Daniela Brum de Mattos

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO O SCRATCH E O BINGO COMO RECURSO DE ENSINO DE PROBABILIDADE

Vitória

2024

Daniela Brum de Mattos

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO O SCRATCH E O BINGO COMO RECURSO DE ENSINO DE PROBABILIDADE

Dissertação de mestrado apresentada ao PROFMAT como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Matemática

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PROFMAT

Orientador: Prof. Dr. Alancardek Pereira Araújo.

Vitória

2024

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de
Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

Mattos, Daniela Brum de, 1991-
M435p Uma proposta de sequência didática utilizando o Scratch e o bingo como recurso de ensino de probabilidade / Daniela Brum de Mattos. - 2024.
99 p. : il.

Orientador: Alancardek Pereira Araújo.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

1. Probabilidades. 2. Scratch. 3. Bingo. 4. Educação matemática. I. Araújo, Alancardek Pereira. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas. III. Título.

CDU: 51

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

“UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO O SCRATCH E O BINGO COMO RECURSO DE ENSINO DE PROBABILIDADE”

Daniela Brum de Mattos

Defesa de Dissertação de Mestrado Profissional submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 19/12/2024 por:

Documento assinado digitalmente
gov.br
ALANCARDEK PEREIRA ARAUJO
Data: 19/12/2024 18:09:52-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.(a) Dr.(a) Alancardek Pereira Araujo
Orientador(a) – UFES

Documento assinado digitalmente
gov.br
MOACIR ROSADO FILHO
Data: 30/01/2025 11:25:16-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.(a) Dr.(a) Moacir Rosado Filho
Membro Interno – UFES

Documento assinado digitalmente
gov.br
GISELLE RIBEIRO DE AZEREDO SILVA STREY
Data: 19/12/2024 18:52:14-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.(a) Dr.(a) Giselle Ribeiro de Azeredo Silva Strey
Membro Externo – SEDU

Dedico tudo a Tito, meu eterno companheiro e maior amor. Você foi minha força nos momentos difíceis, minha luz nos dias sombrios e minha melhor parte todos os dias. Continuo me inspirando em você para ser uma pessoa melhor. Sou honrada por ter tido a alegria de compartilhar a vida ao seu lado. Mãe te ama. Saudades.

Agradecimentos

Agradeço meu orientador Alancardek Pereira Araújo e aos demais professores do PROFMAT-UFES. Apesar dos desafios enfrentados nos últimos anos, onde a educação foi ignobilmente atacada, perseveraram com resiliência.

“Ninguém vai poder, querer nos dizer como amar.”

(Johnny Hooker)

Resumo

A presente dissertação investiga o jogo de bingo e o uso do software Scratch como plataforma para estudo do tema de probabilidade no ensino fundamental II, adotando uma abordagem quase-experimental com a aplicação de uma sequência didática. Inicialmente, a dissertação é fundamentada em um levantamento bibliográfico e embasamento teórico essencial para as etapas subsequentes. A estratégia de gamificação foi adotada como guia para as ações propostas na sequência didática. A avaliação elaborada foi aplicada em diferentes grupos, com e sem intervenção da sequência didática, os resultados foram analisados, comparados, e revelou o potencial do Scratch e do jogo de bingo como instrumentos auxiliares no ensino e aprendizagem da probabilidade. Concluiu-se, portanto, que a incorporação de tecnologias digitais em diversos conteúdos matemáticos, sem desconsiderar os métodos tradicionais, mas enriquecendo-os com novas possibilidades, pode promover uma experiência de ensino mais satisfatória para todos os envolvidos.

Palavras-chave: Bingo. Scratch. Probabilidade. Ensino de Matemática. Gamificação.

Abstract

This dissertation investigates the bingo game and the use of Scratch software as a pedagogical platform for studying probability in elementary education (grades equivalent to Middle School). It employs a quasi-experimental methodology that incorporates the application of a didactic sequence. The dissertation begins with a thorough review of relevant literature and a theoretical framework that serves as a foundation for subsequent stages. The gamification strategy was adopted as a guiding principle for the actions proposed in the didactic sequence. The evaluation was applied to different groups, both with and without the intervention of the didactic sequence. The results were analyzed and compared, revealing the potential of Scratch and the bingo game as effective supplementary tools for teaching and learning probability. It was concluded that integrating digital technologies into various mathematical disciplines, without disregarding traditional methodologies but rather enhancing them with innovative possibilities, can foster a more engaging and effective teaching experience for all stakeholders.

Keywords: Bingo. Scratch. Probability. Mathematics Education. Gamification.

Lista de ilustrações

Lista de tabelas

Sumário

1 Introdução

A evolução dos recursos utilizados em sala de aula e o consequente desuso de métodos tradicionais de ensino tem sido um tema de interesse crescente no contexto educacional. Antes da democratização do computador, as práticas pedagógicas dependiam de métodos convencionais, como o uso de quadro negro, giz e materiais impressos, o que descreve as didáticas tradicionais, baseadas em exposições orais do professor e exercícios escritos pelos alunos, em que o professor atua como o único construtor de aprendizado e o aluno apenas como um mero receptor.

Com o advento da tecnologia computacional e o surgimento de metodologias ativas de ensino, surgiram novas perspectivas para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem. Inicialmente, foram introduzidos recursos digitais básicos, como softwares de apresentação e processadores de texto, que transformaram aulas pouco atrativas em aulas dinâmicas e interativas. Posteriormente, com o desenvolvimento de plataformas digitais específicas para a educação, houve uma ampliação significativa das possibilidades de ensino, permitindo a criação de ambientes virtuais de aprendizagem, simulações interativas e jogos educacionais.

Vivenciamos uma era em que a tecnologia digital está cada vez mais integrada ao contexto escolar, oferecendo recursos sofisticados e personalizados para atender às necessidades dos alunos. A utilização de dispositivos móveis, aplicativos educacionais e plataformas de ensino à distância tornou-se uma realidade comum em muitas instituições de ensino, transformando as práticas pedagógicas de maneira substancial.

Nesse contexto de constante evolução tecnológica, é necessário compreender o impacto dessas mudanças no processo educacional e explorar estratégias eficazes para a integração responsável e eficiente das novas tecnologias em sala de aula. A presente dissertação visa contribuir para esse debate, investigando o uso do Scratch como uma plataforma de estudo para o ensino de probabilidade, em consonância com as demandas contemporâneas por uma educação mais dinâmica, inclusiva e tecnologicamente enriquecida.

A percepção das dificuldades enfrentadas pelos alunos no processo de aprendizagem dos conteúdos propostos pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é uma preocupação recorrente no contexto educacional contemporâneo. A BNCC estabelece diretrizes para a organização e desenvolvimento dos currículos escolares, visando garantir uma formação integral e de qualidade para todos os estudantes, alinhada com as demandas sociais, culturais e econômicas do século XXI. É fundamental que os educadores estejam atentos às orientações da BNCC e busquem adequar suas práticas pedagógicas de acordo com seus princípios e objetivos, promovendo uma educação inclusiva, contextualizada e significativa.

