



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA – IM-UFRJ

**PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL**

**PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O DESENVOLVIMENTO DO
LETRAMENTO ESTATÍSTICO NA ETAPA DO 9º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Alex de Araujo Francisco

Rio de Janeiro

2024

ALEX DE ARAUJO FRANCISCO

**PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O DESENVOLVIMENTO DO
LETRAMENTO ESTATÍSTICO NA ETAPA DO 9º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Instituto de Matemática, da Universidade Federal do Rio de Janeiro como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre.

Orientadora: **DrSc** Flávia Maria Pinto Ferreira Landim

Rio de Janeiro

2024

RESUMO

A matemática exerce um papel essencial na evolução do pensamento crítico. Este, por sua vez, consiste na habilidade de examinar informações de modo imparcial, analisar argumentos de maneira coerente e tomar decisões embasadas e está altamente relacionado ao letramento estatístico. O ensino da matemática, sem dúvida, oferece uma oportunidade ímpar para desenvolver e aperfeiçoar tais competências. Este trabalho foi desenvolvido com o propósito principal de pensar em estratégias para colaborar com o desenvolvimento do letramento estatístico em estudantes da Educação Básica, mais especificamente, estudantes do nono ano do Ensino Fundamental. O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de atividade interdisciplinar que promova o letramento estatístico por meio de uma investigação relacionada às ideias darwinistas de seleção natural e, conseqüentemente o pensamento crítico do estudante da Educação Básica. A proposta elaborada foi baseada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e em sugestões do Guideline for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE). A atividade proposta foi aplicada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Teresópolis (RJ). Apesar da impossibilidade do uso de meios digitais para a realização da atividade, observou-se que os estudantes se envolveram bastante com as atividades propostas, demonstrando interesse e boa compreensão dos conteúdos trabalhados.

Palavras chaves: ensino de estatística, letramento estatístico, diagrama de pontos, boxplot, ensino fundamental

ABSTRACT

Mathematics plays an essential role in the evolution of critical thinking. This, in turn, consists of the ability to examine information impartially, analyze arguments coherently and make informed decisions and is highly related to statistical literacy. The teaching of mathematics, without a doubt, offers a unique opportunity to develop and improve such skills. This work was developed with the main purpose of thinking about strategies to collaborate with the development of statistical literacy in Basic Education students, more specifically, students in the ninth year of Elementary School. The objective of this work is to present a proposal for an interdisciplinary activity that promotes statistical literacy through an investigation related to Darwinian ideas of natural selection and, consequently, the critical thinking of Basic Education students. The proposal developed was based on the National Common Curricular Base (BNCC) and suggestions from GAISE (Guideline for Assessment and Instruction in Statistics Education). The proposed activity was applied in a 9th year class of Elementary School in the Municipal Network of Teresópolis (RJ). Despite the impossibility of using digital media to carry out the activity, it was observed that the students were very involved with the proposed activities, demonstrating interest and good understanding of the content covered.

Keywords: teaching statistics, statistical literacy, dot diagram, boxplot, elementary education

SUMÁRIO

1	Introdução
2	Análise Documental
2.1	Estatística na BNCC
2.2	Relatório GAISE
2.3	Os Tentilhões de Darwin: Exemplo de Atividade Proposta no GAISE
3	Conteúdo de Estatística Explorado na Atividade Proposta
4	Descrição da Atividade
4.1	Planeamento
4.2	Aplicação
5	Considerações Finais

Referências Bibliográficas

Apêndice A: Código R usado para sortear as amostras trabalhadas no capítulo 3 e quadros com as respectivas amostras sorteadas.

Apêndice B: Apresentação em slides sobre o contexto da atividade na etapa preliminar.

Apêndice C: Amostras de tamanho 12 das duas espécies estudadas na atividade.

1 Introdução

Ao longo da minha trajetória educacional e profissional sempre tive interesse em duas características da disciplina de Matemática. A primeira é o meu fascínio pelos raciocínios utilizados nos mais variados problemas de contagem e estratégias utilizadas para a organização de conjuntos de dados em tabelas e gráficos. A segunda é o poder que as estratégias de resolução de problemas têm para o desenvolvimento do raciocínio lógico, dedutivo e indutivo, de uma pessoa.

Entendo que a matemática deveria ser melhor “aceita” pelos adolescentes nas escolas brasileiras, pois essa aceitação é importante para a construção de um pensamento mais crítico. Tal fato é observado por Skovsmose (2007) quando prevê a estimativa de que são exibidos aos alunos dez mil exercícios baseados em comandos, do início do Ensino Fundamental II ao fim do Ensino Médio, os quais em grande parte não apresentam comprometimento com o desenvolvimento de habilidades de fato necessárias para o cotidiano dos estudantes.

Nesse sentido, Skovsmose (2001) defende que a educação crítica é aquela em que há um processo educativo democrático entre alunos e professores, favorecido através do diálogo e com assuntos que exerçam aplicabilidade e coerência dentro de determinado contexto de aprendizagem. Sendo assim, o ideal é que a abordagem tradicional do ensino de matemática dê lugar a uma abordagem mais centralizada no aluno, reconhecendo suas necessidades individuais, interesses e habilidades.

No entanto, é observável que essa substituição da abordagem tradicional de ensino não pode ser pensada sem uma análise geral dos desafios do ensino de matemática em sala de aula, tais como: a falta de motivação dos alunos, as desigualdades sociais e econômicas, as dificuldades de compreensão, a limitação dos critérios avaliativos etc.

Tal fato leva a nós (Educadores) ao seguinte questionamento: como um professor de matemática pode utilizar o ambiente escolar para auxiliar no desenvolvimento do raciocínio crítico dos alunos?

A matemática exerce um papel essencial na evolução do pensamento crítico. Este, por sua vez, consiste na habilidade de examinar informações de modo imparcial, analisar argumentos de maneira coerente e tomar decisões embasadas e está altamente relacionado ao

letramento estatístico. O ensino da matemática, sem dúvida, oferece uma oportunidade ímpar para desenvolver e aperfeiçoar tais competências.

Por sua vez, Estatística na Educação Básica está inserida no conjunto de conteúdos da área de Matemática na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), documento que rege sobre os currículos nessa etapa escolar. A partir do 1º ano do Ensino Fundamental é previsto que os alunos comecem a trabalhar com leitura e interpretação de tabelas, coletas de dados, entre alguns outros objetos do conhecimento que promovam habilidades necessárias para o exercício da cidadania.

Este trabalho foi desenvolvido com o propósito principal de pensar em estratégias para colaborar com o desenvolvimento do letramento estatístico em estudantes da Educação Básica, mais especificamente, estudantes do nono ano do Ensino Fundamental. Dessa forma, apresento a seguir uma definição dessa competência, o letramento estatístico, fundamental para o exercício do pensamento crítico e da cidadania nos dias de hoje.

O letramento estatístico é uma competência importante e necessária na qual lidar com informações baseadas em dados de forma crítica é cada vez mais importante, pois diariamente somos expostos a informações desse tipo nas mais variadas áreas. Envolve a habilidade de compreender, analisar e interpretar informações baseadas em dados de forma crítica, permitindo a tomada de decisão embasada em evidências.

Para Gal (2021), em um contexto em que somos constantemente expostos a informações estatísticas muitas vezes apresentadas usando-se tabelas e gráficos, o letramento estatístico torna-se uma competência obrigatória:

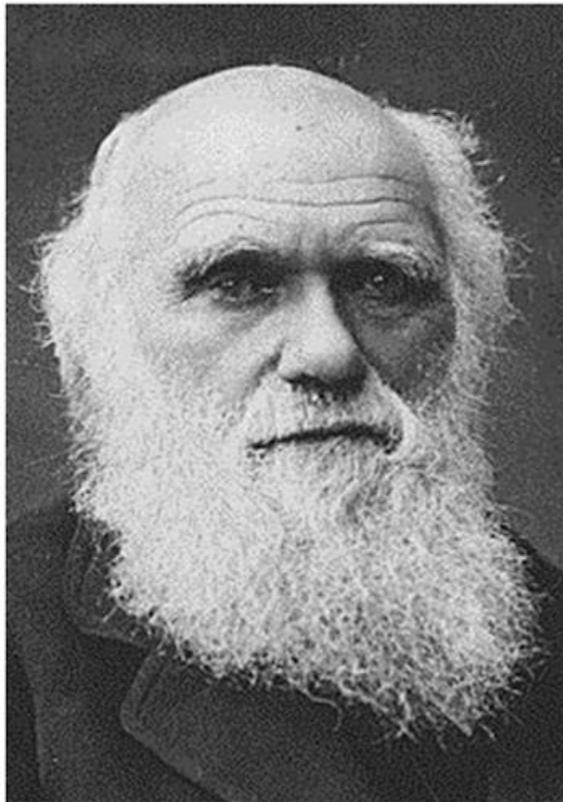
“a motivação e a capacidade de acessar, compreender, interpretar, avaliar criticamente e, se relevante, expressar opiniões a respeito de mensagens estatísticas, argumentos relacionados a dados ou questões envolvendo incerteza e risco”. (GAL, 2021, p.41, tradução nossa)

Além disso, a Estatística é considerada um tema capaz de ser transversal a diversos assuntos do cotidiano, assim como a diferentes conteúdos escolares, o que proporciona a aplicação da interdisciplinaridade de maneira eficiente. Por exemplo, quando vemos pesquisas de opinião sobre eleições, produtos ou serviços, estamos lidando com estatísticas. Essas

pesquisas coletam dados de uma amostra da população e usam técnicas estatísticas para fazer inferências sobre toda a população.

Um desses assuntos, trabalhado neste texto, é a teoria da evolução, para a qual Charles Darwin (Figura 1.1) fez importantes contribuições em meados do século XIX. A teoria da evolução é um conceito biológico que defende a ideia de que os organismos são capazes de evoluir ao longo do tempo, propiciando a formação de novas espécies. Charles Darwin, figura de extrema importância na história das ciências biológicas, trouxe para esse tema alguns princípios-chave que se mostraram de grande valia no estudo das ciências biológicas. Um desses princípios é a Seleção Natural.

Figura 1.1 Foto de Charles Darwin (1809 - 1882)



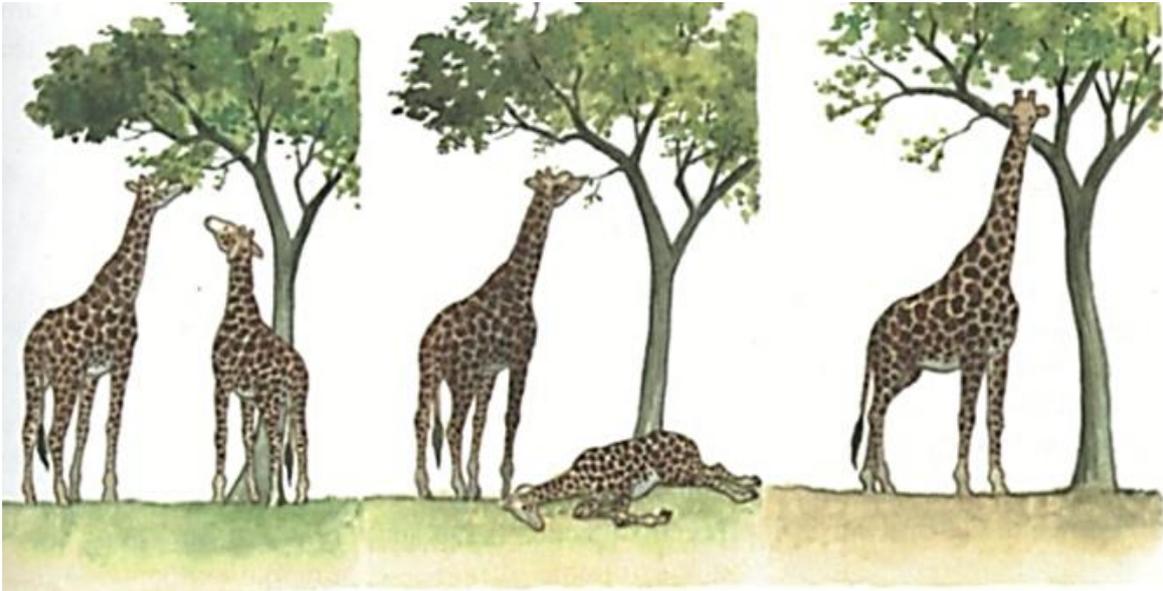
Fonte: https://www.infoescola.com/biografias/charles-darwin/#google_vignette

Seleção Natural é a ideia que presume que as espécies mais aptas a enfrentarem as condições que as cercam sobrevivem, enquanto aquelas espécies mais vulneráveis tendem a desaparecer. Ela expõe o processo pelo qual algumas características de organismos se tornam mais comuns em uma população de acordo com sua contribuição para a sobrevivência e reprodução dos indivíduos que as possuem.

“O trabalho de Darwin foi fundamental para tornar a teoria da evolução largamente aceita. Sua capacidade de reunir evidências, vindas de várias frentes, permitiu argumentar de modo convincente que era difícil conciliar inúmeras características da natureza com um mundo em que os seres vivos teriam sido criados e seriam imutáveis. Após um período de acirrada controvérsia, Darwin e seus seguidores conseguiram convencer seus contemporâneos de que a transformação das espécies, por meio de um processo de descendência com modificação, explicava de modo muito satisfatório diversas características da natureza.”
(FARIAS, 2012)

As ideias relacionadas com a seleção natural são consideradas de extrema importância até os dias atuais, e estudadas na escola como uma das principais e mais convincentes teorias que abarcam a evolução dos seres vivos. A figura 1.2 representa uma ideia de Seleção Natural.

Figura 1.2 Seleção Natural



Fonte: <https://rodriguesdorea.wordpress.com/2020/08/13/charles-darwin/>

O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de atividade interdisciplinar que promova o letramento estatístico por meio de uma investigação relacionada às ideias darwinistas de seleção natural e, conseqüentemente, o pensamento crítico do estudante da Educação Básica. A proposta elaborada foi baseada em sugestões do Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) (FRANKLIN et al, 2005; BARGAGLIOTTI et al, 2020) da American Statistical Association (ASA), que apresenta sugestões para o desenvolvimento do letramento estatístico na escola, através de um modelo espiral e baseando-se no processo de investigação estatística. A atividade foi aplicada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Teresópolis (RJ) e os resultados obtidos serão oportunamente registrados.

De modo a alcançar o objetivo principal, este trabalho foi estruturado em cinco capítulos, em que o primeiro, de introdução, inclui objetivos e motivação. No capítulo 2, faço uma breve análise documental sobre a BNCC e o conteúdo de estatística e, em uma segunda parte, sobre o GAISE e seu modelo de desenvolvimento do letramento estatístico para a Educação Básica. Os conteúdos estatísticos importantes para a condução da atividade proposta são explorados no capítulo 3, incluindo a descrição de gráficos para dados numéricos: o diagrama de pontos e o boxplot e medidas resumo para dados numéricos como

os três quartis, que são usados na construção do boxplot. No capítulo seguinte, são apresentados o planejamento e a descrição da atividade realizada, que foi aplicada numa turma de 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal. No último capítulo são apresentadas as considerações finais do trabalho.

2 Análise Documental

Neste capítulo serão apresentados de forma resumida a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o relatório GAISE (BARGAGLIOTTI et al, 2020). A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (BRASIL, 2018). A BNCC inclui os conteúdos de estatística na área do conhecimento de Matemática. O relatório GAISE propõe um modelo de desenvolvimento do letramento estatístico no qual a atividade aqui proposta foi baseada. Ao final deste capítulo, será apresentado o exemplo proposto no GAISE para o contexto dos tentilhões de Darwin.

2.1 Estatística na BNCC

A BNCC é um documento elaborado pelo Ministério da Educação (MEC) no Brasil, que estabelece os conteúdos, habilidades e competências essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da educação básica. A BNCC abrange a Educação Infantil, o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, e busca definir um conjunto de aprendizados que são considerados fundamentais para a formação dos estudantes, independente da região do país em que estejam.

