

GUSTAVO DUNCAN FRANCO

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E
APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS
MATEMÁTICOS UTILIZADOS NA
ELETRICIDADE POR MEIO DA
MODELAGEM MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2021

GUSTAVO DUNCAN FRANCO

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E
APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS
MATEMÁTICOS UTILIZADOS NA ELETRICIDADE
POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof.^a Dr.^a. Elba Orocía Bravo Asenjo

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2021

FICHA CATALOGRÁFICA

UENF - Bibliotecas

Elaborada com os dados fornecidos pelo autor.

F825

Franco, Gustavo Duncan.

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS NA ELETRICIDADE POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA / Gustavo Duncan Franco. - Campos dos Goytacazes, RJ, 2022.

139 f. : il.

Inclui bibliografia.

Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia, 2022.

Orientadora: Elba Orocía Bravo Asenjo.

1. Modelagem Matemática. 2. Eletricidade. 3. Processo de ensino-aprendizagem. I. Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. II. Título.

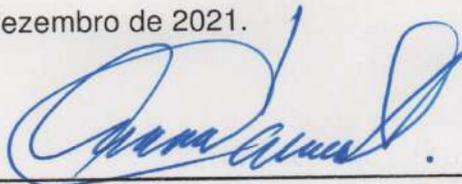
CDD - 510

GUSTAVO DUNCAN FRANCO

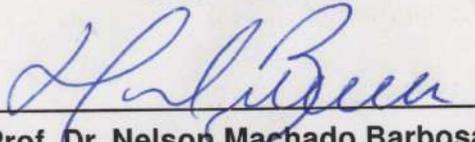
**UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E
APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS
MATEMÁTICOS UTILIZADOS NA ELETRICIDADE
POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA**

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovada em 15 de Dezembro de 2021.



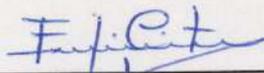
Prof. Dr. Ausberto Silverio Castro Vera
D.Sc. - UENF



Prof. Dr. Nelson Machado Barbosa
D.Sc. - UENF



Prof.ª Dr.ª Silvia Cristina Freitas Batista
D.Sc. - IFF



Prof.ª Dr.ª Elba Orocia Bravo Asenjo
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho aos meus pais, amigos, alunos e professores.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida e por ter me mantido perseverante durante todo o percurso.

Aos meus pais, Carlos Augusto e Vania Maria, por estarem sempre ao meu lado, me apoiando em todos os momentos, sendo exemplos de educação, dedicação e garra na luta diária.

À minha prima Bianca pelos momentos de conversas, desabaços, choros e caminhadas, me ajudando sempre que precisava com palavras de conforto, ânimo e perseverança.

À minha amiga Renata, pelos momentos de desabaço, conversa, amizade, descontração, entretenimento e resenha.

Ao meu amigo Lucas Lima pelas ajudas prestadas quanto ao uso de recursos tecnológicos.

A todos os meus colegas e amigos de turma, em especial Ewerton Montezuma, Bruna Cobuci e Letícia pelos estudos em grupo e momentos de lazer e descontração, e mais especial ainda à minha amiga Aline Monteiro que além dos momentos de estudos, sempre foi um exemplo de dedicação e de amizade, me apoiando e incentivando durante toda a jornada do mestrado.

Aos demais familiares e amigos, pela força e orações, e por compreenderem meus momentos de ausência.

À diretora do Centro Educacional Vivendo e Aprendendo, Grace Kelly, por todo o apoio e incentivo, e por permitir que esse trabalho fosse realizado.

Aos meus queridos alunos participantes da pesquisa que aceitaram o desafio, com dedicação, entusiasmo e empenho, tornando possível a realização deste trabalho.

Aos professores Roberto Faria e Nelson por se colocarem disponíveis para me ajudar, pelas conversas e trocas de conhecimentos.

À minha orientadora Elba, por toda dedicação e paciência durante esse período, sem a qual eu não teria conseguido.

Aos professores membros da banca: Ausberto, Nelson e Silvia, pelas valiosas

contribuições.

Aos professores Oscar e Rigoberto, por coordenarem o curso com excelência e por toda ajuda prestada, e aos professores Nelson e Luiz Henrique, pelos conhecimentos compartilhados.

A todos meu muitíssimo obrigado!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

“Se a educação não for provocativa, não constrói, não se cria, não se inventa, só se repete.”

(Mário Sérgio Cortella)

“o aluno ouve e esquece, vê e se lembra, mas só compreende quando faz.”

(Sergio Lorenzato)

“Ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina a aprender.”

(Paulo Freire)

Resumo

O estudo e aprendizado de Conceitos Matemáticos é algo crucial para o cotidiano da vida de uma pessoa e da sociedade, pois a sua utilização revela sua profunda relação com as demais áreas do conhecimento. Há uma realidade de dificuldades em aplicar os conhecimentos matemáticos para a resolução de problemas, como por exemplo nos conteúdos sobre Eletricidade. Este trabalho tem como objetivo investigar a contribuição da metodologia Modelagem Matemática para solução, de forma interdisciplinar, de situações-problema, por alunos do último ano do ensino Fundamental II, com o intuito de promover melhorias no processo ensino-aprendizagem dos Conceitos Matemáticos aplicados na Eletricidade. A metodologia aplicada permite uma inversão de ensino pois selecionam-se primeiramente os problemas e deles emergem os conteúdos matemáticos, de modo a resolvê-los. Devido ao contexto pandêmico atual provocado pelo SARS-CoV-2 (COVID 19), se fez necessário o isolamento social e as atividades práticas foram feitas de forma adaptada, inicialmente, para o Ensino Remoto e, posteriormente, para o Ensino Híbrido. Esta pesquisa qualitativa foi realizada com alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular do município de Campos dos Goytacazes - RJ. Durante a realização das atividades práticas, os alunos resolveram situações-problema que os permitiram aprender sobre alguns conceitos matemáticos. Com a análise de todos os dados obtidos nos formulários de prática durante as experimentações, notou-se que tal abordagem contribuiu para a autonomia dos alunos, tendo como destaque a participação ativa e a curiosidade aguçada, o que proporcionou um trabalho em grupo bastante dinâmico na resolução das situações-problema abordadas. Concluiu-se que o uso da metodologia Modelagem Matemática aplicada na resolução das situações-problema na área da eletricidade foi um importante instrumento facilitador no processo de aprendizagem dos Conceitos Matemáticos envolvidos.

Palavras-chaves: Modelagem Matemática; Eletricidade; Processo de ensino-aprendizagem

Abstract

The study and learning of Mathematical Concepts is crucial for the daily life of a person and society, because its use reveals its deep relationship with other areas of knowledge. There is a reality of difficulties in applying mathematical knowledge to solve problems, such as in the content on electricity. This work aims to investigate the contribution of the Modeling methodology Mathematics for the solution, in an interdisciplinary way, of problem situations, by students from the last year of elementary school in order to promote improvements in the teaching-learning process of mathematical concepts applied in electricity. The applied methodology allows a teaching inversion because the problems are first selected and the mathematical contents emerge from them, in order to solve them. Due to the current pandemic context caused by SARS-CoV-2 (COVID 19), social isolation and the practical activities were done in an adapted way, initially, for Remote Education and, later, for Hybrid Education. This qualitative research was carried out with students from a 9th grade elementary school class of a private school in the municipality of Campos dos Goytacazes-RJ. During the performance of the practical activities, the students solved problems that allowed them to learn about some mathematical concepts. With the analysis of all the data obtained in the practice forms during the experiments, it was noticed that this approach contributed to the autonomy of the students, highlighting the active participation and keen curiosity, which provided a very dynamic group work in the resolution of the problem situations addressed. It was concluded that the use of the Mathematical Modeling methodology applied in solving problem situations in the area of electricity was an important facilitating instrument in the learning process of the Mathematical Concepts involved.

Keywords: Mathematical Modeling; Electricity; Teaching-learning process

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama das etapas da metodologia	29
Figura 2 – Resultados do grupo 1 para a lâmpada 1 com 1 pilha, enviados pela aluna I	40
Figura 3 – Resultados do grupo 2 para a lâmpada 1 com 2 pilhas, enviados pela aluna B	40
Figura 4 – Parte do quadro virtual com explicação inicial sobre o arredondamento .	41
Figura 5 – Parte do quadro virtual com explicação sobre a transformação de unidades	41
Figura 6 – Resultados do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 1 com 1 pilha, enviados pela aluna I	42
Figura 7 – Resultados do grupo 2 com o cálculo de resistência para a lâmpada 1 com 2 pilhas, enviados pela aluna B	42
Figura 8 – Resultados parcialmente corretos do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 1 com 2 pilhas, enviados pela aluna I	43
Figura 9 – Resultados corretos do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 1 com 2 pilhas, enviados pela aluna I	44
Figura 10 – Parte do quadro virtual com explicações básicas sobre operações com frações	45
Figura 11 – Parte do quadro virtual com continuação de explicação sobre operações com frações	45
Figura 12 – Resultados do grupo 2 com cálculo de resistência para lâmpada 1 com 1 pilha, enviados pela aluna B	46
Figura 13 – Resultados do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 2 com 3 pilhas, enviados pela aluna I	47
Figura 14 – Resultados do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 2 com 7 pilhas, enviados pela aluna I	48
Figura 15 – Resultados do grupo 2 com cálculo de resistência para lâmpada 2 com 8 pilhas, enviados pela aluna B	49
Figura 16 – Resultados do grupo 2 com cálculo de resistência para lâmpada 2 com 6 pilhas, enviados pela aluna B	50
Figura 17 – Parte do quadro virtual com explicações sobre operações com proporcionalidade	53
Figura 18 – Respostas do grupo 1 enviadas pela aluna J	56

Figura 19 – Respostas do grupo 2 enviadas pela aluna B	57
Figura 20 – Alunos realizando a prática 2	66
Figura 21 – Cálculos de porcentagem das Tensões realizados pelo aluno E, integrante do Grupo 1	80
Figura 22 – Cálculos de porcentagem das Tensões realizados pela aluna B, integrante do Grupo 2	81
Figura 23 – Cálculos de porcentagem realizado pela aluna J, integrante do Grupo 1	82
Figura 24 – Cálculos de porcentagem realizado pela aluna B, integrante do Grupo 2	83
Figura 25 – Parte do quadro virtual com explicação sobre inversos	90
Figura 26 – Parte do quadro virtual com a escrita da equação para cálculo da Resistência Equivalente no circuito em paralelo	91
Figura 27 – Parte do quadro virtual com a escrita da equação para cálculo geral da Resistência Equivalente no circuito em paralelo	91
Figura 28 – Parte do quadro virtual com equação a ser resolvida pelos alunos	91
Figura 29 – Parte do quadro virtual com as etapas da resolução da equação feita com os alunos	92
Figura 30 – Parte do quadro virtual com a resolução da equação feita com os alunos	92
Figura 31 – Parte do quadro virtual exemplos de equações com incógnitas	93
Figura 32 – Parte do quadro virtual com a resolução do M.M.C. entre R1 e R2 no circuito em paralelo	93
Figura 33 – Parte do quadro virtual com a resolução da multiplicação cruzada	94
Figura 34 – Parte do quadro virtual com a conclusão sobre a Resistência Equivalente no circuito em paralelo	94
Figura 35 – Cálculos de resistência equivalente realizados pela aluna J, integrante do Grupo 1	95
Figura 36 – Cálculos de resistência equivalente realizados pela aluna C, integrante do Grupo 2	96
Figura 37 – Alunos realizando a prática 3	106
Figura 38 – Tabelas e Gráficos construídos pela aluna H	109
Figura 39 – Tabelas e Gráficos construídos pela aluna C	110
Figura 40 – Conclusão dos alunos do grupo 1 (à esquerda) e do grupo 2 (à direita) quanto à proporcionalidade das grandezas	110
Figura 41 – Tarifa das contas de luz cobrados pela concessionária Enel	111
Figura 42 – Cálculos de consumo de energia elétrica de acordo com a tarifa da conta de luz do mês de julho, realizados pela aluna B	111
Figura 43 – Cálculos de consumo de energia elétrica de acordo com a tarifa da conta de luz do mês de setembro, realizados pela aluna A	112
Figura 44 – Tabelas e Gráficos de barras entre a Potência e o Consumo de Energia Elétrica do grupo 1, realizados pela aluna A	113

Figura 45 – Tabelas e Gráficos de barras entre a Potência e o Consumo de Energia Elétrica do grupo 2, realizados pela aluna B	113
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Lista de tabelas

Tabela 1 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para a lâmpada 1, enviados pela aluna J	44
Tabela 2 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para a lâmpada 1, enviados pelo aluno D	47
Tabela 3 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para a lâmpada 2, enviados pelo aluno E	48
Tabela 4 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para a lâmpada 2, enviados pela aluna C	51
Tabela 5 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para as diversas associações no circuito em série, enviados pela aluna I	69
Tabela 6 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para as diversas associações no circuito em paralelo, enviados pelo aluno G	72
Tabela 7 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para as diversas associações no circuito em paralelo, enviados pela aluna I	76
Tabela 8 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para as diversas associações no circuito em série, enviados pela aluna G	79
Tabela 9 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para as Resistências das lâmpadas e para as Resistências Equivalentes nas diversas associações nos circuitos em série e em paralelo, enviados pela aluna J	87
Tabela 10 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para as Resistências das lâmpadas e para as Resistências Equivalentes nas diversas associações nos circuitos em série e em paralelo, enviados pela aluna C	89

Lista de quadros

Quadro 1 – Aplicação das práticas experimentais de cada um dos temas	30
--------------------------------------------------------------------------------	----

Sumário

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Objetivos	16
1.2	Metodologia	17
1.3	Justificativa	18
1.4	Estrutura da Dissertação	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1	A Modelagem Matemática	20
2.2	Conceitos Matemáticos Trabalhados	25
2.3	Trabalhos Relacionados	25
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	28
3.1	Sujeitos da Pesquisa	28
3.2	Etapas da Pesquisa	28
4	APLICAÇÃO DA PESQUISA	31
4.0.1	Etapa 1 - Escolha do Tema	31
4.0.2	Etapa 2 - Pesquisa Exploratória	31
4.0.3	Etapa 3 - Levantamento dos Problemas	32
4.0.4	Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções	32
4.1	Tema 1 - Resistência em um Circuito Elétrico Simples	32
4.1.1	Descrição da Prática Experimental e objetivo	33
4.1.2	Conceitos Matemáticos trabalhados	35
4.1.3	Aplicação do Tema 1	35
4.1.4	Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções	39
4.1.5	Análise da apresentação dos conceitos matemáticos	58
4.2	Tema 2 - Associação de Resistores e a Proporcionalidade na Distribuição da Tensão Elétrica e da Corrente Elétrica	60
4.2.1	Descrição da Prática Experimental e objetivo	62
4.2.2	Conceitos Matemáticos trabalhados	63
4.2.3	Aplicação do Tema 2	63
4.2.4	Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções	66

4.2.5	Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções	69
4.2.6	Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções	73
4.2.7	Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções	88
4.2.8	Análise da apresentação dos conceitos matemáticos	96
4.3	Tema 3 - Potência de um Equipamento e o Consumo de Energia Elétrica	101
4.3.1	Descrição da Prática Experimental e objetivo	102
4.3.2	Conceitos Matemáticos trabalhados	103
4.3.3	Aplicação do Tema 3	103
4.3.4	Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções	105
4.3.5	Análise da apresentação dos conceitos matemáticos	113
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	116
REFERÊNCIAS		118
APÊNDICE A	AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO	121
APÊNDICE B	AUTORIZAÇÃO DOS RESPONSÁVEIS	123
APÊNDICE C	FORMULÁRIO DE RESPOSTA DA PRÁTICA	1125
APÊNDICE D	FORMULÁRIO DE RESPOSTA DA PRÁTICA	2130
APÊNDICE E	FORMULÁRIO DE RESPOSTA DA PRÁTICA	3134

Capítulo 1

Introdução

Este trabalho tem como finalidade a busca por um melhor aprendizado dos Conceitos Matemáticos aplicados no estudo da Física, mais precisamente no ramo da Eletricidade. Este tema foi escolhido devido ao grande envolvimento do autor deste trabalho com o ensino de Física nos anos finais do Ensino Fundamental II e pela detecção de grande dificuldade, por parte dos alunos, seja por meio da realização de exercícios e/ou aplicação de avaliações, em entender e aplicar as fórmulas usadas para os cálculos necessários em uma situação geradora de um problema, a qual necessita Conceitos Matemáticos para a resolução. Essa situação denomina-se situação-problema e tais Conceitos Matemáticos devem ser desenvolvidos ou construídos com os alunos, ou seja, durante a resolução do problema, os alunos se utilizarão e aplicarão os novos conceitos para o seu aprendizado.

1.1 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo geral investigar a contribuição da Modelagem Matemática para solução, de forma interdisciplinar, de situações-problema, por alunos do último ano do ensino Fundamental II, com o intuito de promover melhorias no processo ensino-aprendizagem de Conceitos Matemáticos aplicados na Eletricidade.

Os objetivos específicos são:

1. Promover uma pesquisa bibliográfica sobre a Modelagem Matemática e sua possível aplicação na Eletricidade.
2. Realizar uma seleção de problemas no campo da Eletricidade que possam ser resolvidos por meio da Modelagem Matemática.
3. Apresentar a Modelagem Matemática para os alunos do Ensino Fundamental II a fim de que eles possam aplicar esta metodologia em práticas experimentais para a solução de situações-problema no ramo da Eletricidade.
4. Analisar dados e resultados obtidos pelos alunos com as práticas experimentais

na utilização da Modelagem Matemática na busca por soluções de situações-problema no campo da Eletricidade.

5. Escrever o texto da Dissertação com os dados e informações obtidos nas experiências da aplicação da Modelagem Matemática nas soluções de situações-problema no ramo da Eletricidade

1.2 Metodologia

Foi escolhida a Modelagem Matemática, como metodologia a ser aplicada no ensino dos Conceitos Matemáticos utilizados na Física, no ramo da Eletricidade. Esta metodologia foi escolhida devido aos possíveis benefícios para uma aprendizagem significativa por meio do estímulo ao raciocínio lógico, do debate entre os envolvidos para a análise da situação em estudo e do desenvolvimento de possíveis soluções para situações-problema. Isso se torna possível por meio da construção de um modelo matemático que possa ser utilizado para resolver o problema em estudo.

A aplicação da Modelagem Matemática é tão enriquecedora que para [Bassanezi \(2015, p.11\)](#) em sua obra “Modelagem Matemática teoria e prática”, o ensino-aprendizagem com modelagem matemática é um dos frutos mais ricos e promissores da busca por caminhos para a renovação pedagógica ao criar ambientes de ensino e aprendizagem favoráveis à capacitação de pessoas com perfil adequado aos novos tempos.

Todas as etapas utilizadas na Modelagem Matemática, apresentadas no capítulo 3 deste trabalho, são úteis e relevantes para o desenvolvimento de indivíduos críticos. Assim, eles se tornam capazes de propor uma solução para um determinado problema, o que contribui para o transformar uma determinada realidade e, sendo estes cidadãos ativos e transformadores da realidade, se tornam agentes da melhoria e da evolução da sociedade.

Após a aplicação da Modelagem Matemática, para a resolução de situações-problema no ramo da Eletricidade abordado pela disciplina de Física, busca-se notar uma melhor compreensão dos Conceitos Matemáticos envolvidos no problema. Também busca-se uma melhor aplicação dos conceitos teóricos na realização das práticas, o que gera como consequência um aprendizado mais consistente dos conteúdos, transformando o perfil do aluno em sujeito ativo no processo ensino-aprendizagem e deixando de ser um mero aplicador e repetidor, de forma mecânica, de fórmulas matemáticas.

O papel do aluno como sujeito ativo do processo ensino-aprendizagem torna este último muito mais atrativo e dinâmico. Isso estimula a busca do conhecimento, favorecendo, assim, o aprendizado, propiciando que os conteúdos sejam mais interessantes e permite o seu desenvolvimento de forma mais embasada, aplicável e produtiva. Isso gera, como consequência, uma melhora nos rendimentos dos estudantes, além de dirimir as dificuldades

e romper as barreiras para o aprendizado. Para [Bassanezi \(2015\)](#)

O uso da modelagem no processo de ensino-aprendizagem propicia a oportunidade de exercer a criatividade não somente em relação às aplicações das habilidades matemáticas, mas, principalmente, na formulação de problemas originais uma etapa tão estimulante quanto a da resolução ([BASSANEZI, 2015](#), p.12).

Portanto, este trabalho busca trazer, como resultados, uma maior participação dos alunos no processo ensino-aprendizagem, gerando como conseqüências uma melhora significativa do aprendizado, o que pode culminar em resultados mais satisfatórios nos exames. Esta realidade é possível por meio da aplicação da Modelagem Matemática no ensino dos Conceitos Matemáticos utilizados no ramo da Eletricidade da disciplina de Física.

1.3 Justificativa

A justificativa desse trabalho permeia as dificuldades dos alunos em realizar cálculos matemáticos, que embora sejam considerados básicos, são frequentemente considerados difíceis por muitos alunos.

Essas dificuldades podem ocorrer porque os estudantes, ou realizam os cálculos de forma mecânica e sem nenhuma compreensão do real motivo de sua execução, ou simplesmente não aprenderam de forma contundente a maneira de como se realizar tais operações matemáticas.

Tais dificuldades podem gerar uma barreira para o aprendizado dos Conceitos Matemáticos, utilizados na Física, pois eles estão presentes em várias áreas como Termologia, Mecânica, Eletricidade, Ondulatória etc.

Estas dificuldades podem trazer conseqüências tanto no dia a dia da vida deles, uma vez que apresentam problemas em aplicar os conhecimentos teóricos em situações práticas do cotidiano, quanto nos resultados poucos expressivos nos exames de avaliação do ensino básico e ENEM, sendo a Física a disciplina com menor aproveitamento pelos alunos nestes exames, conforme afirmam [Costa et al. \(2016\)](#) e [Gonçalves Junior e Barroso \(2014\)](#), pois estes resultados pouco expressivos estão relacionados diretamente aos assuntos que mais envolvem cálculos matemáticos.

O tema da Eletricidade foi escolhido para a realização deste trabalho por ser um dos ramos da Física com menor rendimento nos exames do ensino básico e ENEM influenciado pelas grande relações com cálculos matemáticos, segundo [Costa et al. \(2016\)](#) e [Gonçalves Junior e Barroso \(2014\)](#), o que evidencia sua grande importância em ser trabalhado de forma a superar tais dificuldades. Isso poderá tornar possível um melhor aprendizado e,

consequentemente, uma melhoria nas notas em tais exames, além de uma possível melhor utilização desses conhecimentos no cotidiano dos alunos.

É muito importante ser observado que todo o conhecimento adquirido e construído durante a vida escolar de um indivíduo deve ser, de alguma forma, útil para a sua vida, aprimorando-a e transformando a sociedade. Essas transformações devem ocorrer ao longo dos anos, uma vez que todo estudante deve se tornar um indivíduo capaz de observar, raciocinar, desenvolver pensamentos críticos, propor transformações e alterar a realidade em que se vive. Isto, de uma forma em geral, deve ser promovido pela educação básica.

1.4 Estrutura da Dissertação

Este trabalho está estruturado em cinco capítulos da seguinte maneira:

No Capítulo 1, atual parte, é apresentada a introdução deste trabalho, com os objetivos do trabalho, a metodologia utilizada e sua estruturação.

No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica referente à Modelagem Matemática, sua aplicação e representação. Também é abordada uma abrangência sobre alguns dos Conceitos Matemáticos utilizados na Eletricidade e que foram alvo de estudo durante as aplicações práticas. Nesta parte são explicitados os Conceitos Matemáticos de acordo com a obra consultada de cada autor abrangendo propriedades, conceitos e definições. Por fim são apresentados alguns trabalhos relacionados.

No Capítulo 3, são abordados os Aspectos Metodológicos relacionados à Modelagem Matemática e sua aplicação de forma híbrida para o ensino dos Conceitos Matemáticos durante as realizações das atividades práticas da Eletricidade, descrevendo o formato da pesquisa e os sujeitos nela envolvidos, bem como a nova contextualização escolar devido à pandemia.

O Capítulo 4 trata da aplicação da pesquisa, suas implementações, as resoluções e as dificuldades dos alunos, bem como análises de fatos ocorridos durante as atividades e os resultados obtidos pelos alunos. Ao fim são apresentadas algumas sugestões e recomendações de práticas para trabalhos futuros.

Na parte final, no Capítulo 5, são realizadas as considerações finais e posterior exposição dos relatórios de práticas de cada um dos temas abordados.

Capítulo 2

Referencial Teórico

Neste capítulo, disposto em três seções, são apresentadas, primeiramente, algumas considerações a respeito da Modelagem Matemática, sua aplicação e representação; em seguida, os Conceitos Matemáticos abordados nas práticas experimentais, dispostos em dez subseções; e por último, alguns trabalhos relacionados ao tema desta pesquisa e à metodologia utilizada.

2.1 A Modelagem Matemática

Muito embora a Modelagem Matemática seja utilizada desde os primórdios, atualmente ela vem sendo utilizada como instrumento de auxílio em diversas áreas do conhecimento, objetivando a análise de situações e fenômenos existentes na vida real. Com isso, a Modelagem Matemática tem como finalidade, a se destacar, o desenvolvimento de um modelo que represente uma situação estudada, conforme apresentado por [Biembengut e Hein \(2000\)](#).

Esses autores ainda afirmam que a Modelagem Matemática é a arte de expressar situações-problema por meio da linguagem matemática. Ainda afirmam que a modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática, e que seu surgimento remonta aplicações na rotina diária dos povos antigos.

Ainda nesta mesma linha de raciocínio e a complementar a definição de Modelagem Matemática, [Bassanezi \(2019\)](#) afirma que a Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. Sendo considerada uma forma de abstração e generalização que tem como finalidade a previsão de tendências. Para esse autor, a modelagem tem como essência a arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Desta forma, o processo de modelagem consiste em transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e busca resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. A Modelagem Matemática estuda os fenômenos e problemas da

vida cotidiana e utiliza a matemática como ferramenta para tornar possível sua resolução, descrição e interpretação, e isto é esclarecido por [Costa e Iglioni \(2018\)](#) ao afirmarem que

A Modelagem pode ser compreendida como uma metodologia de ensino que possibilita ao estudante abordar conteúdos matemáticos a partir de fenômenos de sua realidade, e tem como objetivo explicar matematicamente situações do cotidiano, das mais diferentes áreas da Ciência, com o propósito de educar matematicamente. Ela permite uma inversão do “modelo comum” de ensino, visto que, por meio da modelagem selecionam-se primeiramente os problemas e deles emergem os conteúdos matemáticos, de modo a resolvê-los. ([COSTA; IGLIORI, 2018](#), p.136)

Sendo assim, por meio do uso da Modelagem Matemática na sala de aula pode-se trabalhar a interdisciplinaridade, a transversalidade, mostrando ao aluno como a matemática pode ser útil em sua vida fora do ambiente escolar e como ela interage com as demais áreas do conhecimento. Desta forma, o aluno passa a perceber a importância da matemática para a compreensão de fenômenos naturais, como é possível prever alguns acontecimentos utilizando fórmulas e modelos, e isso acaba despertando seu interesse pelas ciências.

Além disso, a modelagem aplicada de forma interdisciplinar viabiliza a resolução de problemas proporcionando uma nova perspectiva no processo educativo para se desenvolver o aprendizado, viabilizando o desenvolvimento do conhecimento matemático mediante a problematização, a busca por explicações e a possibilidade de se prever um acontecimento.

Portanto, a Modelagem Matemática pode estimular o interesse do aluno pelas ciências, uma vez que pelo uso da matemática é possível explicar e antever fenômenos naturais a partir da sua observação. Essa característica da Modelagem Matemática serve de instrumento para a educação, que possui o papel de formar cidadãos com ações críticas e reflexivas perante situações do cotidiano. Isso permite o desenvolvimento de indivíduos aptos para o convívio em sociedade, que respeitem as diferenças, e que sejam indivíduos ativos na construção da sociedade.

Inquirindo-se uma contextualização e aplicação dos conteúdos matemáticos que são abordados na sala de aula para tornar mais agradável e significativo o ensino de matemática, além de proporcionar aos alunos condições mais eficazes para a aprendizagem e para a aplicação dos conteúdos aprendidos em situações cotidianas e em atividades profissionais, [Brandt, Burak e Klüber \(2016\)](#) explicam que:

Por meio da Modelagem Matemática há possibilidades do professor proporcionar um ensino com características construtivas, pois durante as aulas o aluno é ativo no processo e deve, necessariamente, dialogar com o objetivo de conhecimento, para tanto, usa mais aspectos de reflexão e análises do que somente a memorização. ([BRANDT; BURAK; KLÜBER, 2016](#), p.109)

Portanto, a busca pelo aprendizado, tanto das ciências como da matemática, de forma ativa pelos alunos, é o foco de estudo deste trabalho, tendo como precursores as

ações de observar, compreender e buscar uma explicação para o entendimento de um determinado fenômeno, seja na Biologia, Física ou Química, a partir dos conhecimentos prévios do corpo discente do Ensino Fundamental II.

É pertinente ressaltar que conhecimentos prévios não necessariamente são os assuntos previamente estudados pelos alunos, mas todo e qualquer conhecimento relativo às experiências aprendidas na vida, sejam elas escolares ou cotidianas, nas relações com a natureza e/ou com os seres vivos. De forma contundente, [Moreira \(2012\)](#) ressalta que o conhecimento prévio não deve ser confundido com a matéria ou conteúdo ensinado anteriormente, o conhecimento prévio é todo e qualquer conhecimento significativo internalizado na estrutura cognitiva do aluno.

Assim, a Modelagem Matemática pode ser utilizada como ferramenta para análise e solução de situações-problema. Também é exposto por [D'Ambrósio \(1986\)](#) que entende Modelagem Matemática como uma dinâmica de realidade - reflexão sobre a realidade.

Portanto, diante do exposto por [D'Ambrósio \(1986\)](#), pode-se entender que é por meio do ciclo: realidade - reflexão - ação - realidade que há o aspecto mais importante da questão: a tentativa de desvendar o comportamento individual, social e cultural, além dos fenômenos físicos, químicos e biológicos.

Segundo [Burak \(2010\)](#), a Modelagem Matemática pode ser desenvolvida em cinco etapas: 1- escolha do tema, 2- pesquisa exploratória, 3- levantamento dos problemas, 4- resolução dos problemas e 5- análise crítica das soluções. A seguir, pode-se entender melhor cada uma das etapas:

1. Escolha do tema – como neste trabalho há o foco no estudo sobre a Eletricidade, então neste momento o professor pode apresentar para a turma alguns temas que possam ser interessantes para os alunos, ou os próprios alunos podem fazer a sugestão de um tema sobre o que querem pesquisar sobre o assunto. Seja de uma forma ou de outra, é importante que o professor tenha a consciência de que a partir de agora ele deve assumir uma postura de mediador, e deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada.

2. Pesquisa exploratória – com o tema de pesquisa já definido, os alunos devem ser estimulados a pesquisar materiais e conteúdos teóricos diversos, para que estes forneçam informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser feita em livros, artigos ou fontes digitais, desde que sejam apropriados para o cumprimento da proposta.

3. Levantamento dos problemas – Depois de realizada toda a investigação e pesquisa sobre o tema escolhido, os alunos deverão ser estimulados a criar conjecturas sobre toda e qualquer informação que possa ter uma relação com a matemática, permitindo a elaboração de problemas simples ou até mesmo mais complexos e que permitam aplicar conteúdos

matemáticos. Neste momento, o auxílio do professor pode ser necessário, mas isso não anula o seu papel de mediador nesta atividade.

4. Resolução dos problemas - com a utilização da matemática como ferramenta, nesta etapa, os alunos devem buscar responder e solucionar situações-problema geradas. O conteúdo matemático deve ser abordado de forma acessível e coerente com o nível da turma. Desta forma, a aplicação da matemática deve ser feita sistematizada, e aplicada de forma inversa da que usualmente se faz, ou seja, a partir da análise do problema deve-se buscar uma fórmula ou equação matemática para sua solução.

5. Análise crítica das soluções – nesta última etapa, a visão crítica dos alunos ganha dimensão, pois neste momento eles terão a oportunidade de checar se a solução proposta é possível de ser encontrada e se está adequada para o problema levantado. De uma forma geral, as soluções devem ser lógicas e coerentes e é a partir da reflexão dos alunos envolvidos no processo que haverá a decisão e a ação sobre quais atitudes devem ser tomadas para melhor agir acerca do problema apresentado.

Segundo [Burak \(2010\)](#), cada uma das etapas descritas pode sofrer alterações e, segundo ele, essas etapas não são rígidas, mas expressam o resultado dos encaminhamentos que se sucederam de trabalhos realizados na Educação Básica.

Sobre a aplicação da Modelagem Matemática no ensino, tem-se que de acordo com a LDB N° 9394/96, artigo 1° no 2° parágrafo: “A educação escolar deve vincular-se ao mundo do trabalho e a prática social.” ([BRASIL, 1996](#)). Desta forma, este trabalho vem ao encontro desta questão, uma vez que o tema apresentado está intimamente relacionado com o cotidiano de cada pessoa deste mundo globalizado e cheio de recursos eletroeletrônicos à disposição da sociedade.

Segundo [Silva \(2016\)](#), embora os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN ([BRASIL, 1997](#)) não cite a Modelagem Matemática como metodologia, esta é aplicada correlacionando e conectando conteúdos. Estes não são trabalhados de formas isoladas ou de forma linear, mas ao serem abordados na metodologia Modelagem Matemática eles se sustentam na interdisciplinaridade e entre campos da própria matemática conforme proposto pelos PCN.

De acordo com os PCN ([BRASIL, 1997](#)), os conteúdos devem ser tratados de forma interdisciplinar, buscando integrar o cotidiano social com o saber escolar e, embora nesse documento, tenha se optado por um tratamento específico das áreas, em função da importância instrumental de cada uma, contemplou-se também a integração entre elas.

E ainda pode-se encontrar nos PCN ([BRASIL, 1997](#)), que os conteúdos são considerados como um meio para o desenvolvimento amplo do aluno e para a sua formação como cidadão. Cabe à escola o propósito de possibilitar a estes o domínio de instrumentos que os capacitem a relacionar conhecimentos de modo significativo, bem como a utilizar

esses conhecimentos na transformação e construção de novas relações sociais.

Já na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) ainda verifica-se que:

[...] é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. Essas situações precisam articular múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência. (BRASIL, 2017, p.298)

Segundo Eck, Garcke e Knabner (2017), com a Modelagem Matemática se torna possível realizar uma tradução de um problema específico da área das ciências naturais (física, química, biologia, geociências) ou das ciências sociais, ou até mesmo da tecnologia, para um problema matemático bem definido. Além disso, os autores afirmam que o problema matemático pode ter variação de complexidade, ou seja, ele pode ir desde uma simples equação ou sistema de diversas equações, até uma equação diferencial ordinária ou parcial ou um sistema destas equações. Há ainda a possibilidade de casos mais complicados, nos quais pode-se até ter uma combinação das itens anteriormente citadas.

