Universidade Estadual de Londrina

GABRIEL MARÇAL NACOUR

CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EM QUESTÕES DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO 6º E 7º ANOS

Londrina

2022

GABRIEL MARÇAL NACOUR

CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EM QUESTÕES DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO 6º E 7º ANOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Magna Natalia Marin Pires

Londrina

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UEL

N125c Nacour , Gabriel Marçal.

CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EM QUESTÕES DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO 6º E 7º ANOS / Gabriel Marçal Nacour . - Londrina, 2022.
55 f.

Orientador: MAGNA NATALIA MARIN PIRES.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, 2022.
Inclui bibliografia.

1. Ensino de Matemática - Tese. 2. Pensamento Algébrico - Tese. 3. Livros Didáticos - Tese. 4. Padrões e Regularidades - Tese. I. PIRES, MAGNA NATALIA MARIN. II. Universidade Estadual de Londrina. Centro de Ciências Exatas. Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDU 51

GABRIEL MARÇAL NACOUR

CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EM QUESTÕES DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO 6º E 7º ANOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual de Londrina como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof. Dra. Magna Natalia Marin Pires
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof. Dr. Túlio Oliveira de Carvalho
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Prof. Dra. Ângela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina - UEL

Londrina, 23 de abril de 2022.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer aos meus avós por terem me dado a oportunidade de estudar sem preocupações a mais desde o início.

Agradeço aos meus outros familiares pelo apoio e incentivo.

Agradeço a minha namorada Vitória Carolina por me cobrar muito e por saber que eu só funciono na base do tranco.

Agradeço também a minha orientadora Prof. Dra. Magna Pires que não desistiu de mim durante a construção dessa dissertação, certamente não poderia pedir uma melhor orientadora para esse momento.

E por último, mas não menos importante, agradeço a meu grande amigo Israel Matos, por ter feito o convite para eu ingressar nesse mestrado junto com ele.

NACOUR, Gabriel Marçal. **Características do Pensamento Algébrico em questões do livro didático de Matemática do 6º e 7º anos.** 55 f. Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.

RESUMO

Este estudo investigou questões de livros didáticos com potencial para explorar o Pensamento Algébrico. A partir do levantamento de definições e características do Pensamento Algébrico, em uma abordagem qualitativa e interpretativa, buscou-se explorar as questões selecionadas priorizando aspectos com padrões e possiblidades de generalizações. Foram apresentadas mais de uma solução para cada questão selecionada e simulamos caminhos que o professor pode trilhar para explorar o Pensamento Algébrico com estudantes do 6º e 7º ano do Ensino Fundamental. As análises foram feitas confrontando a teoria estudada com as possibilidades apresentadas nas soluções das questões. Foram construídos quadros para apresentar detalhes das características do Pensamento Algébrico nos encaminhamentos das resoluções. O estudo mostrou que observar padrões e regularidades favorece o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Pensamento Algébrico, Ensino Fundamental, Livros Didáticos, Padrões e Regularidades.

NACOUR, Gabriel Marçal. **Características do Pensamento Algébrico em questões do livro didático de Matemática do 6º e 7º anos.** 55 f. Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.

ABSTRACT

This study aimed to investigate didatics books questions with the potential to explore algebraic thinking. From the survey of definitions and characteristics about the algebraic thinking, in a qualitative and interpretive approach, we sought to explore issues prioritizing aspects with patterns and possibilities for generalizations. We present more than one solution for each selected question and simulate directions that the teacher can take to explore the algebraic thinking with the students 6th and 7th grade of Elementary School. The analyzes were carried out by confronting the theory studied with the possibilities presented in the solutions of the questions. Tables were built to present details of the characteristics of algebraic thinking in the resolutions. The study showed that it observed patterns and regularities favor the development algebraic thinking.

Keywords: Teaching Mathematics, Algebraic Thinking, Elementary School, Textbook, Patterns and Regularities.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A Matemática poderia ser caracterizada como a atividade em que, segundo DEVLIN (1999), o matemático examina padrões, padrões de movimento, padrões de formas, padrões numéricos e muitos outros. Apoiando-se nesses argumentos, o autor afirma que a “Matemática é a ciência dos padrões” (1999, p.9).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta em cinco unidades as temáticas que norteiam o Ensino da Matemática: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Uma das que causam grande impacto na aprendizagem dos estudantes é a Álgebra. Esse é um dos motivos pelo qual escolhemos estudar um pouco a respeito dessa temática.

Este estudo investiga questões de livros didáticos com potencial para explorar o Pensamento Algébrico, ou seja, questões que potencializem as generalizações, a busca por padrões e a produção de significado com relação a números e operações aritméticas. A partir do levantamento de definições e características do Pensamento Algébrico, em uma abordagem qualitativa e interpretativa, exploramos as questões selecionadas priorizando aspectos com padrões e possiblidades de generalizações.

O objetivo principal é mostrar que existem atividades nos livros didáticos que, quando trabalhadas de uma forma mais específica, estimulam o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos estudantes, podendo futuramente auxiliar na aprendizagem da Álgebra. Mas, como as questões de livros didáticos podem abordar o Pensamento Algébrico? Que características do Pensamento Algébrico podem ser identificadas no desenvolvimento dessas questões?

Para iniciarmos, apresentamos um suporte teórico que traz definições e caracterizações da Álgebra e do Pensamento Algébrico (Capítulo 1). No Capítulo 2 apresenta-se definições e características de conteúdos matemáticos que estão envolvidos nas questões selecionamos de livros didáticos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, que são apresentados no Capítulo 3 com soluções e discussões das soluções, simulamos caminhos que o professor pode trilhar para explorar o Pensamento Algébrico com estudantes deste nível de ensino.

No Capítulo 4 são apresentadas as análises, que foram construídas confrontando a teoria estudada com as possibilidades apresentados nas soluções das questões. Construímos quadros para apresentar detalhes das características do Pensamento Algébrico nos encaminhamentos das resoluções.

Para finalizar apresentamos algumas considerações a respeito da realização desse trabalho e a formação profissional deste autor.

Capítulo 1

A ÀLBEBRA E O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Para iniciarmos podemos fazer o seguinte questionamento: o que é Álgebra? Muitos professores e interessados por Matemática poderiam responder com exemplos de questões que utilizem as equações e letras nas expressões. Queremos refletir a respeito do conceito de Álgebra do ponto de vista de vários estudiosos.

Observar regularidades, definir padrões e generalizar, remetem a uma caracterização do ensino de Álgebra. Segundo o dicionário Houaiss, é a "parte da matemática elementar que generaliza a aritmética, introduzindo variáveis que representam os números"', e ainda "álgebra é um conjunto de afirmações que caminham na produção de um significado em termos de números e operações aritméticas" (Teles, 2004, apud Campeão, 2020, p. 15). Essas duas definições mostram a Álgebra como processo de construção de significado e generalização.

> Considerando a álgebra como um fio condutor curricular desde os primeiros anos de escolaridade, os professores poderão ajudar os alunos a construir uma base sólida baseada na compreensão e nas suas experiências como preparação para um trabalho algébrico mais aprofundado [...]. Por exemplo, a experiência sistemática com *padrões* poderá vir a desenvolver a compreensão com funções [...] e a experiência com os números e suas propriedades cria bases para o trabalho posterior com os símbolos e expressões algébricas (NCTM, 2008, p.39, grifo nosso).

O ensino da álgebra tem sido pesquisado e discutido (FIORENTINI, MIORIM E MIGUEL, 2009; LINS e GIMENEZ, 2005; KAPUT, CARRAHER e BLANTON, 2008; KIERAN e YERUSHALMY, 2004; LINS e KAPUT, 2004; LACERDA, 2018; SILVA et.al., 2016) e os resultados sinalizam que questões ligadas a Álgebra e ao Pensamento Algébrico deveriam estar presentes desde os primeiros anos da Educação Básica para que os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental possam avançar na construção de importantes conceitos matemáticos.

Déchen e Passos (2012, p.8) argumentam que a álgebra

> levou muito tempo para ser conhecida da forma como é hoje, embora o pensamento algébrico estivesse presente na construção da matemática. O ensino da álgebra apresenta-se cada vez mais desafiante e com muitos fracassos, o que a está transformando em uma forma de exclusão, já que as pessoas, por terem dificuldades em compreendê-la, acabam sendo barradas em diversas situações.

Dado o reconhecimento da importância da Álgebra no âmbito escolar e da reflexão em torno da sua aprendizagem, aparece também mais o interesse pela caracterização do Pensamento Algébrico. Autores como Kieran (2004), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez (2005), entre outros, têm usado esta expressão, embora, por vezes, assumindo perspectivas distintas.

Segundo Kieran (2004, p.142) o Pensamento Algébrico

> pode ser interpretado como uma abordagem a situações quantitativas que enfatiza os aspectos relacionais em geral com ferramentas que não são necessariamente símbolos-letras, mas que, em última instância, pode ser usado como apoio cognitivo à introdução e sustentação do discurso mais tradicional da álgebra escolar.

Para Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 87) alguns elementos são caracterizadores do Pensamento Algébrico, tais como**:**

- percepção de regularidades,
- percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam,
- tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e
- a presença do processo de generalização.

A caracterização de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) se aproxima da caracterização de Kieran (2004), já que analisar os aspectos relacionais inclui a percepção de regularidades, dos aspectos invariantes e dos que variam, para elaborar uma generalização.

