



Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Matemática

Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT

PROBLEMAS DE MISTURA DE LÍQUIDOS: UMA ABORDAGEM COM O
GEOGEBRA E O PENSAMENTO COMPUTACIONAL
NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Luís Eduardo Barbosa do Nascimento Dourado

Rio de Janeiro

2021

UFRJ

PROBLEMAS DE MISTURA DE LÍQUIDOS: UMA ABORDAGEM COM O
GEOGEBRA E O PENSAMENTO COMPUTACIONAL
NA EDUCAÇÃO BÁSICA

LUÍS EDUARDO BARBOSA DO NASCIMENTO DOURADO

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UFRJ como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Maria Helena Cautiero Horta Jardim

Rio de Janeiro
2021

Aos meus pais, Maria da Conceição e Lourival, irmãos e amigos que fizeram parte dessa minha trajetória profissional e contribuíram para que eu pudesse continuar estudando e me aperfeiçoando.

CIP - Catalogação na Publicação

DD739p Dourado, Luís Eduardo Barbosa do Nascimento
Problemas de Mistura de Líquidos: Uma abordagem
com o Geogebra e o Pensamento Computacional na
Educação Básica / Luís Eduardo Barbosa do Nascimento
Dourado. -- Rio de Janeiro, 2021.
67 f.

Orientadora: Maria Helena Cautiero Horta Jardim.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do
Rio de Janeiro, Instituto de Matemática, Programa
de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional,
2021.

1. Razão e proporção. 2. Contexto de mistura. 3.
Geogebra. 4. Pensamento Computacional. I. Jardim,
Maria Helena Cautiero Horta , orient. II. Título.

Universidade Federal do Rio de Janeiro

PROBLEMAS DE MISTURA DE LÍQUIDOS: UMA ABORDAGEM COM O GEOGEBRA E O PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA

LUÍS EDUARDO BARBOSA DO NASCIMENTO DOURADO

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Matemática.

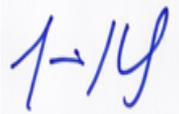
Aprovada em: 15 / 12 / 2021.



Maria Helena Cautiero Horta Jardim / presidente da banca
Doutor – IM/UFRJ, Presidente



Wally Santos
Doutor – IM/UFRJ



Jair Koiller
Doutor – DM/UFJF

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus em primeiro lugar por ter me sustentado até aqui e ter me proporcionado essa realização, mesmo diante das muitas dificuldades.

Agradeço aos meus pais, Maria da Conceição e Lourival Alves, irmãos e familiares pelo apoio, suporte e por sempre acreditarem que o estudo é o melhor caminho para se ter sucesso e ter uma vida honesta.

Agradeço a minha orientadora Maria Helena Cautiero Horta Jardim por ter aceitado o convite, me guiado ao longo deste trabalho e também pelos ensinamentos que tive durante suas aulas como aluno do PROFMAT.

Agradeço ao PROFMAT pela oportunidade de cursar este mestrado e pelo ótimo trabalho que é desenvolvido em prol da melhoria do ensino de matemática de nosso país.

Agradeço a todos os professores do PROFMAT da UFRJ, pelas aulas excelentes e aprendizados ímpares que obtive ao longo do curso.

Agradeço a todos os amigos e colegas de turma, pelo apoio, ajuda e troca de experiências que foram fundamentais para o meu crescimento profissional, em especial a amiga e monitora do Geogebra, Lucilene Tatagiba, pela sua experiência e ajuda com a formatação dos trabalhos acadêmicos e com o software Geogebra que foi fundamental para a realização deste trabalho, aos demais amigos e colegas de classe Antônio, Alex, Camila, Roberta, Daniela e Joana pelas horas de estudo juntos e pelas dúvidas com os exercícios.

“O perigo verdadeiro não é o computador pensar como o homem, mas o homem pensar como um computador”.

Sydney J. Harris

RESUMO

DOURADO, L. E. B. N. **Problemas de Mistura de Líquidos: Uma abordagem com o Geogebra e o Pensamento Computacional na Educação Básica.** 2021. 67 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

Este trabalho tem como objetivo apresentar o Pensamento Computacional e promover suas habilidades através de três atividades envolvendo raciocínio proporcional em problemas de mistura de líquidos. Para auxiliar esta tarefa, as atividades propostas foram desenvolvidas utilizando o software Geogebra, oferecendo assim um aprendizado significativo e ativo para o estudante. Aplicou-se tais atividades, de forma remota, em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Dr. João Paulo Pio de Abreu no município de Volta Redonda – RJ, do qual o autor deste trabalho é professor regente.

Palavras-chave: Razão e proporção. Contexto de mistura. Geogebra. Pensamento Computacional.

ABSTRACT

DOURADO, L. E. B. N. Problems of Mixing Liquids: An approach with Geogebra and Computational Thinking in Basic Education. 2021. 67 f. Dissertation (Masters) – Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

This work aims to introduce Computational Thinking and promote its skills through three activities involving proportional reasoning in liquid mixing problems. To assist in this task, the proposed activities were developed using Geogebra software, thus offering a meaningful and active learning for the student. Such activities were applied remotely in an 8th grade class of Elementary School at Dr. João Paulo Pio de Abreu Municipal School in Volta Redonda – RJ, of which the author of this work is a regent teacher.

Keywords: Ratio and proportion. Blending context. Geogebra. Computational Thinking.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Dados da agência de empregos E10.....	20
Figura 2: Termos da proporção.....	21
Figura 3: Habilidade de matemática no 5º ano do Ensino Fundamental.....	26
Figura 4: Habilidade de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental.....	26
Figura 5: Habilidades de matemática no 7º ano do Ensino Fundamental.....	26
Figura 6: Habilidade de matemática no 9º ano do Ensino Fundamental.....	27
Figura 7: Habilidade de matemática em qualquer ano do Ensino Médio.....	27
Figura 8: Habilidade de matemática no 4º ano do Ensino Fundamental.....	27
Figura 9: Habilidade de matemática no 5º ano do Ensino Fundamental.....	27
Figura 10: Habilidade de matemática no 5º ano do Ensino Fundamental.....	28
Figura 11: Habilidade de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental.....	28
Figura 12: Habilidade de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental.....	28
Figura 13: Habilidade de matemática no 7º ano do Ensino Fundamental.....	28
Figura 14: Habilidades de matemática no 8º ano do Ensino Fundamental.....	28
Figura 15: Habilidade de matemática no 9º ano do Ensino Fundamental.....	28
Figura 16: Habilidade de matemática no 9º ano do Ensino Fundamental.....	29
Figura 17: Habilidades de matemática em qualquer ano do Ensino Médio.....	29
Figura 18: Problema de mistura de líquidos.....	32
Figura 19: Problema de mistura de líquidos.....	33
Figura 20: Uso do Método de Singapura na resolução da Atividade 12.....	35
Figura 21: Problema de concentração em líquidos.....	35
Figura 22: Geogebra para computador.....	39
Figura 23: Geogebra para celular.....	39
Figura 24: Barra de ferramentas do Geogebra.....	40
Figura 25: Motor de 4 tempos construído no Geogebra.....	40
Figura 26: Materiais didáticos no site do Geogebra.....	41
Figura 27: Os quatro pilares do Pensamento Computacional.....	48
Figura 28: Atividade 1 no Geogebra para Computador.....	52
Figura 29: Formulário de perguntas da Atividade 1.....	52
Figura 30: Atividade 2 no Geogebra para computador.....	53
Figura 31: Atividade 3 no Geogebra para computador.....	54

Figura 32: Atividade no celular.....	55
Figura 33: Formulário no celular.....	55
Figura 34: Resposta de um aluno para as questões 1 e 2.....	57
Figura 35: Resposta de um aluno para as questões 5 e 6.....	57
Figura 36: Resposta de um dos alunos para a questão 7.....	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Competências Gerais da Educação Básica.....	24
Tabela 2: Contextos comuns para problemas de raciocínio proporcional.....	30
Tabela 3: Exemplos de subcategorias de problemas de valores omissos de acordo com a estrutura numérica.....	30

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CAS	Sistema de Computação Algébrica
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
LDEF	Livro Didático para o Ensino Fundamental
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
PC	Pensamento Computacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Programa de Mestrado em Matemática em Rede Nacional
STEM	Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	17
2.1	RAZÃO E PROPORÇÃO.....	17
2.1.1	RAZÃO.....	17
2.1.2	PROPORÇÃO.....	20
2.2	RAZÃO E PROPORÇÃO NA BNCC.....	23
2.3	CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS DE PROPORÇÃO.....	29
2.4	PROBLEMAS DE PROPORÇÃO ABORDADOS EM LIVROS DIDÁTICOS NO BRASIL.....	30
2.5	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE RAZÃO E PROPORÇÃO.....	33
3	GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NO ENSINO DE MATEMÁTICA..	37
3.1	GEOGEBRA.....	37
3.2	UM POUCO SOBRE O GEOGEBRA.....	38
4	PENSAMENTO COMPUTACIONAL E O ENSINO DE PROPORÇÃO... 	42
4.1	PENSAMENTO COMPUTACIONAL.....	42
4.2	PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA EDUCAÇÃO.....	45
4.3	HABILIDADES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL.....	48
5	PROBLEMAS DE MISTURA DE LÍQUIDOS: ATIVIDADES QUE PROMOVEM O PENSAMENTO COMPUTACIONAL A PARTIR DO USO DO GEOGEBRA.....	50
5.1	APRESENTAÇÃO.....	50
5.2	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS.....	51
5.2.1	ATIVIDADE 1.....	51
5.2.2	ATIVIDADE 2.....	53
5.2.3	ATIVIDADE 3.....	54
6	APLICAÇÃO.....	56
6.1	ANÁLISE DAS RESPOSTAS.....	57
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	59
8	REFERÊNCIAS.....	60
9	APÊNDICE A (FORMULÁRIO COM AS PERGUNTAS DAS ATIVIDADES).....	63

1 INTRODUÇÃO

A princípio, os conteúdos de razão e proporção parecem ser de fácil entendimento para os estudantes. Para muitos deles, uma razão é interpretada simplesmente como uma fração e uma proporção é vista como uma relação de equivalência entre duas razões. Veremos neste texto que estas são ideias errôneas propagadas em sala de aula e até mesmo pelos livros didáticos. Ambos os conceitos podem apresentar diferentes significados dependendo do contexto em que estão inseridos. O contexto de mistura de líquidos é um deles e sendo um dos mais difíceis de ser compreendido. Acreditamos ser este um dos motivos pelo qual este contexto ser pouco ou não abordado em sala de aula. Desenvolver nos alunos habilidades de forma que eles possam superar esses desafios, pode apresentar-se como um caminho bem-sucedido nesta missão. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é promover o Pensamento Computacional e desenvolver suas habilidades nos alunos através de uma série de atividades envolvendo raciocínio proporcional em problemas de mistura de líquidos utilizando o software Geogebra. Acreditamos que estas atividades propiciem uma aprendizagem significativa através da reflexão dos conceitos abordados e também uma aprendizagem ativa com a experimentação proporcionada pelo software.

Devido a pandemia ocasionada pela Covid-19, aplicou-se somente a atividade 2 em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Dr. João Paulo Pio de Abreu no município de Volta Redonda – RJ. A aplicação da atividade ocorreu de forma remota, sendo que antes realizou-se uma revisão de conceitos e também a prática da atividade 1 pelo professor.

No capítulo 2, apresentamos o conceito de razão e proporção que é abordado nos livros didáticos bem como suas propriedades. Expomos também como esses conceitos e suas habilidades devem ser desenvolvidas em cada etapa de ensino a luz da BNCC. Em seguida classificamos os problemas de proporção em dois tipos (problemas de valor ausente e de comparação) e mostramos os principais contextos em que eles estão inseridos. Continuando, abordamos os problemas que são apresentados nos livros didáticos mais conhecidos sempre distinguindo quanto a classificação feita anteriormente. Ao final, fizemos uma revisão bibliográfica de algumas dissertações relevantes produzidas pelo PROFMAT sobre o tema.

No capítulo 3 comentamos sobre o papel do Geogebra como ferramenta no ensino de matemática e expomos um pouco sobre a história do software, sua interface, principais ferramentas e algumas de suas aplicações, sempre destacando os benefícios que esse poderoso aplicativo pode trazer para a sala de aula.

No capítulo 4 discorreremos sobre o Pensamento Computacional. Primeiramente buscamos uma definição do que seria o Pensamento Computacional à luz de autores como Wing (2006) e Brackmann (2017). Em seguida falamos sobre como suas habilidades podem ajudar no ensino de proporção e damos um exemplo de uma situação-problema, mostrando como essas habilidades podem ser promovidas no aluno durante sua resolução. Continuando, expomos os esforços realizados no Brasil e em outros países, como os Estados Unidos, na promoção e implementação do Pensamento Computacional na educação básica, em especial na disciplina de matemática. Em relação ao Brasil, esse esforço tem sido feito pela Sociedade Brasileira de Computação (SBC) em conjunto com o Ministério da Educação (MEC). O texto segue apresentando algumas das habilidades do Pensamento Computacional, sendo a decomposição, o reconhecimento de padrões, a abstração e os algoritmos as principais e assim sendo, são chamadas por Brackmann (2017) de quatro pilares do PC.