A BNCC é dividida em áreas do conhecimento, como Linguagens, Matemática, Ciências Humanas e Ciências da Natureza. Para cada uma dessas áreas, são definidos os objetivos de aprendizagem e as competências que os estudantes devem adquirir. Isso faz com que o documento sirva de guia para a preparação dos currículos das escolas, guiando a concepção de planos de ensino e a escolha de conteúdos proeminentes para a educação integral dos alunos.

(...) a BNCC afirma, de maneira explícita, o seu compromisso com a educação integral. Reconhece, assim, que a Educação Básica deve visar à formação e ao desenvolvimento humano global, o que implica compreender a complexidade e a não linearidade desse desenvolvimento, rompendo com visões reducionistas que privilegiam ou a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva. Significa, ainda, assumir uma visão

plural, singular e integral da criança, do adolescente, do jovem e do adulto – considerando-os como sujeitos de aprendizagem – e promover uma educação voltada ao seu acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento pleno, nas suas singularidades e diversidades. (BRASIL, 2018, pp 14)

A ênfase na BNCC está em desenvolver habilidades de análise, interpretação e aplicação de dados estatísticos em situações do cotidiano e de outras disciplinas. Isso ajuda a preparar os alunos para serem cidadãos mais informados e críticos, capazes de lidar com informações numéricas de maneira eficaz e fundamentada.

Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. Ao longo da Educação Básica, as aprendizagens essenciais definidas na BNCC devem concorrer para assegurar aos estudantes o desenvolvimento de dez competências gerais, que consubstanciam, no âmbito pedagógico, os direitos de aprendizagem e desenvolvimento. Em articulação com as competências gerais da Educação Básica, a área de Matemática e, por consequência, o componente curricular de Matemática devem garantir aos alunos o desenvolvimento de competências específicas.

Entre as dez competências gerais da Educação Básica apresentadas pela BNCC, aquela que mais se encaixa com o desenvolvimento do letramento estatístico é a de número 2, destacada na Figura 2.1, embora todas as outras também estejam de alguma forma associadas ao desenvolvimento do letramento estatístico.

Figura 2.1: Competência Geral da Educação Básica Número 2



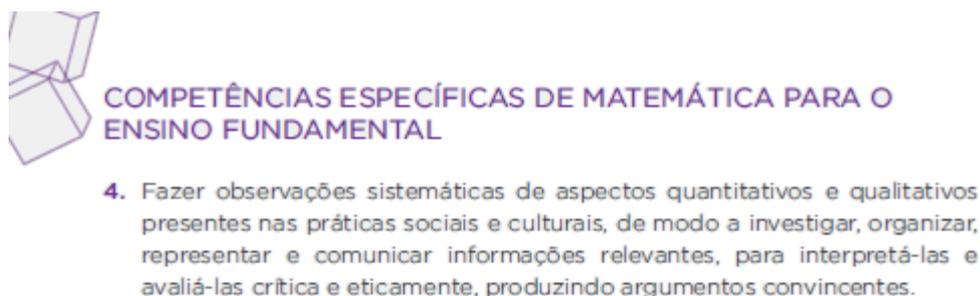
COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Fonte: (Brasil, 2018, pp 9)

Entre as oito competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental na BNCC, aquela que mais se encaixa com o desenvolvimento do letramento estatístico é a de número 4, destacada na Figura 2.2, embora todas as outras também estejam de alguma forma associadas ao desenvolvimento do letramento estatístico.

Figura 2.2: Competência Específica de Matemática para o Ensino Fundamental Número 4



Fonte: (Brasil, 2018, pp 267)

A estatística, por sua vez, é um componente curricular que envolve o trabalho com dados, desde sua coleta, organização e análise, até a sua interpretação e influência na sociedade. O papel desempenhado por ela é imprescindível em diversas áreas do conhecimento e na tomada de decisões em diferentes contextos, desde a pesquisa científica até a gestão empresarial, passando pela saúde pública, política, economia e muito mais.

Em teoria, a estatística permite transformar dados brutos em informações significativas, revelando padrões, tendências e relações que podem auxiliar na compreensão de fenômenos complexos. Ela utiliza ferramentas matemáticas e técnicas específicas, como descrição de variáveis quantitativas em medidas resumo tais como a média, a mediana e o desvio padrão, representações gráficas de variáveis quantitativas para a identificação de estruturas e padrões de comportamento e técnicas mais sofisticadas de modelagem de dados como análise de regressão e modelagem probabilística via testes de adequação para auxiliar na análise e interpretação de resultados. Por fim, mas não menos importante, as técnicas estatísticas são úteis para quantificar as incertezas associadas ao raciocínio inferencial que faz afirmações sobre o todo (população), conhecendo apenas uma parte (amostra).

Como a atividade aqui proposta está voltada para o nono ano do Ensino Fundamental, foram destacadas na Figura 1.3 as habilidades específicas de estatística para esse ano escolar.

Figura 2.3: Habilidades de estatística para o nono ano do Ensino Fundamental

MATEMÁTICA - 9º ANO

HABILIDADES DE ESTATÍSTICA

(EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.

(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Fonte: Brasil, 2018, pp 319

2.2 Relatório GAISE

As Diretrizes para Avaliação e Instrução no Ensino de Estatística, conhecidas como "GAISE" (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education), são um conjunto de recomendações desenvolvidas por educadores e estatísticos para melhorar o ensino e a aprendizagem da estatística em todos os níveis de educação, desde o ensino fundamental até o ensino superior, propondo um modelo para o desenvolvimento do letramento estatístico.

A criação de tais diretrizes GAISE se deve ao fato de que, com o passar do tempo, foi observada uma necessidade de alterar a forma como era realizado o trabalho com dados: com ênfase excessiva em cálculos, falta de conexão com situações do mundo real e falta de ênfase na interpretação e comunicação de resultados estatísticos. O objetivo dessas diretrizes é a promoção de uma abordagem na qual a praticidade e a contextualização se façam primordiais, tornando claro aos educandos o objetivo e a importância da estatística, além de possibilitarem que sua aplicação seja realizada, por eles, nos mais diversos contextos. Antes de apresentar o modelo proposto pelo GAISE para o desenvolvimento do letramento estatístico, será apresentada uma breve discussão sobre o conceito dessa importante competência.

Gal (2002) define letramento estatístico como a capacidade das pessoas em interpretar e avaliar a informação, baseando-se no raciocínio crítico, além de serem capazes de argumentar sobre as conclusões às quais chegaram de acordo com sua análise. Em outras

palavras, letramento estatístico é a capacidade de compreender, interpretar e usar informações estatísticas de maneira eficaz e crítica.

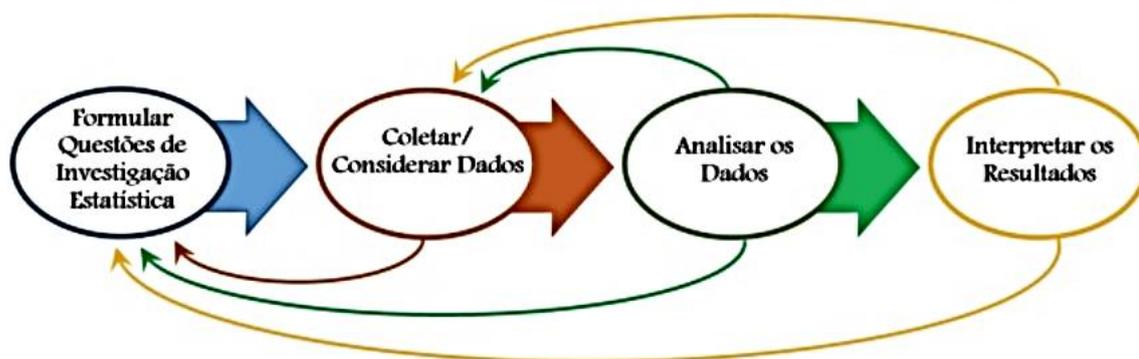
Esse conceito vai além de apenas fazer cálculos ou ler gráficos; envolve a compreensão das ideias implícitas, a habilidade de avaliar a veracidade dos dados, interpretar determinados resultados e aplicar essas habilidades em situações do cotidiano, da vida acadêmica e profissional.

A importância do letramento estatístico se deve ao fato de que vivemos em uma época em que se encontra grande quantidade de informação através de diversos meios, e muitas vezes essas informações são apresentadas em forma de dados e estatísticas. A compreensão do que os números e outros fatores envolvidos na apresentação dos dados e sua relação com as questões que são enfrentadas pela sociedade atual nem sempre é trivial. Nesse sentido, cabe ao letramento estatístico trabalhar o questionamento, a interpretação e a tomada de decisões realizados sobre um determinado conjunto de dados de forma adequada.

Promover o letramento estatístico é fundamental para capacitar as pessoas a serem mais críticas em relação às informações que encontram e a tomarem decisões informadas. Nas escolas, isso pode ser incorporado ao currículo de matemática e também em outras disciplinas, onde os alunos podem aplicar habilidades estatísticas em contextos relevantes.

O relatório GAISE apresenta um modelo de desenvolvimento do letramento estatístico em duas dimensões, sendo uma delas o processo de resolução de problemas de investigação estatística (PRPIE), sintetizado na figura 2.4, que se baseia em quatro etapas relacionadas entre si pelas quais se deve passar em uma investigação estatística. A outra dimensão envolve três níveis de letramento estatístico: A - iniciante, B - intermediário e C - avançado.

Figura 2.4 - Processo de Resolução de Problemas de Investigação Estatística



Fonte: GAISE (BARGAGLIOTTI et al,2020, p.13, traduzido)

A primeira etapa do PRPIE consiste na formulação da questão investigativa, que trata daquilo que se quer saber em determinado problema. Apesar de parecer simples, a questão investigativa deve ser bem definida, a fim de evitar ambiguidades ou incoerências. Por exemplo, para investigar a velocidade de crescimento de uma planta, a questão poderia ser “O quão rápido minha planta cresce?”, e não “Qual é a altura da minha planta?”.

A segunda questão mencionada no parágrafo anterior já está relacionada à segunda etapa do processo de resolução de problemas tratado. Saber a altura de determinada planta, no contexto, pode estar ligado à coleta de dados para investigar o quão rápido uma planta cresce. A coleta dos dados deve ser bem projetada e a variabilidade do crescimento das plantas em estudo deve ser considerada. Com essa finalidade, também consideramos o conceito de amostragem aleatória, importantíssimo para reduzir as diferenças entre grupos e tornar a pesquisa mais fidedigna de um resultado coerente.

Em seguida, tem-se a terceira etapa, relacionada à análise dos dados considerados na etapa anterior. Convém que essa análise seja feita da maneira mais adequada, por meio de cálculos de medidas estatísticas, construções de tabelas e gráficos etc, e caso seja determinado algum problema, é sinal de que a pergunta inicial deve ser reformulada ou os dados não foram coletados corretamente. Por fim, a análise dos dados mencionada na etapa anterior deve dar base para a interpretação do resultado realizada na quarta etapa.

Essas diretrizes tiveram um impacto significativo no desenvolvimento de currículos de estatística em várias instituições educacionais, promovendo uma abordagem mais prática, envolvente e relevante para o ensino de estatística, independentemente do nível de educação.

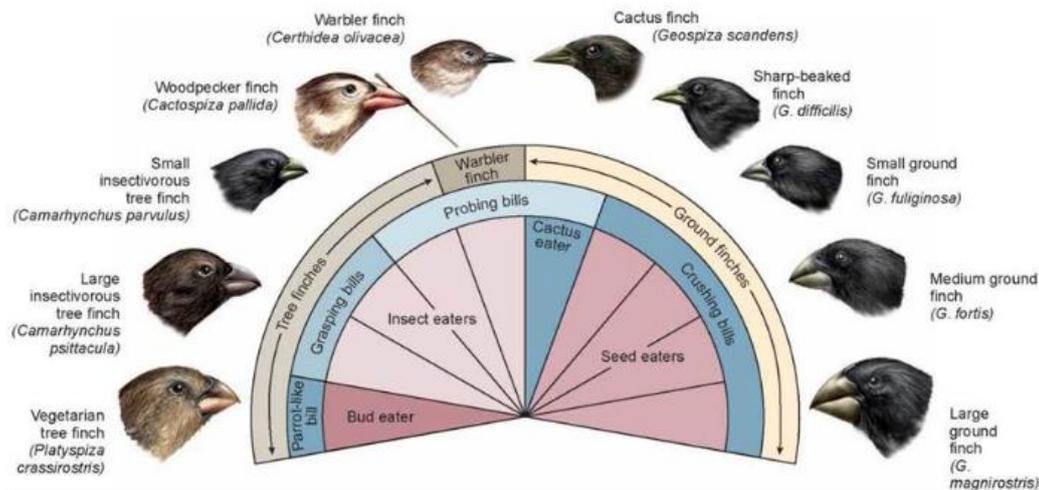
O relatório GAISE II (BARGAGLIOTTI et al, 2020) apresenta vários exemplos de atividades para conduzir um PRPIE para os diferentes níveis de letramento estatístico. Na subseção 2.2.1, serão descritos os exemplos 4 e 5 para o nível B de letramento estatístico que envolvem o contexto da atividade proposta neste trabalho, a saber, os tentilhões de Darwin.

2.2.1 Os Tentilhões de Darwin: Exemplo de atividade proposta no GAISE

Costuma-se muito ouvir falar sobre Darwin e suas teorias no ensino de biologia na Educação Básica, sobretudo no que diz respeito ao estudo da evolução dos seres vivos. O relatório GAISE utiliza esse assunto para propor atividades investigativas sobre os Tentilhões de Darwin, que são um grupo de aves das Ilhas Galápagos estudados em uma viagem de Darwin. Duas espécies de tentilhões, em especial, serão utilizadas na proposição da sequência

didática deste trabalho: Cactus Finch (*scandens*) e Medium Ground Finch (*fortis*). Na Figura 2.5 são ilustradas as diferentes espécies de tentilhões nas ilhas Galápagos.

Figura 2.5: Ilustração de Diferentes espécies de tentilhões nas ilhas Galápagos



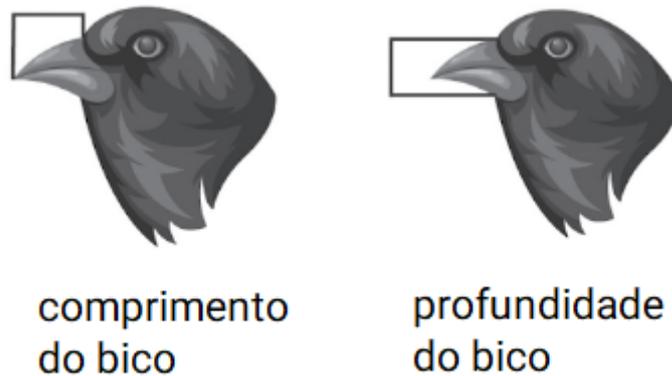
Fonte: <https://chicoary.wordpress.com/2017/02/11/o-bico-do-tentilhão/>

Ao abordar a atividade dos tentilhões de Darwin, os alunos podem aplicar os princípios do letramento estatístico e investigativo, analisando dados do mundo real, tirando conclusões fundamentadas e comunicando suas descobertas.

Os exemplos 4 e 5 para o nível B do GAISE (BARGAGLIOTTI et al, 2020) estão voltados para duas espécies: o *Geospiza scandens* e o *Geospiza fortis*. Daqui em diante, as duas espécies serão referenciadas simplesmente como Scandens e Fortis. A espécie Scandens se alimenta principalmente da pera espinhosa: fruta, sementes, néctar e pólen. Já a espécie Fortis é considerada generalista e se alimenta de diversos tipos diferentes de sementes. Seus hábitos alimentares diferentes podem contribuir para o desenvolvimento evolutivo da forma de seus bicos.

Os dois exemplos consideram a comparação das duas espécies, Scandens e Fortis, com relação a duas características do bico: comprimento do bico (exemplo 4) e profundidade do bico (exemplo 5). A figura 2.6 ilustra essas duas variáveis.

Figura 2.6 Ilustração das variáveis que serão investigadas: comprimento e profundidade do bico.



