ter ideia de quantos são, mas gostaria de saber a quantidade aproximada.

Resolveu então fazer o seguinte: mergulhou uma pequena rede e apanhou alguns peixes. Ao contá-los constatou serem 38. Com uma tinta permanente, marcou-os na cauda com um ponto preto. Voltou a lançá-los no aquário e eles se misturaram com os que lá tinham ficado.

No dia seguinte, mergulhou de novo a mesma rede e desta vez contou 33 peixes. Destes, 7 tinham a marca preta. Aproximadamente, quantos peixes vermelhos tem Flora?

Fonte: Souza *et al.* (2018, p. 24)

O estudo foi possível, segundo as autoras, a partir de uma parceria entre o Centro de Formação da Secretaria Municipal de Educação do município da Serra – ES, o Instituto Federal do Espírito Santo e a Universidade Federal do Espírito Santo. Ocorreu na EMEF Américo Guimarães Costa no segundo semestre de 2017. O grupo foi composto de 17 professores e 5 professoras-pesquisadoras. A aula foi ministrada para 20 alunos regulares do 8º ano do Ensino Fundamental, e os pais desses alunos autorizaram os registros.

De acordo com as autoras, a formação e os encontros para o planejamento da aula foram realizados às sextas-feiras, das 8 às 11h, no Centro de Formação Prof. Pedro Valadão Perez, um espaço destinado à formação continuada dos professores da Prefeitura Municipal da Serra. Todo o LS aconteceu em 5 encontros de 3 horas cada: 1 para o estudo do método e resolução de problema; 3 para definição dos objetivos da aula, seleção do problema, estudo de possíveis obstáculos, realização do planejamento, discussão e apresentação de diferentes estratégias para solução do problema, escolha do professor executor da aula, da escola, do ano escolar, do dia da aplicação, da duração da aula, o local para reunião após a aula e elaboração de instrumentos de avaliação; e 1 para execução da aula seguida de reunião para reflexão, discussão e avaliação dos resultados.

As autoras explicam que inicialmente no planejamento colaborativo definiu o público-alvo sendo o 8º ano e que a aplicação seria de 100 minutos. Determinaram os objetivos da aula, em consonância com o LS: – desenvolver nos alunos a capacidade de resolução de problemas matemáticos; – promover a autonomia de pensamento e liberdade de expressão das ideias matemáticas; – conhecer diferentes estratégias matemáticas para o mesmo problema; – possibilitar/estimular a oralidade, a interação e a capacidade de argumentação dos alunos, entre outros.

As estratégias relatadas pelas autoras que foram encontradas pelos professores para a resolução do problema são: por equação; por regra de três; por proporção pictórica – a proporção dos 38 peixes marcados para o total de peixes no aquário é a mesma proporção dos 7 peixes marcados para os 33 capturados; por relação entre peixes marcados e não marcados (Figura 18); por proporção entre peixes capturados e peixes com marcas; e por porcentagem. Essas estratégias levaram a repensar a bagagem matemática que os alunos deveriam dominar para compreender todos os modos de resolução previstos pelos professores, que são: regra de três, equação polinomial do 1º grau, as quatro operações, proporção, números decimais; divisão com quociente não exato e operação de divisão – quociente não inteiro.

Figura 18 - Resolução de um professor: proporção entre peixes capturados e marcados

① 38 peixes com a marca preta
 ② 33 peixes
 7 com marca
 $33/7 = 4,714$ peixes/marca preta
 $4,714 \times 38$ peixes = 179 peixes no aquário

Fonte: SOUZA *et al.* (2018, p. 42)

O estudo menciona que na aula os professores estavam posicionados no fundo e na lateral da sala, de modo a não se misturarem com alunos e professor regente. Os alunos leram o problema individualmente, depois o professor pediu para um aluno ler em voz alta para a turma. O professor regente questionou sobre o entendimento do enunciado do problema (Ter ideia de quantos são, quantidade aproximada, pequena rede, tinta permanente, aproximadamente). Depois, cada grupo discutiu uma estratégia para a solução do problema. O professor passou nos grupos questionando-os e indicando caminhos para a elaboração do raciocínio. Os grupos explicaram apenas para a professora sua resolução, e ela fez a explicação das resoluções dos alunos para a turma (Figuras 19 e 20).

Figura 19 - Estratégia de um grupo de alunos

$$\begin{array}{r} 33 \\ 38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \end{array}$$

$$7x = 38 \cdot 33$$

$$7x = 1254$$

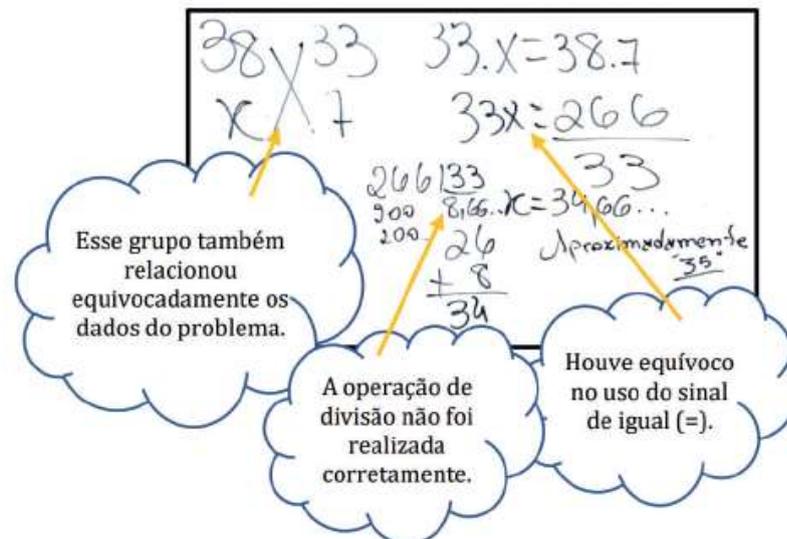
$$x = \frac{1254}{7}$$

$$x = 179,1 = (180)$$

Esse grupo adotou uma das estratégias imaginadas pelos professores. Aproximaram a solução encontrada para o inteiro posterior e não usaram a simbologia matemática de aproximação.

Fonte: Souza *et al.* (2018, p. 79)

Figura 20 - Estratégia de um grupo de alunos



Fonte: Souza *et al.* (2018, p. 80)

As autoras destacaram que a execução da aula esteve em sintonia com o planejamento e mostrou-se favorável aos estímulos que desejava empreender sobre os alunos. Os alunos, de modo geral, não estabeleceram uma relação adequada entre peixes marcados e não marcados. Em suas análises, o pouco tempo de aula concorreu negativamente para a profundidade do tema e das ações planejadas. A professora tomou as estratégias não contempladas pelos alunos, buscando ampliar suas compreensões e o repertório de estratégias. Embora a professora não tenha anotado na lousa, a resposta matemática do problema (179,14), a resposta interpretativa (aproximadamente 180 peixes) e o significado de x (quantidade de peixes não marcados) foram mencionados oralmente por ela. O registro na lousa é uma indicação do LS, mas foi um esquecimento da professora.

Da maneira que os japoneses idealizam e executam o *neriage*, não é a professora que explica as estratégias dos alunos, mas é ela que promove a compreensão dos alunos sobre as diversas estratégias e resoluções apresentadas, conduzindo a participação da classe. No Japão, os erros e acertos são discutidos pelos alunos, e não apontados pela professora. Assim, os alunos aprendem e consolidam a matemática do problema (SOUZA *et al.*, 2018, p.78).

Na avaliação do processo de formação continuada de professores, relataram que o potencial do LS para a formação continuada se constitui com base na investigação sobre a própria prática em que os próprios professores têm um papel de autoria em relação à própria formação.

1.3.4 DIVIDIR E COMPARTILHAR

O problema Dividir e Compartilhar gerou o terceiro e-book da série “Lesson Study em Matemática”, elaborado sob as premissas do método japonês LS, pela Núbia Quenupe Campos, Julia Schaetzle Wrobel, Maria Alice Veiga Ferreira de Souza e Bruna Zution Dalle Prane. O problema consiste em 4 situações envolvendo divisão, que são: números naturais no dividendo e no divisor e ausência de zero no quociente; um zero no quociente; dois zeros não sequenciais no quociente; um número não inteiro no quociente, com a vírgula seguida de um zero, ou seja, o algarismo da ordem dos décimos seria o zero (Figura 21). A experiência das autoras como professoras e pesquisadoras mostra que a divisão é a operação matemática em que os alunos mais apresentam dificuldades.

Figura 21 - Problema de reconstrução



Fonte: Campos *et al.* (2021, p. 22-23)

O estudo e problema foi constituído e realizado na Escola Estadual de Ensino Médio (EEEM) Professor Fernando Duarte Rabelo, no Espírito Santo. O local dos encontros para o planejamento da aula foi o Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância – CEFOR/IFES. A aula ocorreu em uma escola de Ensino Médio no primeiro semestre de 2017, sendo desenvolvida por uma equipe de 6 professoras de Matemática. Foi ministrada a 36 alunos regulares do 1º ano do Ensino Médio, e os pais desses alunos autorizaram os registros.

Foram realizados 3 encontros em janeiro de 2017 para o planejamento da aula, em que foram abordadas discussão da temática, elaboração dos problemas, avaliação de materiais a serem utilizados, apresentação de diferentes estratégias para a solução das questões e possíveis

soluções pelos alunos, totalizando 9h. Além disso, o grupo manteve contato por mídias digitais durante todo o tempo, trocando ideias e apontando importantes questionamentos, o que permitiu reduzir a quantidade de encontros presenciais. A aplicação do pré-teste (avaliação diagnóstica) foi na primeira semana de aula em fevereiro de 2017. A execução da simulação de aula e a execução das atividades com os alunos foram em março de 2017. E a aplicação do pós-teste foi em abril de 2017.

Vale ressaltar que mesmo sendo uma aula aplicada ao 1º ano do Ensino Médio, esse estudo foi apresentado aqui por ser um conteúdo estudado no Ensino Fundamental como básico para o Ensino Médio. E trata-se de um conteúdo que oferece dificuldades para muitos que chegam ao Ensino Médio, por isso emergiu esse tema para o estudo em LS pelas autoras.

No planejamento colaborativo, as autoras mencionaram que se definiu o público-alvo como o 1º ano do Ensino Médio e que a aplicação seria de 220 minutos. Também foram determinados os objetivos da aula, em consonância com o LS: – efetuar operações de divisão entre números naturais, com resto nulo e diferentes elementos: números naturais no dividendo e no divisor e ausência de zero no quociente; um zero no quociente; dois zeros não sequenciais no quociente; um número não inteiro no quociente, com a vírgula seguida de um zero, ou seja, o algarismo da ordem dos décimos seria o zero; – conhecer diferentes estratégias para operar a divisão: algoritmo padronizado da divisão, ensinado tradicionalmente nas escolas, aproximação regressiva, aproximação progressiva, decomposição e método americano.

As autoras explicaram que nas estratégias encontradas para solução, a maioria das professoras iniciou utilizando o algoritmo padronizado da divisão (Figura 22) e, em seguida, utilizou aproximações e decomposição. Assim foram definidas as possíveis resoluções para cada problema. Depois, utilizaram-se de algumas outras estratégias para resolução das questões: algoritmo padronizado da divisão com o uso de Material Dourado; algoritmo padronizado da divisão sem o destaque da relação entre ordens; e método americano. Os alunos precisavam, para operar a divisão, saber: soma, subtração e multiplicação; e ordens decimais.

Figura 22 - Caderno de duas professoras

12) $540 \overline{) 12}$
 $\underline{45}$

a) $\begin{array}{r} 120 \\ 240 \\ 360 \\ 480 \\ \hline 600 \end{array}$ $\xrightarrow{60}$ 540 *propriedade*

b) $12 \times 50 = 600$
 $\underline{- 60}$ *propriedade*
 $540 \rightarrow 50 - 5 = 45$

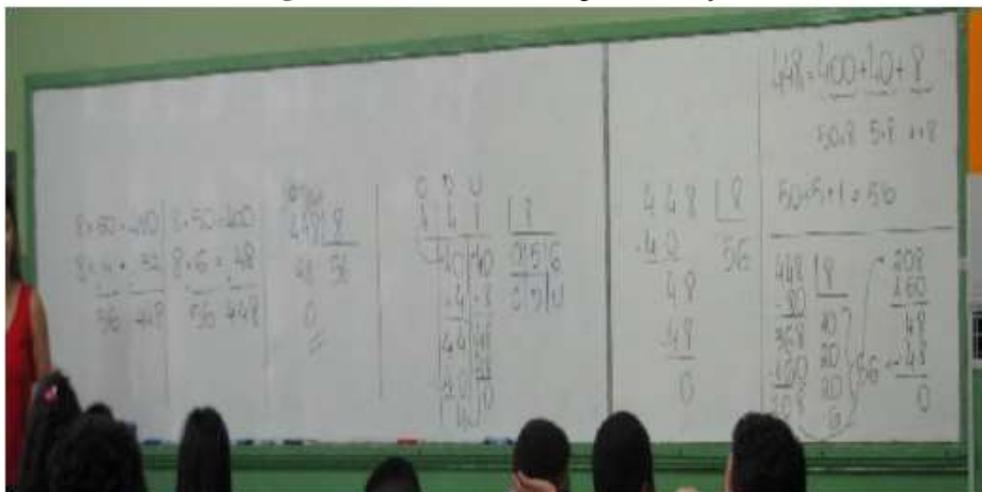
c) $540 \overline{) 12}$
 $\underline{48}$ $\underline{45}$ *algoritmo*
 $\underline{60}$
 $\underline{0}$

$540 \overline{) 12}$	$4 \times 12 = 48$
$\underline{- 48}$ 45	$40 \times 12 = 480$
060	$480 + 60 = 540$
$\underline{- 60}$	5×12
0	$540 : 12 = 40 + 5 = 45$

Fonte: Campos *et al.* (2021, p. 35)

As autoras explicam que no início da aula, os alunos foram organizados em grupos de até 4 alunos. Foram propostos os problemas aos alunos, um após o outro. Os professores estavam posicionados no fundo e na lateral da sala, de modo a não se misturarem com alunos e professor regente. Inicialmente, cada aluno fez a leitura individualmente. Depois, a professora pediu que algum aluno lesse em voz alta para a turma. A professora verificou a compreensão textual do problema pelos alunos. Os grupos expuseram as suas estratégias na lousa e explicaram suas soluções. Ao final, a professora questionou aos estudantes da turma se eles conseguiam pensar em outras estratégias para resolver o problema. Não havendo manifestação dos alunos, ela apresentou outras possibilidades (Figura 23).