Eck, Garcke e Knabner (2017) afirmam que um problema matemático é dito como bem definido se ele apresenta uma única solução e se a solução do problema depende continuamente em suas próprias informações. Esta continuidade tem que ser mensurada a cada forma que os resultados são significativos para a aplicação do problema em questão. Sendo assim, de uma forma geral, os fenômenos a serem descritos são muito complexos e não é possível ou sensato levar em consideração todos os aspectos do problema no processo de modelagem, porque nem todas as informações do problema são conhecidas e/ou o modelo então encontrado não pode ser mais resolvido. Isto significa que sua solução numérica é dispendiosa em tempo, ou não é possível demonstrar uma boa apresentação do modelo.

Portanto, praticamente todo modelo é baseado em simplificações e suposições de modelos. Desta forma, a influência de informações desconhecidas são negligenciadas ou são levadas em consideração de forma aproximada. Já os efeitos complexos com apenas pequenas influências na solução são negligenciados ou fortemente simplificados.

Para Eck, Garcke e Knabner (2017), os ingredientes essenciais de um modelo matemático são:

- um problema aplicável a ser descrito;
- um número de modelos pressupostos;

- uma formulação matemática, por exemplo, no formato de uma relação matemática, especificamente uma equação, uma inequação, ou equação diferencial ou várias relações, ou um problema otimizado.

Para [Eck, Garcke e Knabner \(2017\)](#), o conhecimento das pressuposições de um modelo é a importância de se estimar o escopo das suas aplicações e da acuidade das suas previsões. O objetivo de um bom modelo é, iniciar a partir de informações e leis da natureza conhecidas, mas provavelmente estimadas para dar as melhores respostas possíveis para uma pergunta em um campo de aplicação. Um modelo sensato deve somente precisar de informações que são conhecidas ou pelo menos plausíveis aproximações possam ser usadas. Portanto, o trabalho consiste em extrair o máximo possível de dados de uma informação conhecida.

2.2 Conceitos Matemáticos Trabalhados

Durante o desenvolvimento da pesquisa, foram trabalhados os seguintes conceitos matemáticos:

- o Operações com números inteiros;
- o Proporção, Razão e Grandezas Físicas;
- o Porcentagem
- o M.M.C.;
- o Média Aritmética Simples;
- o Arredondamento;
- o Inverso de um número;
- o Função do 1º Grau e
- o Construção de Gráficos

Cujas definições, propriedades e exemplos podem ser encontrados nos seguintes livros textos: [Hefez \(2016\)](#), [Caraça \(2000\)](#), [Ávila \(1999\)](#), [Pereira et al. \(2014\)](#), [Barroso \(2006\)](#) [Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa \(2020\)](#), [Lima et al. \(1997\)](#), [Muniz Neto \(2015\)](#), [Dante \(2016\)](#)

2.3 Trabalhos Relacionados

Dentre todos os trabalhos encontrados nas diversas plataformas acessadas, são destacados os apresentados a seguir, por estarem associados à metodologia utilizada neste trabalho e/ou se assemelharem aos conteúdos desenvolvidos nesta pesquisa, e por serem

trabalhos realizados nos últimos cinco anos.

A Modelagem Matemática como panorama para o ensino de Física (DANIEL, 2020)

O trabalho de dissertação do Daniel (2020) teve como objetivo o conceito matemáticos aplicados na Física através do uso da metodologia Modelagem Matemática. Nesse trabalho foram realizadas práticas experimentais, com alunos do Ensino Médio, envolvendo o lançamento de projéteis e a análise do movimento retilíneo uniforme. Segundo o autor, esta prática serviu para instigar os alunos a pensar sobre o tema, tendo sido um estudo de caráter qualitativo norteado pela Modelagem Matemática.

Introduzindo conceitos de Física no ensino fundamental 2 através da modelagem matemática (TEIXEIRA, 2019)

O trabalho de Teixeira (2019) teve por objetivo a introdução dos conceitos de Física no Ensino Fundamental 2, por meio da metodologia Modelagem Matemática, no intuito de contribuir com o aprendizado de conteúdos matemáticos que foram trabalhados nos anos em que as práticas experimentais foram aplicadas.

Teixeira (2019) realizou quatro diferentes aplicações, cada uma delas em um ano específico do Ensino Fundamental 2. Os assuntos abordados foram: Movimento (6º ano), Hidrodinâmica (7º ano), Óptica Geométrica (8º ano) e Eletricidade (9º ano).

Nesse trabalho, as práticas foram aplicadas em ambiente de sala de aula, ou seja, de forma presencial, e os estudantes desenvolveram estratégias próprias, por meio da mediação do professor, que os conduziu à construção do próprio raciocínio para se compreender o conceito envolvido na prática, em vez de resolver problemas com conceitos prévios. Segundo o autor, os alunos conseguiram solucionar as situações-problema e utilizaram de forma adequada os conteúdos matemáticos, concluindo assim que houve bons resultados obtidos com as práticas, por meio do incentivo do professor e da criatividade e dedicação dos alunos o que permitiu a integração da matemática com as outras ciências.

A Matemática como instrumento indispensável para o estudo da Física: Uma proposta de Metodologia de Ensino (AUGUSTO, 2019)

Augusto (2019), em sua dissertação, teve como objetivo a utilização da Matemática como ferramenta essencial para as ciências, em particular para o estudo de Física. O autor utilizou-se de uma metodologia de ensino alternativa, para a disciplina em questão. Este trabalho, realizado com alunos do Ensino Médio, envolveu o estudo do movimento retilíneo uniforme (M.R.U.) e do movimento retilíneo uniformemente variado (M.R.U.V.), tendo evidenciado que a Física é plenamente dependente da Matemática, mostrando que não é possível ter o conhecimento do M.R.U. e do M.R.U.V. sem entender os Conceitos Matemáticos exigidos por estes.

O uso da modelagem matemática como proposta para a melhoria do ensino da Física na região Amazônica (SOARES, 2017)

A dissertação do Soares (2017) objetivou o destaque da Modelagem Matemática na aplicação de atividades práticas de Física com alunos 1º ano do Ensino Médio, possibilitando a estes a resolução de problemas de modo prático e que, segundo o autor, proporcionou o contato e a comunicação entre os estudantes, tornando a aprendizagem dinâmica por meio da motivação dos alunos, o que facilitou a compreensão dos assuntos da Física. Esta pesquisa teve caráter qualitativo e, segundo o autor, a metodologia Modelagem Matemática é muito importante para o processo de aprendizagem dos alunos, pois a mera exposição de conteúdos, a reprodução de fórmulas e de cálculos alheios às aplicabilidades ao cotidiano quase sempre provoca a falta de interesse dos alunos na busca pelo aprendizado.

Cálculo de tarifas e tributos incidentes sobre a conta de energia elétrica: uma abordagem interdisciplinar no Ensino Médio (BRITO; SILVA, 2016)

O trabalho de Brito e Silva (2016) teve como objetivo a análise das faturas mensais de consumo de energia elétrica na casa de cada aluno, e as relações matemáticas entre o consumo de energia e o valor final da conta. Este trabalho foi desenvolvido com estudantes do ensino médio e buscou desenvolver nos alunos o uso racional de energia e sua consequente economia monetária, além da contribuição na preservação da água nos reservatórios das hidroelétricas. Segundo os autores, o tema motivou os alunos de tal forma que, em dois eventos distintos, apresentaram minicurso e oficina para estudantes e professores do estado do Piauí.

Capítulo 3

Aspectos Metodológicos

Este capítulo é dedicado a descrever o formato da pesquisa e os sujeitos nela envolvidos, bem como a nova contextualização escolar devido à pandemia. Também são expostas as atividades elaboradas para a implementação da pesquisa, tendo como a Modelagem Matemática a metodologia aplicada para a solução das situações-problema.

3.1 Sujeitos da Pesquisa

Esta pesquisa foi aplicada em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental II, com um quantitativo de 10 alunos, do Centro Educacional Vivendo e Aprendendo (CEVA), escola situada na cidade de Campos dos Goytacazes, no estado do Rio de Janeiro, com a autorização da direção da escola, conforme presente no [Apêndice A](#) e dos pais, conforme presente no [Apêndice B](#). Durante a realização deste trabalho, a fim de preservar a identidade dos alunos, cada um deles foi renomeado de aluno A a aluno J.

3.2 Etapas da Pesquisa

A pesquisa em questão se trata da aplicação da metodologia Modelagem Matemática, de acordo com [Burak \(2010\)](#), para o ensino de Conceitos Matemáticos aplicados na Eletricidade, assunto este abordado e trabalhado na disciplina de ciências do 9º ano. Para a aplicação da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, foram seguidas as seguintes etapas:

a) Revisão bibliográfica a respeito dos temas da matemática aplicados na Eletricidade, tais como operações com números inteiros, proporcionalidade, razão, grandezas, porcentagem, média aritmética, transformações de unidades nos sistemas de medidas, fração, equação polinomial, M.M.C, arredondamentos, inverso de um número, função, construção de gráficos e tabelas;

- b) Pesquisa sobre os temas da Eletricidade abordados nas ciências para os alunos do 9º ano;
- c) Elaboração, aplicação e análise de questionários para análise prévia e posterior à aplicação da metodologia Modelagem Matemática;
- d) Aplicação da proposta didática;
- e) Análise dos resultados obtidos com a aplicação da proposta didática;
- f) Sugestões aos professores de matemática para contextualização dos Conceitos Matemáticos para melhorar e facilitar o processo de ensino e aprendizagem.

Esta pesquisa foi iniciada com conversa e discussão com a professora orientadora. Buscou-se uma aplicação da metodologia Modelagem Matemática que facilitasse o processo ensino e aprendizagem dos Conceitos Matemáticos envolvidos no estudo da Eletricidade. Devido ao envolvimento do autor deste trabalho com esta disciplina foi detectada grande dificuldade, por parte dos alunos, na utilização e aplicação dos Conceitos Matemáticos na resolução de situações-problema que envolvem situações cotidianas.

Vale salientar que, nesta pesquisa com a aplicação da metodologia Modelagem Matemática, seguiu-se as cinco etapas de aplicação previstas por Burak (2010), conforme ilustrado na Figura 1 (etapas apresentadas de forma detalhada no capítulo 2, na Seção 2.1 “A Modelagem Matemática”), buscando-se sempre a realização de uma prática experimental com aplicação de conceitos matemáticos seguidos das análises dos resultados desta aplicação.

Figura 1 – Diagrama das etapas da metodologia



Fonte: Elaboração Própria.

Após todo o levantamento bibliográfico e realizadas as devidas discussões sobre a aplicação da Modelagem Matemática no atual contexto escolar, foi idealizada a proposta didática de aplicação da Modelagem Matemática.

Como o conteúdo de Eletricidade é abordado durante todo o ano letivo, foram selecionados alguns temas que pudessem ter um melhor aproveitamento da metodologia Modelagem Matemática. Por este motivo, houve a realização de encontros, atividades e experimentações em momentos variados no 2º e 3º bimestres do ano de 2021.

Sendo o conteúdo de Eletricidade trabalhado dentro da disciplina de ciências no ramo da física, houve a oportunidade de se utilizar os tempos desta disciplina e de práticas de laboratório para as realizações das atividades aplicando a modelagem matemática. Cada um dos tempos de aula teve duração de 50 minutos, totalizando 1 hora e 40 minutos por encontro semanal.

Devido ao período de pandemia e suspensão das aulas presenciais, conforme legislação vigente no período, as atividades aqui propostas foram pensadas inicialmente para aplicação de forma remota, mas mantendo a metodologia Modelagem Matemática.

Como no dia a dia são utilizados diversos equipamentos elétricos e eletrônicos, como geladeiras, micro-ondas, celulares, chuveiros, lâmpadas, televisão, computadores etc, sendo muito difícil a vida sem esses aparelhos, é de se compreender a grande importância do uso de tais equipamentos. Trabalhar situações-problema que envolvam conceitos matemáticos no estudo da física é uma forma criativa e interdisciplinar de envolver os alunos, de forma contextualizada, no processo de descoberta do conhecimento.

A seguir, encontra-se no [Quadro 1](#) a proposta didática com a aplicação das práticas de cada tema, a quantidade de aulas despendidas e o período de aplicação.

Quadro 1 – Aplicação das práticas experimentais de cada um dos temas

Tema Trabalhado	Número de aulas despendidas	Período de aplicação
Tema 1 - Resistência em um Circuito Elétrico Simples	6 tempos de 50 minutos cada	06/07, 13/07, 20/07
Tema 2 - Associação de Resistores e a Proporcionalidade na Distribuição da Tensão Elétrica e da Corrente Elétrica	6 tempos de 50 minutos cada	13/08, 20/08, 27/08
Tema 3 - Potência de um Equipamento e o Consumo de Energia Elétrica	6 tempos de 50 minutos cada	03/09, 10/09, 17/09

Fonte: Elaboração própria.

Capítulo 4

Aplicação da Pesquisa

Este capítulo é dedicado a descrever a aplicação da pesquisa, detalhando-se a forma que ocorreu ao se aplicar as cinco etapas propostas por [Burak \(2010\)](#). Também são apresentados os comentários dos alunos tal qual foram ditos nas aulas conforme gravações, além de também serem explicitados os grupos de alunos (Grupo 1 e Grupo 2) e suas respostas bem como as análises dos dados obtidos com as práticas por cada grupo.

4.0.1 Etapa 1 - Escolha do Tema

A fim de se aplicar a primeira etapa das cinco propostas por [Burak \(2010\)](#), foram apresentados, aos alunos, 6 temas da Eletricidade. Dentre esses temas foram escolhidos 3, por meio de votação dos alunos sobre aqueles que foram considerados (por eles) os temas mais interessantes.

Os temas escolhidos, foram:

- 1- Resistência em um Circuito Elétrico Simples;
- 2- Associação de Resistores e a Proporcionalidade na Distribuição da Tensão Elétrica e da Corrente Elétrica;
- 3- Potência de um Equipamento e o Consumo de Energia Elétrica.

4.0.2 Etapa 2 - Pesquisa Exploratória

Como a segunda etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) é a pesquisa exploratória sobre o tema escolhido, os alunos tiveram um momento dedicado à realização desta tarefa de forma que pudessem buscar informações e adquirir noções prévias sobre o que se iria desenvolver como pesquisa. Nesta etapa, os alunos ficaram livres para escolher os recursos que lhes fornecessem tais conhecimentos. Dentre os meios utilizados, os alunos recorreram, em sua maioria, a pesquisas na internet como sites e artigos, outros ainda se utilizaram de livros e apostilas, sempre buscando por conhecimentos que fossem de acordo com o nível da

turma.

4.0.3 Etapa 3 - Levantamento dos Problemas

Para se atender à terceira etapa proposta por [Burak \(2010\)](#), após toda a investigação e pesquisa sobre cada um dos temas escolhidos, e para se ter uma relação com a matemática, foram levantados pelos alunos, com a mediação do professor, os seguintes problemas para cada um dos temas:

Tema 1: Como se pode avaliar a variação de Tensão e Corrente Elétrica com a variação da quantidade de pilhas em um circuito simples? Qual a relação que pode ser obtida entre a capacidade da lâmpada transformar energia e a Corrente Elétrica ?

Tema 2: Qual a relação que há entre a Resistência Elétrica e a intensidade da Corrente Elétrica que passa em cada lâmpada em cada um dado circuito? Como pode ser utilizada a porcentagem para a distribuição da Tensão e da intensidade da Corrente Elétrica em cada um dos elementos de cada circuito?

Tema 3: Que relação há entre a velocidade de um equipamento e a sua potência? Como pode ser montada a tabela e o gráfico de potência x Corrente Elétrica? Como calcular o valor de consumo de energia elétrica de um aparelho por um determinado período de tempo? A utilização das diferentes velocidades do aparelho interfere no consumo de energia elétrica? Qual é a relação que pode ser observada entre Potência e consumo de energia elétrica?

4.0.4 Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções

As etapas 4 e 5, propostas por [Burak \(2010\)](#), que envolvem respectivamente as Resoluções dos problemas e as Análises críticas das soluções, são apresentadas na exploração de cada um dos temas apresentados nos tópicos 4.1, 4.2 e 4.3.

4.1 Tema 1 - Resistência em um Circuito Elétrico Simples

O primeiro tema da Eletricidade a ser trabalhado com os alunos é a Resistência Elétrica. Este tema inicial é importante para a compreensão da base da Eletricidade para a construção de um circuito elétrico simples, para a utilização adequada de um equipamento e para o entendimento das aplicações matemáticas no assunto.

Um circuito elétrico tem a finalidade de ligar dispositivos elétricos e eletrônicos respeitando suas especificações de funcionamento quanto à Tensão elétrica e Corrente Elétrica que cada equipamento suporta. Os circuitos também são utilizados para a distribuição da

energia elétrica nas cidades, residências e indústrias. Todo circuito elétrico necessita de uma fonte geradora de eletricidade. Esta pode gerar Corrente Contínua (pilhas e baterias) ou Corrente Alternada (hidrelétricas, termoelétricas, usinas nucleares etc.).

Em um circuito elétrico é muito comum haver a presença de resistores. Um resistor é um componente do circuito que tem a função de converter a energia elétrica em uma outra forma de energia, tais como calor e luz, e como exemplo de resistores temos lâmpadas, chuveiro elétrico, ferro de passar roupas etc.

Como diversos equipamentos elétricos e eletrônicos, que são utilizados no dia a dia, precisam estar conectados a um circuito elétrico, para introduzir o conceito de Resistência Elétrica de um resistor, analisaremos um circuito elétrico simples com uma lâmpada de 6 watts e uma fonte geradora de Corrente Contínua (pilha), que tem a função de gerar uma Tensão ou diferença de potencial entre os terminais da lâmpada. Neste circuito passa uma Corrente Elétrica de 4 ampères e a Tensão gerada pela pilha é de 1,5 volts. Com estas informações, é possível calcular qual é a Resistência Elétrica da lâmpada.

A Resistência Elétrica é uma grandeza física que expressa quanto um material dificulta a passagem da Corrente Elétrica, e esta grandeza pode ser calculada pelo quociente entre a Tensão (U) e a intensidade da Corrente Elétrica no circuito (i) e este quociente é conhecido como a primeira lei de Ohm e que é representado pela seguinte equação:

$$R = \frac{U}{i}$$

Embora possam haver várias fontes geradoras de Corrente Elétrica, cada uma delas pode promover uma Tensão diferenciada, no entanto, a Resistência Elétrica é uma característica própria de cada equipamento, e, de uma forma geral, ela não sofre alteração por estar conectada em fontes geradoras de diferentes tensões. O que acontece é que como há uma relação de proporcionalidade entre a Tensão (U) e a Corrente Elétrica (i), quando se aumenta a Tensão, também se aumenta a Corrente Elétrica que passa pelo equipamento. Nesta análise, vale ressaltar aqui que se o valor de Corrente Elétrica for superior ao que o material suporta, ele sofrerá danos físicos.

A seguir, são apresentadas a prática experimental proposta; os conceitos matemáticos a serem abordados; a análise da aplicação prática e, por fim, uma análise da apresentação dos conceitos matemáticos.

4.1.1 Descrição da Prática Experimental e objetivo

Para a realização desta prática, deve-se ter duas lâmpadas de potências diferentes, fios condutores de 1,5mm, pilhas de 1,5V, um multímetro, um rolo de fita adesiva.

Para se atender à quarta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Resolução dos problemas levantados na etapa 3), nesta prática, os alunos deverão ser capazes de montar circuitos elétricos simples. Estes circuitos serão utilizados para viabilizar a descoberta do valor da Resistência Elétrica de cada uma das lâmpadas por meio da verificação das intensidades de Corrente Elétrica e da Tensão em cada um dos circuitos. O termo Resistência Elétrica não será mencionado no início desta prática, mas os alunos deverão perceber que existe uma característica em cada material que permite a transformação da energia elétrica em energia luminosa.

O objetivo é fazer com que os alunos, por meio da descoberta do que é a Resistência Elétrica de um equipamento, trabalhem as relações de proporcionalidade existentes entre Tensão, intensidade de Corrente Elétrica e Resistência Elétrica; operem com frações e suas simplificações; com números inteiros e decimais; utilizem sistemas de medidas e transformações de unidades; além de trabalhar com média aritmética simples e regras de arredondamento.

Para a realização da prática, cada aluno ou grupo de alunos deverá dispor de duas lâmpadas, fios condutores, pilhas e um multímetro. Para a construção de um circuito elétrico simples no qual cada lâmpada deverá ser conectada por vez, os alunos tomarão notas sobre os valores da Tensão necessária em cada uma das lâmpadas e a Tensão de cada pilha, e calcular o valor total de Tensão do circuito quando as pilhas forem utilizadas juntas, fazendo-se uso do multímetro para a verificação deste cálculo.

Os alunos deverão estar cientes de que a Tensão disponível no circuito não pode ultrapassar o valor da Tensão necessária para cada lâmpada. Sendo assim, os alunos deverão julgar, se utilizarão uma, duas ou mais pilhas.

No caso do uso de mais de uma pilha, estas deverão ser conectadas e fixadas com a fita adesiva, uma na outra, de forma que os polos opostos fiquem em contato. Cada um dos fios deverá ser fixado em uma das extremidades da pilha ou da sequência de pilhas, e as pontas opostas deverão ser conectadas cada uma em um terminal da lâmpada.

Ainda há a possibilidade da base da lâmpada ser conectada diretamente no polo positivo da pilha ou da sequência de pilhas, e o fio que sai do polo negativo é conectado na lâmpada em sua parte metálica lateral onde geralmente fica a parte rosqueada.

Com o circuito montado, os alunos deverão executar testes de funcionamento dos circuitos realizando o seu fechamento e para isso, basta encostar cada fio em um dos terminais da lâmpada.

Verificado o funcionamento do circuito elétrico simples, e tendo já tomado nota dos valores de Tensão do circuito, os alunos farão uso do multímetro para aferir o valor da Corrente Elétrica que passa no circuito.

Para tal verificação, basta selecionar no aparelho a opção de Corrente Contínua e

selecionar a opção de aferição da intensidade da Corrente Elétrica e conectar cada fio do multímetro em um ponto de contato do circuito aberto, ou seja, um fio do multímetro fará contato com o fio que está disponível e o outro fio fará contato com o terminal disponível da lâmpada.

Desta forma, cada circuito poderá ter seu valor de intensidade de Corrente Elétrica aferido pelos alunos. Com a utilização do valor de Tensão e de Corrente Elétrica, os alunos poderão calcular o valor de Resistência Elétrica de cada uma das lâmpadas e constatar qual delas oferece maior capacidade de transformar a energia elétrica em energia luminosa, ou seja, qual é a lâmpada que tem menor Resistência Elétrica, pois quanto menor é a Resistência Elétrica de um equipamento, maior é a sua capacidade de transformar energia elétrica em outro tipo de energia.

4.1.2 Conceitos Matemáticos trabalhados

- o Proporcionalidade
- o Fração e simplificação
- o Operações com números inteiros e decimais
- o Sistemas de Medidas (transformações de unidades)
- o Média Aritmética Simples
- o Arredondamento

4.1.3 Aplicação do Tema 1

A proposta desta primeira prática com os alunos foi a compreensão de como ocorre a transformação da energia elétrica em energia luminosa por meio da análise de duas lâmpadas ligadas, em circuitos simples, e alimentadas com tensões diferentes. Para que isso fosse possível, foram verificadas as relações existentes entre a Tensão Elétrica (U) que é medida em volts (V), a intensidade da Corrente Elétrica (i) que é medida em ampères (A), para se obter o valor da Resistência Elétrica (R) de lâmpadas que é medida em Ohms (Ω). Esta mensuração pode ser feita por meio da análise de frações e suas simplificações, além de ainda haver a análise de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas e as transformações de unidades de medida, trabalhando-se com os submúltiplos das unidades volt e ampère.

Como os valores obtidos de Tensão e Corrente Elétrica sofrem pequenas variações em cada um dos circuitos montados, também foi trabalhado o conceito de média aritmética simples e arredondamento de números decimais, assim os alunos puderam utilizar valores médios para os cálculos necessários e obter um valor aproximado para a Resistência Elétrica de cada lâmpada.

Devido ao contexto pandêmico, esta prática foi realizada exclusivamente de forma remota, *online* ao vivo, utilizando-se a plataforma Google e *WhatsApp* como meios de comunicação, fazendo-se uso do *Google Meet*, do *Jamboard* além da utilização do sistema operacional *Windows* com o uso do programa *Paint* e *Excel*.

A turma composta, inicialmente, por 10 alunos foi dividida em dois grupos, cada um com 5 alunos. Para cada grupo foi criada uma sala de reunião no *Google Meet* e um grupo no *WhatsApp* para as prévias discussões sobre o assunto e para as interações entre eles, durante o desenvolvimento da prática com a mediação do professor, conforme a metodologia Modelagem Matemática utilizada. Para a realização desta prática com os alunos, utilizaram-se kits contendo uma lanterna, 8 pilhas, lâmpadas, fita isolante, fios e multímetro.

Esta prática se mostrou muito instigante aos alunos pois, logo no início ao saberem que construiriam um circuito, houve uma certa agitação entre os alunos que começaram a manifestar empolgação com comentários do tipo “*Que legal!*”, “*Que maneiro!*”, “*Irado!*”. Houve ainda um aluno que questionou se haveria algum risco de choque elétrico neste experimento e foi então esclarecido que neste tipo de prática com uso de pilhas não havia tal risco.

Para que o experimento fosse executado de forma correta, foi explicado como montar o circuito e como usar o multímetro para aferição da Tensão e da Corrente Elétrica. Também explicado que na ausência de um multímetro, os valores poderiam ser obtidos por meios de cálculos matemáticos, desde que se soubessem informações básicas como potência da lâmpada e a Tensão da fonte geradora.

Inicialmente foi discutida a grandeza Resistência Elétrica, sem mencionar este nome, por meio da funcionalidade de um chuveiro elétrico, de um forno elétrico, de uma lâmpada dentre outros exemplos, e qual era a função da Resistência Elétrica em um circuito elétrico. Conforme foram sendo apresentados e discutidos os exemplos, os próprios alunos foram reconhecendo a importância da capacidade de um equipamento transformar a energia elétrica em outra forma de energia, ou seja, a importância da Resistência Elétrica nos equipamentos, principalmente naqueles cuja função é esquentar ou iluminar.

Durante a montagem do circuito foi debatida a questão da necessidade do uso de uma determinada quantidade de pilhas e o motivo. Foi então que os alunos perceberam que ao se montar um circuito com pilhas associadas em série, a Tensão gerada por essa fonte é a soma das tensões de cada pilha, ou seja, se cada pilha possui uma Tensão média de 1,5 V (volts), na construção do circuito com duas pilhas em série a Tensão total do sistema seria igual ao somatório das tensões individuais, ou seja, um valor próximo a 3,0 V (volts). Assim, como foi observada que na lanterna da qual foi retirada a lâmpada já havia a indicação do uso de duas pilhas em série, foi então levantada a discussão sobre o que aconteceria se somente uma pilha fosse utilizada.

Neste momento foi construído o circuito com somente uma pilha e constatou-se que a lâmpada acendia, mas ficava fraca. Rapidamente os alunos concluíram que não havia “força” suficiente no circuito que provocasse a transformação da energia elétrica em energia luminosa de forma eficiente. O que os alunos perceberam foi que a Tensão gerada pela pilha não era suficiente para o seu devido funcionamento.

Também foi levantado o questionamento sobre o que aconteceria se essa mesma lâmpada fosse conectada em um circuito com mais pilhas ou até mesmo em uma tomada em uma residência, cuja Tensão média é de 127 V (volts) no estado do Rio de Janeiro. Nesta hora houve um aluno que sugeriu fazermos essa prática, no entanto eu pedi a eles que pensassem sobre o que poderia ocorrer se isso fosse feito, fazendo uma analogia em resistência de materiais quando se coloca muita força em um material.

Então os alunos responderam que o material poderia se quebrar ou amassar. Rapidamente foi feito o comentário por uma aluna que a lâmpada poderia “estragar”, ou seja, a aluna quis dizer que a lâmpada poderia sofrer danos se ela fosse conectada em um circuito com uma Tensão superior à suportada por ela. Foi comentado que esse pensamento estava correto e que é importante prestar atenção nas especificações técnicas de um produto que são fornecidas pelo fabricante. Buscou-se então observar nas lâmpadas tais informações para o seu reconhecimento e desenvolvimento do entendimento sobre como construir o circuito adequado para o produto.

A prática sugerida pelo aluno poderia até ser feita para constatar que a lâmpada sofreria danos ao ser exposta a uma Tensão superior à recomendada, mas evitamos realizá-la pois, além de ainda perdermos material útil para a realização das próximas atividades, poderia vir a causar algum tipo de acidente caso a lâmpada estourasse.

Tendo solucionadas tais questões, foi realizada a montagem do circuito elétrico simples e os alunos foram observando o passo a passo para execução individual.

Após a montagem de um circuito simples os alunos foram indagados como poderíamos verificar, dentre duas lâmpadas com a utilização de quantidade de pilhas diferentes, qual teria maior capacidade de transformação da energia elétrica em energia luminosa, ou seja, qual lâmpada teria menor resistência à passagem da Corrente Elétrica.

Esta resposta ficaria muito óbvia se as duas lâmpadas fossem conectadas em circuitos que tivessem a mesma fonte, ou seja, a mesma quantidade de pilhas, pois neste caso, bastaria realizar as aferições de intensidade de Corrente Elétrica por uso de um amperímetro.

Ao se utilizar fontes diferentes, ou seja, diferentes quantidades de pilhas em lâmpadas diferentes, os alunos se depararam com a necessidade de também realizar as aferições de Tensões além das aferições de Corrente Elétrica para cada uma das lâmpadas. Conforme respondido pelos alunos no formulário resposta da prática, os grupos de alunos

conseguiram chegar à conclusão de que ao se fazer a divisão da Tensão pela Corrente Elétrica que passa na lâmpada se torna possível verificar o quanto de energia elétrica está sendo transformada em energia luminosa, e esta constatação foi verificada, realizando-se as mesmas aferições em circuitos montados com a mesma Tensão, ou seja, com a mesma quantidade de pilhas, para a mesma lâmpada.

Por fim, os alunos então constataram que há uma relação inversamente proporcional entre a Resistência Elétrica (R) e a intensidade de Corrente Elétrica (i) ou seja, quanto maior o valor da Resistência Elétrica de um componente, menor é a quantidade de Corrente Elétrica que passa neste e vice-versa. Além disso, também foi diagnosticado que quanto maior é o valor da Corrente Elétrica que passa no circuito, maior é o brilho da lâmpada. Esta constatação é muito interessante e abre possibilidades de exploração do assunto POTÊNCIA ELÉTRICA, e que será tratada nas práticas seguintes deste trabalho.

Cabe aqui ressaltar que, para cada grupo, ao serem feitas as aferições de Tensão e de intensidade de Corrente Elétrica no circuito fechado, ou seja, com a lâmpada em funcionamento, foram obtidos valores variados no multímetro, pois essas grandezas, em um fenômeno real, podem sofrer oscilações que são diagnosticadas pelo aparelho. Assim, cada grupo ficou responsável pela obtenção de 3 ou 5 valores para cada grandeza na utilização de cada uma das lâmpadas a fim de realizarem o cálculo de valor médio e, então, poderem realizar as operações matemáticas necessárias para a obtenção das características buscadas em cada lâmpada.

Além disso, quando possível, foram também utilizadas escalas de submúltiplos da Tensão e da Corrente Elétrica, o que permitiu também o envolvimento do conceito matemático de escalas de medida, sendo um momento muito importante para relembrar ou ensinar aos alunos a transformação de unidades.

Para facilitar as contas durante as aferições dos valores de Tensão e de intensidade de Corrente Elétrica, os dados obtidos inicialmente foram computados com até três casas decimais, fazendo-se sempre o arredondamento, respeitando-se sempre as regras de arredondamento.

Para trabalhar os conceitos matemáticos de médias, foi solicitado a cada um dos grupos que coletasse quantidades diferentes de informações para cada uma das lâmpadas, ficando então estipulado que o grupo 1 coletaria 5 dados, tanto de Tensão quanto de Corrente Elétrica para a lâmpada 1, e 3 dados de cada aferição para a lâmpada 2. O grupo 2 faria o inverso, ou seja, coletaria 3 dados tanto de Tensão quanto de Corrente Elétrica para a lâmpada 1 e coletaria 5 dados de cada para a lâmpada 2. Cada grupo ficou em uma sala do *Google Meet*, e também fez uso do seu grupo específico no *WhatsApp* para envio do link do formulário de resposta criado no *Google Classroom* (<https://forms.gle/yhJLCuWgHrW36rep7>), envio do documento word, para a obtenção e análise dos dados, e discussões.

Embora o formulário tenha sido disponibilizado no *Google Classroom*, os alunos preferiram utilizar o caderno para a realização da tarefa com posterior envio de fotos das resoluções no grupo de *WhatsApp*. Houve também alunos que optaram por utilizar o programa *Excel* para criação da planilha de dados.

A seguir são apresentados os detalhes da experimentação de cada grupo de alunos, com o passo a passo, a construção da tabela de dados (tanto no caderno quanto no *Excel*), os cálculos e resultados obtidos. É importante ressaltar que foram preservados os comentários e as escritas de cada um deles:

Grupo 1:

1º passo – "conectar as pilhas com a fita isolante"

2º passo – "conectar os fios nas pilhas"

3º passo – "conectar os fios na lâmpada para fornecer energia"

4º passo – "usar um aparelho pra medir a intensidade"

Grupo 2:

1º passo – "prender os fios na pilha"

2º passo – "prender a lâmpada"

3º passo – "medir a Corrente que passa"

4.1.4 Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções

Usando a Lâmpada 1

Esta atividade foi iniciada com o grupo 1 que, ao aferir a Tensão e a Corrente Elétrica na lâmpada 1, dados apresentados na [Tabela 1](#), quando esta estava conectada a uma única pilha, obtiveram os seguintes valores de Tensão: 1485mV; 1506mV; 1496mV; 1495mV e 1476mV. Para este circuito fechado, foram obtidos os seguintes valores de intensidade de Corrente Elétrica: 0,10A; 0,11A; 0,12A; 0,11A e 0,12A.

Para esta mesma lâmpada 1, quando o grupo 2 fez suas aferições ao conectar a lâmpada, mas em duas pilhas, conforme dados apresentados na [Tabela 2](#), foram obtidos os seguintes valores de Tensão: 2,75V; 2,79V e 2,77V. Para este circuito fechado, foram obtidos os seguintes valores de intensidade de Corrente Elétrica: 0,20A, 0,21A, 0,18A.

Assim, para o grupo 1, os dados obtidos permitiram a eles obter o valor médio de Tensão de 1491,6mV e o valor médio de Corrente Elétrica de 0,112A, conforme ilustrado na [Figura 2](#). Para os alunos do grupo 2, os valores obtidos permitiram a eles calcular o valor médio de Tensão de 2,77V e o valor médio de Corrente Elétrica de 0,196A, conforme

apresentado na [Figura 3](#).

Figura 2 – Resultados do grupo 1 para a lâmpada 1 com 1 pilha, enviados pela aluna I

GRUPO 1						
Lâmpada	Quantidade de pilhas	Tensão	Tensão Média	Corrente	Corrente Média	Valor de Divisão
1	1	1485mV	1491,6mV= 1,4916V-	0.10A	0,112	
		1506mV		0.11A		
		1496mV		0.12A		
		1495mV		0.11A		
		1476mV		0.12A		

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Figura 3 – Resultados do grupo 2 para a lâmpada 1 com 2 pilhas, enviados pela aluna B

Lâmpada	Pilhas	Tensão	Corrente	Tensão Média	Corrente Média
1	2	2,75	0,20	$\frac{8,31}{3} = 2,77$	$\frac{0,59}{3} = 0,1967$
		2,79	0,21		
		2,77	0,18		

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Embora os alunos não tenham tido dificuldades em realizar as médias após recordar como se faz, a primeira dificuldade apareceu na hora de fazer os arredondamentos.