> A tendência da Educação Algébrica tem sido acreditar que o pensamento algébrico só se manifesta e desenvolve pela manipulação sintática da linguagem concisa e específica da Álgebra. Entretanto, essa relação de subordinação do pensamento algébrico desconsidera o fato de que, tanto no plano histórico quanto no pedagógico, a linguagem é, pelo menos a princípio, a expressão de um pensamento. Acreditamos subsistir entre

> pensamento e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética (FIORENTINI et al., 1993, p.95).

Segundo Lins e Gimenez, o Pensamento Algébrico é um dos modos de produzir significado para a álgebra, e tem três características fundamentais.

> - ***Aritmeticismo***: produzir significado apenas com relação a números e operações aritméticas;
> - ***Internalismo***: considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não "modelando" números em outros objetos, por exemplo, objetos "físicos" geométricos; e,
> - ***Analiticidade***: operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (LINS e GIMENEZ, p. 151, 2005).

No entender de Kaput (1999), o Pensamento Algébrico tem lugar quando são estabelecidas generalizações sobre dados e relações matemáticas expressas mediante linguagens cada vez mais formais, principalmente, em processos de conjectura e argumentação. Essas generalizações podem ocorrer com base na Aritmética, na Geometria, em diferentes situações nas quais algum conteúdo de matemática esteja sendo abordado em sala de aula, desde os primeiros anos de escolaridade. Deste modo, identifica cinco formas de Pensamento Algébrico, intrinsecamente relacionadas entre si:

(i) a generalização e formalização de padrões e restrições;
(ii) a manipulação de formalismos guiada sintaticamente;
(iii) o estudo de estruturas abstratas;
(iv) o estudo de funções, relações e de variação conjunta;
(v) a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controle de fenômenos.

A perspectiva apresentada no NCTM (2007) é a de que o Pensamento Algébrico diz respeito a

- compreender padrões, relações e funções;
- representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos;
- usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas;

- analisar a variação em diversos contextos.

Determinados contextos podem permitir ao aluno aprimorar a capacidade de analisar situações matemáticas, argumentar e expressar o raciocínio a ser utilizado, levando-o a compreender principalmente as relações quantitativas envolvidas. Tais contextos podem estar presentes dentro da própria aritmética como afirmam Lins e Gimenez (2005, p. 113) ao garantirem que “a própria aritmética envolve, naturalmente, um certo nível de generalidade”. Neste sentido, “à medida que os alunos fazem generalizações a partir de observações acerca dos números e das operações, estarão a construir as bases do pensamento algébrico” (PORTUGAL, 2008, p.108).

Questões que proporcionem ao aluno perceber e explorar regularidades e pensar genericamente contribuem para a construção do pensamento e da linguagem algébrica. É preciso fazer com que os estudantes se expressem matematicamente, de forma oral e escrita. Estabelecer relações entre grandezas variáveis é uma boa alternativa para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica do aluno.

De acordo com Usiskin (1994) “existem 4 concepções de Álgebra: como aritmética generalizada, como procedimento para resolver certos tipos de problemas, como estudo de relações entre grandezas e como estudo das estruturas” que abrangem as definições anteriores e pode ser complementada com o que nos traz Lins e Gimenez (2001): Álgebra “consiste em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade”.

Vale et al. (2007, p.5) sugerem que os estudantes “devem começar a aprendizagem da Álgebra de modo intuitivo e motivador com o estudo dos padrões no mundo que os rodeia e o esforço de analisar e descrever esses padrões”.

Para o 6º ano a Álgebra se apresenta de outra forma, por meio do Pensamento Algébrico, e para isso “os professores precisam ter conhecimento sobre o Pensamento Algébrico e reconhecer os momentos em que este é manifestado e assim construir práticas que busquem a generalização de ideias matemáticas” (JUNGBLUTH; SILVEIRA; GRANDO, 2019), e para exaltarmos esses momentos, apresentamos mais à frente algumas questões e possíveis resoluções em que o Pensamento Algébrico pode se manifestar.

Capítulo 2

FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA: ÁLGEBRA

Neste capítulo apresentamos algumas definições de conceitos matemáticos que utilizamos durante a resolução das questões selecionadas para exemplificar as manifestações do Pensamento Algébrico.

Em alguns momentos trazemos as definições tal como aparecem nos livros didáticos.

Expressão Numérica[1]

As expressões numéricas são agrupamentos numéricos calculados por operações matemáticas que seguem determinadas ordens.

As expressões numéricas possuem uma ordem do que se deve resolver primeiro, em questão de agrupamentos e operações. De fato, na questão dos agrupamentos, primeiro resolvemos as operações dentro dos parênteses, depois as operações dentro dos colchetes, após isso as operações nas chaves, e por último as que podem estar soltas, sem nenhum símbolo de agrupamento. Agora, a sequência das operações é dada por: potenciação e radiciação, multiplicação e divisão, adição e subtração, nesta ordem.

São exemplos de expressões numéricas:

- $1 + (4\text{x}8)\text{x}7$
- $4 - 2\text{x}2 + 37$
- $5\left\{4 - \left[\frac{(5\text{x}8)+4}{4}\right]\right\}$

A utilização de sinais de associação (parêntese, colchete e chaves) são uma convenção aceita pelos matemáticos e de acordo com registros históricos, “o sinal de parêntese apareceu, pela primeira vez, numa obra de Nicolo Tartaglia, em meados de

[1] Inspirado em SANTOS, T. Expressões Numéricas. Educa mais Brasil. 2019. Disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/expressoes-numericas>. Acesso em: 10 jan 2022.

1500. Em seguida, Rafael Bombelli apresentou os colchetes e, por volta de 1593, François Viète utilizou o sinal de chaves”. (PARMEGIANI, 2011, p 2)

Expressão Algébrica[2]

As expressões algébricas são expressões matemáticas que utilizam as letras, números e símbolos matemáticos para realizar determinados cálculos.

A principal diferença entre as expressões numéricas e as expressões algébricas é que a primeira é constituída de números e operações e a segunda apresentam números, letras e as operações.

São exemplos de expressões algébricas:

- $4 - x$
- $b^2 - 4ac$
- $\{2m - [2(n + m) - 4n]\}$

Números Quadrados Perfeitos

Os números quadrados perfeitos são aqueles que quando extraímos sua raiz quadrada temos como resultado um número natural, ou seja, aqueles que são obtidos por meio da multiplicação de um número natural por ele mesmo, por exemplo, 4 x 4 = $4^2 = 16$, 7 x 7 = $7^2 = 49$, dessa forma, os números 16 e 49 são números que chamamos de quadrado perfeito.

Em livros didáticos os números quadrados perfeitos são definidos como a seguir.

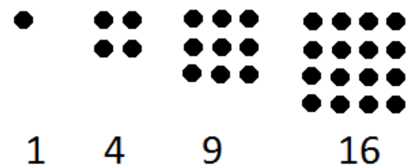
Definição[3]: Um número natural é quadrado perfeito quando ele é quadrado de outro número natural.

[2] Inspirado em AZEVEDO, A. M. **Expressões Algébricas**. Educa mais Brasil. 2019. Disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/expressoes-algebricas>. Acesso em: 10 jan 2022.

[3] Definição retirada de BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini 6º Ano**. 9ª Edição. São Paulo. Editora Moderna, 2018. P 67.

Uma outra maneira de distinguirmos os números quadrados perfeitos é pela sua representação figural. Sempre que conseguirmos formar um quadrado com um número de pontos, como disposto na Figura 1, esse número será um número quadrado perfeito.

Figura 1



Podemos perceber que os números 1, 4, 9 e 16 são números quadrados perfeitos.

Frações e Frações Equivalentes[4]

Podemos definir frações de várias maneiras, essas definições estão ligadas aos significados que as frações podem representar, como por exemplo: parte-todo, quociente, operador e razão. Segue uma descrição das frações com seus significados citados acima.

- Parte-todo: Uma fração é a representação de uma ou mais partes de algo que foi dividido em partes iguais.
- Quociente: Uma fração é a representação de uma divisão, em que o numerador equivale ao dividendo e o denominador equivale ao divisor;
- Razão: Uma fração é a comparação duas grandezas.
- Operador: A fração é um valor escalar aplicado a uma quantidade.

A definição a seguir é como ela se apresenta em livros didáticos.

Definição[5]: Fração é um número que representa partes de um inteiro.

---

[4] Inspirado em Mundo Educação. **Fração**. Disponível em: < https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/fracao.htm#:~:text=As%20fra%C3%A7%C3%B5es%20s%C3%A3o%20utilizadas%20para,de%20n%C3%BAmeros%20decimais%20e%20porcentagem.> Acesso em: 02 mar 2022.

[5] Definição retirada de IEZZI, G. et. al. **Matemática e realidade 6º ano**. 9ª ed. São Paulo. Atual Editora, 2018. P 181.

As frações são utilizadas para representar partes de um todo, em que o numerador representa a quantidade de partes de um inteiro e o denominador representa o número de partes iguais que o inteiro foi dividido, para representar os números racionais e, de uma forma mais formal, todo número racional pode ser representado na forma de uma fração $\frac{a}{b}$ em que a e b são números inteiros e b é diferente de zero, por exemplo, 3 pedaços de uma pizza de 8 pedaços podem ser representados pela fração $\frac{3}{8}$, ou ainda, o número racional $0{,}07$ pode ser representado pela fração $\frac{7}{100}$.

Frações Equivalentes

Frações equivalentes são frações que representam a mesma parte do todo.