Figura 23 - Diferentes estratégias de solução



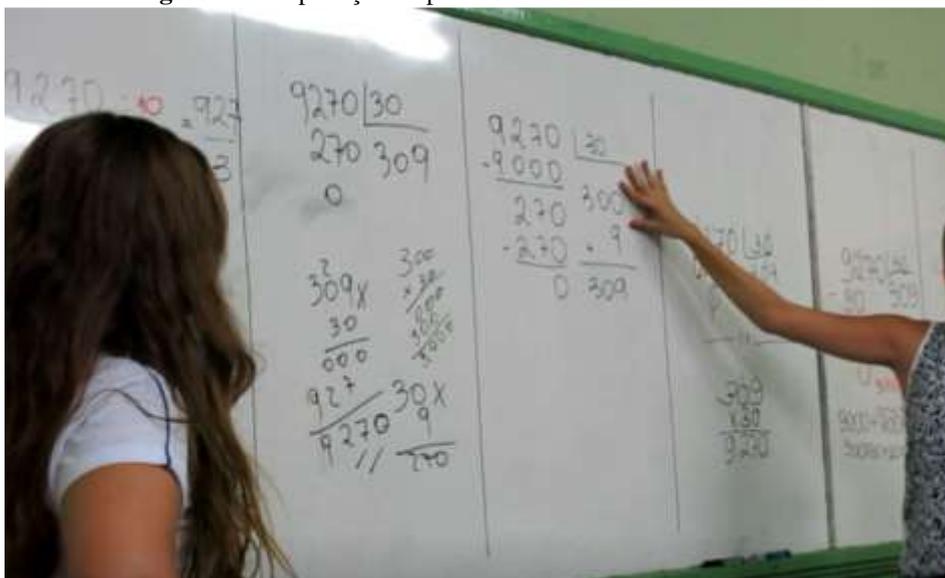
Fonte: Campos *et al.* (2021, p. 95)

A professora evitou constranger os alunos, especialmente nos momentos em que foi pedido que eles expusessem publicamente as soluções encontradas. Essa atitude se respalda no fato de que

o objetivo do ensino de matemática não é formatar os alunos em procedimentos únicos e padronizados, e sim estimular a criatividade, a produção de novos saberes, a criação de estratégias e soluções originais. Por isso, os alunos devem ser sempre estimulados a apresentar e discutir suas ideias e as soluções que encontraram. Nesse momento, o fato dessas ideias estarem formalmente “certas” ou “erradas” tem pouca ou nenhuma importância, pois o objetivo é estimular o pensamento e não atingir o certo de imediato. (CAMPOS *et al.*, 2021, p. 62)

Ao final da aula, é mencionado que uma aluna questionou sobre a necessidade de serem estudados diferentes métodos para operar uma divisão quando ela já dominava o algoritmo padronizado da divisão. Então, um aluno antecipou-se e respondeu que finalmente ele havia compreendido como calcular uma divisão, e que isso só foi possível quando a professora promoveu a discussão por diferentes estratégias (Figura 24). Isso mostra a potencialidade da aula para o resgate da aprendizagem dos alunos.

Figura 24 - Explicação da professora sobre o método americano



Fonte: Campos *et al.* (2021, p. 102)

Em relação às avaliações, as autoras refletem que dos 36 alunos que participaram das aulas, apenas 24 responderam ao teste diagnóstico e à avaliação propostos à turma. Houve uma maior evolução de aprendizagem dos alunos que participaram mais ativamente do processo. A maioria dos alunos insistiu em fazer os exercícios todos pelo mesmo método, o algoritmo padronizado da divisão. Não houve tempo de se passar a última questão.

As autoras destacam que na avaliação do processo uma das professoras destacou as diferenças em relação a planejamentos tradicionais e o planejamento que foi realizado para

essas aulas, sendo que a principal diferença era exatamente prever aquilo que poderia acontecer. De acordo com os resultados das avaliações, uma hipótese foi levantada: a questão cultural escolar de aprovação automática faz com que muitos alunos se esforcem pouco ou quase nada, chegando ao 1º ano do Ensino Médio com deficiências do início do Ensino Fundamental.

Em complemento, as autoras enfatizam que o LS tem como objetivo final o aprendizado do aluno, e é sobre isso que precisamos sempre manter um olhar atento. Na prática vivenciada pelas professoras, o texto discute que o que conseguiram perceber foi uma maior evolução dos alunos que participaram ativamente do processo, discutindo as resoluções uns com os outros, assimilando o conteúdo sobre divisão e conseguindo aplicar nas avaliações propostas no final da aula, o que leva a crer que a aula tenha cumprido seus objetivos, mesmo que parcialmente por não ter sido possível abordar todo o planejamento por falta de tempo.

1.3.5 ALGUNS ENTENDIMENTOS

Entendemos que estamos diante de um problema quando nos interessa resolver algo em Matemática para o qual não dispomos de um algoritmo ou uma estratégia prévia que o solucione. Essa posição nos leva a uma diferença importante sobre o que seja problema e um exercício.

Um exercício de Matemática exige relativamente pouco investimento cognitivo por se ter algo previamente conhecido para o executar. O exercício vai promover consolidações mentais essenciais para muitas tarefas, mas que são diferentes dos estímulos internos que um problema vai requerer (SOUZA; WROBEL, 2017, p. 25).

Os problemas trabalhados pelas autoras nos processos de LS descritos acima não remetem a soluções imediatas, pois exigem o uso de aparato lógico e matemático para solucioná-los. Os problemas descritos nos e-books podem ser identificados como um problema verbal e como um problema que não possui uma representação mental clara. Esses tipos de problema são conhecidos na literatura geral como *word problem*. Um problema verbal de Matemática é conhecido por revelar uma história ou narrativa contada em linguagem natural. “O que não ocorre no exercício de Matemática com representações bem definidas costumam promover menos estímulos internos” (SOUZA; WROBEL, 2017, p. 25).

Embora documentos oficiais de vários países, como o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, traduzido como Conselho Nacional dos Professores de Matemática) dos Estados Unidos, e também como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Brasil, proponham um ensino por meio dessa prática de resolução de problemas –

enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2018, p. 269) –

“a matemática na sala de aula parece ter assumido a resolução de problema como uma atividade complementar” (SOUZA; WROBEL, 2017, p. 26). Isso é algo que tem acontecido, assim menos problemas são trabalhados em sala de aula, o que tem feito com que os alunos não desenvolvam o capacidade de interpretação de um problema verbal.

O LS pode contribuir para que o professor construa uma bagagem de conhecimentos didático-pedagógicos de forma que ele tenha segurança em suas aulas por dispor de uma quantidade de estratégias, modos de pensamentos e ideias vastos para a sua profissão, ajudando na diversidade de ensino para o aluno. Souza e Wrobel (2017) destacam três maneiras como o professor pode considerar o ensino com resolução de problemas: como aplicação de conhecimentos, como via de aprendizagem ou, simplesmente, como motivação.

Cada um dos problemas foi estudado por um grupo de pessoas. Foram levantados questionamentos se aquele seria um bom problema verbal, que levaria os alunos a ter uma representação mental clara. Houve a preocupação quanto às palavras usadas nos problemas, e se os alunos compreenderam cada termo e quais dúvidas poderiam surgir. Essa previsão de argumentos e dúvidas nunca vai abranger todas as situações possíveis na sala de aula, mas minimiza bastante os imprevistos. Vale ressaltar que o professor não pode responder os próprios questionamentos, mas precisa ter a preocupação em envolver todos os alunos na discussão, por meio de perguntas e pela valorização de suas produções. Quando os alunos são envolvidos na discussão, podemos ver que isso promove o compartilhamento de raciocínios/soluções uns dos outros, valorizando a participação do aluno e utilizando o erro como oportunidade de aprendizado. Nos ciclos de LS apresentados, os alunos explicaram as suas soluções e depois o professor conduziu a aula trazendo os pontos principais da questão e as diversas formas de solução possível.

A representação de cada problema com diversas estratégias de resolução faz com que os alunos, cada qual com a sua particularidade, usassem e aprimorassem o meio que melhor se identificavam para resolver o problema. Em alguns dos questionamentos descritos nos estudos dos e-books, há reclamação de tantas formas de resolução para uma mesma coisa, que alguns alunos comecem a ficar dispersos, mas também tiveram respostas positivas acerca da assimilação com as outras estratégias.

Em geral, todos os estudos trouxeram um rico material para o desenvolvimento do LS no Brasil e para a formação de professores. A maioria das aulas ocorreu conforme o planejado, mas houve alguns imprevistos, como em geral, a falta de tempo para se concluir tudo o que foi planejado. Podemos destacar, observando cada aprendizagem, que: a aula de Matemática é enriquecida quando a resolução de bons problemas passa a ser o centro do processo; ao compartilhar as resoluções, os alunos aprendem novas estratégias, aprendem a respeitar o modo de pensar dos colegas; quando o professor respeita a resolução dos alunos (mesmo que ainda incompleta), ele ensina que aprender é um processo, que o erro é parte deste processo; quando os professores estudam juntos, planejam juntos, desenvolvem a aula e depois a analisam, eles aprendem sobre o conteúdo matemático que estão abordando em suas aulas e sobre como podem mediar este conteúdo de modo que os estudantes aprendam melhor; o trabalho conjunto educa a comunidade escolar; o isolamento prejudica o desenvolvimento do professor.

2 METODOLOGIA

Neste capítulo, relatamos como se deu o processo de mapeamento das pesquisas no âmbito do I SILSEM. O intuito foi compreender o LS e como ele tem sido desenvolvido nos Anos Finais do Ensino Fundamental por meio de um mapeamento de estudos publicados nos anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (I SILSEM).

Optamos por uma pesquisa qualitativa de natureza interpretativa, por entender que essa abordagem “não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.” (SILVEIRA; CÓRDOVA, 2009, p. 31). Concordamos com Lüdke e André (*apud* SCHNEIDER *et al.*, 2014, p. 7) quando afirmam que esse tipo de abordagem é pertinente por permitir o uso de “dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema”.

Metodologicamente, o mapeamento da pesquisa, conforme Fiorentini *et al.* (2016, p. 18), é entendido “como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo”. Para esses autores, o mapeamento da pesquisa diferencia-se do estado da arte da pesquisa porque “faz referência à identificação, à localização e à descrição das pesquisas realizadas num determinado tempo, espaço e campo de conhecimento” (PATRONO; FERREIRA, 2021, p. 8).

Em função disso, entendemos que o I SILSEM, ao reunir estudos nacionais e internacionais, pelo fato de ser a edição inaugural, fornece elementos para a compreensão do momento atual do desenvolvimento do LS nos Anos Finais do Ensino Fundamental. A opção por esta etapa da escolarização deu-se em função de ser o espaço prioritário de docência já exercida por mim, assim como a etapa na qual tenho a intenção de me especializar cada vez mais.

Em termos de organização de dados, inicialmente realizamos a leitura de todos os resumos ampliados dos Anais do I SILSEM e a seleção de todos que traziam pesquisas relacionadas aos Anos Finais (6º, 7º, 8º e 9º anos) do Ensino Fundamental, totalizando 18 estudos. Desses, 11 foram selecionados após a leitura do resumo, e mais 7 depois de uma leitura detalhada dos resumos ampliados. Algumas pesquisas estavam em inglês e espanhol e por isso, houve a necessidade do auxílio de ferramentas de tradução. O quadro foi preenchido com as informações das pesquisas, descrevendo dados sobre a referência, país de desenvolvimento do

estudo, principal referencial teórico adotado, objetivos, métodos e resultados, como indicado no quadro abaixo.