Com o uso do quadro virtual, foram criados alguns exemplos de números e começou-se a trabalhar os arredondamentos de forma bastante simples, utilizando-se de uma reta ou régua para criar a noção de proximidade de valores de acordo com a distância entre os pontos extremos de referência.

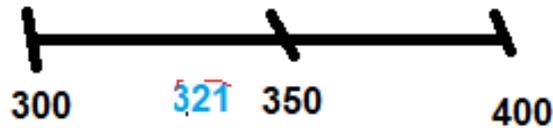
Um dos exemplos foi a localização do número 321 na reta, onde os extremos eram marcados por 300 e 400, e o termo médio o 350. Com estes pontos de referência, foi perguntado onde estaria localizado o número 321.

Os alunos responderam que estaria entre o 300 e o 350, conforme ilustrado na [Figura 4](#). Então comentou-se que o arredondamento é a transformação do número para aquele que se encontra mais próximo. Neste caso, o número 321, caso fosse arredondado nessa escala, ele seria escrito como 300 e não 400.

Outro exemplo dado foi o número 6,789. Montamos uma reta no quadro virtual e desenhamos os extremos 6 e 7 com o número médio 6,5. Em seguida, foi perguntado estaria localizado o número 6,789. Então os alunos responderam que entre o 6,5 e o 7.

Outros exemplos foram abordados para abranger possibilidades de arredondamentos.

Figura 4 – Parte do quadro virtual com explicação inicial sobre o arredondamento



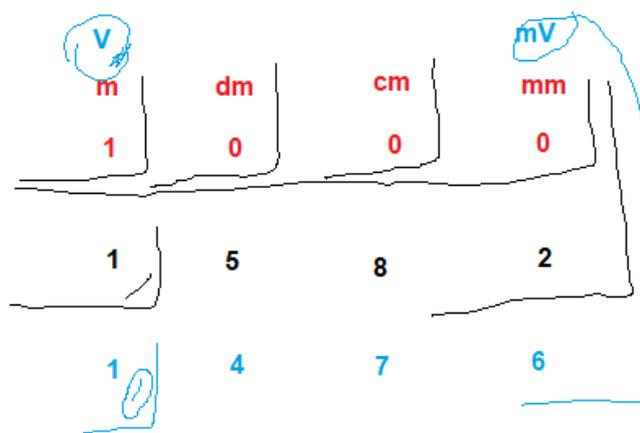
Fonte: Acervo da Pesquisa.

Outra dificuldade que os alunos tiveram foi na hora de fazer a conversão de unidade de milivolt para Volt. Devido a esta situação, foi notado que os alunos necessitavam de uma explicação para saber como tal conversão seria feita.

Neste momento, foram recapituladas as formas de conversão de unidades com base no sistema métrico, no qual também são utilizados os mesmos prefixos para os submúltiplos. A explicação e recapitulação deste conceito matemático foi feita de forma que ambos os grupos, mesmo que cada um em sua própria sala de aula virtual, pudessem visualizar e ouvir as explicações.

Para que isso fosse possível, foi feito o compartilhamento de tela e foi ativado o microfone simultaneamente para ambas as salas, recursos estes disponíveis na plataforma do *Google Meet*. Na [Figura 5](#) é apresentado parte do quadro virtual contendo a explicação com a analogia entre o sistema métrico e o sistema de Tensão (ou voltagem) contendo os submúltiplos de cada sistema.

Figura 5 – Parte do quadro virtual com explicação sobre a transformação de unidades



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Neste caso, foram utilizados os exemplos de 1000 e 1582 milímetros para serem convertidos em metros. Após a explicação dos conteúdos e verificação junto aos alunos sobre o entendimento de como se fazia tal conversão, foi utilizado o valor de 1476 milivolts para ser transformado em Volt.

Após as explicações, os alunos do grupo 1 realizaram a devida transformação de unidades e, de posse dos dados, os alunos puderam calcular o quanto esta lâmpada dificultava a passagem da Corrente Elétrica calculando $\frac{1,492volts}{0,112ampres}$ e obtiveram o valor de 13,3214Ω, conforme ilustrado na Figura 6.

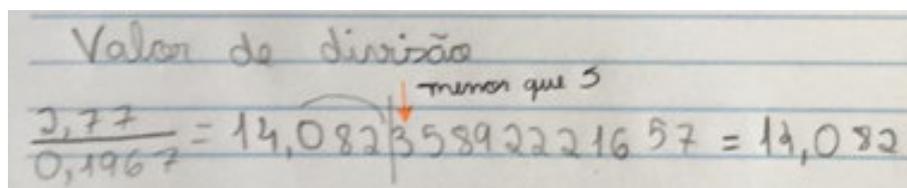
Figura 6 – Resultados do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 1 com 1 pilha, enviados pela aluna I

GRUPO 1						
Lâmpada	Quantidade de pilhas	Tensão	Tensão Média	Corrente	Corrente Média	Valor de Divisão
1	1	1485	1491,6mV=1,492V	0,1	0,112	13,3214
		1506		0,11		
		1496		0,12		
		1495		0,11		
		1476		0,12		

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Para esta mesma lâmpada 1, quando o grupo 2 fez suas aferições, os alunos puderam calcular o quanto esta lâmpada dificultava a passagem da Corrente Elétrica quando conectada em duas pilhas, calculando assim $\frac{2,77volts}{0,1967ampres}$ e obtiveram o valor de 14,082Ω, conforme ilustrado na Figura 7.

Figura 7 – Resultados do grupo 2 com o cálculo de resistência para a lâmpada 1 com 2 pilhas, enviados pela aluna B



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Para se verificar se os valores estavam coerentes com a proposta em análise, foi feita a inversão da quantidade de pilhas para cada grupo, ainda utilizando a primeira lâmpada, ou seja, o grupo 1 conectaria a lâmpada 1 em duas pilhas e o grupo 2 conectaria a lâmpada 1 em somente uma pilha. Desta forma, obtivemos as seguintes análises:

O grupo 1, ao se utilizar de duas pilhas na lâmpada 1, aferiu, conforme dados apresentados na Tabela 1, os seguintes valores de intensidade de Corrente Elétrica: 0,22A; 0,22A; 0,23A; 0,24A e 0,21A.

Com estes resultados os alunos calcularam o valor médio de Corrente Elétrica de 0,224A, conforme ilustrado na Figura 8. Neste momento, os alunos se surpreenderam ao encontrar um valor que é o dobro do valor inicialmente encontrado quando foi utilizada somente uma pilha. Um dos alunos deduziu que isto aconteceu porque utilizaram o dobro da quantidade de pilhas.

Figura 8 – Resultados parcialmente corretos do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 1 com 2 pilhas, enviados pela aluna I

	2	2,96	2,96	0,22	0,224	13,21
		2,91		0,22		
		2,88		0,23		
		3,05		0,24		
		3,06		0,21		

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Diante do comentário do aluno, foi sugerido que investigassem o que havia acontecido com os valores de Tensão. Eles então se dedicaram a essas aferições e obtiveram os seguintes resultados quando circuito estava fechado, ou seja com a lâmpada em funcionamento: 2,96V; 2,91V; 2,88V; 3,05V e 3,06V. Com estes resultados, os alunos calcularam a média de Tensão no valor de 2,96V, conforme ilustrado na Figura 8.

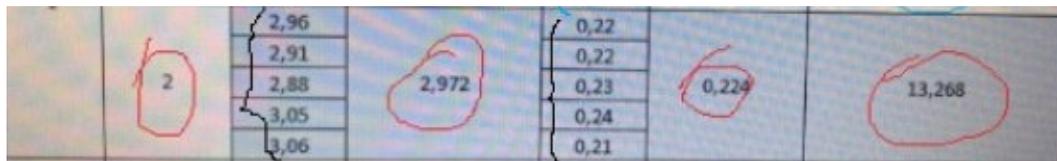
Logo que encontraram este resultado, um dos alunos verificou que este valor era muito próximo do dobro da Tensão que havia sido encontrado com a utilização de uma única pilha por eles. Aproveitou-se a situação e foi comentado que este fato era previsto, pois podendo haver variações entre as Tensões das pilhas, os valores encontrados devem ser muito próximos, e que os valores aproximados tanto de Tensão e Corrente Elétrica estavam coerentes e que as pilhas estavam com a valores de Tensão bem próximos e que não houve perdas significativas na aplicação do circuito elétrico.

De posse desses dados, os alunos puderam então calcular o quanto esta lâmpada dificultava a passagem da Corrente Elétrica calculando $\frac{2,96volts}{0,224ampres}$ e obtiveram o valor aproximado de $13,21\Omega$, conforme ilustrado na Figura 8, que é um valor muito próximo ao obtido por eles no primeiro momento do experimento, fato este consequência da proporcionalidade das frações encontradas que ao serem simplificadas e resolvidas forneciam tais valores.

No entanto, mesmo com tais resultados, ao repetirem os cálculos, os alunos perceberam que haviam cometido um erro, e apresentaram novos dados para o valor médio de Tensão, agora de 2,72V, conforme ilustrado na Figura 9, o que causaria interferência no resultado da divisão.

De posse dos novos valores, os alunos puderam então recalculer o quanto esta lâmpada dificultava a passagem da Corrente Elétrica ao se calcular $\frac{2,972volts}{0,224ampres}$, e obtiveram o valor aproximado de $13,268\Omega$, conforme ilustrado na Figura 9, que é um valor ainda mais próximo ao obtido por eles no primeiro momento do experimento.

Figura 9 – Resultados corretos do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 1 com 2 pilhas, enviados pela aluna I



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Tabela 1 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para a lâmpada 1, enviados pela aluna J

GRUPO 1						
Lâmpada	Quantidade de pilhas	Tensão	Tensão Média	Corrente	Corrente Média	Valor de Divisão
1	1	1485 mV	1491,6 mV = 1,492 V	0,10 A	0,112 A	1,492/0,112 = 13,321 Ohms
		1506 mV		0,11A		
		1496 mV		0,12 A		
		1495 mV		0,11A		
		1476 mV		0,12 A		
	2	3,06 V	2,972 V	0,24 A	0,224 A	2,972/0,224 = 13,268 Ohms
		3,05 V		0,23 A		
		2,88 V		0,22 A		
		2,91 V		0,22 A		
		2,96 V		0,21 A		

Fonte: Dados da Pesquisa.

Neste momento aproveitou-se o ensino para recapitular, com toda a turma, as propriedades das frações e foi constatado que muitos alunos ainda apresentavam certas dificuldades em muitas das operações envolvendo frações. Devido a esta realidade, foram feitos diversos exemplos e situações para que o conteúdo ficasse bem entendido por eles. Estas explicações envolveram, inicialmente, situações simples, comparando-se as frações

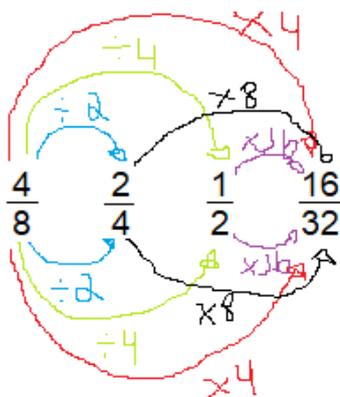
$$\frac{4}{8}, \frac{2}{4}, \frac{1}{2}, \frac{16}{32}$$

As comparações foram feitas de forma a se buscar entender quais eram os fatores multiplicativos ou de divisão que preservavam as proporcionalidades, pois uma vez que se multiplica o numerador por um determinado fator, a mesma operação deve ser feita com o denominador, e o mesmo ocorre ao se realizar a divisão, ou seja, uma vez que se divide o numerador por um determinado fator, esse mesmo processo deve ser feito com o denominador.

Para estes primeiros exemplos, os alunos não tiveram dificuldades em dizer que da fração $\frac{4}{8}$ para a fração $\frac{2}{4}$ ambos o numerador e denominador tiveram que ser divididos por 2; da fração $\frac{4}{8}$ para a fração $\frac{1}{2}$ ambos o numerador e denominador tiveram que ser divididos por 4; da fração $\frac{4}{8}$ para a fração $\frac{16}{32}$ ambos o numerador e denominador tiveram que

ser multiplicados por 4; da fração $\frac{2}{4}$ para a fração $\frac{16}{32}$ ambos o numerador e denominador tiveram que ser multiplicados por 8; e da fração $\frac{1}{2}$ para a fração $\frac{16}{32}$ ambos o numerador e denominador tiveram que ser multiplicados por 16, conforme ilustrado na [Figura 10](#).

Figura 10 – Parte do quadro virtual com explicações básicas sobre operações com frações



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Ao fim destes exemplos, foi também abordada a questão sobre a equivalência das frações, e foi explicado que quando frações diferentes expressam o mesmo valor matemático, como as utilizadas nos exemplos anteriores, estas frações são ditas frações equivalentes. Nesta explicação, foi esclarecido que as frações equivalentes representam a mesma parte de um todo e que basta multiplicar ou dividir o numerador e o denominador de uma determinada fração por um certo algarismo, desde que diferente de zero, para se obter uma fração equivalente à inicial. Portanto, as frações $\frac{4}{8}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{1}{2}$ e $\frac{16}{32}$ são equivalentes entre si.

Em seguida, conforme ilustrado na [Figura 11](#), foram apresentadas as seguintes relações para esclarecimento geral.

Figura 11 – Parte do quadro virtual com continuação de explicação sobre operações com frações

$0,1 = \frac{1}{10}$	$0,2 = \frac{2}{10}$	$1 = 1,0 = \frac{10}{10}$	$1,2 = \frac{12}{10}$
$0,01 = \frac{1}{100}$	$0,02 = \frac{2}{100}$	$0,1 = 0,10 = \frac{10}{100}$	$0,12 = \frac{12}{100}$
$0,001 = \frac{1}{1000}$	$0,002 = \frac{2}{1000}$	$0,01 = 0,010 = \frac{10}{1000}$	$0,012 = \frac{12}{1000}$
$0,0001 = \frac{1}{10000}$	$0,0002 = \frac{2}{10000}$	$0,001 = 0,0010 = \frac{10}{10000}$	$0,0012 = \frac{12}{10000}$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

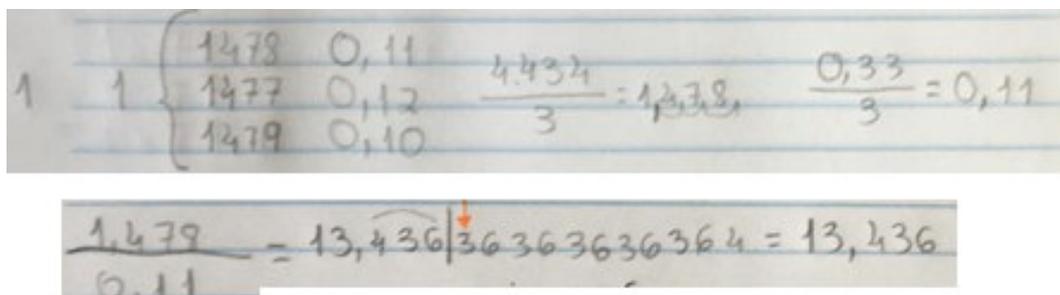
No momento destas explicações, aproveitou-se para abordar a questão do valor

$$1 = 1,0 = \frac{10}{10},$$

que neste caso foi escrito usando o número dez devido à linha de raciocínio utilizada, no entanto, este valor também pode ser escrito utilizando-se qualquer algarismo, desde que o numerador seja igual ao denominador. Assim sendo, a explicação foi expandida para outros exemplos desta mesma natureza a fim de que os alunos pudessem relembrar e ampliar sua visão sobre o trabalho de operações com frações e suas representações.

Continuando as análises dos dados obtidos no experimento conforme apresentados na Tabela 2, utilizando somente 1 pilha no circuito com a lâmpada 1, o grupo 2 aferiu os seguintes valores de Tensão: 1478mV; 1477mV e 1479mV, valores estes que possibilitaram aos alunos encontrar o valor médio de 1478mV, o que corresponde a 1,478V, conforme ilustrado na Figura 12. Ao aferirem os valores de intensidade de Corrente Elétrica obtiveram os seguintes dados: 0,11A; 0,12A e 0,10A que os permitiram obter o valor médio de Corrente Elétrica de 0,11A conforme apresentados na Figura 12.

Figura 12 – Resultados do grupo 2 com cálculo de resistência para lâmpada 1 com 1 pilha, enviados pela aluna B



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Como houve explicações prévias sobre como fazer a transformação de unidades, os integrantes deste grupo não tiveram dificuldades em transformar a unidade milivolt em Volt.

De posse desses dados, os alunos puderam então averiguar o quanto esta lâmpada dificultava a passagem da Corrente Elétrica calculando $\frac{1,478\text{volts}}{0,11\text{ampres}}$, e obtiveram o valor aproximado de $13,436\Omega$ (Ohms), conforme ilustrado na Figura 12.

Neste grupo, embora os valores obtidos nas duas análises fossem diferentes, eles são próximos e estão dentro da normalidade para o cálculo de resistência.

Tabela 2 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para a lâmpada 1, enviados pelo aluno D

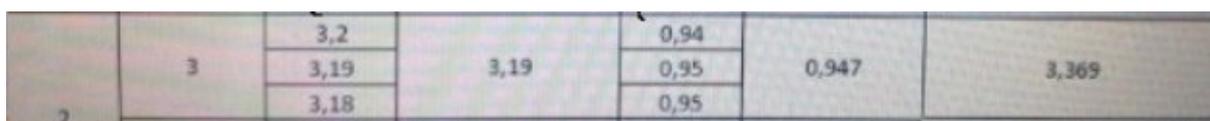
GRUPO 2						
Lâmpada	Quantidade de pilhas	Tensão	Tensão Média	Corrente	Corrente Média	Valor de Divisão
1	2	2,75 V	2,77 V	0,20 A	0,1967 A	2,77/0,1967 = 14,082 Ohms
		2,79 V		0,21 A		
		2,77 V		0,18 A		
	1	1478 mV	1478 mV = 1,478 V	0,11 A	0,11 A	1,478/0,11 = 13,436 Ohms
		1477 mV		0,12 A		
		1479 mV		0,10 A		

Fonte: Dados da Pesquisa.

Usando a Lâmpada 2

O grupo 1 optou por montar a lâmpada 2 primeiramente com 3 pilhas, fornecendo assim um valor bem menor de Tensão ao indicado no componente, mas eles queriam verificar o que aconteceria e quais seriam os valores de Tensão de Corrente Elétrica para este caso. Após a construção do circuito, realizaram as aferições de Tensão, conforme apresentadas na Tabela 3, e obtiveram os seguintes valores: 3,20V; 3,19V e 3,18V, os quais geraram uma média de 3,19V, conforme apresentado na Figura 13. Ao aferirem os valores de Corrente Elétrica que estava passando pelo circuito, obtiveram os dados a seguir: 0,94A; 0,95A e 0,95A que geraram uma média de 0,947A.

Figura 13 – Resultados do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 2 com 3 pilhas, enviados pela aluna I



2	3	3,2	3,19	0,94	0,947	3,369
		3,19		0,95		
		3,18		0,95		

Fonte: Acervo da Pesquisa.

De posse desses valores, os alunos puderam calcular que a divisão da Tensão pela Corrente Elétrica, dada por $\frac{3,19\text{volts}}{0,947\text{ampres}}$, obtiveram o valor aproximado de 3,369Ω (Ohms), conforme ilustrado na Figura 13.

O grupo 1 então escolheu realizar o mesmo experimento agora com 7 pilhas em série, pois verificaram que se com 3 pilhas houve o funcionamento da lâmpada, mesmo que de forma enfraquecida, então com 7 pilhas a lâmpada funcionaria de forma melhor pois, com base nos seus cálculos, com 7 pilhas eles teriam mais que o dobro da Tensão fornecida pelas 3 pilhas. Assim, conseguiriam gerar uma Tensão próxima ao do recomendado pelo fabricante, pois calcularam que com 7 pilhas obteriam uma Tensão média em torno de 10,5V (resultado obtido pelo somatório da Tensão de cada pilha) e, como a lâmpada trazia a informação de que deveria ser utilizada em uma Tensão de 12V, não haveria risco de dano

ao material. Para este caso, os alunos obtiveram, conforme apresentados na [Tabela 3](#), os seguintes dados de Tensão: 6,64V; 6,54V e 6,40V, e para as aferições de Corrente Elétrica os valores de 1,27A; 1,28A; 1,29A.

Com esses dados de Tensão e Corrente Elétrica, conforme apresentados na [Figura 14](#), foram obtidas as seguinte médias respectivamente: 6,527V e 1,28A, e que ao se dividir o primeiro pelo segundo, de acordo com a conta $\frac{6,527\text{volts}}{1,28\text{ampres}}$, os alunos obtiveram o valor aproximado de 5,099 Ω (Ohms) conforme apresentado na [Figura 14](#).

Figura 14 – Resultados do grupo 1 com o cálculo de resistência para a lâmpada 2 com 7 pilhas, enviados pela aluna I

7	6,4	6,527	1,29	1,28	5,099
	6,54		1,28		
	6,64		1,27		

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Tabela 3 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para a lâmpada 2, enviados pelo aluno E

GRUPO 1						
Lâmpada	Quantidade de pilhas	Tensão	Tensão Média	Corrente	Corrente Média	Valor de Divisão
2	3	3,20 V	3,19 V	0,94 A	0,947 A	3,19/0,947 = 3,369 Ohms
		3,19 V		0,95 A		
		3,18 V		0,95 A		
	7	6,64 V	6,527 V	1,27 A	1,28 A	6,527/1,28 = 5,099 Ohms
		6,54 V		1,28 A		
		6,40 V		1,29 A		

Fonte: Dados da Pesquisa.

Portanto, os integrantes do grupo 1, ao analisar os dados com o uso de 7 pilhas, verificaram que os valores de Tensão, embora estivessem abaixo do esperado por eles (que era de 10,5V), proporcionaram a constatação de que o resultado da divisão era relativamente próximo ao de quando foram usadas somente 3 pilhas. Observaram também que devido à uma maior Tensão no circuito, houve a geração, como consequência, de um brilho de maior intensidade na lâmpada.

Os integrantes do grupo 1, ao compararem os dados da lâmpada 2 com os da lâmpada 1, conforme expostos na [Tabela 1](#) e na [Tabela 3](#), concluíram que a lâmpada 2 oferecia menor valor de divisão entre Tensão e Corrente Elétrica, e por isso afirmaram que a lâmpada 2 conseguia brilhar mais que a lâmpada 1, quando eram utilizadas quantidades de pilhas suficientes que chegassem perto do valor máximo de Tensão suportado pela lâmpada.

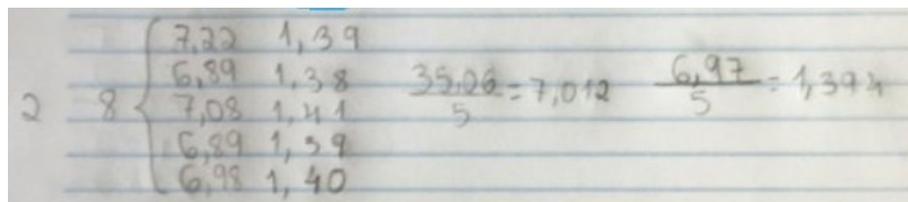
Neste momento de discussão, os alunos conseguiram concluir três coisas:

- quanto maior é a quantidade de pilhas em um circuito, maior é a Tensão nele e como consequência há uma maior intensidade de brilho na lâmpada.
- a lâmpada que apresentava menor valor de resultado da divisão tinha uma capacidade de iluminação maior.
- embora houvesse uma variação de Corrente Elétrica com a variação de Tensão, nas situações em cada um das lâmpadas, pode-se constatar que a capacidade de cada uma delas em transformar a energia elétrica em energia luminosa é diferente, pois mesmo com valores próximos de Tensão (quando aplicada 2 pilhas na lâmpada 1 e 3 pilhas na lâmpada 2) os valores de divisão foram muito diferentes, o que justifica a intensidade luminosa diferente em cada uma desses tipos de lâmpadas.

Por sua vez, o grupo 2 optou montar o circuito com 8 pilhas, pois os alunos discutiram sobre como montar o circuito de forma a fornecer a Tensão ideal recomendada pelo fabricante que é de 12 volts. Pensaram então que, como cada pilha fornece uma Tensão média de 1,5 volts, então com 8 pilhas em série teriam um valor aproximado de 12 volts e, ao aferirem a Tensão em tal circuito, obtiveram o valor de 11,34V.

Após conectarem a lâmpada e fecharem o circuito, iniciaram as aferições de Tensão, conforme dados apresentados na [Tabela 4](#), e obtiveram os seguintes valores: 7,22V; 6,89V; 7,08V; 6,89V e 6,98V, que ao fazerem a média desses valores, conforme ilustrado na [Figura 15](#), obtiveram 7,012V. Uma das alunas indagou o motivo de terem obtido um valor tão baixo de Tensão. Foi explicado que em determinados casos pode acontecer uma anomalia chamada queda de Tensão ao se ligar um equipamento devido ao tamanho e/ou tipo do circuito. Continuaram, pois, a aferir os valores de Corrente Elétrica e obtiveram os seguintes valores: 1,39A; 1,38A; 1,41A; 1,39A; e 1,40A, e que geraram o valor médio de 1,394A, conforme ilustrado na [Figura 15](#).

Figura 15 – Resultados do grupo 2 com cálculo de resistência para lâmpada 2 com 8 pilhas, enviados pela aluna B



Fonte: Acervo da Pesquisa.

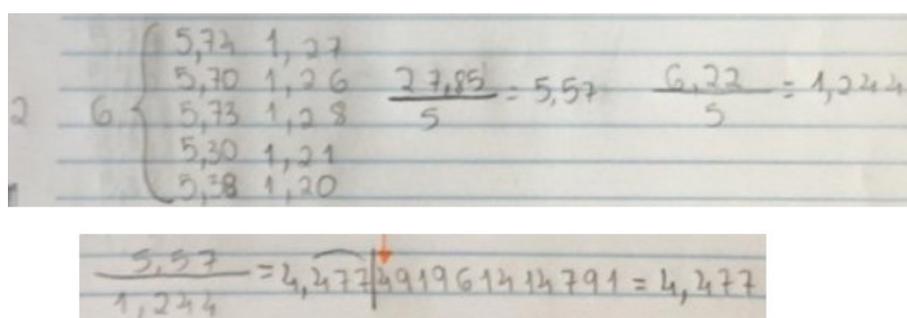
Com os valores médios obtidos os alunos calcularam $\frac{7,012\text{volts}}{1,394\text{ampres}}$ e obtiveram o valor aproximado de $5,030\Omega$ (Ohms), conforme ilustrado na [Figura 15](#).

Com a situação de queda de Tensão no circuito, uma das alunas perguntou se poderiam conectar mais pilhas no circuito para tentar chegar ao valor de 12 volts de Tensão. Foi perguntado a ela o que seria esperado de se encontrar na aferição de Tensão quando fossem conectadas mais pilhas sem conectar a lâmpada. Ela então respondeu que deveria haver uma maior Tensão. Foi sugerido então que realizassem a montagem com mais uma pilha, mas sem conectar a lâmpada.

Os alunos então obtiveram o valor de 12,77V. Foi explicado que neste caso, ao se inserir mais pilhas, o valor de Tensão encontrado é superior ao valor recomendada pelo fabricante e que, mesmo com a queda de Tensão ao se fazer a conexão, o valor de Tensão inicial poderia extrapolar o valor de tolerância e a lâmpada poderia vir a sofrer danos físico, conforme foi discutido no início desta prática. Foi sugerido que eles utilizassem uma quantidade de pilhas menor para fazer novas aferições e que no fim dos experimentos poderiam fazer o teste com mais pilhas e possivelmente sacrificariam uma lâmpada para a constatação do fenômeno.

Diante dos fatos, os alunos resolveram fazer o circuito com 6 pilhas em série. Para esta nova situação, ao conectarem a lâmpada e fecharem o circuito, as aferições de Tensão forneceram, conforme dados apresentados na Tabela 4, os seguintes valores: 5,74V; 5,70V; 5,73V; 5,30V e 5,38V, que ao fazerem a média desses valores, conforme Figura 16 os alunos obtiveram 5,57V. Ao aferirem os valores de Corrente Elétrica obtiveram os seguintes valores: 1,27A; 1,26A; 1,28A; 1,21A; e 1,20A, que geraram o valor médio de 1,244A, conforme Figura 16.

Figura 16 – Resultados do grupo 2 com calculo de resistência para lampada 2 com 6 pilhas, enviados pela aluna B



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Com os valores médios obtidos, os alunos calcularam $\frac{5,57\text{volts}}{1,244\text{ampres}}$, e obtiveram o valor aproximado de $4,477\Omega$ (Ohms), conforme apresentado na Figura 16.

Tabela 4 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para a lâmpada 2, enviados pela aluna C

GRUPO 2						
Lâmpada	Quantidade de pilhas	Tensão	Tensão Média	Corrente	Corrente Média	Valor de Divisão
2	8	7,22 V	7,012 V	1,39 A	1,394 A	7,012/1,394 = 5,030 Ohms
		6,89 V		1,38 A		
		7,08 V		1,41 A		
		6,89 V		1,39 A		
		6,98 V		1,40 A		
	6	5,74 V	5,57 V	1,27 A	1,244 A	5,57/1,244 = 4,477 Ohms
		5,70 V		1,26 A		
		5,73 V		1,28 A		
		5,30 V		1,21 A		
		5,38 V		1,20 A		

Fonte: Dados da Pesquisa.

Portanto, os integrantes do grupo 2 ao analisarem os dados para lâmpada 2 com o uso de 8 pilhas e depois 6 pilhas, verificaram que para os valores de Tensão, embora também estivessem abaixo do esperado por eles, constataram que quanto maior a Tensão no circuito, maior é o valor de Corrente Elétrica que nele passa e maior é o brilho da lâmpada, mas que mesmo havendo um aumento de ambos os valores, o valor da divisão era bastante próximo.

Os integrantes deste grupo, ao discutirem os resultados, também afirmaram que mesmo o valor de Tensão sendo bem menor na lâmpada 1 ao comparar com os valores aplicados na lâmpada 2, o valor final da divisão era muito superior na lâmpada 1 do que na lâmpada 2, dados estes presentes na [Tabela 2](#) e na [Tabela 4](#) e justificaram essa diferença com os valores de Corrente Elétrica pois, na lâmpada 1 os valores obtidos eram bem menores que os da lâmpada 2. Inclusive uma das alunas ainda comentou: “Pessoal, “ces” não se lembram que quanto menor é o número que fica debaixo, maior é o resultado? Então é lógico que a gente vai “achá” um valor maior.”

Então, ao compararem os dados da lâmpada 2 com os da lâmpada 1 presentes na [Tabela 2](#) e na [Tabela 4](#), tiveram a mesma conclusão do grupo 1, que a lâmpada 2 oferecia menor valor de divisão entre Tensão e Corrente Elétrica, e por isso afirmaram que a lâmpada 2 conseguia brilhar mais que a lâmpada 1.

Neste sentido os alunos de ambos os grupos queriam dizer que quanto menor é a Resistência Elétrica de um equipamento, maior é a sua capacidade de conversão de energia. Nestas conclusões, os alunos queriam dizer que havia então uma certa relação entre o valor de divisão e o valor da Corrente Elétrica no circuito e concluíram que quanto menor é o valor da divisão, maior é a Corrente Elétrica que passa pelo circuito. Da mesma forma que quanto maior é a Tensão total no circuito, maior é o valor obtido na divisão. Desta

forma, os grupos alcançaram a quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

O que os alunos constataram foi a proporcionalidade direta entre o valor de Tensão e Resistência Elétrica, e a proporcionalidade inversa entre o valor de Corrente Elétrica e Resistência Elétrica. Assim, os alunos concluíram, com suas próprias palavras, que a Tensão é diretamente proporcional ao valor da divisão e a Corrente Elétrica é inversamente proporcional ao valor da divisão, mas como eles ainda não estavam utilizando estas palavras “diretamente proporcional e inversamente proporcional” para descrever suas conclusões, trouxemos para o quadro esses comentários dos alunos e fizemos alguns exemplos para trabalhar esse vocabulário.

Como exemplos, foram trabalhados com os dois grupos a situação de uma confecção de brigadeiros e a construção de um muro de vinte metros, conforme ilustrado na [Figura 17](#). Em ambos os exemplos, foram tomadas, propositalmente, 1, 2 e 4 pessoas para a execução de cada um dos processos, a fim de termos uma comparação bastante direta.

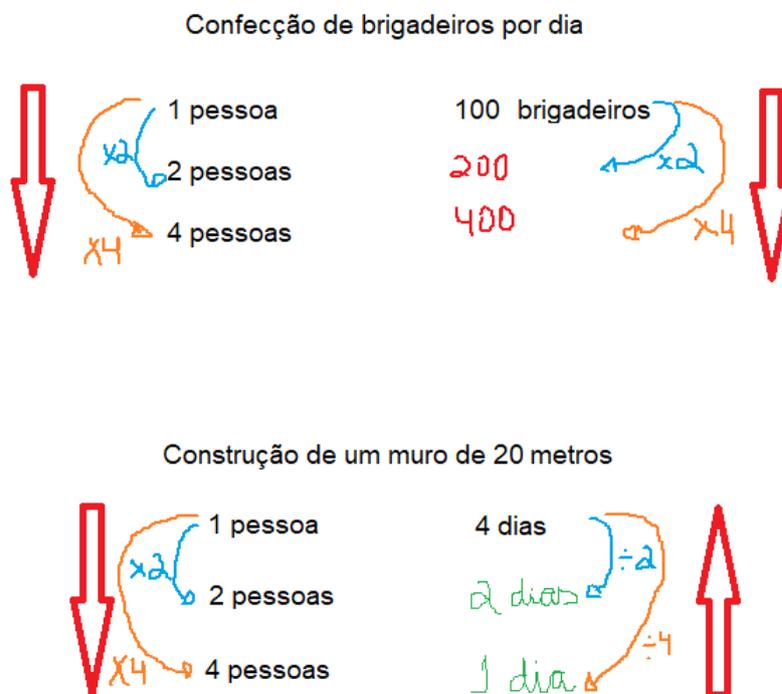
Ao ser abordada a situação sobre a quantidade de brigadeiros confeccionados por dia, foi de fácil entendimento para os alunos que quanto maior o número de pessoas envolvidas no processo, maior era a quantidade de brigadeiros confeccionados. Desta forma, foram analisados os fatores multiplicativos para descobrir a quantidade produzida respectiva de acordo com o número de pessoas trabalhando. Assim, ao se dobrar a quantidade de pessoas, dobra-se a quantidade de brigadeiros produzidos; ao se quadruplicar a quantidade de pessoas, quadruplica-se a quantidade de brigadeiros produzidos. Desta forma, foram utilizadas setas que indicam o sentido do aumento de pessoas e do número de brigadeiros produzidos. Os alunos observaram que ambas as setas tinham o mesmo sentido.