Após esse embasamento teórico, no capítulo 5 apresentamos três atividades cujo objetivo é promover o Pensamento Computacional nos alunos. Como dito no início desta introdução, estas atividades são problemas no contexto de mistura de líquidos e são praticadas em conjunto com o Geogebra. A atividade 1 consiste em dois copos de mesma altura, onde os líquidos de óleo e água se encontram na mesma razão (1 para 1) nos dois copos. Nesta etapa, os alunos não precisam utilizar os controles deslizantes, tanto que não há. Os estudantes devem somente responder as perguntas do Google Formulário, cujo link se encontra na própria tarefa. Na atividade 2, os dois copos de mesma altura já possuem misturas de óleo e água em proporções diferentes (1:1 no copo 1 e 1:2 no copo 2). Aqui o aluno deve utilizar os controles deslizantes disponíveis no aplicativo para responder as perguntas e encontrar as proporções exigidas. A terceira atividade já possui um nível de dificuldade um pouco maior. Nela a mistura nos copos estão na razão de 1:2 no primeiro e 1:3 no segundo. Em cada uma destas atividades, principalmente nas duas últimas, são trabalhadas algumas habilidades do Pensamento Computacional como a representação de dados, abstração, simulação e transformação.

No capítulo 6 descrevemos brevemente como foi a aplicação da atividade 2 em uma turma de 8º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Dr. João Paulo Pio de Abreu na prefeitura municipal de Volta Redonda, no estado do Rio de Janeiro. Em seguida, é feita a análise das respostas da atividade, obtidas através do Google Formulários, verificando as habilidades utilizadas pelos alunos durante sua execução com o Geogebra.

Encerrando, no capítulo 7 tecemos as considerações finais sobre as atividades propostas neste texto, destacando o potencial que elas podem oferecer na promoção do Pensamento Computacional e na melhoria do ensino de matemática na escola pública.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 RAZÃO E PROPORÇÃO

2.1.1 RAZÃO

Quando é realizado um concurso público para um cargo específico, geralmente há mais candidatos inscritos que o número de vagas ofertadas. Uma confeitadora quando vai preparar um bolo, segue uma receita onde cada ingrediente tem uma quantidade fixa em relação aos outros ingredientes. Quando uma atleta realiza uma prova de salto a distância, ela consegue alcançar uma determinada marca na caixa de areia em relação ao comprimento total desta caixa.

Em todos os exemplos acima, podemos perceber que há uma relação entre as quantidades ou grandezas dentro de cada situação descrita. Em duas das situações a relação entre as quantidades ou grandezas é de uma parte com o todo e em outra a relação é de uma parte com outra parte desse todo. Essa relação entre quantidades ou grandezas pode ser representada matematicamente pelo quociente dos números envolvidos.

Por exemplo, se o concurso teve 5 vagas para administrador e 20 candidatos se inscreveram, então a relação candidato por vaga pode ser representada por $\frac{20}{5}$ ou $20 : 5$. Se na massa do bolo, deve-se adicionar 3 ovos para cada 500 ml de leite, então a relação entre a quantidade de ovos por ml de leite é dada por $\frac{3}{500}$ ou $3 : 500$. Se a atleta alcançou a marca de 6 metros em uma caixa de areia de 10 metros, então a relação entre a distância alcançada e a distância total da caixa é $\frac{6}{10}$ ou $6 : 10$.

Cada um dos quocientes acima é chamado de razão entre os dois números envolvidos.

“A palavra razão tem origem no latim *ratio*, que possui significado de divisão ou quociente entre dois números ou grandezas. Entende-se por grandeza como tudo aquilo que pode ser medido ou contado”. (ALMEIDA, 2015)

Com isso, temos a seguinte definição de razão:

Definição 1: Sendo a e b dois números racionais, com $b \neq 0$, denomina-se razão entre a e b ou razão de a para b o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a : b$. (Castrucci, Júnior, 2018)

Na definição acima, o primeiro termo da razão chama-se antecedente e o segundo consequente.

Definição 2: Grandeza é tudo aquilo que pode ser medido, contado ou pesado. Os valores das grandezas podem aumentar ou diminuir. (Vargas, 2020)

Tanto na definição 1, como nos exemplos vistos, podemos observar que a razão entre as quantidades ou grandezas presentes em cada situação, são expressas por um quociente. “No entanto, cabe ressaltar: razão não é sinônimo de fração, razão não é igual a uma fração.” (Ripoll, Rangel, Giraldo, Roque, 2015). Devemos ter esse cuidado durante nossa leitura do livro didático e ao abordarmos esse conteúdo em sala de aula. É errônea a ideia de associar razão ao termo fração. Há casos em que uma razão pode expressar uma fração, que são os exemplos de parte de uma quantidade em relação ao total desta quantidade. Mas há situações em que isso não é verdade, como por exemplo, o caso em que a relação entre as quantidades na razão são de grandezas de tipos diferentes. Essa associação de razão ao termo fração depende muito do contexto em que o problema está inserido e também da relação entre suas quantidades.

Ripoll, Rangel, Giraldo e Roque (2015), relacionam o termo razão a ideia de comparação entre grandezas. Através de várias atividades que fazem parte de uma oficina, os autores refletem sobre o conceito de razão que é abordado no ensino básico enfatizando a ideia. A razão como uma comparação entre grandezas é exposta por eles ao revisitarem a origem dos números racionais. Estes pesquisadores recordam que na geometria grega, a comparação das áreas entre duas figuras geométricas era dada pela busca de áreas equivalentes. Eles ainda apresentam a teoria de razões e proporções presentes também no livro Elementos de Euclides, explicitando o seu caráter geométrico. Como a razão era associada a uma comparação entre grandezas, não havia uma associação desta ideia a números. Para fazer a comparação com números, a técnica utilizada pelos gregos era a antifairese (subtração recíproca). Nesta técnica, a razão não era vista como uma divisão entre números, destacam os autores. Por isso devemos ter esse cuidado ao relacionarmos o termo razão a uma fração ou a ideia de divisão.

Como vimos, o conceito de razão está presente em várias situações do nosso cotidiano. Ao ler um mapa, os objetos representados estão em uma escala que é uma razão entre a medida (grandeza) do objeto no desenho e sua medida (grandeza) no mundo real, expressos na mesma unidade. Quando vamos em um hortifruti, o preço das frutas disponíveis para a venda são expressos por R\$/kg, ou seja, é uma razão entre preço e quantidade. Um carro em movimento quando marca no velocímetro 60 km/h, aponta a distância que este veículo percorre em km no intervalo de uma hora, chamada de velocidade média. Essa velocidade média é expressa pela razão entre a distância em quilômetros e o tempo em horas. Estes são alguns exemplos entre outras inúmeras situações que podemos empregar o conceito de razão.

Em cada exemplo dado anteriormente, podemos perceber que há uma relação entre as grandezas, ou medidas, envolvidas em cada razão. Essa razão entre grandezas, pode ser expressa por grandezas de mesma espécie, que é o caso dos exemplos do salto à distância e da escala de um mapa, ou por grandezas de espécies diferentes, que é o caso dos outros exemplos.

Dentro ainda dessa razão entre grandezas de mesma espécie, estas podem estar na mesma unidade de medida, que é o caso da escala de um mapa, ou não, que é o caso da razão que encontramos durante o processo de descobrir a escala, onde o comprimento real do objeto está em metros e no desenho está em centímetros, por exemplo. Vejamos um exemplo.

Exemplo1: Um carro esportivo possui 3 m de comprimento. Sua miniatura, possui 10 cm de comprimento. Qual a escala usada?

Solução: $\frac{10 \text{ cm}}{3 \text{ m}} = \frac{10 \text{ cm}}{300 \text{ cm}} \Rightarrow \frac{1}{30}$ ← Escala

↑ Grandezas na mesma unidade de medida

↑ Grandezas em unidades de medida diferentes

Um resultado importante que pode ser obtido do conceito de razão é quando multiplicamos ou dividimos cada termo dentro de uma razão por um determinado número (diferente de zero). Assim, obtemos uma nova razão equivalente a razão original.

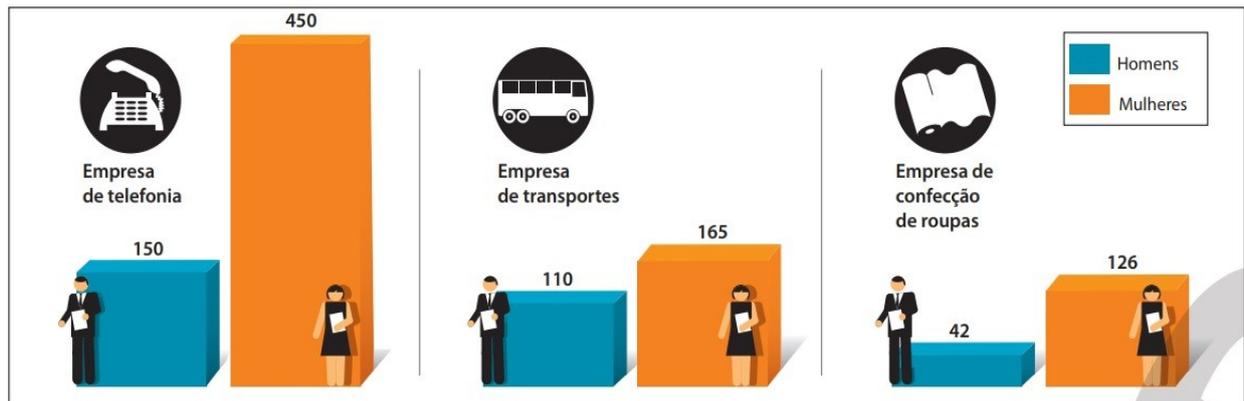
Exemplos de razões equivalentes: $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$ e $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$.

$\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{9}$ são razões equivalentes. $\frac{15}{20}$ e $\frac{3}{4}$ são razões equivalentes.

2.1.2 PROPORÇÃO

Exemplo 2: Em dezembro de 2018, a agência de empregos E10 realizou uma pesquisa para comparar o número de homens e o de mulheres que trabalham em três tipos de empresa. Os dados obtidos estão apresentados na Figura 1. (extraído de Gay, Silva, 2018)

Figura 1: Dados da agência de empregos E10



Fonte: Gay, Silva, 2018

Podemos comparar o número de homens e o de mulheres em cada empresa por meio de uma razão:

- Na empresa de telefonia, a razão entre o número de homens e o número de mulheres é de $\frac{150}{450} = \frac{1}{3}$;
- Na empresa de transportes, a razão entre o número de homens e o número de mulheres é de $\frac{110}{165} = \frac{2}{3}$;
- Na empresa de confecção de roupas, a razão entre o número de homens e o número de mulheres é de $\frac{42}{126} = \frac{1}{3}$.

Percebe-se que o número de homens e o número de mulheres que trabalham nas empresas de telefonia e confecção de roupas, possuem a mesma razão equivalente. Assim, podemos dizer que essas duas razões formam uma proporção. Com isso, definimos proporção da seguinte forma:

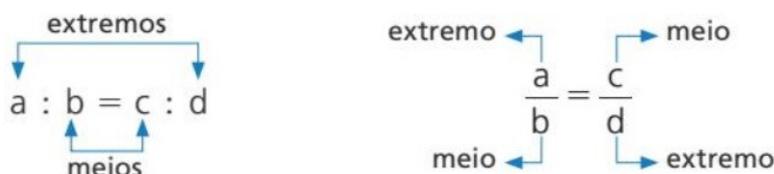
Definição 3: Proporção é uma igualdade entre duas razões. (Castrucci, Júnior, 2018)

Podemos também definir uma proporção da seguinte maneira:

Definição 4: Quatro números racionais a , b , c e d , diferentes de zero, tomados nessa ordem, formam uma proporção quando: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ou $a : b = c : d$. Lê-se: a está para b , assim como c está para d . (Castrucci, Júnior, 2018)

Na definição 4, os números a , b , c e d , são denominados termos da proporção. O primeiro e o quarto termos são chamados de extremos, já o segundo e o terceiro termos de meios na proporção.

Figura 2: Termos da proporção



Fonte: (Castrucci, Júnior, 2018)

Os conceitos de razão e proporção tem origem na teoria das proporções de Eudoxo (antigo matemático grego que viveu entre os anos 400 e 300 a.C.). Segundo Ávila (1986), o modo como a proporção é apresentada na definição 4 tem origem na teoria de Eudoxo para transpor a barreira dos incomensuráveis, pois os gregos não admitiam a existência dos números irracionais. Como dialogamos anteriormente sobre o conceito de razão, este autor também endossa que:

Na teoria de Eudoxo uma razão não é o quociente de dois números e uma proporção não é uma igualdade de duas razões. Foi por isso que surgiram as palavras “antecedentes” e “conseqüente”, a notação

$$A : B :: C : D$$

e a maneira de dizer “ A está para B assim como C está para D ”. (ÁVILA, 1986)

Podemos observar no texto de Ávila (1986) acima, uma contradição entre a definição de proporção dada por Eudoxo e a definição 3 dada neste texto, e que é utilizada atualmente em muitos livros didáticos nas escolas brasileiras.

Já Lima (1991) em seu livro “Meu Professor de Matemática e outras histórias”, aborda grandezas proporcionais com enfoque em funções afins, onde ele associa grandezas diretamente proporcionais a funções crescentes e as inversamente proporcionais a funções decrescentes. Este autor apresenta diversos teoremas a respeito deste assunto e expande o conceito de grandezas proporcionais para várias variáveis em um mesmo problema. Não faremos aqui uma discussão do

assunto sob esse ponto de vista, pois esse tratamento dado por Lima (1991) foge do público-alvo e do propósito de nosso trabalho.

O conceito de proporção está presente em diversos contextos e problemas do nosso dia a dia, por isso os PCN's enfatizam a importância do desenvolvimento deste raciocínio no ensino fundamental.

“Neste ciclo, o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento: (...)

- Do raciocínio que envolva a proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:

observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade.”

(BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL)

Uma propriedade importante que decorre da definição 4 é dada na definição a seguir.

Definição 5 (Propriedade fundamental das proporções): Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Ou seja, dados os números a , b , c e d não nulos, com $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, temos: $a \cdot d = c \cdot b$. (Gay, Silva, 2018)

Esta propriedade tem aplicação em diversas situações, uma delas é em problemas onde uma das variáveis é desconhecida, chamados de problemas de valor ausente, como no exemplo a seguir.