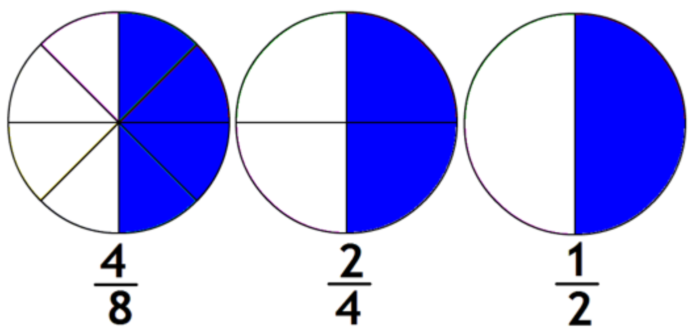


Figura 2: Fonte: EstudoKids: Frações Equivalentes. Disponível em: https://www.estudokids.com.br/fracoes-equivalentes-como-encontrar-e-simplificar/ Acesso: 04 abr 2022.

Neste caso, as frações $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{1}{2}$ representam metade do círculo pintado, ou seja, são frações equivalentes.

Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c.)

Para definirmos mínimo múltiplo comum primeiro precisamos estabelecer o que é um múltiplo, para tanto diremos que um número a é múltiplo de um número b quando o resultado da divisão de a por b for um número inteiro. Por exemplo, dado o número 7, temos que 7, 14 e 21 são múltiplos de 7 pois $7/7 = 1$, $14/7 = 2$ e $21/7 = 3$.

Definição[6]: O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais é o menor número, excluindo o zero, que é múltiplo desses números.

Por exemplo, querendo calcular o m.m.c. de 4 e 5, vamos analisar seus múltiplos, múltiplos de 4 são 4, 8, 12, 16, 20, 24, ..., já múltiplos de 5 são 5, 10, 15, 20, 25, ... Note que o menor número que aparece nos dois conjuntos de múltiplos é o 20, portanto $m.m.c.(4,5) = 20$.

Unidades de Medidas de Tempo

Para medirmos o tempo utilizamos como unidade básica o segundo e seus múltiplos e submúltiplos. Observemos como eles se comportam na tabela abaixo:

Nomenclatura	**Valor em segundos**
Milésimo de segundo	0,001 do segundo
Centésimo de segundo	0,01 do segundo
Décimo de segundo	0,1 do segundo
Segundo	1 segundo
Minuto	60 segundos
Hora	3600 segundos

Sequencias numéricas[7]

Segundo Lima (2013) “sequência é uma função cujo domínio é o conjunto dos números naturais”, dessa forma uma sequência numérica é uma lista formada por números que possuem uma ordem, geralmente, bem definida. Uma sequência contém o que conhecemos como lei de formação, ou lei de recorrência, o que nos permite encontrar

---

[6] Definição retirada de IEZZI, G. et. al. **Matemática e realidade 6º ano.** 9ª ed. São Paulo. Atual Editora, 2018. P 157.
[7] Inspirado em Mundo Educação. **Sequência numérica.** Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/sequencia-numerica.htm#:~:text=Sequ%C3%AAncia%20num%C3%A9rica%20%C3%A9%20uma%20lista,os%20pr%C3%B3ximos%20termos%20do%20seguimento.>. Acesso em: 03 mar 2022. e LIMA, E. L. **Números e Funções Reais.** 1ª Edição. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática. 2013. p74.

os próximos termos. Chamaremos de a_n o elemento da sequência que se encontra na posição de número n.

São exemplos de sequência numérica:

- (0, 0, 0, 0, ...) todos os termos são iguais, ou seja, $a_n = 0$ para todo n.
- (0, 2, 4, 6, ...) formada pelos números pares, ou seja, $a_n = 2n$ para todo n.
- (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...) conhecida como sequência de Fibonacci, que tem como lei de formação $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ para todo $n \geq 3$ e $a_1 = a_2 = 1$.

Capítulo 3

AS QUESTÕES

Neste capítulo apresentamos as questões que foram selecionadas para exemplificarmos as manifestações do Pensamento Algébrico. Todas as questões foram retiradas de livros didáticos que fazem parte do PLND, o Programa Nacional do Livro Didático, ou seja, livros do uso comum de professores do ensino público.

A questão 1 foi selecionada por apresentar a necessidade, no momento da resolução, do uso dos sinais de associação nas expressões numéricas. Já a questão 2 selecionamos por conta da identificação de padrões que envolvem os números quadrados perfeitos. Escolhemos a questão 3 pelo fato da comparação de frações com denominadores diferentes e os métodos para se fazer isso. A questão 4 foi selecionada pela necessidade de se comparar grandezas com unidades de medida diferentes. E a questão 5 pela possibilidade de generalização acerca de sua resolução.

Questão 1

Dada a seguinte questão:

4 Sônia comprou um televisor de 1.200 reais para presentear sua mãe. Deu 180 reais de entrada e pagará o restante em 4 prestações mensais iguais.

Exemplo de resposta: (1.200 − 180) : 4

a) Escreva uma expressão numérica que resulte no valor de cada prestação.

b) Calcule o valor de cada prestação. 255 reais

c) Se Sônia pudesse pagar o restante em 6 prestações mensais, qual seria o valor de cada prestação? 170 reais

Figura 3: Fonte: GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. **Araribá mais matemática: 6º ano**. São Paulo, 2018. 1ª edição. Editora Moderna. P 63, e.4.

Ao tentarem resolver o item *a* dessa questão esperamos que os estudantes não cheguem apenas à resposta correta, mais que isso, espera-se que eles construam significado para cada um dos elementos presentes nessa resolução, por exemplo, podem sugerir uma primeira resposta apenas seguindo a ordem em que as operações aparecem.

$$1200 - 180 : 4$$

Podemos neste caso pedir aos estudantes para que façam o cálculo conforme o enunciado e comparem com a resolução da expressão numérica que eles escreveram.

Vejamos, a resolução correta seria retirar R$180,00 de R$1200,00, que resulta em R$1020,00, e depois dividir em quatro prestações iguais, obtendo assim R$255,00 por prestação. Ao resolver a expressão numérica que foi sugerida, primeiro devemos fazer as operações de divisão e multiplicação para depois efetuarmos a operação de adição e subtração, e nesse caso teríamos como resolução R$180,00 divido em 4 parcelas que daria R$45,00 e descontaríamos esse valor dos R$1200,00, obtendo assim o valor de R$1135,00, uma resposta que não satisfaz o contexto na qual está inserida. Porém, existe um recurso nas expressões numéricas que podem ser utilizados para que a operação de subtração seja resolvida antes. Esse recurso é a utilização dos sinais de associação ( ), [ ] e { }, parênteses, colchetes e chaves. A regra para utilização desses sinais é que sejam resolvidas as operações que estejam dentro dos parênteses, na ordem já estipulada para essas expressões, depois as operações que estejam dentro dos colchetes e finalmente as que estão dentro das chaves. A utilização desses sinais permite que o elaborador da expressão traduza a situação para a linguagem matemática.

Utilizando os sinais ( ), essa situação pode ser escrita como:

$$\frac{(1200 - 180)}{4} \ \ ou \ \ (1200 - 180) : 4$$

A compreensão da utilização desses sinais caracteriza-se como Pensamento Algébrico, já que ao perceber a necessidade de uma das operações serem realizadas a priori, o aluno compreende a função do símbolo e utiliza as regras para resolução de outras expressões. Podemos observar também que essas ideias se caracterizam como tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 87).

No item b) os estudantes podem dizer: retira a entrada do valor total e depois divide o que sobrou em quantas parcelas serão pagas. Essa é uma generalização da forma de cálculo das parcelas quando se considera uma entrada e paga-se o restante em parcelas iguais. Podemos observar que esse pensamento vai ao encontro do que Lins e Gimenez (2005) chama de aritmeticismo, os estudantes estão produzindo significado apenas com relação a números e operações aritméticas.

Podemos ainda supor outros valores de entrada, como por exemplo: e se a entrada fosse 200, qual seria o valor de cada parcela? E se a entrada fosse 150?

Por último, o item c, leva os estudantes a refletirem sobre a função de cada número dentro da expressão que construíram, e nesse ponto o professor pode apresentar essas funções dos números de forma algébrica, por exemplo, denominando v – valor do produto, e – valor da entrada, p – número de parcelas e x – valor de cada parcela, e obteriam a expressão algébrica

$$x = (v - e) : p$$

e após essa apresentação o professor pode pedir aos estudantes para testarem essa nova expressão para os itens a) e c) e com outros valores fictícios para a sua validação.

Para o caso do item c, os estudantes poderiam:

1) Apenas dividir 1020 por 6.
   1020 é o resto do valor do produto menos a entrada.
   1020 : 6 = 170

O Pensamento Algébrico nessa resolução pode ser identificado porque o aluno generalizou que o restante do valor do produto, após o pagamento da entrada deve ser dividido pelo número de parcelas. Lins e Gimenez (2005, p. 113) garantem que "a própria aritmética envolve, naturalmente, um certo nível de generalidade".

2) Podem substituir os valores na expressão:

$$x = (v - e) : p$$

$$x = (1200 - 180) : 6$$

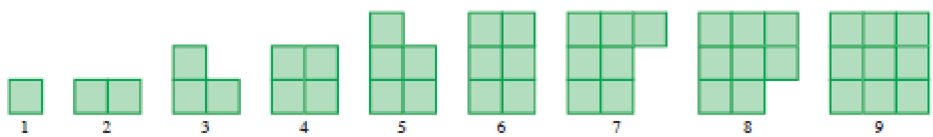
$$x = 1020 : 6$$

$$x = 170$$

Podemos dizer também que nesse caso o Pensamento Algébrico diz respeito a representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos (NCTM, 2007).

Questão 2

Observe a sequência de figuras abaixo:



Como podemos sequenciar os números que são quadrados perfeito?