Em se tratando das turmas da 3º série do ensino médio em que eu lecionei, tornou-se evidente em repetidas ocasiões a dificuldade enfrentada pelos estudantes, incluindo aqueles com notável desempenho em matemática, na compreensão do conceito de probabilidade. As falhas observadas frequentemente consistiam em equívocos triviais que deveriam ter sido abordados em estágios anteriores, particularmente durante o ensino fundamental. Por exemplo: durante a resolução de exercícios nos quais os alunos inseriam o número 1 no numerador das razões que representavam probabilidades, questionavam: "Mas não estamos realizando apenas uma retirada? Por que o numerador não é 1?"Ignoravam, assim, a possibilidade de múltiplas retiradas em tal contexto. Foi mediante a constatação desses equívocos elementares que se delineou a necessidade de reformular o ensino em níveis fundamentais, a fim de assegurar uma base sólida ao avanço dos alunos para o ensino médio.

Nesse contexto, foi elaborada uma sequência didática empregando recursos como o software de programação Scratch e o jogo de bingo, com o propósito de ser aplicada às turmas do 8º ano do ensino fundamental II. Ao longo dos anos subsequentes, foi possível testemunhar a progressão nas respostas dos estudantes do ensino médio, visto que assumi o papel de professora tanto no 8º ano, durante a implementação da sequência didática, quanto posteriormente no ensino médio, enquanto eles se preparavam para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), por meio da prática intensiva de exercícios relacionados à probabilidade. Diante das limitações frequentemente observadas nos materiais didáticos tradicionais, os quais nem sempre apresentam abordagens condizentes com a realidade dos alunos, torna-se imprescindível que os professores proponham atividades diferenciadas e mais práticas em sala de aula. Nesse sentido, a utilização de recursos computacionais assume um papel relevante, oferecendo alternativas dinâmicas e interativas para o ensino e aprendizagem.

No âmbito deste estudo, destaca-se o software Scratch como um recurso tecnológico promissor para abordar o conteúdo de probabilidade de forma mais acessível e atrativa aos alunos. A proposta de atividade baseada neste programa visa explorar a tangibilidade, a tecnologia e o aspecto lúdico como estratégias para facilitar a compreensão dos conceitos probabilísticos. A utilização do Scratch como ferramenta pedagógica proporciona uma experiência de aprendizagem mais envolvente e participativa, estimulando o interesse e a motivação dos alunos para o estudo da probabilidade, devido à sua natureza interativa, visual e experimental.

Articular o processo de ensino e aprendizagem da matemática reflexiva com as tecnologias digitais, possibilita a formação de cidadãos críticos e capazes de atuar plenamente na sociedade em que vivem. Para isso, os alunos devem se apropriar de conhecimentos científicos e das interações que são capazes de estabelecer com esse conhecimento, pois a matemática se manifesta na ação do homem sobre a realidade.

2 PANORAMA INICIAL: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, ETNOMATEMÁTICA E RECURSOS TECNOLÓGICOS

A educação matemática busca explorar e interconectar diversos campos do conhecimento,

> quer dizer, por exemplo, que, ao ensinar Matemática ou pesquisar áreas da Educação Matemática, como Didática da Matemática, Psicologia da Educação Matemática, História da Educação Matemática, Tecnologias em Educação Matemática, formação de professores de matemática, e outras mais, há que se conhecer também temas filosóficos que amparem as ações educadoras e investigativas [...] Assim sendo, a Filosofia da Educação matemática trabalha multidisciplinarmente, valendo-se de estudos da Psicologia, da Antropologia, da Matemática, da História, da Sociologia, enfim, daqueles eixos de conhecimento que forem chamados a contribuir com os assuntos trabalhados. (BICUDO, 2010, p.24-25)

A investigação histórica é realizada para entender como a matemática se desenvolveu ao longo do tempo em diferentes situações de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, o foco não é na produção matemática em si, mas, sim, na forma como a matemática é produzida e como ela é transmitida para a sala de aula. "Como educadores matemáticos, cuidamos para que faça sentido nosso trabalho com os alunos" (BICUDO, 2010, p.27). É importante destacar que o estudo da história da educação matemática não se preocupa apenas com a evolução da matemática em si, mas também com as diferenças temporais e espaciais nas práticas de ensino e aprendizado, além das práticas culturais e escolares relacionadas.

> Não se persegue um sentido comum a todos, mas o sentido que está em processo para cada sujeito, individualmente, e por aquele que está sendo delineado no diálogo intersubjetivo [...]. É possível construir uma objetividade do assim elaborado ao criarmos textos nas diversas possibilidades de mantê-lo no solo histórico e cultural (BICUDO, 2010, p.46).

Para Dall'Acqua e Zaniolo (2011, p.14), "O debate sobre a necessidade de uma escola capaz de atender a todos com qualidade e equidade tem cada vez mais tomado conta do cenário educacional brasileiro". Isso implica reconhecer que cada aluno possui habilidades, conhecimentos e formas de aprendizagem diferentes, e que cabe à escola criar condições para que todos possam desenvolver seu potencial.

Para que seja uma escola capaz de atender a todos, ela deve adotar uma pedagogia inclusiva e democrática, que valorize a diversidade e a singularidade dos alunos, que seja participativa e que adote políticas e práticas que garantam a igualdade de oportunidades de aprendizagem. Um professor deve possuir uma série de características que o tornem apto a atuar em um ambiente diverso e acolhedor, capaz de promover a aprendizagem de todos os alunos, independentemente de suas características pessoais e condições sociais, econômicas, e culturais. Deve ser um profissional com uma formação sólida e atualizada, empático, mediador, criativo e comprometido com a inclusão social e a promoção da equidade na educação. Deve ter

> uma formação adequada, deve garantir a formação de um professor reflexivo, que tenha consciência do seu ensino, que seja capaz de analisar a própria prática e o contexto no qual ela ocorre, que seja capaz de avaliar diferentes situações de ensino, trabalhar com situações problema, utilizar um repertório variado de soluções, tomar decisões e ser responsável por elas (DALL'ACQUA E ZANIOLO, 2011, p.18).

Por outro lado,

> Fazendo parte de uma sociedade que se transforma com velocidade extrema e que impõe constantes mudanças e adaptações, os professores se sentem insatisfeitos ao não dar conta das exigências que lhes são feitas no campo profissional, seja pela sobrecarga de trabalho, pela dificuldade de apoio dos pais dos alunos, pelo sentimento de inutilidade em relação ao trabalho que realizam, pela concorrência com outros meios de transmissão de informação e cultura e, certamente, pelos baixos salários. (UNESCO, 2004, p. 32).