Fonte: Bargagliotti et al (2020), pp 54 (adaptado)

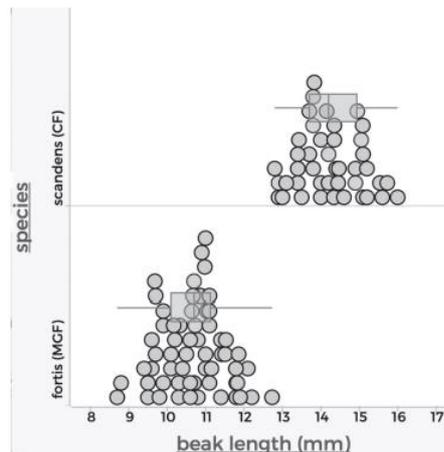
No exemplo 4, a questão de investigação proposta (etapa i do PRPIE) é “Os tentilhões das duas espécies, Scandens e Fortis, tendem a ter um bico mais comprido do que o outro?” e, no exemplo 5, o mesmo tipo de questão será considerado, tomando como variável, a profundidade do bico.

A questão investigativa nos dois exemplos indica claramente quem é a variável de interesse (comprimento do bico e profundidade do bico) e as populações de interesse (espécies de tentilhões Scandens e Fortis nas ilhas Galápagos). Além disso, a intenção da pergunta é clara: comparação de dois grupos diferentes, aqui caracterizados pela espécie.

Para conduzir a investigação serão necessários dados sobre os comprimentos de bicos de tentilhões das duas espécies. Os dados trabalhados aqui são secundários, pois serão colhidos a partir do banco de dados disponibilizado em Grant e Grant (2013).

Após obter os dados (etapa ii do PRPIE), será possível traçar diagramas de pontos para os comprimentos de bico de cada espécie e, posteriormente, os boxplots de cada espécie que também são úteis para comparar os comportamentos das duas espécies com relação ao comprimento do bico (etapa iii do PRPIE). Os gráficos construídos poderão ser usados para dar suporte na resposta a ser dada à questão formulada (etapa iv do PRPIE). O mesmo será repetido para a outra variável considerada, dada pela profundidade do bico. Na Figura 2.7, são ilustrados os diagramas de pontos empilhados para uma amostra de 42 tentilhões da espécie Scandens e uma amostra de 59 tentilhões da espécie Fortis, incluindo os boxplots para os comprimentos de bico das amostras de cada espécie.

Figura 2.7: Diagramas de pontos empilhados do comprimento do bico (mm) para amostras das espécies Scandens e Fortis, incluindo os boxplots sobrepostos



Fonte: (Bargagliotti et al, 2020, pp 56)

Para interpretar os boxplots os estudantes precisarão comparar características de cada distribuição como medidas de centro (mediana) e de dispersão (distância entre quartis).

Na Figura 2.8 são apresentados os esquemas dos cinco números, ou seja, as medidas mínimo, quartis e máximo, referentes às amostras do exemplo 4 do GAISE.

Figura 2.8: Esquema dos cinco números para comprimento de bico (mm) das amostras das duas espécies.

índice	Espécie	mínimo	quartil inferior	mediana	quartil superior	máximo
1	scandens (CF)	12.8	13.7	14.2	14.94	16
2	fortis (MGF)	8.7	10.1	10.7	11.13	12.73

Fonte: (Bargagliotti et al, 2020, pp 56)

Das informações na Figura 2.8 é possível observar que o valor mínimo de comprimento de bico para a espécie Scandens foi 12,8 mm, enquanto que o valor máximo de comprimento de bico para a espécie Fortis foi 12,73 mm. Claramente, isso indica uma separação entre as duas espécies, apontando para bicos mais longos na espécie Scandens. Isso pode ser verificado também a partir da Figura 2.7.

A conclusão obtida, com base nos dados aqui disponibilizados foi: os tentilhões da espécie scandens tendem a ter o bico mais longo do que os da espécie fortis, pois a

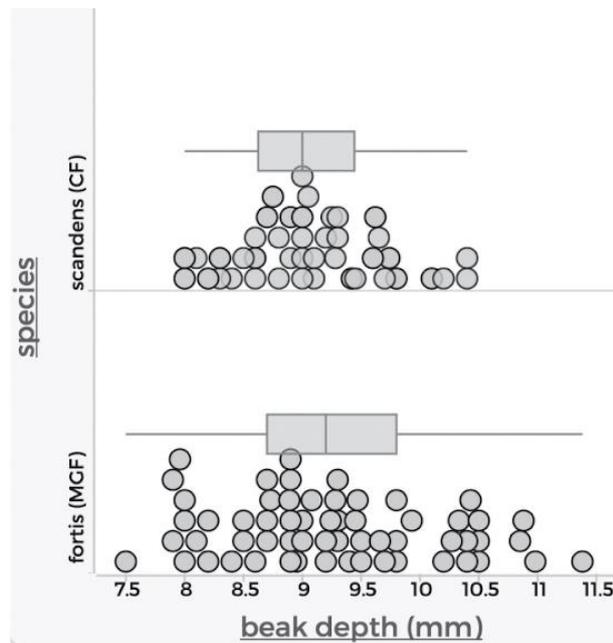
sobreposição nos gráficos para as duas espécies não ocorreu. As Figuras 2.9 e 2.10 apresentam os gráficos e os esquemas dos cinco números para as duas amostras, considerando agora a variável profundidade do bico.

Figura 2.9: Diagramas de pontos empilhados da profundidade do bico (mm) para amostras das espécies Scandens e Fortis, incluindo os boxplots sobrepostos

index	species	Min	LQ	Median	UQ	Max
1	scandens (CF)	8	8.63	9	9.44	10.4
2	fortis (MGF)	7.5	8.7	9.2	9.8	11.38

Fonte: (Bargagliotti et al, 2020, pp 58)

Figura 2.10: Esquema dos cinco números para as amostras das duas espécies com relação a variável profundidade do bico (mm)



Fonte: (Bargagliott et al, 2020, pp 57)

Com base na análise dos gráficos e das medidas resumo na Figura 2.10, verifica-se que não se pode afirmar a partir dos dados observados que os tentilhões da espécie scandens têm o bico mais profundo do que os tentilhões da espécie fortis, ou vice-versa. Isso se deve ao fato de que os dados das duas espécies se sobrepuseram de maneira significativa, indicando que as medidas de profundidade avaliadas nas duas espécies são de tamanhos semelhantes.

No próximo capítulo, serão explorados os conteúdos estatísticos importantes para a condução da investigação: diagramas de pontos, medidas resumo e construção do boxplot.

3 Conteúdos de Estatística para o Desenvolvimento da Atividade

Neste capítulo serão abordados os conteúdos estatísticos que podem ser usados na condução da atividade proposta. De fato, para a condução da etapa (iii) do Processo de Resolução de Problemas de Investigação Estatística (análise dos dados), como as variáveis sob investigação são quantitativas, existem diferentes tipos de gráficos para construir representações dos dados e também diferentes medidas de posição e de dispersão que costumam ser chamadas medidas resumo de uma distribuição de dados numéricos. As ferramentas que serão exploradas aqui serão úteis para responder à questão de investigação: “a espécie *Scandens* tende a ter bico mais longo do que a espécie *Fortis*?”.

Representações gráficas adequadas para medidas tais como comprimentos em geral considerados neste capítulo serão o diagrama de pontos e o boxplot. Mas existem outros tipos de gráficos adequados para esses dados como o histograma que não serão trabalhados nesta investigação.

Como medidas de posição, algumas também conhecidas como medidas de centralidade, serão consideradas a média, a mediana, a moda e os quartis inferior e superior. Finalmente, como medidas de dispersão serão consideradas a amplitude amostral e o desvio padrão amostral. Ficará claro, em algumas representações sugeridas que as medidas de posição se referem a pontos no eixo de valores da variável considerada e, as medidas de dispersão, a comprimentos de intervalos que caracterizam de algum modo a variação dos valores observados. Tais medidas, posição e dispersão, costumam ser chamadas de medidas resumo, pois cada uma delas descreve uma propriedade do conjunto de números sob investigação.

As amostras foram selecionadas a partir do banco de dados (GRANT e GRANT, 2013) e os valores obtidos para comprimento de bico e profundidade de bico (mm) foram listados no Apêndice A que também inclui o código em R utilizado para gerar as amostras a partir dos dados fornecidos pelo banco e para a construção dos gráficos com as marcações das medidas resumo. A partir das amostras obtidas, gerou-se a planilha GeoGebra para as construções de gráficos e cálculo das medidas resumo.

Este capítulo foi organizado em duas seções. A primeira irá tratar de aspectos da análise univariada, ou seja, da descrição de uma variável quantitativa. Será considerada nesta seção a variável comprimento do bico em milímetros para a amostra obtida da espécie *Fortis* com 59 observações. A segunda seção abordará aspectos da comparação entre duas variáveis

quantitativas, explorando ferramentas gráficas para comparar os comportamentos do comprimento do bico entre as amostras da espécie Fortis e a amostra da espécie Scandens. No exemplo sugerido em Bargagliotti et al (2020) foram consideradas amostras de tamanho 59 para a espécie Fortis e de tamanho 42 para a espécie Scandens e, por essa razão, foram consideradas aqui duas novas amostras com estes tamanhos, pois não foi possível recuperar as amostras trabalhadas no GAISE.

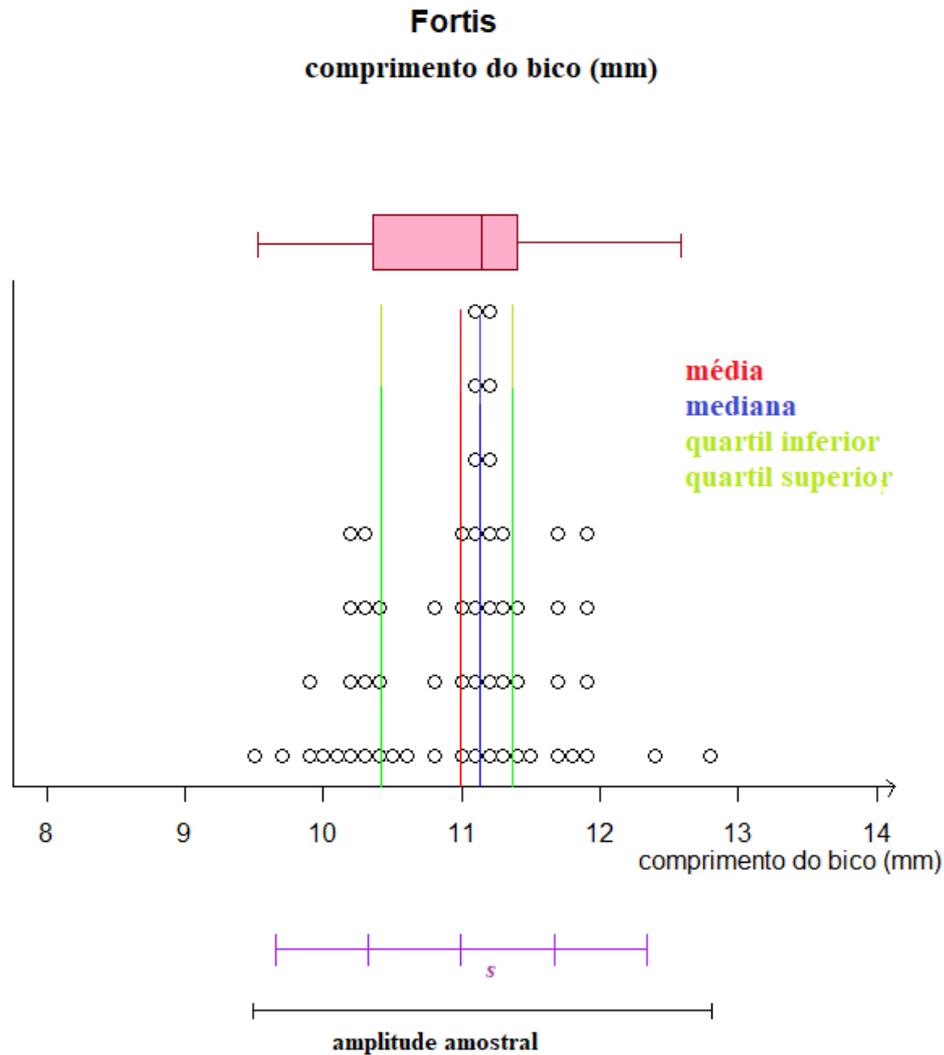
3.1 Análise univariada do comprimento do bico para a amostra da espécie Fortis

Nesta seção serão abordados conteúdos para a análise descritiva de uma variável quantitativa. Várias sugestões aqui incorporadas foram baseadas em Landim et al (2024). Os exemplos considerados aqui usam a variável comprimento do bico (mm) da amostra de 59 pássaros da espécie Fortis cujos dados estão listados no Apêndice A.

A Figura 3.1, ilustra o diagrama de pontos e o boxplot dos dados observados. O diagrama de pontos é um gráfico útil para amostras de tamanho moderado de dados numéricos. Como as medidas são contínuas, para que a figura não reproduza os dados em ordem crescente optou-se por trabalhar com os dados arredondados para uma casa decimal. Esse gráfico é simples de ser compreendido pelos estudantes e, em geral, pouco trabalhado na Educação Básica. Cada ponto representa uma observação. O eixo horizontal indica a medida do comprimento do bico. Quando há pontos empilhados é porque houve mais de uma observação para aquela medida.

No diagrama de pontos da Figura 3.1 foram destacadas a média (vermelho), a mediana (azul), os quartis inferior e superior (verde) e também o intervalo que representa a amplitude amostral e o intervalo que representa um desvio padrão amostral (s), ilustrado por quatro segmentos de comprimento s , sendo dois à esquerda da média e dois à direita da média.

Figura 3.1: Diagrama de pontos e boxplot das medidas de comprimento do bico (mm) de uma amostra de tamanho 59 da espécie Fortis com destaque para algumas medidas resumo.



Fonte: O autor

Observar as marcações das medidas de posição no diagrama de pontos de um conjunto de números é uma forma de facilitar a compreensão do estudante sobre as diferenças entre elas e sobre suas utilidades como medidas resumo para o conjunto. Também é útil para compreender como o boxplot (em rosa) é construído.

A média do comprimento do bico da espécie Fortis foi aproximadamente 10,99 mm. A posição da média foi destacada, usando-se uma linha vertical em vermelho, traçada a partir do valor da mesma no eixo horizontal do diagrama de pontos que representa o comprimento do bico (mm) (Figura 3.1). Em geral, considerar apenas o resultado numérico da média, encobre a compreensão de que se trata de uma medida que está entre o mínimo e o máximo. A **média**

de um conjunto de números é calculada como o quociente entre a soma dos números e a quantidade de números no conjunto. Nesse exemplo, a soma dos comprimentos de bico foi 648,2 mm e a quantidade de casos observada foi 59. Na Figura 3.2, uma relação de medidas resumo calculados a partir do GeoGebra para esses dados é apresentada.

Figura 3.2: Medidas resumo do comprimento do bico da espécie Fortis via análise univariada do GeoGebra

Estatística	
n	59
Média	10.9864
σ	0.6736
s	0.6794
Σx	648.2
Σx^2	7148.18
Min	9.5
Q1	10.4
Mediana	11.1
Q3	11.4
Max	12.8

Fonte: o autor

A média de um conjunto de dados numéricos é uma medida que preserva a soma dos valores desse conjunto, pois conhecendo a média e a quantidade de dados do conjunto somos capazes de determinar a soma dos dados.

Em símbolos, se x_1, x_2, \dots, x_n são os dados observados, a média aritmética é dada por:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

É comum confundir as medidas resumo média e mediana, pois há situações em que essas duas medidas coincidem. No entanto, são medidas com significados diferentes. A mediana, considerando-se um conjunto de números, é determinada como o número que ocupa a posição central depois de ordenar os números desse conjunto. Na Figura 3.2, observa-se que a mediana do comprimento de bico da amostra da espécie Fortis, destacada na cor azul na Figura 3.1, foi 11,1 mm. Nesse conjunto de dados, média (10,99 mm) e mediana (11,1 mm) são valores muito próximos, mas não são iguais, a média é um valor ligeiramente menor do

que a mediana. De fato, quando a distribuição dos dados é aproximadamente simétrica, como é o caso desses dados a partir da observação do boxplot e do diagrama de pontos, média e mediana serão valores próximos podendo até coincidir, mas é importante ter em mente que elas representam propriedades diferentes do conjunto de números.