Figura 4: Fonte: BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini 6º Ano**. São Paulo, 2018. 9ª Edição. Editora Moderna. P 67.

Partindo dessa primeira questão, o professor pode instigar os estudantes fazendo alguns questionamentos:

Prof: Observando as figuras vocês reconhecem quais são os números quadrados perfeitos?

E1: Seriam esses que formam um quadrado certinho?

Prof: Quais você considera que formam o quadrado certinho?

E2: O 4 e o 9?

Prof: Esses são sim quadrado perfeito. Mas, nessa sequência existe outro quadrado perfeito?

E3: O 1 também?

Prof: Exatamente, nessa sequência os números 1, 4 e 9, são quadrados perfeitos. Quero que vocês descubram outros números quadrados perfeitos.

Depois de algum tempo.

E4: É só irmos montando os quadrados e os que fecharem são quadrados perfeito.

E5: Só pegarmos os números naturais e elevarmos eles ao quadrado, os números obtidos serão sempre quadrados perfeito.

Perceba que na ideia de E4, é necessário a compreensão de como a figura seguinte é formada a partir da anterior, pode-se conversar com os estudantes e discutir a formação das figuras, formas e números de unidades que as compõem. Conforme os números vão ficando cada vez maiores, o intervalo entre os números que são quadrados perfeito vai aumentando também.

Veja:

Quadro 1: Intervalos entre os Números Quadrados Perfeitos.

Figura		Intervalos entre os quadrados
1	-	-
4	4 – 1 = 3	3
9	9 – 4 = 5	5
16	16 – 9 = 7	7
25	25 – 16 = 9	9
...	...	...

A construção dessa tabela auxilia os estudantes a encontrarem um padrão recorrente entre os quadrados perfeitos. Como apontado por Silva et. al. (2016) as questões com padrões possibilitam aos estudantes desenvolver o Pensamento Algébrico, generalizando ideias, as quais são expressas de maneira cada vez mais formais.

O professor pode pedir aos estudantes para testarem para números no intervalo de dois números consecutivos (coluna 1), para verificar se realmente não há outros números que são quadrados perfeitos nesse intervalo. Por exemplo, os números 10, 11, 12 estão entre 9 e 16, dois números quadrados perfeitos, porém nenhum deles possui raiz quadrada exata, ou seja, não são formados a partir de naturais elevados ao quadrado. Também pode-se tentar construir um quadrado com 10 quadradinhos (ou 10 pontos), com 11 e com 12, verificaremos que não é possível.

Após essa primeira atividade, pedimos aos estudantes para aplicarem a ideia construída na atividade que segue.

104 Descubra os números naturais quadrados perfeitos de 100 a 200. 121, 144, 169 e 196

Figura 5: Fonte: BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini 6º Ano**. São Paulo, 2018. 9ª Edição. Editora Moderna. P 67. Exercício 104.

A construção feita na atividade anterior, pode inspirar a resolução que segue:

Quadro 2: Resolução Números Quadrados Perfeitos entre 100 e 200.

Como no enunciado da questão temos até o número $9 = 3^2$, iniciaremos a partir do 4^2:

$$4^2 = 16,$$

$$5^2 = 25,$$

$$6^2 = 36,$$

$$7^2 = 49,$$

$$8^2 = 64,$$

$$9^2 = 81,$$

$$10^2 = 100,$$

$$11^2 = 121,$$

$$12^2 = 144,$$

$$13^2 = 169,$$

$$14^2 = 196,$$

$$15^2 = 225.$$

Perceba que 225 já passou de 200, então os números naturais que são quadrados perfeitos entre 100 e 200 são $\mathbf{121, 144, 169}$ **e** $\mathbf{196.}$

Nessa questão ainda pode-se provocar uma discussão a respeito do fato do número 100 ser ou não parte da resposta, porém nesse caso entende-se que um número entre 100 e 200 é um número que seja simultaneamente maior que 100 e menor que 200.

Por trás dessas duas atividades revela-se o Pensamento Algébrico através da “construção significativa da interpretação do fazer algébrico que não compreende necessariamente o uso de simbolismo” (Lacerda, 2018, p. 22), quando os estudantes associam a figura fechada, o quadrado, com um número quadrado perfeito, e mais ainda, quando percebem a sequência na qual ele eleva os números naturais em sequência para enfim sequenciar os números naturais que são quadrado perfeito temos que, o Pensamento Algébrico do estudante é “construído de forma progressiva, associando os conhecimentos informais adquiridos no cotidiano com os formais aprendidos na escola” (Santana, 2019).

Questão 3

4 Luís e Marília disputavam um torneio de ortografia em que cada um deveria ditar 15 palavras para o outro. Primeiro, Luís ditou e Marília escreveu corretamente 12 delas. Depois, foi a vez de Marília ditar para Luís, mas, quando ele escreveu a 10ª palavra, o torneio foi interrompido. Até esse momento, Luís havia acertado 8 palavras. Como o torneio não prosseguiu, eles resolveram considerar os acertos em relação ao total de palavras que cada um escreveu. Quem foi o vencedor?

Figura 6: Fonte: GAY, M. R. G. SILVA, W. R. **Araribá mais matemática: 6º ano**. São Paulo, 2018. 1ª edição. Editora Moderna. P129. Exercício 4.

Essa questão pode ter várias maneiras de se resolver.

Um primeiro método seria comparar as duas razões entre as grandezas número de acertos e total de palavras:

Marília - $\frac{12}{15}$ (12 acertos de um total de 15 palavras)

Luiz - $\frac{8}{10}$ (8 acertos de um total de 10 palavras)

Se olharmos essas duas frações com o significado de quociente, a divisão direta de 12 por 15 e 8 por 10, obteremos o resultado 0,8 para ambas divisões. Essa resolução nos remete ao fato de os estudantes perceberem que se tratam de grandezas equivalentes.

Uma outra forma de compararmos essas duas frações é escrevendo frações equivalentes com o mesmo denominador, pode-se utilizar um denominador comum qualquer ou o menor denominador comum (m.m.c.). Vejamos:

$\frac{12}{15} = \frac{24}{30} = \frac{36}{45} = \frac{48}{60} \ldots$

$\frac{8}{10} = \frac{16}{20} = \frac{12}{15} = \frac{24}{30} = \frac{40}{50} = \frac{48}{60} \ldots$

Observando as frações equivalentes as duas frações da questão podemos escolher as de denominadores 60, por exemplo, e aí comparamos as duas:

$$\frac{48}{60} \; que \text{ é } equivalente \; a \; \frac{12}{15}$$

$$\frac{48}{60} \; que \text{ é } equivalente \; a \; \frac{8}{10}$$

Logo:

$$\frac{48}{60} = \frac{48}{60}$$

E assim o resultado do torneio é o empate entre Marília e Luiz.

Mas, se escolhermos as frações equivalentes com o denominar 30, teremos:

$$\frac{24}{30} \; que \text{ é } equivalente \; a \; \frac{12}{15}$$

$$\frac{24}{30} \; que \text{ é } equivalente \; a \; \frac{8}{10}$$

Teremos a mesma conclusão, porém, nessa resolução escolhemos as frações que possuem o menor denominador comum (m.m.c.), o 30.

As resoluções apresentadas tiveram como base as construções do conjunto de frações equivalentes. É possível também encontrar o m.m.c. utilizando o método da decomposição em fatores primos. Vejamos:

Temos as duas frações a serem comparadas $\frac{12}{15}$ e $\frac{8}{10}$, uma com denominador 15 e outra com denominador 10. Vamos desenvolver o algoritmo da decomposição em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l} 10,\ 15 & 2 \\ 5,\ 15 & 3 \\ 5,\ \ 5 & 5 \\ \cline{2-2} 1,\ \ 1 & 30 \end{array}$$

Conhecemos agora o m.m.c. entre 10 e 15, o 30.

Vamos escrever duas frações equivalentes a $\frac{12}{15}$ e $\frac{8}{10}$ com denominador 30.

$$\frac{?}{30}\ e\ \frac{?}{30}$$

Dividimos 30 por 15 para saber quantos pedaços de trinta avos cabem em quinze avos, 30 : 15 = 2, e multiplicamos 2 por 12, já que temos 12 pedaços de quinze avos, e encontramos 24.

$$\frac{24}{30}\ e\ \frac{?}{30}$$

Agora, dividimos 30 por 10 para saber quantos pedaços de trinta avos cabem em décimos, 30 : 10 = 3, e multiplicamos 3 por 8, já que temos 8 pedaços décimos, e encontramos 24.

$$\frac{24}{30}\ e\ \frac{24}{30}$$

Então concluímos que houve empate, pois, as duas frações de acertos são equivalentes.

O algoritmo que acabamos de desenvolver é usualmente trabalhado nos anos finais do Ensino Fundamental. Muitas vezes o aluno decora o passo a passo sem refletir o significado de cada um desses passos.

De acordo com Lins e Gimenez (1997), pensar algebricamente é “produzir significado para as situações em termos de números e operações aritméticas, e com base nisso transformam as expressões obtidas operando sempre de acordo com o [aritmeticismo, internalismo e analiticidade]”. A compreensão do algoritmo apresentado no sentido de produção de significado para cada etapa é pensar algebricamente, o que leva a utilização desse processo de maneira geral, para tais frações de denominadores diferentes.

Podemos ainda trazer para essa discussão um autor que contribuiu para reflexões do que seja Pensamento Algébrico:

> é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais. Este processo de generalização pode ocorrer com base na aritmética, na Geometria, em situações de modelação matemática e, em última instância, em qualquer conceito matemático leccionado desde os primeiros anos de escolaridade (KAPUT apud PONTE 2009, p.9).