Se, por um lado, almeja-se respeito e, por outro, encontramos professores sujeitos a condições de sobrecarga, o ponto de equilíbrio nesse cenário parece ser a exigência fundamental de respeito mútuo. Este princípio, que constitui o mínimo requerido para uma convivência harmônica em sociedade, deve ser o cerne da interação entre todos os envolvidos no ambiente escolar. Para D'Ambrosio (2001, p. 42), "reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes".

Ainda segundo D'Ambrosio(2001), quando ele fala da etnomatemática, ele sugere que ela surgiu a partir de uma necessidade de compreensão dos processos matemáticos das culturas marginalizadas, isto é, o saber fazer das culturas periféricas, mas ela vai além, transita pelo ciclo da geração, organização intelectual, organização social e difusão desse conhecimento.

Dentro das mais diversas culturas e sociedades humanas, o conhecimento é parte de um processo que começa na necessidade de resolução de um problema. Ou seja, há primeiro um problema, e depois a busca por uma solução. Assim, considerando que diferentes sociedades terão problemas semelhantes e problemas distintos, a interação entre tais grupos proporciona uma troca valiosa de informações para a construção de novos conhecimentos. D'Ambrósio (1996), afirma que o ser humano não é só, isto é, já nascemos cercados de todo um conhecimento construído ao longo dos séculos, além disso, o ser humano se relaciona em prol da sobrevivência. Ainda, ele afirma que a matemática vem passando por grandes mudanças, tanto pelas tecnologias de informação, quanto pelo reconhecimento da diversidade cultural dentro da matemática. Essas mudanças ocorrem com grande velocidade dentro da dita matemática acadêmica, mas também na matemática cotidiana. Para D'Ambrósio, o conhecimento está ligado às questões humanas, sendo assim, não se pode pensar em um sem considerar o outro. Assim, suas dimensões são extensivas a todas as áreas da sociedade humana.

Já para Bello (2010), a etnomatemática tem uma construção de diferentes áreas de conhecimento, interligadas pela necessidade de compreendê-las como produção cultural.

> "Nos últimos anos, pesquisadores de diferentes áreas de conhecimento (matemáticos, antropólogos, psicólogos, pedagogos) começaram a questionar, buscar compreender uma matemática ligada à vivência social do homem, ao invés de, talvez, compreender melhor a vivência social e seu conjunto de práticas e explicações. Mesmo assim, resgatou-se o sentido da matemática enquanto produção cultural. No entanto, ela passou a ser entendida como uma "matemática étnica", isto é, uma proposta que busca identificar e reconhecer a existência de práticas e conceitos matemáticos associados ao contexto cultural em que são produzidos." (Bello, 2010, p. 4)

Com desse entendimento, é possível compreender que a matemática está em tudo e se apresenta de maneiras diferentes. Também, ela é compreendida, processada e estudada de formas distintas, conforme as necessidades de cada cultura, e da forma como tal cultura evolui ao longo do tempo. Dessa forma, o indivíduo deixa de ser um sujeito passivo na construção do saber matemático, isto é, deixa de ser um aluno que recebe informações e as processa, e se torna um sujeito ativo, produtor de informações e conhecimento por meio da identificação e contextualização do saber matemático em seu cotidiano. A etnomatemática busca trazer o conhecimento matemático para o cotidiano do aluno, ela parte da realidade para chegar ao conhecimento pedagógico, uma vez que o ensino é visto como uma preparação para a vivência no mundo real.

Para Filho & Martins (2009), as distintas formas de pensar a matemática devem ser entendidas como caminhos diferentes no processo cognitivo:

> "Distintas estratégias matemáticas utilizadas pelas diversas culturas não podem ser vistas como falta de habilidade cognitiva, mas compreendidas como maneiras possíveis de compreensão da realidade e do mundo ao redor. O fato de serem desprezadas as respostas alternativas dos estudantes que não sejam tão apropriadas, pode ser um dos fatores que

> contribui para que o fracasso escolar permaneça ainda nos dias de hoje." (p. 393)

O posicionamento do professor, então, deverá ser de valorização das diversidades e identidades dentro e fora de sala de aula com a finalidade de incentivar e mostrar que tais saberes possuem grande ênfase no processo de aprendizagem do aluno. Ao tratarmos do discurso do professor como prática de ensino, temos que considerar, em um primeiro momento, a visão que esse sujeito tem da matemática. Como deixa explícito Filho & Martins (2009), o ensino será um reflexo da concepção do agente:

> "A prática pedagógica de um professor depende da concepção que ele tem do ensino e da aprendizagem da matemática. Aquele professor que acredita que a matemática é uma ciência exata e infalível, provavelmente exercerá uma prática distinta daquele que acredita que a matemática é uma ciência em construção." (p. 397)

Portanto, não há como pensar o ensino sem levar em consideração o sujeito, uma vez que o discurso produzido por ele será determinado por suas visões e concepções. Cada professor trará como bagagem suas próprias experiências, sua visão da educação, seus conceitos pessoais. É válido lembrar que esses aspectos são mutáveis, isto é, ao longo da sua jornada profissional, o professor pode inserir novas filosofias, adaptar processos educacionais, aprender abordagens novas em sala de aula, compreender um uso consciente e colaborativo de novas tecnologias, entre outros. O mais importante é não se restringir a apenas uma prática pedagógica, acreditando que ela trará resultados iguais para todos os alunos. Esse é um dos pontos da etnomatemática, a adaptação das práticas pedagógicas a fim de atingir todos os alunos e valorizar a aprendizagem de todos eles. Para isso, o professor precisa de uma visão diferenciada da educação. Foucault (1988) trata o discurso como algo que vai além dos signos, isto é, das palavras, das imagens, das ideias, mas como algo que vai além, que faz "mais".

> "consiste em não mais tratar os discursos como conjuntos de signos (elementos significantes que remetem a conteúdos ou a representações), mas como práticas que formam sistematicamente os objetos de que falam. Certamente os discursos são feitos de signos; mas o que fazem é mais que utilizar esses signos para designar coisas. É esse mais que os torna irredutíveis à língua e ao ato da fala. É esse "mais"que é preciso fazer aparecer e que é preciso descrever" (Foucault, 1988, p. 56)

Essa visão do autor nos permite considerar o discurso educacional do professor como mais que signos, muito mais que palavras. O discurso do professor está construído em suas práticas educacionais, em suas ações, dentro e fora de sala de aula. Dessa forma, a filosofia de ensino adotada por ele guiará suas ações e, consequentemente, alterará seu discurso. Filho & Martins (2009) afirmam:

> "Os professores de Matemática são os responsáveis pela organização das experiências de aprendizagem dos seus alunos. Estão, pois, num lugar chave para influenciar suas concepções. Há evidências de que a integração de atividades matemáticas escolares com situações da realidade pode contribuir para a aprendizagem de matemática, tendendo a satisfazer, de forma mais eficiente, às necessidades do indivíduo para a Vida social, pois, uma educação matemática vai além de simplesmente dar aulas e transmitir conteúdos matemáticos." (p. 401)

Portanto, como defende o autor, a prática do ensino está ligada à responsabilidade que o professor tem com o processo de ensino-aprendizagem de seus alunos, sempre com o foco em o melhor desenvolvimento possível daquele indivíduo. Dessa forma, é necessário se considerar todos os aspectos da educação e do indivíduo que está sendo ensinado, a fim de potencializar o ensino. Uma das formas possíveis para isso, dentro do ensino da matemática, é exatamente um dos pilares da etnomatemática: a busca pela realidade cotidiana dentro do ensino. Situações que podem ser vivenciadas e fazem parte do contexto histórico-social do aluno são de extrema importância, pois alteram significativamente a relação aluno-aprendizagem.