Quadro 2 - Quadro adotado para a organização e sistematização dos dados

Nº	Referência	País	Referencial Teórico	Objetivos	Métodos	Resultados

Fonte: Fávero; Pina Neves (2006, p. 35)

Após o preenchimento do quadro, foi feita uma análise dos problemas utilizados nas pesquisas, de quais foram os objetivos mais pesquisados, quais os autores mais citados, qual a metodologia mais usada e quais os principais resultados apontados nos estudos.

3 LESSON STUDY NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: DADOS A PARTIR DO I SILSEM

De acordo com dados fornecidos pelo website¹⁰ do evento, o Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM) foi realizado pela Universidade de Brasília (UnB) e pela Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), com apoio de instituições e associações, como a Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), o Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), a Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), a Universidade Federal da Fronteira do Sul (UFFS), a Universidade Federal do Tocantins (UFT), a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Teve como organizadores o Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM – UnB), o Grupo de Pesquisa Prática Pedagógica em Matemática (PRAPEM – Unicamp) e o Grupo de Sábado (GdS – Unicamp).

O evento ocorreu em maio de 2021, e durante o evento foram realizadas seis (6) Mesas-Redondas e 63 Comunicações Científicas, organizadas e apresentadas em 14 Salas Virtuais, além de três (3) atividades culturais. Das 937 pessoas que se inscreveram no evento, 648 participaram regularmente das atividades, sendo este público composto por estudantes de graduação e de pós-graduação, professores da educação básica e do ensino superior, representando 8 países.

Dados oficiais do evento mostram que o I SILSEM foi realizado em formato on-line devido à pandemia da covid-19, e que isso possibilitou a presença de precursores do LS no Japão, Portugal, Chile, Dinamarca, Colômbia e Estados Unidos. No que se refere ao Brasil, o evento possibilitou que aspectos históricos importantes desse processo de formação e aprendizagem colaborativa de professores fossem socializados e registrados.

De acordo com os coordenadores do evento, em edição inaugural, o evento teve por objetivo: integrar pesquisadores nacionais e internacionais que se dedicam à pesquisa em LS em contextos de formação inicial ou continuada de professores, que ensinam Matemática, em instituições públicas e privadas; e socializar e discutir pesquisas concluídas ou em desenvolvimento que abordam, de alguma forma, LS na prática de ensinar e de aprender Matemática na Educação Básica, no Ensino Superior ou no âmbito da formação e do desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.

¹⁰ Disponível em: <https://www.even3.com.br/silsem/>. Acesso em: 05 ago. 2022.

O evento recebeu resumos de pesquisas concluídas e em desenvolvimento nos idiomas português, inglês e espanhol. Este capítulo mapeia as pesquisas que discorrem sobre Lesson Study no Ensino Fundamental – Anos Finais publicadas nos Anais do I SILSEM.

Quadro 3 - Sistematização dos estudos sobre Lesson Study nos Anos Finais – I SILSEM

Nº	Referência	País	Referencial teórico	Objetivos	Métodos	Resultados
01	FARIA; PONTE (2022)	Portugal	<p>AMADO, J. (2014)</p> <p>FUJII, T. (2016)</p> <p>MATTOS, C. D.; CASTRO, P. A. (2011)</p> <p>MURATA, A. (2011)</p> <p>MURATA, A.; LEWIS, C.; PERRY, R. (2004)</p>	<p>A colaboração entre professoras de 2.º e 3.º Ciclo do Ensino Básico em um Estudo de Aula em Matemática</p>	<p>As professoras de Matemática do 2.º e 3.º CEB organizaram-se em dois grupos, de acordo com o ciclo de ensino, e deram início a dois EA. Em cada grupo de trabalho, uma das professoras assumiu o papel de facilitadora.</p> <p>O tema escolhido pelo grupo no 2.º CEB foi Sequências e regularidades, a ser trabalhado no 6.º ano.</p> <p>As professoras trabalhavam face a face numa área de trabalho partilhada e dialogavam sobre textos lidos, currículo, recursos e sobre possíveis estratégias e dificuldades dos alunos.</p> <p>O tema escolhido pelo grupo do 3.º CEB foi Funções, a ser trabalhado no 7.º ano, mas que, devido ao impacto da situação pandêmica inerente à covid-19, estava a ser lecionado em turmas de 8.º ano.</p> <p>As professoras propuseram uma tarefa para a aula de investigação bastante ambiciosa, com uma quantidade considerável de questões, nas quais pretendiam que os alunos, a partir da exploração de Sequências e regularidades, dessem início à exploração de uma função.</p>	<p>Apesar de os grupos terem tido as mesmas condições de trabalho, a colaboração entre professoras foi significativamente diferente, com reflexos na qualidade do trabalho realizado.</p> <p>No grupo do 2.º CEB, evidenciaram-se mais momentos de colaboração, quer na planificação da aula de investigação, quer na discussão pós-aula. Já no grupo do 3.º CEB, a relação colaborativa entre as professoras, durante as sessões acompanhadas, não foi tão evidente.</p> <p>No 2.º CEB, todas as professoras se fizeram ouvir, quer para descrever um acontecimento como para questionar, argumentar, validar ou concordar. No grupo do 3.º CEB, a participante mais ativa era Elisa, contando com algumas intervenções de Fernanda, sendo que as restantes professoras revelaram reduzido envolvimento no trabalho a ser desenvolvido.</p> <p>Em ambos os ciclos, uma das professoras desempenhou o papel de facilitadora. Amélia, facilitadora do 2.º CEB, e Elisa, facilitadora do 3.º CEB, eram responsáveis pela calendarização das sessões e pela maioria das alterações nos recursos.</p> <p>No 2.º CEB, todas as professoras adotaram uma postura crítica e reflexiva. Amélia dava início, conduzia e concluía as sessões. Contudo, o</p>

						envolvimento permanente das restantes professoras deixa transparecer uma colaboração efetiva, com um objetivo e responsabilidade comuns.
02	MARTINS; CURI (2022)	Brasil, São Paulo	BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. (2002) CRESWELL, J. W. (2010) CURI, E.; MARTINS, P. B. (2018) FIORENTINI, D. (2006) MARTINS, P. B. (2020) SÃO PAULO (2018) SÃO PAULO (2019)	A metodologia de formação Lesson Study no contexto de um Projeto de Pesquisa com professores que ensinam Matemática na Rede Municipal de São Paulo.	A presente investigação incorpora uma abordagem qualitativa interpretativa. Para o seu desenvolvimento, foi empregada uma multiplicidade de métodos, tendo o propósito de obter uma maior segurança na discussão e análise dos resultados, assim como suprir possíveis distorções quando se utiliza um recurso único de recolha de dados. Para esta investigação, utilizamos documentos e materiais curriculares da própria Rede Municipal de Educação da Cidade de São Paulo, a saber: Currículo da Cidade: componente curricular Matemática; Orientações Didáticas do Currículo da Cidade - Matemática, volume 1 e 2; Caderno da Cidade Saberes e Aprendizagens - Matemática, nas versões estudantes e professores.	A constituição de grupos colaborativos em Projetos de Pesquisa é primordial para o sucesso da metodologia de Estudo de Aula, pois as suas potencialidades estão centradas em um trabalho de natureza colaborativa, no qual o diálogo, a negociação de sentidos, a confiança entre os pares são o que fazem com que os professores participantes se sintam à vontade para cederem a sua turma para a observação das aulas planejadas. Muitas vezes, na observação da aula, podem despontar as lacunas dos professores referentes ao conhecimento matemático e didático para o desenvolvimento do currículo em ação. Os resultados da pesquisa mostram que o Projeto de Pesquisa, desenvolvido nos Estudos de Aula, promoveu muitas situações de reflexão a partir da investigação da práxis, possibilitando que o grupo de professores do Ciclo Interdisciplinar se tornasse protagonista do seu próprio desenvolvimento profissional. Isso valoriza o seu saber da experiência e consolida os conhecimentos na ação e sobre a ação e os intensifica, socializando em um trabalho colaborativo e reflexivo, centrado no diálogo, na negociação, na confiança e no respeito, com vista à melhoria nos resultados das aprendizagens dos estudantes.

03	TAVAKOLI; GOOYA (2022)	Irã	<p>AHMADPOUR, F.; FADAEI, M.; RAFIEPOUR, A. (2017)</p> <p>AMIRI, H. R. <i>et al.</i> (2019)</p> <p>FURINGHETTI, F. JOSE, M. M.; MENGhini, J. M. (2013)</p> <p>GOOYA, Z.; ZANGENEH, Z. (2005)</p> <p>JONES, K.; FUJITA, T. (2013)</p> <p>REIHANI, E. <i>et al.</i> (2016)</p> <p>SUPREME COUNCIL OF EDUCATION (2012)</p> <p>WANG, Z.; WANG, Z.; AN, S. (2018)</p>	<p>Relatório Preliminar de um Projeto de Estudo de Lição sobre Geometria no Irã.</p>	<p>Um projeto de estudo de aula qualitativo foi elaborado em duas fases: uma com alunos do 8º e 9º ano e a segunda fase com professores de Matemática do ensino secundário e colegas do primeiro autor. A primeira fase continuou no ano letivo de 2020- 2021 para entender melhor as causas das dificuldades dos alunos com provas de congruência geométricas. Como todo o ano letivo no Irã foi afetado pela pandemia de covid-19, a primeira etapa do projeto foi realizada virtualmente.</p> <p>Participaram deste estudo 13 alunos voluntários de 8ª e 9ª séries e os dados foram coletados por meio de entrevistas estruturadas e discussões interativas.</p> <p>Todas as entrevistas foram transcritas e sistematicamente reduzidas em poucas fases até que duas grandes categorias emergiram como prova e congruência.</p>	<p>Até agora, a principal descoberta é que os alunos têm dificuldade em avançar para provas mais formais e, portanto, a questão é se a “congruência” é uma questão adequada para generalização e raciocínio formal em geometria do ensino médio.</p> <p>A congruência é um conceito complexo e multicamadas que exige que os alunos façam várias coisas simultaneamente. No entanto, este estudo mostrou que os alunos podem aprender a provar muitas coisas relacionadas à congruência, mas não são capazes de usar essa habilidade para fornecer uma prova simples para outras questões além da congruência. Esta descoberta precisa de muito mais investigação que está em andamento.</p>
04	TAPPARELLO; RICHIT (2022)	Brasil, Santa Catarina	<p>BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. (1982)</p> <p>CANAVARRO, A. P. (2011)</p> <p>MENA-LORCA, A. M. (2007)</p> <p>PONTE, J. P.; BRANCO, N.; QUARESMA, M. (2014)</p>	<p>Abordagem exploratória da Matemática em um Estudo de Aula sobre o tópico “frações”</p>	<p>A presente investigação segue a perspectiva qualitativa de pesquisa, segundo a concepção de Bogdan e Biklen (1982). O estudo de aula, organizado em 10 encontros, está sendo realizado de forma remota com quatro professoras de Matemática da rede municipal de educação de Faxinal dos Guedes – Santa Catarina, as quais estão engajadas no planejamento da aula de investigação para uma turma com aproximadamente 25 alunos</p>	<p>Após levantamento das produções sobre abordagem exploratória nos estudos de aula verificou-se que as pesquisas sobre o tema são escassas, justificando a relevância em realizar esta pesquisa. Assim, a partir desta lente teórica e dos objetivos da pesquisa elencamos o caminho metodológico para a realização da pesquisa, estabelecemos a trajetória da pesquisa, esclarecendo a abordagem e o contexto da pesquisa, a dinâmica das atividades e os participantes, a constituição de dados e análise dos</p>

			<p>PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. (2014)</p> <p>PONTE, J.P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. (2016)</p> <p>RICHT, A. (2020)</p> <p>RICHT, A.; TOMKELSKI, M. L. (2020)</p> <p>STIGLER, J.W.; HIEBERT, J. (2016)</p>		<p>do 7º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, a qual abordará o tópico frações.</p> <p>Foi promovida uma formação com as professoras. Após isso, o grupo de professoras iniciou o planejando das atividades a serem desenvolvidas durante a aula de investigação. Em seguida, uma das professoras ministrará a aula, as demais professoras observaram a aula de investigação fazendo anotações de acordo com o roteiro de observação. Posteriormente, o grupo se reunirá para refletir e discutir sobre a aula de investigação.</p>	<p>mesmos. Assim, para análise dos dados deste estudo de caso utilizaremos os pressupostos do paradigma indiciário, dados que serão constituídos utilizando as notas de campo, questionários e entrevistas. Consideramos, também, que a pesquisa pode sofrer alguma modificação ao longo do seu percurso, visto que um estudo de caso começa por hipóteses que vão se reformulando e sendo construídas à medida que a investigação avança (Ponte, 2006). A fim de por meio da análise dos dados examinar as estratégias das resoluções e representações matemáticas, processos de raciocínio e generalizações elaboradas pelos alunos na aula de investigação. Ao concluir a pesquisa, teceremos algumas reflexões acerca das possibilidades da abordagem exploratória, subjacente ao estudo de aula, para a aprendizagem matemática dos alunos.</p>
05	MERCADO; RINCÓN (2022)	Colômbia	<p>ACEVEDO-RINCÓN, J. P. (2017)</p> <p>ACEVEDO, J.; FIORENTINI, D. (2017)</p> <p>ESCOBAR, A. E.; LÓPEZ, D. E.; SÁNCHEZ, M. A. (2015)</p> <p>FLÓREZ-PABÓN, C. E.; ACEVEDO-RINCÓN, J. P. (2020)</p> <p>GAMBOA, R. A. (2007)</p>	<p>Uso do teorema de Pick e revestimentos com medidas não convencionais na Educação Básica Primário.</p>	<p>Esta investigação desenvolve-se sob a metodologia de Estudo de Aula, que se enquadra nas seguintes fases: (i) abordagem do objeto matemático a partir de leituras e reconhecimento de estratégias didáticas; (ii) construção de um plano de aula que contribua para a aprendizagem do conceito de medição nos alunos do 5º ano; (iii) implementação da sequência de aulas durante 5 horas de aula; e (iv) reflexões sobre as práticas de planejamento e implementação da proposta. O planejamento desta sequência é realizado sob o modelo</p>	<p>Portanto, com base na análise e reflexão sobre os resultados obtidos nesta pesquisa, pode-se afirmar que os alunos que realizam uma articulação dos sistemas de representação, neste caso verbal e geométrico, obtêm um melhor aprendizado sobre a área e perímetro de polígonos utilizando medidas não convencionais no Geoplano virtual, confirmando assim a relação causal entre as variáveis, o que por sua vez nos permite afirmar que a partir da implementação da metodologia LS a mediação entre objetos matemáticos, em particular o geométrico-métrico, os sujeitos e o os meios de estudo com o</p>