De forma semelhante, ao ser tratada a situação da construção do muro de 20 metros com relação ao tempo de construção, os alunos perceberam que ao se dobrar a quantidade de pessoas, reduz-se o tempo de construção pela metade, e que ao se quadruplicar o número de pessoas envolvidas na construção, o tempo necessário é a sua quarta parte, ou seja, ao serem analisados os fatores multiplicativos e de divisão para o cálculo proporcional em relação à redução do tempo de construção com o aumento do número de trabalhadores, concluiu-se que quanto maior a quantidade de pessoas a trabalhar na construção, mais rápido é o processo. Também foram utilizadas setas que indicam o sentido do aumento dos valores e os alunos perceberam que as setas tinham sentidos contrários, conforme ilustrado na [Figura 17](#).

Como conclusão destas explicações, foi comentado com os alunos que quando as setas têm o mesmo sentido, trata-se de uma situação que há proporção direta entre os fatores envolvidos, e quando as setas possuem sentidos inversos, significa que os fatores envolvidos são inversamente proporcionais. Foi ressaltado que a análise dos sentidos das setas é um facilitador da compreensão do que é diretamente proporcional e do que é

inversamente proporcional.

Figura 17 – Parte do quadro virtual com explicações sobre operações com proporcionalidade



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Para verificar o entendimento desse conteúdo, foi colocada uma outra situação, conforme ilustrado na [Figura 17](#), na qual deveriam ser produzidos 1000 brigadeiros, nas mesmas proporções do exemplo anterior, no qual 1 pessoa confecciona 100 brigadeiros por dia. O questionamento feito era sobre quanto tempo 1, 2, 4 e 5 pessoas levariam para confeccionar os 1000 brigadeiros.

Assim, foi montado no quadro virtual o esquema para averiguar as proporções. Os alunos discutiram em grupo e inicialmente deduziram quantos dias uma única pessoa levaria para confeccionar os 1000 brigadeiros. Enquanto alguns fizeram esta conta de cabeça, outros montaram a regra de 3 e, de uma forma geral, eles não tiveram dificuldades em completar o esquema para 1, 2 e 5 pessoas, mas tiveram que recorrer a cálculos na hora de descobrir quantos dias 4 pessoas levariam para montar os 1000 brigadeiros.

Na hora dos alunos fazerem a regra de 3 para descobrir a quantidade de dias que 4 pessoas levariam para produzir os 1000 brigadeiros, os alunos fizeram a regra de três e não estavam encontrando coerência nas respostas, pois estavam encontrando 40 como resultado. Assim sendo, foi perguntado a eles que tipo de proporção se tratava neste item, se era uma proporção direta ou inversamente proporcional e quem quisesse, poderia fazer uso das

setas para perceber de que tipo de proporcionalidade se tratava. Os alunos responderam que era uma relação inversamente proporcional e alguns completaram dizendo que as setas tinham sentidos contrários, então foi comentado com eles que nestes casos, a regra de três não deve ser cruzada, mas direta, ou seja, os termos que estão escritos na mesma linha é que devem ser multiplicados. Assim, eles deveriam fazer $4y = 10$.

Para concluir o entendimento da prática, foram juntados os grupos em uma mesma sala do *Google Meet*. Foi explicado que cada grupo, ao analisar cada uma das lâmpadas em diferentes circuitos, obteve valores de capacidade de um componente em dificultar a passagem da Corrente Elétrica e esta capacidade é uma grandeza chamada de RESISTÊNCIA ELÉTRICA. Esta é representada pela letra R e sua unidade é o Ohm e seu símbolo é Ω , e esta unidade é o mesmo que Volt/Ampère. É esta grandeza que permite que haja uma transformação da energia elétrica em outro tipo de energia e que no caso do experimento realizado verificou-se a transformação da energia elétrica em energia luminosa.

Ao analisar os valores obtidos, cada grupo conseguiu chegar à conclusão de que quanto menor for o valor obtido na divisão, ou seja, quanto menor for o valor da grandeza Resistência Elétrica, maior é o brilho da lâmpada pois maior é a capacidade de se transformar a energia elétrica em energia luminosa. Também foi analisado que para uma mesma lâmpada, observou-se que quanto maior for a Tensão no circuito, maior é a Corrente Elétrica que passa por ele, portanto essas grandezas são diretamente proporcionais.

Diante dos dados e das conclusões obtidas até aqui e apresentados na [Tabela 1](#), [Tabela 2](#), [Tabela 3](#) e na [Tabela 4](#), foram calculadas com os alunos as médias dos valores de Resistência Elétrica para a lâmpada 1 e para a lâmpada 2.

Com as análises dos dados de cada uma das tabelas e das médias das Resistências Elétricas das lâmpadas 1 e 2, os alunos foram questionados sobre o que aconteceria com os valores de Corrente Elétrica para a lâmpada 2, se esta fosse conectada a duas pilhas, assim como foi feito na lâmpada 1.

Os grupos de alunos, cada um em sua sala *online*, após um certo período de discussão entre os seus integrantes, chegaram a uma mesma conclusão e ambos os grupos afirmaram que como a lâmpada 2 tinha apresentado um menor valor médio para a Resistência Elétrica, então, com duas pilhas haveria um mesmo valor de Tensão ao fornecido à lâmpada 1 logo, o valor de Corrente Elétrica no circuito deveria ser maior se comparada com a da lâmpada 1 para que o resultado da divisão seja menor.

Foi respondido que o raciocínio deles estava correto e então foi escrito no quadro *online* os valores médios da Tensão obtido por cada grupo. Em seguida, foi calculada, junto aos alunos, a média dos valores médios de Tensão para duas pilhas a fim de se descobrir qual seria o valor de Corrente Elétrica que passaria pela lâmpada 2 quando conectada a duas pilhas.

Diante da análise dos valores de Tensão com duas pilhas, dos valores médios de Resistência Elétrica e dos valores de Corrente Elétrica obtidos na prática com cada uma das lâmpadas, foi perguntado aos alunos qual seria o tipo de proporcionalidade entre as grandezas Corrente Elétrica e a Resistência Elétrica, e uma das alunas logo respondeu que são inversamente proporcionais, ou seja, para um mesmo valor de Tensão, quanto maior o valor da Corrente Elétrica, menor é o valor da Resistência Elétrica.

Para se encerrar esta prática, todos os alunos foram convidados a se reunir novamente em uma única sala do *Google Meet* para análise e discussão sobre os dados obtidos por cada grupo e elaborar um cálculo de média dos valores encontrados. Neste momento foram realizadas:

I) as médias de todos os dados obtidos pelos grupos tanto para Tensão quanto para a Corrente Elétrica;

II) as médias dos valores médios obtidos pelos grupos

III) as médias dos resultados de cada um dos grupos

Foi um momento importante para abranger a situação de que a média dos resultados pode ser obtido tomando-se cada um dos valores encontrados por cada um dos grupos, fazendo-se os cálculos médios dos valores de Tensão e Corrente Elétrica de cada um dos grupos ou ainda fazendo-se diretamente as médias das médias.

Como prática para os cálculos de médias, o grupo 1 ficou responsável pelos cálculos dos dados para a lâmpada 1 com 1 pilha e o grupo 2 para a lâmpada 1 com 2 pilhas que podem ser observados na [Figura 18](#) e [Figura 19](#).

Ao fim desses cálculos e discussões entre os alunos sobre as possibilidades dos cálculos de médias, houve comentários do tipo: “*caramba, nunca tinha pensado nisso*”; “*assim fica mais fácil de fazer os cálculos com os resultados que achamos*”; “*a gente pode escolher a forma que quiser fazer e ainda pode verificar se está certo fazendo de outra forma.*”

Pode-se observar que de uma forma geral, os dois grupos souberam realizar as formas de médias de acordo com os dados obtidos. Matematicamente falando, o grupo 1 obteve êxito em todos os cálculos de médias com os arredondamentos feitos de forma correta, no entanto, o grupo 2 cometeu um pequeno erro no arredondamento na execução da sua terceira forma de cálculo, pois o valor 13,549 deve ser arredondado para 13,5, mas como os alunos fizeram um arredondamento inicial para 13,550 eles se equivocaram ao fazer um arredondamento após outro arredondamento e, segundo eles, o arredondamento para uma casa decimal ficou sendo 13,6. Este erro é muito comum de se ver entre os alunos que aplicam arredondamentos sequenciados, uma prática que não deve ser feita.

Figura 18 – Respostas do grupo 1 enviadas pela aluna J

média das médias

2)

$$\frac{1,492 + 1,478}{2} = 1,485 \quad \frac{1,485}{0,111} = 13,379 = \boxed{13,4}$$

$$\frac{0,112 + 0,11}{2} = 0,111 \quad = \boxed{13}$$

3)

$$\frac{1485 + 1506 + 1496 + 1495 + 1476 + 1478 + 1477 + 1479}{8} = \frac{11.892}{8}$$

$$= 1,4865 = 1,487 =$$

$$\frac{0,1 + 0,11 + 0,12 + 0,11 + 0,12 + 0,11 + 0,12 + 0,10}{8} = \frac{0,89}{8}$$

$$= 0,11125 = 0,111$$

$$\frac{1,487}{0,111} = 13,396 = \boxed{13,4} = \boxed{13}$$

1)

$$\frac{13,436 + 13,321}{2} = \frac{26,757}{2} = 13,379 = \boxed{13,4} = \boxed{13}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Após a análise dos cálculos de médias pelos grupos seguidos dos arredondamentos, foi comentado com eles sobre o erro de se fazer arredondamentos seguidos e foi ressaltado que toda vez que se for fazer um arredondamento, deve-se partir do número de origem e analisar a casa decimal que sucede a casa que se quer ter como resposta. No exemplo de erro do grupo 2, os alunos deveriam analisar o algarismo 4 do número 13,5497076 para se realizar o arredondamento para uma casa decimal, assim sendo, o algarismo 4 não gera alteração no algarismo 5, logo o valor arredondado correto é o 13,5.

Figura 19 – Respostas do grupo 2 enviadas pela aluna B

Handwritten calculations on lined paper showing three methods for calculating the average of two variables: 'Lampada' (1) and 'pilhas' (2).

1) $\frac{14,082 + 13,268}{2} = \frac{27,35}{2} = 13,675 = 13,7$

2) $\frac{2,77 + 2,972}{2} = 2,871$ $\frac{0,1967 + 0,224}{2} = 0,21035$ $13,671 + 0,21035 = 13,88135 = 13,9$ $13,88135 - 0,28135 = 13,6$

3) $\frac{2,75 + 2,79 + 2,77 + 2,96 + 2,91 + 2,98 + 3,05 + 3,06}{8} = 2,89625$ $\frac{0,2 + 0,21 + 0,18 + 0,22 + 0,22 + 0,23 + 0,24 + 0,21}{8} = 0,21375$ $2,89625 + 0,21375 = 3,11 = 13,6$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Apesar de haver resultados diferentes nas análises das médias, os alunos compreenderam que essas diferenças ocorreram devido aos arredondamentos feitos, ora durante os cálculos, ora somente no resultado final. Portanto, todos os resultados encontrados pelos dois grupos são muito próximos e são coerentes dentro de uma análise matemática, pois foram respeitadas as regras de arredondamento e as médias aritméticas simples foram realizadas de forma satisfatória por ambos os grupos.

4.1.5 Análise da apresentação dos conceitos matemáticos

Esta prática, com a aplicação das cinco etapas propostas por [Burak \(2010\)](#), segundo análises feitas, foi muito importante para os alunos, pois serviu para constatar que as grandezas físicas também podem ser representadas por meio de outras grandezas. Assim, para este caso, a Resistência Elétrica (R) pode ser obtida pelas informações de Tensão (U) e intensidade de Corrente Elétrica (i). No entanto, esta grandeza também pode ser obtida pela Potência do componente elétrico pois, das equações

$$R = \frac{U}{i} \text{ e } U = \frac{P}{i}$$

pode-se escrever que

$$R = \frac{P}{i^2}$$

ou ainda, sendo

$$i = \frac{U}{R} \text{ e } i = \frac{P}{U}$$

pode-se escrever que

$$\frac{U}{R} = \frac{P}{U},$$

logo,

$$R = \frac{U^2}{P}$$

Tais associações podem ser exploradas quando se for abordar função do 2º grau, o que fica como sugestão para trabalhos futuros.

Na realização desta prática, foi notada que, embora houvesse os grupos de discussão no *Google Meet* e no *WhatsApp*, nem todos os alunos tomaram algum posicionamento, apesar dos vários estímulos realizados pelo professor mediador. Entende-se que a não participação tão ativa por parte de alguns poucos alunos nesta tarefa remota pode se dar por motivos de timidez ou de falta de interesse, o que não é exclusividade das atividades remotas, pois isso também pode ocorrer na prática presencial.

Devido à grande possibilidade de abordagem de diferentes conceitos matemáticos em uma mesma atividade prática, foram utilizados, ao todo, seis tempos de 50 minutos, totalizando 5 horas para a apresentação e realização desta prática com os alunos, com a utilização do *Google Meet*, do quadro *online Jamboard* e também com o uso do programa

Paint e *Excel*. As atividades investigativas (segunda etapa proposta por [Burak \(2010\)](#)) para a busca por conhecimentos e informações sobre como realizar possíveis mensurações da Resistência Elétrica de um equipamento fez parte desta prática, que teve o intervalo de uma semana entre o anúncio da realização da prática e a sua efetiva realização.

Esta aplicação ocorreu em uma turma pequena de apenas 10 alunos, o que não reflete a realidade de muitas escolas, sejam elas particulares ou públicas. No entanto, como este trabalho tem cunho qualitativo, a quantidade de alunos não interfere em seus resultados, mas sim o que se obteve de retorno das atividades com os alunos.

Para a realização desta tarefa com grupos maiores e de forma presencial fica como sugestão a divisão da turma em grupos de 4 ou 5 alunos, e que cada grupo monte um circuito para se obter as informações necessárias para compreensão do fenômeno e para a aplicação matemática dos conceitos propostos. Nestes grupos maiores pode ser mais interessante a presença de dois professores mediadores a fim de se obter resultados efetivos estimulando a participação de todos e uma maior mediação para a realização das práticas.

Também pode ser interessante a exploração das fórmulas que contenham o valor de Potência Elétrica como forma de aprofundamento do conteúdo sobre a equação do primeiro grau com base nas informações presentes no equipamento escolhido e sua averiguação com a utilização do multímetro. Neste caso, pode ser necessário o uso de mais um ou dois tempos de aula de 50 minutos. Este aprofundamento fica como sugestão para trabalhos futuros.

Com base nos formulários respostas preenchidos pelos alunos, sejam em seus cadernos, no formulário impresso ou na plataforma *Google Classroom*, os cálculos ali apresentados e as explicações presentes sobre as relações entre as grandezas físicas envolvidas constatam que os objetivos desta prática foram alcançados e que os estudos sobre Proporcionalidade; Fração e simplificação; Operações com números inteiros e decimais; Sistemas de Medidas (transformações de unidades); Média Aritmética Simples e Arredondamento, de forma contextualizada e aplicada em uma atividade que envolva elementos do cotidiano são possíveis de serem feitos e que geram resultados muito expressivos no aprendizado.

Portanto, pensar a matemática de forma prática de tal maneira que envolva os alunos e os estimule a pensar e resolver situações-problema pode ser uma via de construção do conhecimento de forma embasada, contextualizada e aplicável no dia a dia dos alunos, tornando dinâmico o processo de ensino e aprendizado.

4.2 Tema 2 - Associação de Resistores e a Proporcionalidade na Distribuição da Tensão Elétrica e da Corrente Elétrica

O segundo tema da Eletricidade a ser trabalhado com os alunos do 9º ano é a associação de resistores e a relação de proporcionalidade na distribuição da Tensão elétrica e da Corrente Elétrica em cada tipo de associação de componentes. Esse tema pode ser considerado como uma continuidade do primeiro tema, no entanto, as construções dos circuitos elétricos para as associações dão-se de forma um pouco mais elaborada e os cálculos matemáticos envolvidos também, possibilitando a abordagem de mais conceitos matemáticos.

Como mencionado na situação-problema 1, no dia a dia há uma possibilidade variada de aparelhos elétricos e eletrônicos que estão disponíveis e se faz uso constante, bastando observar ao redor e ver que são utilizadas lâmpadas, computadores, televisão, chuveiros elétricos dentre outros, e não poucas vezes faz-se uso de vários desses equipamentos ao mesmo tempo. Para que seja possível a utilização simultânea de diversos equipamentos, seja em uma residência, escritório ou até mesmo em uma indústria, são necessárias as associações de resistores.

As associações de resistores podem ser feitas em série, em paralelo ou mista, de acordo com o tipo de funcionamento que se queira buscar. Independentemente de qual tipo de associação seja feita, é sempre possível fazer o cálculo do valor da Resistência equivalente (R) que pode ser utilizada em substituição aos resistores presentes no circuito.

Para introduzir os conceitos de associação de resistores, serão analisados dois circuitos elétricos com associação de resistores, sendo um em série e outro em paralelo. Para isso, serão utilizadas duas lâmpadas (uma de 9 watts e uma de 15 watts) e uma fonte geradora de Corrente Alternada (tomada residencial) que tem uma Tensão elétrica ou diferença de potencial de 127 volts para o estado do Rio de Janeiro. Serão montados dois circuitos com a possibilidade de se conectar duas lâmpadas, sendo um circuito em série e outro em paralelo. As duas lâmpadas serão conectadas, simultaneamente, em cada um dos circuitos. Com o uso de um multímetro, serão aferidas as intensidades de Corrente Elétrica e a Tensão ou diferença de potencial em cada um dos terminais dos circuitos e em cada lâmpada, usadas em ambos os tipos de circuito, para que possam ser constatadas as diferenças entre esses circuitos.

Cabe aqui ressaltar que embora as associações em série sejam menos utilizadas no cotidiano, ficando restrita a certos tipos de aplicações específicas, é muito importante entender suas propriedades para compreender as aplicações dos tipos de circuitos elétricos.

O circuito em série é caracterizado pela presença de um único caminho a ser percorrido pela Corrente Elétrica, ou seja, quando dois ou mais componentes estão associados

entre os pontos A e B desse circuito elétrico, ao irmos de A para B ou de B para A, é obrigatória a passagem por todos os componentes presentes no circuito. Sendo assim, neste tipo de circuito, o funcionamento de um componente depende do funcionamento dos demais componentes presentes no circuito.

Já no circuito em paralelo, há mais de um caminho para a Corrente Elétrica percorrer, e quando dois ou mais componentes estão associados entre os pontos A e B desse circuito elétrico, aos irmos de A para B ou de B para A, não é obrigatória a passagem por todos os componentes presentes no circuito. Sendo assim, uma característica do circuito em paralelo é que seus diversos componentes podem ser ligados ou desligados de forma independente.

Para o caso do circuito em série, a Corrente Elétrica (i) em cada um dos resistores é sempre igual à Corrente Elétrica na associação, ou seja:

$$i = i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_n$$

A Tensão total (U) ou diferença de potencial (ddp) é igual à soma das tensões em cada componente, ou seja:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

E a Resistência equivalente (R_{eq}) é igual à soma das Resistências de cada resistor, ou seja:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

No caso do circuito em paralelo, a Tensão elétrica (U) ou diferença de potencial (ddp) é a mesma da associação; ou seja:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n$$

A Corrente Elétrica (i) total é igual à soma das Correntes Elétricas em cada componente, ou seja:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n$$

E o inverso da Resistência equivalente (R_{eq}) é a soma dos inversos da Resistência de cada resistor, ou seja:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

A seguir, são apresentadas a prática experimental proposta; os conceitos matemáticos abordados nesta prática; a análise da aplicação prática e, por fim, uma análise da apresentação dos conceitos matemáticos.

4.2.1 Descrição da Prática Experimental e objetivo

Para se atender à quarta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Resolução dos problemas levantados na etapa 3), na realização desta prática, devem ser usadas, quatro lâmpadas de Potências diferentes (duas de 9 watts e duas de 20 watts), quatro bocais, duas tomadas do tipo "macho", seis interruptores, fio condutor de 1,5mm de medida suficiente para montar os circuitos, uma fonte geradora de Corrente Alternada (tomada residencial ou da escola) que tem uma Tensão ou diferença de potencial de 127 volts (característica do estado do Rio de Janeiro), um multímetro, um alicate de corte, chave de fenda e philips, um suporte para a construção e fixação do circuito.

Nesta prática, cada aluno ou grupo de alunos ficará responsável pela construção de um tipo de circuito elétrico (em série ou em paralelo) com a possibilidade de se conectar duas lâmpadas. As lâmpadas serão conectadas, duas a duas, em cada um dos circuitos, havendo, portanto, a possibilidade de se montar três duplas de lâmpadas (um par de 9 watts, um par de 20 watts e um terceiro par sendo uma lâmpada de 9 watts e uma de 20 watts). Inicialmente serão conectados os pares de lâmpadas iguais em ambos os circuitos e depois os pares de lâmpadas diferentes. Com o uso de um multímetro, serão aferidas as intensidades de Corrente Elétrica e a Tensão elétrica ou diferença de potencial em cada um dos terminais dos circuitos e em cada lâmpada usada, em ambos os tipos de circuito, para que possam ser constatadas as características próprias de cada circuito.

O objetivo desta prática é fazer com que os alunos descubram as diferenças entre as associações em série e em paralelo, e as relações de razão e proporção existentes entre Tensão elétrica, intensidade de Corrente Elétrica e Resistência, e quais são as características em cada um dos circuitos por meio da aplicação de lâmpadas de diferentes Potências nestes circuitos. Além disso, os conceitos de porcentagem poderão ser utilizados para se aplicar nas divisões de Tensão e Corrente Elétrica nos circuitos em questão, a fim de se simplificar os cálculos e desenvolver um pensamento lógico matemático.

Com os circuitos montados e os pares de lâmpadas conectados em cada circuito, com o uso de um multímetro, os alunos tomarão notas sobre os valores de Tensão elétrica e Corrente Elétrica em cada uma das extremidades do circuito e em cada uma das lâmpadas.

Os alunos também poderão verificar a relação de dependência de funcionamento dos componentes em cada um dos circuitos ao desconectar um dos componentes. Sendo assim, por meio de análises práticas, os alunos deverão julgar, de acordo com cada situação, qual deve ser o melhor tipo de circuito a ser utilizado em uma residência, escritório ou

indústria e também poderão propor um uso para o tipo de circuito que não deve ser utilizado nesses locais.

Para fazer o uso correto do multímetro, os alunos deverão selecionar a opção de Corrente Alternada e selecionar o modo voltímetro, no aparelho, para se verificar a Tensão elétrica nas extremidades dos circuitos e nas lâmpadas, fazendo sua aferição em paralelo; e deverão selecionar o modo amperímetro para aferir a intensidade da Corrente Elétrica no circuito e em cada lâmpada, lembrando que este tipo de aferição deve ser feito em série.

Assim, com os valores de Tensão elétrica e Corrente Elétrica em cada circuito e em cada momento, eles poderão calcular os valores de Resistência de cada lâmpada e fazer os cálculos de Resistência equivalente de cada circuito, bem como averiguar os valores de Tensão e de Corrente Elétrica totais.

4.2.2 Conceitos Matemáticos trabalhados

- o Operações com números inteiros
- o Razão
- o Proporcionalidade
- o Porcentagem
- o Inverso de um número
- o Arredondamento
- o M.M.C.

4.2.3 Aplicação do Tema 2

A proposta desta segunda prática com os alunos foi buscar o entendimento e a compreensão de como se dá a distribuição da Tensão elétrica e da Corrente Elétrica nos circuitos que possuem associação em série ou associação em paralelo, analisando, na prática, as relações de razão e proporção existentes entre Tensão elétrica, intensidade de Corrente Elétrica, Resistência e Potência.

Com a realização desta prática, por meio do uso dos conceitos matemáticos de razão, proporção e porcentagem, os alunos poderão caracterizar cada um dos circuitos utilizando-se de lâmpadas de diferentes Potências. Nesta prática também serão utilizadas as grandezas de Tensão elétrica (U) que é medida em volts (V), de intensidade da Corrente Elétrica (i) que é medida em ampères (A) para se obter o valor da Resistência (R) e Resistência equivalente (R_{eq}) em cada associação de lâmpadas, sendo estas últimas grandezas medidas em Ohms (Ω), que podem ser obtidas por meio da análise de frações e suas simplificações dos respectivos dados para cada lâmpada, bem como a equivalência

de cada associação no circuito, seja ele em série ou em paralelo.

Nesta prática também foram envolvidas as transformações de unidades de medida, trabalhando com os submúltiplos das grandezas Volt, Ampère e/ou Ohms, de acordo com os valores obtidos pelos alunos por meio da utilização dos aparelhos de mensuração (multímetro) nas suas variadas funções (Voltímetro e Amperímetro).

Como nesta prática os valores obtidos de Tensão elétrica e Corrente Elétrica também sofreram pequenas oscilações, foram igualmente utilizados a média aritmética e arredondamentos.

Consonante às alterações nos estágios pandêmicos na cidade de Campos dos Goytacazes e devido a uma maior flexibilização dos serviços na cidade, houve a adoção do sistema híbrido de ensino, o que proporcionou alguns momentos de atividades presenciais com os alunos. Portanto, buscou-se aproveitar esta oportunidade para priorizar a realização presencial desta prática com os alunos em sala de aula, no entanto, ainda se preservou o distanciamento social e o uso de álcool 70% ao longo da realização desta.

Apesar desta maior flexibilização, a presença dos alunos em sala não era obrigatória, permanecendo poucos alunos em casa que participaram de forma *online* ao vivo, por meio de vídeo chamadas.

Assim sendo, os grupos de alunos funcionaram de forma presencial e *online* ao mesmo tempo, de acordo com os integrantes de cada grupo. Neste contexto, foram utilizadas as plataformas *Google*, *WhatsApp* e *Microsoft* como meios de comunicação, pois foram feitos uso do *Google Meet* e do *WhatsApp* como meios de interação, e do *Jamboard*, e *Paint* como quadros virtuais.

A turma, agora composta por 9 alunos devido à saída de um dos alunos da escola, foi dividida em dois grupos, sendo um de 4 alunos e outro de 5 alunos. Como havia integrantes dos dois grupos de forma presencial, mas também havia integrantes de cada grupo que participaram de forma remota, foi criada somente uma sala de reunião no *Google Meet* para comunicação geral com os alunos e foram usados dois grupos no *WhatsApp*, um para cada grupo. Esses grupos no *WhatsApp* foram utilizados para as prévias discussões sobre o assunto e para as interações entre os alunos durante o desenvolvimento da prática com a mediação do professor, conforme a metodologia Modelagem Matemática utilizada.

Esta prática despertou tanta curiosidade nos alunos que, durante as discussões iniciais, ambos os grupos resolveram realizar a prática em ambos os tipos de circuitos e, além disso, também escolheram outras lâmpadas para a realização da prática, pois no kit também havia, além das lâmpadas de 9 watts e 20 watts, as lâmpadas de 60 watts e 70 watts. Sendo assim, o grupo 1 escolheu as lâmpadas de 20 watts e 60 watts e o grupo 2 escolheu as lâmpadas 9 watts e 20 watts.

A execução de forma apropriada do experimento depende da correta construção do circuito em série e em paralelo então, foi explicado aos alunos como cada um dos circuitos deveria ser construído e como utilizar o multímetro para as aferições de Tensão e Corrente Elétrica em cada ponto do circuito. Também foi abordado que é importante entender as informações fornecidas pelo fabricante e que constam nas lâmpadas, tais como Tensão e Potência. Neste tópico, foi conversado que os valores presentes são os valores máximos do equipamento e que, embora haja um certo fator de tolerância para cada um deles, não se deve extrapolar os limites para não danificar o equipamento e se evitar acidentes.

No momento da explicação sobre a questão da Tensão elétrica presente no circuito, foi abordado que equipamentos projetados para uma Tensão de 127 volts, caso sejam ligados em fontes de 220 volts, podem sofrer danos físicos e causar acidentes, e os equipamentos projetados para uma Tensão de 220 volts, caso sejam utilizados na Tensão 127 volts, podem não funcionar ou terão seu funcionamento de forma inadequada e, neste caso, também podem sofrer danos físicos.

As lâmpadas que compõem o kit são todas para este tipo de Tensão de 127V, sendo que cada uma delas possui sua própria característica de Potência e esta informação consta, como já mencionado, seja no seu bulbo ou no seu soquete.

De posse do kit com as lâmpadas e com a utilização dos circuitos em série e em paralelo, cada grupo fez uso dos equipamentos para descobrir como se dá a distribuição da Tensão e da Corrente Elétrica. Os alunos que estavam participando de forma *online*, também interagiram durante a experimentação, e a visualização da prática foi feita por meio da *webcam*.

A seguir são apresentados os detalhes da prática experimental realizada por cada grupo de alunos, ilustrado na [Figura 20](#), com o passo a passo, a construção da tabela de dados, os cálculos e resultados obtidos. É importante ressaltar que foram preservados os comentários e as escritas de cada um deles.

Grupo 1:

1º passo – "*Primeiro a gente escolheu as lâmpadas*"

2º passo – "*Encaixou nos bocais*"

3º passo – "*Depois fechamos os interruptores e as lâmpadas acenderam*"

4º passo – "*Medir Tensão e Corrente*"

Grupo 2:

1º passo – "*Escolher as lâmpadas*"

2º passo – "*Conectar as lâmpadas*"

3º passo – "*Aferir Tensão e Corrente*"

Figura 20 – Alunos realizando a prática 2



Fonte: Acervo da Pesquisa.

4.2.4 Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções

Grupo 1: Aferindo Tensão e Corrente Elétrica no circuito em série

O grupo 1 iniciou a prática pelo circuito em série e conectou as duas lâmpadas de 20 watts e constatou que as lâmpadas ficaram piscando. Com uso do multímetro na função voltímetro, os alunos aferiram que a Tensão no início e no fim do circuito era de 125 volts, e ao aferir a Tensão em cada uma das lâmpadas, constataram que nelas havia 59 volts e 60 volts cada, conforme dados apresentados na [Tabela 5](#).

Os alunos então questionaram o motivo dos valores obtidos e foi explicado que devido à oscilação na funcionalidade das lâmpadas, os valores obtidos para Tensão poderiam sofrer diminuições e poderiam não coincidir com a Tensão total disponibilizada no circuito. Sendo assim, uma das alunas logo conclui que para este tipo de circuito, a Tensão se dividiu para as duas lâmpadas apesar das diferenças de cálculo na soma.

Logo após essa constatação, foi perguntado ao grupo se este fato também aconteceria com as duas lâmpadas de 60 watts. Assim, os alunos ficaram muito intrigados e resolveram de pronto substituir as lâmpadas de 20 watts pelas de 60 watts.

Após a substituição, verificaram que não houve oscilação na luminosidade das lâmpadas e que a Tensão no início e no fim do circuito em série era também de 125 volts e, ao serem aferidas as tensões em ambas as lâmpadas, obtiveram os valores de 63 volts em cada lâmpada, conforme dados apresentados na [Tabela 5](#). Os alunos perceberam que a soma das duas tensões totalizava 126 volts e, mais uma vez, o valor total não correspondia ao valor aferido inicialmente no circuito. Foi esclarecido aos alunos que os valores de Tensão podem sofrer variações na sua fonte, o que justifica esta pequena diferença da aferição inicial. Logo concluíram que a Tensão também se dividiu de forma similar, apesar de terem aferido uma pequena diferença.

Para esclarecer esta variação de Tensão nas tomadas, foi aferida a Tensão elétrica em outras tomadas da sala, e houve algumas que ficaram com valores oscilantes entre 113 volts e 130 volts.

Então os alunos foram indagados mais uma vez sobre o que aconteceria se fossem conectadas duas lâmpadas diferentes, ou seja, uma de 20 watts e outra de 60 watts, que foram as lâmpadas escolhidas por este grupo. Uma das alunas se prontificou a responder e disse: *“como deu praticamente tudo igual para todas as lâmpadas, então se a gente colocar outras lâmpadas, mesmo que diferentes, vai dar o mesmo resultado”* e outra aluna logo complementou: *“Eu também acho que vai dar isso porque deve ser o tipo de circuito que determina o que tem de Tensão em cada lâmpada.”*

A partir destes comentários e discussões entre os integrantes do grupo, eles realizaram a prática conectando uma lâmpada de 20 watts e outra de 60 watts e constataram os seguintes fatos: No início e no fim do circuito havia uma Tensão de 123 volts, na lâmpada de 20 watts foi aferido o valor de 106 volts, e na lâmpada de 60 watts foi aferido o valor de 17 volts, dados apresentados na [Tabela 5](#).

Após a discussão sobre a análise dos dados obtidos, os alunos deste grupo concluíram que a Tensão foi distribuída de forma inversamente proporcional, ou seja, na lâmpada de maior Potência (60 watts) houve uma menor Tensão, apenas 17 volts, e na lâmpada de menor Potência (20 watts) houve uma maior Tensão que foi de 106 volts. Assim, eles cumpriram a quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

Desta forma, os alunos deste grupo concluíram que, para o circuito em série, quando as lâmpadas são iguais, as tensões se dividem de forma igual entre elas, mas quando as lâmpadas são diferentes, ou seja, quando elas têm Potências diferentes, a Tensão se distribui no circuito de forma inversamente proporcional em relação à Potência das lâmpadas.

Encerrando esta primeira etapa do experimento, os alunos do grupo 1 repetiram as inserções das lâmpadas no circuito em série e aferiram as Correntes Elétricas em pontos diferentes do circuito que foram antes da primeira lâmpada, entre as duas lâmpadas e após a segunda lâmpada, para verificar a distribuição da Corrente Elétrica neste tipo de circuito.

Iniciaram, então, esta etapa conectando as duas lâmpadas de 20 watts e, com o uso do multímetro, na função amperímetro, constataram que a Corrente Elétrica no início e no fim do circuito era de 0,11 ampères, e também foi encontrado este mesmo valor de 0,11 ampères entre as lâmpadas, conforme dados apresentados na [Tabela 5](#). Com estes dados, os alunos afirmaram que em todos os pontos deste circuito, a Corrente Elétrica era a mesma e seu valor era de 0,11 ampères.

Após estas aferições, os alunos se animaram ainda mais e se perguntaram: “Será que isso também vai acontecer com as duas lâmpadas de 60 watts?” Então, uma das alunas comentou: “Acho que neste circuito vai dar tudo igual em qualquer lugar que a gente for medir a eletricidade.”

Os alunos pegaram as duas lâmpadas de 60 watts e inseriram no circuito em série. Com o uso do multímetro, na função amperímetro, constataram que a Corrente Elétrica antes da primeira lâmpada era de 0,30 ampères, entre a primeira e a segunda lâmpada a Corrente Elétrica era de 0,30 ampères e depois da segunda lâmpada a Corrente Elétrica também era de 0,30 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 5](#). Com base nestes dados, os alunos do grupo 1 afirmaram, mais uma vez, que em todos os pontos deste circuito, a Corrente Elétrica era a mesma e seu valor era de 0,30 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 5](#).

Diante da empolgação dos alunos e sobre as descobertas feitas para este tipo de circuito, eles foram indagados sobre o que aconteceria se as duas lâmpadas fossem diferentes. Será que a Corrente Elétrica seria também a mesma em todos os pontos do circuito?