A ação política do professor de matemática está vinculada à socialização do conhecimento matemático, o que vai depender da capacidade desse professor para compreender os vínculos da sua prática com a prática social global (SAVIANI, 1996, p.88). Nas práticas pedagógicas versus tecnologia, constituindo-se no pensamento de Valente (1997), que cita o ciclo descrição - execução - reflexão - depuração - descrição como uma ferramenta adequada do bom uso do computador na aprendizagem, explicando o que acontece quando o aluno está interagindo no ambiente online. Como o nome sugere, o aprendiz descreve uma solução para o problema; o computador, usando programação, executa aquele comando dado pelo usuário gerando um produto; o aprendiz tem acesso a esse produto fazendo, assim, uma reflexão sobre o que foi realizado; e, utilizando conhecimentos prévios, tem a capacidade de apurar o resultado fazendo, então, uma depuração do conteúdo; mandando novas informações ao computador, descrevendo o que deseja corrigir (VALENTE, 1997).

A implementação das tecnologias digitais no planejamento de aula por meio de uma sequência didática (SD) aposta em métodos que promovam um entendimento menos fragmentado e mais significativo do conhecimento científico . Complementando, segundo Pais (2002, p. 102) "Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática". Para Zabala (1998) a avaliação das sequências elaboradas pelo professor é um passo importante e natural no planejamento de ensino. Ele afirma:

> O planejamento e a avaliação dos processos educacionais são uma parte inseparável da atuação docente, já que o que acontece nas aulas, a própria intervenção pedagógica, nunca pode ser entendida sem uma análise que

> leve em conta as intenções, as previsões, as expectativas e a avaliação dos resultados. (ZABALA, 1998, p. 17).

Considerando que diferentes sociedades terão problemas semelhantes e, principalmente, problemas distintos, Guimarães e Giordan destacam como é fundamental que cada SD seja exclusiva para um único público-alvo, dando enfoque na eficácia que o projeto terá se for planejado de acordo com as condições sob as quais será submetido (Guimarães e Giordan, 2011).

3 A BNCC, A PROBABILIDADE E O SCRATCH

A BNCC é um documento normativo que orienta a elaboração dos currículos escolares em todo o país, promovendo uma educação equitativa para todos os estudantes brasileiros. Ela propõe ainda a aprendizagem da matemática de maneira ativa, instigando a investigação, a experimentação e a contextualização do conhecimento matemático, com a ideia de estimular os estudantes a se tornarem protagonistas de seu próprio aprendizado, utilizando a matemática como ferramenta para entender e agir no mundo. A esse respeito, o estudo da probabilidade não é apenas a aplicação de várias fórmulas matemáticas, mas também a oportunidade de desenvolver aspectos lógicos, criativos e críticos. Esse pensamento reflete o que Boaler (2018, p. 30) diz

> os professores geralmente recebem longas listas de conteúdo a ensinar, com centenas de descrições de conteúdo e nenhum tempo para se aprofundar em qualquer ideia. Quando recebem listas de conteúdo para ensinar, os professores deparam-se com uma disciplina que foi reduzida a suas partes básicas, (...) Listas de conteúdos não incluem conexões; elas apresentam a matemática como se as conexões sequer existissem.

O conteúdo é abordado de maneira progressiva e contextualizada ao longo das diferentes etapas de ensino, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Em cada etapa, são estabelecidos objetivos específicos e competências a serem desenvolvidas pelos estudantes, considerando suas características cognitivas e o contexto sociocultural em que estão inseridos.

A Tabela 1 apresenta as habilidades previstas pela BNCC para o ensino de probabilidade no Ensino Fundamental. Nela, a primeira coluna indica o ano acadêmico correspondente, a segunda fornece o código de identificação da habilidade conforme a BNCC, e a terceira detalha o conteúdo, descrevendo as competências a serem trabalhadas.

Tabela 1 – Habilidades relacionadas à probabilidade na BNCC

Ano	Código	Habilidade
1º	EF01MA20	Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º	EF02MA21	Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º	EF03MA25	Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º	EF04MA26	Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º	EF05MA22	Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
5º	EF05MA23	Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
6º	EF06MA30	Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
7º	EF07MA34	Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
8º	EF08MA22	Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º	EF09MA20	Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

A gamificação pode ser uma ferramenta essencial nesse processo. De acordo com Domingues (2024), "A origem do termo Gamificação vem de um programador inglês chamado Nick Pelling, que cunhou o termo em 2002". Ela começou sendo utilizada no marketing como uma estratégia para engajar consumidores. Na educação, essa prática se expande para promover um aprendizado mais dinâmico e motivador, estimulando a participação ativa dos alunos por meio de desafios, recompensas e feedbacks contínuos, se configurando como uma poderosa ferramenta para tornar o processo educativo mais envolvente e eficaz. Essa perspectiva se articula com a proposta de educar não se restringindo apenas à capacitação de conhecimentos, ao nível semântico, mas buscando também ativar as capacidades cognitivas e afetivas do discente, permitindo que ele se torne o autor de seu aprendizado, encaixando-o no mundo real. Essa ideia é muito defendida por D'Ambrósio (2002, p. 19),

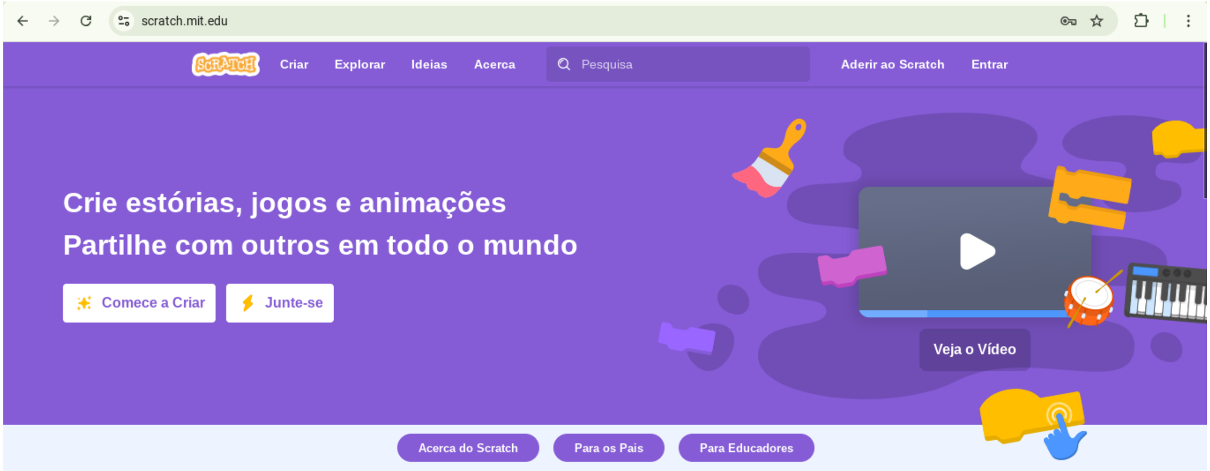
> o acesso a um maior número de instrumentos e de técnicas intelectuais dá, quando devidamente contextualizadas, muito maior capacidade de enfrentar situações e problemas novos, de modelar adequadamente uma situação real para, com esses instrumentos, chegar a uma possível solução ou curso de ação. Isto é aprendizagem por excelência, isto é, a capacidade de explicar, de apreender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas. Aprender não é o mero domínio de técnicas, habilidades e nem a memorização de algumas explicações e teorias.