			<p>MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN) (1998)</p> <p>MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN, 2006)</p>		<p>proposto por Acevedo-Rincón (2017), que permitiu focar nas questões adequadas para explorar ações, reações e respostas dos alunos ao comparar métodos para encontrar a área de uma superfície plana baseada em planos reticulares (Teorema de Pick).</p> <p>Esta proposta foi desenvolvida virtualmente utilizando o Geoboard, que busca a exploração e construção de conceitos a fim de compreender os conceitos e a relação com suas representações semióticas.</p>	<p>uso de recursos didáticos como os manipuláveis virtuais apropriados ajudam a alcançar uma aprendizagem significativa nos alunos. No entanto, devido ao pouco tempo dado a essas unidades ou às práticas tradicionais de ensino de matemática com as quais esses objetos são abordados, priorizando o uso e a memorização dos algoritmos associados aos conceitos, os alunos não conseguem obter clareza no significado.</p>
06	SILVA; BARBARESCO; SILVA; MARTINS (2022)	Brasil, São Paulo	<p>BALDIN, Y. Y. (2010)</p> <p>BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DA EDUCAÇÃO BÁSICA (2017)</p> <p>ISODA, M.; MENA, A.; ARCAVI, A. (2007)</p> <p>ISODA, M.; OLFOS, R. (2009)</p> <p>ISODA, M.; KATAGIRI, S. (2012)</p> <p>SÃO PAULO (ESTADO). SECRETARIA DA EDUCAÇÃO (2019)</p>	Formação continuada de professores de Matemática na concepção da Lesson Study: elaborar uma Aula Pesquisa sobre Representação Decimal de Frações	<p>A formação continuada de professores de Matemática na concepção da Lesson Study (LS), desenvolvida em uma parceria entre Universidade e Secretaria Estadual de Educação. Os objetivos deste trabalho foram: elaborar uma Aula Pesquisa sobre Representação Decimal de Frações; aplicar esta aula, procurando identificar pontos relevantes na aprendizagem e na compreensão dos estudantes e refletir sobre o processo de ensino-aprendizagem por meio da observação da aula aplicada, de modo a mitigar as dificuldades apresentadas pelos estudantes sobre o tema. A decisão da forma de abordagem do tema “Representação Decimal de Frações”, usando medida como meio para transição da notação fracionária para a notação decimal, foi feita pelos professores, depois</p>	<p>Como resultados do trabalho realizado, podem ser destacados:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Contemplando aspectos do estudo: identificação de problema para desenvolver o trabalho; plano de unidade e de aula que abordam sobre o tema proposto, na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas, contendo as ações esperadas dos alunos e do professor, gestão do tempo e avaliação da participação e aprendizagem dos alunos; relato das atividades desenvolvidas com os professores; síntese das devolutivas do grupo e para o grupo, com identificação dos ajustes necessários; proposta final sobre o tema. – Aprimoramento de proposta de roteiro de trabalho para equipes de LS do seguinte modo: análise criteriosa dos resultados obtidos sobre o tema em avaliações oficiais e diagnósticas; estudos de materiais concretos e teóricos sobre o tema a ser pesquisado;

					de realizarem pesquisa de materiais didático-pedagógicos diversos, documentos oficiais e discussões de aprofundamento com equipe de formadores. Ao final da observação da Aula Pesquisa, foi feita análise da aula observada e, posteriormente, análise detalhada da gravação da aula e dos resultados obtidos em avaliações oficiais, aplicadas pelo professor à turma, com o propósito de reelaborar o plano de aula.	identificação de habilidades e competências a serem trabalhadas e o desenvolvimento do pensamento matemático; elaboração de plano de desenvolvimento do tema e da Aula Pesquisa na perspectiva da Metodologia de Resolução de Problemas, incluindo a gestão do tempo, os materiais a serem utilizados, as hipóteses de aprendizagem, os questionamentos para a condução das atividades mediante as hipóteses levantadas e o papel do professor e do aluno em cada etapa da aula; aplicação e observação da Aula Pesquisa; transcrição de vídeo para comparação com o planejado, mesmo que algum membro do grupo não possa ter participado da observação da aula; discussão e reflexão sobre a aplicação da aula, destacando os acertos e os ajustes necessários no planejamento e reelaboração da aula planejada para retroalimentação do ciclo; elaboração de resumo das atividades desenvolvidas em cada sessão; publicação do trabalho realizado. – Impacto no desenvolvimento do trabalho profissional dos professores participantes.
07	VIANA; LIMA; BORTOLOTI (2022)	Brasil, Bahia	BAPTISTA, M.; COSTA, E.; VELEZ, I.; BELCHIOR, M.; PONTE, J. P. (2012) FIORENTINI, D. (2006) GIOVANNI, J. R. (2007) HADDAD, V. R. (2015)	Lesson Study Enquanto Processo Formativo e de Pesquisa. A proposta de pesquisa do grupo é desenvolver uma Lesson Study sobre divisão, detalhando a compreensão do algoritmo, para	Está sendo construído um plano conforme modelo proposto por Takahashi e McDougal (2016) e de forma colaborativa (Fiorentini, 2006). Para este trabalho, está proposto analisar o modo de ensinar divisão de alguns integrantes, destacando o que foi priorizado pelo colaborador. O processo analítico se deu com	Como resultados preliminares, destaca-se que, por meio do LS, o estudo aprofundado do conteúdo divisão possibilitou o seu reconhecimento como medição e partição. Identifica-se, também, que nas escolhas dos recursos, a maioria utilizou objetos de quantidades contínuas, em detrimento à discreta. Recorreu-se, na maioria das vezes, à ideia de partição e não medição,

			<p>LAUTERT, S. L. (2005)</p> <p>MENDUNI-BORTOLOTI, R. D. (2019)</p> <p>OLEANDRO, A. (2010)</p> <p>WALLAUER, A. (2006)</p> <p>SCHWANDT, T. A. (2006)</p> <p>TAKAHASHI, A.; MCDUGAL, T. (2016)</p>	<p>alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.</p>	<p>inspirações filosóficas no interpretativismo, sustentado em Schwandt (2006), para quem, um dos requisitos metodológicos do investigador interpretativista é a participação no processo. A forma de participação se deu, como colaboradores da pesquisa e do grupo, à medida que interpretamos cada apresentação dos membros sobre como ensinar divisão e a construção colaborativa do plano.</p>	<p>Essas e outras discussões, mobilizadas no grupo, ajudaram a criar uma história em quadrinho, que se passa em um sítio, tendo a produção de leite e a forma de venda como recursos para propor situações em que a divisão ocorrerá. Nas situações que produziram, não só o algoritmo é considerado, mas também a compreensão das regras, como: colocar zero no quociente e no dividendo, assim como o uso da vírgula.</p>
08	NEVES; SOUZA (2022)	Brasil, Espírito Santo	<p>FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. (2012)</p> <p>FUJII, T. (2014)</p> <p>GAIGHER, V. R.; DE SOUZA, M. A. V. F.; WROBEL, J. S. (2017)</p> <p>ISODA, M.; OLFOS, R. (2009)</p> <p>PONTE, J. P.; QUARESMA, M. (2012)</p> <p>SILVEIRA, D. T. (2009)</p> <p>TAKAHASHI, A.; MCDUGAL, T. (2016)</p> <p>VIANNA, H. M. (1982)</p>	<p>Instrumento de Avaliação de Aulas de Matemática por Processo Japonês Lesson Study</p>	<p>Esta pesquisa propôs um instrumento para avaliar aulas de Matemática, construído nas concepções do processo de estudo/pesquisa da/na prática do professor <i>Lesson Study</i>. Para este fim, coletou-se informações de estudos de autores/teóricos do processo japonês e da Educação Matemática. Esses estudos forneceram suporte para discutir/analisar aulas de Matemática que potencializam a aprendizagem dos estudantes. Para a construção e validação do instrumento para avaliar aulas de Matemática, realizou-se uma testagem e verificou-se a adequação do instrumento em aulas baseadas em uma problematização que envolve a “formação do conceito de área e perímetro”, planejada colaborativamente e reflexivamente - nos moldes de <i>Lesson Study</i> – por um grupo de professoras de Matemática e executada por uma delas com seus</p>	<p>O estudo possibilitou identificar a importância do planejamento de aulas de forma minuciosa. Verificou-se que planejar e executar aulas de Matemática, por meio deste instrumento, aproximou os estudantes da Matemática ensinada em sala de aula, favoreceu a criação de um cenário propício para promover um diálogo com a cultura dos estudantes, entre os estudantes e entre professor e estudantes, produzindo significados para os aprendizes. Isso foi possível porque a problematização desenvolvida foi da construção de uma praça dos sonhos dos estudantes na comunidade onde a escola está inserida e onde a maioria dos estudantes reside, com quadra esportiva, playground, palco, banca de jornal etc.</p> <p>Foi possível notar, também, que a Matemática ensinada na sala de aula não foi apenas a Matemática universal e formal, mas que mobilizou outros modos de promover a relação dos aprendizes com o saber matemático, no caso por meio de uma problematização,</p>

					próprios alunos sob a observação e posterior reflexão de todo o grupo de professoras.	que valorizou a subjetividade dos aprendizes.
09	BORTOLOTI; PEREIRA; ARAÚJO (2022)	Brasil, Bahia	<p>FIorentini, D. (2004)</p> <p>GAIGHER, V. R.; SOUZA, M. A. V.; WROBEL, J. S. (2017)</p> <p>MACEDO, R. S. (2010)</p> <p>SCHWANDT, T. A. (2006)</p> <p>TAKAHASHI, A.; YOSHIDA, M. (2004)</p>	A (re)implementação e a reflexão para ensinar o Teorema de Tales – fases do Lesson Study	De forma colaborativa (Fiorentini, 2006), um grupo de 10 professores, após refletir sobre a implementação do teorema de Tales em uma turma de 9º ano, elegeu um conjunto de situações que precisavam ser discutidas e aprofundadas para, então, refazer o plano de aula. O processo analítico se deu com inspirações filosóficas no interpretativismo (Schwandt, 2006). Segundo esse autor, um dos requisitos metodológicos do investigador interpretativista é a participação no processo. A forma de participação se deu como colaboradores da pesquisa e do grupo, à medida que interpretávamos as situações que precisavam ser modificadas e as que se confirmavam como adequadas para a aprendizagem da turma. A interpretação dessas situações perpassou pela espiral do Lesson Study, pois acreditamos que as novas reflexões, a partir da reimplementação do plano, não se deram passando de uma etapa à outra, e sim de uma forma espiralada, pois, considerando o que houve anteriormente, alcançamos um nível mais alto de conhecimento e aprendizagem.	Como resultados dessa experiência, identificou-se a necessidade de se trabalhar com instrumentos de medição com os alunos (régua, trena, fita métrica), desde o 6º ano do Ensino Fundamental II; observou-se a necessidade de trabalhar previamente com divisão de números racionais, na forma decimal com os alunos; fazer experiências aplicando o teorema de Tales, pois é uma forma de dar sentido ao seu enunciado; ensinar semelhança de figuras e conseqüentemente de triângulos antes de trabalhar o teorema, facilitou o entendimento das relações de proporção entre os segmentos.