Para representar a mediana em símbolos é bem mais complicado porque ela depende da ordem dos valores na amostra. Em geral, adota-se uma notação com sub índice entre parênteses para denotar a posição do número, isto é, $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ representam os valores em ordem crescente do conjunto de dados observado. Assim, a mediana será dada pelo valor da posição $\frac{n+1}{2}$ quando n for um número ímpar e pela média dos valores das posições $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$ quando n for um número par.

Para avaliar se uma distribuição é aproximadamente simétrica usando o diagrama de pontos basta traçar no gráfico um eixo sobre o valor da média (em vermelho na Figura 3.1) e verificar se os pontos se distribuem de forma aproximadamente simétrica em ambos os lados desse eixo. Observe isso ocorre no diagrama de pontos da Figura 3.1 e por essa razão média e mediana são valores muito parecidos.

A moda é definida como o valor que ocorre com maior frequência e não foi destacada no gráfico da Figura 3.1, pois ela é fácil de ser visualizada. Basta observar em que posição (ou posições) há mais pontos empilhados. No gráfico da Figura 3.1, 11,1 mm e 11,2 mm tiveram 7 observações que foi onde houve o maior número de pontos empilhados. Assim, considerando esse conjunto de dados temos duas modas: 11,1 mm e 11,2 mm. Quando todos os números observados do conjunto ocorrem com a mesma frequência, dizemos que não existe moda.

No gráfico da Figura 3.1 também foram destacadas duas medidas de dispersão que são usadas para caracterizar de algum modo a variação dos números observados no conjunto de dados. A amplitude amostral corresponde ao comprimento do intervalo de variação dos números observados, ou seja, a diferença entre os valores máximo e mínimo observados. Na Figura 3.1, a amplitude amostral do conjunto de comprimentos de bico da amostra da espécie Fortis foi ilustrada por meio de um segmento horizontal entre o mínimo (9,5 mm) e o máximo (12,8 mm), correspondendo a um valor de 3,3 mm (12,8-9,5). Em símbolos,

$$A = x_{(n)} - x_{(1)}$$

Outra medida de dispersão considerada foi o desvio padrão amostral (s). O desvio padrão é uma medida de dispersão em torno da média do conjunto cujo cálculo é trabalhoso se for

feito a mão ou até mesmo usando uma calculadora. No entanto, podemos usar aplicativos que fazem esse cálculo. Em geral, quando se trabalha com dados reais, esse cálculo só é viável usando tecnologia. O uso de aplicativos para calcular o desvio padrão evita um problema que ocorre com frequência: perde-se um tempo enorme explicando como calcular o desvio padrão, mas não se explica como interpretá-lo. Em símbolos,

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \underline{x})^2}{n - 1}}$$

Como o desvio padrão é calculado a partir das diferenças entre os números observados (x_i) e a média do conjunto (\underline{x}), ele foi representado por meio de um segmento, começando na posição da média, na cor lilás na Figura 3.1. Na Figura 3.2, o desvio padrão amostral corresponde a linha sinalizada com a letra s .

Na Figura 3.1, representamos quatro segmentos de medida correspondente a um desvio padrão (s), para ilustrar uma aproximação que pode ser usada em conjuntos de dados que apresentam simetria aproximada em torno do eixo vertical na posição da média: “o desvio padrão (s) é aproximadamente igual a amplitude amostral dividida por 4”. A justificativa para esta aproximação foge ao escopo da Educação Básica e é fundamentada por propriedades da distribuição de probabilidades normal que apresenta a propriedade de compreender 95% dos dados em torno do intervalo centrado na média de amplitude igual a 4 desvios padrão. Apesar disso, essa propriedade de aproximação pode e deve ser trabalhada no Ensino Médio. Observe, a partir das Figuras 3.1 e 3.2 que, de fato, a medida do desvio padrão (0,7) é aproximadamente igual a amplitude (3,3) dividida por 4 (0,8), ambos os valores arredondados para uma casa decimal.

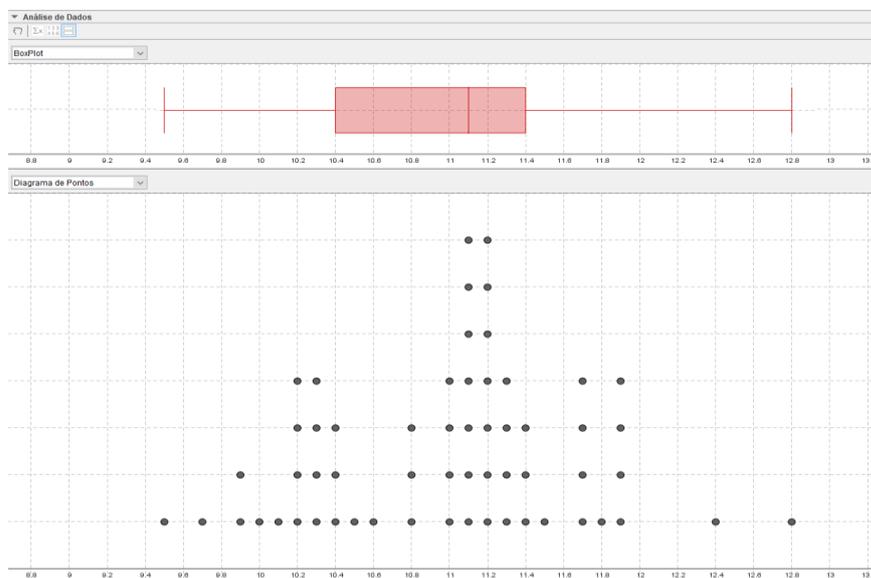
O gráfico da Figura 3.1 também pode ser usado para explicar a construção do boxplot, que é um gráfico usado para representar um conjunto de dados numéricos de uma variável, a partir de cinco medidas resumo desse conjunto: mínimo, quartil inferior, mediana, quartil superior e máximo. Essas cinco medidas correspondem as últimas cinco linhas da tabela da Figura 3.2. Os quartis inferior (q_1) e superior (q_3) do conjunto de comprimentos de bico foram destacados em verde no gráfico da Figura 3.1. O quartil inferior, denotado por q_1 , é um valor para o qual 25% dos números observados são menores ou iguais a q_1 . Assim, podemos dizer que cerca de 25% dos tentilhões da amostra da espécie Fortis apresentam comprimento de bico menor ou igual a 10,4 mm. O quartil superior, denotado por q_3 , é um número para o qual 75% dos números do conjunto são menores ou iguais a q_3 . Assim, podemos dizer que

cerca de 25% dos tentilhões da amostra da espécie Fortis apresentam comprimento de bico maior ou igual a 11,4 mm.

Para determinar os quartis inferior e superior é necessário ordenar os dados, da mesma forma que para determinar a mediana. É comum também, usar a terminologia primeiro quartil para o quartil inferior (q_1), segundo quartil para a mediana (q_2) e terceiro quartil para o quartil superior (q_3).

Existem fórmulas para determinar os quartis, mas para o Ensino Médio recomendamos determinar os quartis de forma aproximada ou usando algum aplicativo. Suponha que a quantidade de números observados seja n . Para o quartil inferior, depois de ordenar os números observados, podemos considerar o número que ficou na posição $n/4$ (25% de n), se este for um número inteiro, ou arredondar o resultado de $n/4$ para o inteiro mais próximo. No conjunto de comprimentos de bico da amostra da espécie Fortis tem-se $n = 59$ observações, tal que $n/4 = 14,75 \approx 15$. Assim, podemos usar como aproximação para o quartil inferior, o valor que ocupa a posição 15. Para o quartil superior, podemos considerar o número que ficou na posição $(3n)/4$ (75% de n), se este for um número inteiro, ou arredondar o resultado de $(3n)/4$ para o inteiro mais próximo. Neste exemplo, podemos usar o valor que ocupa a posição 44 como uma aproximação para o quartil superior. Na Figura 3.3, apresentamos uma saída do GeoGebra, contendo os dois gráficos da distribuição de comprimentos de bicos da amostra da espécie Fortis: boxplot e diagrama de pontos.

Figura 3.3: Ilustração de tela do GeoGebra contendo o boxplot e o diagrama de pontos dos dados sobre comprimento de bico da amostra da espécie Fortis.



Fonte: o autor

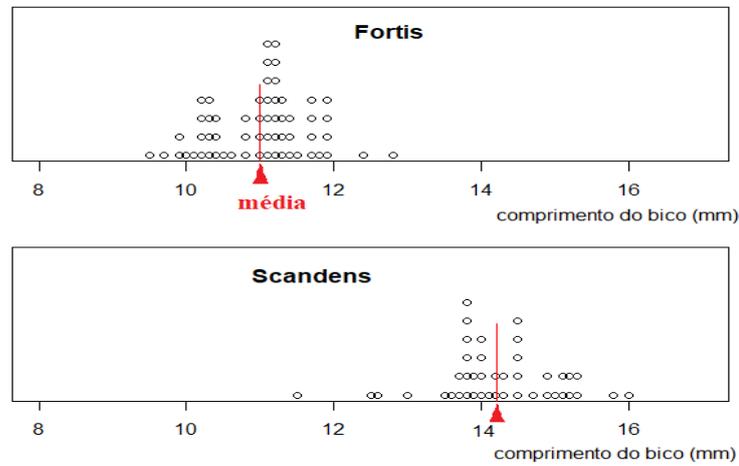
Na construção do boxplot costumam ser destacados os valores considerados discrepantes (MORETTIN E BUSSAB, 2017), mas para o Ensino Médio, podemos adotar uma versão simplificada dessa representação sem considerar os valores discrepantes. No GeoGebra, ao usar a ferramenta de construção do boxplot, há a opção “sem sinalização de valores discrepantes” e foi essa versão simplificada que adotamos na condução da atividade proposta para o nono ano do Ensino Fundamental.

Para a construção simplificada do boxplot usamos as medidas mínimo, quartil inferior (q1), mediana, quartil superior (q3) e máximo. Observe nas figuras 3.1 e 3.3 que os limites do retângulo do boxplot correspondem aos quartis inferior e superior. Além disso, o segmento que corta este retângulo “central” em duas partes corresponde à mediana. Em seguida, traçam-se segmentos partindo do quartil inferior até o mínimo e do quartil superior até o máximo. Esse tipo de representação é muito útil para avaliar o grau de simetria de uma distribuição e também para a comparação do comportamento de uma variável para grupos diferentes que é justamente o que precisaremos fazer para responder à questão de investigação.

3.2 Ferramentas para a comparação de duas variáveis quantitativas

O foco da investigação é comparar os comportamentos dos comprimentos do bico para as espécies *Fortis* e *Scandens*. Um resumo da análise univariada da amostra de comprimentos de bico da amostra da espécie *Scandens* foi incluído no Apêndice C. Nas figuras 3.4 e 3.5, estão ilustrados dos diagramas de pontos empilhados e os boxplot sobrepostos dos comprimentos de bico para as amostras das duas espécies, respectivamente.

Figura 3.4: Diagramas de pontos empilhados das distribuições dos comprimentos de bico (mm) para as amostras da espécie Fortis ($n=59$) e da espécie Scandens ($n=42$).



Fonte: o autor

Figura 3.5: Boxplots sobrepostos das distribuições dos comprimentos de bico (mm) para as amostras da espécie Fortis ($n=59$) e da espécie Scandens ($n=42$).

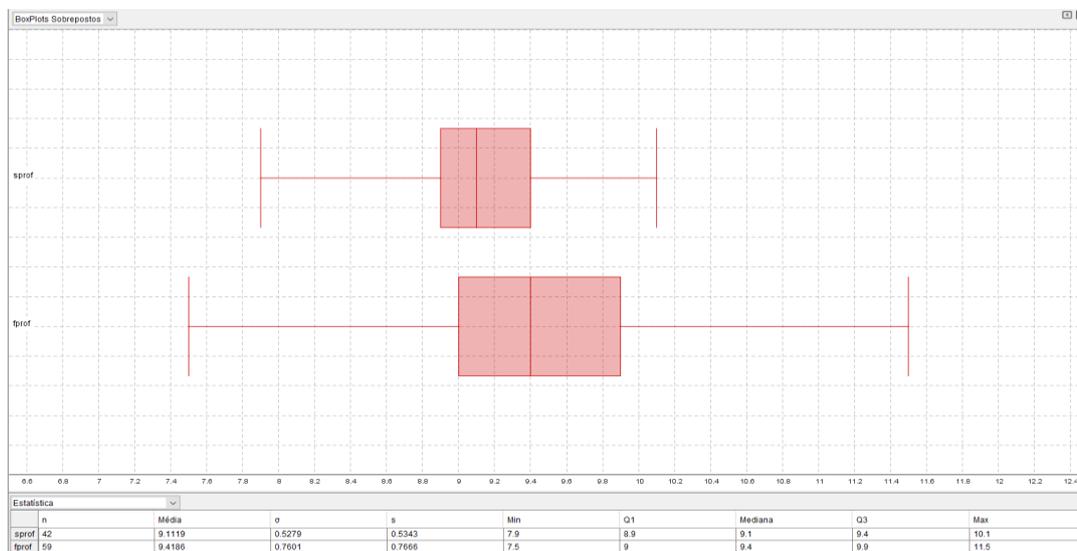


Fonte: o autor

Da observação das Figuras 3.4 e 3.5 é nítida uma separação entre as duas distribuições, revelando comprimentos maiores para a espécie Scandens.

Uma outra variável considerada nesta investigação foi a profundidade do bico (mm). Na figura 3.6 estão os boxplots sobrepostos das distribuições observadas nas duas amostras.

Figura 3.6: Boxplots sobrepostos das distribuições das profundidades de bico (mm) para as amostras da espécie Fortis ($n=59$) e da espécie Scandens ($n=42$).



Fonte: o autor

Da observação da Figura 3.6 verifica-se que não há uma separação das medidas de profundidade, apenas percebe-se uma amplitude amostral um pouco menor para a espécie Scandens, mas todo o intervalo de variação de medidas desta espécie está contido no intervalo de variação de medidas da espécie Fortis.

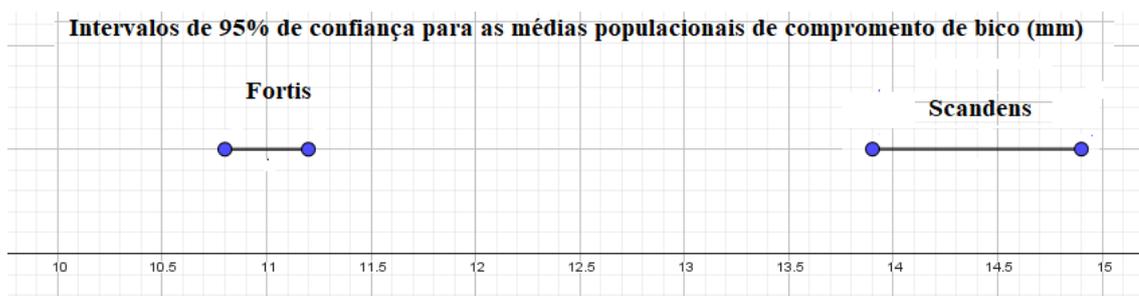
Assim, a partir da observação dos gráficos das figuras 3.4 e 3.5 é possível dizer que os dados apontam evidências a favor da hipótese de que os comprimentos de bico da espécie Scandens tendem a ser maiores que os da espécie Fortis. Vimos que a média para a espécie Fortis foi 10,99 mm e para a espécie Scandens foi 14,21 mm. Como avaliar se essa diferença é importante ou não? Na Educação Básica não está previsto trabalhar com Inferência Estatística, mas o GeoGebra possui uma ferramenta estatística que permite construir intervalos de confiança para as médias populacionais. Para isso precisamos apenas definir o nível de confiança que em geral usa-se 95% e informar os dados amostrais: tamanho, média e desvio padrão. Na Figura 3.7 apresentamos os resultados obtidos para os dois intervalos de 95% de confiança para a média populacional do comprimento de bico (mm) e na Figura 3.8, representamos na reta os dois intervalos indicando que são bem separados e que não há interseção entre os dois. Essas observações adicionais confirmam o que foi verificado a partir dos gráficos das figuras 3.4 e 3.5.