Além disso, ao incorporar jogos educativos no ensino da matemática, é possível trabalhar não apenas a resolução de problemas, mas também o desenvolvimento de habilidades sociais e emocionais. Os jogos, ao proporcionarem momentos de colaboração e competição saudáveis, ajudam a criar um ambiente de aprendizagem mais acolhedor e estimulante, no qual o erro é visto como parte do processo de crescimento.

O Scratch é uma dessas ferramentas tecnológicas que possui grande aplicabilidade em diversas áreas da Educação Básica. Trata-se de uma linguagem de programação visual e uma plataforma interativa criada pelo grupo Lifelong Kindergarten, do Media Lab, no Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT), sob a liderança de Mitchel Resnick. Segundo o site do Scratch (2024), "O Scratch promove o pensamento computacional e habilidades de resolução de problemas; ensino e aprendizagem criativos; autoexpressão e colaboração; e equidade em computação."

Uma das principais características do Scratch é a sua acessibilidade, pois a plataforma é totalmente gratuita, o que permite que seja utilizada por qualquer escola, seja pública ou privada, e por professores de diferentes contextos, sem a necessidade de custos adicionais, favorecendo a inclusão digital. Além disso, o Scratch oferece duas formas de utilização: uma versão online, que possibilita o uso imediato a partir de qualquer dispositivo conectado à internet, e uma versão para instalação local, proporcionando maior autonomia e flexibilidade para os educadores ao longo do processo de ensino-aprendizagem. A Figura 1 mostra a página inicial do site.

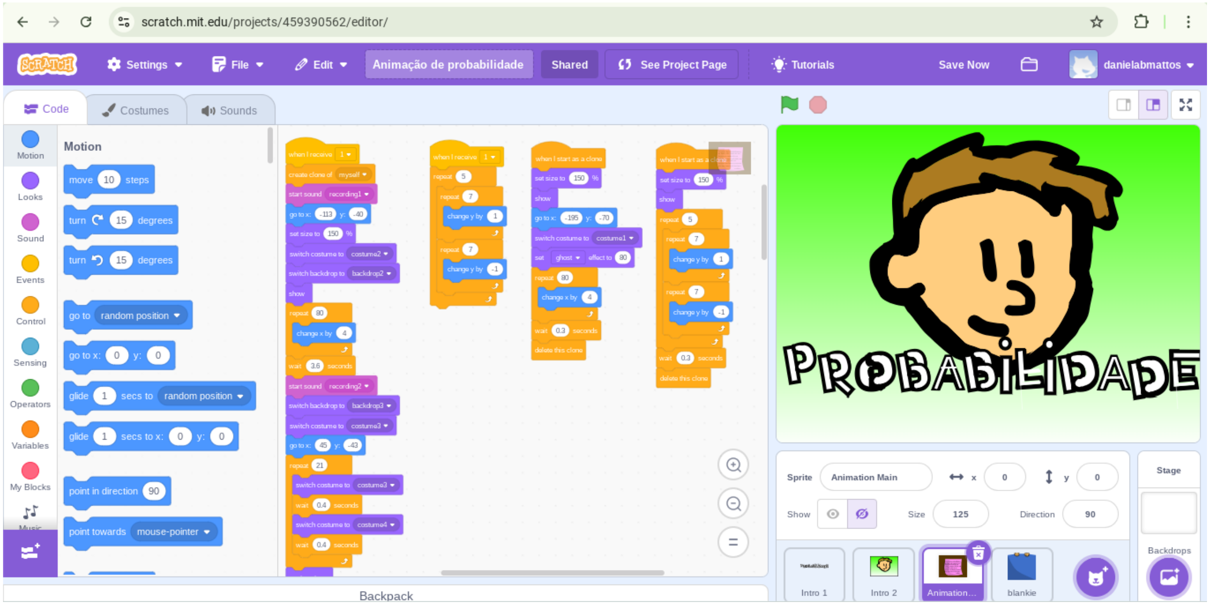
Figura 1 – Página inicial do Scratch



Fonte: Scratch.

No Scratch, a programação é realizada por meio do uso de blocos coloridos que são arrastados e conectados para representar comandos e estruturas de controle. Essa abordagem torna o processo mais intuitivo e acessível, permitindo que os usuários foquem na solução de problemas e no desenvolvimento da criatividade, sem a necessidade de escrever códigos complexos. Na versão online, é possível criar uma conta para desenvolver e salvar projetos. O autor pode optar por torná-los públicos ou mantê-los privados, conforme sua preferência. Após o registro e *login* na plataforma, todos os projetos ficam acessíveis e organizados, permitindo sua visualização ou modificação a qualquer momento, de forma prática e estruturada. Os blocos são organizados por categorias e podem ser combinados para formar jogos, vídeos, apresentações de texto ou imagens, ou qualquer projeto desejado pelo autor. Essa abordagem modular simplifica o processo de compreensão, criação e edição de projetos. A Figura 2 mostra parte do código de um dos projetos de minha autoria.

Figura 2 – Visão do código em blocos de um projeto na plataforma Scratch



Fonte: Autor.

A Figura 2 demonstra o uso de blocos para a programação. Os blocos são separados por categorias, como Movimento, Visual, Som e Eventos, gerando muitas possibilidades de encaixes e formação de comandos.

4 ANÁLISE COMBINATÓRIA

A análise combinatória estabelece ordenamentos dentro de condições predefinidas e desenvolve métodos de contagem para determinar a quantidade de agrupamentos possíveis de elementos de um determinado conjunto. Essa técnica permite calcular o número de possibilidades que podem ocorrer em um experimento ou evento específico, eliminando a necessidade de descrever cada possibilidade individualmente. Em razão disso, a análise combinatória é especialmente recomendada para experimentos com um grande número de possibilidades, nos quais seria inviável ou excessivamente demorado detalhar cada resultado possível.