Exemplo 3: Na Escola do Bairro, para cada 4 meninas há 5 meninos estudando. Se há 580 meninos matriculados, quantos alunos estudam na Escola do Bairro? (extraído de Castrucci, Júnior, 2018)

Chamemos de x o número total de meninas matriculadas na Escola do Bairro. Assim, montando a proporção e aplicando a propriedade fundamental, tem-se:

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{580} \rightarrow 5 \cdot x = 4 \cdot 580 \rightarrow 5 \cdot x = 2320 \rightarrow x = \frac{2320}{5} \rightarrow x = 464$$

Logo, o número total de meninas matriculadas na Escola do Bairro é 464. Portanto, somando o número total de meninas encontrado com o número total de meninos matriculados, tem-se que o número total de alunos que estudam na Escola do Bairro é $464 + 580 = 1044$.

Além da propriedade fundamental, existem outras propriedades interessantes que derivam da definição 5.

1ª propriedade: Em uma proporção, a soma dos dois primeiros termos está para o segundo (ou primeiro) termo assim como a soma dos dois últimos termos está para o quarto (ou terceiro) termo. (Marques, Silveira, 2008)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \text{ e } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

2ª propriedade: Em uma proporção, a diferença dos dois primeiros termos está para o segundo (ou primeiro) termo assim como a soma dos dois últimos termos está para o quarto (ou terceiro) termo. (Marques, Silveira, 2008)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \text{ e } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$$

3ª propriedade: Em uma proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes assim como cada antecedente está para o seu consequente. (Marques, Silveira, 2008)

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

4ª propriedade: Em uma proporção, a diferença dos antecedentes está para a diferença dos consequentes assim como cada antecedente está para o seu consequente. (Marques, Silveira, 2008)

$$\frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

2.2 RAZÃO E PROPORÇÃO NA BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que busca diminuir as desigualdades educacionais presentes em nosso país. Este documento apresenta um conjunto de aprendizagens essenciais que devem ser desenvolvidas pelos alunos e estar presente nos currículos de todas as escolas de educação básica do Brasil, abrangendo a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio. A elaboração da BNCC teve início no ano de 2015 e contou com a participação de diversos especialistas da área da educação e também da sociedade civil.

Este documento, além de trazer uma mudança na elaboração dos currículos escolares, interfere na formação dos professores oriundos dos cursos de licenciatura, nos programas de formação continuada e nos cursos de pós-graduação voltados para aqueles que atuam na educação básica.

Referência nacional para a formulação dos currículos dos sistemas e das redes escolares dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios e das propostas pedagógicas das instituições escolares, a BNCC integra a política nacional da Educação Básica e vai contribuir para o alinhamento de outras políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal, referentes à formação de professores, à avaliação, à elaboração de conteúdos educacionais e aos critérios para a oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da educação. (BRASIL, 2018, p. 8)

Além das aprendizagens essenciais, a BNCC tem como foco o desenvolvimento pelo aluno de dez competências que englobam conhecimentos, habilidades, atitudes e valores associadas ao dia a dia de nossa sociedade no que diz respeito a resolução de problemas, exercício da cidadania e o mundo do trabalho, conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1: Competências Gerais da Educação Básica

1	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de

	forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6	Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8	Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9	Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10	Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: BRASIL, 2018.

A ideia de razão, de acordo com a BNCC, é uma habilidade a ser introduzida e desenvolvida no aluno a partir do 5º ano do ensino fundamental e trabalhada também ao longo dos anos seguintes. A compreensão da definição de razão no 5º ano é formada através da resolução de problemas que envolve a divisão de uma quantidade em outras duas partes desiguais. No 6º ano a razão é trabalhada entre as partes e entre uma das partes com o todo nessa divisão. A partir do 7º ano o conceito de razão passa a ser associado a ideia de fração. Já no 9º ano, a BNCC recomenda que os problemas que envolvem o conceito de razão sejam trabalhados com a noção de grandezas proporcionais.

Figura 3: Habilidade de matemática no 5º ano do Ensino Fundamental

(EF05MA13) Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 4: Habilidade de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental

(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 5: Habilidades de matemática no 7º ano do Ensino Fundamental

(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 6: Habilidade de matemática no 9º ano do Ensino Fundamental

(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

Fonte: Brasil, 2018

No ensino médio a BNCC aconselha introduzir problemas que envolvem a razão entre grandezas de espécies diferentes.

Figura 7: Habilidade de matemática em qualquer ano do Ensino Médio

(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

Fonte: Brasil, 2018

Vinculado a ideia de proporcionalidade, a BNCC recomenda que esta deve ser articulada com outras ideias presentes no campo da matemática, chamadas de ideias fundamentais. São elas: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Com relação ao pensamento proporcional, a BNCC diz que:

“A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc.” (BRASIL, 2018, p. 268)

Como podemos ver, a noção de proporção deve ser introduzida e estudada em todas as unidades temáticas presentes na BNCC. Estas são: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística.

Assim como o conceito de razão, a ideia de proporcionalidade é desenvolvida como uma habilidade desde a educação infantil, a partir do 4º ano, perfazendo todo o ensino fundamental e chegando até ao final do ensino médio.

Figura 8: Habilidade de matemática no 4º ano do Ensino Fundamental

(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 9: Habilidade de matemática no 5º ano do Ensino Fundamental

(EF05MA12) Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 10: Habilidade de matemática no 5º ano do Ensino Fundamental

(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 11: Habilidade de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental

(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 12: Habilidade de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental

(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 13: Habilidade de matemática no 7º ano do Ensino Fundamental

(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 14: Habilidades de matemática no 8º ano do Ensino Fundamental

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 15: Habilidade de matemática no 9º ano do Ensino Fundamental

(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 16: Habilidade de matemática no 9º ano do Ensino Fundamental

(EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

Fonte: Brasil, 2018

Figura 17: Habilidades de matemática em qualquer ano do Ensino Médio

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

Fonte: Brasil, 2018.

2.3 CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS DE PROPORÇÃO

Conforme aponta De La Cruz (2013), todos os problemas de proporção podem ser classificados em dois tipos: (1º) problemas de valor ausente ou (2º) problemas de comparação. Problemas do primeiro tipo determinam que o estudante ache um valor ausente dados outros três. Problemas do segundo tipo abrange a comparação de duas razões dadas, podendo estas estarem relacionadas proporcionalmente ou não.

Ainda dentro dessas duas classificações, os problemas que envolvem o raciocínio de proporção se diferenciam com base em dois aspectos. São eles: o contexto em que o problema está envolvido e sua estrutura numérica. Alguns exemplos de contextos comuns em que o problema pode estar inserido são: taxas, semelhanças, misturas e parte-parte-todo. Na Tabela 2 a seguir, apresentamos alguns exemplos destes contextos.

Tabela 2: Contextos comuns para problemas de raciocínio proporcional

Contextos comuns	Exemplos
Taxas	Uma prensa de impressão leva exatamente 12 minutos para imprimir 14 dicionários. Quantos dicionários ele pode imprimir em 30 minutos?
Similaridades	Você deu à sua avó uma foto de 4 x 6, mas ela gostaria de aumentá-la para coincidir com as outras fotos penduradas na parede. Se ela aumentar o comprimento de 6 pol para 8 pol, qual seria a largura da foto ampliada?
Misturas	Se Suzie usar uma receita de limonada que pede 1 xícara de suco de limão para cada 2 xícaras de água, quantas xícaras de suco de limão ela precisaria para fazer limonada se estivesse usando 8 xícaras de água?
Parte-Parte-Todo	A classe da Sra. Levi tem 12 meninas e 18 meninos. Se houver a mesma proporção de meninas para meninos na escola que na classe da Sra. Levi e se houver 360 crianças na escola, quantos meninos haverá?

Fonte: (De La Cruz, p.15, 2013, tradução nossa).

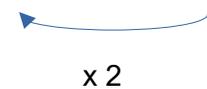
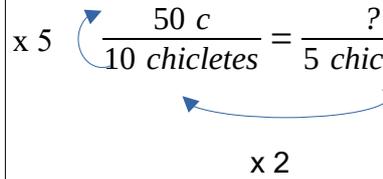
Os tipos de números, se são inteiros ou não-inteiros, pequenos ou grandes, e suas relações dentro do problema, se referem a sua estrutura numérica.

Assim como no contexto, os problemas podem ser classificados de acordo com o relacionamento das quantidades dentro de sua estrutura numérica.

“Existem quatro tipos diferentes de relacionamentos: (a) o fator de mudança entre as razões é um número inteiro, (b) o fator de mudança dentro da razão dada é um número inteiro, (c) ambos os fatores de mudança são inteiros, e (d) nenhum fator de mudança é um valor inteiro.” (De La Cruz, p.16, 2013, tradução nossa)

A Tabela 3 a seguir, extraída de De La Cruz (2013), apresenta alguns exemplos.

Tabela 3: Exemplos de subcategorias de problemas de valores omissos de acordo com a estrutura numérica.

Subcategorias	Exemplos	Estrutura numérica
(a) O fator de mudança nas proporções é um número inteiro	Se 10 chicletes custam 34 centavos, quanto custarão 5 chicletes?	$\frac{34 \text{ c}}{10 \text{ chicletes}} = \frac{?}{5 \text{ chicletes}}$ 
(b) O fator de mudança dentro da proporção dada é um número inteiro	Se 10 chicletes custam 50 centavos, quanto custarão 15 chicletes?	$\frac{50 \text{ c}}{10 \text{ chicletes}} = \frac{?}{15 \text{ chicletes}}$ 
(c) Ambos os fatores de mudança são inteiros	Se 10 chicletes custam 50 centavos, quanto custarão 5 chicletes?	$\frac{50 \text{ c}}{10 \text{ chicletes}} = \frac{?}{5 \text{ chicletes}}$ 
(d) Nenhum fator de mudança é um número inteiro	Se 10 chicletes custam 34 centavos, quanto custarão 15 chicletes?	$\frac{34 \text{ c}}{10 \text{ chicletes}} = \frac{?}{15 \text{ chicletes}}$

Fonte: (De La Cruz, p.16, 2013, tradução nossa).

2.4 PROBLEMAS DE PROPORÇÃO ABORDADOS EM LIVROS DIDÁTICOS NO BRASIL

Neste momento vamos fazer uma breve abordagem sobre os problemas presentes em alguns livros didáticos adotados pelas escolas brasileiras. Nosso foco será os livros de 7º ano do ensino fundamental, pois é neste ano onde o assunto de proporção é apresentado e trabalhado com mais profundidade aos alunos, apesar de a ideia de proporcionalidade ser introduzida a partir da

Educação Infantil, conforme aponta a BNCC. O objetivo deste levantamento é procurar saber como são os problemas abordados pelos livros, analisando a partir da classificação feita na seção anterior, ou seja, queremos saber quais tipos, quais os contextos abordados e qual a estrutura numérica desses problemas. Como objetivo específico, verificamos se os problemas de mistura são abordados e de que forma ela é feita nos livros didáticos.

O primeiro livro que consultamos foi “A conquista da matemática: 7º ano” de autoria de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci. A unidade 7 deste livro trata sobre grandezas proporcionais, onde apresenta os conceitos de razão, proporção e as regras de três simples e composta. Fazendo uma leitura do texto da unidade 7, encontramos exemplos de problemas de valor ausente em contexto de taxas e de parte-parte-todo e problemas de comparação em contexto de taxas em sua grande maioria. Quanto a estrutura numérica desses problemas, o fator de mudança entre as razões da proporção e entre os termos dentro de uma razão são sempre números inteiros. Quanto ao tamanho dos números, eles são pequenos e grandes. Em relação as atividades de proporção apresentadas, grande parte são problemas de valor ausente e problemas de comparação, ambos em contexto de taxas. Também encontramos problemas de valor ausente em contexto de similaridades. Um desses problemas consistiu em encontrar a área de um retângulo, dado o comprimento e variando sua largura.

A atividade 10, como mostra a Figura 18 e que se encontra na página 214 deste livro, é o único problema de valor ausente no contexto de mistura de líquidos que foi encontrado no estudo de proporção. Apesar disso, este problema não trabalha a comparação de misturas entre dois recipientes, e nem a soma de misturas de dois recipientes em proporções diferentes.

Figura 18: Problema de mistura de líquidos

10. Para fazer um refresco, mistura-se suco concentrado com água na razão de 3 para 5. Nessas condições, 9 copos de suco concentrado devem ser misturados a quantos copos de água?



Fonte: (Castrucci, Júnior, 2018)

O segundo livro que examinamos foi “Matemática: compreensão e prática – 7º ano” de autoria de Ênio Silveira. A proporcionalidade é abordada na unidade 8 deste livro, onde apresenta os conceitos de razão, proporção, a noção de grandezas proporcionais e a regra de três simples. Em geral, os exemplos encontrados na unidade 8 são em grande parte problemas de valor ausente em

contexto de taxas e alguns problemas de comparação. Assim como no livro anterior, a estrutura numérica desses problemas apresentam números inteiros como fator de mudança entre as razões da proporção e entre os termos dentro de uma razão. O tamanho dos números abordados nos exemplos são em geral, pequenos e grandes. Quanto as atividades de proporção propostas para os alunos resolverem, encontramos problemas de valor ausente e problemas de comparação, ambos em contexto de taxas.

Na página 192 deste livro, encontramos o seguinte e único problema de mistura apresentado na Figura 19.

Figura 19: Problema de mistura de líquidos

7 Uma mistura com 300 mℓ é formada por duas substâncias, A e B, tomadas em quantidades proporcionais a 3 e 7, respectivamente. Quantos mililitros de cada substância são utilizados para formar a mistura?