Diante deste desafio, os alunos substituíram, então, uma das lâmpadas de 60 watts por uma de 20 watts e, com o uso do multímetro, na função amperímetro, aferiram a Corrente Elétrica antes da primeira lâmpada, entre a primeira e a segunda lâmpada e depois da segunda lâmpada e constataram que a Corrente Elétrica em todos os pontos era também igual, mas seu valor, nesta configuração de lâmpadas no circuito em série tinha o valor de 0,14 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 5](#).

Com base em todos os experimentos realizados pelos alunos deste grupo, eles concluíram que no circuito em série, independentemente dos tipos de lâmpada, a Corrente Elétrica é sempre a mesma em qualquer ponto do circuito em série, e o que altera com o uso de cada combinação de lâmpadas é o valor da Corrente Elétrica que passa no circuito e atenderam à quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

Tabela 5 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para as diversas associações no circuito em série, enviados pela aluna I

GRUPO 1		CIRCUITO EM SÉRIE					
Associação	Lâmpadas Associadas	Tensão Disponível	Tensão na lâmpada	Tensão Total	Corrente elétrica antes das lâmpadas	Corrente elétrica entre as lâmpadas	Corrente elétrica depois das lâmpadas
1	20 W	125 V	59 V	119 V	0,11 A	0,11 A	0,11 A
	20 W		60 V				
2	60 W	125 V	63 V	126 V	0,30 A	0,30 A	0,30 A
	60 W		63 V				
3	20 W	123 V	106 V	123 V	0,14 A	0,14 A	0,14 A
	60 W		17 V				

Fonte: Dados da Pesquisa.

4.2.5 Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções

Grupo 2: Aferindo Tensão e Corrente Elétrica no circuito em paralelo

Enquanto o grupo 1 utilizava o circuito em série, o grupo 2 se utilizou do circuito em paralelo conectando inicialmente as lâmpadas de 9 watts. Os alunos utilizaram o multímetro na função voltímetro e aferiram a Tensão no início e no fim do circuito que era de 125 volts e ao aferirem as Tensões em cada uma das lâmpadas, obtiveram em ambas as lâmpadas o valor de 125 volts, conforme dados apresentados na [Tabela 6](#).

Após esta observação, os alunos concluíram que no circuito em paralelo a Tensão é a mesma em todas as lâmpadas, atingindo a quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

Diante do comentário deles, eles foram questionados se o mesmo fato aconteceria com lâmpadas de maior Potência. Alguns alunos deste grupo disseram que se havia acontecido com o primeiro conjunto de lâmpadas, o mesmo fenômeno deveria acontecer com o outro par de lâmpadas.

Então, para comprovar empiricamente a hipótese deles, eles pegaram as lâmpadas de 20 watts e conectaram no circuito.

Ao ligar o circuito e aferir a Tensão inicial e final disponibilizada, verificaram, por meio do uso do multímetro na função voltímetro, que a Tensão era também de 125 volts. Ao aferir a Tensão em cada uma das lâmpadas, os alunos comprovaram o que haviam pensado, pois encontraram também em cada uma das lâmpadas de 20 watts o valor de Tensão de 125 volts, conforme dados apresentados na [Tabela 6](#).

Diante, então, da constatação dos fatos, os alunos foram indagados se o mesmo fato aconteceria com lâmpadas de Potências diferentes. Neste momento, o grupo ficou pensativo e alguns estudantes disseram que o fenômeno iria se repetir. Outros, porém, começaram a colocar em dúvida o que haviam constatado até o momento por se tratar de um par de lâmpadas de Potências diferentes.

Após o momento de discussão e reflexão, um dos alunos substituiu uma das lâmpadas de 20 watts do circuito pela lâmpada de 9 watts. Em seguida, se utilizaram do multímetro na função voltímetro e aferiram a Tensão disponibilizada no circuito. No aparelho foi marcado o valor de 126 volts e, ao se aferir o valor de Tensão em cada uma das lâmpadas, o mesmo valor foi encontrado, conforme dados apresentados na [Tabela 6](#).

Após todas as aferições, o grupo 2 concluiu que, no circuito em paralelo, independentemente dos tipos de lâmpadas a serem utilizadas, a Tensão sempre se distribui de forma igual no circuito.

Tendo finalizado esta parte da prática experimental, os alunos do grupo 2 também repetiram as inserções das lâmpadas no circuito em paralelo. Desta forma, buscavam aferir as Correntes Elétricas em pontos diferentes do circuito:

- no interruptor geral que antecede as lâmpadas,
- nos interruptores específicos logo após cada uma das lâmpadas e
- na junção da ramificação do circuito paralelo.

Iniciaram, pois, esta etapa conectando as duas lâmpadas de 9 watts. Com o uso do multímetro, na função amperímetro, averiguaram que a Corrente Elétrica no interruptor geral era de 0,10 ampères. Em cada um dos interruptores subsequentes às lâmpadas foram encontrados os valores de 0,04 ampères. Na junção da ramificação foi encontrado o valor de 0,10 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 6](#).

Com base nos dados obtidos, os alunos puderam constatar que a Corrente Elétrica, no circuito em paralelo, se dividiu de forma igual para as lâmpadas de mesmo valor de Potência e também puderam constatar que o valor de Corrente Elétrica que inicia no circuito em paralelo é o mesmo que termina.

Os alunos questionaram quanto aos valores obtidos nas lâmpadas, pois a soma destes não corresponde exatamente ao valor da Corrente Elétrica total presente no circuito tanto no início quanto no fim. Foi explicado a eles que podem haver oscilações no valor de Corrente Elétrica devido a perdas no circuito e também à baixa precisão de aferição com mais casas decimais, pois a soma dos valores que não aparecem no visor do multímetro pode sim diminuir a diferença obtida.

Para esclarecimento, foi apresentado no quadro a seguinte explicação:

- Suponha que os valores de Corrente Elétrica obtidos nas lâmpadas fossem de 0,045 ampères. Assim, o somatório das duas Correntes Elétricas seria de 9,0 ampères, o que diminui a diferença observada.

- Suponha, então, que os valores fossem 0,048 em cada uma das lâmpadas. Assim sendo, o somatório das Correntes Elétricas seria de 0,096 ampères, o que é aproximadamente 0,10 ampères.

- Independente dos valores que possam estar presentes na aferição das Correntes Elétricas em cada uma das lâmpadas, foi constatado que tanto a Corrente Elétrica no início quanto no fim do circuito são as mesmas em todas as aferições. O que comprova que o somatório das Correntes Elétricas que estão passando em cada uma das partes do circuito em paralelo é igual ao valor inicial presente no circuito.

Após estas explicações, os alunos foram questionados se o mesmo ocorrido com as lâmpadas de 9 watts ocorreria com as lâmpadas de 20 watts. Após uma breve discussão entre os alunos, eles chegaram à conclusão de que aconteceria o mesmo fenômeno com as lâmpadas de 20 watts.

Os alunos substituíram as lâmpadas de 9 watts pelas lâmpadas de 20 watts no circuito em paralelo e, com a utilização do multímetro na função amperímetro, obtiveram os seguintes dados: no interruptor geral foi aferida uma Corrente Elétrica de 0,27 ampères, em cada um dos interruptores subsequentes às lâmpadas foram encontrados os valores de Corrente Elétrica de 0,13 ampères, e na junção da ramificação foi encontrado a Corrente Elétrica no valor de 0,27 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 6](#).

Um dos alunos ainda constatou que o somatório de 0,13 ampères com 0,13 ampères gera um resultado de 0,26 ampères, e ele ainda complementou dizendo que como não conhecemos as demais casas decimais, é bem provável que os valores dessas casas gerem o resultado final de 0,27 ampères, que foi o encontrado na junção das ramificações.

Para encerrar essa parte da prática experimental, os alunos foram questionados se os fenômenos até então observados também se repetiriam com duas lâmpadas diferentes. Após uma breve discussão entre eles, os alunos chegaram à conclusão que deve haver a repetição do fenômeno, mas que gostariam de comprovar realizando a execução da prática.

De posse então de uma lâmpada de 9 watts e outra de 20 watts, os alunos montaram o circuito e, com o uso do multímetro na função amperímetro, se puseram a aferir as Correntes Elétricas nos mesmos pontos e obtiveram os seguintes valores: no interruptor geral foi aferida uma Corrente Elétrica de 0,18 ampères, no interruptor subsequente à lâmpada de 9 watts foi encontrado o valor de Corrente Elétrica de 0,04 ampères, no interruptor subsequente à lâmpada de 20 watts foi encontrado o valor de Corrente Elétrica de 0,13 ampères, e na junção da ramificação foi encontrado a Corrente Elétrica no valor de

0,18 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 6](#).

Tabela 6 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para as diversas associações no circuito em paralelo, enviados pelo aluno G

GRUPO 2		CIRCUITO EM PARALELO					
Associação	Lâmpadas Associadas	Tensão Inicial	Tensão na lâmpada	Tensão Final	Corrente elétrica antes das lâmpadas	Corrente elétrica na lâmpada	Corrente elétrica depois das lâmpadas
1	9 W	125 V	125 V	125 V	0,10 A	0,04 A	0,10 A
	9 W		125 V			0,04 A	
2	20 W	125 V	125 V	125 V	0,27 A	0,13 A	0,27 A
	20 W		125 V			0,13 A	
3	9 W	126 V	126 V	126 V	0,18 A	0,04 A	0,18 A
	20 W		126 V			0,13 A	

Fonte: Dados da Pesquisa.

Diante dos fatos observados, os alunos concluíram que realmente há uma divisão entre os valores de Corrente Elétrica no circuito em paralelo e que a Corrente Elétrica final é igual à somas dos valores de cada uma das partes da Corrente Elétrica que passa no circuito.

Com esta última prática, puderam constatar também que para a aplicação de lâmpadas com Potências diferentes, a Corrente Elétrica se divide de forma diretamente proporcional, ou seja, a lâmpada de maior Potência terá maior quantidade de Corrente Elétrica passando, enquanto que a lâmpada de menor Potência terá menor quantidade de Corrente Elétrica passando. Assim, alcançou-se a quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

Conforme mencionado anteriormente, os alunos gostaram tanto dessa prática que quiseram trocar os tipos de circuito. Sendo assim, as próximas análises compreenderão os experimentos realizados pelo grupo 1 no circuito em paralelo e os do grupo 2 no circuito em série.

A continuidade das experimentações foi um fator inesperado, mas diante da curiosidade, da empolgação dos alunos, e dada a possibilidade de despender mais tempo com esta prática, e sendo todo o conhecimento adquirido pelos alunos válido, esta continuidade serviu como fator de checagem dos fenômenos observados e das aplicações dos conceitos matemáticos envolvidos no experimento.

4.2.6 Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções

Grupo 1: Aferindo Tensão e Corrente Elétrica no circuito em paralelo

Assim como o grupo 2 se utilizou do circuito em paralelo para fazer as aferições de Tensão e Corrente Elétrica, o grupo 1 agora se utilizou este circuito para conectar as lâmpadas de 20 watts. Com o uso do multímetro na função voltímetro, aferiram a Tensão no início e no fim do circuito que foi de 125 volts e ao aferirem as Tensões em cada uma das lâmpadas de 20 watts também obtiveram em cada uma o valor de 125 volts, conforme dados apresentados na [Tabela 7](#).

Após estas constatações, os alunos do grupo começaram a dizer que, neste tipo de circuito a Tensão deve ser sempre a mesma em todas as lâmpadas. Diante dos fatos, resolveram então utilizar as duas lâmpadas de 60 watts para realizar novas aferições de Tensão.

Com as lâmpadas de 60 watts inseridas no circuito em paralelo, os alunos aferiram a Tensão no circuito, que era de 125 volts, e em cada uma das lâmpadas de 60 watts também havia uma Tensão de 125 volts, conforme dados apresentados na [Tabela 7](#).

Assim, os alunos começaram a confirmar que no circuito em paralelo, o valor de Tensão é sempre o mesmo nas lâmpadas que compõem o circuito. Um dos alunos até comentou: *“Este circuito é mais fácil que o outro.”* Neste momento, o grupo foi questionado se o mesmo aconteceria se as duas lâmpadas fossem diferentes, pois o que eles haviam constatado até o momento estava sendo válido para o uso de lâmpadas iguais.

Depois desta problematização, os alunos conversam um pouco e um deles até falou: *“É mesmo, pessoal! A gente só usou lâmpada igual. Será que a gente vai ter o mesmo resultado com lâmpadas diferentes?”* Uma das alunas que estava *online* logo completou: *“Ué, a gente vai ter que usar as lâmpadas diferentes pra ver.”*

Então, os alunos conectaram uma lâmpada de 20 watts e outra de 60 watts no circuito em paralelo e aferiam as Tensões no circuito e em cada uma das lâmpadas. Com o auxílio do multímetro na função voltímetro, obtiveram os seguintes resultados: a Tensão no circuito foi aferida em 125 volts, na lâmpada de 20 watts também foi aferido o valor de Tensão de 125 volts e na lâmpada de 60 watts também foi constatado o valor de Tensão de 125 volts, conforme dados apresentados na [Tabela 7](#).

Diante dos valores obtidos, os alunos vibraram e aluno que havia feito comentários anteriores confirmou dizendo: *“Eu não falei que este circuito era mais fácil?! Neste circuito fica tudo igual!!”*

Após estes comentários, os alunos foram interpelados com o seguinte comentário feito pelo professor mediador: *“Vocês estão certos sue acabaram de averiguar, mas será que realmente é tudo igual no circuito em paralelo? Vocês só aferiram as Tensões! Mas e os valores de intensidade de Corrente Elétrica? Como ficam?”*

Em decorrência destes comentários os alunos começaram a se agitar. Alguns deles diziam que ia ficar tudo igual, mas uma das alunas comentou: *“No circuito que usamos antes, a Corrente era igual nas lâmpadas, mas era um circuito em série!! Este circuito aqui é diferente! Se a gente observar bem, no circuito anterior os valores de Corrente é que eram iguais, mas os valores de Tensão mudavam pra cada lâmpada! Eu acho que aqui vai ser o inverso do outro circuito!!”*

O professor mediador então logo complementou: *“Só tem um jeito de vocês saberem isso!!”* Então uma das alunas complementou: *“Vamos medir logo pra ver o que vai dar gente, que estou curiosa!”*

Os alunos aproveitaram que o circuito já estava montado com as lâmpadas de 20 watts e 60 watts e aferiram, com o auxílio do multímetro na função amperímetro, os valores de Corrente Elétrica no início do circuito, em cada um das lâmpadas e no fim do circuito e obtiveram os seguintes resultados: no início do circuito o valor de Corrente Elétrica era de 0,58 ampères, na lâmpada de 20 watts o valor de Corrente Elétrica era de 0,13 ampères, já na lâmpada de 60 watts o valor de Corrente Elétrica era de 0,44 ampères, e no fim do circuito o valor de Corrente Elétrica era de 0,58 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 7](#).

Com tais valores obtidos os alunos começaram a ver que nem tudo era igual no circuito em paralelo. Um dos alunos comentou: *“É, não é tão fácil como eu pensava! E agora?”* Uma das alunas ao observar os valores obtidos, concluiu o seguinte: *“Olha até que não é tão difícil! Se a gente reparar bem, os valores que a gente conseguiu em cada uma das lâmpadas a gente junta e dá quase o valor que a gente mediu no início e no fim, porque a gente tem 0,13 com 0,44 e isso tá dando 0,57. Ô professor, isso tá certo?”* A aluna ao fazer tal questionamento, ela foi respondida da seguinte forma: *“Pra vocês verificarem isso, tentem fazer o mesmo com as outras lâmpadas pra checar se o que vocês estão pensando está certo.”*

Com um espírito de entusiasmo e curiosidade, a aluna logo respondeu: *“É agora que eu vou checar isso. Vamo lá pessoal! Vamo colocar a outra lâmpada comprida aqui.”* Com este discurso, o grupo substituiu a lâmpada de 60 watts por uma de 20 watts, ou seja, montaram o circuito apenas com as lâmpadas de 20 watts. Com o uso do multímetro na função amperímetro, aferiram os seguintes valores de Corrente Elétrica: no início do circuito o valor de Corrente Elétrica foi de 0,27 ampères, em cada uma das lâmpadas de 20 watts o valor de Corrente Elétrica foi de 0,13 ampères, e no fim do circuito o valor de Corrente Elétrica também foi de 0,27 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 7](#).

Diante de tais valores os alunos começaram a ver que os valores de Corrente Elétrica em cada uma das lâmpadas ao serem somados davam um valor próximo ao do valor de Corrente Elétrica no início e no fim do circuito. Então aluna que havia feito os comentários anteriores perguntou: *“Por que os valores somados ficam próximos dos valores do início e do fim, mas não dão exatos?”* A resposta aos alunos deste grupo foi a mesma que foi dada para o segundo grupo quanto às diferenças de valores, ou seja, os valores aferidos pelo aparelho tinham uma certa precisão de apenas duas casas decimais e portanto, os valores da terceira casa decimal de cada aferição nas lâmpadas poderiam ser somados e o valor obtido seria bem próximo ao dos valores aferidos no início e no fim do circuito.

Como explicação, foram feitos os seguintes comentários:

“Suponha que os valores aferidos com a terceira casa decimal fossem 0,134 para cada lâmpada, então qual seria o valor somado desses valores?”

Uma das alunas respondeu que a soma daria 0,268. Então eles ainda foram questionados sobre qual seria o valor arredondado conforme aprendido lá na primeira atividade.

A mesma aluna responde: *“Isso dá 0,27!”* Diante da afirmação dela, foi comentado: *“Pois então! 0,27 foi o valor que o aparelho obteve no início e no fim do circuito com a soma das Correntes que passavam por cada uma das lâmpadas.”* Com esta explicação, a aluna logo comentou: *“Agora entendi porque não tá dando certinho na soma.”* Após checar se todos os alunos do grupo haviam compreendido e tendo a resposta afirmativa, foi sugerido que fizessem as aferições agora com as lâmpadas de 60 watts para verificar o que ocorria e como eram os valores de Corrente Elétrica para este caso.

Os alunos logo decidiram trocar as lâmpadas de 20 watts pelas lâmpadas de 60 watts e, com o uso do multímetro na função amperímetro obtiveram os seguintes dados: no início do circuito o valor de Corrente Elétrica foi de 0,90 ampères, em uma das lâmpadas de 60 watts o valor de Corrente Elétrica foi de 0,44 ampères e na outra o valor foi de 0,45 ampères, e no fim do circuito o valor de Corrente Elétrica também foi de 0,90 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 7](#).

Depois de toda essa parte prática, os alunos foram questionados como se dava a divisão da Corrente Elétrica de acordo com a Potência de cada lâmpada. Os alunos compreenderam que as divisões de Corrente Elétrica se davam de forma igual quando as lâmpadas eram de mesma Potência, mas quando as lâmpadas tinham Potências diferentes, a lâmpada de maior Potência tinha maior Corrente Elétrica passando por ela e na de menor Potência uma corrente elétrica menor. Assim sendo, os alunos deste grupo também concluíram que as divisões das Correntes Elétricas são diretamente proporcionais às Potências das lâmpadas envolvidas no circuito elétrico em paralelo. Desta forma, atendeu-se à quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

Tabela 7 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para as diversas associações no circuito em paralelo, enviados pela aluna I

GRUPO 1		CIRCUITO EM PARALELO					
Associação	Lâmpadas Associadas	Tensão Inicial	Tensão na lâmpada	Tensão Final	Corrente elétrica antes das lâmpadas	Corrente elétrica na lâmpada	Corrente elétrica depois das lâmpadas
1	20 W	125 V	125 V	125 V	0,27 A	0,13 A	0,27 A
	20 W		125 V			0,13 A	
2	60 W	125 V	125 V	125 V	0,90 A	0,44 A	0,90 A
	60 W		125 V			0,45 A	
3	20 W	125 V	125 V	125 V	0,58 A	0,13 A	0,58 A
	60 W		125 V			0,44 A	

Fonte: Dados da Pesquisa.

Grupo 2: Aferindo Tensão e Corrente Elétrica no circuito em série

Enquanto o grupo 1 utilizava o circuito em paralelo, o grupo 2 se ateve a utilizar o circuito em série. Este grupo iniciou esta parte prática com as duas lâmpadas de 9 watts e, com o auxílio do multímetro na função voltímetro, aferiram os valores de Tensão disponível no circuito e em cada uma das lâmpadas. Segundo as aferições feitas, no início e no fim do circuito havia uma Tensão de 125 volts e ao aferirem as Tensões em cada uma das lâmpadas, obtiveram em uma das lâmpadas de 9 watts o valor de 59 volts, e na outra lâmpada de 9 watts obtiveram o valor de 69 volts, conforme dados apresentados na [Tabela 8](#).

Com esta prática, os alunos iniciaram suas observações e começaram a achar que no circuito em série a Tensão se distribui de forma diferente para cada uma das lâmpadas, mas devido a uma certa variação no valor entre as Tensões aferidas nas lâmpadas de mesma Potência, os alunos resolveram repetir o experimento invertendo as lâmpadas de posição, mas os mesmo valores anteriores foram obtidos nas mesmas lâmpadas.

Sem muita certeza ainda de como a Tensão estava se dividindo entre as lâmpadas no circuito em série, os alunos do grupo 2 resolveram usar o outro par de lâmpadas escolhido por eles, ou seja, eles substituíram as lâmpadas de 9 watts pelas lâmpadas de 20 watts.

Ao realizarem tal modificação e ligando o circuito, os alunos observaram, assim como os alunos do grupo 1, que as lâmpadas de 20 watts, no circuito em série, funcionam de forma anômala, pois ficam piscando. Com o uso do multímetro na função voltímetro, foram aferidas as Tensões no início e fim do circuito e em cada uma das lâmpadas conectadas e obtiveram os seguintes resultados: no início e no fim do circuito havia uma Tensão de 125 volts e ao aferirem as Tensões em cada uma das lâmpadas, obtiveram em uma das lâmpadas de 20 watts o valor de 64 volts, e na outra lâmpada de 20 watts o valor de 57

volts, conforme dados apresentados na [Tabela 8](#).

Como os valores obtidos eram mais próximos um do outro, os alunos puderam concluir que neste tipo de circuito, para lâmpadas iguais, a Tensão tende a se dividir de forma igual. Uma das alunas perguntou se poderia fazer mais um teste com outro par de lâmpadas. Como o kit também dispunha de um par de lâmpadas de 70 watts, as quais não foram escolhidas por nenhum dos grupos, foi disponibilizado a este grupo o uso destas lâmpadas para que pudessem realizar mais um teste com outros tipos de lâmpada para que, de fato, pudessem constatar o que estavam concluindo.

Sendo assim, este grupo se utilizou do par de lâmpadas de 70 watts e após conectá-las no circuito em série e fazendo uso do multímetro, na função voltímetro, puderam constatar os seguintes valores de Tensão: no início e no fim do circuito havia uma Tensão de 124 volts, em uma das lâmpadas de 70 watts o valor de 60 volts, e na outra lâmpada de 70 watts o valor de 61 volts, conforme dados apresentados na [Tabela 8](#).

Tendo realizado este teste extra, os integrantes do grupo 2 chegaram à conclusão de que a Tensão realmente se divide de forma praticamente igual para as lâmpadas de mesma Potência. Então foram indagados o que aconteceria se as lâmpadas fossem de diferentes Potências. Desta forma, mais uma vez atendeu-se à quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

Assim, os integrantes do grupo 2 resolveram conectar as lâmpadas de 9 watts e 20 watts e, com o uso do multímetro na função voltímetro, puderam aferir os seguintes valores: no início e no fim do circuito havia uma Tensão de 126 volts, na lâmpada de 9 watts foi obtido o valor de 93 volts, enquanto que na lâmpada de 20 watts foi obtido o valor de 40 volts, conforme dados apresentados na [Tabela 8](#).

Com base no dados aferidos, os integrantes do grupo 2 puderam constatar que a Tensão se divide de forma diferente em lâmpadas cujas Potências também são diferentes e puderam notar que, na lâmpada de menor Potência foi aferido um valor maior de Tensão, enquanto que na lâmpada de maior Potência, foi aferido um valor menor de Tensão. Assim sendo, os alunos também concluíram que a Tensão, no circuito em série, se divide de forma inversamente proporcional à Potência das lâmpadas envolvidas no circuito, atingindo a quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

Os alunos foram, então, questionados sobre o que aconteceria com os valores de Corrente Elétrica neste circuito. Durante a discussão os alunos chegaram a comentar que eles estavam observando comportamentos diferentes do apresentado no circuito em paralelo que haviam previamente utilizado. Eles notaram que a Tensão no circuito em paralelo era igual para todas as lâmpadas e que no circuito em série a Tensão se dividia. Sendo assim, os alunos começaram a achar que se a Corrente Elétrica no circuito em paralelo era dividida conforme a Potência das lâmpadas, então eles começaram a achar que, como a Tensão

no circuito em série já estava sendo dividida, então deduziram que a Corrente Elétrica seria a mesma para as lâmpadas no circuito em série. E assim, alcançou-se a quinta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Análise crítica das soluções).

Após esta discussão com apresentação de tais hipóteses, eles foram convidados a colocar na prática o que estavam pensando. Então, aproveitaram que as lâmpadas de 9 watts e de 20 watts já estavam no circuito, e aferiram, com o uso do multímetro na função amperímetro, a Corrente Elétrica nos pontos diversos do circuito, que eram antes da primeira lâmpada, entre as duas lâmpadas e após a segunda lâmpada, e obtiveram os seguintes dados: antes da primeira lâmpada a Corrente Elétrica era de 0,06 ampères, entre as duas lâmpadas a Corrente Elétrica foi de 0,06 ampères entre as lâmpadas, e depois da segunda lâmpada a Corrente Elétrica também foi de 0,06 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 8](#).

Com estes dados, os alunos conseguiram a primeira prova de que o que estavam deduzindo estava correto, ou seja, que em todos os pontos do circuito em série, a Corrente Elétrica é sempre a mesma.

Após estas primeiras aferições, os integrantes do grupo, para confirmar o que haviam encontrado, aplicaram também aos pares de lâmpadas iguais no circuito em série. Trocaram a lâmpada de 20 watts pela outra lâmpada de 9 watts e aferiram, com o uso do multímetro na função amperímetro, os valores de Corrente Elétrica nos mesmos pontos anteriores e obtiveram os seguintes dados: antes da primeira lâmpada a Corrente Elétrica foi de 0,01 ampères, entre as duas lâmpadas a Corrente Elétrica foi de 0,01 ampères entre as lâmpadas, e depois da segunda lâmpada a Corrente Elétrica também foi de 0,01 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 8](#). Com estes dados, mais uma vez, os alunos constataram que em todos os pontos do circuito em série, a Corrente Elétrica é sempre a mesma.

Tendo encontrado a mesma conclusão anterior, agora trocaram as duas lâmpadas de 9 watts pelas duas lâmpadas de 20 watts, que mesmo funcionando de forma anômala, pois ficaram piscando, aferiram, com o uso do multímetro na função amperímetro, os valores de Corrente Elétrica nos mesmos pontos anteriores e obtiveram os seguintes dados: antes da primeira lâmpada a Corrente Elétrica era de 0,11 ampères, entre as duas lâmpadas a Corrente Elétrica foi de 0,11 ampères entre as lâmpadas, e depois da segunda lâmpada a Corrente Elétrica também foi de 0,11 ampères, conforme dados apresentados na [Tabela 8](#).

Portanto, com esta terceira aferição, os alunos puderam realmente constatar que, no circuito em série, independentemente dos tipos de lâmpadas associadas, em qualquer ponto do circuito em série, a Corrente Elétrica é sempre a mesma, e desta forma, cumpriu-se a quarta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Resolução dos problemas levantados).

Tabela 8 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para as diversas associações no circuito em série, enviados pela aluna G

GRUPO 2		CIRCUITO EM SÉRIE					
Associação	Lâmpadas Associadas	Tensão Disponível	Tensão na lâmpada	Tensão Total	Corrente elétrica antes das lâmpadas	Corrente elétrica entre as lâmpadas	Corrente elétrica depois das lâmpadas
1	9 W	125 V	59 V	128 V	0,01 A	0,01 A	0,01 A
	9 W		69 V				
2	20 W	125 V	64 V	121 V	0,11 A	0,11 A	0,11 A
	20 W		57 V				
3	9 W	126 V	93 V	133 V	0,06 A	0,06 A	0,06 A
	20 W		40 V				
4	70 W	124 V	60 V	121 V	-	-	-
	70 W		61 V				

Fonte: Dados da Pesquisa.

Ao fim de todas as aferições realizadas até o momento, houve, posteriormente, momentos de encontro *online* (devido ao sistema híbrido de ensino adotado no momento), por meio de videochamadas, em uma sala do *Google Meet* com todos os alunos de ambos os grupos. Dadas as características de cada uma das relações de Tensão e Corrente Elétrica em cada um dos tipos de circuito, foi proposta uma análise percentual das divisões que ocorreram em cada tipo de circuito.

Conforme as análises feitas pelos alunos, no circuito em série, há a divisão da Tensão entre as lâmpadas envolvidas no circuito, e estes valores são inversamente proporcionais às Potências das lâmpadas, conforme dados apresentados na [Tabela 5](#) e na [Tabela 8](#). A partir da análise dessas Tabelas, foi perguntado aos alunos como poderia ser feita a relação de porcentagem entre a Tensão Total, obtida pelo grupo 1, e sua distribuição entre as lâmpadas de 20 watts e 60 watts, e entre a Tensão Total, obtida pelo grupo 2, e sua distribuição entre as lâmpadas de 9 watts e 20 watts, realizadas, em ambos os casos, na 3ª associação do circuito em série de cada grupo.

Após um certo silêncio, uma das alunas perguntou: “*Professor, a gente pode fazer por regra de três?*” A aluna foi questionada como montaria esta operação, ela respondeu: “*A gente pode colocar que o maior valor está para 100 e o menor valor está para x, aí a gente vai conseguir achar o valor dele.*” A aluna foi elogiada e, com a utilização do quadro virtual, foi montada, com todos os alunos *online*, a operação sugerida pela aluna. Em seguida, foi questionado como se resolveria esta regra de três. Os alunos responderam que era pra fazer multiplicação cruzada. Os alunos realizaram os cálculos que podem ser vistos na [Figura 21](#) e na [Figura 22](#).

Figura 21 – Cálculos de porcentagem das Tensões realizados pelo aluno E, integrante do Grupo 1

Segunda Parte: Ao analisar os dados obtidos na situação problema, o que pode ser deduzido quanto à resistência e a intensidade da corrente elétrica que passa em cada lâmpada em cada um dos circuitos montados? Como pode ser utilizada a porcentagem para a distribuição da tensão e da intensidade da corrente em cada um dos elementos de cada circuito?

$$\begin{array}{l}
 123 \text{ — } 100\% \\
 106 \text{ — } x \\
 x = \\
 123x = 10600 \\
 x = \frac{10600}{123} = 86,1788618 \\
 86,19
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 123\text{V} \text{ — } 100\% \\
 17\text{V} \text{ — } y \\
 y = \\
 123y = 1700 \\
 y = \frac{1700}{123} = 13,8211382 \\
 13,82
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 86,19 + 13,82 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Após serem calculados os resultados, os alunos foram questionados qual era a relação entre os valores obtidos e os valores de Potência das lâmpadas. Uma das alunas falou: “*Professor, tem alguma coisa estranha.*” O professor indagou sobre o que ela estava vendo de estranho, e a aluna explicou: “*As maiores porcentagens estão nas lâmpadas de menor Potência!*” E o professor respondeu: “*Concordo contigo!*” e ainda complementou: “*Pessoal, vocês têm que observar o tipo de relação que há entre as grandezas!*” Depois deste comentário, uma das alunas disse: “*Ah é! Elas são inversamente proporcionais!! Então a gente tem que nas lâmpadas de maior Potência a gente vai encontrar uma menor porcentagem de Tensão e na lâmpada de menor Potência a gente vai encontrar um valor de porcentagem maior!!*” O professor respondeu: “*Perfeito! É isso aí!*”

Figura 22 – Cálculos de porcentagem das Tensões realizados pela aluna B, integrante do Grupo 2

$$\begin{array}{l} 133 \overline{) 100} \\ 93 \overline{) 93} \\ \hline 133W = 9300 \\ W = \frac{9300}{133} = 69,925563 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 133 \overline{) 100} \\ 40 \overline{) 40} \\ \hline 133Z = 4000 \\ Z = \frac{4000}{133} = 30,075 \end{array} \right\}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Após essa conversa, foi comentado com os alunos que há uma forma de se verificar se os valores estão corretos. Como cada valor corresponde a uma parte do todo, então a soma das suas porcentagens tem que ser igual ao todo, que neste caso corresponde a 100%. Os cálculos realizados pelos alunos podem ser observados na [Figura 23](#) e na [Figura 24](#).

Além disso, também foi comentado com os alunos que uma outra forma de se obter a porcentagem de um dos valores é realizando-se a diferença entre o total e o primeiro valor encontrado. Os cálculos realizados pelos alunos podem ser observados na [Figura 23](#) e na [Figura 24](#).

Após a realização desses cálculos, uma das alunas comentou: *“Legal a gente sabê dessas coisas! Parece que é óbvio depois que a gente vê, e eu nem tinha pensado nessas possibilidades!”*

Já no circuito em paralelo, há a divisão de Corrente Elétrica entre as lâmpadas envolvidas no circuito, e estes valores são diretamente proporcionais à Potência de cada lâmpada, conforme apresentado na [Tabela 6](#) e na [Tabela 7](#). De acordo com as análises dessas Tabelas, foi também perguntado aos alunos como fariam o cálculo para a relação de porcentagem entre a Corrente Elétrica, obtida pelo grupo 1, e sua distribuição entre as lâmpadas de 20 watts e 60 watts, e entre a Corrente Elétrica, obtida pelo grupo 2, e sua distribuição entre as lâmpadas de 9 watts e 20 watts, realizadas, em ambos os casos, na 3ª associação do circuito em série de cada grupo.

A mesma aluna respondeu: *“Da mesma forma que a gente fez os cálculos de antes, mas agora, já sei que como é diretamente proporcional, então a gente vai ter uma relação direta, a lâmpada de maior Potência vai ficar com a maior Corrente.”* A aluna foi elogiada e, em seguida, foram feitos os cálculos. Os cálculos realizados pelos alunos podem ser observados na [Figura 23](#) e na [Figura 24](#).

Figura 23 – Cálculos de porcentagem realizado pela aluna J, integrante do Grupo 1

Segunda Parte: Ao analisar os dados obtidos na situação problema, o que pode ser deduzido quanto à resistência e a intensidade da corrente elétrica que passa em cada lâmpada em cada um dos circuitos montados? Como pode ser utilizada a porcentagem para a distribuição da tensão e da intensidade da corrente em cada um dos elementos de cada circuito?

Quanto maior a tensão maior o valor da resistência.

A resistência se torna maior por conta da tensão, quando a tensão aumenta a resistência também aumenta, pois isso acontece a corrente tem que ser menor ou igual.