10	CARVALHO (2022)	Brasil, Bahia	<p>BEZERRA, R. C. (2017)</p> <p>CARVALHO, J. G. (2020)</p> <p>FIorentini, D.; CRECCI, V. (2016)</p> <p>PROGRAMME FOR INTERNATIONAL STUDENT ASSESSMENT (2015)</p> <p>POWELL, A.; SILVA, Q. W. (2015)</p> <p>QUARESMA, M.; PONTE, J. P.; BAPTISTA, M.; MATA-PEREIRA, J. (2014)</p> <p>SCHWANDT, T. A. (2006)</p> <p>STEFANI, D.; ENGELBERT, R.; STEFANI, C. C. (2014)</p>	<p>A importância da reflexão/avaliação para a (re)implementação de um Lesson Study.</p>	<p>Para alcançar os objetivos previstos neste trabalho, optamos por nos apoiarmos na pesquisa de natureza qualitativa com cunho investigativo. Segundo Stefani, Engelbert e Stefani (2014) citados por Schwandt (2006), uma das principais características da pesquisa investigativa é “a fidelidade em relação aos fenômenos, o respeito pela experiência vivida e a atenção aos fins detalhes do cotidiano”, podendo o autor se aprofundar, dependendo do interesse de sua pesquisa. Características essas que se apresentaram neste trabalho. A análise foi realizada a partir do que diz a literatura de Powell, Francisco e Maher (2004), com base na observação dos eventos críticos. Desse modo, interpretamos como eventos críticos os momentos em que a aula apresentava situações que não estavam predeterminadas no plano, ou seja, algum procedimento da aula que não contasse no plano, algum questionamento/fala dos alunos que não fosse previsto e algum evento que tivesse ligação com o objetivo da pesquisa. Para identificar os eventos críticos das etapas analisadas, fez-se necessário assistir aos vídeos feitos pelas colaboradoras, mais de uma vez cada um, seguindo os passos definidos por Powell, Francisco e Maher (2004).</p>	<p>Na etapa de avaliação, ocorreu a reflexão da prática docente e, posteriormente, na etapa de (re)implementação, desenvolveu-se a fase em que se consolidou na prática o que foi refletido na terceira etapa. Pontos refletidos na etapa de avaliação foram fundamentais para o bom desenvolvimento da etapa de (re)implementação, assim como demonstrou a análise dos eventos críticos.</p> <p>Diante dos eventos críticos identificados, destacam-se os estudos em relação à maneira correta em medir a sombra do poste, sanada na quinta etapa, (re)implementação, é realizada de forma que os cálculos resultassem em um valor bem próximo do real, evento esse identificado na terceira etapa, reflexão/avaliação e desenvolvido com notórios avanços na etapa de (re)implementação.</p> <p>Foram analisados os eventos críticos das etapas de avaliação e (re) implementação e, a partir dessa análise, foi possível perceber avanços na quinta etapa que perpassam por discussões realizadas na terceira etapa. Como exemplo disso, tem a importância de trazer à semelhança de triângulos como pré-requisito da aula, o que apresentou avanços significativos na aula, bem como o estudo em relação às sombras, como, por exemplo, os raios solares simbolizando um feixe de retas paralelas.</p> <p>Talvez questões como essas não seriam tão bem frisadas, caso tais</p>
----	-----------------	---------------	---	---	---	---

						planejamentos fossem elaborados por apenas um professor. Notou-se que o objetivo estabelecido foi alcançado, pois, de fato, ocorreram avanços na etapa de (re)implementação que foi resultado das observações e discussões na etapa de avaliação.
11	BORELLI; CURI (2022)	Brasil, São Paulo Brasil	BROUSSEAU, G. (1976) CRESWELL, J. W. (2010) CURI, E; NASCIMENTO, J.C.P.; VECE, J. P. (2018) DEIXA, G. V.(2014) GLAESER, G. (1985)	Estudo de Aula na formação de professores de Matemática em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental que ensinam Números Inteiros.	A metodologia utilizada é de natureza qualitativa com observação participante. Foi empregado para a coleta de dados: gravações em áudio, videofilms, protocolos de alunos e o diário de bordo. Para os conhecimentos dos Números Inteiros, o referencial apoiou-se em Cid (2003), Glaeser (1985), Bruno (1997), entre outros. Para a realização desse Estudo de Aula, utilizamos as três etapas desenvolvidas pelo Grupo de Pesquisa CCPPM – Conhecimentos, Crenças e Práticas de Professores que Ensinam Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul: planejamento, implementação e a reflexão da aula.	Entre os resultados, destaca-se que o Estudo de Aula favoreceu o desenvolvimento profissional dos professores participantes, que em um processo colaborativo, ao estudarem, puderam compartilhar conhecimentos sobre o tema e sobre suas práticas, permitindo uma revisão nos processos de ensino e a melhoria da aprendizagem dos estudantes em relação aos Números Inteiros.
12	AGACHE; BRANDT; LINDE; HUMMES (2022)	Brasil, Rio Grande do Sul	BREDA, A.; FONT, V.; LIMA, V. M. R.; PEREIRA, M. V. (2018) GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. (2019) HART, L. C.; ALSTON, A. S.; MURATA, A. (2011)	Análise e reflexão desde o olhar dos critérios de idoneidade didática interacional, cognitivo e afetivo de uma aula de Teorema de Pitágoras em um ciclo de Lesson Study	A análise foi realizada por oito professores de Matemática que participaram de um curso de formação cujo objetivo era promover o desenvolvimento da reflexão sobre a prática docente. Na primeira fase do curso, os participantes desenvolveram as típicas etapas de um ciclo completo de LS, isto é, estudo do currículo e formulação de metas de	A utilização dos CID possibilitou uma diretriz mais completa para organizar a reflexão do grupo de professores, realizada na primeira fase. A idoneidade interacional permitiu avaliar aspectos relacionados à interação entre professores e alunos e a autonomia dos estudantes. A cognitiva possibilitou analisar se o que se pretendia ensinar estava a uma distância razoável do que os alunos sabiam e se a aprendizagem

			<p>HUANG, R.; TAKAHASHI, A.; PONTE, J. P. DA (2019)</p> <p>HURD, J.; LEWIS, C. (2011)</p> <p>PONTE, J. P. D.; BAPTISTA, M.; VELEZ, I.; COSTA, E. (2012)</p>		<p>aprendizagem; planejamento; implementação e observação; e reflexão crítica de uma aula de TP. Na segunda, estudaram e se apropriaram dos CID. Na terceira, utilizaram os CID como ferramenta metodológica para uma nova análise e aprimoramento da reflexão realizada na primeira fase (ciclo de LS) e, desta maneira, chegaram a um redesenho da aula implementada.</p>	<p>alcançada estava próxima do que se pretendia ensinar. O afetivo permitiu avaliar o envolvimento dos alunos no desenvolvimento das atividades propostas, durante a aula implementada (interesses e motivações). Conclui-se que há uma melhora na reflexão em relação à prática depois dos professores participantes terem realizado todo o processo formativo que combina o LS e os CID em comparação à reflexão feita na fase dos ciclos de LS quando não utilizaram a ferramenta CID para pautar sua reflexão.</p>
13	AMARAL; SOUZA; POWELL (2022)	Brasil, Espírito Santo	<p>BOOTH, J. L.; NEWTON, K. J. (2012)</p> <p>FUJII, T. (2014)</p> <p>ISODA, M.; OLFOS, R. (2009)</p> <p>LEWIS, C.; HURD, J. (2011)</p> <p>POWELL, A. B. (2019)</p> <p>SCHEFFER, N. F.; POWELL, A. B. (2019)</p> <p>SIEGLER, R. S.; DUNCAN, G. J.; DAVIS-KEAN, P. E.; DUCKWORTH, K.; CLAESSENS, A.; ENGEL, M.; SUSPERREGUY, M. I.; CHEN, M. (2012)</p> <p>TAKAHASHI, A.; MCDUGAL, T. (2016)</p>	Benefícios e limitações de um Lesson Study sobre a construção do conceito de fração pela perspectiva de medição	<p>A pesquisa qualitativa com observação participante foi desenvolvida em uma turma com vinte e cinco alunos do 6º ano de uma escola estadual da Serra-ES. O conceito de fração, pela perspectiva de medição, foi instruído por uma sequência de aulas planejadas, executadas e refletidas à luz de um <i>Lesson Study</i>. O planejamento das aulas contou com as barras de Cuisenaire como material pedagógico e foi elaborado colaborativamente por onze docentes, sendo executado pela primeira autora e observado pelos demais professores.</p> <p>A coleta de dados foi realizada por meio de diário de bordo dos professores e registradas em áudio e vídeo, durante seis aulas de 100 minutos cada. O planejamento das aulas previu reações dos alunos para cada atividade proposta, com</p>	<p>Como benefícios, pode-se citar a interação e a participação dos alunos durante as aulas, gerados pela forma como as perguntas das atividades foram planejadas e direcionadas, o que possibilitou o surgimento de discussões entre os alunos e a síntese de suas aprendizagens. Como limitações, destaca-se que o potencial do processo de aprendizagem dos alunos pode ter diminuído pelo fato de alguns alunos terem faltado a algumas aulas, do medo e vergonha que alguns deles demonstraram sobre suas produções de conhecimento, além do mau comportamento durante as aulas e que, para maior eficácia desse desenvolvimento, a duração de cada aula deveria ter sido menor, pois, por vezes, alguns alunos demonstraram cansaço e desmotivação a partir dos primeiros 50 minutos de aula, deixando a mensagem de que a quantidade de aulas deveria ter sido maior, mas com menor duração.</p>

					indicação de orientação para o caso de possíveis equívocos e acertos.	
14	GOMES; MARTINS; QUARESMA; PEREIRA (2022)	Portugal	BARBER, K. (2018) BURROUGHS, E. A.; LUEBECK, J. L. (2010) FUJII, T. (2018) JONES, K.; PEPIN, B. (2016) LEAVY, A. M.; HOURIGAN, M. (2016) PONTE, J. P. (2012) SANTOS, L.; OLIVEIRA, H.; PONTE, J. P.; HENRIQUES, A. (2019)	Professores em potencial e em serviço projetando tarefas matemática no Lesson Study	A pesquisa segue uma abordagem qualitativa e interpretativa (Bogdan; Biklen, 1994), relatando duas LS realizadas em 2019/2020 em Portugal. Os professores e futuros professores planejaram uma aula para o 7º ano, com o objetivo de revisar a proporção direta como uma relação entre duas variáveis, e os seus alunos planejaram uma aula para os alunos do 11º ano para aprender a encontrar algebricamente os extremos de uma função. A coleta de dados inclui observação participante (com redação do diário dos pesquisadores), gravações de áudio/vídeo, coleta de documentos (tarefas e planos de aula) e entrevistas. A análise dos dados foi baseada em pesquisa sobre desenho de tarefas (Fujii, 2018; Leavy; Hourigan, 2016), que foi refinada de acordo com os dados, resultando nas categorias da Tabela 1. Para analisar o desenvolvimento do conhecimento dos professores, utilizaram-se duas dimensões da estrutura proposta por Ponte (2012): conhecimento sobre os alunos e seus processos de aprendizagem e conhecimento sobre a prática docente, especialmente sobre o design de tarefas. Foi analisado as discussões sobre as tarefas e o trabalho dos	Os resultados sugerem que, apesar das suas diferentes experiências docentes, os futuros docentes e os docentes em exercício atendem aos mesmos aspectos na concepção das tarefas, nomeadamente o enunciado e a ordem das questões e os números e as representações a utilizar nas tarefas. Além disso, os futuros professores gastaram muito tempo adaptando a tarefa a um contexto familiar aos seus alunos, o que os professores em serviço não fizeram. O desenho da tarefa foi influenciado pela capacidade de antecipar as estratégias e dificuldades dos alunos. Na fase de reflexão, os professores em serviço discutiram as dificuldades que seus alunos vivenciaram, enquanto os futuros professores se concentraram na descrição da aula. No geral, o estudo de aula foi uma oportunidade para ambos os grupos aprofundarem seus conhecimentos sobre o design de tarefas e sobre os alunos e sua aprendizagem.

					alunos nas fases de planejamento e reflexão de cada LS.	
15	SILVA; FÜHR; HENRIQUE; HUMMES (2022)	Brasil, Rio Grande do Sul Brasil	BREDA, A.; FONT, V.; LIMA, V. M. R.; PEREIRA, M. V. (2018) BURGHES, D. N.; ROBINSON, D. (2010) DEWEY, J. (1989) FONT, V.; PLANAS, N.; GODINO, J. D. (2010) GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. (2019) HART, L. C.; ALSTON, A. S.; MURATA, A. (2011) HUANG, R.; TAKAHASHI, A.; DA PONTE, J. P. (2019) HURD, J.; LEWIS, C. (2011)	Reflexão sobre uma aula de Teorema de Pitágoras em um ciclo de Lesson Study: um olhar desde os critérios de idoneidade didática mediacional, ecológico e epistêmico.	A pesquisa foi realizada por oito professores de Matemática, participantes de um curso de formação, cujo enfoque foram o Lesson Study (LS) e os Critérios de Idoneidade Didática (CID). Metodologicamente, o curso dividiu-se em três fases: a) na primeira, os participantes realizaram um ciclo completo de LS; b) na segunda, apropriaram-se dos CID; c) na terceira, utilizaram os CID como ferramenta metodológica para organizar e aprimorar a reflexão, realizada na primeira fase. A reflexão desde a idoneidade mediacional permitiu que os professores participantes avaliassem os recursos materiais utilizados e aspectos relacionados ao número de alunos, horário, tempo e às condições da aula.	A análise desde a idoneidade ecológica promoveu nos professores participantes a reflexão sobre a adequação do processo instrucional às diretrizes curriculares, às condições do meio social e profissional. Já a reflexão desde a idoneidade epistêmica permitiu que os participantes avaliassem se as atividades implementadas eram isentas de erros e ambiguidades, se a sequência de tarefas contemplava o desenvolvimento de processos relevantes, durante a realização da atividade matemática, e se os significados parciais eram uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que se queria ensinar, o Teorema de Pitágoras.
16	TOMASI; RICHIT (2022)	Brasil, Rio Grande do Sul	BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. (2002) FIORENTINI, D. (2008) FISHER, R.; URY, W. (1985) HARGREAVES, A. (1998) PONTE, J. P. (1998)	Aspectos da colaboração profissional mobilizados em um Lesson Study no contexto sul-brasileiro	A pesquisa segue uma abordagem qualitativa, centrada em processos como observações, registros, notas de campo e entrevistas. Mediante observações das ações e interações entre os professores participantes no estudo de aula, buscou-se evidenciar e compreender aspectos da colaboração profissional.	A partilha e a negociação embasaram e promoveram a colaboração no estudo de aula, propiciando o sentimento de pertença a um grupo que enfrenta desafios similares e compartilha objetivos educacionais comuns (Hargreaves, 1998). Os professores tiveram a oportunidade de interagir entre pares e experimentar uma forma colaborativa e reflexiva de trabalho profissional, ultrapassando a cultura do