Figura 3.7: Construção dos Intervalos de Confiança de 95% para as médias populacionais de cada espécie a partir do GeoGebra



Fonte: o autor

Figura 3.8 Ilustração na reta dos dois intervalos de 95% de confiança obtidos para cada espécie explorada no exemplo



Fonte: o autor

Terminamos este capítulo destacando os conteúdos de estatística que foram usados na condução da atividade proposta: diagrama de pontos, boxplot, medidas de posição: média, mediana, moda, quartil inferior e quartil superior, medidas de dispersão: amplitude amostral e desvio padrão amostral. No próximo capítulo a atividade conduzida em turma de nono ano do Ensino Fundamental será apresentada.

4 A Atividade

Neste capítulo apresento o planejamento e as principais observações sobre a sequência didática proposta e aplicada no 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal com uma previsão de duração de 250 minutos, o que equivale a 5 tempos de 50 minutos da escola. O capítulo será dividido em duas subseções: a seção 4.1 detalhará o planejamento da sequência didática, na qual será dissertado sobre os como é pretendido que sejam utilizados os recursos metodológicos e o que se espera dos alunos a finalizarem cada etapa da atividade. A seção 4.2 detalhará como foi a execução da atividade: como a turma reagiu a cada atividade e quais objetivos foram alcançados.

4.1 Planejamento

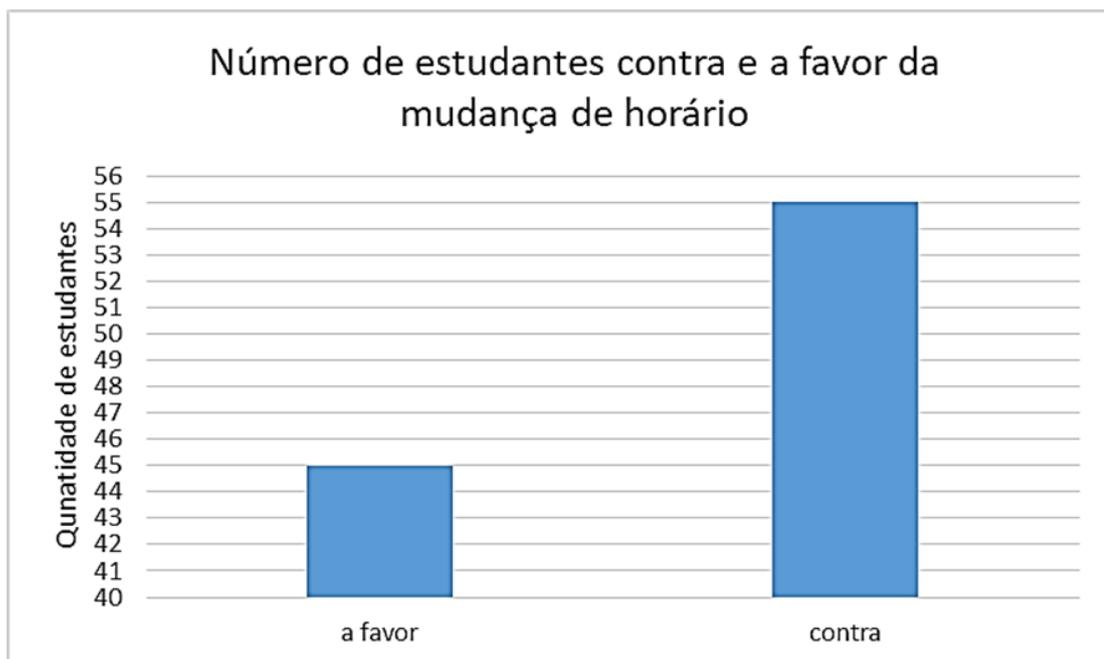
Quanto à principal habilidade da BNCC trabalhada nesta atividade, destaca-se a habilidade (EF09MA23): “Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.”.

Em relação aos recursos didáticos utilizados, é pretendido utilizar um projetor de slides, para uma apresentação mais elaborada do contexto dessa atividade incluindo a teoria da evolução e seleção natural e um laboratório de informática, para a realização dos cálculos digitais, além de recursos mais básicos como quadro, caneta, apagador etc.

Com relação à metodologia da aplicação, a sequência didática será dividida em algumas partes. Inicialmente será pedido que os alunos respondam um questionário a priori, ou seja, apenas sob a influência de seus conhecimentos prévios, sem interferência do docente. Esse questionário servirá de base para o docente compreender a noção que os alunos de 9º ano têm da estatística antes da aplicação das partes principais da atividade, com a finalidade de, ao término, verificar se os estudantes obtiveram algum ganho em relação aos seus conhecimentos prévios e posteriores à atividade.

As questões do questionário submetido antes da sequência didática planejada são apresentadas a seguir.

1. Resuma em uma palavra o que você entende pela palavra “Estatística”.
2. Em quais situações você acha que a estatística pode ser útil no seu dia a dia?
3. Você já viu ou ouviu falar de algum exemplo de uso da estatística na mídia (jornais, revistas, internet, etc.)? Se sim, qual?
4. Dê um exemplo de uma situação-problema em que você acha que a estatística seria útil para obter uma solução. Como você resolveria esse problema usando estatística?
5. Numa escala de 0 a 10, o quanto você se sente confiante em interpretar gráficos?
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
6. Em uma pesquisa realizada com 100 estudantes sobre a mudança de horário do recreio, obteve-se o seguinte gráfico informando as quantidades de respostas contra e a favor.



Para cada afirmação a seguir assinale concordo ou discordo e justifique a sua escolha.

- a. Houve muito mais estudantes contra a mudança do que a favor da mudança.

concordo discordo

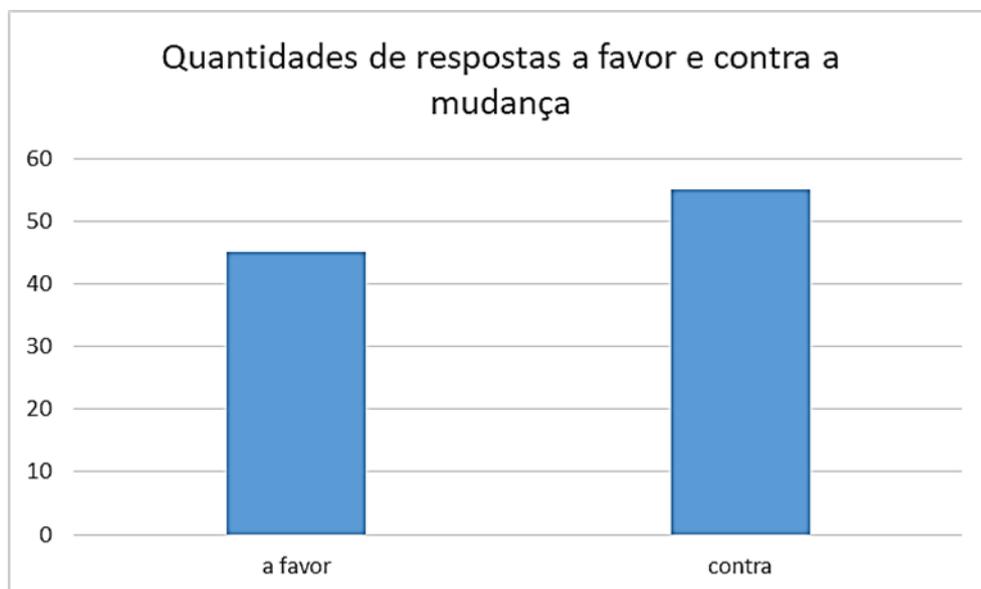
b. As quantidades de estudantes contra e a favor foram parecidas, embora tenham sido observadas mais respostas contra do que a favor.

concordo discordo

c. O gráfico construído apresentado nesse exemplo manipula de alguma forma os resultados? Por quê?

concordo discordo

7. Observe que no gráfico apresentado no início a escala do eixo de quantidades não começa do zero e sim do número 40. Veja como fica o gráfico se a escala do eixo vertical começar do 0.



Você diria que ao observar um gráfico desse tipo é importante analisar com cuidado todas as informações para decidir se há muito mais respostas de um tipo do que outra? Por quê?

8. Dê um exemplo em que informações estatísticas por meio de médias ou gráficos podem ser enganosas.

9. A estatística é usada para identificar tendências ou padrões em conjuntos de dados. Entre as situações a seguir, identifique as que estão fazendo uso da estatística (S para sim ou N para não)

Situação 1: Em uma pesquisa, verificou-se que cerca de 20% dos estudantes do sexto ano usam óculos. sim não

Situação 2: Na turma de primeiro ano do Ensino Fundamental de uma escola pública a maioria das crianças têm seis anos. sim não

Situação 3: Em uma pesquisa realizada verificou-se que cerca de 40% das pessoas acessa a internet exclusivamente pelo smartphone. sim não

Situação 4: Todos os estudantes do EJA do nono ano têm 15 anos ou mais. sim não

Após a aplicação do questionário a priori, será explorado com a turma o contexto da sequência didática, a saber, a Teoria da Evolução de Darwin, a Seleção Natural e o assunto dos Tentilhões das Ilhas Galápagos. Esta parte da atividade será realizada por meio de uma apresentação de slides, na qual deve haver foco do professor nos seguintes pontos:

- nos conceitos de Evolução e Seleção Natural propostos por Darwin e o por que sua teoria foi tão revolucionária;
- em exemplos práticos de como funciona a Seleção Natural, fazendo a ligação com os tentilhões das Ilhas Galápagos.
- na finalização com as questões norteadoras da atividade: “as duas espécies encontradas nas Ilhas Galápagos tendem uma a ter bicos mais longos/profundos do que a outra?”

Os slides elaborados para essa parte da atividade estão no Apêndice B.

A apresentação dos slides realizada pelo professor tem por finalidade de exploração dos conceitos dos quais dependerá uma boa interpretação dos dados matemáticos analisados em exercícios posteriores. Os dados para a construção da apresentação foram retirados de: <https://pt.khanacademy.org/science/ap-biology/natural-selection/natural-selection-ap/a/darwin-evolution-natural-selection>.

Os slides de apresentação do contexto da investigação foram incluídos no Apêndice I. O objetivo desta apresentação é motivar os estudantes explorando conceitos biológicos envolvidos por trás da teoria da seleção natural.

O objetivo dessa apresentação é fazer com que os alunos entendam os conceitos biológicos envolvidos por trás da teoria da seleção natural e como essa definição implica

diretamente na predominância de uma espécie em determinado local dominado por certa característica.

Em seguida será necessário explorar com os estudantes os conteúdos de estatística que serão usados na atividade. No planejamento da mesma, a turma deve ser dividida em grupos que receberão cada um com duas amostras de tamanho 12 de cada espécie de tentilhão considerada na atividade para que eles possam manipular os dados sem a necessidade de recursos digitais. (dar liga com o parágrafo a seguir)

Para a apresentação dos conceitos dividir a turma em grupos a expor a cada um desses grupos uma amostra com 12 dados de cada espécie para que eles construam manualmente o que futuramente o computador fará com uma quantidade maior de dados. No Quadro 4.1 apresenta-se um exemplo dessas duas amostras. No Apêndice III, foram incluídas todas as amostras construídas e disponibilizadas para os grupos. A ideia da construção manual é que os alunos compreendam os conceitos que o computador aplicará para gerar os dados e possam fazer uma reflexão mais profunda a partir dos gráficos que forem apresentados.

O professor gradativamente apresentará aos alunos, nessa parte da atividade:

1. A importância da organização dos dados em tabelas;
2. A importância da organização visual dos dados apresentados em tabelas por meios gráficos (diagrama de pontos/pontos e linhas);
3. O cálculo da mediana e dos quartis e como esses conceitos afetam a interpretação dos dados visualmente;
4. A construção do boxplot e sua contribuição para a análise final do que está sendo investigado.

A seguir, estão alguns possíveis conjuntos de dados para distribuição para os grupos:

Quadro 4.1: Amostras de tamanho 12 das duas espécies quanto ao comprimento do bico (cm) (a) espécie fortis (b) espécie scandens

(a)

BANDA	C. BICO	P. BICO
19032	9,3	7,5
19044	11	9,2
19072	9,6	7,8
19114	9,8	7,7
19164	10,6	8,8
19224	9,7	8,1
19263	10	7,9
19274	10	8,3
19288	11,5	9,1
19384	10,9	9,1
19422	11,3	10,2
19614	10,8	9,3

(b)

BANDA	C. BICO	P. BICO
19026	14,3	9,4
19125	13	8,4
19129	13	9,1
19326	13,1	7,7
19401	13,7	9,4
19408	14,4	8,9
19430	13,8	9,5
19492	13,8	9,4
19510	13,2	9,3
19518	14,6	9,2
19527	13,8	8,9
19598	12,6	8,4

Após cada grupo receber a sua amostra de dados, o professor deverá direcioná-los de acordo a construírem os procedimentos que serão necessários futuramente para a compreensão da análise digital.

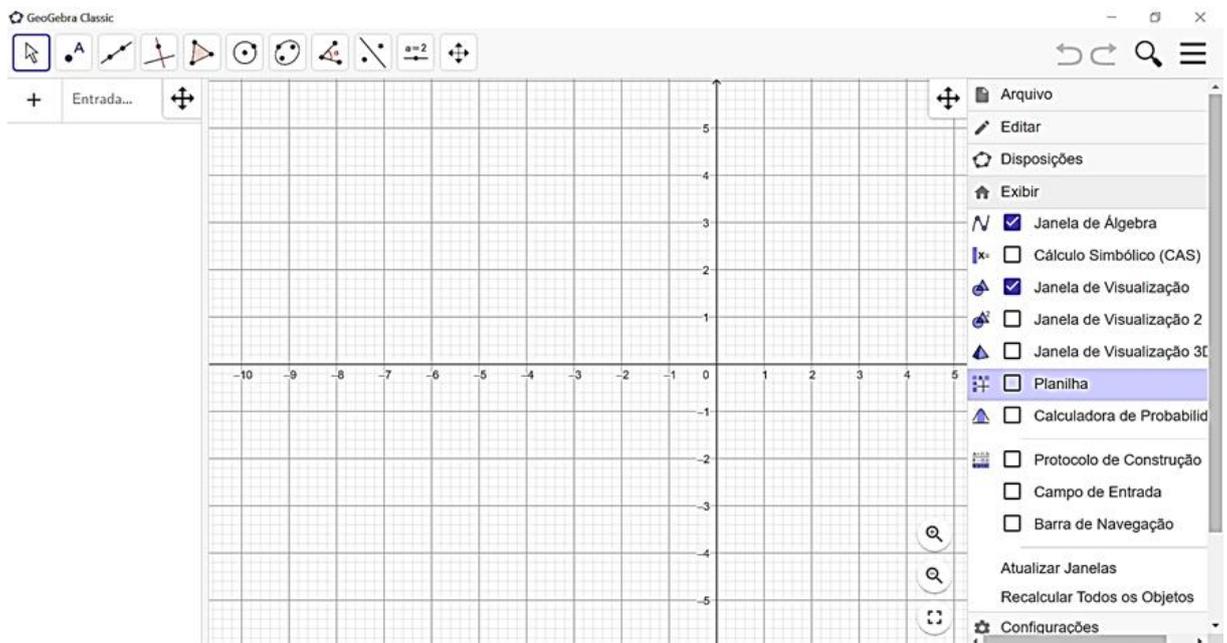
1. Colocar em ordem crescente os dados
2. Construir em papel quadriculado, um diagrama de pontos
3. Determinar a mediana e os quartis

4. Construir, em papel quadriculado, um boxplot na mesma escala do diagrama de pontos

A análise final dos resultados será feita comparando-se os boxplots dos grupos dois a dois.