Por exemplo, dados os três dígitos 1, 2 e 3, ao ordená-los de todas as formas possíveis, temos o conjunto $A = \{123, 132, 213, 231, 312, 321\}$ e $\mathrm{n}(A) = 6$, representando quantas são essas ordenações. Se tivéssemos mais dígitos, como 1, 2, 3, 4 e 5, o conjunto B de todas as ordenações possíveis com os cinco dígitos não seria tão fácil de ser descrito, seja pelo seu tamanho ou por possíveis confusões ao se esquecer uma opção ou repetir outra. Nesse caso, $\mathrm{n}(B) = 120$. Algumas das ordenações seriam $B = \{12345, 12354, 12435, 12453, \ldots, 54321\}$.

4.1 Princípio multiplicativo (ou princípio fundamental da contagem)

Se há x modos de tomar uma decisão A_1 e y modos de tomar uma decisão A_2, então o número de modos de tomar a decisão A_1 e, sucessivamente, tomar a decisão A_2 é $x \times y$. Para cada uma das x formas de tomar a decisão A_1, deve existir um mesmo número y de formas de tomar a decisão A_2.

Exemplo 4.1.1. *Uma bandeira é formada por 4 listras que devem ser coloridas usando apenas as cores verde, azul e preto. Se cada listra deve ter apenas uma cor e não se pode usar cores iguais em listras adjacentes, de quantos modos se pode colorir a bandeira?*

A maneira como devemos abordar um problema de contagem é por meio de decisões consecutivas, que nesse caso corresponde a escolher, em ordem, as cores das listras dessa bandeira. Vamos começar escolhendo a primeira listra. Para a primeira escolha, posso usar qualquer uma das três cores disponíveis, logo tenho 3 possibilidades. Já para as listras subsequentes, há apenas 2 possibilidades, uma vez que aquela cor depende da cor usada na listra anterior. Portanto, pelo princípio multiplicativo, o número de possibilidades corresponde a:

$$3 \times 2^3 = 24.$$

Exemplo 4.1.2. *Quantos são os números de 4 algarismos distintos?*

Neste caso, o dígito da unidade de milhar tem uma restrição, pois não pode ser zero. Portanto, há 9 opções (dígitos de 1 a 9) para escolher o primeiro algarismo. Para o segundo dígito, podemos escolher qualquer um dos 9 números restantes, incluindo o zero. Para o terceiro dígito, restam 8 opções, e para o quarto e último, 7 opções. O número total de números de 4 algarismos distintos é dado por:

$$9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536.$$

números de 4 algarismos distintos que podem ser escritos.

Exemplo 4.1.3. *Quantos são os números pares de 4 algarismos distintos?*

Agora temos duas restrições: o dígito da unidade de milhar tem que ser diferente de zero, e o dígito da unidade tem que ser 0, 2, 4, 6 *ou* 8, *pois o número deve ser par. Além disso, se o dígito da unidade for diferente de zero, o dígito da unidade de milhar deverá ser diferente de zero e também diferente do escolhido para a unidade, ou seja, depende da escolha anterior.*

Aqui, temos que fracionar a resolução em duas possibilidades:

- ***Primeira possibilidade:*** *O dígito da unidade é zero. Nesse caso, há 9 possibilidades para o dígito da unidade de milhar, 8 possibilidades para a centena, 7 possibilidades para a dezena e 1 possibilidade para a unidade. Logo, temos:*

$$9 \times 8 \times 7 \times 1 = 504.$$

- ***Segunda possibilidade:*** *O dígito da unidade é* 2, 4, 6 *ou* 8. *Nesse caso, há 8 possibilidades para o dígito da unidade de milhar, 8 possibilidades para a centena, 7 possibilidades para a dezena e 4 possibilidades para a unidade. Logo, temos:*

$$8 \times 8 \times 7 \times 4 = 1792.$$

Portanto, como pode ser a primeira ou a segunda possibilidade, o total de números pares de 4 algarismos distintos é:

$$504 + 1792 = 2296.$$

4.2 Arranjo

4.2.1 Arranjo com repetição

Seja A um conjunto com n elementos, isto é, $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Chamamos de arranjo com repetição dos n elementos, todos subconjuntos formados pelos elementos do conjunto A, podendo haver repetição. Cada arranjo com repetição é uma sequência de p elementos do conjunto A.

Ao ordenar p dos n elementos, na primeira posição temos todas as n possibilidades. Na segunda posição, e em todas as subsequentes, como pode haver repetição, temos novamente todas as n possibilidades. Portanto, há:

$$n \times n \times \cdots \times n = n^p$$

possibilidades.

Exemplo 4.2.1. *Usando os algarismos* 2, 3, 4, 5 *e* 6, *quantos números naturais de três algarismos pode-se formar?*

Para a posição da centena, pode-se usar qualquer um dos 5 algarismos disponíveis. Como o enunciado restringiu a algarismos distintos, a dezena e a unidade também podem ser qualquer um dos 5 algarismos disponíveis. Portanto, o número de arranjos com repetição é dado por:

$$A_{n,p} = n^p = 5^3 = 125.$$

A quantidade de arranjos com repetição formados, sendo n a quantidade de elementos totais e p a quantidade de elementos que serão ordenados, é dada por:

$$A_{n,p} = n^p$$

No caso do exemplo anterior, temos:

$$A_{5,3} = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

números possíveis.

4.2.2 Arranjo sem repetição

Seja A um conjunto com n elementos, isto é, $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Chamamos de arranjo sem repetição dos n elementos, tomados p a p, com $p \leq n$, toda p-upla ordenada formada pelos elementos do conjunto A, todos distintos entre si. Cada arranjo sem repetição, ou simplesmente arranjo, é uma sequência de p elementos do conjunto A.

Ao ordenar p dos n elementos, na primeira posição temos todas as n possibilidades. Na segunda posição, temos $(n-1)$ possibilidades, pois um dos elementos já foi utilizado na primeira posição. Para a terceira posição, temos $(n-2)$ possibilidades, e assim sucessivamente até a p-ésima posição, que terá $(n-p+1)$ possibilidades.

Portanto, o número de arranjos sem repetição é dado por:

$$A_{n,p} = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-p+1)$$

Exemplo 4.2.2. *Para a escolha de presidente e vice-presidente de uma turma, candidataram-se 3 alunos: Ana, Beatriz e Caio. Quantos são os possíveis resultados dessa eleição, se cada estudante só pode ocupar um cargo?*

Temos 3 possibilidades de estudantes para ocupar 2 cargos. Para o cargo de presidente, temos 3 possibilidades: Ana, Beatriz ou Caio. Como um deles já ocupará o cargo, restam 2 possibilidades para o cargo de vice-presidente. Portanto, o número de arranjos é:

$$A_{3,2} = 3 \times 2 = 6$$

As 6 possibilidades são: Ana e Beatriz, Ana e Caio, Beatriz e Ana, Beatriz e Caio, Caio e Ana, Caio e Beatriz. Repare que há repetição em relação aos integrantes de um grupo, mas faz-se necessária a contagem total, pois, por exemplo, o grupo "Ana e Beatriz"é distinto do grupo "Beatriz e Ana", já que ocupam cargos diferentes.