Fonte: (Silveira, 2018)

Como no livro anterior, esta atividade é um problema de valor ausente e não aborda a comparação de recipientes com misturas em proporções diferentes e nem a soma de misturas de dois recipientes.

O último livro didático pesquisado foi “Matemática Bianchini: 7º ano” de autoria de Edwaldo Bianchini. Razão e proporção são conceitos apresentados no capítulo 8 deste livro, bem como a noção de grandezas de mesma natureza e de naturezas diferentes. Grandezas proporcionais e as regras de três simples e composta, são abordadas no capítulo 9. Comparando com os dois primeiros livros examinados, este último livro possui menos exemplos e destes, quase que todos são problemas de valor ausente em contexto de taxas. Assim como nos dois primeiros livros, a estrutura numérica desses problemas apresentam números inteiros como fator de mudança entre as razões da proporção e entre os termos dentro de uma razão. O tamanho dos números nos exemplos apresentados são pequenos e grandes em geral. Já os exercícios de proporção propostos no capítulo 8, encontramos problemas de valor ausente em contextos de taxas, de parte-parte-todo, de similaridades e problemas de comparação em contexto de taxas. Diferentemente dos dois primeiros livros, não encontramos nenhum problema em contexto de mistura de líquidos.

Como podemos observar, problemas em contexto de mistura de líquidos são poucos ou não abordados nos livros didáticos. Além disso, dos problemas encontrados, nenhum deles trabalha a

comparação no contexto de mistura de líquidos com dois recipientes e com proporções diferentes, problema esse proposto nas atividades deste trabalho.

Problemas de proporção no contexto de mistura de líquidos, são de grande importância e facilmente encontrados no cotidiano do aluno e de qualquer pessoa. É de fundamental importância que estes problemas sejam abordados nos livros didáticos e nas salas de aula, das mais variadas formas possíveis.

2.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE RAZÃO E PROPORÇÃO

Neste item vamos abordar alguns trabalhos de dissertação do PROFMAT que versam sobre o ensino e aprendizagem de razão e proporção. O propósito aqui é apresentar o que já foi pesquisado pelos alunos que passaram pelo programa, apresentar os objetivos perseguidos e observar o que foi tratado sobre problemas de misturas de líquidos, mostrando assim a importância deste tema.

A primeira dissertação analisada tem como título “O processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de razão e proporção mediado pela atividade orientadora de ensino na educação básica” de autoria de Jefferson Kelson Cavalcante Rodrigues Oliveira. Neste trabalho, Oliveira (2019) tem como objetivo utilizar Atividade Orientadora de Ensino como um instrumento auxiliar para o ensino e aprendizagem de razão e proporção, observando se os alunos terão uma maior compreensão destes conteúdos. Tais atividades foram desenvolvidas através de histórias virtuais e baseadas em situações problemas. Em seu texto, o autor aborda a questão 142 do ENEM – 2017 do 2º Dia Caderno 6 – Cinza – 1º Aplicação, que diz sobre a venda de um suco preparado a base de $\frac{2}{3}$ polpa de morango e $\frac{1}{3}$ de polpa de acerola. Tal questão é um problema de proporção no contexto de mistura de líquidos, mas o autor não utilizou este contexto em nenhuma de suas atividades propostas na dissertação.

A segunda dissertação tem como título “Elaboração de atividades para a introdução do conceito de razão e proporção: com análise dos professores da rede pública de ensino” de autoria de Alex Brandão de Almeida. O objetivo desta dissertação é a produção de atividades com sentido lúdico na intenção de construir o conhecimento baseado nas experiências passadas e futuras que possam ser vivenciadas pelos estudantes. Tais atividades apresentadas são partes de um conjunto de atividades sobre razão e proporção do 7º ano do projeto MatDigital. Este projeto é um livro didático

em formato digital que inicialmente era chamado de LDEF-SBM, conduzido pela Sociedade Brasileira de Matemática, e contou com a colaboração de professores de diversos estados do Brasil. A atividade 12 é um problema, e único, no contexto de mistura de líquidos e que pode ser classificada como um problema de valor ausente, pois é pedido ao aluno que preencha uma tabela com a quantidade de copos de água e de polpa de fruta (caju, maracujá e abacaxi) para se preparar uma jarra de suco com 10 copos, seguindo algumas orientações. Para essa atividade, o autor recomenda as seguintes orientações ao professor:

“Orientações: Professor, nesta atividade pretende-se explorar a comparação por razão, ainda sem introduzir a nomenclatura “razão”. Mais adiante, vamos retomar esta atividade para explorar a razão nela envolvida.

Aqui, vamos relacionar grandezas através da multiplicação, a princípio, sem preocupação com unidades de medidas. Além disso, vamos mostrar ao aluno a situação “tantas partes de... para outras tantas partes de...”, retomando o Método de Singapura para interpretação da expressão. O aluno deve, ainda, ser capaz de conseguir associar essa expressão a algumas frações e explicar o sentido da fração no contexto do problema. (ALMEIDA, 2014)

Apesar de o autor recomendar a exploração da comparação nesta atividade, não podemos classificá-la como um problema de comparação, pois como vimos, problemas de comparação envolve a comparação de duas razões dadas e aqui, a comparação é por razão e não entre as razões dadas.

Para a resolução da Atividade 12, Almeida (2014) utiliza o Método de Singapura, onde é utilizado barrinhas para representar as quantidades reais dos objetos, como mostra a Figura 20.

Figura 20: Uso do Método de Singapura na resolução da Atividade 12



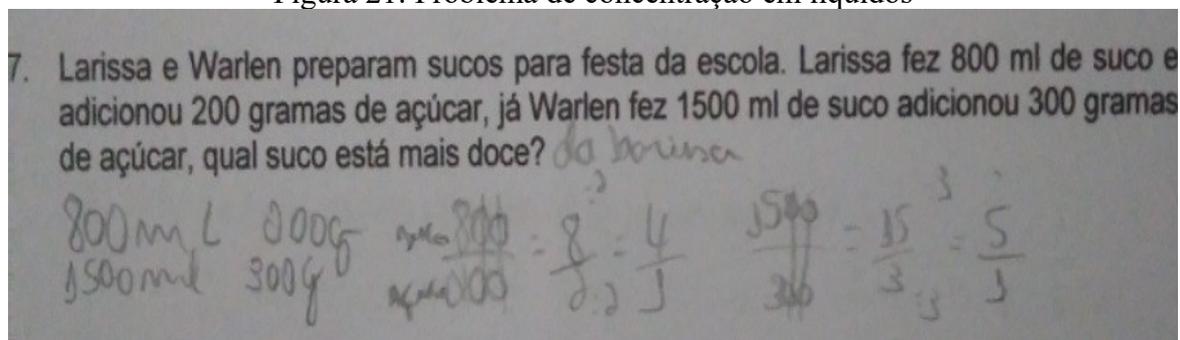
Fonte: (Almeida, 2014)

Não identificamos nesta atividade a comparação de duas misturas em proporções diferentes. Apesar de acharmos interessante a aplicação do Método de Singapura para a representação das quantidades de água e polpa de suco em cada jarra, não identificamos uma interatividade em termos

de tecnologias digitais durante a resolução do problema com a utilização do método no texto do autor.

A dissertação de Cássio Lima Vargas tem por título “A resolução de problemas como metodologia de ensino de razão e proporção”. O objetivo do referido trabalho é investigar como a metodologia de ensino da Resolução de Problemas pode ter efeito no aprendizado de Razão e Proporção. O autor propõe um guia, ou conjunto de orientações, para trabalhar a Resolução de Problemas no desenvolvimento do conteúdo proposto. Para isso, o autor realiza um experimento para abordar essa metodologia que consiste em 3 etapas: observação inicial, desenvolvimento e *feedback* dos alunos. Na etapa do desenvolvimento, encontramos o seguinte problema que envolve o conceito de concentração em líquidos e aplicado em sala de aula pelo pesquisador.

Figura 21: Problema de concentração em líquidos



Fonte: (Vargas, 2020)

Podemos classificar o problema da Figura 21 como um problema de proporção no contexto de mistura de líquidos, pois no preparo do suco há uma mistura de suco com açúcar, duas matérias, apesar do açúcar não ser um líquido. Este problema é classificado como um problema de comparação porque pede-se ao aluno que responda qual suco está mais doce e para isso, ele deve comparar as duas razões que são encontradas no preparo de cada suco. Mais especificamente, o aluno deve comparar em qual mistura há uma maior quantidade de açúcar em relação a quantidade total de elementos na mistura. Apesar de a questão ser interessante e abordar problemas de mistura, não encontramos o uso de tecnologias digitais na aplicação desta e de outras atividades propostas no trabalho.

Destacamos os trabalhos anteriores, por eles abordarem problemas de mistura de líquidos nas atividades propostas pelos autores. Realizando um breve levantamento no site do PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), na parte de dissertações, não encontramos trabalhos que abordam o ensino de proporção com o uso do Geogebra, que é a nossa proposta de trabalho, e tampouco com foco em problemas de mistura de líquidos.

Conforme podemos observar aqui, há um esforço por parte dos autores em apresentar novas abordagens e métodos de se trabalhar o conteúdo de razão e proporção, bem como a resolução de problemas deste assunto em sala de aula, mostrando assim a relevância do tema. Este é um conteúdo considerado de difícil assimilação para os alunos e os problemas no contexto de mistura de líquidos possuem uma dificuldade ainda maior para se compreender as relações proporcionais envolvidas, conforme aponta De La Cruz (2013).

3 GEOGEBRA COMO FERRAMENTA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

3.1 GEOGEBRA

O Geogebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2001, sendo fruto de um projeto que começou na Universidade Austríaca de Salzburg e que posteriormente foi continuado pela Universidade Atlântica da Flórida nos Estados Unidos. É um software de matemática dinâmica gratuito e utilizado em diversos países ao redor do mundo para o ensino de matemática desde o nível fundamental até o superior.

O software é uma excelente ferramenta didática para o professor de matemática, tornando as aulas mais práticas e dinâmicas ao aproximar o aluno do conteúdo devido à interatividade que o Geogebra proporciona. Tarefas em que os alunos tenham um grau de dificuldade maior para se encontrar a solução, podem ser superadas com o auxílio do software através da experimentação e investigação.

“O uso do Geogebra pode criar um ambiente favorável a superação de dificuldades relacionadas à construção de conceitos e ideias matemáticas. Para isso, é necessário que se explore o seu caráter dinâmico e sejam propostas tarefas que favoreçam a investigação matemática.” (Cyrino, Baldini, 2012)

A BNCC também reforça o desenvolvimento no educando de habilidades relacionadas ao uso da tecnologia para apreensão do conhecimento e promoção de novas formas de aprendizagem. Por isso, é de suma importância a adoção de ferramentas como o Geogebra para o ensino e aprendizagem de matemática e o professor deve estar preparado para saber lidar e utilizar essas ferramentas na sua prática de sala de aula.

Contudo, também é imprescindível que a escola compreenda e incorpore mais as novas linguagens e seus modos de funcionamento, desvendando possibilidades de comunicação (e também de manipulação), e que eduque para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital. Ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a

aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes. (BRASIL, 2018)

Todo esse ambiente gerado por essa tecnologia educacional abre uma oportunidade para promover as habilidades do Pensamento Computacional no aluno. Representação de Dados, Abstração, Simulação e Transformação, como veremos mais adiante, são algumas das habilidades computacionais que podem ser trabalhadas com o Geogebra.

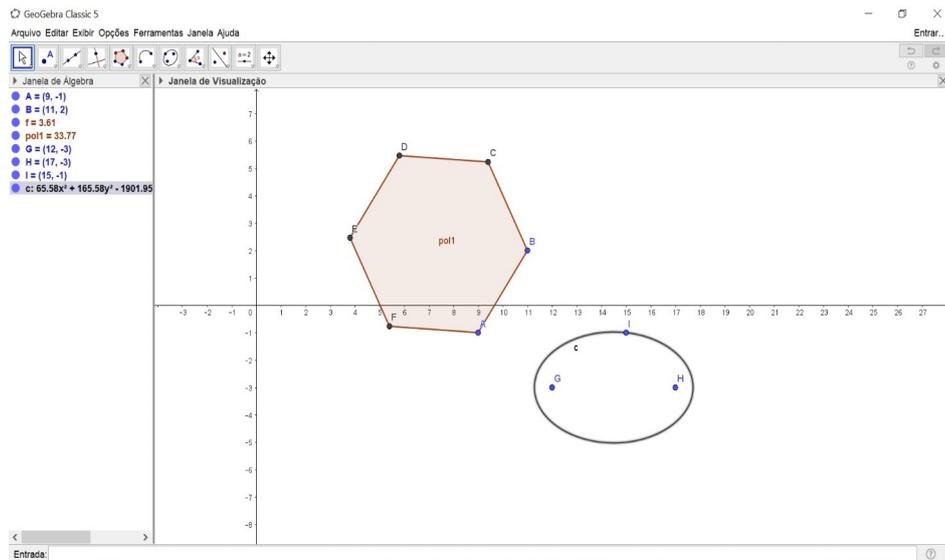
Esses softwares também criam possibilidades de fazer conjecturas, experimentar, simular; como debatem Richit, Mocrosky e Kalinke (2015) dizendo que o uso de tecnologias nas práticas pedagógicas em matemática pode levar os estudantes a produzir conhecimentos que podem favorecer a compreensão. (Lemke, Silveira, Siple, 2016)

E segundo Richit, Mocrosky e Kalinke (2015. p.134, apud LEMKE, SILVEIRA, SIPLE, 2016, p. 4) “envolvem aspectos como a visualização, a simulação, o aprofundamento do pensamento matemático, a elaboração de conjecturas e validações por parte dos alunos, entre outros.”