As resoluções apresentadas para essa questão envolvem estabelecer generalizações a respeito de relações matemáticas na aritmética. E, o Pensamento Algébrico envolve a construção significativa da interpretação do fazer algébrico que não compreende necessariamente o uso de simbolismos (LACERDA, 2018, p.22).

Questão 4

5 Pedro, Nélson, Oswaldo e José participaram de uma corrida. O quadro abaixo indica o tempo que cada um demorou para concluir a prova.

TEMPO DE PROVA	
Pedro	355 s
Nélson	5 min e 40 s
Oswaldo	5 min e 35 s
José	400 s

- Associe o tempo de cada um ao respectivo lugar no pódio, sabendo que eles foram os quatro primeiros colocados.

Figura 7: Fonte: GAY, M. R. G. SILVA, W. R. Araribá mais matemática: 7º ano. São Paulo, 2018. 1ª edição. Editora Moderna. P128. Exercício 5.

O primeiro passo para a resolução seria converter o tempo dos quatro atletas para a mesma unidade de medida. A título de exemplificar possibilidades de resolução, faremos as conversões tanto para segundos quanto para minutos.

Primeiramente vamos fazer a conversão dos tempos de segundos para minutos, para tanto basta fazer a divisão do tempo de Pedro e de José por 60, assim considerando a divisão com a ideia de medida de tempo saberemos quantos 60 cabem em 355 e quantos 60 cabem em 400 segundos. Cada 60 segundos são equivalentes a 1h.

- $355:60 = 5\ com\ resto\ 55,\ ou\ ainda:$

  $355 = 5x60 + 55, ou\ seja, 5\ minutos\ e\ 55\ segundos$

- $400:60 = 6\ com\ resto\ 40,$ ou ainda:

  $400 = 6x60 + 40,\ ou\ seja, 6\ minutos\ e\ 40\ segundos$

Com esses cálculos teremos a tabela de pontos da seguinte forma:

Quadro 3: Tempo de Prova em Minutos.

Tempo de Prova	
Pedro	5 minutos e 55 segundos
Nelson	5 minutos e 40 segundos
Oswaldo	5 minutos e 35 segundos
José	6 minutos e 40 segundos

Uma outra forma de conseguirmos comparar os tempos seria fazendo a conversão dos tempos de Nelson e Oswaldo para segundos, fazendo a multiplicação dos minutos por 60 e somando com os segundos. Vejamos:

- 5 minutos e 40 segundos equivale a $5x60 + 40 = 340$ segundos
- 5 minutos e 35 segundos equivale a $5x60 + 35 = 335$ segundos

Vejamos a tabela com os todos os tempos em segundos:

Quadro 4: Tempo de Prova em Segundos.

Tempo de Prova	
Pedro	355 segundos
Nelson	340 segundos
Oswaldo	335 segundos
José	400 segundos

Considerando os tempos da primeira (minutos e segundos) ou da segunda tabela (segundos), teremos a seguinte classificação:

1º Lugar: Oswaldo

2º Lugar: Nelson

3º Lugar: Pedro

4º Lugar: José

Para visualizar melhor a conversão apresenta-se a tabela que segue:

Quadro 5: Tempo de Prova em Minutos e em Segundos.

Tempo de Prova			
Atleta	Tempo	Minutos	Segundos
Pedro	355 s	5 min e 55 s	355 s
Nelson	5 min e 40 s	5 min e 40 s	340 s
Oswaldo	5 min e 35 s	5 min e 35 s	335 s
José	400 s	6 min e 40 s	400 s

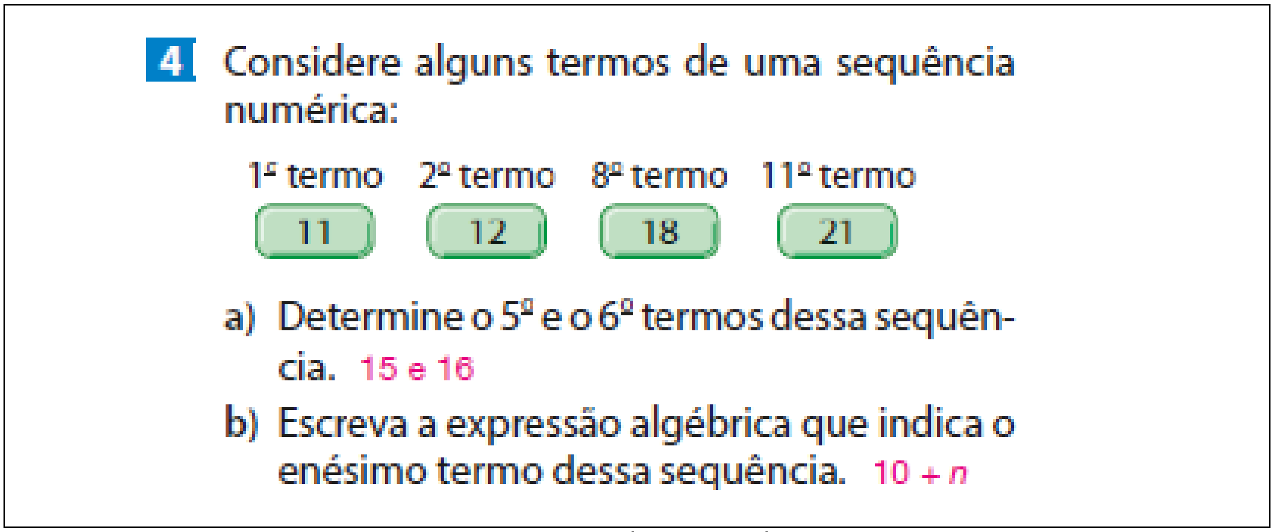
Nesse tipo de atividade os estudantes têm como estratégia de resolução padronizar a unidade de medida de tempo para que se possa comparar os tempos.

Para Lins (1992, p.11), o "pensamento algébrico é um meio de organizar o mundo ao modelar situações e manipular aqueles modelos de certa forma". Na resolução dessa questão interpretamos que o Pensamento Algébrico está em organizar as medidas na mesma unidade, e entendemos que para transformarmos os minutos em segundos precisamos saber quantos 60 cabem no total de segundos dados, isso se caracteriza como um modelo de resolução, que acaba sendo generalizado. De acordo com Nacarato e Custódio, a generalização

> e a formalização são intrínsecas à atividade matemática e ao pensamento matemático. Pela generalização podemos estender o alcance do raciocínio ou da comunicação para além dos casos particulares, identificando o que há de comum entre eles. Essa comunicação pode ser feita por meio de diferentes linguagens: natural, simbólica, gestual. [...] A generalização e a formalização podem ocorrer de situações internas (propriamente matemáticas) ou externas à matemática (mas que podem ser modeladas matematicamente). Em síntese, as ideias desses autores evidenciam que a introdução da álgebra desde o início da escolarização precisa ser compreendida como o desenvolvimento de um modo de pensar que antecede o uso da linguagem algébrica. Daí nossa opção pelo uso da expressão 'pensamento algébrico' (NACARATO & CUSTÓDIO, 2018, p.16).

Entendemos que ao compreender e usar a forma de transformar minutos em segundos (multiplicando por 60) e segundos em minutos (dividindo por 60) em outras situações seria um pensamento de generalização, caracterizados pelas autoras como Pensamento Algébrico.

Questão 5


4 Considere alguns termos de uma sequência numérica:

1º termo	2º termo	8º termo	11º termo
11	12	18	21

a) Determine o 5º e o 6º termos dessa sequência. 15 e 16

b) Escreva a expressão algébrica que indica o enésimo termo dessa sequência. $10 + n$

Figura 8: Fonte: GAY, M. R. G. SILVA, W. R. Araribá mais matemática: 7º ano. São Paulo, 2018. 1ª edição. Editora Moderna. P150. Exercício 4.

Considerando as informações do enunciado da questão, os estudantes podem fazer algumas conjecturas:

Quadro 6: Conjecturas a cerca do Enunciado da Questão 5.

Ordem do Termo	Termo	Possíveis conjecturas
1º	11	1º termo termina em 1 11 = 10+1
2º	12	2º termo termina em 2 12 = 11 + 1 (considerando o termo anterior) 12 = 10 + 2

...		
8º	18	8º termo termina em 8 18 = 10 + 8

De acordo com Cyrino e Oliveira (2011, p.103), "utilizamos o termo Pensamento Algébrico como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos". As mesmas autoras, com base em Blanton e Kaput (2005), esclarecem que

> o raciocínio algébrico pode assumir várias formas, incluindo: a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada); b) a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional); c) a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações; d) a generalização sobre sistemas matemáticos a partir de cálculos e relações. [...] a primeira forma apresentada refere-se ao raciocínio sobre as operações e as propriedades associadas aos números, como por exemplo, generalizações sobre a propriedade comutativa da multiplicação, ou ainda, o reconhecimento da igualdade como uma relação entre quantidades. O pensamento funcional envolve a exploração e a expressão de regularidades numéricas, como por exemplo, a descrição do crescimento de padrões ou generalizações sobre somas de números consecutivos (CYRINO & OLIVEIRA, 2011, p. 103).

Entendemos que as possíveis conjecturas apresentadas no quadro exemplificam o pensamento funcional envolvido em regularidades numéricas que poderiam ser expressas de uma maneira mais informal como da tabela anterior. Por exemplo, de forma oral para responder o item a:

Estudante: já que o 1º termo é 11, o 2º termo é 12 e o 8º termo é 18 então o 5º tremo será 15 e o 6º termo será 16.