Parte 1

$\begin{array}{l} 123 \triangle 100 \\ 106 \triangle x \\ 123x = 100 \cdot 106 \\ 123x = 10600 \\ x = \frac{10600}{123} \\ x = 86,1788618 \\ x = 86,179 \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} 123 \triangle 100 \\ 17 \triangle y \\ 123y = 1700 \\ y = \frac{1700}{123} \\ y = 13,8211382 \\ y = 13,821 \end{array} \right\}$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Parte 2

$$x + y = 86,179 + 13,821$$

$$x + y = 100$$

Parte 3

$$100 - x = 100 - 86,179 = 13,821$$

$$100 - y = 100 - 13,821 = 86,179$$

Parte 4

$\begin{array}{l} 0,58 \triangle 100 \\ 0,13 \triangle x \\ 0,58x = 100 \cdot 0,13 \\ 0,58x = 13 \\ x = \frac{13}{0,58} \\ x = 22,4137931 \\ x = 22,413 \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} 0,58 \triangle 100 \\ 0,44 \triangle y \\ 0,58y = 100 \cdot 0,44 \\ 0,58y = 44 \\ y = \frac{44}{0,58} \\ y = 75,862069 \\ y = 75,862 \end{array} \right\}$	$x + y = 98,275$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Com a análise da [Tabela 6](#) e da [Tabela 7](#), foi verificado que a soma dos valores de Corrente Elétrica aferidos não corresponde exatamente ao valor total devido à falta de precisão do equipamento, como discutido na prática em que estes valores foram aferidos. Neste caso, os alunos puderam descobrir o valor percentual da diferença de valor.

Após estas etapas de práticas e cálculos, os alunos dos grupos também buscaram aferir os valores de Resistência das lâmpadas e suas respectivas Resistências Equivalentes em cada um dos tipos de circuito, a fim de descobrir o tipo de cálculo a ser realizado para cada um dos tipos de circuito, ou seja, como seria o cálculo da Resistência Equivalente no circuito em série e no circuito em Paralelo.

Figura 24 – Cálculos de porcentagem realizado pela aluna B, integrante do Grupo 2

Handwritten calculations showing the determination of the percentage of 93W and 40Ω lamps in a 133W circuit. The calculations are as follows:

$$\begin{aligned}
 &1) \quad \left. \begin{array}{l} 133 \text{ --- } 100 \\ 93 \text{ --- } W \\ 133W = 9300 \\ W = \frac{9300}{133} = 69,92 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 133 \text{ --- } 100 \\ 40 \text{ --- } Z \\ 133Z = 4000 \\ Z = \frac{4000}{133} = 30,075 \end{array} \\
 &2) \quad W + Z = 69,92 + 30,07 = 99,99 \approx 100 \\
 &3) \quad \begin{array}{l} 100 - W = 100 - 69,92 = 30,08 \\ 100 - Z = 100 - 30,07 = 69,93 \end{array} \\
 &4) \quad \left. \begin{array}{l} 0,18 \text{ --- } 100 \\ 0,04 \text{ --- } W \\ 0,18W = 4 \quad W = \frac{4}{0,18} = 22 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,18 \text{ --- } 100 \\ 0,13 \text{ --- } Z \\ 0,18Z = 13 \quad Z = \frac{13}{0,18} = 72,2 \end{array}
 \end{aligned}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Como as lâmpadas disponíveis para os grupos possuíam tecnologias distintas (LED e eletrônica), não foi possível aferir a Resistência das lâmpadas de 9 watts e nem das de 20 watts por meio do uso Multímetro disponível, pois seus valores de Resistência são muito baixos e os aparelhos disponíveis no mercado não possuem tal capacidade. No entanto, os alunos conseguiram aferir as Resistências das lâmpadas de 60 watts e 70 watts nas suas diversas associações tanto no circuito em série como no circuito em paralelo.

Esta atividade também foi realizada de forma *online*, por meio de videochamada com os alunos com criação de uma sala coletiva e outras duas salas, sendo uma para cada grupo com o objetivo de possibilitar as devidas interações entre os membros de cada grupo.

Grupo 1: Aferindo a Resistência de cada Lâmpada e a Resistência Equivalente no circuito em série

Ao iniciar esta prática, o grupo 1 conectou as das lâmpadas de 60 watts no circuito em série e, por meio do uso do multímetro na função Ohmímetro, aferiu os valores de Resistência em cada uma das lâmpadas e a Resistência Equivalente às duas lâmpadas presente no circuito e obtiveram os valores de 0,018 Ohms para cada uma das lâmpadas e o valor de 0,037 Ohms para a Resistência Equivalente a essas duas lâmpadas, conforme dados apresentados na [Tabela 9](#).

Após essas primeiras aferições, os alunos começaram a interagir discutindo sobre os resultados obtidos e ficaram empolgados com os resultados, pois começaram a achar que a Resistência Equivalente é igual à soma das Resistências de cada uma das lâmpadas. Uma das alunas complementou: “Professor, a gente tá achando que é a soma dos valores, porque como tá sem um número que vem depois do 18 e depois do 37, e os dois 18

juntos estão dando 37, a gente tá achando que tá dando este valor por causa de algum arredondamento.”

Após calorosa conversa entre eles, os alunos foram instigados a confirmar suas deduções utilizando as outras lâmpadas disponíveis. Eles então substituíram as lâmpadas de 60 watts pelas lâmpadas de 70 watts e, com o uso do multímetro na função Ohmímetro, aferiram os valores de Resistência em cada uma das lâmpadas e a Resistência Equivalente às duas lâmpadas presente no circuito e obtiveram os valores de 0,015 Ohms para a primeira lâmpada e 0,013 Ohms para a segunda lâmpada, e o valor de 0,028 Ohms para a Resistência Equivalente a essas duas lâmpadas, conforme dados apresentados na [Tabela 9](#).

Após essas novas aferições eles confirmaram o que haviam deduzido anteriormente. Foram, então, indagados se o mesmo fenômeno ocorreria se fossem utilizadas uma lâmpada de cada Potência. Neste momento, uma das alunas afirmou: *“Acho que vai ser o mesmo que somar a Resistência de cada uma das lâmpadas. Pessoal, bora tentar pra provar que a gente tá certo! Professor, pode trocar as lâmpadas aí. Vamos colocar a primeira sendo de 60 e a segunda de 70. Vamos medir agora e vê se não dá o que a gente tá pensando?”*

Após a conexão de uma lâmpada de 60 watts no circuito no lugar de um de 70 watts, o circuito foi montado conforme as orientações da aluna. Ao serem aferidos os valores de Resistência de cada uma das lâmpadas, foram obtidos os seguintes valores: 0,020 Ohms para a lâmpada de 60 watts e 0,013 Ohms para a lâmpada de 70 watts. Ao ser aferida a Resistência Equivalente, foi encontrado o valor de 0,033 Ohms e a aluna vibrando disse: *“Uhuuuul, é isso aí!! Era exatamente o que a gente tava falando!!”, “A gente é bom!! Conseguimos descobrir esse negócio!”* Os valores obtidos nessas aferições estão presentes na [Tabela 9](#).

Após a realização dessa etapa, foi solicitado aos alunos que escrevessem, por meio de linguagem matemática a descoberta feita. Eles então escreveram:

$$\text{Resistência Equivalente} = \text{Resistência de L1} + \text{Resistência de L2}$$

Após esta etapa do experimento, os alunos foram questionados se o fenômeno observado também aconteceria no circuito em paralelo.

Grupo 2: Aferindo a Resistência de cada Lâmpada e a Resistência Equivalente no circuito em paralelo

Enquanto os alunos do grupo 1 trocavam ideias sobre essa nova situação-problema, os alunos do grupo 2, de posse do circuito em paralelo, realizaram a primeira associação com as duas lâmpadas de 60 watts. Com o uso do multímetro na função Ohmímetro, foram aferidos, em cada uma das lâmpadas os valores de 0,018 Ohms e para a Resistência Equivalente a essas duas, foi obtido o valor de 0,009 Ohms, conforme dados apresentados na [Tabela 10](#).

Após a obtenção dos dados, os alunos foram indagados como eles poderiam obter, por meio de cálculos matemáticos, o valor da Resistência Equivalente a partir das Resistências de cada uma das lâmpadas.

Neste momento, um dos alunos comentou: *“Ah, parece que é a metade do valor da Resistência de uma das lâmpadas.”* Após este comentário, foi sugerido aos alunos que realizassem a mesma prática com as outras lâmpadas disponíveis, então eles resolveram trocar as lâmpadas de 60 watts pelas lâmpadas de 70 watts.

Após as substituições, os alunos, por meio do uso do multímetro na função Ohmímetro, aferiram, em cada uma das lâmpadas de 70 watts o valor de 0,009 Ohms e para a Resistência Equivalente a essas duas, foi aferido o valor de 0,005 Ohms, conforme dados apresentados na [Tabela 10](#).

Após as aferições, uma das alunas comentou: *“É, tá dando praticamente a metade do valor de cada lâmpada. Ô fessor, o cinco deve ser um valor arredondado, né?”* O aluno foi respondido com a seguinte frase: *“Tem coerência no que você está pensando. Você está no caminho certo!”* Após estes comentários, os alunos foram indagados sobre o que aconteceria se as lâmpadas fossem diferentes. Após alguns momentos de conversa entre eles, uma das alunas disse: *“A gente acha que o valor da Resistência Equivalente vai ser a metade das duas lâmpadas juntas.”*

Com este comentário da aluna, os alunos pediram para conectar uma das lâmpadas de 60 watts no lugar de uma de 70 watts e foram aferidos os valores de Resistência em cada uma das lâmpadas e obtiveram na lâmpada de 60 watts o valor de 0,018 Ohms e na lâmpada de 70 watts o valor de 0,014 Ohms, conforme já era de se esperar. Mas quando os alunos aferiram a Resistência equivalente, encontraram o valor de 0,008 Ohms, que não foi o valor que eles esperaram. Os valores aferidos estão apresentados na [Tabela 10](#).

Com os dados obtidos nessas aferições, os alunos começaram a achar que a aferição da Resistência Equivalente estava errada e pediram para repetir. Foram aferidas mais duas vezes o valor da Resistência Equivalente e nada havia mudado. Um dos alunos comentou: *“Agora bugou tudo. Não entendi nada!”*

Após essas aferições, os alunos se viram sem saber o que dizer, simplesmente eles não compreendiam como o valor estava dando tão diferente do que eles pensavam e não havia, aparentemente, nenhuma coerência nos resultados. Foi pedido aos alunos que, mediante os dados obtidos, se pusessem a pensar sobre uma forma em como se obter um cálculo matemático para a obtenção da Resistência Equivalente no circuito em paralelo que servisse tanto para lâmpadas de Potências iguais como para lâmpadas de Potências diferentes, e também como aconteceria a Resistência Equivalente no circuito em série.

Grupo 1: Aferindo a Resistência de cada Lâmpada e a Resistência Equivalente no circuito em paralelo

Enquanto os alunos no grupo 2 se puseram a pensar e a discutir sobre a situação-problema que se depararam, os alunos do grupo 1 foram convidados a falar sobre o que pensaram em relação às aferições de Resistência Equivalente no circuito em paralelo.

Uma das alunas disse: *“Professor, como a gente viu que no circuito em série as Resistências são somadas, a gente tá achando que no circuito em paralelo elas devem ser diminuídas ou tem alguma coisa com multiplicação ou divisão, porque o que a gente já viu até agora é que nada do que acontece no circuito em série é igual no paralelo. Então a gente tá esperando qualquer coisa, menos a soma das Resistências.”*

Diante do comentário da aluna, os alunos do grupo 1 pediram para que as lâmpadas de 60 watts fossem utilizadas no circuito em paralelo. Com o pedido dos alunos, foi comentado que as Resistências das lâmpadas também podem ser aferidas diretamente na lâmpada sem a conexão no circuito, e somente a Resistência equivalente é que precisa ser aferida com as lâmpadas conectadas no circuito.

Assim sendo, os alunos optaram por experimentar a aferição diretamente na lâmpada, seguindo as devidas instruções. Nas aferições com o uso do multímetro na função ohmímetro foi obtido o valor de 0,018 Ohms em cada uma das lâmpadas no circuito em paralelo e para a Resistência Equivalente, foi obtido o valor de 0,009 Ohms, conforme dados na [Tabela 9](#).

Com base nos dados obtidos e nos comentários entre os alunos do grupo 1, uma das alunas disse: *“Ah professor, a gente tá achando que é a metade do valor que a gente tá conseguindo em cada lâmpada.”*. Os alunos foram encorajados a constatar o fato observado fazendo uso de outras lâmpadas. Assim, eles optaram por utilizar as lâmpadas de 70 watts e, por meio do uso do Multímetro na função Ohmímetro aferiram os valores de Resistência de cada uma das lâmpadas, e obtiveram o valor de 0,014 Ohms para cada uma das lâmpadas, e ao ser aferido o valor de Resistência Equivalente dessas duas lâmpadas no circuito em paralelo, obtiveram o valor de 0,007 Ohms, conforme dados apresentados na [Tabela 9](#).

Com base nos dados obtidos, os alunos confirmaram as deduções e então afirmaram que no circuito em paralelo, a Resistência Equivalente é igual à metade da Resistência de uma das lâmpadas. Diante da conclusão deles, eles foram indagados como seria a Resistência Equivalente no caso de lâmpadas de Potências diferentes.

Os alunos do grupo 1 se puseram a pensar e começaram a discutir se o que eles haviam encontrado também valeria para as lâmpadas diferentes. Uma das alunas comentou: *“Gente, eu tô achando que como é a metade de uma das lâmpadas, no caso de lâmpadas diferentes, deve ser a metade da metade de cada uma, porque se agente pará pra pensar, ó, a metade que a gente encontrou é de uma lâmpada, mas no circuito*

tem duas. Então eu tô achando que deve ser a metade das duas metades juntas.” Um dos alunos disse: “Eu não entendi não.”

Tabela 9 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 1 para as Resistências das lâmpadas e para as Resistências Equivalentes nas diversas associações nos circuitos em série e em paralelo, enviados pela aluna J

GRUPO 1		CIRCUITO EM SÉRIE		CIRCUITO EM PARALELO	
Associação	Lâmpadas Associadas	Resistência na lâmpada	Resistência Equivalente	Resistência na lâmpada	Resistência Equivalente
1	60 W	0,018 Ω	0,037 Ω	0,018 Ω	0,009 Ω
	60 W	0,018 Ω		0,018 Ω	
2	70 W	0,015 Ω	0,028 Ω	0,014 Ω	0,007 Ω
	70 W	0,013 Ω		0,014 Ω	
3	60 W	0,020 Ω	0,033 Ω	0,018 Ω	0,008 Ω
	70 W	0,013 Ω		0,014 Ω	

Fonte: Dados da Pesquisa.

A aluna então continuou a explicar: “O que eu tô dizendo é que na verdade deve ser a metade das metades de cada lâmpada. A gente viu que nas duas montagens a gente teve a metade de cada lâmpada, mas é o mesmo que a metade das metades de cada lâmpada. Ó, a gente teve 0,018 nas duas primeiras, então a metade de cada uma é 0,009, mas a soma das duas metades dá 0,018 e a metade dá 0,009 de novo. Na outra montagem a gente teve 0,014 nas duas, não foi? E a metade é 0,007, mas as duas metades juntas dão 0,014 e a metade dá 0,007 de novo. Então a gente não pode só considerar a metade de uma, porque a gente tá colocando duas lâmpadas, então a gente tem que fazer a metade da soma das metades de cada lâmpada. Quando a gente usar agora duas lâmpadas diferentes, não dá pra dizer que é só a metade de uma lâmpada, porque elas vão ser diferentes, então a gente tem que considerar o valor das metades de cada lâmpada.” O aluno que não havia entendido anteriormente comentou: “Ah tá, agora entendi. É, vamos ver se vai dar certo isso.”

Após essa conversa entre os alunos, eles foram elogiados pelas discussões e pensamentos, e foi dito que o pensamento tinha coerência, mas eles deveriam colocar em prática o que estavam pensando. Então, aos alunos, foi sugerido realizar o experimento com as lâmpadas disponíveis.

Assim, eles pediram para aferir, nas lâmpadas de 60 watts e de 70 watts os valores de Resistência. Com do uso do Multímetro na função Ohmímetro o grupo 1 foram obtidos os valores de 0,018 Ohms para a lâmpada de 60 watts e de 0,014 Ohms para a lâmpada de 70 watts, e ao ser aferido o valor de Resistência Equivalentes dessas duas lâmpadas no

circuito em paralelo, obtiveram o valor de 0,008 Ohms, conforme dados apresentados na [Tabela 9](#).

Após as aferições, a aluna que havia feito as explicações anteriores disse: “*Gente, deu certo!!! A metade de 0,018 é 0,009 e a metade de 0,014 é 0,007, então as metades juntas dão 0,016 e a metade é 0,008!! Professor!! A gente descobriu como faz!!!*”

4.2.7 Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções

Grupo 2: Aferindo a Resistência de cada Lâmpada e a Resistência Equivalente no circuito em série

Enquanto o grupo 1 estava se dedicando à discussão sobre a situação-problema proposta a eles, o grupo 2 foi convidado a se manifestar sobre o que haviam pensado até o momento. Os alunos disseram que não conseguiram ainda chegar a uma conclusão sobre a Resistência Equivalente para lâmpadas diferentes no circuito em paralelo, mas que sobre o circuito em série eles estavam achando que poderia ser algo relacionado com o dobro do valor encontrado em uma das lâmpadas quando elas são iguais, e não conseguiram chegar a uma conclusão quando as lâmpadas fossem diferentes, pois não encontraram uma coerência na Resistência Equivalente na associação de lâmpadas diferentes até o momento.

Os alunos do grupo 2, de posse do circuito em série, resolveram conectar as duas lâmpadas de 70 watts. Com o uso Multímetro na função Ohmímetro, eles aferiram os valores de Resistência em cada uma das lâmpadas e a Resistência Equivalente às duas lâmpadas presente no circuito e obtiveram os valores de 0,022 Ohms e 0,013 Ohms para cada uma das lâmpadas e o valor de 0,035 Ohms para a Resistência Equivalente a essas duas lâmpadas, conforme dados apresentados na [Tabela 10](#).

Diante dos dados obtidos, os alunos ficaram surpresos com o resultado devido à simplicidade. Um dos alunos até comentou: “*Caramba, esse aqui é muito fácil! É só somar!*” Para que pudessem constatar o fato observado, foram disponibilizadas as lâmpadas de 60 watts.

Ao serem conectadas no circuito em série as lâmpadas de 60 watts, foram aferidos os valores de Resistências de cada uma das lâmpadas e da Resistência Equivalente com o uso Multímetro na função Ohmímetro, e foram encontrados os valores de 0,020 Ohms e 0,018 Ohms para cada uma das lâmpadas e o valor de 0,038 Ohms para a Resistência Equivalente a essas duas lâmpadas, conforme dados apresentados na [Tabela 10](#).

Após a constatação dos fatos, os alunos comentaram: “*Nesse circuito é bem mais fácil de achar a Resistência Equivalente mesmo!*” Então os alunos foram indagados se o

mesmo fenômeno ocorreria com lâmpadas de Potências diferentes. Eles disseram: “A gente tá achando que sim, mas pode ser que dê tudo errado porque no outro circuito quando a gente colocou as lâmpadas diferentes deu um resultado todo doido.” Uma das alunas ainda complementou: “Vamos ver no que vai dar.”

Foram, então, conectas no circuito em série, uma lâmpada de 60 watts associada a uma lâmpada de 70 watts e, com o uso do Multímetro na função Ohmímetro, os alunos aferiram 0,023 Ohms de Resistência na lâmpada de 60 watts e 0,014 Ohms de Resistência na lâmpada de 70 watts, e a Resistência Equivalente foi de 0,037 Ohms, conforme dados apresentados na [Tabela 10](#).

Com este último experimento, os alunos do grupo 2 conseguiram constatar que no circuito em série a Resistência Equivalente é igual à soma dos valores das Resistências de cada uma das lâmpadas.

Tabela 10 – Dados obtidos pelos alunos do Grupo 2 para as Resistências das lâmpadas e para as Resistências Equivalentes nas diversas associações nos circuitos em série e em paralelo, enviados pela aluna C

GRUPO 2		CIRCUITO EM PARALELO		CIRCUITO EM SÉRIE	
Associação	Lâmpadas Associadas	Resistência na lâmpada	Resistência Equivalente	Resistência na lâmpada	Resistência Equivalente
1	60 W	0,018 Ω	0,009 Ω	0,020 Ω	0,038 Ω
	60 W	0,018 Ω		0,018 Ω	
2	70 W	0,009 Ω	0,005 Ω	0,022 Ω	0,035 Ω
	70 W	0,009 Ω		0,013 Ω	
3	60 W	0,018 Ω	0,008 Ω	0,023 Ω	0,037 Ω
	70 W	0,014 Ω		0,014 Ω	

Fonte: Dados da Pesquisa.

Com o fim destes experimentos, por meio da observação dos dados obtidos e dos cálculos realizados pelos alunos, eles facilmente descobriram como calcular o valor da Resistência Equivalente do circuito em série, pois a Resistência Equivalente é resultado da soma de cada uma das Resistências presentes no circuito.

Já para o circuito em paralelo, os alunos não tiveram dificuldade em encontrar o valor da Resistência Equivalente quando as lâmpadas tinham mesmo valor de Resistência, pois bastava fazer a metade do valor encontrado em uma delas. No entanto, com os experimentos realizados, os alunos apresentaram dificuldades em compreender como poderiam obter, de forma matemática, o valor para Resistência Equivalente quando as lâmpadas apresentavam os valores de Resistências diferentes.

Embora uma das alunas do grupo 1 tenha deduzido que esta operação poderia ser feita a partir da metade da soma das metades do valor de Resistência de cada lâmpada, conforme demonstrado nas análises da prática, pois funcionou para os valores obtidos nos experimentos, esta dedução não se aplica para todas as possíveis combinações. O cálculo para obtenção de Resistência Equivalente no circuito em paralelo é outra e foi demonstrada para os alunos.

Para essa demonstração, os alunos foram convidados todos a participar da sala coletiva no *Meet* para que pudesse ser discutida a questão da Resistência Equivalente de lâmpadas de Resistências diferentes no circuito em paralelo. Nesta reunião foi dita a seguinte frase:

“O inverso da Resistência Equivalente é igual à soma dos inversos de cada uma das Resistências envolvidas no circuito em paralelo.”

Como os alunos ficaram pedindo para esta frase ser repetida várias vezes, ela foi escrita no quadro virtual para que eles pudessem analisar com calma e pudessem escrever a equação matemática por meio do uso de símbolos matemáticos.

Foi sugerido que usassem “*Req*” para representar a Resistência Equivalente; “*R1*”, “*R2*”, “*R3*” e assim por diante para representar as Resistências envolvidas.

Uma das alunas comentou: *“Professor, não me lembro o que é o inverso.”*

Diante da dúvida da aluna e da possível mesma dúvida em outros alunos, foi recapitulado, com o uso do quadro virtual que o inverso pode ser escrito de duas formas básicas apresentadas na [Figura 25](#)

Figura 25 – Parte do quadro virtual com explicação sobre inversos

Pode ser escrito na forma de fração:

O inverso de 2 = $\frac{1}{2}$

O inverso de x = $\frac{1}{x}$

O inverso de $\frac{4}{3}$ = $\frac{3}{4}$

Então o inverso de *Req* é: $\frac{1}{Req}$

Também pode ser escrito na forma de potência:

O inverso de 2 = 2^{-1}

O inverso de x = x^{-1}

O inverso de $\frac{4}{3}$ = $\frac{4^{-1}}{3}$

Então o inverso de *Req* é: Req^{-1}

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Após estas apresentações a aluna comentou que havia lembrado o que era o inverso e os grupos começaram a escrever suas interpretações da frase anteriormente apresentada. Os alunos dos dois grupos conseguiram descrever a mesma equação para os experimentos realizados da seguinte forma, conforme ilustrado na [Figura 26](#).

Figura 26 – Parte do quadro virtual com a escrita da equação para cálculo da Resistência Equivalente no circuito em paralelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Ao ser comentado com os alunos sobre esta equação, chegou-se à equação geral, pois o número de Resistências presentes no circuito pode ser variável, e para que a equação possa abranger todas as possibilidades, a equação geral foi escrita, no quadro virtual, conforme ilustrado na [Figura 27](#).

Figura 27 – Parte do quadro virtual com a escrita da equação para cálculo geral da Resistência Equivalente no circuito em paralelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Onde R_n representa a n ésima Resistência presente no circuito, podendo ser utilizado o número de tantas Resistências quanto houver no circuito em paralelo. Aproveitando que o conceito matemático sobre o inverso estava sendo revisado, foi possível também realizar operações com frações para que os alunos observassem que os inversos das frações, para o caso da Resistência Equivalente, podem ser transformados em operações entre as frações. Para explicar esse fato, utilizando o quadro virtual, foi pedido aos alunos que dissessem como efetuar operação apresentada na [Figura 28](#).

Figura 28 – Parte do quadro virtual com equação a ser resolvida pelos alunos

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Prontamente os alunos responderam que deveriam realizar o M.M.C. entre os termos 3 e 4. Assim sendo, foi obtido o resultado apresentado na [Figura 29](#).

Após tal resultado ser encontrado, foi pedido aos alunos que dissessem uma forma de se resolver esta equação. Neste momento, houve alunos que disseram que poderiam realizar o M.M.C. entre os denominadores de ambos os lados da equação. Houve também os que disseram que poderiam resolver fazendo uma multiplicação cruzada. Uma das alunas até comentou: “*Fazer a multiplicação cruzada é bem mais fácil.*”

Figura 29 – Parte do quadro virtual com as etapas da resolução da equação feita com os alunos

$$\frac{1}{x} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{4+3}{12}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{7}{12}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Seja por meio do M.M.C. ou da multiplicação cruzada e pela divisão de ambos os membros por 7 ou a simples passagem do 7 com a operação inversa para o outro membro da equação, os alunos concluíram que $x = \frac{12}{7}$, conforme apresentado na [Figura 30](#).

Figura 30 – Parte do quadro virtual com a resolução da equação feita com os alunos

$$\frac{1}{x} = \frac{7}{12}$$

$$7x = 12$$

$$x = \frac{12}{7}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Como todos os alunos conseguiram alcançar tal resultado, foi pedido a eles que realizassem o mesmo raciocínio para a equação:

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Neste momento, um dos alunos comentou: “*Mas professor, a gente não sabe o valor de R1 e R2.*” Foi esclarecido à turma que não é necessário se conhecer valores de incógnitas para se resolver uma equação, pois esta pode ser reescrita em função dos termos desconhecidos e que eles poderiam realizar as operações matemáticas mesmo sem conhecer o valor dos termos.

Também foi esclarecido que quando há uma lei geral para algum cálculo matemático, esta lei é escrita por meio de símbolos ou incógnitas que poderão ser futuramente substituídas por valores de acordo com cada situação. Foram dados os exemplos no quadro virtual da Fórmula de Bhaskara e Teorema de Pitágoras, conforme ilustrado na [Figura 31](#).

Figura 31 – Parte do quadro virtual exemplos de equações com incógnitas

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} \quad a^2 = b^2 + c^2$$

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Com os exemplos dados, foi perguntado aos alunos o que foi feito como primeiro passo na resolução da equação resolvida. Eles responderam: “Foi o M.M.C. entre os denominadores de um dos lados da equação.” Foi respondido a eles que então era isso que se fazia primeiro. Como não se conhece os valores de R1 e R2 e, assim como 12 era o resultado do M.M.C. entre 3 e 4, sendo, portanto, o resultado da multiplicação entre 3 e 4 logo, o M.M.C. entre R1 e R2 é a multiplicação entre estes termos. No quadro virtual, foi desenvolvida com os alunos esta resolução, conforme apresentado na [Figura 32](#).

Figura 32 – Parte do quadro virtual com a resolução do M.M.C. entre R1 e R2 no circuito em paralelo

$$\frac{1}{Req} = \frac{R2}{R1.R2} + \frac{R1}{R1.R2}$$

$$\frac{1}{Req} = \frac{R2 + R1}{R1.R2}$$

$$\frac{1}{Req} = \frac{R1 + R2}{R1.R2}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Foi perguntado aos alunos o que haviam feito como segundo passo da resolução. Uma das alunas respondeu: “*Multiplicação cruzada que é mais fácil.*”

Foi então questionado como resolver esta equação para deixar isolado o Req. Um dos alunos disse: “*A gente pode passar o R1 mais R2 pro outro lado dividindo.*” O desenvolvimento destas operações está ilustrado na [Figura 33](#).

Figura 33 – Parte do quadro virtual com a resolução da multiplicação cruzada

$$\frac{1}{Req} = \frac{R1 + R2}{R1.R2}$$

$$R1 . R2 = Req (R1 + R2)$$

$$\frac{R1 . R2}{(R1 + R2)} = Req$$

$$Req = \frac{R1 . R2}{(R1 + R2)}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Diante deste resultado obtido, foi escrito no quadro virtual que se $\frac{1}{Req} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}$, pode ser reescrito como $Req = \frac{R1.R2}{R1 + R2}$ então, foi perguntado aos alunos como pode ser reescrita a equação geral $\frac{1}{Req} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \dots + \frac{1}{Rn}$. Uma das alunas disse: “É só a gente fazer o mesmo, mas agora com todos os “éres” da equação”, e foi escrito, no quadro virtual, conforme a aluna sugeriu, assim mostrado na [Figura 34](#).

Figura 34 – Parte do quadro virtual com a conclusão sobre a Resistência Equivalente no circuito em paralelo

Se $\frac{1}{Req} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}$

Então, $\frac{1}{Req} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \dots + \frac{1}{Rn}$

Pode ser escrito como

Pode ser escrito como

$$Req = \frac{R1 . R2}{R1 + R2}$$

$$Req = \frac{R1 . R2 . R3 . \dots . Rn}{R1 + R2 + R3 + \dots + Rn}$$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Figura 35 – Cálculos de resistência equivalente realizados pela aluna J, integrante do Grupo 1

Terceira Parte: Ao analisar os dados obtidos nas aferições, o que pode ser deduzido quanto à Resistência Equivalente no circuito em série? E quanto à Resistência Equivalente no circuito em Paralelo?

Se $\frac{1}{Rq} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$R_{eq} = ?$

$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

~~$\frac{1}{R_{eq}} \times \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$~~

$R_1 \cdot R_2 = R_{eq} \cdot R_2 + R_1$

$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_{eq}$

$\frac{0,018 \cdot 0,018}{0,018 + 0,018}$

$\frac{0,000324}{0,036} = 0,009$

$\frac{0,014 \cdot 0,014}{0,014 + 0,014} = \frac{0,000196}{0,028} = 0,007$

$\frac{0,018 \cdot 0,014}{0,018 + 0,014} = \frac{0,000252}{0,032} = 0,007875$

Associação	Lâmpadas arboçadas	Circuito em série		Circuito em Paralelo	
		Resistência da lâmpada	Resistência equivalente	Resistência da lâmpada	Resistência Equivalente
1	60W	0,018	0,036	0,018	0,0009
	60W	0,018		0,018	
2	30W	0,015	0,03	0,014	0,0007
	70W	0,015		0,014	
3	60W	0,020	0,033	0,018	0,0008
	70W	0,013		0,014	

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Como conclusão, e cumprindo-se a quinta etapa proposta por Burak (2010) (Análise crítica das soluções), foi obtido que a determinação do cálculo da Resistência Equivalente no circuito em paralelo é dada pela multiplicação dos valores das Resistências envolvidas no circuito, dividido pelo valor da soma destas Resistências. Os cálculos dos alunos e as deduções encontram-se na Figura 35 e na Figura 36.

Figura 36 – Cálculos de resistência equivalente realizados pela aluna C, integrante do Grupo 2

Terceira Parte: Ao analisar os dados obtidos nas aferições, o que pode ser deduzido quanto à Resistência Equivalente no circuito em série? E quanto à Resistência Equivalente no circuito em Paralelo?

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{R_1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$(R_1 + R_2) R_{eq} = R_1 R_2$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Circuito em série

- 1) $0,020 + 0,018 = 0,038$
- 2) $0,022 + 0,013 = 0,035$
- 3) $0,023 + 0,014 = 0,037$

Circuito em paralelo

- 1) $\frac{0,018 \cdot 0,018}{0,018 + 0,018} = \frac{0,000324}{0,036} = 0,009$
- 2) $\frac{0,009 \cdot 0,009}{0,009 + 0,009} = \frac{0,000081}{0,018} = 0,0045 = 0,005$
- 3) $\frac{0,018 \cdot 0,014}{0,018 + 0,014} = \frac{0,000252}{0,032} = 0,007875 \approx 0,008$

Fonte: Acervo da Pesquisa.

4.2.8 Análise da apresentação dos conceitos matemáticos

Esta segunda prática, com a aplicação das cinco etapas propostas por [Burak \(2010\)](#), de acordo com as análises e observações realizadas, foi muito enriquecedora e importante para os alunos, servindo como fonte de conhecimento dos conceitos matemático envolvidos na aplicação prática para cálculos de Tensão, Corrente Elétrica e Resistência, permitindo, assim, uma contextualização para a construção do conhecimento, nos conformes da modelagem matemática. Com todos os resultados de Tensão, Corrente Elétrica e Resistência obtidos com as práticas realizadas e com a análise das Tabelas 7, 8, 9, 10, 11 e 12, os alunos de ambos os grupos constataram por meio da matemática que:

No circuito em série

- As Tensões (U) inicial e final embora não tenham dado exatamente os mesmos valores em todos os experimentos devido à queda de Tensão com o uso dos equipamentos ao mesmo tempo, mas eles são muito próximos e, matematicamente falando, os alunos

concluíram que:

$$U_{final} = U_{inicial}$$

• Além disso foi possível afirmar que a Tensão final é igual à soma das tensões aferidas em cada uma das lâmpadas do circuito. Matematicamente, os alunos chegaram à conclusão que:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n;$$

• A Tensão se divide igualmente em lâmpadas iguais e quando são lâmpadas de Potências diferentes, a Tensão se divide de forma inversamente proporcional à Potência de cada uma das lâmpadas do circuito. Assim, de forma matemática, os alunos puderam concluir que:

Se

$$P_1 = P_2,$$

então,

$$U_1 = U_2;$$

Se

$$P_1 > P_2,$$

então,

$$U_1 < U_2;$$

Se

$$P_1 < P_2,$$

então,

$$U_1 > U_2.$$

• A Corrente Elétrica é igual em todo o circuito, tanto em lâmpadas iguais quanto em lâmpadas diferentes, mas observou-se que quanto maior é a Potência das lâmpadas envolvidas, maior é a Corrente Elétrica que passa pelo circuito. A turma chegou à conclusão matemática que:

$$i = i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_n$$

• O cálculo de Resistência equivalente (R_{eq}) é obtido pela soma das Resistências encontradas em cada uma das lâmpadas. Assim, os dois grupos da turma chegaram à conclusão matemática que:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Já no circuito em paralelo

• As Correntes Elétricas (i) inicial e final foram exatamente iguais. Matematicamente os alunos puderam escrever que:

$$i_{final} = i_{inicial}$$

• A Corrente Elétrica (i) se dividi igualmente em lâmpadas iguais e, quando as lâmpadas são de Potências (P) diferentes, ela se divide de forma diretamente proporcional à Potência de cada uma das lâmpadas do circuito. Assim, os alunos puderam concluir na linguagem matemática que:

Se

$$P1 = P2$$

então

$$i1 = i2;$$

Se

$$P1 > P2$$

então

$$i1 > i2;$$

Se

$$P1 < P2,$$

então

$$i1 < i2.$$

• A Tensão (U) é igual em todo o circuito, tanto em lâmpadas iguais quanto em lâmpadas diferentes:

$$U = U1 = U2 = U3 = \dots = Un;$$

• As Tensões inicial e final são iguais:

$$U_{final} = U_{inicial}$$

O cálculo de Resistência equivalente (Req), que inicialmente foi trabalhado como:

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \dots + \frac{1}{Rn}$$

foi reescrito como a multiplicação das Resistências dividido pela soma das Resistências encontradas em cada uma das lâmpadas. Assim, os dois grupos da turma chegaram à conclusão matemática que:

$$Req = \frac{R1 \cdot R2 \cdot R3 \cdot \dots \cdot Rn}{R1 + R2 + R3 + \dots + Rn}$$

Na realização destas práticas, notou-se que, apesar dos vários estímulos fornecidos pelo professor mediador tanto na parte realizada de forma presencial quanto nos grupos de discussão no *Google Meet* e no *WhatsApp*, nem todos os alunos tomaram algum posicionamento seja por timidez ou até mesmo por falta de interesse.