3.2 UM POUCO SOBRE O GEOGEBRA

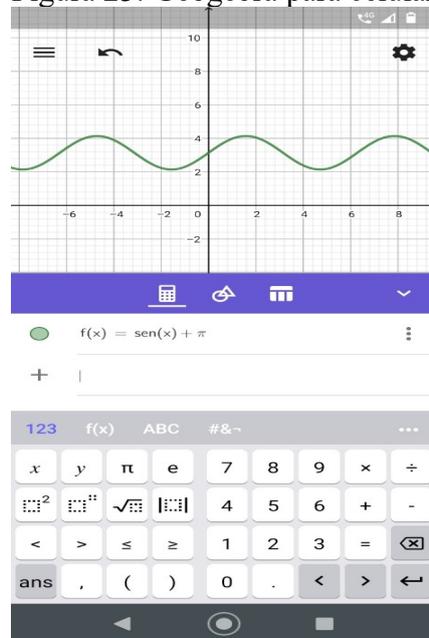
O programa reúne ferramentas de geometria, álgebra, estatística, tabelas e também CAS (sistema de computação algébrica). Ele pode ser baixado e instalado tanto em computadores, como em tablets e celulares.

Figura 22: Geogebra para computador



Fonte: próprio autor

Figura 23: Geogebra para celular

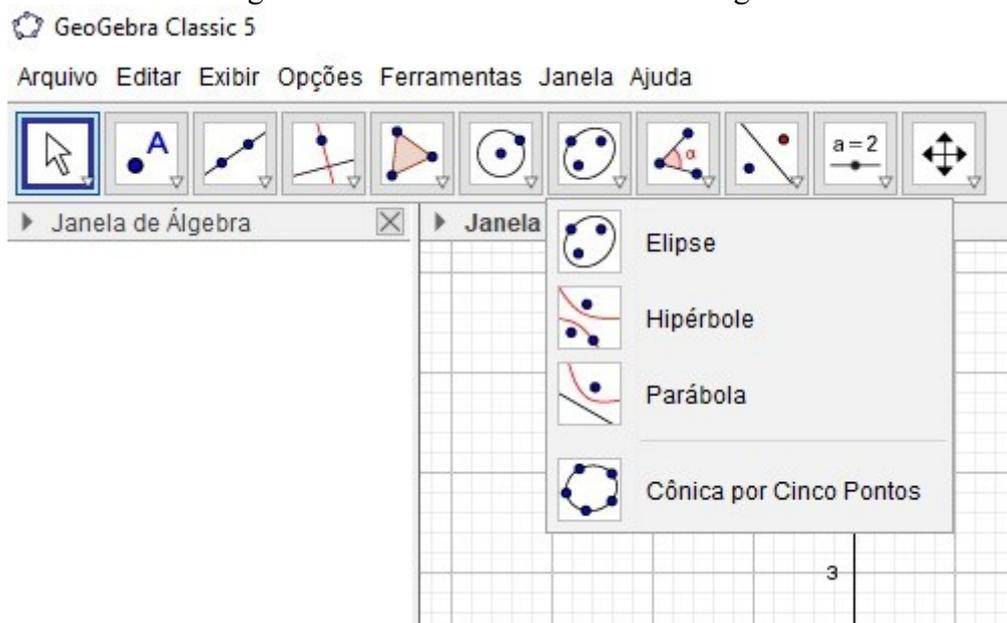


Fonte: próprio autor

O software também possibilita sua utilização de forma online através do site https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT, versão em português.

Com o Geogebra é possível realizar cálculos complexos através do CAS e construir gráficos de funções mais simples até as mais complicadas, tanto no plano como em três dimensões (3D). O software possui uma interface simples e na barra de ferramentas, que fica na parte superior da tela, podemos encontrar diversos objetos geométricos como ponto, retas, segmentos de reta, vetor, polígonos e também as cônicas como elipse, hipérbole e parábola.

Figura 24: Barra de ferramentas do Geogebra

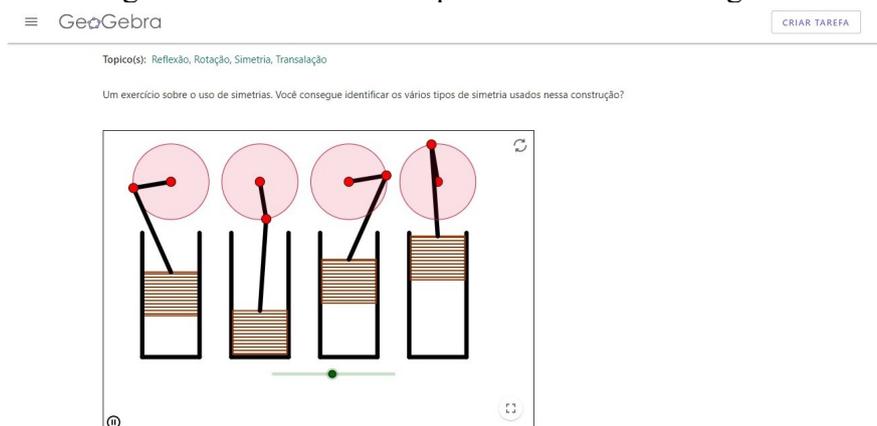


Fonte: próprio autor

Há outras ferramentas além das mencionadas acima. Na parte inferior da tela também há um campo de entrada onde podemos inserir as fórmulas do objeto desejado, como funções, equações, etc. Com todo esse aparato que o software proporciona, é possível construir qualquer objeto geométrico, seja no plano ou em três dimensões.

Como exemplo, na figura 25 temos uma simulação de um motor de 4 tempos construída e animada com o Geogebra. Esta atividade aborda o uso de simetria nos objetos.

Figura 25: Motor de 4 tempos construído no Geogebra

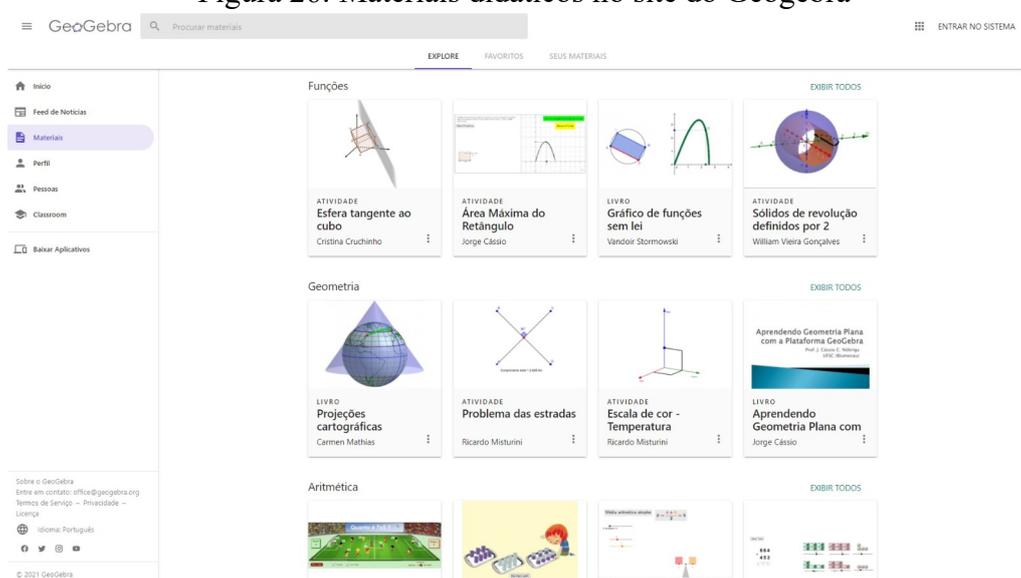


Fonte: próprio autor

Além do Geogebra permitir a construção de aplicativos e atividades educacionais que podem ser compartilhadas na internet, o software também possui um repositório

(<https://www.geogebra.org/materials>) onde esses materiais didáticos podem ser encontrados e disponibilizados.

Figura 26: Materiais didáticos no site do Geogebra



Fonte: próprio autor

Como dissemos na seção anterior, o Geogebra traz diversos benefícios para as aulas de matemática. Ela torna o aprendizado dos alunos mais dinâmico, pois oferece aos professores e alunos essa interatividade com os objetos matemáticos através da construção e manipulação. Tudo isso favorece um ambiente de aprendizagem ativa e significativa aos alunos, conforme aponta Leite (2014, p. 17):

De uma forma mais simplificada, a aprendizagem ativa começa “de modo concreto, pela manipulação e o movimento de todo o corpo.” (Hohmann, Banet e Weikart, 1984:175). Ao longo do tempo e com o aumento dos momentos de manipulação a criança vai-se familiarizando com o objeto conseguindo referi-lo apenas simbolicamente através da fala, do desenho ou até do seu reconhecimento pela audição mesmo sem o ver (Hohmann, Banet e Weikart, 1984). Deste modo a criança efetua a evolução da noção do objeto como concreto para o abstrato.

4 PENSAMENTO COMPUTACIONAL E O ENSINO DE PROPORÇÃO

4.1 PENSAMENTO COMPUTACIONAL

“O pensamento computacional é uma habilidade fundamental para todos, não apenas para cientistas da computação. Para ler, escrever e aritmética, devemos adicionar o pensamento computacional à capacidade analítica de cada criança” (WING, 2006). Conforme a citação anterior, de seu artigo publicado em 2006 de título *Computational Thinking*, Jeannette Wing defende que a linguagem do Pensamento Computacional deve ser incluída prematuramente na rotina do ser humano.

Neste trabalho, Wing associa palavras como pré-busca, armazenamento em cache, retroceder, algoritmos online, modelagem de desempenho e outras a tomadas de decisões que realizamos em situações de nosso dia a dia, como escolher as coisas que você deve colocar na mochila ao ir para a escola ou a fila que temos a tendência de escolher quando estamos em um supermercado, por exemplo. Em várias tarefas do nosso cotidiano estamos inconscientemente executando o Pensamento Computacional.

Mas o que é esse “Pensamento Computacional”? No referido artigo, Wing discute vários aspectos resultantes desse pensamento. Ela não chega a defini-lo claramente, mas argumenta ao longo do texto sobre o que é e o que não é Pensamento Computacional. Um de seus argumentos diz que esse pensamento é “Uma maneira que os humanos, não os computadores, pensam. O pensamento computacional é uma maneira pela qual os humanos resolvem problemas; não é tentar fazer os humanos pensarem como computadores.”(WING, 2006).

A cientista associa diversas habilidades provenientes desse conceito ao lidar-se com situações-problema, não só no campo da ciência da computação, mas também em outras áreas como biologia e estatística. Wing defende que professores da área de computação deveriam ofertar um curso chamado “Maneiras de pensar como um cientista da computação” para calouros de outros cursos de graduação, não apenas para quem cursa ciência da computação (WING, 2006).

Conforme Brackmann (2017) aponta, Wing publica ainda outros trabalhos em 2007, 2010 e 2014 exemplificando e definindo o Pensamento Computacional em mais de uma forma. Este

pesquisador ainda cita trabalhos de diversos autores que abordam e definem este conceito de formas distintas. Diante deste fato, após um longo processo de avaliação e apoiado por cerca de 700 professores da área de Computação, em 2011 foi divulgada a definição operacional de PC pela International Society for Technology in Education (ISTE) em conjunto com a Computer Science Teachers Association (CSTA) (BRACKMANN, 2017).

Brackmann menciona ainda que, mesmo após essa definição existem dúvidas sobre o que realmente significa o Pensamento Computacional. Sendo assim, ele propõe que:

“O Pensamento Computacional é uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de identificar e resolver problemas, de maneira individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente.” (BRACKMANN, 2017)

Com isso, concordamos com a definição acima e que também vai de encontro com a qual Wing e mais dois pesquisadores propuseram no ano de 2010: “O pensamento computacional é o processo de pensamento envolvido na formulação de problemas e suas soluções para que as soluções sejam representadas de uma forma que possam ser efetivamente realizadas por um agente de processamento de informações” (Wing, 2010).

O Pensamento Computacional possui diversas habilidades que podem beneficiar o estudante no seu processo de aprendizagem e também na resolução de problemas de matemática. Para o ensino de proporção, isso não é diferente. Seu conceito, suas propriedades e as relações proporcionais presentes nos problemas, podem não só se beneficiarem desse pensamento como também podem ajudar a promovê-lo.

Em nosso texto, nos deparamos com alguns exemplos em que podemos fazer o emprego desse pensamento. Voltemos ao exemplo 2 e vejamos como as habilidades do Pensamento Computacional estão impregnadas durante o processo de resolução do problema.

Exemplo 2: Na Escola do Bairro, para cada 4 meninas há 5 meninos estudando. Se há 580 meninos matriculados, quantos alunos estudam na Escola do Bairro? (extraído de Castrucci, Júnior, 2018)

A pergunta que devemos responder é “quantos alunos estudam na Escola do Bairro?”. Para isso, a primeira habilidade do Pensamento Computacional que pode ser útil e ajuda a simplificar o problema é a “Decomposição”. Para responder essa pergunta, devemos “decompor” o problema em um problema menor. O total de alunos dessa escola é a soma total do número de meninas com o

total do número de meninas matriculadas. Como o problema já te dá o número total de meninos matriculados, o problema que devemos resolver é encontrar o número total de meninas matriculadas.

Outras duas habilidades que podemos utilizar para resolvermos esse problema menor são a “Abstração” e “Representação de dados”. Nos é dada a razão de meninas para meninos e o total de meninos matriculados. “Abstraindo” essas informações e “representando esses dados” em forma de proporção, precisamos de mais um dado que é o número total de meninas matriculadas na Escola do Bairro. Como não temos esse dado, chamemos ele de x e assim montamos a proporção $\frac{4}{5} = \frac{x}{580}$. Assim, aplicando a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{580} \rightarrow 5 \cdot x = 4 \cdot 580 \rightarrow 5 \cdot x = 2320 \rightarrow x = \frac{2320}{5} \rightarrow x = 464$$

Com o problema menor resolvido e de posse do número total de meninos matriculados dado pelo problema, encontramos assim o número total de alunos que estudam na Escola do Bairro, que é $464 + 580 = 1044$.