			<p>PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA- PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. (2014)</p> <p>RICHT, A.; PONTE, J. P. (2019)</p> <p>STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. (2016)</p> <p>TOMASI, A. P. (2020)</p>		<p>Durante as sessões, os professores realizaram discussões a partir de leituras relacionadas aos estudos de aula, ao ensino e aprendizagem da Matemática, à análise de documentos curriculares. A análise evidenciou diversos aspectos intrínsecos à colaboração profissional docente, os quais constituem as duas categorias apresentadas neste texto: partilha e negociação.</p>	<p>individualismo, predominante nas práticas docentes. Além disso, a partilha e a negociação favoreceram o envolvimento proativo de todos no estudo de aula, na medida em que as contribuições de cada professor eram ouvidas e valorizadas. Estes aspectos contribuíram para o desenvolvimento profissional coletivo.</p>
17	SILVA; MENEGHEL; SOUZA (2022)	Brasil, Espírito Santo	<p>ALVES-MAZZOTTI, A. J. (2001)</p> <p>FAZENDA, I. C. A. (2015)</p> <p>FUJII, T. (2014)</p> <p>LEWIS, C.; HURD, J. (2011)</p> <p>ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DE SAÚDE (2020)</p> <p>SOUZA, M. A. V. F. de; WROBEL, J. S. (2017)</p> <p>TAKAHASHI, A.; MCDUGAL, T. (2016)</p>	<p>A Matemática aplicada à astronomia: contribuições, limitações e desafios de um Lesson Study remoto e interdisciplinar</p>	<p>A pesquisa qualitativa, com observação participante (Alves-Mazzotti, 2001), contou com uso de gravações de áudio e vídeo, diário de bordo e grupo focal como instrumentos de coleta de dados. O <i>Lesson Study</i> foi desenvolvido durante a disciplina de Tópicos Especiais em Ciências I. Todos os encontros e etapas do foram desenvolvidos de forma remota. Na primeira fase do <i>Lesson Study</i>, denominada por Lewis e Hurd (2011) de Estudo do Currículo e Estabelecimento de Metas, o grupo escolheu a Astronomia como tema integrador. O planejamento teve como foco alunos do 6º ano do Ensino. Por conta da pandemia, o grupo optou pela produção e utilização de pequenas videoaulas acerca do tema. Cada videoaula produzida era assistida pelo grupo, de modo a verificar se: (1) atendia aos objetivos da aula; (2) trazia</p>	<p>Os resultados preliminares desta pesquisa apontam que os professores precisaram ser criativos e reelaborar a maneira de trabalhar conceitos, como ângulo, plano cartesiano e escala de medida de modo a promover a aprendizagem dos alunos à distância. O planejamento também revelou a necessidade de seleção minuciosa de materiais acessíveis para as atividades práticas, de forma a alcançar e contemplar todos os alunos. As principais limitações concentraram-se na dificuldade em verificar os entendimentos e dificuldades dos alunos a partir da observação online, tendo em vista a não visualização da expressão corporal dos alunos no decorrer da aula; e na dificuldade em desenvolver remotamente ações que se assemelham ao <i>bansho</i> e ao <i>neriage</i>, ações inerentes ao Lesson Study.</p>

					questionamentos e problematizações que conduziram os alunos para os objetivos desejados daquela aula; (3) a linguagem utilizada no decorrer do vídeo estava clara e; (4) havia necessidade de modificações que o grupo julgasse pertinentes, visando ao aprimoramento. Esse processo crítico e reflexivo aconteceu ao longo da elaboração de todo o material incluindo as atividades destinadas aos alunos.	
18	AGUIAR; SILVA; MACEDO (2022)	Brasil, São Paulo	ADLER, J. (2005) BRASIL (1998) PEREIRA, K. (2012) STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. (1999)	Ensaio de Lesson Study: introdução do conceito de ângulos por meio da resolução de problemas com materiais manipuláveis	Baseando-se nas etapas iniciais da Lesson Study, em um grupo de 4 pessoas, realizaram reuniões de forma remota, nas quais puderam obter inúmeros pontos de vista sobre como introduzir o conteúdo ângulos. Dessa forma, construíram o plano de aula que entrou em execução na disciplina de Laboratório de Ensino em Matemática (LEM), turma de futuros professores. Nele foram previstas algumas dificuldades e estratégias que poderiam ser encontradas pelos alunos na construção conceitual do conteúdo.	Em relação à aplicação da atividade desenvolvida com a LS na disciplina de Laboratório de Ensino da Matemática, conseguiram obter uma vasta experiência quanto aos imprevistos que podem ocorrer, além do que já estava predeterminado no plano de aula e, dessa forma, reformular o que fosse necessário. Nesse caso, verificaram a necessidade de estender para mais horas-aula o conteúdo aplicado. Assim, verificou a importância do planejamento, como também a possibilidade de outros planos grupais, caso ocorram imprevistos, e não se possa executar a primeira opção, além de ser imensurável a experiência obtida com o ensaio antes de aplicar diretamente com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pela autora a partir do I SILSEM.

3.1 LESSON STUDY NO ENSINO FUNDAMENTAL: A NATUREZA DOS PROBLEMAS ADOTADOS

Os estudos de Faria e Ponte (2022) discutem duas categorias, a saber: “conceito de congruência” e a “natureza da prova geométrica” por meio do ponto de vista dos alunos. Para a maioria dos alunos, “congruência” era outra palavra para “igualdade”. Foi proposto para os alunos provarem que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180 graus (Figura 25).

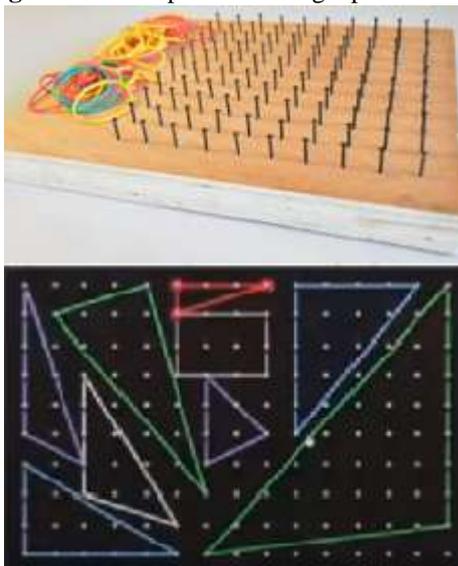
Figura 25 - Problema do livro didático de Matemática da 8ª série

The figure shows a problem from a mathematics textbook. On the left, the text in Portuguese reads: "O triângulo ABC é isósceles, M é ponto médio do lado BC. Chamamos um segmento de reta AM de "mediana" que conecta o vértice A ao ponto M. Complete as frases abaixo e mostre porque os lados dos dois triângulos criados são iguais: Porque são lados do triângulo ABC isósceles; BM porque..... Am é os lados compartilhados por dois triângulos. Mostre a congruência desses dois triângulos em uma frase." On the right, the Persian text asks for a proof that the two triangles formed by the median are congruent, with a diagram of triangle ABC and median AM. The Persian text includes: "کار در کلاس", "۱- در شکل زیر نقطه M وسط BC است. مثلث منساوی الساقین ABC. پاره خطی مانند AM را، که رأس مثلث را به وسط ضلع مقابل وصل می کند، میانه می نامیم. عبارات های زیر را کامل کنید و نشان دهید چرا ضلع های دو مثلث ایجاد شده با هم برابرند. چون ساق های مثلث منساوی الساقین ABC هستند. BM = چون AM هم ضلع مشترک دو مثلث است. همیشه این دو مثلث را با یک عبارت نشان دهید."

Fonte: Amiri *et al.* (p. 93). Montagem e tradução feita pelos autores

Faria e Ponte (2022) destacam que os alunos relataram que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é uma regra e não algo a ser provado. No problema, todos os alunos conseguiram provar a congruência entre os triângulos, mas houve 3 que tiveram dúvidas de qual critério de congruência usar.

Já Mercado e Rincón (2022), descrevem em sua pesquisa o planejamento baseado na proposta de ensinar área e perímetro a partir do uso do Teorema de Pick e coberturas com medidas não convencionais no Geoplano virtual (Figura 26). A aula começou com uma atividade introdutória. Em seguida, foram desenvolvidos quatro momentos: ação, formulação, validação e institucionalização; e, por fim, uma atividade para encerrar a aula. Os autores relatam que durante a aula os alunos fizeram perguntas que não estavam contempladas no planejamento e que o tempo proposto não foi suficiente.

Figura 26 – Geoplano faixa e geoplano virtual

Fonte: Mercado; Rincón (2022, p. 168)

Viana, Lima e Bortoloti (2022) mostram-nos, em sua pesquisa, modos de ensinar divisão; e assim cada integrante do grupo de professores trouxe um problema. Um dos problemas indaga: “se estamos em 8 pessoas, como faremos para dividir essa barra de chocolate? Quanto cada um vai ganhar de forma igual? E se temos 16 pãezinhos para dividirmos entre nós, cada um receberá que quantidade?” (Figura 27). Como resultados preliminares, as autoras destacam que, por meio da LS, o estudo aprofundado do conteúdo “divisão” possibilitou o seu reconhecimento como medição e partição.

Figura 27 - Divisão utilizando quantidade contínua/ discreta

Fonte: Viana; Lima; Bortoloti (2022, p. 267)

Na pesquisa de Bortoloti, Pereira e Araújo (2022), foi trabalhado o estudo de Teorema de Tales. A professora disponibilizou instrumentos de medição, como régua, trena, fita métrica. A atividade principal baseou-se na realização do cálculo da altura de um poste, conhecendo os valores da sombra que ela projetava, a altura de um aluno e a projeção de sua sombra (Figura

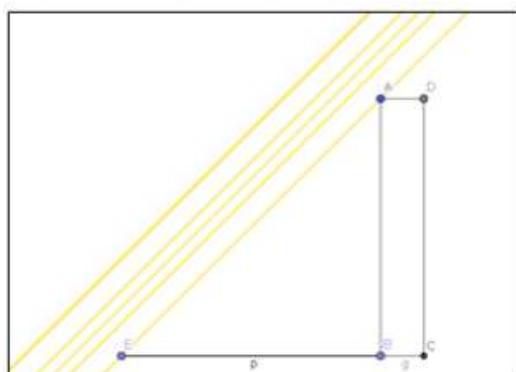
28). Nos cálculos, os alunos apresentaram dúvidas na multiplicação e na divisão com números decimais. O grupo não conseguiu fazer como no Japão. Os alunos fizeram muitas perguntas e não era possível só um professor atender, então o grupo ajudou fazendo outras perguntas, de forma a auxiliar que os alunos encontrassem o caminho.



Fonte: Bortoloti; Pereira; Araújo (2022, p. 291)

Carvalho (2022) dialoga com o estudo anterior de Bortoloti, Pereira e Araújo (2022), trazendo os pontos críticos para a (re)implementação dessa aula. São eles: alguns alunos apresentam dificuldades em realizar a medida do colega?; qual o ponto inicial para começar a medida do poste, tomando como base o segmento BE ou CE (Figura 29)? Esses questionamentos contribuíram para melhorar o planejamento, como um dos exemplos citados pelo autor por trazer semelhanças de triângulos como um pré-requisito.