4.3 Permutação

Seja A um conjunto com n elementos, isto é, $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Chamamos de permutação dos n elementos a ordenação de todos eles.

Exemplo 4.3.1. *De quantos modos podemos ordenar em fila n objetos distintos?*

Para formar uma fila com todos os objetos, é natural pensar em uma sequência de decisões, que consiste em escolher, ordenadamente, cada um desses elementos: quem vai ficar na primeira posição, quem vai ficar na segunda, e assim por diante. Para a primeira posição, temos n possibilidades, pois todos os elementos estão disponíveis. Quando for escolher a segunda posição, o elemento anterior não pode mais ser usado, logo o número de possibilidades se reduz para $(n-1)$*. Na terceira escolha, temos* $(n-2)$ *possibilidades, e assim sucessivamente, até a última posição, onde restará apenas 1 escolha.*

Portanto, o produto desses fatores nos dá o total de possibilidades, que é chamado de permutação simples dos n objetos (P_n)*:*

$$P_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1 = n!$$

Como essa expressão aparece em muitos problemas, convém usar o símbolo $n!$*, chamado "fatorial de n", definido por:*

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 1$$

Exemplo 4.3.2. *Quantos são os anagramas da palavra AMOR?*

Anagrama é uma permutação, ou seja, a escrita das mesmas letras em outra ordem. Se a palavra AMOR tem 4 letras, então $n = 4$*. Portanto, o número de anagramas é:*

$$P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Exemplo 4.3.3. *Quantos são os anagramas da palavra AMOR que começam com vogais?*

A escolha da primeira letra tem uma restrição, pois deve ser uma vogal. A primeira letra pode ser A ou O*. As demais letras podem ser colocadas em qualquer ordem. Portanto, o número de anagramas que começam com vogais é:*

$$2 \times P_3 = 2 \times 3! = 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$$

Exemplo 4.3.4. *Quantos são os anagramas da palavra MATEMATICA?*

Uma resposta rápida seria permutar as 10 letras, ou seja, calcular $10!$*. No entanto, há letras iguais, o que causa repetições. Para corrigir isso, dividimos pelo número de permutações das letras iguais. A palavra MATEMATICA possui 2 letras M, 3 letras A e 2 letras T. Portanto, o número total de anagramas distintos é:*

$$\frac{10!}{2! \times 3! \times 2!} = \frac{3628800}{2 \times 6 \times 2} = 151200$$

De modo geral, ao formar permutações de n objetos, dos quais α, β, γ, etc. são iguais entre si, o número total de permutações distintas é dado por:

$$\frac{n!}{\alpha! \times \beta! \times \gamma! \times \ldots}$$

4.4 Combinação

Nas combinações, com ou sem repetição, a ordem dos elementos é irrelevante. Seja A um conjunto com n elementos, isto é, $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. Chamamos de combinação dos n elementos, tomados p a p, com $p < n$, toda p-upla formada pelos elementos do conjunto A. Cada subconjunto com p elementos, dentro dos n elementos, é chamado de combinação simples, denotado por $C_{n,p}$.

Dado os n elementos, para escolher p elementos, é natural fazer isso na ordem do primeiro ao p-ésimo. Ao escolher o primeiro elemento, temos n possibilidades. Para a escolha do segundo elemento, temos $(n-1)$ possibilidades, pois o elemento usado anteriormente não está mais disponível, e assim por diante, até o p-ésimo elemento, resultando em $n \times (n-1) \times \cdots \times (n-p+1)$. No entanto, nesse resultado há ordenações repetidas, pois a ordem dos elementos não importa. Cada subconjunto com p elementos é contado $p!$ vezes, já que ele aparece em cada ordem possível. Para eliminar as repetições, deve-se dividir o produto dos p fatores pela repetição $p!$ vezes. Dessa forma, a fórmula para combinações é:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \times (n-p)!}$$

Os valores de p são tais que $0 \leq p \leq n$. Nos casos em que $p = 0$ ou $p = n$, o denominador da fórmula de combinação é igual a zero. Por exemplo, $C_{n,n}$ é dado por:

$$C_{n,n} = \frac{n!}{n! \times (n-n)!} = \frac{n!}{n! \times 0!} = \frac{n!}{n! \times 1} = 1$$

O número de modos de escolher um subconjunto com zero elementos é 1, pois existe apenas um subconjunto possível, que é o conjunto vazio. Portanto, define-se $0! = 1$.

Exemplo 4.4.1. *Com 4 mulheres, quantas comissões com exatamente 2 mulheres podem ser formadas?*

O número de combinações possíveis é dado por:

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2! \times (4-2)!} = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{24}{4 \times 2} = 6$$

Portanto, há 6 possibilidades.

Exemplo 4.4.2. *Com 5 professores de matemática e 3 professores de física, quantas comissões com exatamente 3 professores de matemática e 2 de física podem ser formadas?*

Deve-se escolher 3 dos 5 professores de matemática e 2 dos 3 professores de física. Portanto, o número de combinações é dado por:

$$C_{5,3} \times C_{3,2} = \frac{5!}{3! \times (5-3)!} \times \frac{3!}{2! \times (3-2)!} = \frac{5!}{3! \times 2!} \times \frac{3!}{2! \times 1!} = 10 \times 3 = 30$$

Portanto, há 30 possibilidades.

Exemplo 4.4.3. *Com 4 mulheres, quantas comissões com pelo menos 2 delas podem ser formadas?*

Aqui, não são exatamente 2 mulheres, mas pelo menos 2 mulheres. Portanto, deve-se considerar a escolha de 2 mulheres ($C_{4,2}$), 3 mulheres ($C_{4,3}$) ou 4 mulheres ($C_{4,4}$). Assim, o número total de combinações é dado por:

$$C_{4,2} + C_{4,3} + C_{4,4} = \frac{4!}{2! \times (4-2)!} + \frac{4!}{3! \times (4-3)!} + \frac{4!}{4! \times (4-4)!}$$

Calculando cada termo:

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{24}{4} = 6$$

$$C_{4,3} = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{24}{6} = 4$$

$$C_{4,4} = \frac{4!}{4! \times 0!} = \frac{24}{24} = 1$$

Portanto:

$$C_{4,2} + C_{4,3} + C_{4,4} = 6 + 4 + 1 = 11$$

Portanto, há 11 possibilidades.

5 PROBABILIDADE

No ensino básico, o conteúdo de probabilidade estabelece conexões diretas com a análise combinatória, uma vez que os modelos equiprováveis, por sua simplicidade, constituem o principal foco das abordagens pedagógicas.