Professor: Como você chegou a essa conclusão?

Estudante: Termina sempre com o algarismo da ordem das unidades do número na sequência.

Para provocar outras reflexões o professor pode pedir para aos estudantes expressarem suas ideias em relação ao 11º termo.

Estudante: 11 termina em 1 e 21 também termina em 1.

Professor: Só que o algarismo da ordem das dezenas é 2, como vocês explicam isso?

Estudante: É um a mais que o algarismo da ordem das dezenas do termo.

Essa conversa pode se alongar um pouco mais, já que as palavras utilizadas podem confundir um pouco os estudantes menos maduros. O professor pode ainda ir sugerindo formas de expressarem essas ideias. E então, acrescentar mais linhas à tabela anterior:

Quadro 7: Aprimoramento das Conjecturas.

Ordem do Termo	Termo	
1º	11	11 = 10+1
2º	12	12 = 10 + 2
...		
5º	15	15 = 10 + 5
6º	16	16 = 10 + 6
...		
8º	18	18 = 10 + 8
...		
11º	21	21 = 10 + 11

Nesse tipo de questão os estudantes vão em busca de uma generalização, buscando relações através de uma quantidade limitada de termos e tentando encontrar uma relação que abranja todo o conjunto dos números naturais. O padrão destacado na possível conversa com os estudantes e na tabela anterior os levam a generalização, já que para Van de Walle (2009, p. 287), o Pensamento Algébrico “envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função”.

Para estudantes do 7º ano em diante, ou ainda outros menores que já tenham sido inseridos nesse tipo de escrita mais formal da álgebra, consideramos que para responder o item b dessa questão levamos em conta a observância do padrão e chegamos a generalização da expressão algébrica que indica o n-ésimo termo dessa sequência.

Quadro 8: Generalização das Conjecturas.

Ordem do Termo	Termo	
1º	11	11 = 10+1
2º	12	12 = 10 + 2
...		
5º	15	15 = 10 + 5
6º	16	16 = 10 + 6
...		
8º	18	18 = 10 + 8
...		
11º	21	21 = 10 + 11
...		
a_n		$a_n = 10 + n$

Portanto, a expressão algébrica correspondente a sequência apresentada é

$$a_n = 10 + n$$

Podemos testá-la para os termos 5º e o 6º:

$$a_5 = 10 + 5 = 15$$

$$a_6 = 10 + 6 = 16$$

O professor pode ampliar a questão:

a) Qual será o 25º termo?

b) E o 33º?

c) E o 110º?

Pela expressão algébrica podemos encontrá-los.

$$a_{25} = 10 + 25 = 35$$

$$a_{33} = 10 + 33 = 43$$

$$a_{110} = 10 + 110 = 120$$

Os estudantes ainda podem perceber que é só somar 10 a ordem do termo, o que simplifica e seria uma maneira mais simples para ser expressa pelos estudantes menores.

Essas reflexões nos remetem a definição de Blanton e Kaput (2005, p 413) que afirma que o Pensamento Algébrico é “um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade”.

No próximo capítulo trazemos uma análise sobre as caracterizações do Pensamento Algébrico durante o processo de resolução das questões apresentadas.

Capítulo 4

ALGUMAS ANÁLISES

As questões escolhidas para compor essa dissertação, em princípio fazem parte dos conteúdos de Números e Operações, porém, analisados a luz das características e definições do ‘Pensamento Algébrico’ apontadas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenez (2005), Lacerda (2018), Silva (2016) e Santana (2019), Van de Walle (2009), Blanton e Kaput (2005), entre outros, essas questões apresentam os elementos dessas caracterizações e definições.

Para sintetizarmos alinhamos as possíveis resoluções e discussões que as questões podem provocar com a caracterização do Pensamento Algébrico, para isso apoiamo-nos nos quadros construídos a partir das primeiras leituras que sustentaram a fundamentação teórica desse estudo (Anexo I).

Para a questão 1:

Quadro 9: Caracterização do Pensamento Algébrico na Questão 1.

Passo da resolução	Caracterização com o Pensamento Algébrico
[...]utilização dos sinais de associação ( ), [ ] e { }, parênteses, colchetes e chaves. $\frac{(1200-180)}{4}\ ou\ (1200-180):4$	A compreensão da utilização desses sinais caracteriza-se como Pensamento Algébrico, já que ao perceber a necessidade de uma das operações serem realizadas a priori, o aluno compreende a função do símbolo e utiliza as regras para resolução de outras expressões. Podemos observar também que essas ideias se caracterizam como tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 87).
No item b) os estudantes podem dizer: retira a entrada do valor total e depois divide o que sobrou em quantas parcelas serão pagas.	Essa é uma generalização da forma de cálculo das parcelas quando se considera uma entrada e paga-se o restante em parcelas iguais. Podemos observar que esse pensamento vai ao encontro do que Lins e Gimenez (2005) chama de aritmeticismo, os alunos estão produzindo significado apenas com relação a números e operações aritméticas.
[...] o item c, leva os estudantes a refletirem sobre a função de cada número dentro da expressão que construíram, e nesse ponto o professor pode apresentar essas funções dos números de forma algébrica, por exemplo, denominando v – valor do produto, e – valor da entrada, p – número de	1) O Pensamento Algébrico nessa resolução pode ser identificado porque o aluno generalizou que o restante do valor do produto, após o pagamento da entrada deve ser dividido pelo número de parcelas. Lins e Gimenez (2005, p. 113) garantem que “a própria aritmética

parcelas e x – valor de cada parcela, e obteriam a expressão algébrica $x = (v - e): p$ Para o caso do item c, os estudantes poderiam: 1) Apenas dividir 1020 por 6. 1020 é o resto do valor do produto menos a entrada. 1020 : 6 = 170 2) Podem substituir os valores na expressão: $x = (v - e): p$ $x = (1200 - 180): 6$ $x = 1020 : 6$ $x = 170$	envolve, naturalmente, um certo nível de generalidade”. 2) Podemos dizer também que nesse caso o Pensamento Algébrico diz respeito a representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos (NCTM, 2007).

No desenvolvimento da questão 1 foi possível:

- utilizar sinais e o entendimento deles caracterizam o Pensamento Algébrico;
- compreender a função de símbolos;
- envolver ideias que se caracterizam como tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema;
- generalizar a forma de cálculo das parcelas, que pode ser chamada de aritmeticismo, o que se caracteriza como produção de significado em relação à números e operações aritméticas;
- generalizar o restante do valor do produto após o pagamento da entrada, considerando que a própria aritmética envolve, naturalmente, um certo nível de generalidade;
- representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos.

Para a questão 2:

Quadro 10: Caracterização do Pensamento Algébrico na Questão 2.

<table>
<tr><th>Passo da resolução</th><th>Caracterização com o Pensamento Algébrico</th></tr>
<tr><td>Formação de quadrados através da disposição de quadrados unitários para a representação de um número quadrado perfeito.</td><td rowspan="2">[...] é necessário a compreensão de como a figura seguinte é formada a partir da anterior, pode-se conversar com os alunos e discutir a formação das figuras, formas e números de unidades que as compõem e vai de encontro com o que diz LACERDA (2018) onde as questões estimulam a “construção significativa da interpretação do fazer algébrico que não compreende necessariamente o uso de simbolismo”
[...]quando os estudantes associam a figura fechada, o quadrado, com um número quadrado perfeito, e mais ainda, quando percebe a sequência na qual ele eleva os números naturais em sequência para enfim sequenciar os números naturais que são quadrados perfeitos temos que, o Pensamento Algébrico do estudante é “construído de forma progressiva, associando os conhecimentos informais adquiridos no cotidiano com os formais aprendidos na escola” (Santana, 2019).</td></tr>
<tr><td>A construção da tabela de intervalos entre os números quadrados perfeito.</td></tr>
<tr><td>Enumerar os números a partir de naturais elevados ao quadrado.</td><td>Neste momento a argumentação e o entendimento do estudante começa a ficar mais algébrico e nem tanto visual, podendo dessa forma trabalhar com um universo infinito de possibilidades e “as questões com padrões possibilitam aos estudantes desenvolver o Pensamento Algébrico, generalizando ideias, as quais são expressas de maneira cada vez mais formais.” (SILVA, 2016) “construção significativa da interpretação do fazer algébrico que não compreende necessariamente o uso de simbolismo” (Lacerda, 2018 p.22)</td></tr>
</table>

No desenvolvimento da questão 2 foi possível:

- discutir como a figura seguinte é formada a partir da anterior;
- conversar a respeito de formação das figuras, formas e números de unidades que as compõem, generalizando ideias, as quais são expressas de maneira cada vez mais formais;
- associar a figura fechada, o quadrado, com um número quadrado, sequenciar os números naturais que são quadrados perfeitos, construindo

de forma progressiva, associando os conhecimentos informais adquiridos no cotidiano com os formais aprendidos na escola;

- encontrar um modo de identificar os números quadrados perfeitos de maneira algébrica.

Para a questão 3:

Quadro 11: Caracterização do Pensamento Algébrico na Questão 3.

Passo da resolução	Caracterização com o Pensamento Algébrico
Comparar as duas razões entre as grandezas número de acertos e total de palavras	A percepção do estudante de que existem etapas e até mesmo formas diferentes de se comparar as duas frações e conseguir identificar qual delas seria a maior vai de encontro com Lins e Gimenez (1997) onde pensar algebricamente é “produzir significado para as situações em termos de números e operações aritméticas, e como base nisso transformam as expressões obtidas operando sempre de acordo com o [aritmeticismo, internalismo e analiticidade]”.
Escrevendo frações equivalentes com o mesmo denominador, pode-se utilizar um denominar comum qualquer ou o menor denominador comum (m.m.c.).	