Por fim, podemos utilizar mais uma habilidade e criar um “Algoritmo” que pode ser utilizado para resolver problemas semelhantes a esse, ou seja, que tenham as mesmas etapas utilizadas no processo de resolução. Essas semelhanças podem ser de estrutura numérica, como a variação da quantidade de meninos e meninas matriculadas na escola, ou se diferenciarem pela pergunta a ser respondida como por exemplo, “qual o número total de meninas matriculadas nessa escola?” ou “há mais meninos ou meninas nessa escola?”.

O exemplo 2 acima é apenas um de muitos outros em que podemos utilizar as habilidades do Pensamento Computacional no processo de resolução de problemas de matemática. Problemas como esses, onde o contexto é uma situação da vida real, ajudam a promover no aluno esse pensamento, desde que o professor planeje as atividades de forma que o contemple, como aponta Pangkariya e Poonpaiboonpipat (2020).

Esses problemas são consistentes com os subelementos do pensamento computacional. Os pesquisadores então estudaram práticas de ensino e aprendizagem que promovem o pensamento computacional, e Palts e Pedaste (2020) propuseram um modelo de gestão da aprendizagem que promove o pensamento computacional, organizando as atividades de uma forma que permita aos alunos analisar os problemas. (Pangkariya, Poonpaiboonpipat, 2020)

4.2 PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA EDUCAÇÃO

No campo educacional, diversos esforços vem sendo empregados para inserir o Pensamento Computacional na educação básica. Wing (2010) comenta sobre alguns desses empenhos. No capitólio dos Estados Unidos em maio de 2009, por exemplo, representantes do pensamento da ciência da computação se reuniram com o objetivo de incluir essa ciência nos programas educacionais financiados pelo governo federal com foco no STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática). Outro evento que acontece anualmente é a Semana de Educação em Ciência da Computação (CSEdWeek), cujo início ocorreu em dezembro de 2009 e que incentiva os alunos do ensino básico a aprender ciência da computação, além de defender e promover a contribuição da comunidade escolar para a área. Empresas como Google e Microsoft, também semearam esse pensamento oferecendo suporte à Carnegie Mellon University, uma universidade privada dos Estados Unidos, para a realização de workshops de verão para professores do ensino médio a partir do ano de 2006. Este projeto foi propagado para outras escolas dos Estados Unidos e também para outros continentes, conforme aponta Wing (2010).

Atualmente há diversos sites disponíveis na internet onde é possível aprender mais sobre o assunto. O site Exploring Computational Thinking, disponível no endereço <https://edu.google.com/resources/programs/exploring-computational-thinking/>, por exemplo, oferece um curso online de Pensamento Computacional para educadores, planos de aulas, vídeos e outros recursos, para apoiar os profissionais que desejam incluir o Pensamento Computacional em sua prática de trabalho. Outro site é o Computer Science without a computer, disponível em www.csunplugged.org, que oferece uma coleção de materiais didáticos, como jogos e quebra cabeças, de forma gratuita com o objetivo de ensinar Ciência da Computação.

No Brasil, os esforços para a implementação do Pensamento Computacional no ensino básico tem ficado a cargo da Sociedade Brasileira de Computação (SBC) que tem dialogado junto ao Ministério da Educação (MEC) e propondo modificações no texto inicial da Base Nacional Curricular Comum, a fim de considerar a Computação como uma área de conhecimento, já que o texto inicial da BNCC não a citava (Brackmann, 2017).

O documento de área da Ciência da Computação publicado pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) em 2016, apresenta como era a imagem dos cursos de pós-graduação em Ciência da Computação no Brasil naquele ano. Este texto apresenta como proposta a inserção do ensino de Ciência da Computação no ensino fundamental e médio, justificando o fato desta ciência se relacionar com todas as demais áreas de conhecimento, inclusive

a educação. O documento afirma que os conceitos básicos da Ciência da Computação “serão tão importantes para a vida na sociedade contemporânea quanto conhecimentos básicos de Matemática, Filosofia, Física, dentre outras ciências” (NAVAUX, CÁCERES, ZORZO, 2016).

Sendo a resolução de problemas um dos objetos de estudo da Ciência da Computação e problemas estes que podem ser também de contexto educacional, a diretoria de avaliação da CAPES entendeu que:

“o ensino da Ciência da Computação deva ser estimulado desde o ensino fundamental, a exemplo de outras ciências. Estas são questões muito importantes para que no futuro tenhamos cidadãos qualificados capazes de responder aos grandes desafios que se apresentam à humanidade.” (NAVAUX, CÁCERES, ZORZO, 2016)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática para o segundo ciclo do ensino fundamental também recomendam que as aulas de matemática devem favorecer o uso e o conhecimento das tecnologias. Conhecimento não apenas formativo, mas em termos de estrutura, funcionamento e linguagem, apontando sua importância e aplicação em diversos contextos na sociedade.

É esperado que nas aulas de Matemática se possa oferecer uma educação tecnológica, que não signifique apenas uma formação especializada, mas, antes, uma sensibilização para o conhecimento dos recursos da tecnologia, pela aprendizagem de alguns conteúdos sobre sua estrutura, funcionamento e linguagem e pelo reconhecimento das diferentes aplicações da informática, em particular nas situações de aprendizagem, e valorização da forma como ela vem sendo incorporada nas práticas sociais. (BRASIL, p. 46)

Em linha com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o segundo ciclo do ensino fundamental, o PCN para o ensino médio também reforça a importância e o efeito que as tecnologias possuem na vida social. Assim, o documento aponta para um ensino diferenciado de Matemática que favoreça ao aluno o desenvolvimento de habilidades para lidar com essas novas ferramentas.

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO E CULTURA, p. 41)

Tais habilidades a serem desenvolvidas, conforme aponta o PCN, vão de encontro com as habilidades propostas pelo Pensamento Computacional que desenvolvem no aluno, diversas competências para resolução de problemas que vão muito além do que simplesmente utilizar softwares e computadores.

Brackmann (2017) aponta três competências, das dez competências gerais que os estudantes devem desenvolver na educação básica, que estão em consonância com o Pensamento Computacional e são propostas pela BNCC. São elas (MEC, 2018):

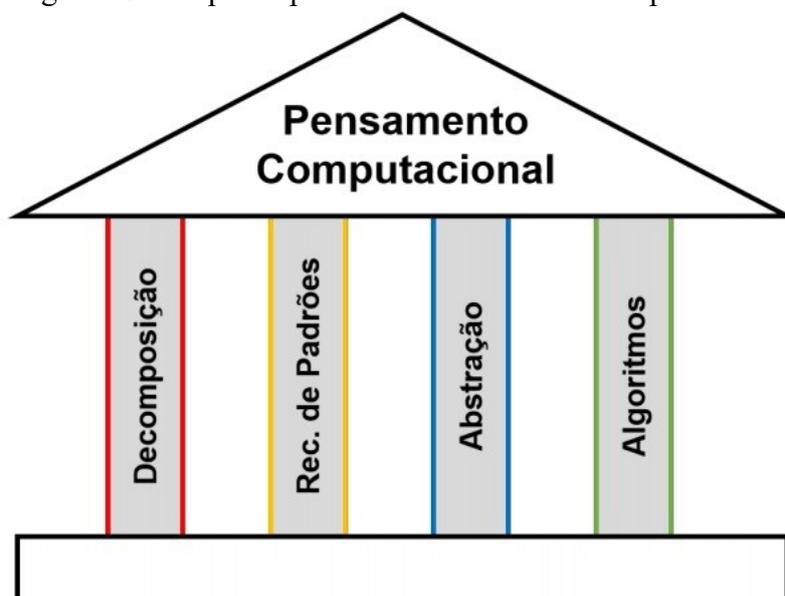
- Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas;
- Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo;
- Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

No Brasil temos o site www.computacional.com.br, voltado para a difusão e apoio a implementação do Pensamento Computacional nas escolas de educação básica do país. Neste site podemos encontrar notícias sobre projetos, apresentações de trabalhos, eventos e vários documentos sobre Pensamento Computacional como teses, artigos, trabalhos e etc. Também é possível encontrar diversas atividades que tem por objetivo o desenvolvimento do Pensamento Computacional nas crianças e jovens em idade escolar. O site é mantido pelo professor Doutor Christian Puhlmann Brackmann, professor efetivo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFAR) e atuante na área da computação.

4.3 HABILIDADES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Diversas são as habilidades do Pensamento Computacional que podem ser desenvolvidas durante o processo de ensino e aprendizagem ao aluno, principalmente na resolução de problemas de matemática. Brackmann (2017) aponta que durante a resolução de problemas o Pensamento Computacional utiliza o que ele chama de “quatro pilares”. São eles: Decomposição, Reconhecimento de Padrões, Abstração e Algoritmos.

Figura 27: Os quatro pilares do Pensamento Computacional



Fonte: (Brackmann, 2017)

Quebrar um problema em partes menores é o que chama-se de Decomposição. Um problema complexo pode ser decomposto em partes pequenas e estas podem ser mais fáceis de serem resolvidas, de se tentar uma estratégia de solução mais imediata. O contrário disso, não decompor, torna o trabalho mais árduo e difícil de se empregar uma estratégia de ataque ou mesmo de enxergar objetos que podem ser determinantes para a solução do problema.

Observar estruturas semelhantes, estabelecer uma relação de equivalência entre o problema com outros problemas em que você já conhece a solução e tem experiência em resolvê-los, chama-se de Reconhecimento de Padrões. Isso dá ao solucionador um ganho de tempo para resolver problemas, pois a solução de um problema conhecido pode ser adaptada para o problema que está se querendo resolver.

Se concentrar nos detalhes que julgamos importantes e desviar os olhos daquilo que não é necessário em nossa estratégia de solução é o que chamamos de Abstração. Abstrair é ser seletivo nas informações dadas pelo problema, é buscar aquilo que é útil e focar naquilo que é essencial, ignorando aquilo que é secundário ou mesmo descartável.

Por fim, temos o Algoritmo. Ele pode ser pensado como uma receita de bolo. Ele te dá os ingredientes que você precisa e o conjunto ordenado de passos para se chegar no resultado final esperado. O Algoritmo elenca os outros três pilares, pois eles fazem parte de alguma etapa da solução do problema. Qualquer pessoa de posse do Algoritmo tem a capacidade de resolver o problema, pois ela terá acesso a tudo aquilo que é importante e necessário para resolvê-lo, bem como a sequência que deve ser seguida para alcançar o objetivo.

Além dos “quatro pilares”, Brackmann (2017) elenca algumas características que julgamos importantes e que advém do Pensamento Computacional.

- Identificar, analisar e implementar as soluções possíveis com o objetivo de conseguir a combinação mais eficiente e eficaz de etapas e recursos;
- Reformular um problema de grande dificuldade para que se possa resolvê-lo (redução, incorporação, transformação ou simulação);
- Escolher a representação ou modelagem apropriada com aspectos importantes do problema para facilitar sua manipulação;
- Interpretar o código como dados e dados como código;
- Usar abstração e decomposição na solução de uma tarefa complexa;
- Avaliar a simplicidade e elegância de um sistema;
- Pensar de forma recursiva;
- Verificar o padrão, utilizando generalização da análise dimensional;
- Prevenir, detectar e recuperar das piores situações com a utilização de redundância, contenção de danos e correção de erros;
- Modularizar antecipadamente e pré-carregar necessidades dos usuários;
- Prevenir congestionamentos e impasses (*deadlocks*), além de evitar condições de corrida ao sincronizar reuniões;
- Utilizar a Inteligência Artificial para a resolução de problemas específicos ou complexos;
- Formular problemas de modo que seja possível usar o computador e outras ferramentas para ajudar a resolvê-los;
- Organizar e analisar dados de forma lógica;
- Automatizar soluções através do pensamento algorítmico;
- Generalizar e transferir esse processo de resolução de problemas para uma grande variedade de problemas. (Brackmann, 2017)

5 PROBLEMAS DE MISTURA DE LÍQUIDOS: ATIVIDADES QUE PROMOVEM O PENSAMENTO COMPUTACIONAL A PARTIR DO USO DO GEOGEBRA

5.1 APRESENTAÇÃO

Em face do que vimos no capítulo 4 e também discutido ao longo deste texto, apresentaremos agora três atividades cujo objetivo é promover o Pensamento Computacional nos alunos através do conteúdo de proporção. Tais atividades são problemas de proporção no contexto de mistura de líquidos e serão trabalhadas com o auxílio do software Geogebra.

Conforme De La Cruz (2013) menciona, contextos de similaridade e de mistura de líquidos são os mais difíceis para o aluno compreender as relações proporcionais envolvidas e o Geogebra pode ajudar nessa tarefa, pois acreditamos, como objetivo específico, que o software pode auxiliar na compreensão do conceito e suas relações nesse tipo de problema, além de potencializar o desempenho dos alunos com a aplicação das habilidades do Pensamento Computacional proporcionando uma aprendizagem ativa ao estudante.

Tais atividades apresentadas proporcionam o desenvolvimento das seguintes competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental, propostas pela BNCC, e que incorporam o uso de tecnologias digitais e o Pensamento Computacional.

“5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).” (Brasil, 2018, p. 267)

As competências específicas 4 e 5 de matemática para o Ensino Médio da BNCC, também vão nessa linha.