Nesta prática foram utilizados, ao todo, seis tempos de 50 minutos, totalizando 6 horas e 40 minutos para a apresentação e realização desta prática com os alunos, sendo realizada presencialmente e de forma remota, além de também ter sido realizada de forma *online* e ao vivo, com a utilização do *Google Meet*, do quadro *online Jamboard* e também com o uso do programa *Paint* e *Excel*.

As atividades investigativas (segunda etapa proposta por [Burak \(2010\)](#)) para a busca por conhecimentos e informações sobre como realizar possíveis mensurações da Tensão, Corrente Elétrica e Resistência em um equipamento, teve o intervalo de uma semana entre o anúncio da realização da prática e a sua efetiva realização.

Esta aplicação ocorreu em uma turma pequena de apenas 9 alunos, o que acaba por não refletir a realidade de muitas escolas, sejam elas particulares ou públicas. No entanto, devido ao cunho quantitativo deste trabalho, a quantidade de alunos não foi um fator que interferisse nos resultados, mas sim o que se obteve de retorno das atividades com os alunos.

Para a realização desta tarefa com grupos maiores e de forma presencial fica a sugestão de dividir a turma em grupos de 4 ou 5 alunos, e que cada grupo utilize um multímetro e um tipo de circuito para aferir os valores necessários para compreensão do fenômeno e para a aplicação matemática dos conceitos propostos.

Nos grupos maiores pode ser necessária a presença de dois professores mediadores a fim de se obter resultados efetivos a fim de estimular a participação de todos e uma maior mediação para a realização das práticas.

Fica também como sugestão, para trabalhos futuros, a utilização dos cálculos de porcentagem com a utilização dos dados de Resistência Elétrica das lâmpadas envolvidas nos circuitos, pois também é possível se notar a relação de proporcionalidade entre os valores de Resistência das lâmpadas e a distribuição da Corrente Elétrica nestas. Neste caso, pode ser necessário o uso de mais um ou dois tempos de aula de 50 minutos.

Com base nos formulários respostas preenchidos pelos alunos, sejam em seus formulários impressos ou na plataforma *Google Classroom*, os cálculos ali apresentados e as explicações presentes sobre as relações entre as grandezas físicas envolvidas constatam que os objetivos desta prática foram alcançados e que os estudos sobre Razão, Proporcionalidade; Inversos e Porcentagens de forma contextualizada e aplicada em uma atividade que envolva elementos do cotidiano são possíveis de serem realizados gerando resultados significativos no aprendizado.

Sendo assim, a matemática pensada de forma prática de maneira a envolver os alunos estimulando-os a pensar e a resolver situações-problema também pode ser uma forma embasada, contextualizada de construção do conhecimento matemático.

4.3 Tema 3 - Potência de um Equipamento e o Consumo de Energia Elétrica

Vive-se um momento econômico em que saber economizar pode fazer grande diferença no orçamento mensal de uma família, e o consumo de energia elétrica é um fator de grande interferência da casa de muitos brasileiros. Portanto, o terceiro tema da Eletricidade a ser trabalhado com os alunos do 9º ano é a Potência de um equipamento e sua participação no consumo de energia e na conta de luz mensal. Esse tema tem relevante importância para o entendimento matemático e financeiro quanto à utilização de equipamentos e o seu consumo de energia elétrica.

Vale ressaltar que, embora a unidade de energia no Sistema Internacional (SI) seja o joule (J), em termos práticos, no estudo da Eletricidade, a aferição do consumo de energia de um aparelho se dá de forma mais prática utilizando-se outra unidade de energia, a unidade quilowatt-hora (kWh).

A média mensal do consumo de energia elétrica de um aparelho em funcionamento é feito pela multiplicação de sua Potência (P) em watts (W) pelo tempo (t) de funcionamento em horas (h) do aparelho em um período de 30 dias, obtendo-se, assim, um valor em watt-hora (Wh) que pode ser transformado em seu múltiplo: o quilowatts hora (kWh). A partir destes dados, multiplica-se o valor obtido pelo valor da tarifa do kWh presente na conta de luz e, então, obtém-se o valor de consumo do aparelho para o período. Assim, tem-se a equação:

$$\text{Valor do Consumo} = P \cdot t \cdot \text{tarifa}$$

É importante esclarecer que a Potência de um aparelho indica a quantidade de energia elétrica que este é capaz de transformar em outro tipo de energia. Por exemplo, uma lâmpada transforma a energia elétrica em energia luminosa, um ventilador transforma a energia elétrica em energia cinética no girar das suas pás, e um secador de cabelo pode transformar a energia elétrica em energia cinética e térmica por apresentar uma Resistência.

O valor de Potência máxima de um equipamento é fornecido pelo fabricante e seu valor pode ser obtido pela equação:

$$P = U \cdot i,$$

Ou seja, a Potência de um equipamento, em watt (W), é resultado da multiplicação da Tensão (U), dada em volt (V), pela Corrente Elétrica (i), dada em ampère (A), que passa pelo equipamento.

No entanto, alguns equipamentos podem ser utilizados sem se utilizar a sua Potência máxima, logo, quando isso acontece, o seu consumo de energia também não é máximo. Como exemplo tem-se um ventilador que possui três velocidades. Para cada uma das velocidades haverá um valor de Potência, ou seja, de transformação de energia elétrica em energia cinética ao movimentar as pás. O mesmo ocorre com o secador de cabelo que, pode ter a função de somente ventilar, mas também pode ter a função de aquecimento. Em qualquer uma dessas funções do secador de cabelo, há também uma possível variação de velocidade em cada uma dessas funções.

É de fácil entendimento que quanto maior for a velocidade de um equipamento, seja ele um ventilador ou secador de cabelo, maior será a conversão de energia elétrica em outro tipo de energia, como a energia cinética e a energia térmica e, como consequência disso, maior é o consumo de energia elétrica. Este mesmo entendimento pode ser aplicado a chuveiros elétricos, lâmpadas dimerizadas, torradeiras, ferro de passar roupas e qualquer outro equipamento elétrico que tenha opção de regular a transformação de energia elétrica em outro tipo energia.

A seguir, são apresentadas a prática experimental proposta; os conceitos matemáticos a serem abordados para esta prática; a análise da aplicação prática e, por fim, uma análise da apresentação dos conceitos matemáticos.

4.3.1 Descrição da Prática Experimental e objetivo

Para se atender à quarta etapa proposta por [Burak \(2010\)](#) (Resolução dos problemas levantados na etapa 3), na realização desta prática, inicialmente pensou-se em utilizar um ventilador, mas com a retomadas do ensino presencial, de forma híbrida, a legislação vigente não permitia a utilização de ventiladores na sala de aula, então buscou-se usar um outro aparelho portátil e optou-se pelo secador de cabelo. Portanto, nesta prática, será utilizado um secador de cabelo, um multímetro (capaz de medir a Tensão e a intensidade de Corrente Elétrica), e uma tomada residencial de Tensão (U) de aproximadamente 127 volts (V).

Para fins de cálculos matemáticos quanto ao valor do consumo do aparelho, em reais, serão utilizados o valor de tarifa presente na conta de luz do mês de aplicação desta prática (setembro) e o valor de tarifa presente em conta de luz do mês de julho, a fim de se ter, também, uma equiparação da interferência do aumento de tarifa do kWh na conta de consumo de um determinado aparelho.

Nessa prática, com os devidos cuidados para o manuseio do equipamento, os alunos deverão ligar o secador de cabelo na tomada e, para cada velocidade de ventilação e de aquecimento do aparelho, mensurar o valor de Tensão e de Corrente Elétrica. Para fazer o uso correto do multímetro, os alunos deverão seguir os mesmos procedimentos anterior-

mente mencionados em práticas anteriores que é selecionar a opção de Corrente Alternada e selecionar o modo voltímetro, no aparelho, para verificar a Tensão na tomada (fazendo sua aferição em paralelo); e deverão selecionar o modo amperímetro, do multímetro, para aferir a intensidade da Corrente Elétrica que passa no aparelho em cada uma de suas velocidades (lembrando que este tipo de aferição deve ser feito em série).

4.3.2 Conceitos Matemáticos trabalhados

- o Operações com números inteiros
- o Arredondamento
- o Função do 1º grau
- o Proporcionalidade
- o Média Aritmética Simples
- o Construção de Tabelas e Gráficos

4.3.3 Aplicação do Tema 3

A proposta desta terceira prática tem como objetivo principal a busca pelo entendimento e compreensão, com os alunos, sobre como se calcular o consumo de energia elétrica de um aparelho, por meio de cálculos matemáticos, a partir das aferições de Tensão e de Corrente Elétrica que passa em um aparelho e a tarifa disponibilizada em uma conta de luz de uma empresa distribuidora no estado do Rio de Janeiro.

Com a realização desta prática, por meio do uso dos conceitos matemáticos de função do 1º grau e a construção de gráficos, os alunos terão a possibilidade de quantificar o consumo de energia elétrica com o uso de um secador de cabelo e precificar este consumo. Esta prática envolverá a utilização das grandezas físicas de Tensão (U) que é medida em volts (V), de intensidade da Corrente Elétrica (i) que é medida em ampères (A) e o valor de tarifa de energia dos meses julho e setembro de 2021, que é dado em reais ($R\$$).

Nesta prática também foi envolvida a transformação de unidade de medida, trabalhando com os múltiplos das grandezas watt-hora (Wh), em questão o quilowatt-hora (kWh), de acordo com os valores obtidos pelos alunos por meio da utilização do aparelho de mensuração (multímetro) e dos cálculos matemáticos realizados. Como nesta prática os valores obtidos de Tensão e Corrente Elétrica também sofreram pequenas oscilações, foram também utilizados a média aritmética simples e arredondamentos.

Devido às alterações nos estágios pandêmicos na cidade de Campos dos Goytacazes e devido a uma maior flexibilização dos serviços na cidade, houve a adoção do sistema híbrido de ensino, o que proporcionou momentos de atividades presenciais com os alunos. De acordo com esta realidade, buscou-se aproveitar a oportunidade para priorizar a

realização presencial desta prática com os alunos em sala de aula, no entanto, ainda se preservou o distanciamento social e o uso de álcool 70% durante a realização desta prática.

Apesar desta flexibilização no ensino, a presença dos alunos em sala ainda não é obrigatória, permanecendo poucos alunos em casa que participaram, de forma *online* e ao vivo, por meio de vídeo chamadas. Desta forma, os grupos de alunos continuaram funcionando de forma presencial e *online* ao mesmo tempo, de acordo com os integrantes de cada grupo. Neste contexto, foram utilizadas as plataformas *Google*, *WhatsApp* e *Microsoft* como meios de comunicação, pois ainda foram feitos uso do *Google Meet* e do *WhatsApp* como meios de interação, e do *Jamboard*, e *Paint* como quadros virtuais.

A turma, composta por apenas 9 alunos, foi dividida em dois grupos, sendo um de 4 alunos e outro de 5 alunos. Como ainda havia integrantes de ambos os grupos que participaram de forma remota, foram usados dois grupos no *WhatsApp*, um para cada grupo, para as prévias discussões sobre o assunto e para as interações entre eles durante o desenvolvimento da prática com a mediação do professor, conforme a metodologia Modelagem Matemática utilizada, e foi criada somente uma sala de reunião no *Google Meet* para comunicação geral com os alunos.

Esta prática também despertou muita curiosidade e interesse por parte dos alunos, pois queriam saber como calcular seus próprios consumos médios de eletricidade em casa, com a utilização de seus equipamentos tais como aparelho de ar condicionado, videogames, carregadores de celular dentre outros.

É importante comentar que as práticas realizadas com o uso de Tensão residencial sempre devem ser realizadas com o uso de equipamentos apropriados e com a supervisão de uma pessoa entendida no assunto para se evitar acidentes tais como: choque elétrico e curto circuitos.

Os materiais utilizados pelos alunos foram multímetro, extensão com interruptor e secador de cabelo.

Como esta prática foi realizada em uma cidade do estado do Rio de Janeiro, as instalações básicas possuem Tensão média de 127V, então o aparelho que compõe o kit desta prática é para este tipo de instalação. Vale comentar que também foi conversado com os alunos que alguns aparelhos possuem a característica de ser bivolt, ou seja, pode ser utilizado tanto em Tensão média de 127 volts quanto em Tensão média de 220 volts, muito comum em outros estados brasileiros.

Essas características do aparelho devem estar contidas no próprio aparelho e, no caso desta prática, o secador de cabelo continha as informações de Tensão de 127 volts e potência de 1700 watts.

De posse do kit com os equipamentos a serem utilizados, e com a utilização de contas de luz dos meses de julho e setembro de 2021, cada grupo fez uso dos equipamentos

para descobrir como é o consumo de energia elétrica pelo secador de cabelo em suas funções, ventilador e aquecedor, em suas diferentes velocidades, a fim de se calcular o valor de consumo.

Como a realização desta prática ocorreu com a utilização de um único kit em sala de aula, as aferições iniciais de Tensão e Corrente Elétrica se deram de forma conjunta com os dois grupos. Apesar disso, as resoluções de cálculos de consumo de energia elétrica, a criação das tabelas e dos gráficos foram realizadas distintas. Isso ocorreu porque cada grupo ficou de posse de uma determinada conta de luz que continha um determinado valor de tarifa cobrado no mês de referência. Os alunos que estavam participando de forma *online*, também interagiram durante a experimentação, e a visualização da prática e do quadro foi feita por meio da *webcam*.

A seguir são apresentados os detalhes da prática experimental realizada por cada grupo de alunos, ilustrado na [Figura 37](#), com o passo a passo realizado, os cálculos matemáticos, a construção das tabelas de dados e dos gráficos solicitados no formulário de prático. É importante esclarecer que foram preservados os comentários e as escritas de cada um dos alunos.

Grupo 1:

1º passo – *"Conectar o secador na tomada"*

2º passo – *"Ligar o interruptor"*

3º passo – *"Escolher a função escolhida"*

4º passo – *"Medir Tensão e Corrente"*

Grupo 2:

1º passo – *"Conectar o secador na tomada"*

2º passo – *"Ligar o interruptor"*

3º passo – *"Ligar a chave na função escolhida"*

4º passo – *"Fazer a aferição com o multímetro"*

4.3.4 Etapas 4 e 5 - Resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema, e Análise Crítica das Soluções

Grupo 1 e Grupo 2: Aferindo a Corrente Elétrica

O início desta prática se deu com a conexão do secador de cabelo na extensão contendo o interruptor. Com a seleção da chave de ventilação na velocidade 1, com o uso do multímetro na função amperímetro, os alunos aferiram os valores de 0,68A, 0,69A e 0,70A para a Corrente Elétrica.

Figura 37 – Alunos realizando a prática 3



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Neste momento foi perguntado aos alunos como eles fariam o cálculo de média aritmética simples. Uma das alunas respondeu: “A gente vai somar os três valores e dividir por 3.” Os alunos foram perguntados o motivo de dividirem por 3. A mesma aluna logo respondeu: “Porque a gente divide pela quantidade de informações que a gente tem.” A aluna foi elogiada e os integrantes do grupo 1 e 2 realizaram o cálculo de média aritmética simples para esses valores e ambos os grupos chegaram ao valor médio de 0,69 ampères, por meio do cálculo $\frac{0,68 + 0,69 + 0,70}{3}$.

Após esta primeira aferição foi explicado aos alunos que quando há uma sequência de valores equidistantes em uma média aritmética simples, o valor a ser encontrado como média é o valor central. Como exemplos para esta explicação, além dos valores aferidos pelos alunos, foram apresentados valores simples tais como: 2, 3 e 4 e calculada a média aritmética simples para comprovação de que o elemento central, equidistante às extremidades, é o valor da média aritmética simples, que neste caso é o 3. Os alunos se surpreenderam com a explicação e ficaram com brilho nos olhos.

Outro exemplo foi dado com valores maiores como: 1983, 1984 e 1985. Foi perguntado aos alunos qual seria o valor da média aritmética simples. Os alunos responderam: “1984!” Eles foram elogiados e foi perguntado como eles obtiveram este resultado. Eles responderam: “É o elemento central.” Foi pedido aos alunos que verificassem, por meio de cálculos, o valor, foi constatado que realmente o valor 1984 era a média aritmética simples. Uma das alunas até comentou: “Muito fácil agora achar a média!” Foi comentado então: “Vamos ver outros exemplos...”

Como terceiro exemplo, foi acrescentado um 4º elemento na sequência 2,3 e 4. Portanto agora a sequência teria 4 elementos: 2, 3, 4 e 5. A partir deste momento não havia mais um elemento central equidistante. Foi perguntado aos alunos como poderia ser obtida a média aritmética simples de forma lógica. Os alunos ficaram em silêncio e disseram que não sabiam. Foi então perguntado onde estaria o centro desta sequência de números. Uma das alunas disse com tom de pergunta: “Entre 3 e 4?” Este lugar foi marcado no quadro

com uma seta, e foi, então, pedido a eles que calculassem a média conforme sabiam. Eles realizaram a operação $\frac{2 + 3 + 4 + 5}{4}$, e todos obtiveram 3,5 como resposta. Com este resultado todos os alunos compreenderam que o valor central de uma sequência, mesmo que de número par, é a média aritmética simples.

Continuando o experimento, com a seleção da chave de ventilação na velocidade 2, com o uso do multímetro na função amperímetro, foram aferidos, pelos alunos, os valores de 0,99A, 0,98A, 0,97A e 0,96A para a Corrente Elétrica.

Neste momento, foi perguntado a um aluno específico como que poderia ser feito o cálculo de média aritmética simples. O aluno respondeu: “*Somando tudo e dividindo por 4 ou achando o elemento central já que a gente tem uma sequência.*” Quando o aluno foi perguntado pelo motivo de se dividir por 4, ele prontamente respondeu: “*Porque é a quantidade de informações que a gente tem.*” O aluno foi elogiado e foi então reforçado com os alunos que todas as vezes que forem realizar um cálculo de média aritmética simples, os valores devem ser somados e o resultado dividido pela quantidade de informações utilizadas na soma.

Quando os alunos calcularam a média aritmética simples, um grupo encontrou o valor de 0,975, mas o outro grupo encontrou o valor de 0,985. Neste momento, uma das alunas disse: “*A resposta 0,985 está errada porque não é o elemento central da sequência.*” Neste momento de discrepância de cálculos, foi sugerido aos alunos que refizessem as contas. Por fim, ambos os grupos obtiveram o mesmo valor médio de 0,975A, por meio do cálculo $\frac{0,99 + 0,98 + 0,97 + 0,96}{4}$, que foi arredondado para 0,98 ampères. Ao fim, foi comentado que encontrar o elemento central pode ser uma forma de se verificar se o cálculo matemático está correto e vice versa.

Após esta segunda aferição, um dos alunos questionou a obtenção de 3 valores para a velocidade 1 e 4 valores para a velocidade 2. Foi explicado que durante o período de funcionamento do equipamento, as oscilações dos valores aferidos são comuns de ocorrer. Então o aluno respondeu: “*A gente pode medir de novo?*” Foi respondido: “*Claro que pode!*” Como o aluno quis repetir a aferição dos valores para a velocidade 2, neste momento foram obtidos os valores 0,96A, 0,97A, 0,98A, 0,99A e 1,00A.

Após essas aferições, foi pedido aos grupos que realizassem, mais uma vez, o cálculo de média aritmética simples, e ambos os grupos chegaram, seja por meio do elemento central ou por meio do cálculo $\frac{0,96 + 0,97 + 0,98 + 0,99 + 1,00}{5}$, ao mesmo resultado de 0,98 ampères. Como este valor corresponde ao valor exato da média aritmética simples, não foi necessário fazer o arredondamento.

Como não havia a velocidade 3 de ventilação no aparelho utilizado, a linha com as informações sobre os valores para esta velocidade ficou sem preenchimento.

Findadas as aferições de Corrente Elétrica para as velocidades 1 e 2 da função

ventilador do secador de cabelo, foi chagado o momento das aferições de Corrente Elétrica para as velocidades da função aquecedor. Com a seleção da chave de aquecimento na velocidade 1, com o uso do multímetro na função amperímetro, os alunos aferiram os valores de 6,79A, 6,80A e 6,81A.

Os integrantes do grupo 1 e 2 realizaram o cálculo de média aritmética simples para esses valores, seja por meio do elemento central ou pelo cálculo $\frac{6,79 + 6,80 + 6,81}{3}$, e ambos os grupos chegaram ao mesmo valor médio de 6,80 ampères.

Com a seleção da chave de aquecedor na velocidade 2, com o uso do multímetro na função amperímetro, os alunos aferiram os valores de 12,15A, 12,13A, 12,11A, 12,09A, 12,08A, 12,06A e 12,05A para a Corrente Elétrica.

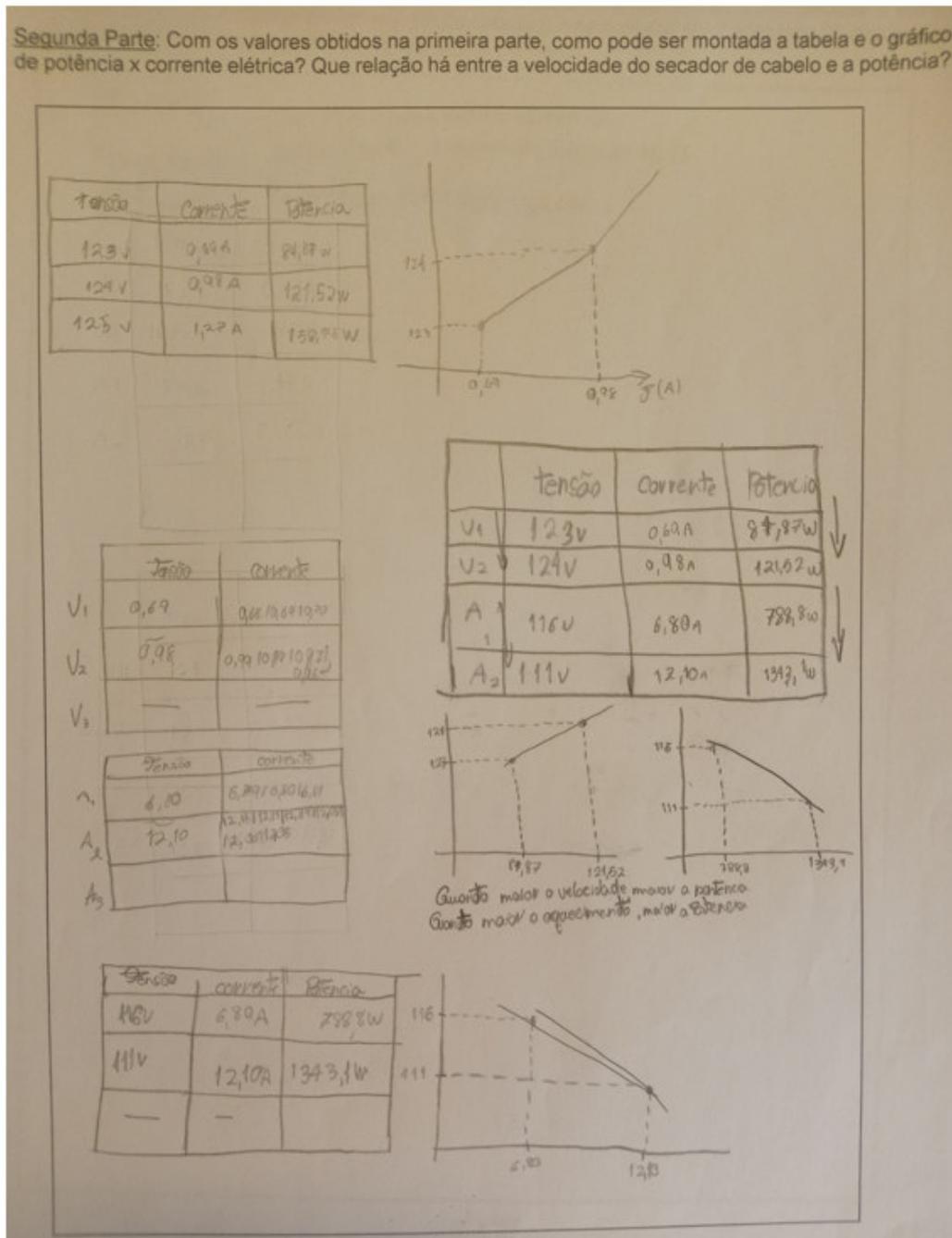
Os alunos do grupo 1 e 2 realizaram o cálculo de média aritmética simples para esses valores, por meio do cálculo $\frac{12,15 + 12,13 + 12,11 + 12,09 + 12,08 + 12,06 + 12,05}{7}$, e ambos os grupos informaram ter chegado ao valor médio de 12,09571428 ampères, que foi arredondado para 12,10A.

Após as aferições de Corrente Elétrica, foram aferidos os valores de Tensão para as velocidades 1 e 2 tanto da ventilação como do aquecimento do secador de cabelo. Durante a ventilação na velocidade 1 foi obtido o valor de Tensão de 123 volts e durante a ventilação na velocidade 2 foi obtido o valor de 124 volts.

Já durante o aquecimento na velocidade 1 foi obtido o valor de Tensão de 116 volts e durante o aquecimento na velocidade 2 foi obtido o valor de 111 volts.

Após as aferições de Corrente Elétrica e Tensão para as velocidades 1 e 2 de ventilação e de aquecimento do secador de cabelo, os alunos montaram, em seu formulário de prática, as tabelas com as informações de Tensão e Corrente Elétrica para o cálculo da Potência e posterior construção dos Gráficos Potência X Corrente Elétrica para cada tipo de uso do secador de cabelo, conforme ilustrado na [Figura 38](#) e na [Figura 39](#).

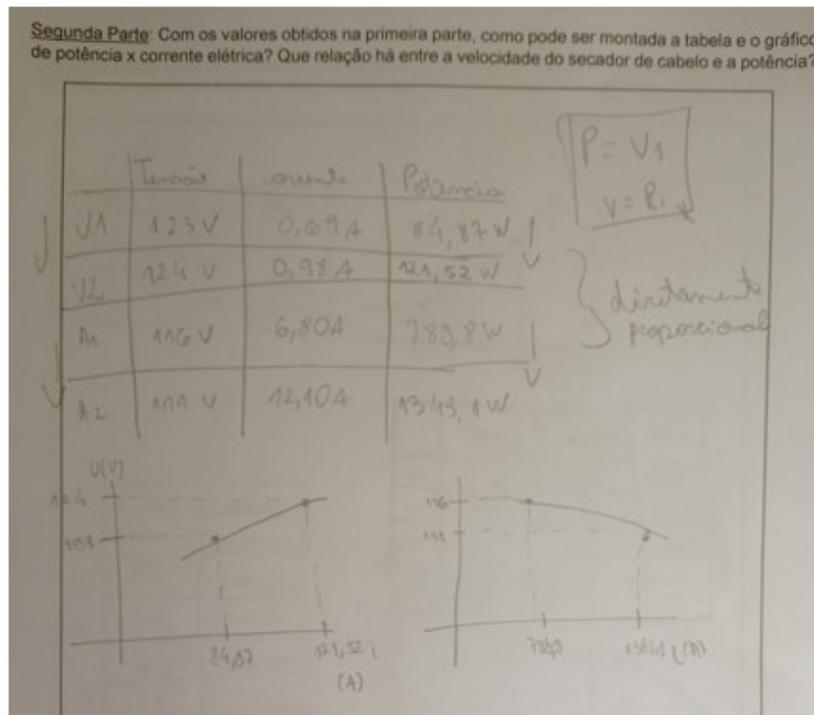
Figura 38 – Tabelas e Gráficos construídos pela aluna H



Fonte: Acervo da Pesquisa.

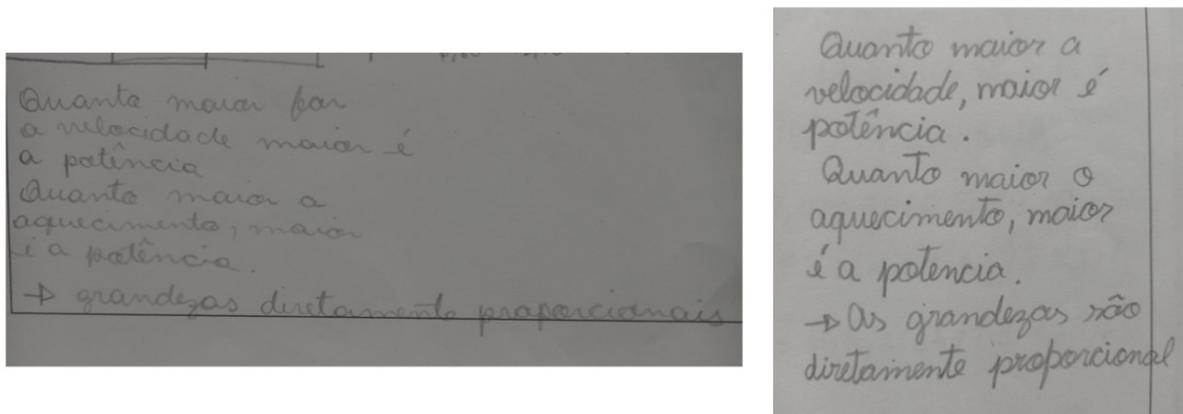
Quando os alunos foram indagados sobre a relação que existe entre a velocidade do secador de cabelo e a Potência, tanto na função ventilação quanto na função aquecimento, os alunos de ambos os grupos chegaram à mesma conclusão, conforme ilustrado na Figura 40, de que quanto maior é a velocidade do aparelho, maior é a sua Potência; e que quanto maior é o aquecimento do aparelho, também é maior a Potência, caracterizando assim, uma relação diretamente proporcional entre as grandezas Velocidade e Potência; e Aquecimento e Potência.

Figura 39 – Tabelas e Gráficos construídos pela aluna C



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Figura 40 – Conclusão dos alunos do grupo 1 (à esquerda) e do grupo 2 (à direita) quanto à proporcionalidade das grandezas



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Após esta etapa da atividade, cada grupo recebeu uma conta de luz para obter informações a respeito da tarifa cobrada pela concessionária. O grupo 1 ficou com a conta de luz de vencimento no mês de setembro de 2021, que contém a tarifa de 1,03498 e o grupo 2 ficou com a conta de luz de vencimento no mês de julho de 2021, que contém a tarifa de 0,95126, conforme ilustrado na [Figura 41](#).

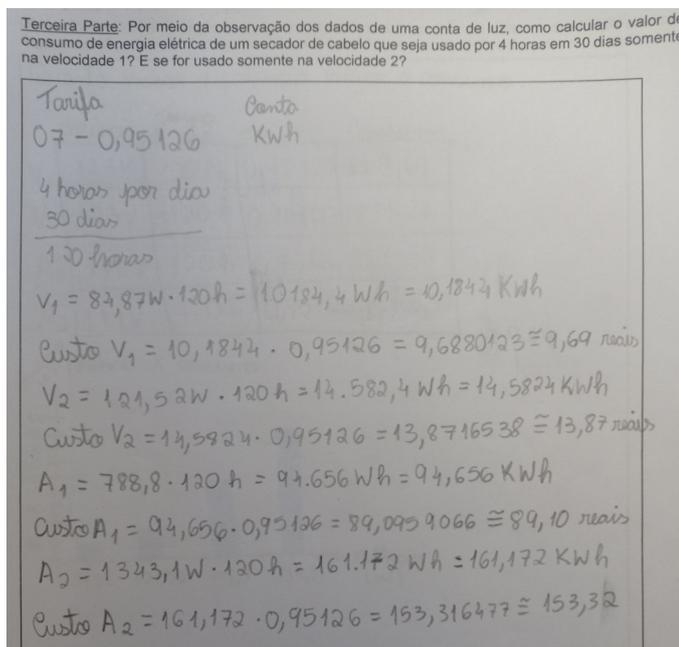
Figura 41 – Tarifa das contas de luz cobrados pela concessionária Enel

Reservado ao Fisco					Reservado ao Fisco				
Data de emissão	Nº Nota fiscal	Série	Base de cálculo	Alíquota	Data de emissão	Nº Nota fiscal	Série	Base de cálculo	Alíquota
22/06/2021	57493608	B1	124,61	18,00%	20/08/2021	64038736	B1	70,37	18,00%
PIS - BASE CALC: 124,61 ALIQ: 0,16% VALOR: 0,19					PIS - BASE CALC: 70,37 ALIQ: 0,68% VALOR: 0,47				
COFINS - BASE CALC: 124,61 ALIQ: 0,70% VALOR: 0,87					COFINS - BASE CALC: 70,37 ALIQ: 3,12% VALOR: 2,19				
Bandeira(s) Tarifária(s) aplicada(s) no mês: Bandeira anterior: VERMELHA. Bandeira Atual: VERMELHA					Bandeira(s) Tarifária(s) aplicada(s) no mês: Bandeira anterior: VERMELHA. Bandeira Atual: VERMELHA				
Descrição de Faturamento: VALOR DO CONSUMO DO MES QTD. KWh TARIFA 131 0,95126 CONTR CUSTEIO SERV ILUM PÚBLICA - MUNICIPAL Vr Adic Band Vermelha do Mes (R\$ 9,27)					Descrição de Faturamento: VALOR DO CONSUMO DO MES QTD. KWh TARIFA 68 1,03498 CONTR CUSTEIO SERV ILUM PÚBLICA - MUNICIPAL Vr Adic Band Vermelha do Mes (R\$ 8,25)				

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Utilizando-se dos valores de Potência calculados anteriormente e por meio da observação dos dados de tarifa de uma conta de luz, os alunos calcularam o consumo de energia elétrica do secador de cabelo tanto na função ventilador quando na função aquecedor, ambas as funções em suas duas velocidades, para um período equivalente a 4 horas por dia em 30 dias de uso, conforme ilustrado na Figura 42 e na Figura 43.

Figura 42 – Cálculos de consumo de energia elétrica de acordo com a tarifa da conta de luz do mês de julho, realizados pela aluna B



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Após as análises dos valores obtidos pelos alunos de cada um dos grupos, conforme ilustrado na Figura 42 e na Figura 43, observou-se que apesar de, aparentemente, ter sido pequeno o reajuste do valor da tarifa entre os dois meses, há um significativo aumento no valor em reais na situação hipotética de uso do equipamento durante 4 horas no período de 30 dias.

Figura 43 – Cálculos de consumo de energia elétrica de acordo com a tarifa da conta de luz do mês de setembro, realizados pela aluna A

Terceira Parte: Por meio da observação dos dados de uma conta de luz, como calcular o valor de consumo de energia elétrica de um secador de cabelo que seja usado por 4 horas em 30 dias somente na velocidade 1? E se for usado somente na velocidade 2?