No desenvolvimento da questão 3 foi possível:

- comparar grandezas diferentes;
- compreender as frações como uma forma de divisão;
- utilização de frações equivalentes e como o mínimo múltiplo comum pode auxiliar na construção dessas frações equivalentes;
- estabelecer relações entre grandezas diferentes.

Para a questão 4:

Quadro 12: Caracterização do Pensamento Algébrico na Questão 4.

Passo da resolução	Caracterização com o Pensamento Algébrico
Converter o tempo dos quatro atletas para a mesma unidade de medida.	As unidades de tempo são um assunto comum do cotidiano dos estudantes, e a associação de que existem diversas formas de se comparar as unidades de tempo mostram que eles vão

Comparar os tempos a partir das conversões.	“construindo de forma progressiva e associando os conhecimentos adquiridos no dia a dia” (Santana, 2019), e mais ainda, quando compreendem o sentido da conversão e que mesmo tendo unidades diferentes representam a mesma quantidade, é o momento em que o Pensamento Algébrico se torna mais presente.

No desenvolvimento da questão 4 foi possível:

- entender que é preciso ter a mesma unidade de medida para podermos comparar, ou seja, padronizar as unidades de medida da questão;
- fazer conversões de tempo a partir do entendimento que o estudante já tem a respeito do assunto.

Para a questão 5:

Quadro 13: Caracterização do Pensamento Algébrico na Questão 5.

Passo da resolução	Caracterização com o Pensamento Algébrico
Montar uma tabela e observar que do termo anterior para o seguinte basta adicionar o valor de 1.	Os estudantes vão em busca da generalização de um sequência, em busca de um padrão que resolva a sequência sugerida na atividade e nessa busca o Pensamento Algébrico se faz presente como dito por Van de Walle (2009, p 287) onde o Pensamento Algébrico consiste em “formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função” e o fato de termos duas sugestões de resolução vai de encontro com Blanton e Kaput (2005) que nos diz que o Pensamento Algébrico é “um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade”.

No desenvolvimento da questão 5 foi possível:

- compreender o padrão da construção de uma sequência;
- estimular a busca por regularidades e padrões;

- visualizar duas maneiras de se trabalhar a mesma questão em turmas de anos escolares diferentes;
- escrever de maneira mais algébrica e formal.

Ao sistematizar os procedimentos possíveis para a solução das questões escolhidas e confrontá-los com as caracterizações apresentadas pelos autores percebemos que o professor de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental pode conduzir a aula de maneira a favorecer o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes.

A seguir apresentamos uma nuvem de imagem com as palavras que caracterizam e fazem parte da definição de Pensamento Algébrico.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES FINAIS

O objetivo principal desse trabalho foi mostrar que existem atividades em livros didáticos que, quando trabalhadas de uma forma mais específica, estimulam o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos estudantes, podendo futuramente auxiliar na aprendizagem da Álgebra.

Para alcançar esse objetivo foram elaboradas as seguintes perguntas que guiaram este estudo: Como abordar o Pensamento Algébrico em algumas questões de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental? Que características do Pensamento Algébrico podem ser identificados no desenvolvimento dessas questões?

Para responder a primeira, desenvolvemos as questões escolhidas nos livros didáticos e associamos os possíveis 'pensamentos' das resoluções delas com o que dizem os autores a respeito do Pensamento Algébrico, o que ajudou a encaminhar a resposta para a segunda questão. Identificamos vários indícios de possíveis atividades do Pensamento Algébrico, como a busca por padrões e regularidades apresentado por Kaput (1999), as associações com o cotidiano descritas por Santana (2019) e a formação de generalizações de Van de Walle (2009), Blanton e Kaput (2005), Lins e Gimenez (1997).

Foi percebido que, mais do que a atividade escolhida em si, a maneira de o professor conduzir as perguntas para os estudantes, seja através de sugestões, questionamentos exemplos, é o que leva a possibilidade do desenvolvimento do Pensamento Algébrico em estudantes de 6º e 7º anos, o que futuramente pode facilitar o entendimento destes estudantes de conceitos mais formais que a álgebra pode exigir.

Acreditamos que a conscientização e reconhecimento pelos professores dos elementos que caracterizam o Pensamento Algébrico é fundamental para que os rumos da aula se encaminhem para o destaque e desenvolvimento do Pensamento Algébrico pelos estudantes.

Enquanto estudante do Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT/UEL, realizar este trabalho serviu para compreender melhor as formas como o Pensamento Algébrico se manifestam nas mais comuns práticas do dia-a-dia escolar e que é possível estimular esse tipo de pensamento nos estudantes desde os anos iniciais, não precisando necessariamente ter o conteúdo de simbolismo matemático para se trabalhar isso com eles.

Referências Bibliográficas

AZEVEDO, A. M. Expressões Algébricas. **Educa mais Brasil**. 2019. Disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/expressoes-algebricas>. Acesso em: 10 jan 2022.

BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini 6º Ano**. 9ª Edição. São Paulo. Editora Moderna, 2018.

Blanton, M. L.; Kaput, J. J. **Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning**. Journal for Research in Mathematics Education, Massachusetts, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017.

CAMPEÃO, V. **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta de aplicativo**. 2020 – 52 páginas. Dissertação (Programa de Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR, 2020.

CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. **Algebra in the early grades.** New York. Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. **Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

DEVLIN, K. **Matemática:** a ciência dos padrões. Porto: Porto Ed., 2002.

EstudoKids. **Frações Equivalentes.** Disponível em:< https://www.estudokids.com.br/fracoes-equivalentes-como-encontrar-e-simplificar/>. Acesso: 04 abr 2022.

EstudyAndo. **Quadrado perfeito: definição, fórmula e exemplos.** Disponível em: <https://pt.estudyando.com/quadrado-perfeito-definicao-formula-e-exemplos/>. Acesso em: 31 mar 2021.

FENNEL, S. et.al. **The nature and role of algebra in the K–14 curriculum:** proceedings of a national symposium. Washington, DC: National Research Council, National Academy Press, 1998, p.25-26

FERREIRA, W.; LEAL, M.; MOREIRA, G. **Early Álgebra e a Base Nacional Comum Curricular:** desafio aos professores que ensinam matemática. Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT, Florianópolis, v.15, n.1, p.01-21. 2021.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica, **Pro-posições,** Campinas, v. 4, n. 1(10), p.78-91, mar.1993.

Disponível em
<http://mail.fae.unicamp.br/~proposicoes/edicoes/sobre_a_revista.html>Acesso em: 28 set. 2009

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. **Araribá mais matemática: 6º ano**. 1ª edição. São Paulo. Editora Moderna, 2018.

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. **Araribá mais matemática: 7º ano**. 1ª edição. São Paulo. Editora Moderna, 2018.

IEZZI, G. et. al. Matemática e realidade 6º ano. 9ª ed. São Paulo. Atual Editora, 2018.

JUNGBLUTH, A.; SILVEIRA, E.; GRANDO, R. C. **O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v.21, n.3, p. 96-118, 2019.

KAPUT, J. J. **Teaching and learning a new algebra with understanding.** In FENNEMA, E. & ROMBERG, T. (Orgs.). Mathematics classrooms that promote understanding. Mahwah, NJ: Erlbaum, 1999, p.133-155.

KAPUT, J. J. **Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K–12 curriculum**. University of Massachusetts. Dartmouth, MA. 2000.

KAPUT, J. J. et.al. **What is algebra? What is algebraic reasoning?** Algebra in the early grades. New York, NY. Routledge, 2008, p.5-17.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: what is it? **The Mathematics Educator**, v.8, n.1, p. 139-151, 2008. Disponível em <http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV8_1/Carolyn%20Kieran.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2010.

KIERAN. C., & YERUSHALMY, M. Research on the role of technology environments in algebra learning and teaching. In: STACEY, K., CHICK, H., & KENDAL, M. (Eds.). **The future of teaching and learning of algebra.** The 12^{th} ICMI Study. Boston: Kluwer, 2004, p.99-152.

LACERDA, M. S. **A Álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental: uma análise nos livros didáticos**. 2018 – 57 páginas. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro – RJ, 2018.

LESSA, J. R. Intervalo. **Info Escola**. Disponível em: <https://www.infoescola.com/matematica/intervalo/>. Acesso em: 26 jan 2022.

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais.** 1ª Edição. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática. 2013. p74.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. PhD thesis, University of Nottingham, United Kingdom, 1992. Disponível em: <http://eprints.nottingham.ac.uk/13227/1/316414.pdf>. Acesso em: mar. 2022.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 6.ed. Campinas: Papirus, 2005.

LINS, R. C.; KAPUT, J. **The early development of algebraic reasoning:** The current state of the field. In: STACEY, K., CHICK, H., & KENDAL, M. (Eds.). The future of teaching and learning of algebra. The 12^{th} ICMI Study. Boston. Kluwer. 2004, p.73-96.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais. In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (Orgs**.), O desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica**: Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que Ensina (Ensinará) matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018, p. 13-23. Disponível em:< http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf?fbclid=IwAR1E-EkmCiAVzgq0zbYDtiXkEZ8K0mzki0wKDCyB4bgNT8rwv5CbuGqzpE>. Acesso em: mar. 2022.

Mundo Educação. **Fração.** Disponível em: < https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/fracao.htm#:~:text=As%20fra%C3%A7%C3%B5es%20s%C3%A3o%20utilizadas%20para,de%20n%C3%BAmeros%20decimais%20e%20porcentagem.> Acesso em: 02 mar 2022.