A etapa iii, de análise dos dados, deverá ser realizada no laboratório de informática. O professor irá expor aos alunos duas amostras com 50 dados sobre cada espécie e fazer a construção do boxplot para cada uma delas no GeoGebra. Para isso, a turma será dividida em dois grupos e seguirão os passos apresentados pelo professor:

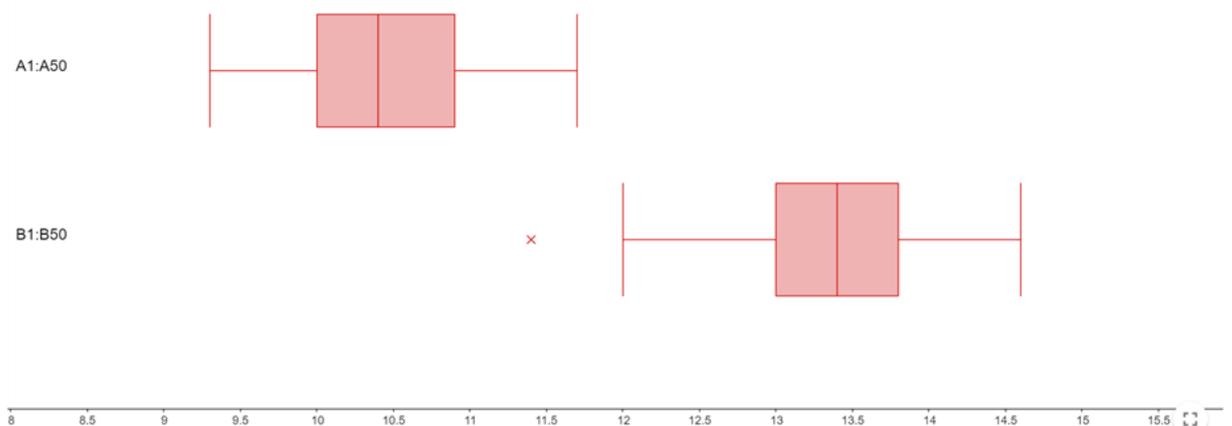
1. Abrir o GeoGebra e Clicar em Exibir -> Planilhas



2. Análise do comprimento do bico: cada grupo deverá preencher a primeira coluna da tabela com os dados pré-selecionados do comprimento do bico da espécie fortis e a segunda coluna da tabela, com os dados do comprimento do bico da espécie scandens.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	10	14.3						
2	9.3	13.7						
3	11	12						
4	10.1	13						
5	9.6	13						
6	10.3	12.8						
7	9.8	13.6						
8	10.4	13.1						
9	10.6	13.9						
10	11.3	12.5						
11	9.7	13.9						
12	9.7	13.1						
13	10	13.9						
14	10	13.7						
15	10	12						
16	11.5	14.4						
17	11.2	13.8						
18	10.9	12.3						
19	11.3	13.8						
20	10.7	13.5						
21	9.7	12.3						
22	10.7	13.2						
23	11	13.8						
24	9.7	14.6						

3. Selecionar tudo o que foi preenchido e clicar em “Análise Multivariada”. Dessa forma serão exibidos os boxplots que servirão de base para a análise.



4. Repetir o procedimento para os dados sobre a profundidade do bico dos tentilhões.

5. Os boxplots serão gerados e os alunos deverão analisar as devidas sobreposições.
6. Por fim, os alunos deverão redigir um relatório sobre suas observações.

4.2 APLICAÇÃO

O trabalho foi aplicado no mês de setembro de 2023 em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental do Centro Educacional Helena de Paula Tavares, pertencente a Rede Municipal de Teresópolis. A turma contém 27 alunos entre os 14 e 17 anos. Há de se ressaltar algumas características observadas pelo professor da turma durante o decorrer do ano:

1. O baixo rendimento e interesse dos alunos, em geral, em matemática, o que pode ser justificado, em grande parte, pelo afastamento da sala de aula durante o período de isolamento;
2. Quanto a socialização, observou-se que é uma turma dividida em grupos que não se misturam entre si, apesar de não haver muitos episódios de bullying ou desrespeito entre os discentes;
3. Quanto ao relacionamento com o professor, apesar de ser uma turma bem agitada e afetada pelo desinteresse, não se observa falta de respeito ou grande resistência em participar das atividades;
4. Ainda há uma grande falta de maturidade da maioria dos alunos quanto aos projetos para o futuro.
5. Há também, na turma, alunos com problemas de natureza emocional.

4.2.1 O QUESTIONÁRIO

Quanto à aplicação do questionário, foi realizada uma análise de algumas das respostas dos alunos para cada pergunta planejada, as quais tiveram mais relevância aquelas respostas mencionadas a seguir. Este questionário foi preenchido individualmente.

Quanto à questão “Resuma em uma palavra o que você entende pela palavra ‘Estatística’”, há quatro respostas que apareceram em maior quantidade: gráficos, números, eleição e pesquisa.

Das respostas apresentadas, as respostas “gráficos” e “pesquisa” se apresentam mais pertinentes. A primeira talvez se deva a muitas vezes os recursos midiáticos como jornais de TV se utilizarem de imagens para sintetizar informações que devem ser passadas ao público, acompanhadas de palavras ditas pelos jornalistas relacionadas à estatística, enquanto a segunda talvez se atribua a forma como os alunos pressupõem que os dados para conjecturar tais resultados são adquiridos.

As respostas “números” e “eleição” também se aplicam à estatística e de certa forma se interligam e participam da realidade social dos alunos. O ano de aplicação desta atividade foi seguinte a um ano de eleição presidencial que movimentou diversos grupos sociais e a ligação desse exemplo com a palavra Estatística já era de se esperar.

Quando questionados “Em quais situações você acha que a estatística pode ser útil no seu dia a dia?”, mais uma vez a palavra eleição apareceu bastante, mas dessa vez outras palavras como “futebol”, “jogos”, “Instagram” etc. foram aparecendo, o que evidencia que, em geral, a turma tem uma noção do que se trata o tema.

No que diz respeito à apresentação do tema, esta parte da atividade estava planejada para ser feita com a exposição de slides na sala de informática, porém, por problemas técnicos da Escola no momento, não foi possível realizar a apresentação, sendo esta feita pelo professor na própria sala de aula.

Inicialmente, foram levantadas questões norteadoras como “Vocês já ouviram falar sobre evolução?”, “Vocês já ouviram falar sobre seleção natural?” etc. Grande parte dos alunos disseram ter ouvido os termos, porém não sabiam como associar (ou sequer se estavam associados) às ciências biológicas.

Sendo assim, o professor expôs uma breve apresentação verbal de Charles Darwin e de sua teoria, o que levantou a curiosidade dos alunos, principalmente quanto à história dos ratos brancos e pretos. Em seguida, o professor apresentou a história dos tentilhões.

A etapa da apresentação dos conceitos foi realizada em sala de aula. O objetivo era fazer com que os alunos compreendessem alguns conceitos e cálculos estatísticos e como eles poderiam levar a alguma conclusão.

Para isso, os alunos inicialmente foram divididos em grupos. Em seguida, o professor entregou a cada grupo uma amostra aleatória com 12 dados de algumas das aves analisadas no estudo de Darwin.

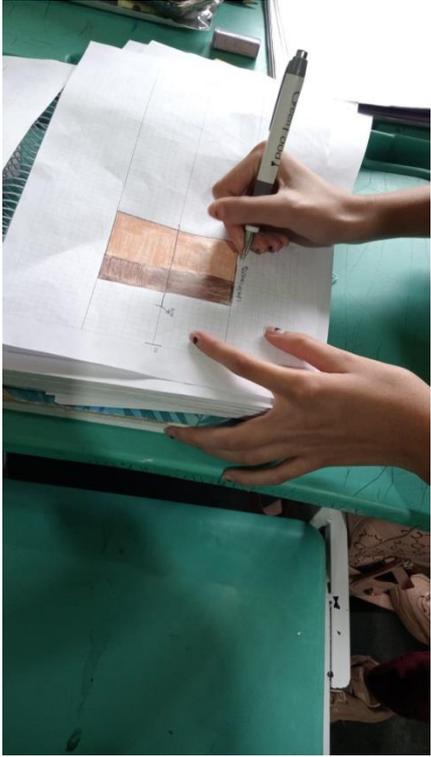
1. Os alunos calcularam a mediana e os quartis para as amostras que receberam de comprimento e profundidade de bico;
2. O professor entregou aos alunos duas malhas quadriculadas onde eles marcaram os números encontrados na etapa anterior e construíram os boxplots;
3. Após a construção dos boxplots, os grupos que estavam com espécies diferentes fizeram a sobreposição dos boxplots e escreveram um relatório sobre a conclusão.

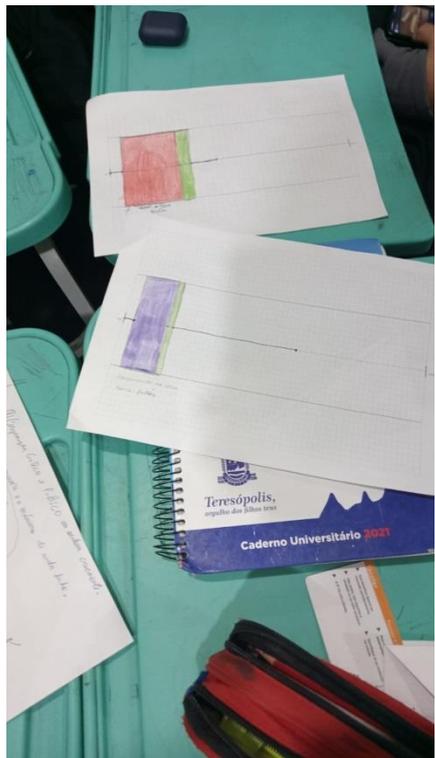
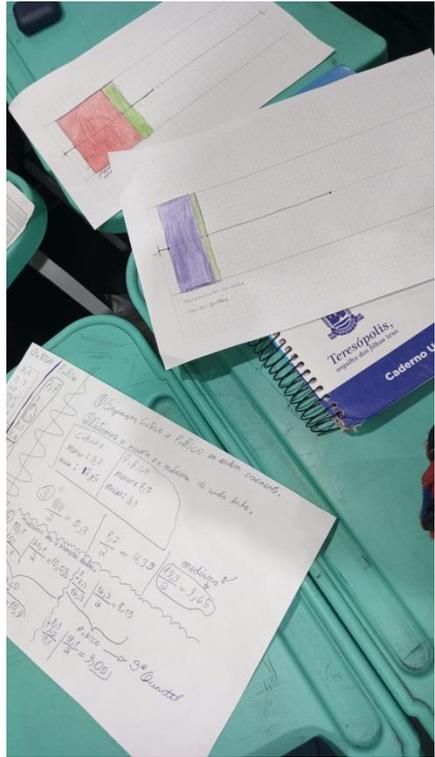
Há de se ressaltar que a amostra com 12 elementos é muito pequena para fazer a análise de algo, o que quer dizer que a conclusão dos alunos bater com a análise digital feita posteriormente pode se tratar de apenas uma coincidência. No entanto, o objetivo dessa parte da atividade não seria a conclusão da atividade, e sim a compreensão da teoria matemática envolvida por trás do cálculo que o computador fará com uma quantidade maior de dados.

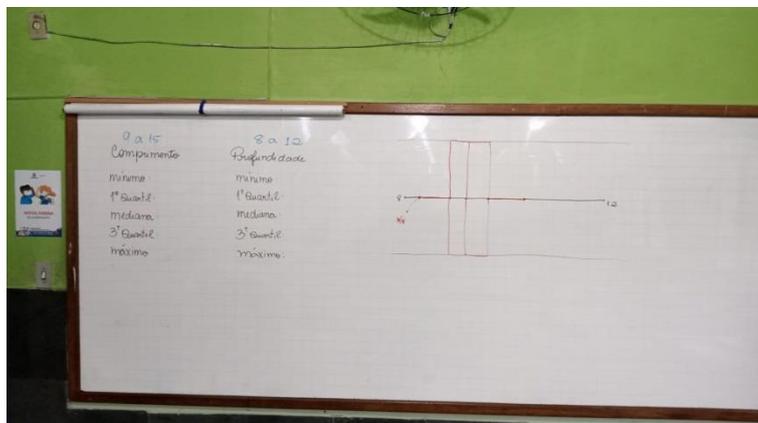
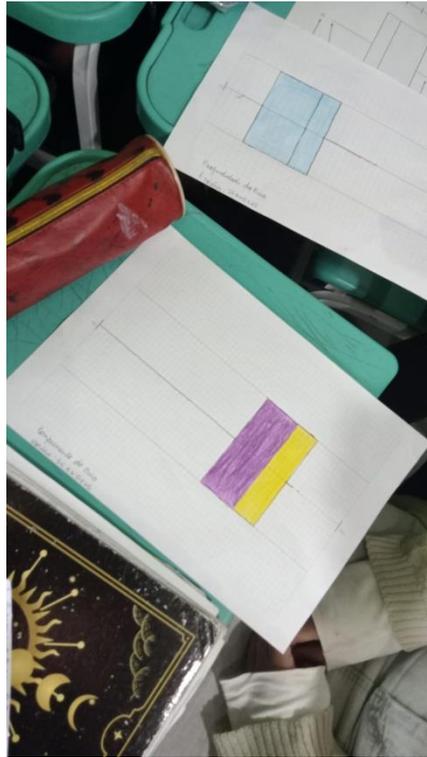
Por fim, os alunos deveriam fazer a análise digital dos boxplots construídos no GeoGebra a partir de 50 dados fornecidos pelo professor sobre os comprimento e profundidade dos bicos dos tentilhões. No entanto, não foi possível a utilização do laboratório de informática da escola.

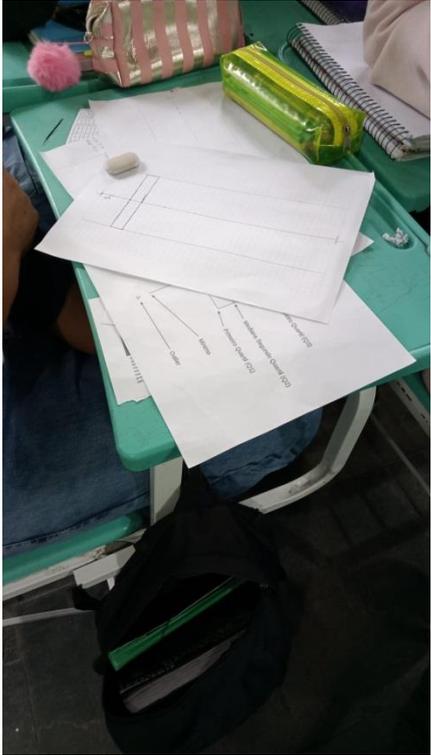
Nesse sentido, coube ao professor fazer a impressão dos boxplots apresenta-los à turma, para que redigissem um novo relatório sobre esse caso. Não houve grandes dificuldades para esta etapa da atividade, pois na atividade anterior os alunos já haviam compreendido como funcionava a análise mediante a sobreposição dos boxplots.

A seguir, encontram-se algumas imagens tomadas durante as etapas da sequência didática:

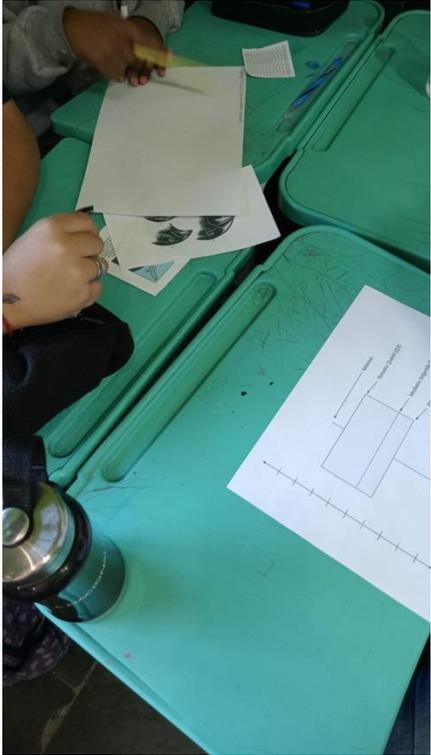












5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando ao que foi dissertado, este trabalho tem a proposta de verificar a evolução do pensamento crítico dos alunos de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental através da aplicação de uma atividade proposta pelo relatório GAISE, com suas devidas adaptações, respeitando as normas da BNCC.

Essa atividade consistiu na reprodução de uma investigação feita por Darwin a fim de justificar a sua teoria da evolução. Os dados foram adquiridos em conjunto de banco de dados verificado no relatório GAISE e explorados de acordo com a necessidade da atividade.