Figura 29 - Representação da sombra do poste

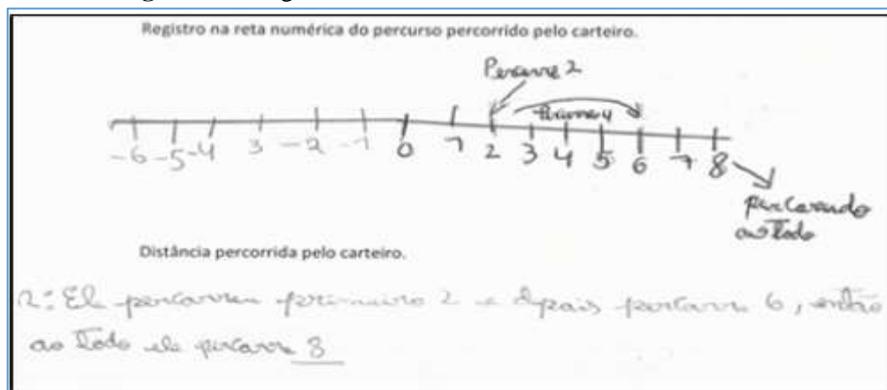


Fonte: Carvalho (2022, p. 299)

Nos estudos com números inteiros, Borelli e Curi (2022) apresentam uma atividade voltada para adição e subtração de números inteiros. Essa atividade requer que seja representada na reta numérica a distância percorrida por um carteiro. Ele percorre uma distância de 2 km e entrega uma parte das encomendas, depois continua seu percurso por mais 6 km e entrega o restante das entregas. Na solução de um dos alunos (Figura 30), podemos observar que ele

soube calcular a distância percorrida, mas não conseguiu representar corretamente na reta numérica.

Figura 30 - Registro de um aluno sobre a atividade do carteiro



Fonte: Borelli; Curi (2022, p. 307)

Agache, Brandt, Linde e Hummes (2022) reservam um momento no texto sobre fração pela perspectiva da medição, tendo como material pedagógico as barras de Cuisenaire. Com as barras de Cuisenaire, os autores relatam que os alunos perceberam, por exemplo, que a fração $1/2$ pode representar medidas diferentes a depender da unidade adotada ou ainda que uma mesma medida pode ser representada por duas frações equivalentes (Figura 31). A pesquisa traz como resultados que os alunos foram organizados de modo a discutirem e apresentarem seus conhecimentos para a turma, enquanto o professor orquestrava os alunos por questionamentos registrados no planejamento. E essa ação contribuiu para que eles formalizassem alguns conceitos matemáticos, como de frações próprias, impróprias, equivalentes, além das propriedades de comparação de frações.

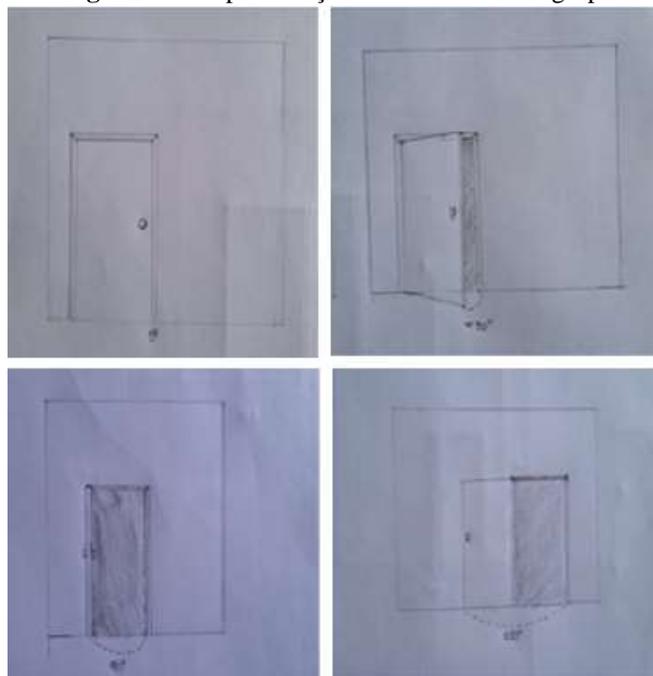
Figura 31 - Exemplos com as barras de Cuisenaire

(a) Diferentes representações de $1/2$; (b) Representação da mesma medida por frações equivalentes.



Fonte: Agache; Brandt; Linde; Hummes (2022, p. 331)

No ensaio da disciplina “Laboratório de Ensino em Matemática (LEM)”, Aguiar, Silva e Macedo (2022) propõem um plano de aula sobre ângulos. Nele foram previstas algumas dificuldades e estratégias que poderiam ser encontradas pelos alunos. Um dos problemas propostos é utilizar a abertura de uma porta, em que os alunos teriam que representar, em uma folha A4, as aberturas de 45° , 90° , 120° e 180° (Figura 32).

Figura 32 - Representação dos alunos de um grupo

Fonte: Aguiar; Silva; Macedo (2022, p. 414)

Nem todos os resumos expandidos evidenciaram o problema usado ou a resolução do problema. Por isso, dos 18 resumos, só relatamos o problema de 8 deles. De modo geral, observamos que os problemas refletem situações próximas ao cotidiano dos estudantes e exigem leitura, interpretação. Do mesmo modo, promovem a interação dos estudantes com desenhos, ilustrações, instrumentos de medição, materiais didáticos, entre outros de modo a subsidiar a formulação de estratégias de resolução e/ou o próprio pensamento. Para a formulação de estratégias de resolução, o trabalho em duplas ou grupos é incentivado, gerando demandas comunicacionais específicas dos regentes ante aos desafios de questionar sem responder e, desafiar na medida certa do momento cognitivo em que os estudante se encontravam.

3.2 LESSON STUDY NO ENSINO FUNDAMENTAL: ALGUMAS COMPREENSÕES

No que se refere aos autores que desenvolveram os estudos, são eles: Faria e Ponte (2022); Martins e Curi (2022); Tavakoli e Gooya (2022); Taparelho e Richit (2022); Mercado e Rincón (2022); Silva, Barbaresco, Silva e Martins (2022); Viana, Lima e Bortoloti (2022); Neves e Souza (2022); Bortoloti, Pereira e Araújo (2022); Carvalho (2022); Borelli e Curi (2022); Agache, Brandt, Linde e Hummes (2022); Amaral, Souza e Powell (2022); Gomes, Martins, Quaresma e Pereira (2022); Silva, Führ, Henrique e Hummes (2022); Tomasi e Richit

(2022); Silva, Meneghel e Souza (2022), Aguiar, Silva e Macedo (2022). Alguns autores se destacam com mais de uma publicação das pesquisas selecionadas, que são: Adriana Richit, Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti, Edda Curi e Viviane Hummes, com 2 pesquisas; e Maria Alice Veiga Ferreira de Souza, com 3 pesquisas.

Quanto aos países de desenvolvimento das pesquisas, a maioria foi desenvolvida no Brasil (14 publicações), seguindo-se Portugal (2 publicações), Colômbia e Irã (1 publicação cada). Algumas das pesquisas foram socializadas em inglês e espanhol. Podemos destacar que as pesquisas no Brasil, em sua grande maioria, 11 pesquisas, foram realizadas na Região Sul ou Sudeste, havendo apenas 3 pesquisas feitas na Bahia e no Nordeste. Um relato que vimos anteriormente na Seção 1.2 do Capítulo 1.

Quanto aos referenciais, observamos que o autor mais citado foi João Pedro da Ponte (Ponte, J. P.), com 17 citações, presente como referencial teórico em 9 das 18 pesquisas. Outros também bastante citados são: Takahashi (7 citações); Baptiste, Quaresma e Fiorentini (6 citações); Isoda e Fugui (5 citações) e Murata (4 citações). Os outros foram citados de 1 a 3 vezes. Entendemos que tais escolhas relacionam-se diretamente com os movimentos de expansão do LS e sua ampla adoção em Portugal em projetos governamentais em parceria com a Universidade de Lisboa.

Nas pesquisas selecionadas, no que tange aos objetivos, 9 delas trabalham o LS na formação continuada de professores, e as outras 9 têm a formação de professores juntamente com a preparação e a aplicação da aula, onde duas delas relatam o LS em uma disciplina durante a graduação, ou seja, na formação inicial do professor. Nos tópicos curriculares mais pesquisados estão os estudos de frações, como objeto de pesquisa de 4 estudos, seguido do Teorema de Pitágoras, Teorema de Tales, Proporção, entre outros.

Quanto aos resultados, as pesquisas destacam o valor do trabalho coletivo e colaborativo, destacando como um desafio para ultrapassar o individualismo da prática docente. Promovem-se, assim, muitas situações de discussões e reflexões em busca de melhoria nos resultados das aprendizagens dos estudantes, sobre a adequação do processo das diretrizes curriculares. Por meio da análise dos dados, pode-se examinar as estratégias de resolução, representações matemáticas e processos de raciocínio elaborados pelo aluno na aula de investigação.

Os estudos de Neves e Souza (2022) revelaram que o LS favoreceu o desenvolvimento profissional dos professores participantes e o aprendizado dos alunos. E em alguns casos, aproximou os estudantes da matemática ensinada em sala de aula, com a criação de um cenário propício para promover um diálogo com a cultura deles. Na formação continuada, o trabalho

conjunto contribuiu para muitas discussões, e isso fez com que muitos dos estudos fossem aprimorados. Já na formação inicial, as pesquisas que foram realizadas durante a graduação (SILVA; MENEGHEL; SOUZA, 2022; AGUIAR; SILVA; MACEDO, 2022) fizeram com que os futuros professores tivessem uma experiência real de como funciona todo o processo da LS a fim de aperfeiçoarem o ensino para o estudante.

Em relação aos problemas trabalhados nas pesquisas, cada um foi criado ou escolhido por grupos de professores ou pesquisadores no planejamento coletivo para o desenvolvimento do tópico curricular escolhido. Eles foram selecionados de acordo com os autores, por meio de discussões entre os professores sobre as dúvidas que surgiriam nos alunos, o que era necessário de pré-requisitos, como se deu a aplicação em aula, e depois como foi a avaliação da aula, pensando sempre em proporcionar uma aula com melhor qualidade para que o aluno tenha uma melhor assimilação do que está sendo ensinado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados revelam que o LS em Ensino de Matemática é um processo de desenvolvimento de professores que tem se expandido pelo mundo e tem ganhado importância em vários países. No Brasil, a cada ano, mais pessoas têm se interessado por estudá-lo e desenvolvê-lo; e a sua maioria de adeptos tem se concentrado no Sul e Sudeste do Brasil, onde há a maior parte de pesquisas relacionadas ao LS em Matemática, como visto neste trabalho. Do mesmo modo, notam-se movimentos de expansão dentro do território nacional, como é o caso da Região Centro-Oeste, onde o Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, por meio do Grupo de Investigação em Ensino de Matemática (GIEM), destaca-se ao inaugurar e coordenar o primeiro evento da área com inserção internacional e participação de pioneiros tanto do Japão quanto de outros países.

Em todas as pesquisas e relatos, podemos observar que a colaboração dos professores em um planejamento de aula contribui para a qualidade da aula, pois abriu espaço para vários pontos de vistas, diferentes metodologias, soluções alternativas, e distintos aspectos e dúvidas que poderiam ser levantados durante a aula por alunos. Tudo isso revela o intuito de que haja um ensino de qualidade para o aluno.

Mesmo antes do contato com o LS, tanto a formação com o estudo em grupo quanto a atuação como professora regente em uma sala de aula com a colaboração de planejamento em conjunto com outros professores foram pontos que enriqueceram e têm enriquecido minha formação. Esse processo faz com que a busca pelo conhecimento traga um melhor ensino para meus alunos.

O ciclo do LS, funcionando de forma espiral, faz com que se possa reparar, a cada nova aplicação de aula já trabalhada com os eixos do LS, o que não deu certo e o que de diferente foi levantado pelos alunos. Desse modo, é possível aperfeiçoar o ensino a cada etapa, fazendo com que, a cada geração, tenhamos um ensino de melhor qualidade.

Um problema a se destacar em relação à aplicação do LS é que alguns professores ainda não estão acostumados aos eixos fundamentais e, por vezes, acabam se esquecendo de utilizar esses eixos durante a aplicação da aula. Também, nas pesquisas detalhadas na seção 1.3 do Capítulo 1, o tempo de aula não foi suficiente, e este é um ponto a se pensar mais detalhadamente durante o estudo da aula na formação de professores.

Nas pesquisas descritas no mapeamento, a resolução de problemas ocupa lugar central nas etapas de planejamento-execução-reflexão, sendo fundamental na estruturação da prática docente, nos processos comunicacionais entre professores e estudantes, na compreensão dos

processos de raciocínio dos estudantes e de suas aprendizagens. A resolução de problemas, que são caracterizados por problemas verbais, é algo que pode se tornar mais constante no ensino em sala de aula, pois muitos alunos só conhecem as fórmulas para calcular, mas não compreendem o conceito por trás dela, e quando se deparam com problemas, ficam frustrados. Os resultados das avaliações dos estudantes nas aulas, mostraram aos professores, reflexões sobre o que pode ser melhorado em sua prática profissional, servindo como referências preciosas para o aperfeiçoamento das próximas aplicações.

Outro aspecto importante foi observar o aumento de pesquisas na formação inicial e continuada de professores. Apesar das dificuldades, como a cultura da individualidade, esta tem sido reconstruída, promovendo novos grupos – tanto na formação inicial, sendo abordada em disciplinas da graduação, como em formação continuada, com grupos de professores que estão se dedicando ao processo do LS.

O LS na formação inicial pode agregar muito na formação do futuro professor, visto que a graduação em Matemática (licenciatura) carece de disciplinas que preparem o professor para o ensino em sala de aula. E necessita, ainda mais, de disciplinas com um planejamento consistente, que considere todo o processo da aula, desde o estudo do currículo, problemas a serem trabalhados, pré-requisitos, tempo de aula, questionamento dos alunos, aula-teste, aplicação da aula e reflexão sobre tudo o que ocorreu na aula e em seu entorno.