Mundo Educação. **Sequência numérica**. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/sequencia-numerica.htm#:~:text=Sequ%C3%AAncia%20num%C3%A9rica%20%C3%A9%20uma%20lista,os%20pr%C3%B3ximos%20termos%20do%20seguimento.>. Acesso em: 03 mar 2022.

National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e normas para a matemática escolar**. Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação educacional. Lisboa, 2007.

National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e normas para a matemática escolar**. Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação educacional. Lisboa, 2008.

PARMEGIANI, R. **Contextualizando o Ensino das Expressões Numéricas no Ensino Fundamental.** II CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática. IX EREM – Encontro Regional de Educação Matemática. Universidade de Caxias do Sul. Jun 2011.

PORTUGAL. Associação de Professores de Matemática APM. **Princípios e normas para a matemática escolar.** 2.ed. Lisboa: Gabinete de edição da APM, 2008.

ROSEN, K. H. **Matemática Discreta e suas aplicações.** 6 ed. AMGH Editora ltda. 2009. 982 p.

SANTANA, A. S. **Iniciação do estudo da álgebra no ensino fundamental por meio da resolução de problemas**. 2019, 70 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Santa Cruz (Uesc), Ilhéus, Bahia, 2019.

SANTOS, T. Expressões Numéricas. **Educa mais Brasil**. 2019. Disponível em: <https://www.educamaisbrasil.com.br/enem/matematica/expressoes-numericas>. Acesso em: 10 jan 2022.

SILVA, A. L., et.al. **Pensamento algébrico e padrão: explicitação de entendimentos a partir de periódicos de educação matemática.** Encontro Nacional de Educação Matemática. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo – SP. 2016.

SILVA, L. P. M. "O que é fração?"; **Brasil Escola**. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-e-fracao.htm. Acesso em: 21 mar 2022.

VAN DE WALLE, J. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ANEXO I

.

Quadro 14: Questões e suas caracterizações do Pensamento Algébrico.

<table>
<tr><th>Questão</th><th>Passo da resolução</th><th>Caracterização com o Pensamento Algébrico</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Questão 1

Sônia comprou um televisor de 1200 reais para presentear sua mãe. Deu 180 reais de entrada e pagará o restante em 4 prestações iguais.
a) Escreva uma expressão numérica que resulte no valor de cada prestação.
b) Calcule o valor de cada prestação.
c) Se Sônia pudesse pagar o restante em 6 prestações mensais, qual seria o valor de cada prestação?</td><td>[...]utilização dos sinais de associação ( ), [ ] e { }, parênteses, colchetes e chaves.
$\frac{(1200-180)}{4}$ ou $(1200-180):4$</td><td>A compreensão da utilização desses sinais caracteriza-se como Pensamento Algébrico, já que ao perceber a necessidade de uma das operações serem realizadas a priori, o aluno compreende a função do símbolo e utiliza as regras para resolução de outras expressões. Podemos observar também que essas ideias se caracterizam como tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 87).</td></tr>
<tr><td>No item b) os estudantes podem dizer: retira a entrada do valor total e depois divide o que sobrou em quantas parcelas serão pagas.</td><td>Essa é uma generalização da forma de cálculo das parcelas quando se considera uma entrada e paga-se o restante em parcelas iguais. Podemos observar que esse pensamento vai ao encontro do que Lins e Gimenez (2005) chama de aritmeticismo, os alunos estão produzindo significado apenas com relação a números e operações aritméticas.</td></tr>
<tr><td>[...] o item c, leva os estudantes a refletirem sobre a função de cada número dentro da expressão que construíram, e nesse ponto o professor pode apresentar essas funções dos números de forma algébrica, por exemplo, denominando v – valor do produto, e – valor da entrada, p – número de parcelas e x – valor de cada parcela, e obteriam a expressão algébrica
$x=(v-e):p$
Para o caso do item c, os estudantes poderiam:
3) Apenas dividir 1020 por 6.</td><td>3) O Pensamento Algébrico nessa resolução pode ser identificado porque o aluno generalizou que o restante do valor do produto, após o pagamento da entrada deve ser dividido pelo número de parcelas. Lins e Gimenez (2005, p. 113) garantem que “a própria aritmética envolve, naturalmente, um certo nível de generalidade”.

4) Podemos dizer também que nesse caso o</td></tr>
</table>

	1020 é o resto do valor do produto menos a entrada. 1020 : 6 = 170 4) Podem substituir os valores na expressão: $x = (v - e): p$ $x = (1200 - 180): 6$ $x = 1020 : 6$ $x = 170$	Pensamento Algébrico diz respeito a representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos (NCTM, 2007).
Questão 2 Como podemos sequenciar os números que são quadrados perfeito?	Formação de quadrados através da disposição de quadrados unitários para a representação de um número quadrado perfeito. A construção da tabela de intervalos entre os números quadrados perfeito.	[...] é necessário a compreensão de como a figura seguinte é formada a partir da anterior, pode-se conversar com os alunos e discutir a formação das figuras, formas e números de unidades que as compõem e vai de encontro com o que diz LACERDA (2018) onde as questões estimulam a “construção significativa da interpretação do fazer algébrico que não compreende necessariamente o uso de simbolismo” [...]quando os estudantes associam a figura fechada, o quadrado, com um número quadrado perfeito, e mais ainda, quando percebe a sequência na qual ele eleva os números naturais em sequência para enfim sequenciar os números naturais que são quadrados perfeitos temos que, o Pensamento Algébrico do estudante é “construído de forma progressiva, associando os conhecimentos informais adquiridos no cotidiano com os formais aprendidos na escola” (Santana, 2019).
Descubra os números naturais quadrados perfeitos de 100 a 200.	Enumerar os números a partir de naturais elevados ao quadrado.	Neste momento a argumentação e o entendimento do estudante começa a ficar mais algébrico e nem tanto visual, podendo dessa forma trabalhar com um universo infinito de possibilidades e “as questões com padrões possibilitam aos

<table>
<tr><td></td><td></td><td>estudantes desenvolver o Pensamento Algébrico, generalizando ideias, as quais são expressas de maneira cada vez mais formais.” (SILVA, 2016) “construção significativa da interpretação do fazer algébrico que não compreende necessariamente o uso de simbolismo” (Lacerda, 2018 p.22)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Questão 3

Luiz e Marília disputavam um torneio de ortografia em que cada um deveria ditar 15 palavras para o outro. Primeiro Luiz ditou e Marília escreveu corretamente 12 delas. Depois foi a vez de Marilia ditar para Luiz, mas, quando ele escreveu a 10ª palavra, o torneio foi interrompido. Até esse momento, Luiz havia acertado 8 palavras. Como o torneio não prosseguiu, eles resolveram considerar os acertos em relação ao total de palavras que cada um escreveu. Quem foi o vencedor?</td><td>Comparar as duas razões entre as grandezas número de acertos e total de palavras</td><td rowspan="2">A percepção do estudante de que existem etapas e até mesmo formas diferentes de se comparar as duas frações e conseguir identificar qual delas seria a maior vai de encontro com Lins e Gimenez (1997) onde pensar algebricamente é “produzir significado para as situações em termos de números e operações aritméticas, e como base nisso transformam as expressões obtidas operando sempre de acordo com o [aritmeticismo, internalismo e analiticidade]”.</td></tr>
<tr><td>Escrevendo frações equivalentes com o mesmo denominador, pode-se utilizar um denominar comum qualquer ou o menor denominador comum (m.m.c.).</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Questão 4

Pedro, Nelson Oswaldo e José participaram de uma corrida. O quadro abaixo indica o tempo que cada um demorou para concluir a prova:

<table><tr><td colspan="2">Tempo de Prova</td></tr><tr><td>Pedro</td><td>355 segundos</td></tr><tr><td>Nelson</td><td>5 minutos e 40 segundos</td></tr><tr><td>Oswaldo</td><td>5 minutos e 35 segundos</td></tr><tr><td>José</td><td>400 segundos</td></tr></table></td><td>Converter o tempo dos quatro atletas para a mesma unidade de medida.</td><td rowspan="2">As unidades de tempo são um assunto comum do cotidiano dos estudantes, e a associação de que existem diversas formas de se comparar as unidades de tempo mostram que eles vao “construindo de forma progressiva e associando os conhecimentos adquiridos no dia a dia” (Santana, 2019), e mais ainda, quando compreendem o sentido da conversão e que mesmo tendo unidades diferentes representam a mesma quantidade, é o momento em que o Pensamento Algébrico se torna mais presente.</td></tr>
<tr><td>Comparar os tempos a partir das conversões.</td></tr>
</table>

Associe o tempo de cada um a seu respectivo lugar no pódio, sabendo que eles foram os quatro primeiros colocados.		
Questão 5 Considere alguns termos de uma sequência numérica: 1º termo – 11 2º termo – 12 8º termo – 18 11º termo – 21 a) Determine o 5º e o 6º termo dessa sequência. b) Escreva a expressão algébrica que indica o n-ésimo termo dessa sequência.	Montar uma tabela e observar que do termo anterior para o seguinte basta adicionar o valor de 1.	Os estudantes vão em busca da generalização de um sequência, em busca de um padrão que resolva a sequência sugerida na atividade e nessa busca o Pensamento Algébrico se faz presente como dito por Van de Walle (2009, p 287) onde o Pensamento Algébrico consiste em “formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar os conceitos de padrão e de função” e o fato de termos duas sugestões de resolução vai de encontro com Blanton e Kaput (2005) que nos diz que o Pensamento Algébrico é “um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade”.