G1-09-1,03498 Conta
kWh

4 horas por dia
30 dias
120 horas

$V_1 = 84,87 \text{ W} \cdot 120 \text{ h} = 10,1844 \text{ kWh}$

Custo $V_1 = 10,1844 \cdot 1,03498$

$V_2 = 121,52 \text{ W} \cdot 120 \text{ h} = 14,5824 \text{ kWh} = 14,5824 \text{ kWh}$

Custo $V_2 = 14,5824 \cdot 1,03498 = 15,0924924 \approx 15,09$

$A_1 = 78,8 \text{ W} \cdot 120 \text{ h} = 9,456 \text{ kWh} = 9,456 \text{ kWh}$

Custo $A_1 = 9,456 \cdot 1,03498 \approx 9,797 \text{ reais}$

$A_2 = 1313,1 \text{ W} \cdot 120 \text{ h} = 157,572 \text{ kWh} = 157,572 \text{ kWh}$

Custo $A_2 = 157,572 \cdot 1,03498 = 163,09797 \approx 163,10 \text{ reais}$

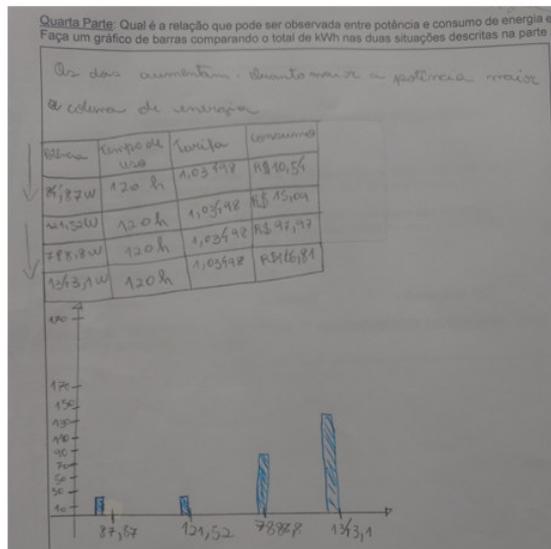
Fonte: Acervo da Pesquisa.

Conforme os alunos interagem, essa discussão foi abrangida para o uso de outros equipamentos eletroeletrônicos e eletrodomésticos, tais como ferro de passar roupas, chapinha para cabelo, micro-ondas, aparelho de ar condicionado, chuveiro elétrico, dentre outros, surgindo comentários dos alunos como: “*Caramba, vou ser mais rápido no banho!*”, “*Vou usar a chapinha só no fim de semana!*”, “*Agora entendi porque a conta de luz lá em casa vem tão cara!*”, dentre outros comentários, tendo sido um momento de muitos risos e gargalhadas, acompanhados da conscientização do uso da eletricidade.

Após todos os comentários dos alunos, foi pedido a eles que analisassem os valores obtidos e relatassem sobre a relação existente entre a Potência e o Consumo de Energia Elétrica e que também construíssem um gráfico de barras de Potência X Consumo de energia, comparando o total de kWh em cada uma das situações de consumo realizadas na prática. Os dados obtidos pelos alunos podem ser vistos na [Figura 44](#) e na [Figura 45](#).

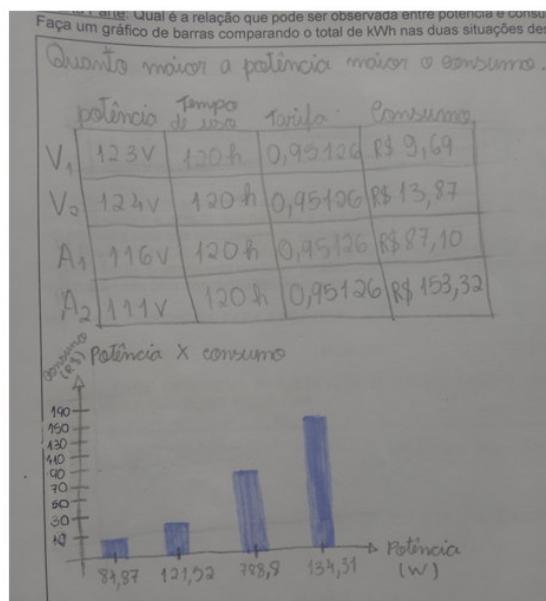
Todos os alunos, de ambos os grupos, chegaram à mesma conclusão de que quanto maior é a Potência utilizada em um equipamento, maior era o consumo de energia elétrica e, como consequência, maior é o valor a ser pago na conta de luz., conforme ilustrado na [Figura 44](#) e na [Figura 45](#).

Figura 44 – Tabelas e Gráficos de barras entre a Potência e o Consumo de Energia Elétrica do grupo 1, realizados pela aluna A



Fonte: Acervo da Pesquisa.

Figura 45 – Tabelas e Gráficos de barras entre a Potência e o Consumo de Energia Elétrica do grupo 2, realizados pela aluna B



Fonte: Acervo da Pesquisa.

4.3.5 Análise da apresentação dos conceitos matemáticos

Nesta prática, com a aplicação das cinco etapas propostas por Burak (2010), também foi possível averiguar, que dependendo da forma como se relacionam as grandezas físicas, novas grandezas podem ser obtidas. Na primeira prática realizada neste trabalho, foi observado que a Resistência Elétrica (R) pode ser obtida pela divisão entre a Tensão

(U) e a Intensidade de Corrente Elétrica (i), e nesta terceira prática, foi aprendido que a multiplicação entre a Tensão (U) e a Intensidade de Corrente Elétrica (i) gera a grandeza física Potência (P). Portanto há as seguintes relações:

$$P = U.i$$
$$R = \frac{U}{i}$$

Pela segunda, pode-se escrever que

$$U = R.i$$

Então,

$$P = R.i.i$$

Logo, pode-se escrever que

$$P = R.i^2$$

ou ainda, pela segunda, tem-se que

$$i = \frac{U}{R}$$

Então,

$$P = U. \frac{U}{R}$$

Logo, pode-se escrever que

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Tais associações podem ser exploradas quando se for abordar função do 2º grau, o que também fica como sugestão para trabalhos futuros.

Também foi muito importante para os alunos desenvolverem a noção de consumo de energia elétrica com o uso de um determinado aparelho e sua relação com o valor da conta de luz.

Na realização desta prática, notou-se um maior envolvimento por parte de todos os alunos, quer estivesse presente na sala de aula, quer online por meio do *Google Meet*.

Foram utilizados, ao todo, seis tempos de 50 minutos, totalizando 5 horas para a apresentação e realização desta prática com os alunos de forma presencial, mas também *online* e ao vivo, com a utilização do *Google Meet*. As atividades investigativas (segunda etapa proposta por [Burak \(2010\)](#)) para a busca por conhecimentos e informações sobre como calcular o consumo de energia elétrica de um equipamento fez parte da atividade, que teve o intervalo de uma semana entre o anúncio da realização da prática e a sua efetiva realização.

Esta aplicação ocorreu em uma turma de 9 alunos. Apesar disto, a quantidade de alunos não interfere no resultado da pesquisa, uma vez que ela tem cunho qualitativo.

Para a realização desta tarefa com grupos maiores e de forma presencial, fica a sugestão de dividir a turma em grupos de 4 ou 5 alunos, e que cada grupo disponha de um multímetro para aferição de Tensão e Corrente Elétrica de um determinado equipamento que possua níveis de funcionalidade, tais como ventiladores, torradeiras ou qualquer outro. Nas turmas maiores, pode ser mais recomendada a presença de dois professores mediadores a fim de auxiliar os alunos nas aferições e na obtenção de resultados com a participação dos alunos.

Também pode ser interessante a exploração das fórmulas que contenham o valor de Potência Elétrica como forma de aprofundamento do conteúdo sobre a equação do primeiro grau e possíveis explorações das equações do segundo grau apresentadas neste tópico, com base nas informações presentes no equipamento escolhido e sua averiguação com a utilização do multímetro. Para esta prática, pode se fazer necessário o uso de mais um ou dois tempos de aula de 50 minutos. Este aprofundamento fica como sugestão para trabalhos futuros.

Com base nos formulários de prática preenchidos pelos alunos, os cálculos ali apresentados e as explicações presentes sobre as relações entre as grandezas físicas envolvidas constatam que os objetivos desta prática também foram alcançados. Além disso, os estudos sobre Função de 1º grau, Proporcionalidade; Construção e Interpretação de Tabelas e Gráficos Média Aritmética Simples e Arredondamento de forma contextualizada e aplicada em uma atividade que envolveu elementos do cotidiano. Assim, práticas como essa são possíveis de serem feitas e podem gerar resultados muito expressivos no aprendizado.

Desta forma, o desenvolvimento do pensar matemático pode ser feito de forma prática para o desenvolvimento dos alunos por meio dos estímulos do raciocínio lógico para se resolver situações-problema, o que contribui de forma significativa na construção do conhecimento no dia a dia dos alunos.

Capítulo 5

Considerações Finais

Este trabalho de dissertação buscou a utilização da Modelagem Matemática por alunos do último ano do ensino Fundamental II, para solução, de forma interdisciplinar, de situações-problema na disciplina de Ciências, com o intuito de promover melhorias no processo ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos aplicados na Eletricidade.

Para tal, foi iniciado o trabalho com uma pesquisa bibliográfica sobre a Modelagem Matemática e sua aplicabilidade na área da Física, com posterior seleção de problemas no campo da Eletricidade que pudessem ser resolvidos por meio da Modelagem Matemática. Em seguida, foi apresentada a Modelagem Matemática para as turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II a fim de que os alunos, deste segmento, pudessem aplicar esta metodologia na solução de situações-problema no ramo da Eletricidade.

Os conteúdos matemáticos trabalhados foram: Operações com Números Inteiros; Frações; Razão, Grandezas Físicas e Proporção; Porcentagem; Regra de três; Menor Múltiplo Comum; Média Aritmética; Arredondamento; Inverso de um Número; Equação do 1º grau; Função do 1º grau e Construção de Gráficos, por meio da realização de trabalhos que envolviam os temas: Resistência em um circuito elétrico; Lei de Ohm; Associação de Resistores; Potência Elétrica e Consumo de Energia.

Devido ao período de pandemia causada pelo vírus Sars-CoV-2, as práticas foram realizadas, inicialmente, de forma remota, aplicadas em ambiente de sala de aula virtual e salas de bate-papo virtual, permitindo que os alunos desenvolvessem discussões e estratégias para a construção do raciocínio e elaboração das resoluções dos problemas propostas para cada atividade. Posteriormente, com a flexibilização do quarentena, foi possível a aplicação das práticas de forma híbrida, ou seja, com atividades realizadas de forma presencial e *online* simultaneamente, uma vez que nem todos os alunos voltaram a frequentar a sala de aula física.

Este trabalho possibilitou aos alunos a construção e elaboração do raciocínio para melhor compreensão dos conceitos matemáticos aplicados na Física, em vez de simples

resolução dos problemas com a utilização de fórmulas já preestabelecidas.

Após a aplicação das práticas em cada um dos temas apresentados, foram analisados os dados e resultados obtidos pelos alunos. Foi possível constatar que houve dificuldades na aplicação de forma remota durante a pandemia. Apesar dessas dificuldades iniciais, pode-se afirmar que, no geral, os alunos conseguiram solucionar as situações-problema, utilizando os conteúdos matemáticos de forma apropriada.

Sendo assim, observou-se que a aplicação deste trabalho não apenas proporcionou obter resultados matemáticos, mas também a integração dos alunos entre si e com o professor de forma a contribuir com o processo ensino-aprendizagem. Além disso, observou-se a criatividade e dedicação por parte de todos os envolvidos no processo, o que favoreceu a integração da matemática com outras ciências. Este trabalho pôde proporcionar uma nova experiência na prática docente. A percepção de que as atividades práticas são estimuladoras pela busca e construção do conhecimento com os alunos também foi algo observado.

Durante a resolução dos problemas pelos alunos, foi possível diagnosticar dificuldades com a realização das médias aritméticas. Estas dificuldades foram dirimidas com explicações sobre a realização desta operação, o que acabou se tornando algo fácil para eles com o decorrer do desenvolvimento das atividades. Também foi possível constatar que alguns alunos ainda apresentavam dificuldades em certas operações envolvendo frações, principalmente quando números decimais eram aplicados em frações. Diante desta realidade, foi realizada uma revisão que permitisse a realização de várias explicações com resoluções de situações-problema. Isso viabilizou que os alunos compreendessem melhor este conceito matemático. Um outro diagnóstico interessante foi a grande dificuldade dos alunos em utilizar operações matemáticas para se encontrar o valor da Resistência Equivalente em situações diferentes. Apesar das dificuldades enfrentadas, houve uma motivação dos alunos pela busca das soluções e das superações das dificuldades quando situações-problema eram utilizadas para explicação dos conteúdos em questão.

Sobre as sugestões, além das já deixadas nos tópicos "Análise da apresentação", ao fim de cada Tema, ficam para trabalhos futuros a possibilidade de aplicação da metodologia Modelagem Matemática em outras áreas da Física, como Mecânica, Hidrostática, Óptica, dentre outras, etc, a fim de que possam ser trabalhados com os alunos a dinâmica de grupo, a investigação, análise e resolução de situações-problema para o aprendizado dos Conceitos Matemáticos.

Referências

AUGUSTO, E. d. S. *A Matemática como instrumento indispensável para o estudo da Física: Uma proposta de Metodologia de Ensino*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR, 2019. Citado na página 26.

ÁVILA, G. *Introdução à análise matemática*. 2. ed. São Paulo-SP, Brasil: Editora Blucher, 1999. Citado na página 25.

BARROSO, J. M. *Projeto Araribá, 8ª série*. 2. ed. São Paulo-SP, Brasil: Editora Moderna, 2006. Citado na página 25.

BASSANEZI, R. C. *Modelagem matemática: teoria e prática*. 4. ed. São Paulo-SP, Brasil: Editora Contexto, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. 4. ed. São Paulo-SP, Brasil: Editora Contexto, 2019. Citado na página 20.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. 5. ed. São Paulo-SP, Brasil: Editora Contexto, 2000. Citado na página 20.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. d. *Prisma Matemática*. 1. ed. São Paulo-SP, Brasil: FTD, 2020. Citado na página 25.

BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. *Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações*. 2. ed. Ponta Grossa-PR, Brasil: Editora UEPG, 2016. Citado na página 21.

BRASIL. Lei de diretrizes e bases da educação nacional: nº 9394/96. *MEC/SEMTEC*., Brasília-DF, Brasil, 1996. Citado na página 23.

BRASIL, M. d. E. Base nacional comum curricular. *MEC, Secretaria de Educação Básica*, Brasília-DF, Brasil, 2017. Citado na página 24.

BRASIL, P. C. N. matemática/secretaria de educação. *Educação Fundamental. MEC/SEF*, Brasília-DF, Brasil, 1997. Citado na página 23.

BRITO, D. de S.; SILVA, A. J. R. da. Cálculo de tarifas e tributos incidentes sobre a conta de energia elétrica: uma abordagem interdisciplinar no ensino médio. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*, Bento Gonçalves-RS, Brasil, v. 2, n. 2, p. 154–163, 2016. Citado na página 27.

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, Ponta Grossa-PR, Brasil, v. 1, n. 1, p. 10–27, 2010.

Citado 24 vezes nas páginas [22](#), [23](#), [28](#), [29](#), [31](#), [32](#), [34](#), [52](#), [58](#), [59](#), [62](#), [67](#), [68](#), [69](#), [72](#), [75](#), [77](#), [78](#), [95](#), [96](#), [99](#), [102](#), [113](#) e [114](#).

CARAÇA, B. de J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa, Portugal: Gradiva, 2000. Citado na página [25](#).

COSTA, E. d. et al. Um estudo estatístico sobre o aproveitamento em física de alunos de ensino médio e seus desempenhos em outras disciplinas. *Revista Brasileira de Ensino de Física [online]*, Sociedade Brasileira de Física, São Paulo-SP, Brasil, v. 39, 2016. Citado na página [18](#).

COSTA, F. d. A.; IGLIORI, S. B. C. Estudo da periodicidade a partir da modelagem matemática à luz da teoria da aprendizagem significativa. *Revista de Produção Discente em Educação Matemática*. ISSN 2238-8044, PUC-SP, São Paulo-SP, Brasil, v. 7, n. 1, 4 2018. Citado na página [21](#).

D'AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. São Paulo-SP, Brasil: Grupo Editorial Summus, 1986. Citado na página [22](#).

DANIEL, M. F. *A modelagem matemática como panorama para o ensino de física*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Ciências, Bauru-SP, 2020. Citado na página [26](#).

DANTE, L. R. *Matemática contexto e aplicações*. 3. ed. São Paulo-SP, Brasil: Editora Ática, 2016. v. 1. Citado na página [25](#).

ECK, C.; GARCKE, H.; KNABNER, P. *Mathematical modeling*. 1. ed. Berlin: Springer, 2017. 01–36 p. Citado 2 vezes nas páginas [24](#) e [25](#).

GONÇALVES JUNIOR, W. P.; BARROSO, M. F. As questões de física e o desempenho dos estudantes no enem. *Revista Brasileira de Ensino de Física [online]*, Sociedade Brasileira de Física, São Paulo-SP, Brasil, v. 36, n. 1, p. 1–16, 2014. Citado na página [18](#).

HEFEZ, A. *Aritmética*. 2. ed. Rio de Janeiro-RJ, Brasil: Coleção PROFMAT. SBM, 2016. Citado na página [25](#).

LIMA, E. L. et al. *A matemática do ensino médio*. 5. ed. Rio de Janeiro-RJ, Brasil: Coleção do professor de matemática. Sociedade Brasileira de Matemática, 1997. v. 1. Citado na página [25](#).

MOREIRA, M. A. Mapas conceituais e aprendizagem significativa (concept maps and meaningful learning). In: MOREIRA, M. A. *Aprendizagem significativa, organizadores prévios, mapas conceituais, diagramas V e Unidades de ensino potencialmente significativas*. Porto Alegre-RS, Brasil: PUC-PR, 2012. v. 24, n. 6, p. 41. Citado na página [22](#).

MUNIZ NETO, A. C. *Fundamentos de cálculo*. 1. ed. Rio de Janeiro-Rj, Brasil: Coleção PROFMAT. SBM, 2015. Citado na página [25](#).

PEREIRA, J. D. C. et al. *Médias: Aritmética, geométrica e harmonica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 2014. Citado na página [25](#).

SILVA, V. da S. Modelagem matemática como metodologia para o ensino de matemática nos anos iniciais: alguns apontamentos sobre a abordagem dos conteúdos matemáticos a partir de relatos de experiências. In: BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., orgs. *Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]*. 2. ed. Ponta Grossa-PR, Brasil: Editora UEPPG, 2016. p. 59–74. Citado na página 23.

SOARES, R. d. S. *O uso da modelagem matemática como proposta para a melhoria do ensino da Física na região Amazônica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Amazonas, 2017. Citado na página 27.

TEIXEIRA, J. C. P. *Introduzindo conceitos de Física no ensino fundamental 2 através da modelagem matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo-SP, 2019. Citado na página 26.

APÊNDICE A

Autorização da Direção

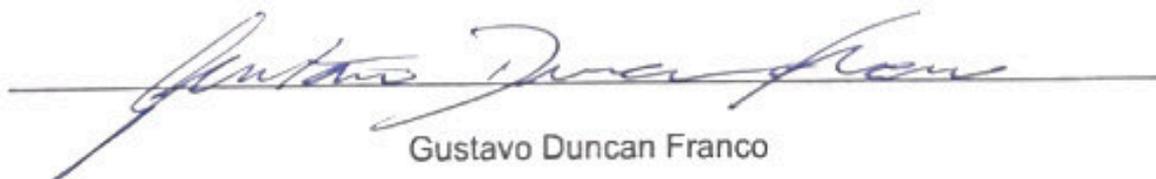
AUTORIZAÇÃO

Prezada diretora,

Eu, Gustavo Duncan Franco, professor e discente, regularmente matriculado no curso de Pós-Graduação em Matemática, pela Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, venho por meio desta, solicitar a V. Senhoria, Grace Kelly Rocha Nogueira, diretora do Centro Educacional Vivendo e Aprendendo, a autorização para que eu possa desenvolver meu experimento de mestrado na turma 901 do 9º ano.

As atividades serão realizadas durante a execução das Atividades Pedagógicas Não Presenciais – APNP's, com aulas online pelo *Google Meet*, e também das Atividades Pedagógicas Presenciais – APP's, de forma híbrida, durante o período de pandemia do vírus Sars-CoV -2 (Covid-19) com o seguinte tema: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS NA ELETRICIDADE POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA, nas quais os alunos irão obter, de forma significativa, criativa e motivadora, por meio de experimentos práticos, o entendimento de conceitos matemáticos aplicados nos assuntos relacionados à eletricidade e que fazem parte do conteúdo programático de Física.

Atenciosamente,



Gustavo Duncan Franco

De acordo,



Grace Kelly Rocha Nogueira

Grace Kelly Rocha Nogueira
Diretora
Reg. 7526/D-07

APÊNDICE B

Autorização dos Responsáveis

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA
AUTORIZAÇÃO

Senhores pais ou responsáveis,

Os alunos da turma 901 do 9º do Centro Educacional Vivendo e Aprendendo, onde seu filho(a) encontra-se matriculado(a), estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, realizado pelo mestrando e professor de Ciências, Gustavo Duncan Franco. A pesquisa, com realização durante a execução das Atividades Pedagógicas Não Presenciais – APNP's, com aulas online pelo *Google Meet*, e também das Atividades Pedagógicas Presenciais – APP's, de forma híbrida, durante o período de pandemia do vírus Sars-CoV -2 (Covid-19) com o seguinte tema: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS UTILIZADOS NA ELETRICIDADE POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA. O objetivo das aulas é que os alunos possam obter, de forma significativa, criativa e motivadora, por meio de experimentos práticos, o entendimento de conceitos matemáticos aplicados nos assuntos relacionados à eletricidade e que fazem parte do conteúdo programático de Física, contribuindo para a melhora no ensino e aprendizagem de seu filho (a). Solicitamos a sua autorização para que ele (a) possa participar das atividades, e a permissão para que os registros das atividades possam ser publicados. Desde já, agradeço, e peço que caso esteja de acordo preencha a autorização a seguir:

Eu,

_____,
autorizo a participação de meu filho (a) _____

_____ na pesquisa
desenvolvida pelo mestrando Gustavo Duncan Franco na área profissional de
Matemática.

Campos dos Goytacazes, 9 de agosto de 2021

Assinatura do responsável

APÊNDICE C

Formulário de Resposta da Prática 1



PROFMAT
Mestrado Profissional
em Matemática

FORMULÁRIO DE RESPOSTA DA
PRÁTICA EXPERIMENTAL



Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Resistência em um circuito elétrico simples

Nome da Instituição de Ensino: Centro Educacional Vivento e Aprendendo

Nome completo do aluno: _____

Idade: _____ 9º ano do Ensino Fundamental

SITUAÇÃO PROBLEMA:

De posse de duas lâmpadas diferentes e de pilhas, como descobrir qual lâmpada tem a maior capacidade de transformar a energia elétrica em energia luminosa quando conectadas a quantidades de pilhas diferentes.

CONDIÇÃO: A prática deve ser discutida em grupo, porém cada aluno deverá descrever o seu próprio procedimento.

MATERIAL DISPONÍVEL PARA A PRÁTICA:

- Lâmpadas
- Fios de 1,5mm
- Pilhas
- Multímetro
- Fita adesiva

Primeira parte: DESCREVA E JUSTIFIQUE O PROCEDIMENTO USADO POR VOCÊ PARA RESOLVER A SITUAÇÃO PROBLEMA

Segunda Parte: Monte uma tabela com os valores obtidos de tensão e corrente elétrica em cada situação de circuito para cada lâmpada.

GRUPO 1						
Lâmpada	Quantidade de pilhas	Tensão	Tensão Média	Corrente	Corrente Média	Valor de Divisão
1	1					
	2					
2	3					
	7					

Terceira Parte: Ao analisar os dados obtidos na situação problema, qual a relação que pode ser obtida entre a capacidade da lâmpada transformar energia e a corrente elétrica? Justifique sua conclusão.

Segunda Parte: Monte uma tabela com os valores obtidos de tensão e corrente elétrica em cada situação de circuito para cada lâmpada.

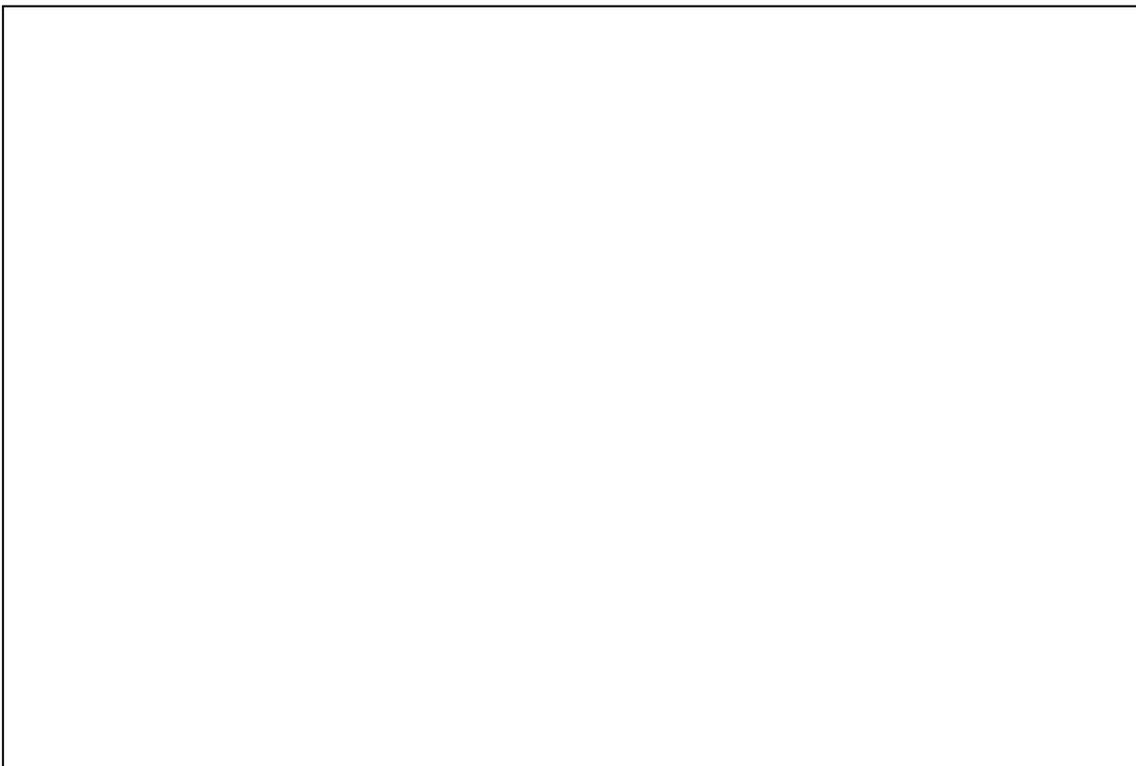
GRUPO 2						
Lâmpada	Quantidade de pilhas	Tensão	Tensão Média	Corrente	Corrente Média	Valor de Divisão
2	6					
	8					
1	2					
	1					

Terceira Parte: Ao analisar os dados obtidos na situação problema, qual a relação que pode ser obtida entre a capacidade da lâmpada transformar energia e a corrente elétrica? Justifique sua conclusão.

Quarta Parte: No caso do uso de uma possível terceira lâmpada aplicada em um circuito de tensão de 3 volts (assim como na lâmpada 1) e que tenha uma corrente de 0,05 ampères, o que você espera que aconteça com a capacidade de transformar energia comparada com a lâmpada 1? As relações obtidas na segunda parte se confirmam? Justifique com cálculos.



Quinta Parte: Sobre os resultados obtidos por cada grupo para a lâmpada 1, como podem ser calculadas as médias das respostas? Existe alguma outra forma de se encontrar essa média sem ser com o uso das respostas finais de cada grupo?



APÊNDICE D

Formulário de Resposta da Prática 2



FORMULÁRIO DE RESPOSTA DA
PRÁTICA EXPERIMENTAL



Associação de Resistores e a proporcionalidade da distribuição da corrente elétrica

Nome da Instituição de Ensino: Centro Educacional Vivento e Aprendendo

Nome completo do aluno: _____

Idade: _____ 9º ano do Ensino Fundamental

SITUAÇÃO PROBLEMA:

Utilizando-se dois pares de lâmpadas diferentes e montando dois circuitos elétricos, um em série e outro em paralelo, ambos com a possibilidade de conexão de duas lâmpadas, como descobrir a relação que há entre os tipos de circuito e a distribuição de corrente em cada uma das lâmpadas de cada circuito.

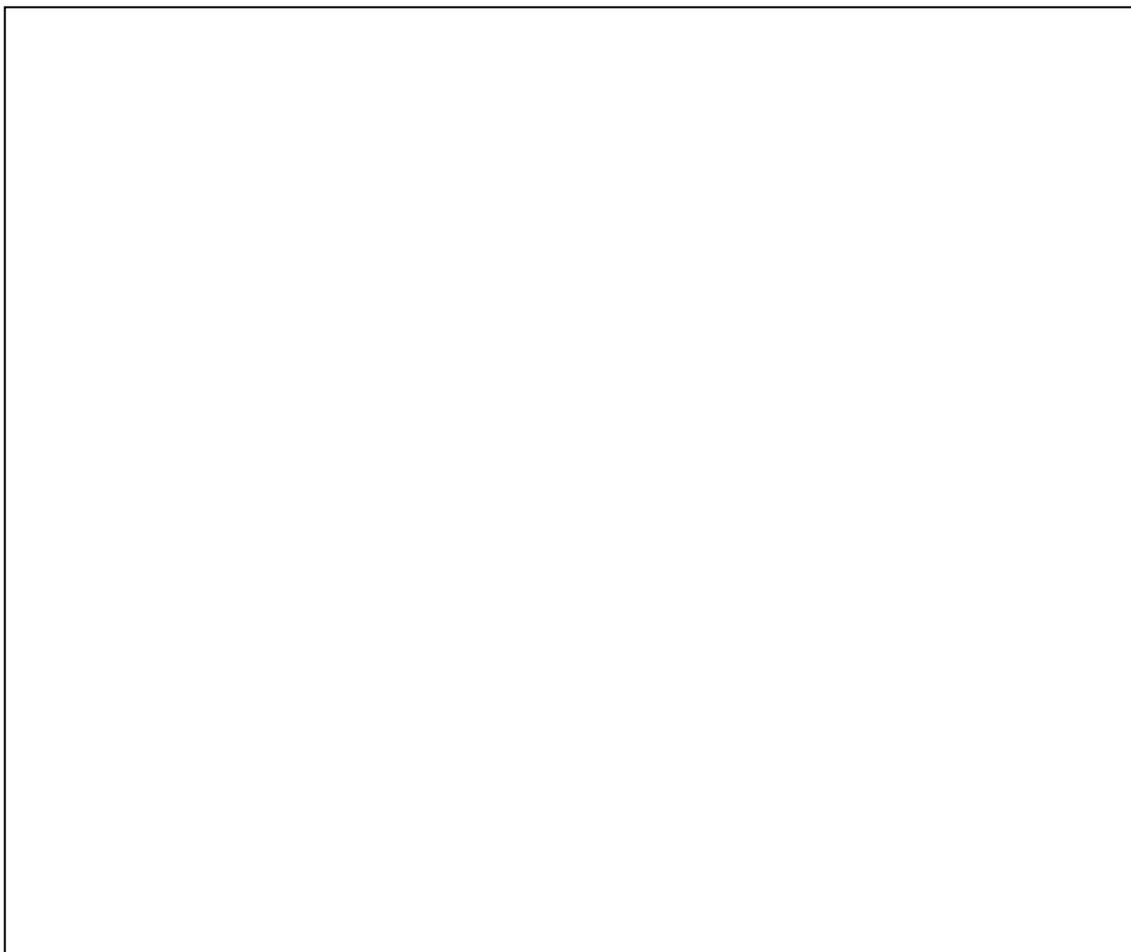
CONDIÇÃO: A prática deve ser discutida em grupo, porém cada aluno deverá descrever o seu próprio procedimento. É importante medir as tensões e correntes antes no início e no fim dos circuitos, bem como em cada uma das lâmpadas do circuito.

MATERIAL DISPONÍVEL PARA A PRÁTICA:

- 2 Lâmpadas de 9W
- 2 Lâmpadas de 70W
- 4 Bocais
- Multímetro
- 6 Interruptores
- 2 tomadas do tipo macho
- Fios de 1,5mm
- Alicates e chaves de fenda e philips

Primeira Parte: DESCREVA E JUSTIFIQUE O PROCEDIMENTO USADO POR VOCÊ PARA RESOLVER A SITUAÇÃO PROBLEMA

Segunda Parte: Ao analisar os dados obtidos na situação problema, o que pode ser deduzido quanto à resistência e a intensidade da corrente elétrica que passa em cada lâmpada em cada um dos circuitos montados? Como pode ser utilizada a porcentagem para a distribuição da tensão e da intensidade da corrente em cada um dos elementos de cada circuito?



Terceira Parte: Ao analisar os dados obtidos nas aferições, o que pode ser deduzido quanto à Resistência Equivalente no circuito em série? E quanto à Resistência Equivalente no circuito em Paralelo?

APÊNDICE E

Formulário de Resposta da Prática 3



PROFMAT
Mestrado Profissional
em Matemática

FORMULÁRIO DE RESPOSTA DA
PRÁTICA EXPERIMENTAL



UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

Potência de um Equipamento e o consumo de energia elétrica

Nome da Instituição de Ensino: Centro Educacional Vivento e Aprendendo

Nome completo do aluno: _____

Idade: _____ 9º ano do Ensino Fundamental

SITUAÇÃO PROBLEMA:

Conectando-se um secador de cabelo a uma fonte de tensão e fazendo-se uso de um multímetro, como descobrir a relação que há entre a potência deste aparelho e a corrente elétrica que passa por ele em cada uma das velocidades do ventilador?

CONDIÇÃO: A prática deve ser discutida em grupo, porém cada aluno deverá descrever o seu próprio procedimento.

MATERIAL DISPONÍVEL PARA A PRÁTICA:

- Secador de cabelo

- Multímetro

- Tomada de 127V

Primeira Parte: DESCREVA E JUSTIFIQUE O PROCEDIMENTO USADO POR VOCÊ PARA RESOLVER A SITUAÇÃO PROBLEMA

Segunda Parte: Com os valores obtidos na primeira parte, como pode ser montada a tabela e o gráfico de potência x corrente elétrica? Que relação há entre a velocidade do secador de cabelo e a potência?

A large empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to draw a table and a graph based on the question above. The box is currently blank.

Terceira Parte: Por meio da observação dos dados de uma conta de luz, como calcular o valor de consumo de energia elétrica de um secador de cabelo que seja usado por 4 horas em 30 dias somente na velocidade 1? E se for usado somente na velocidade 2?

Quarta Parte: Qual é a relação que pode ser observada entre potência e consumo de energia elétrica? Faça um gráfico de barras comparando o total de kWh nas duas situações descritas na parte 3.