Conforme explorado no capítulo anterior, apesar da impossibilidade do trabalho ser feito em alguns meios digitais, pude observar que os alunos se envolveram bastante nas partes manuais da atividade, onde pude também notar uma adequada assimilação dos conteúdos:

- os alunos compreenderam bem os conceitos estatísticos tratados (mediana, quartis, boxplot etc.);
- os alunos demonstraram interesse em conteúdos para além da matemática (evolução e seleção natural);
- os alunos elaboraram conclusões pertinentes para os resultados encontrados por eles.

Quanto a evolução do pensamento estatístico, apesar de no início da atividade muitos alunos não saberem expor suas interpretações sobre a Estatística de forma adequada, conforme a atividade se desenvolvia, pude perceber que o interesse e a curiosidade se mantiveram constantes, o que pôde contribuir para um bom desempenho e um apropriado desenvolvimento do raciocínio estatístico.

Dessa forma, pode-se constatar que a atividade foi de grande contribuição para o desenvolvimento dos alunos. A partir do momento em que os alunos se sentiram motivados a encontrar uma solução para a questão levantada, pude perceber uma curiosidade e um

empenho na realização da atividade, para que eles pudessem logo chegar ao final e elaborar suas conclusões.

O relatório GAISE apresenta diversas atividades e exemplos nos quais os educadores podem se inspirar para promover o letramento estatístico no ambiente escolar. Apesar de algumas metas da atividade não poderem ter sido atingidas por conta de problemas técnicos referentes ao ensino público/privado, a atividade proposta nesta dissertação pode ser melhorada e aplicada em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

BARGAGLIOTTI, A. et al. Pre-K–12 Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE II): A Framework for Statistics and Data Science Education. Alexandria, Virginia: American Statistical Association. 2020. Disponível em: https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/GAISE/GAISEIIPreK-12_Full.pdf.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 13 maio 2023.

GAL, I. (2002). Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. *Internacional Statistical Review*, 70(1), 1-25.

FARIAS, T. A. (2012). A seleção natural e a adaptação dos seres vivos. *Scientiae Studia*, 10(4), 711-730.

FRANKLIN, C. et al. Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report - A Pre-K–12 Curriculum Framework. Alexandria: American Statistical Association, 2005. Disponível em: https://www.amstat.org/asa/files/pdfs/gaise/gaiseprek12_full.pdf. Acesso em: 30 jun. 2023.

GRANT, P. R., e GRANT, B. R. Data from Peter R. Grant and B. Rosemary Grant 2014. 40 Years of Evolution. Darwin's Finches on Daphne Major Island. Princeton University Press, Princeton, NJ. ISBN 978-0-691-16046-7 (2013) <<https://doi.org/10.5061/dryad.g6g3h>>

LANDIM, Flavia et al.. MEMÓRIA E MÚSICA: PROMOVEDO UMA INVESTIGAÇÃO ESTATÍSTICA EM SALA DE AULA... In: . Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/ixshiam/736446-MEMORIA-E-MUSICA--PROMOVENDO-UMA-INVESTIGACAO-ESTATISTICA-EM-SALA-DE-AULA>. Acesso em: 03/07/2024

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. Estatística básica: Saraiva Educação SA. 2017.

SKOVSMOSE, O. (2008). Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica. Campinas: Papirus.

SKOVSMOSE, O. (2001). Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia. Campinas: Papirus.

APÊNDICE A

Código R que foi utilizado para selecionar as duas amostras que foram trabalhadas no capítulo

3.

```
dados=read.table("c:\\alex_LE\\dados_alex.txt",header=T)
set.seed(12312353)
fortis=dados[1:787,]
scandens=dados[788:943,]
indice=sample(1:743,59,replace=F)
indice2=sample(1:156,42,replace=F)
fortis_a=fortis[indice,]
scandens_a=scandens[indice2,]
f_comp=fortis_a[,3]
f_prof=fortis_a[,4]
s_comp=scandens_a[,3]
s_prof=scandens_a[,4]
#####
## para possiveis desdobramentos na investigação
#####
#par(mfrow=c(1,2))
plot(f_comp,f_prof,pch=16,xlim=c(8,18),ylim=c(6,12),main="Diagrama de dispersão:
comprimento versus profundidade",sub="Fortis")
plot(s_comp,s_prof,pch=16,xlim=c(8,18),ylim=c(6,12),main="Diagrama de dispersão:
comprimento versus profundidade",sub="Scandens")
cor(f_comp,f_prof)
cor(s_comp,s_prof)
#####
## Diagramas de pontos
#####
### comprimento Fortis
#####
stripchart(round(f_comp,digits=1),method="stack",pch=1,col="black",offset=2,xlim=c(8,14),cex
=1.2,xlab="comprimento do bico (mm)",main="Fortis",ylim=c(1,6))
segments(mean(f_comp),0,mean(f_comp),3.5,col="red")
segments(median(f_comp),0,median(f_comp),3.5,col="blue")
q1=quantile(f_comp,0.25)
q3=quantile(f_comp,0.75)
segments(q1,0,q1,3.5,col="green")
segments(q3,0,q3,3.5,col="green")
s=sd(f_comp)
xbarra=mean(f_comp)
segments(xbarra,4.8,xbarra+s,4.8,col="purple")
segments(xbarra,4.7,xbarra,4.9,col="purple")
segments(xbarra+s,4.7,xbarra+s,4.9,col="purple")
segments(xbarra+s,4.8,xbarra+2*s,4.8,col="purple")
segments(xbarra+s,4.7,xbarra+s,4.9,col="purple")
segments(xbarra+2*s,4.7,xbarra+2*s,4.9,col="purple")
segments(xbarra,4.8,xbarra-s,4.8,col="purple")
segments(xbarra,4.7,xbarra,4.9,col="purple")
segments(xbarra-s,4.7,xbarra-s,4.9,col="purple")
segments(xbarra-s,4.8,xbarra-2*s,4.8,col="purple")
segments(xbarra-s,4.7,xbarra-s,4.9,col="purple")
segments(xbarra-2*s,4.7,xbarra-2*s,4.9,col="purple")
segments(min(f_comp),5,max(f_comp),5)
segments(max(f_comp),4.95,max(f_comp),5.05)
segments(min(f_comp),4.95,min(f_comp),5.05)
#####
```

```

### comprimento Scandens
#####
stripchart(round(s_comp,digits=1),method="stack",pch=1,col="black",offset=2,xlim=c(10,17),c
ex=1.2,xlab="comprimento do bico (mm)",main="Scandens",ylim=c(1,6))
segments(mean(s_comp),0,mean(s_comp),3.5,col="red")
segments(median(s_comp),0,median(s_comp),3.5,col="blue")
q1=quantile(s_comp,0.25)
q3=quantile(s_comp,0.75)
segments(q1,0,q1,3.5,col="green")
segments(q3,0,q3,3.5,col="green")
s=sd(s_comp)
xbarra=mean(s_comp)
segments(xbarra,4.8,xbarra+s,4.8,col="purple")
segments(xbarra,4.7,xbarra,4.9,col="purple")
segments(xbarra+s,4.7,xbarra+s,4.9,col="purple")
segments(xbarra+s,4.8,xbarra+2*s,4.8,col="purple")
segments(xbarra+s,4.7,xbarra+s,4.9,col="purple")
segments(xbarra+2*s,4.7,xbarra+2*s,4.9,col="purple")
segments(xbarra,4.8,xbarra-s,4.8,col="purple")
segments(xbarra,4.7,xbarra,4.9,col="purple")
segments(xbarra-s,4.7,xbarra-s,4.9,col="purple")
segments(xbarra-s,4.8,xbarra-2*s,4.8,col="purple")
segments(xbarra-s,4.7,xbarra-s,4.9,col="purple")
segments(xbarra-2*s,4.7,xbarra-2*s,4.9,col="purple")
segments(min(s_comp),5,max(s_comp),5)
segments(max(s_comp),4.95,max(s_comp),5.05)
segments(min(s_comp),4.95,min(s_comp),5.05)
#####
### comparação comprimentos Fortis e Scandens
#####
par(mfrow=c(2,1))
stripchart(round(f_comp,digits=1),method="stack",pch=1,col="black",offset=1,xlim=c(8,17),cex
=1,xlab="comprimento do bico (mm)",main="Fortis",ylim=c(1,6))
segments(mean(f_comp),0,mean(f_comp),3.5,col="red")
stripchart(round(s_comp,digits=1),method="stack",pch=1,col="black",offset=1,xlim=c(8,17),c
ex=1,xlab="comprimento do bico (mm)",main="Scandens",ylim=c(1,6))
segments(mean(s_comp),0,mean(s_comp),3.5,col="red")
win.graph()
boxplot(f_comp,s_comp,names=c("Fortis","Scandens"),main="Comprimentos dos bicos
(mm)")
#####
### Preparando os dados para ler no GeoGebra
#####Fortis
=matrix(0,59,2)
Scandens=matrix(0,42,2)
Fortis[,1]=f_comp
Fortis[,2]=f_prof
Scandens[,1]=s_comp
Scandens[,2]=s_prof
write(round(t(Fortis), digits=1),ncol=2,"c:\\Alex_LE\\Fortis_amostra.txt")
write(round(t(Scandens), digits=1),ncol=2,"c:\\Alex_LE\\Scandens_amostra.txt")
#####
### profundidade Fortis
#####
stripchart(round(f_prof,digits=1),method="stack",pch=1,col="black",offset=2,xlim=c(7,12),cex=
1.2,xlab="profundidade do bico (mm)",main="Fortis",ylim=c(1,6))
segments(mean(f_prof),0,mean(f_prof),3.5,col="red")
segments(median(f_prof),0,median(f_prof),3.5,col="blue")
q1=quantile(f_prof,0.25)
q3=quantile(f_prof,0.75)

```

```

segments(q1,0,q1,3.5,col="green")
segments(q3,0,q3,3.5,col="green")
s=sd(f_prof)
xbarra=mean(f_prof)
segments(xbarra,4.8,xbarra+s,4.8,col="purple")
segments(xbarra,4.7,xbarra,4.9,col="purple")
segments(xbarra+s,4.7,xbarra+s,4.9,col="purple")
segments(xbarra+s,4.8,xbarra+2*s,4.8,col="purple")
segments(xbarra+s,4.7,xbarra+s,4.9,col="purple")
segments(xbarra+2*s,4.7,xbarra+2*s,4.9,col="purple")
segments(xbarra,4.8,xbarra-s,4.8,col="purple")
segments(xbarra,4.7,xbarra,4.9,col="purple")
segments(xbarra-s,4.7,xbarra-s,4.9,col="purple")
segments(xbarra-s,4.8,xbarra-2*s,4.8,col="purple")
segments(xbarra-s,4.7,xbarra-s,4.9,col="purple")
segments(xbarra-2*s,4.7,xbarra-2*s,4.9,col="purple")
segments(min(f_prof),5,max(f_prof),5)
segments(max(f_prof),4.95,max(f_prof),5.05)
segments(min(f_prof),4.95,min(f_prof),5.05)
#####
### profundidade Scandens
#####
stripchart(round(s_prof,digits=1),method="stack",pch=1,col="black",offset=2,xlim=c(7,12),cex=
1.2,xlab="profundidade do bico (mm)",main="Scandens",ylim=c(1,6))
segments(mean(s_prof),0,mean(s_prof),3.5,col="red")
segments(median(s_prof),0,median(s_prof),3.5,col="blue")
q1=quantile(s_prof,0.25)
q3=quantile(s_prof,0.75)
segments(q1,0,q1,3.5,col="green")
segments(q3,0,q3,3.5,col="green")
s=sd(s_prof)
xbarra=mean(s_prof)
segments(xbarra,4.8,xbarra+s,4.8,col="purple")
segments(xbarra,4.7,xbarra,4.9,col="purple")
segments(xbarra+s,4.7,xbarra+s,4.9,col="purple")
segments(xbarra+s,4.8,xbarra+2*s,4.8,col="purple")
segments(xbarra+s,4.7,xbarra+s,4.9,col="purple")
segments(xbarra+2*s,4.7,xbarra+2*s,4.9,col="purple")
segments(xbarra,4.8,xbarra-s,4.8,col="purple")
segments(xbarra,4.7,xbarra,4.9,col="purple")
segments(xbarra-s,4.7,xbarra-s,4.9,col="purple")
segments(xbarra-s,4.8,xbarra-2*s,4.8,col="purple")
segments(xbarra-s,4.7,xbarra-s,4.9,col="purple")
segments(xbarra-2*s,4.7,xbarra-2*s,4.9,col="purple")
segments(min(s_prof),5,max(s_prof),5)
segments(max(s_prof),4.95,max(s_prof),5.05)
segments(min(s_prof),4.95,min(s_prof),5.05)
#####
### comparação profundidades Fortis e Scandens
#####
par(mfrow=c(2,1))
stripchart(round(f_prof,digits=1),method="stack",pch=1,col="black",offset=1,xlim=c(7,12),cex=
1,xlab="profundidade do bico (mm)",main="Fortis",ylim=c(1,6))
segments(mean(f_prof),0,mean(f_prof),3.5,col="red")
stripchart(round(s_prof,digits=1),method="stack",pch=1,col="black",offset=1,xlim=c(7,12),cex=
1,xlab="profundidade do bico (mm)",main="Scandens",ylim=c(1,6))
segments(mean(s_prof),0,mean(s_prof),3.5,col="red")
win.graph()
boxplot(f_prof,s_prof,names=c("Fortis","Scandens"),main="Profundidades dos bicos (mm)")
#####

```

APÊNDICE B

Apresentação de slides construída para apresentação do tema aos alunos. Os dados para a construção da apresentação foram retirados de: (<https://pt.khanacademy.org/science/ap-biology/natural-selection/natural-selection-ap/a/darwin-evolution-natural-selection>)

EVOLUÇÃO E SELEÇÃO NATURAL

IDEIAS DE DARWIN QUE REVOLUCIONARAM O
ENTENDIMENTO SOBRE SERES VIVOS

Introduzindo o assunto

- Charles Darwin era um naturalista britânico que propôs a teoria da evolução biológica por seleção natural.
- Darwin definiu **evolução** como "descender com modificações", a ideia de que as espécies mudam ao longo do tempo, dão origem a novas espécies e compartilham um ancestral comum.
- O mecanismo que Darwin propôs para evolução é a **seleção natural**. Em razão dos recursos limitados, organismos com características hereditárias que favoreçam a sobrevivência e a reprodução tendem a deixar mais descendentes do que os demais, o que faz com que essas características aumentem em frequência ao longo das gerações.
- A seleção natural faz com que as populações se tornem **adaptadas**, ou cada vez mais bem integradas a seus ambientes ao longo do tempo. A seleção natural depende do ambiente e requer a existência de variações genéticas em um grupo.

O que é evolução?

- A ideia básica da evolução biológica é que as populações e espécies de organismos mudam ao longo do tempo. Hoje, quando pensamos em evolução, é provável que lembremos de uma pessoa em específico: o naturalista britânico Charles Darwin.
- Em 1859, Darwin escreveu um livro influente e controverso chamado *A Origem das Espécies*. Nele, Darwin propôs que as espécies evoluem (ou como ele colocou, "descendem com modificações"), e que todas os seres vivos podem ter sua descendência rastreada a um ancestral comum.

O que é evolução?

- Darwin também sugeriu um mecanismo para a evolução: a seleção natural, na qual características herdáveis que contribuem para a sobrevivência e reprodução se tornam mais comuns em uma população ao longo do tempo.
- Nesse artigo, vamos examinar as ideias de Darwin. Vamos ver como elas emergiram em sua viagem ao mundo no navio *HMS Beagle*, e também um exemplo de como a evolução por seleção natural acontece.



Darwin e sua viagem no Beagle

- O livro seminal de Darwin, *A Origem das Espécies*, apresentou suas ideias sobre a evolução e a seleção natural. Essas ideias foram amplamente baseadas em observações diretas das viagens de Darwin ao redor do globo. De 1831 a 1836, ele foi parte de uma expedição de levantamento topográfico feita pelo navio *HMS Beagle*, a qual incluía paradas na América do sul, Austrália e a ponta sul da África. Em cada uma das paradas da expedição, Darwin teve a oportunidade de estudar e catalogar as plantas e os animais locais.