“4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.” (Brasil, 2018, p. 531)

As atividades foram elaboradas em uma sequência gradativa de dificuldade para que o aluno primeiro se familiarize com o contexto e entenda o objetivo a ser alcançado pelas tarefas. Na primeira atividade, foram dados dois copos com misturas de óleo e água na mesma proporção e sem a utilização dos controles deslizantes no Geogebra. Na segunda e terceira atividade, os copos já possuem misturas com proporções diferentes e o aluno deve utilizar os controles deslizantes para responder as questões dadas.

Todas as atividades estão disponibilizadas de forma online no repositório de materiais do autor no site do Geogebra e os alunos podem ter acesso a cada uma delas através de um link. Em cada uma delas também há um link onde o aluno é direcionado a um formulário, também online e criado no Google Forms, onde contém as perguntas proposta para cada tarefa.

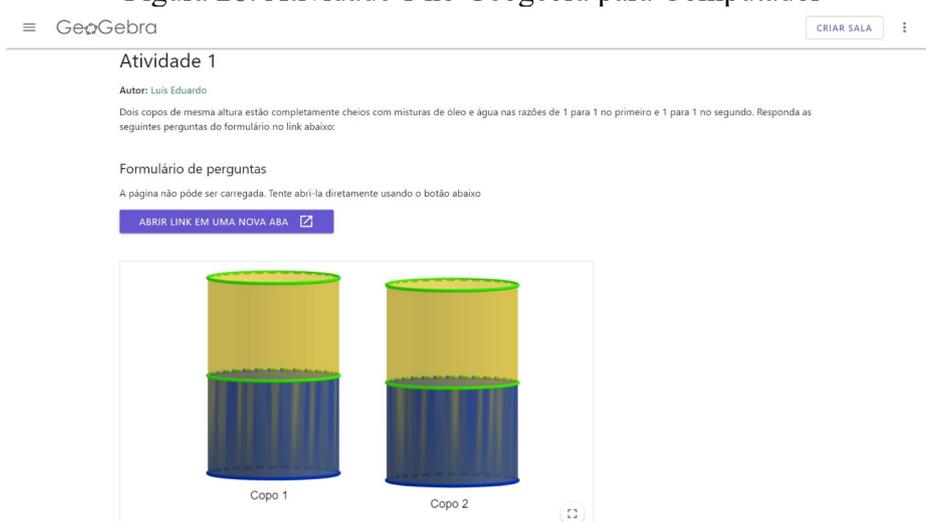
A seguir, descreveremos com mais detalhes cada uma destas atividades.

5.2 ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

5.2.1 ATIVIDADE 1

Esta atividade consiste de dois copos de mesma altura e completamente cheios com misturas de óleo e água na mesma proporção, óleo e água na razão 1 para 1 no primeiro copo e 1 para 1 no segundo copo, como mostra a Figura 28.

Figura 28: Atividade 1 no Geogebra para Computador



Fonte: próprio autor

Como as razões de óleo para água nos dois copos são as mesmas, eles estão na mesma proporção. Logo não há necessidade do aluno utilizar os controles deslizantes do Geogebra para responder as perguntas levantadas. O aluno tem acesso as questões através de um link disponível na própria atividade. Ao clicar no link, o aluno é direcionado a um formulário do Google Forms que contém as perguntas, Figura 29, e onde ele deve registrar suas respostas.

Figura 29: Formulário de perguntas da Atividade 1

A screenshot of a Google Forms questionnaire. The title is 'Atividade 1'. The introductory text reads: 'Dois copos de mesma altura estão completamente cheios com misturas de óleo e água nas razões de 1 para 1 no primeiro e 1 para 1 no segundo.' Below this is a section titled 'Orientações' with the following text: 'Em suas respostas, represente uma razão entre dois números por dois pontos. Exemplos: A razão de 3 para 2 é representada por 3:2. A razão de 2 para 3 é representada por 2:3. Em cada questão, explique como você chegou na sua resposta com base nas fatias dos cilindros presentes em cada copo na imagem da tela. Cada quantidade de óleo é representada por uma fatia do cilindro amarelo. Cada quantidade de água é representada por uma fatia do cilindro azul. Pense em quantidade total de elementos da mistura como a quantidade total de fatias de cilindros em cada copo.' The form contains three questions, each with a 'Your answer' input field. Question 1: '1) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 1.' Question 2: '2) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 2.' Question 3: '3) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a'. A vertical scrollbar is on the right side of the form.

Fonte: próprio autor

Como discutimos no capítulo 4, cada pergunta do formulário foi pensada de forma a promover as habilidades do Pensamento Computacional no aluno. Algumas habilidades presentes

nas questões são: Representação de dados, abstração, simulação e transformação. Também são trabalhadas as habilidades presentes na BNCC relativas a razão e proporção desde a Educação Infantil ao Ensino Médio e que foram discutidas no subcapítulo 2.2 deste texto. Algumas delas, que se referem aos anos finais do Ensino Fundamental, são: EF06MA15 (Figura 4), EF07MA08 (Figura 5) e EF07MA09 (Figura 5).

Link para a Atividade 1 no Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/jftrjhw>

5.2.2 ATIVIDADE 2

Nesta atividade, os dois copos possuem misturas de óleo e água na razão 1 para 1 no primeiro copo e 1 para 2 no segundo copo (Figura 30). Aqui, ao comparar as misturas nos dois copos, o aluno perceberá que elas estão em proporções diferentes e com isso, é necessário a utilização dos controles deslizantes para responder as perguntas levantadas no formulário.

Figura 30: Atividade 2 no Geogebra para computador

The screenshot shows the Geogebra interface for 'Atividade 2'. At the top, there is a 'CRIAR SALA' button and a menu icon. The main content area displays the activity title 'Atividade 2' and the author 'Luis Eduardo'. Below this, there is a text box stating: 'Dois copos de mesma altura estão completamente cheios com misturas de óleo e água nas razões de 1 para 1 no primeiro e 1 para 2 no segundo. Responda as seguintes perguntas do formulário no link abaixo:'. A 'Formulário de perguntas' section follows, with a note: 'A página não pôde ser carregada. Tente abri-la diretamente usando o botão abaixo:' and a button labeled 'ABRIR LINK EM UMA NOVA ABA'. Below the text are two 3D cylinders, 'Copo 1' and 'Copo 2', each divided into a yellow top section (oil) and a blue bottom section (water). Underneath the cylinders are sliders for adjusting the quantities of oil and water in each cup. The values shown are: Copo 1: Óleo = 1, Água = 1, Qt. total de elementos no Copo 1 = 2; Copo 2: Óleo = 1, Água = 2, Qt. total de elementos no Copo 2 = 3.

Fonte: próprio autor

Como podemos perceber na Figura 30, os copos estão divididos nas razões dadas pelo enunciado da atividade, onde as fatias de cilindros amarelas representam o óleo e as fatias de

cilindros azuis representam a água. Cada linha circular verde interna aos copos representa a quantidade de divisões e divide os líquidos imiscíveis.

A função dos controles deslizantes é justamente dividir os líquidos em cada copo em fatias de forma que seja possível estabelecer uma comparação entre as razões das misturas dos líquidos em cada um deles. Essa ferramenta permite ao aluno trabalhar as habilidades Computacionais de simulação, transformação e abstração, por exemplo, e também as habilidades relativas a razão e proporção da BNCC discutidas no subcapítulo 2.2. Assim como na atividade 1, nesta também há um link onde o aluno é direcionado a um formulário do Google Forms, onde ele deve responder as questões propostas e que seguem a mesma linha das perguntas da primeira atividade.

Link para a Atividade 2 no Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/yyzcwmap>

5.2.3 ATIVIDADE 3

Nesta última atividade, os dois copos possuem misturas de óleo e água na razão de 1 para 2 no primeiro copo e 1 para 3 no segundo copo, como mostra a Figura 31. Aqui o aluno deve utilizar os controles deslizantes, como na atividade 2, mas em vez de responder a várias perguntas onde são trabalhadas as habilidades do Pensamento Computacional, pede-se ao aluno somente que responda qual será a razão de óleo para água quando o conteúdo dos dois copos são misturados em um terceiro copo. O objetivo desta última atividade é verificar, através da resposta positiva ou negativa para a questão, se o aluno realmente compreendeu o que foi desenvolvido nas atividades anteriores.

Figura 31: Atividade 3 no Geogebra para computador

GeoGebra

Atividade 3

Autor: Luis Eduardo

Dois copos de mesma altura estão completamente cheios com misturas de óleo e água nas razões de 1 para 2 no primeiro e 1 para 3 no segundo. Se forem misturados os conteúdos dos dois copos em um terceiro copo, qual será a razão entre o óleo e água nessa mistura? Responda no link abaixo. (Use os controles deslizantes para realizar a atividade)

Link para responder a questão

A página não pôde ser carregada. Tente abri-la diretamente usando o botão abaixo

ABRIR LINK EM UMA NOVA ABA

Copo 1

Copo 2

Óleo Copo 1

Água Copo 1

Óleo Copo 2

Água Copo 2

Quantidade de óleo no Copo 1 = 1

Quantidade de água no Copo 1 = 2

Qt. total de elementos no Copo 1 = 3

Quantidade de óleo no Copo 2 = 1

Quantidade de água no Copo 2 = 3

Qt. total de elementos no Copo 2 = 4

Fonte: próprio autor

Link para a Atividade 3 no Geogebra: <https://www.geogebra.org/m/edgefj2u>

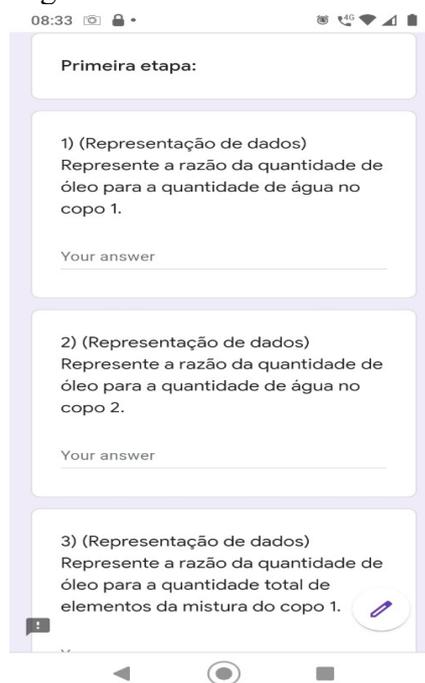
Além do computador, os alunos também podem acessar as atividades pelo aparelho de celular, assim como os formulários de perguntas, como podemos ver nas Figuras 32 e 33. Com isso, aqueles alunos que não possuem computador em casa, ou possuem um acesso limitado a internet, podem fazer as atividades sem nenhuma dificuldade pois elas também foram adaptadas com o objetivo de alcançar aqueles alunos menos favorecidos.

Figura 32: Atividade no celular



Fonte: próprio autor

Figura 33: Formulário no celular



Fonte: próprio autor

6 APLICAÇÃO

Vivemos atualmente uma situação singular em nosso país e no mundo, ocasionada pelo vírus da Covid-19. Desde março de 2020 que escolas e universidades encontravam-se de portas fechadas e com isso, muitos alunos tiveram seus estudos interrompidos por um certo período de tempo. No caso das prefeituras, algumas conseguiram adotar o ensino remoto através de aulas síncronas utilizando determinado tipo de plataforma, como o Google Classroom. Outras, devido as suas dificuldades, já não tiveram esse privilégio. Apesar de todo esse impasse e todas as dificuldades inerentes a esse período de pandemia, achamos importante promover alguma ação com os alunos.

A atividade 2 foi aplicada pelo autor deste trabalho em uma turma de 8º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Doutor João Paulo Pio de Abreu no município de Volta Redonda, onde o mesmo é professor efetivo e regente da turma. Participaram desta atividade 14 alunos.

Devido a pandemia, as aulas em todas as escolas da Prefeitura Municipal de Volta Redonda estão sendo realizadas de forma remota através da plataforma Google Classroom, com postagem de materiais didáticos e aulas síncronas através do Google Meet, que duram cerca de uma hora por dia. Portanto, devido a estas limitações foi aplicada somente a atividade 2 em uma aula síncrona com duração de uma hora.

Antes de iniciarmos com a atividade 2, realizou-se uma breve revisão dos conteúdos de razão e proporção com os alunos, pois os mesmos não se lembravam ou tiveram seus estudos prejudicados devido a situação da pandemia.

Após a revisão dos conteúdos, o professor regente praticou a atividade 1 com a finalidade de orientar e familiarizar os alunos com a situação-problema, preparando-os para a aplicação da atividade 2. Em seguida, foi disponibilizado o link da atividade 2 no chat do Google Meet onde os alunos tiveram acesso através de seus computadores pessoais ou aparelho de celular. Todas as respostas dos alunos foram coletadas pelo Google Forms e após o término, encerrou-se a aula.

6.1 ANÁLISE DAS RESPOSTAS

As questões de 1 a 6 do formulário da atividade 2 tratam apenas da habilidade de representação de dados no pensamento computacional e não foi preciso utilizar os controles deslizantes até este momento. Quase todos os alunos tiveram sucesso nesta etapa.

Nas figuras a seguir podemos ver algumas respostas dadas pelos alunos nas questões 1, 2, 5 e 6 da atividade 2.

Figura 34: Resposta de um aluno para as questões 1 e 2

Questions Responses **14**

1) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 1. *

1/1

2) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 2. *

1/2

Fonte: próprio autor

Figura 35: Resposta de um aluno para as questões 5 e 6

Questions Responses **14**

5) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade total de elementos da mistura do copo 2. *

1/3

6) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de água para a quantidade total de elementos da mistura do copo 2. *

2/3

Fonte: próprio autor

Na questão 1 apenas dois alunos erraram a razão. Na questão 2 quatro alunos erraram a razão. Na questão 3 houve apenas uma resposta errada. Na questão 4, duas respostas erradas. Na questão 5 houve apenas uma resposta errada. Na questão 6 houve apenas uma resposta errada.