Podemos considerar que o trabalho cumpriu sua função, ao responder e trazer entendimento, a partir do I SILSEM, acerca do que vem sendo estudado sobre o LS nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Os resultados também indicam quais os objetos de estudo mais utilizados, sendo um material de referência que podemos utilizar em nossas aulas, e também quais objetos de estudo ainda precisam ser mais bem compreendidos em todo processo do LS com um grupo de professores.

REFERÊNCIAS

- AGACHE, Graciela Elizabeth Texeira; BRANDT, Natali; LINDE, Isaura Cardoso; HUMMES, Viviane. Análise e reflexão desde o olhar dos critérios de idoneidade didática interacional, cognitivo e afetivo de uma aula de Teorema de Pitágoras em um ciclo de Lesson Study. *In: Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 310–317.
- AGUIAR, Erica Braga de; SILVA, Maria das Vitórias Guimarães da; MACEDO, Aluska Dias Ramos de. Ensaio de Lesson Study: introdução do conceito de ângulos por meio da resolução de problemas com materiais manipuláveis. *In: Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 411–417.
- AMARAL, Camila Augusta do Nascimento; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; POWELL, Arthur Belford. Benefícios e limitações de um Lesson Study sobre a construção do conceito de fração pela perspectiva de medição. *In: Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 326–333.
- BALDIN, Yuriko Yamamoto. O significado da Lesson Study para educação matemática e seu impacto em nível mundial. *In: Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 43–48.
- BEZERRA, Renata Camacho. *Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no contexto da Lesson Study*. 2017. 210 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2017.
- BÍBLIA. Português. *Bíblia Sagrada: Nova Versão Internacional (NVI)*. 2011. Disponível em: <https://www.bible.com/pt/bible/129/PSA.139.13-16.NVI>. Acesso em: 02 ago. 2022.
- BORELLI, Suzete de Souza; CURI, Edda. Estudo de Aula na formação de professores de Matemática em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental que ensinam Números Inteiros. *In: Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 304–309.
- BORTOLOTTI, Roberta D’Angela Menduni; PEREIRA, Kamila Barros; ARAÚJO, Renan Coelho de. A (re)implementação e a reflexão para ensinar o Teorema de Tales – fases do Lesson Study. *In: Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 288–295.
- BRAGA, Maria Dalvirene; NOLETO, Carine Almeida Silva; NOGUEIRA, Cleia Alves (Orgs.). *Investigações em ensino de matemática: a formação de professores que ensinam matemática*. v. 1. Jundiaí: Paco, 2020.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018.
- CAMPOS, Núbia Quenupe; WROBEL, Julia Schaeztle; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; PRANE, Bruna Zution Dalle. *Dividir e compartilhar*. Vila Velha: Edifes, 2021. (Série Lesson Study em Matemática, v. 3).

CARVALHO, Jaysa Gomes. A importância da reflexão/avaliação para a (re)implementação de um Lesson Study. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 296–303.

CRECCI, Vanessa Moreira; PAULA, Andrey de; FIORENTINI, Dario. Desenvolvimento profissional de uma professora dos anos iniciais que participa de um Lesson Study híbrido. *Educere et Educare*, v. 14, n. 32, p. 1–21, 2019.

DÖRR, Raquel Carneiro. *Análises de aprendizagens em cálculo diferencial e integral: um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em uma universidade pública brasileira*. 2017. 237 f., il. Tese (Doutorado em Educação) –Universidade de Brasília, Brasília, 2017

FARIA, Filipa; PONTE, João Pedro da. A colaboração entre professoras de 2.º e 3.º Ciclo do Ensino Básico num Estudo de Aula em Matemática. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 113–121.

FÁVERO, Maria Helena; PINA NEVES, Regina da Silva. A divisão e os racionais: como os professores avaliam a produção dos alunos. In: REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL, 7., 2006, Águas de Lindóia, SP. SBEM (Org.). *Anais Coordenação do Evento*. São Paulo: PUC-SP, 2006.

FERNER, Dienifer da Luz; SOARES, Maria Arlita da Silveira; ROMIO, Leugim Corteze. Geometria espacial: mapeamento das produções brasileiras relacionadas ao pensamento geométrico. In: VI JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E XIX JORNADA REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, Rio Grande do Sul – 04 a 06 de maio de 2016.

FIORENTINI, Dario; PASSOS, Cármem Lúcia Brancaglion; LIMA, Rosana Catarina Rodrigues de (Org). *Mapeamento da pesquisa acadêmica sobre o professor que ensina Matemática: período 2001-2012*. E-book. 2016. Disponível em: https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pagina_basica/58/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf. Acesso em 12 ago. 2022.

GAIGHER, Vanessa Ribeiro; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; WROBEL, Júlia Schaezle. Planejamentos colaborativos e reflexivos de aulas baseadas em resolução de problemas verbais de matemática. *Vidya*, v. 37, n. 1, p. 51–73, 2017.

GAN, Teck Hock; ISODA, Masami; TEH, Kim Hong. *Mathematics challenges for classroom practice at lower secondary level*. Penang, Malaysia: SEAMEO-RECSAM, 2021. Disponível em: http://www.recsam.edu.my/tag/2021_recsamsukuba_mathbook.pdf. Acesso em: 12 ago. 2022.

GOMES, Paula; MARTINS, Micaela; QUARESMA, Marisa; PEREIRA, Joana Mata. Prospective and in-service teachers designing mathematical tasks in lesson study. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 342–347.

ISODA, Masami. Terminology for Lesson Study and its impact under the APEC Lesson Study projects as for design theory of mathematics education. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 2–33.

ISODA, Masami. Terminology for lesson study and its impact under the APEC lesson study projects as for the design theory of mathematics education. In: *Resumos do Seminário Internacional de Lesson Study em Ensino de Matemática (SILSEM)*. Brasília: Universidade de Brasília, 2021.

ISODA, Masami; ARCAVI, Abraham; LORCA, Arturo Mena. *El Estudio de Clases Japonés em Matemáticas: su importancia para el mejoramiento de los aprendizajes em el escenario global*. 3. ed. Chile: Valparaíso, 2012.

MACEDO, Aluska Dias Ramos de; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Lesson Study e Engenharia Didática na Formação de (futuros) Professores de Matemática. *Paradigma*, v. 43, n. 1, p. 297–317, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p297-317.id1173>. Acesso em: 12 ago. 2022.

MACEDO, Aluska Dias Ramos de; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; WINSLOW, Carl. Lesson Study with didactical engineering for student teachers in Brazil. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, v. 9, n. 2, p. 127–138, 2020.

MANGAO, Dominador Dizon; AHMAD, Nur Jahan; ISODA, Masami. *SEAMEO Basic Education Standards (SEA-BES): Common Core Regional Learning Standards (CCRLS) in Mathematics and Science*. Penang, Malaysia: SEAMEO RECSAM, 2017. Disponível em: http://www.recsam.edu.my/sub_SEA-BES/images/docs/CCRLSReport.pdf. Acesso em: 12 ago. 2022.

MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda. A metodologia de formação Lesson Study no contexto de um Projeto de Pesquisa com professores que ensinam Matemática na Rede Municipal de São Paulo. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 122–129.

MERCADO, Adriana Patricia Primera; RINCÓN, Jenny Patricia Acevedo. Uso del teorema de Pick y recubrimientos con medidas no convencionales en Educación Básica Primaria. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 164–171.

NERY, Érica Santana Silveira; SILVA, Janaina Mendes Pereira da; PEREIRA, Marcos Vinicius (Orgs.). *Educação Matemática: atuações, desafios e possibilidades em diferentes contextos*. v. 1. São Paulo: Livraria da Física, 2022.

NEVES, Tamiris Moura; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de. Instrumento de Avaliação de Aulas de Matemática por Processo Japonês Lesson Study. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 280–287.

NÓVOA, António. *Firmar a posição como Professor, afirmar a Profissão Docente*. 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v47n166/1980-5314-cp-47-166-1106.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2022.

PATRONO, Rosângela; FERREIRA, Ana. Levantamento de pesquisas brasileiras sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino e Formação de Professores. *Revemop*, Ouro Preto, Brasil, v. 3, e202102, p. 1–24, 2021. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication>

/348469870_Levantamento_de_pesquisas_brasileiras_sobre_o_Conhecimento_Matematico_para_o_Ensino_e_Formacao_de_Professores. Acesso em: 12 ago. 2022.

PINA NEVES, Regina da Silva; FIORENTINI, Dario. Aprendizagens de futuros professores de Matemática em um Estágio Curricular Supervisionado em processo de Lesson Study. *Perspectivas da Educação Matemática*, INMA/UFMS, v. 14, n. 34, p. 1–30, 2021.

PINA NEVES, Regina da Silva; FIORENTINI, Dario. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022.

PINA NEVES, Regina da Silva; FIORENTINI, Dario; SILVA. Lesson Study presencial e o Estágio Curricular Supervisionado em Matemática: contribuições à aprendizagem docente. *Paradigma*, v. XLIII, ed. temática n. 1, p. 409–442, 2022.

QUARESMA, Marisa; PINA NEVES, Regina da Silva; MACEDO, Aluska Dias Ramos. Prática profissional e o estágio curricular supervisionado: experiências com Lesson Study na formação inicial de professores de matemática. *Educação Matemática em Revista - RS*, v. 1, n. 23, p. 135–148, 2022.

SCHNEIDER, Eduarda Maria; TOBALDINI, Barbara Grace; FERRAZ, Daniela Frigo. O uso de modalidades didáticas no contexto do PIBID e o ensino por investigação. In: *Anais do X ANAPED SUL*, Florianópolis, v. 1. p. 1–12, 2014.

SILVA, Aluska Dias Ramos de Macedo. *Contribuições da Jugyou Kenkyuu e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado*. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

SILVA, Américo Júnior Nunes da; NERY, Érica Santana Silveira; NOGUEIRA, Cleia Alves. Formação, tecnologia e inclusão: o professor que ensina matemática no “novo normal”. *Plurais – Revista Multidisciplinar*, v. 5, n. 2, p. 97–118, 18 ago. 2020.

SILVA, Flávia Souza Machado da; BARBARESCO, Évelin Meneguesso; SILVA, Aparecida Francisco da; MARTINS, Ana Cláudia Cassini. Formação continuada de professores de matemática na concepção da Lesson Study. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 212–218.

SILVA, Rayane Salviano de Oliveira; FÜHR, Lucas; HENRIQUE, Vera Regina Camargo; HUMMES, Viviane. Reflexão sobre uma aula de Teorema de Pitágoras em um ciclo de Lesson Study: um olhar desde os critérios de idoneidade didática mediacional, ecológico e epistêmico. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 348–356.

SILVA, Rayane Salviano de Oliveira; MENEGHEL, Crisane Aquino; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de. A matemática aplicada à astronomia: contribuições, limitações e desafios de um Lesson Study remoto e interdisciplinar. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 388–394.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernando Peixoto. A pesquisa científica. In: GERHARDT; Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. *Métodos de pesquisa*. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 31–42.

SOUZA Maria Alice Veiga Ferreira de. Lesson Study Sem Fronteiras: limitações, desafios e algumas soluções de implementação. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 49–57.

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; WROBEL, Julia Schaetzle. *Café, Leite e Matemática*. Vitória: Edifes, 2017. (Série Lesson Study em Matemática, n. 1).

SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; WROBEL, Julia Schaetzle; LEITE, Hellen Castro Almeida; PRANE, Bruna Zution Dalle; GAIGHER, Vanessa Ribeiro. *Peixes para contar e estimar*. Vitória: Edifes, 2017. (Série Lesson Study em Matemática, n. 2).

TAKAHASHI, Akihiko; MCDUGAL, Thomas. Implementing a new national curriculum: a Japanese public school's two years lesson-study project. In: KARP, Karen; MCDUFFIE, Amy Roth (Eds.). *Using research to improve instruction*. Reston, VA: NCTM, 2014. p. 13–22.

TAPPARELLO, Adriana; RICHIT, Adriana. Abordagem Exploratória da Matemática em um Estudo de Aula sobre o tópico frações. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 158–163.

TAVAKOLI, Mohammadreza; GOOYA, Zahra. Preliminary report on a Lesson Study project regarding geometry in Iran. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 136–142.

TOMASI, Ana Paula; RICHIT, Adriana. Aspectos da colaboração profissional mobilizados em um Lesson Study no contexto sul-brasileiro. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 357–362.

UTIMURA, Grace Zaggia; BORELLI, Suzete de Souza; CURI, Edda. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso, etapas, potencialidades e desafios. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 4, e202007, p. 1–16, 2020. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/1776>. Acesso em: 12 ago. 2022.

VIANA, Daniela Santos Brito; LIMA, Maria Aparecida de Oliveira; BORTOLOTI, Roberta D'Angela Menduni. Lesson Study enquanto processo formativo e de pesquisa. In: *Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM)*. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 262–270.

WANDERLEY, Roger Arthur Jähring; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de. Lesson Study como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática sobre o conceito de volume. *Perspectivas da Educação Matemática*, INMA/UFMS, v. 13, n. 33, p. 1–20, 2020.