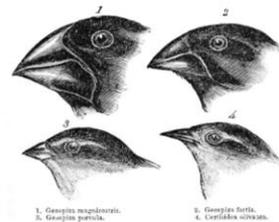
Darwin e sua viagem no *Beagle*

- Durante seu percurso, Darwin começou a observar padrões intrigantes na distribuição e características dos organismos. Podemos ver alguns dos padrões mais importantes que Darwin percebeu na distribuição dos organismos ao examinarmos suas observações nas Ilhas Galápagos ao longo da costa do Equador.

Darwin e sua viagem no *Beagle*

- Darwin descobriu que espécies similares de tentilhões, mas não idênticas, habitavam ilhas próximas a Galápagos . Além disso, ele percebeu que cada espécie de tentilhão estava bem adaptada para seu ambiente e sua função. Por exemplo, espécies que comem sementes grandes e tendiam a ter bico largo e duro, enquanto aquelas que comem insetos tinham bico fino e afiado. Finalmente, ele observou que os tentilhões (e outros animais) encontrados nas Ilhas Galápagos eram similares às espécies do vizinho continente do Equador, mas diferentes dos encontrados no resto do mundo.

Darwin e sua viagem no *Beagle*



..Créditos da imagem: "[Darwin's finches](#)" por John Gould (domínio público)..

Darwin e sua viagem no *Beagle*

- Darwin não percebeu tudo isso em sua viagem. De fato, ele nem mesmo tinha entendido que tentilhões eram espécies relacionadas, porém distintas, até mostrar os espécimes coletados para um ornitólogo especializado (biólogo de aves) anos mais tarde! No entanto, gradualmente, ele teve a ideia que poderia explicar o padrão de tentilhões relacionados, mas diferentes.
- Segundo a ideia de Darwin, o padrão faria sentido se as Ilhas Galápagos tivessem sido habitadas, muito tempo antes, por aves das terras continentais vizinhas. Em cada ilha, os tentilhões devem ter se adaptado gradualmente às condições locais (por muitas gerações e longos períodos de tempo). Esse processo pode ter levado a formação de uma ou várias espécies em cada ilha.

Darwin e sua viagem no *Beagle*

- Se a ideia estava correta, então *por que* estava correta? Que mecanismos poderiam explicar como cada população adquiriu **adaptações**, ou características que as tornaram bem adaptadas àquele ambiente, naquele determinado momento? Durante sua viagem e nos anos posteriores, Darwin desenvolveu e aperfeiçoou um conjunto de ideias que poderiam explicar os padrões que ele observou ao longo de sua viagem. Em seu livro, *A Origem das Espécies*, Darwin ressaltou duas ideias principais: a evolução e a seleção natural.

Evolução

- Darwin propôs que as espécies podem mudar ao longo do tempo, que novas espécies surgem de espécies pré-existentes, e que todas compartilham um ancestral comum. Nesse modelo, cada espécie tem um conjunto único de diferenças herdáveis (genéticas) comparadas ao ancestral comum, que se acumularam gradualmente ao longo do tempo. Eventos repetidos de diferenciação, nos quais espécies novas divergem a partir de seu ancestral comum, produzem uma "árvore" multinível que conecta todos os seres vivos.

Evolução

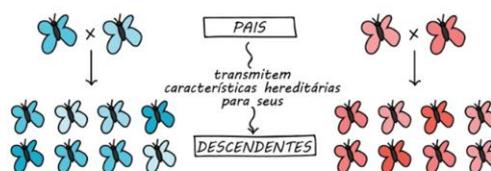
- Darwin se refere a esse processo no qual os organismos mudam suas características herdáveis através das gerações como "descendência com modificação". Atualmente, nós chamamos de **evolução**. Os rascunhos de Darwin vistos acima ilustram suas ideias, mostrando como uma espécie pode se diferenciar em duas com o passar do tempo, e como esse processo pode se repetir muitas e muitas vezes na "árvore genealógica" de um grupo de espécies relacionadas.

Seleção Natural

- Darwin, é importante notar, não propôs apenas que os organismos evoluíam. Se esse tivesse sido o começo e o fim de sua teoria, ele não estaria em tantos livros didáticos como está hoje! Ao invés, Darwin também propôs um mecanismo para a evolução: **seleção natural**. Esse mecanismo era elegante e lógico, e explicava como populações podiam evoluir (passar por descendência com modificação) de tal maneira que se tornassem melhor adaptadas aos seus ambientes ao longo do tempo.

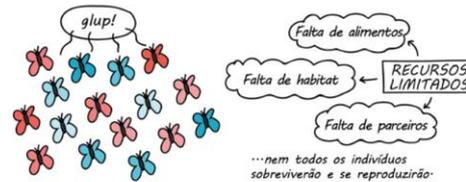
Seleção Natural

- O conceito de seleção natural de Darwin foi baseado em algumas observações importantes:
 - **Características são geralmente herdáveis.** Em seres vivos, muitas características são herdadas, ou passadas dos pais para os filhos. (Darwin sabia que era esse o caso, apesar de não saber que as características eram herdadas através de genes.)



Seleção Natural

- **Nem toda a prole é capaz de sobreviver.** Os organismos são capazes de produzir uma prole maior do que o ambiente é capaz de suportar. Por isso, há competição por recursos limitados em cada geração.



Seleção Natural

- **A prole varia quanto às características herdáveis.** Os descendentes, em qualquer geração, serão ligeiramente diferentes em suas características (cor, tamanho, forma, etc) e muitas dessas características serão herdáveis.



Seleção Natural

- Baseado nessas observações, Darwin concluiu que:
 - Em uma população, alguns indivíduos vão herdar características que os ajudam a sobreviver e reproduzir (dadas as condições ambientais, como predadores e fonte de nutrientes disponíveis). Os indivíduos com essas características benéficas vão deixar uma prole maior na próxima geração quando comparados aos demais, já que tais características os tornam mais aptos a sobreviver e reproduzir.
 - Como as características úteis são herdáveis, e os organismos com essas vantagens deixam uma prole maior, elas se tornarão mais comuns (presentes em uma fração maior da população) na próxima geração.
 - Ao longo das gerações, a população se tornará **adaptada** ao seu ambiente (visto que indivíduos com características úteis a este ambiente têm, consistentemente, maior sucesso reprodutivo que os seus contemporâneos).

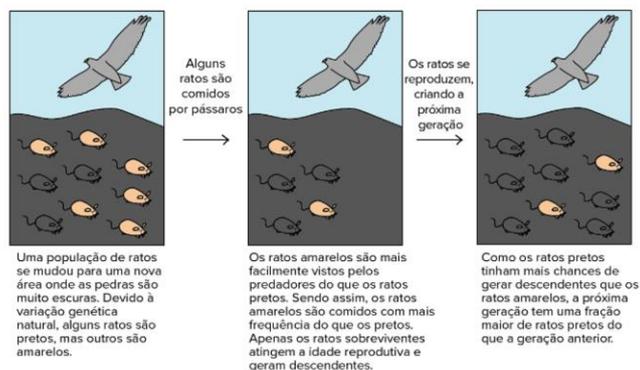
Seleção Natural

- O modelo de evolução de Darwin por seleção natural permitiu-lhe explicar os padrões que ele havia visto durante suas viagens. Por exemplo, se as espécies de tentilhão de Galápagos compartilhassem um ancestral comum, faria sentido que elas se assemelhassem fortemente entre si (e aos tentilhões do continente, que provavelmente compartilhavam esse mesmo ancestral comum). Contudo, se grupos de tentilhões tivessem sido isolados em ilhas separadas por muitas gerações, cada grupo teria sido exposto a um ambiente diferente no qual diferentes características herdáveis poderiam ter sido favorecidas, tais como tamanhos e formatos diferentes de bico para a utilização de diferentes fontes de alimento. Esses fatores poderiam ter levado à formação de espécies distintas em cada ilha. Ao longo das gerações, a população se tornará **adaptada** ao seu ambiente (visto que indivíduos com características úteis a este ambiente têm, consistentemente, maior sucesso reprodutivo que os seus contemporâneos).

Como funciona a Seleção Natural?

- Para tornar a seleção natural mais concreta, consideremos um exemplo simplificado, hipotético. Nesse exemplo, um grupo de ratos com variação herdável da cor de pelo (preto vs. amarelo) acabou de se mudar para um nova área onde as rochas são pretas. Esse ambiente apresenta gaviões, que gostam de comer ratos e podem ver os amarelos mais facilmente que os pretos em contraste com a rocha preta.
- Já que os gaviões podem ver e pegar os ratos amarelos mais facilmente, uma fração relativamente maior de ratos amarelos são comidos, enquanto uma fração muito menor de ratos pretos serão comidos. Se olharmos para a proporção entre ratos pretos e amarelos dentro do grupo sobrevivente ("não comidos"), ela será maior do que na população inicial.

Como funciona a Seleção Natural?



Como funciona a Seleção Natural?

- A cor do pelo é uma característica herdável (uma que pode ser passada dos pais ao filho). Então, a fração aumentada de ratos pretos no grupo sobrevivente significa uma fração aumentada de filhotes pretos na próxima geração. Após várias gerações de seleção, a população pode ser composta quase inteiramente de ratos pretos. Essa mudança nas características herdáveis da população é um exemplo de evolução.

Pontos principais sobre a Seleção Natural

- **A seleção natural depende do ambiente**
 - A seleção natural não favorece características que são de algum modo inerentemente superiores. Ao invés, ela favorece características que são benéficas (isto é, ajudam um organismo a sobreviver e reproduzir-se mais eficientemente que seus pares) em um ambiente específico. Características que são úteis em um ambiente podem na verdade ser prejudiciais em outro.

Pontos principais sobre a Seleção Natural

- **A seleção natural age sobre a variação genética**
 - A seleção natural precisa de uma matéria prima, e tal matéria prima é a variação genética. Para que a seleção natural aja sobre uma característica, já deve existir variação (diferenças entre os indivíduos) para aquela característica. Ademais, as características têm que ser herdáveis, determinadas pelos genes do organismo.

Seleção Natural e a Evolução das Espécies

- Vamos dar uma passo para trás e considerar como a seleção natural se encaixa na visão mais ampla de Darwin sobre a evolução, na qual todos os seres vivos compartilham um ancestral comum e descendem desse ancestral em uma enorme árvore ramificada. O que está acontecendo em cada um dos pontos de ramificação?

Seleção Natural e a Evolução das Espécies

- No exemplo dos tentilhões de Darwin, nós vimos que grupos em uma única população podem ficar isolados uns dos outros por barreiras geográficas, como um oceano circundando ilhas, ou por outros mecanismos. Uma vez isolados, os grupos não conseguem mais se reproduzir uns com o outros e são expostos a diferentes ambientes. Em cada ambiente, é provável que a seleção natural favoreça características diferentes (e outras forças evolutivas, como a deriva genética, podem atuar separadamente nos grupos). Ao longo de muitas gerações, diferenças nas características herdáveis podem se acumular entre os grupos até o ponto em que eles sejam considerados espécies distintas.

Seleção Natural e a Evolução das Espécies

- Baseados nas [linhas de evidência](#), cientistas pensam que esse tipo de processo se repetiu muitas e muitas vezes durante a história da vida na terra. A evolução por seleção natural e outros mecanismos ressalta a incrível diversidade das formas de vida atuais, e a ação da seleção natural pode explicar a combinação entre os organismos atuais e seus ambientes.

APÊNDICE C

Os dados foram arredondados para uma casa decimal para poder trabalhar com o diagrama de pontos e foram tirados da base de dados GRANT E GRANT (2013).

A seguir, nos quadros abaixo estão os dados selecionados pelo código que foram trabalhados no capítulo 3.

	A	B
1	14,5	8,7
2	13,8	8,9
3	14,2	9,1
4	15,2	9,2
5	14,5	9,6
6	14,3	9,2
7	12,6	9,0
8	15,2	9,8
9	13,8	9,3
10	13,7	8,4
11	13,5	9,7
12	15,3	10,1
13	13,8	9,0
14	14,5	9,6
15	13,8	9,0
16	14,1	9,0
17	13,0	8,3
18	14,2	9,9
19	12,5	8,0
20	15,0	9,3
21	15,3	9,9
22	16,0	9,5
23	14,0	8,7
24	14,0	8,0
25	14,3	9,0
26	15,1	8,9
27	14,9	9,7
28	13,8	9,4
29	13,7	7,9
30	13,9	9,4
31	14,0	8,9
32	13,9	8,8
33	13,8	8,9
34	14,7	9,4
35	14,9	9,4
36	15,8	10,0
37	13,6	9,1
38	14,5	9,1
39	14,5	9,4
40	11,5	8,8
41	15,1	9,0
42	14,0	8,4

	A	B
1	10,0	8,5
2	11,0	10,0
3	11,0	10,2
4	11,0	9,7
5	11,0	9,0
6	10,1	8,8
7	10,2	9,2
8	10,2	7,8
9	10,2	9,0
10	10,2	8,1
11	10,3	10,6
12	10,3	9,0
13	10,3	9,4
14	10,3	8,1
15	10,4	9,2
16	10,4	9,2
17	10,4	8,7
18	10,5	9,5
19	10,6	8,8
20	10,8	10,3
21	10,8	9,2
22	10,8	9,0
23	11,1	9,2
24	11,1	8,7
25	11,1	9,7
26	11,1	10,0
27	11,1	10,5
28	11,1	9,8
29	11,1	9,7
30	11,2	9,5
31	11,2	9,3
32	11,2	9,7
33	11,2	9,5
34	11,2	9,3
35	11,2	9,4
36	11,2	11,5
37	11,3	9,9
38	11,3	9,1
39	11,3	9,6
40	11,3	9,9
41	11,4	10,4
42	11,4	8,7
43	11,4	9,9
44	11,5	8,9
45	11,7	10,6
46	11,7	9,7
47	11,7	9,1
48	11,7	9,9
49	11,8	9,5
50	11,9	9,7
51	11,9	9,9
52	11,9	10,3
53	11,9	10,3
54	12,4	10,7
55	12,8	9,3
56	9,5	7,5
57	9,7	7,9
58	9,9	9,4
59	9,9	8,4

Conjuntos de dados selecionados para a atividade.

BANDA	ESPÉCIE	C. BICO	P. BICO
19028	fortis	12,5	8,9
19044	fortis	11	9,2
19121	fortis	10,1	8
19164	fortis	10,6	8,8
19274	fortis	10	8,3
19349	fortis	11,2	8,3
19392	fortis	9,2	7,7
19511	fortis	9,9	8
19614	fortis	10,8	9,3
19946	fortis	10,7	8,7
21052	fortis	10,5	8,5
21294	fortis	10,5	9,8

BANDA	ESPÉCIE	C. BICO	P. BICO
19210	fortis	11.3	9.6
19263	fortis	10	7.9
19274	fortis	10	8.3
19288	fortis	11.5	9.1
19349	fortis	11.2	8.3
19502	fortis	9.7	8.1

19674	fortis	10.4	8.3
19821	fortis	11.5	8.9
19840	fortis	10.7	9.2
19889	fortis	10	8.4
19914	fortis	10	8.5
19942	fortis	11.5	8.1

BANDA	ESPÉCIE	C. BICO	P. BICO
19129	scandens	13	9,1
19244	scandens	13,1	8,8
19260	scandens	13,9	9,2
19326	scandens	13,1	7,7
19408	scandens	14,4	8,9
19426	scandens	13,5	9,4
19469	scandens	12,8	8,8
19486	scandens	13,4	9,2
19554	scandens	13,5	8,8
21045	scandens	13,7	10,6
21111	scandens	14,9	9,7
21257	scandens	13,4	9,8

BANDA	ESPÉCIE	C.	P.
--------------	----------------	-----------	-----------

		BICO	BICO
19848	scandens	12.4	8.5
19882	scandens	13.7	9.5
19951	scandens	13.7	9.1
19955	scandens	13.5	8.7
21109	scandens	14	9.5
21113	scandens	13.9	9.9
21159	scandens	13	8.4
21167	scandens	12.7	8.3
21176	scandens	14	9.6
21279	scandens	13.4	8.9
21280	scandens	13.8	9.7
21285	scandens	13.8	10.5