Na questão 7 treze alunos responderam corretamente que não há uma proporção entre as razões encontradas nas questões 3 e 5, mas oito desses alunos encontraram as razões equivalentes as razões requisitadas.

Figura 36: Resposta de um dos alunos para a questão 7

7) (Abstração, transformação e simulação) Você consegue explicar se existe uma proporção entre as razões encontradas em (3) e (5)? Se a resposta for sim, represente essa proporção. Se a resposta for não, use os controles deslizantes para encontrar razões equivalentes as razões encontradas em (3) e em (5) e explique porque. *

Não, $2/4$ e $2/6$

Fonte: próprio autor

Na questão 8 tivemos um panorama parecido com o da sétima questão. Nas questões seguintes, de 9 a 14, que abordam a mistura dos dois copos em um terceiro, as respostas dadas pelos alunos não foram satisfatórias ou não responderam as questões.

Os alunos sentiram muitas dificuldades e entender e interpretar o que se pedia nas questões de 9 a 14. Percebeu-se um grande desajuste por parte dos alunos em relacionar as divisões obtidas nos copos, utilizando os controles deslizantes, com as razões equivalentes as razões iniciais encontradas nas questões de 1 a 6. Sendo assim, as habilidades de abstração, simulação e transformação proporcionadas pela atividade não produziram o resultado desejado, mas de qualquer modo foram executadas pelos alunos.

Algumas hipóteses levantadas para que as respostas das questões de 9 a 14 não terem produzido o resultado esperado foram: o tempo reduzido para aplicar a atividade, que foi menor do que 30 minutos, não lembrarem ou terem pouco domínio do conteúdo de razões e proporções ou não familiaridade com a situação-problema, que é considerada difícil de acordo com De La Cruz (2013). Outro ponto levantado e que dificulta um pouco a análise é que não foi possível observar pessoalmente como os alunos utilizaram os controles deslizantes durante a atividade devido a aula ser remota, ou seja, não foi possível avaliar como seu deu as habilidades de abstração, simulação e transformação durante a atividade feita por cada aluno.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar do cenário adverso em que nos encontramos no momento, achamos oportuno realizar uma aplicação. Tivemos alguns fatores limitantes como o tempo para executar a atividade e a familiaridade com o software por parte dos alunos, mas ainda sim consideramos a experiência como edificante.

Vimos anteriormente os esforços de alguns autores no desenvolvimento de trabalhos voltados para os conteúdos de razão e proporção devido a importância deste tema em sala de aula. Todos os empenhos para abordar o assunto foram positivos e transformaram-se em elementos motivadores na busca pela inserção do uso de novas tecnologias.

As atividades aqui propostas possuem um enorme potencial. Acreditamos também que elas possam contribuir para o desenvolvimento das habilidades e promoção do Pensamento Computacional, e que este possa ser posto como prática nos currículos escolares do ensino básico, bem como auxiliar na compreensão e resolução de problemas de proporção em geral, não somente no contexto de mistura de líquidos.

8 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. B. Elaboração de atividades para a introdução do conceito de razão e proporção: com análise dos professores da rede pública de ensino. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG, 2014.

ALMEIDA, R. G. de. *Razão e proporção para além da sala de aula*. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015. Disponível em: <<http://repositorio.ufjf.br:8080/jspui/bitstream/ufjf/168/1/ricardogui-maraesdealmeida.pdf>>.

ÁVILA, G. Razões, proporções e regra de três. Revista do Professor de Matemática – RPM 08, Sociedade Brasileira de Matemática, 1986. Disponível em: <<https://www.rpm.org.br/cdrpm/8/1.htm>>. Acesso em: 06 de maio de 2021.

BIANCHINI, E. Matemática Bianchini: 7º ano – 8. ed. – São Paulo: Moderna, 2015.

BRACKMANN, C. P; Desenvolvimento do Pensamento Computacional Através de Atividades Desplugadas na Educação Básica. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias na Educação, Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, BRRS, 2017.

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>, 2018. Acesso em: 10 de abril de 2021.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

CASTRUCCI, B.; JÚNIOR, J. R. G. A conquista da matemática: 7º ano – 4. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

CYRINO, M. C. C. T.; BALDINI, L. A. F. O Software Geogebra na Formação de Professores de Matemática – uma Visão a partir de Dissertações e Teses. In: **Revista Paranaense de Educação Matemática** - RPEM, Campo Mourão, Pr, v.1, n.1, jul-dez. 2012. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/870/pdf_76> Acesso em 16 abr. 2021.

DE LA CRUZ, J. A. (2013). Selamectina Proportional Reasoning Tasks -. Australian Mathematics Teacher, 69, pp. 14-18.

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. Araribá mais: matemática: manual do professor: 7º ano – 1. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.

LEITE, C. S. Aprendizagem ativa – a criança como aprendiz ativo na descoberta do mundo. Relatório de Estágio apresentado à Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti para obtenção de grau de Mestre em Educação Pré-Escolar. Porto, 2014.

LEMKE, R.; SILVEIRA, R. F.; SIPLE, I. Z. Geogebra: uma tendência no ensino de matemática. II Colbeduca – Colóquio Luso-Brasileiro de Educação. Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, SC, Brasil, 5 e 6 de setembro de 2016. Disponível em: <<https://www.revistas.udesc.br/index.php/colbeduca/article/view/8413/6125>>. Acesso em 16 de abr. 2021.

LIMA, E. L. Meu Professor de Matemática e outras histórias. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

MARQUES, C.; SILVEIRA, E. Matemática: compreensão e prática. 7º ano. – 1.ed. – São Paulo: Moderna, 2008.

MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO E CULTURA. Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio, Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/cien/cian.pdf>>. Acesso em: 10 de abril de 2021.

NAVAUX, P. O. A.; CÁCERES, E. N.; ZORZO, A. F. Documento de Área: Ciência da Computação. CAPES, 2016.

OLIVEIRA, J. K. C. R. O processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de razão e proporção mediado pela atividade orientadora de ensino na educação básica. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal do Piauí – Campus Floriano, Floriano, 2019.

PANGKARIYA, C.; POONPAIBOONPIPAT, W. The Effects of Learning Activities On Ratio, Proportion and Percentage Based Upon Stem Education On Grade 7 Students' Computational Thinking Ability. Faculty of Education, Naresuan University, Phitsanulok 65000, Thailand, 2020.

RIPOLL, C.; RANGEL, L.; GIRALDO, V.; ROQUE, T. Comparando Grandezas – Parte I. 2º Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática — Colégio Militar de Brasília, DF. Disponível em: <https://anpmat.org.br/simposio-nacional-2/wp-content/uploads/sites/3/2016/01/ripoll_rangel_comp_grandezas.pdf>. Acesso em: 6 de maio de 2021.

SILVEIRA, E. Matemática: compreensão e prática. 7º ano. Manual do professor – 5. ed. – São Paulo: Moderna, 2018.

VARGAS, C. L. A resolução de problemas como metodologia de ensino de razão e proporção. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2020.

WING, J. M. Computational thinking. *Communications of the ACM*, v. 49, n. 3, p. 33, 2006.

WING, J. M. Computational Thinking: What and Why? 17 November 2010. Disponível em: <<https://www.cs.cmu.edu/~CompThink/resources/TheLinkWing.pdf>>. Acesso em: 06 de abril de 2021.

9 APÊNDICE A (FORMULÁRIO COM AS PERGUNTAS DAS ATIVIDADES)

Atividade 1

Dois copos de mesma altura estão completamente cheios com misturas de óleo e água nas razões de 1 para 1 no primeiro e 1 para 1 no segundo.

Orientações:

Em suas respostas, represente uma razão entre dois números por dois pontos. Exemplos:

A razão de 3 para 2 é representada por 3:2

A razão de 2 para 3 é representada por 2:3

Em cada questão, explique como você chegou na sua resposta com base nas fatias dos cilindros presentes em cada copo na imagem da tela.

Cada quantidade de óleo é representada por uma fatia do cilindro amarelo.

Cada quantidade de água é representada por uma fatia do cilindro azul.

Pense em quantidade total de elementos da mistura como a quantidade total de fatias de cilindros em cada copo.

Nome:

Turma:

Primeira etapa:

1) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 1.

2) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 2.

3) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade total de elementos da mistura do copo 1.

4) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de água para a quantidade total de elementos da mistura do copo 1.

5) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade total de elementos da mistura do copo 2.

6) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de água para a quantidade total de elementos da mistura do copo 2.

7) (Abstração) Existe uma proporção entre as razões encontradas em (3) e (5)? Se a resposta for sim, represente essa proporção. Se a resposta for não, explique porque isso acontece.

8) (Abstração) Existe uma proporção entre as razões encontradas em (4) e (6)? Se a resposta for sim, represente essa proporção. Se a resposta for não, explique porque isso acontece.

Segunda etapa: Agora o conteúdo do copo 1 e do copo 2 serão misturados em um copo 3.

9) (Abstração, reconhecer padrões e representar dados) Qual será a altura da mistura dos líquidos no copo 3? Responda com base na altura das misturas dos copos 1 e 2.

10) (Abstração e representação de dados) Qual a quantidade de óleo no copo 3? Explique.

11) (Abstração e representação de dados) Qual a quantidade de água no copo 3? Explique.

12) (Abstração e representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 3.

13) (Abstração e representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade total de elementos da mistura no copo 3.

14) (Abstração e representação de dados) Represente a razão da quantidade de água para a quantidade total de elementos da mistura no copo 3.

15) (Abstração) Existe uma proporção entre as razões encontradas em (3) e (13)? Se a resposta for sim, represente essa proporção e explique porque.

16) (Abstração) Existe uma proporção entre as razões encontradas em (4) e (14)? Se a resposta for sim, represente essa proporção e explique porque.

17) (Abstração) Existe uma proporção entre as razões encontradas em (5) e (13)? Se a resposta for sim, represente essa proporção e explique porque.

18) (Abstração) Existe uma proporção entre as razões encontradas em (6) e (14)? Se a resposta for sim, represente essa proporção e explique porque.

Atividade 2

Dois copos de mesma altura estão completamente cheios com misturas de óleo e água nas razões de 1 para 1 no primeiro e 1 para 2 no segundo. Responda as seguintes perguntas do formulário:

Orientações:

Em suas respostas, represente uma razão entre dois números por dois pontos. Exemplos:

A razão de 3 para 2 é representada por 3:2

A razão de 2 para 3 é representada por 2:3

Em cada questão, explique como você chegou na sua resposta com base nas fatias dos cilindros presentes em cada copo na imagem da tela.

Cada quantidade de óleo é representada por uma fatia do cilindro amarelo.

Cada quantidade de água é representada por uma fatia do cilindro azul.

Pense em quantidade total de elementos da mistura como a quantidade total de fatias de cilindros em cada copo.

Nome:

Turma:

Primeira etapa:

1) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 1.

2) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água no copo 2.

3) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade total de elementos da mistura do copo 1.

4) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de água para a quantidade total de elementos da mistura do copo 1.

5) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade total de elementos da mistura do copo 2.

6) (Representação de dados) Represente a razão da quantidade de água para a quantidade total de elementos da mistura do copo 2.

7) (Abstração, transformação e simulação) Você consegue explicar se existe uma proporção entre as razões encontradas em (3) e (5)? Se a resposta for sim, represente essa proporção. Se a resposta for não, use os controles deslizantes para encontrar razões equivalentes as razões encontradas em (3) e em (5) e explique porque.

8) (Abstração, transformação e simulação) Você consegue explicar se existe uma proporção entre as razões encontradas em (4) e (6)? Se a resposta for sim, represente essa proporção. Se a resposta for não, use os controles deslizantes para encontrar razões equivalentes as razões encontradas em (4) e em (6) e explique porque.

Segunda etapa: Agora o conteúdo do copo 1 e do copo 2 serão misturados em um copo 3.

9) (Abstração, reconhecer padrões e representar dados) Qual será a altura da mistura dos líquidos no copo 3? Responda com base na altura das misturas dos copos 1 e 2.

10) (Abstração, representação de dados e simulação) Você consegue representar a razão da quantidade de óleo para a quantidade total de elementos da mistura no copo 3, utilizando as razões dadas no enunciado desta atividade? Se a resposta for sim, represente essa razão. Se a resposta for não, explique porque.

11) (Abstração, representação de dados e simulação) Agora use os controles deslizantes para encontrar razões equivalentes as razões encontradas em (3) e em (5), como na questão (7), e então represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade total de elementos da mistura no copo 3.

12) (Abstração, representação de dados e simulação) Você consegue representar a razão da quantidade de água para a quantidade total de elementos da mistura no copo 3, utilizando as razões dadas no enunciado desta atividade? Se a resposta for sim, represente essa razão. Se a resposta for não, explique porque.

13) (Abstração, representação de dados e simulação) Agora use os controles deslizantes para encontrar razões equivalentes as razões encontradas em (4) e em (6), como na questão (8), e então represente a razão da quantidade de água para a quantidade total de elementos da mistura no copo 3.

14) (Abstração, representação de dados e simulação) Represente a razão da quantidade de óleo para a quantidade de água na mistura do copo 3 utilizando as razões equivalentes encontradas nas questões (7) e (8). Use os controles deslizantes.

Atividade 3

Orientações:

Em sua resposta, represente uma razão entre dois números por dois pontos. Exemplos:

A razão de 3 para 2 é representada por 3:2

A razão de 2 para 3 é representada por 2:3

Dois copos de mesma altura estão completamente cheios com misturas de óleo e água nas razões de 1 para 2 no primeiro e 1 para 3 no segundo. Se forem misturados os conteúdos dos dois copos em um terceiro copo, qual será a razão entre o óleo e água nessa mistura? (Use os controles deslizantes)