5.1 Experimentos Aleatórios

O objeto de estudo da Teoria da Probabilidade são os experimentos aleatórios. São experimentos em que, mesmo que se tente repetir o experimento sob as mesmas condições, é impossível controlar completamente o resultado obtido. Embora não possamos prever o resultado específico de um experimento aleatório, podemos descrever o conjunto de todos os resultados possíveis. As variações nos resultados de cada experimento se devem a uma multiplicidade de causas que não podemos controlar, as quais chamamos de acaso. Por exemplo:

- Lançar um dado e observar a face voltada para cima.
- Lançar duas moedas e observar a sequência de faces voltadas para cima.
- Retirar uma carta qualquer de um baralho com 52 cartas e observar seu naipe.
- Retirar uma bola aleatoriamente de uma urna com bolas de cores distintas e observar a cor dela.

5.2 Espaço Amostral

Denominamos de espaço amostral o conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório, indicado pela letra Ω, e a quantidade de elementos desse conjunto é denotada por $n(\Omega)$.

Exemplo 5.2.1. *Lançar um dado e observar a face voltada para cima.*

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad e \quad n(\Omega) = 6. \tag{5.1}$$

Exemplo 5.2.2. *Lançar duas moedas e observar a sequência de faces voltadas para cima. Considere K = cara e C = coroa.*

$$\Omega = \{(K, K), (K, C), (C, K), (C, C)\} \quad e \quad n(\Omega) = 4. \tag{5.2}$$

Exemplo 5.2.3. *Retirar uma carta qualquer de um baralho com 52 cartas e observar seu naipe.*

$$\Omega = \{copas, ouros, espadas, paus\} \quad e \quad n(\Omega) = 4. \tag{5.3}$$

Exemplo 5.2.4. *Retirar uma bola aleatoriamente de uma urna com 3 bolas de cores distintas, nas cores vermelho, azul e verde, e observar a cor dela.*

$$\Omega = \{vermelho, azul, verde\} \quad e \quad n(\Omega) = 3. \tag{5.4}$$

5.3 Evento

Evento é todo subconjunto do espaço amostral Ω, denotado por uma letra maiúscula do alfabeto (A, B, ..., Y, Z).

Exemplo 5.3.1. *Lançar um dado e observar a face voltada para cima.*

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad e \quad n(\Omega) = 6. \tag{5.5}$$

Dado isso, eis alguns eventos:

- $A =$ *ocorrência de um número par.* $A = \{2, 4, 6\}$ *e* $n(A) = 3$.
- $B =$ *ocorrência de um número ímpar.* $B = \{1, 3, 5\}$ *e* $n(B) = 3$.
- $C =$ *ocorrência de um número natural.* $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ *e* $n(C) = 6$.
- $D =$ *ocorrência de um número maior do que 10.* $D = \{\}$ *e* $n(D) = 0$.

Exemplo 5.3.2. *Lançar duas moedas e observar a sequência de faces voltadas para cima.*

$$\Omega = \{(K, K), (K, C), (C, K), (C, C)\} \quad e \quad n(\Omega) = 4. \tag{5.6}$$

Dado isso, eis alguns eventos:

- $A =$ *ocorrência de sair duas faces iguais.* $A = \{(K, K), (C, C)\}$ *e* $n(A) = 2$.
- $B =$ *ocorrência de sair pelo menos uma coroa.* $B = \{(K, C), (C, K), (C, C)\}$ *e* $n(B) = 3$.
- $C =$ *ocorrência de sair cara na primeira moeda a ser observada.* $C = \{(K, K), (K, C)\}$ *e* $n(C) = 2$.

5.4 Combinações de Eventos

Havendo operações entre conjuntos e um evento sendo um conjunto, há operações entre eventos.

5.4.0.1 União de k Eventos

Dados os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_k$, a união dos eventos é dada por $A = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k$ e ocorrerá se, e somente se, um dos eventos A_j ocorrer.

5.4.0.2 Interseção de k Eventos

Dados os eventos $A_1, A_2, \ldots, A_k$, a interseção dos eventos é dada por $A = A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k$ e ocorrerá se, e somente se, todos os eventos A_j ocorrerem simultaneamente. Se $A \cap B = \emptyset$, A e B são chamados de mutuamente exclusivos.

5.4.0.3 Complementar de um Evento

Dado o evento A, seu complementar é A^c e é o evento que ocorre se, e somente se, A não ocorrer.

5.5 Frequência Relativa

Em um experimento aleatório, embora não possamos prever qual evento ocorrerá, sabemos que alguns eventos ocorrem com maior frequência do que outros. Desejamos, portanto, associar números aos eventos que forneçam uma indicação quantitativa de sua ocorrência quando o experimento é repetido diversas vezes nas mesmas condições. Para isso, definiremos a frequência relativa de um evento.

Dado um experimento aleatório com espaço amostral finito, onde $\Omega = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$, e repetido N vezes nas mesmas condições, admita n_i o número de vezes que ocorre o evento elementar a_i. Definimos a frequência relativa do evento $\{a_i\}$ como sendo o número f_i, tal que

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad \text{para} \quad i \in \{1, 2, \ldots, K\}. \tag{5.7}$$

Exemplo 5.5.1. *Ao lançar um dado 100 vezes e anotar a face voltada para cima, tem-se:*

Face	Quantidade de vezes em que a face ficou voltada para cima	Frequência
1	21	0,21 (21%)
2	13	0,13 (13%)
3	19	0,19 (19%)
4	14	0,14 (14%)
5	15	0,15 (15%)
6	18	0,18 (18%)

Tabela 2 – Frequência das faces em um experimento de lançamento de dado.

5.6 Função de Probabilidade

Uma probabilidade é uma função que associa a cada evento A um número P(A) de forma que:

i) Para todo evento A, $0 \leq P(A) \leq 1$.

ii) $P(S) = 1$.

iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B),$ se A e B são disjuntos (ou mutuamente excludentes).

5.6.1 Propriedades da Função de Probabilidade

- A probabilidade do evento complementar de um evento A dado é $P(A^c)$.

  $A \cup A^c = \Omega$ e $A \cap A^c = \emptyset$, e, portanto, $P(A) + P(A^c) = P(\Omega) = 1$. Logo, $P(A^c) = 1 - P(A)$.

- $P(\emptyset) = 0$, pois $\emptyset = \Omega^c$ e $P(\emptyset) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$.

- Se $A \subseteq B$, então $P(A) \leq P(B)$, pois se $A \subseteq B$, A é um subconjunto de B e B pode ser escrito como a união disjunta de A com $B - A$. Daí, temos que $P(B) = P(A) + P(B - A)$. Se $P(B - A) \geq 0$, logo $P(A) \leq P(B)$.

Exemplo 5.6.1. *Ao lançar um dado, qual a probabilidade que a face voltada para cima seja ímpar?*

Supondo a simetria e homogeneidade do material, o modelo razoável a se adotar é o que atribui probabilidades iguais aos eventos correspondentes à ocorrência de cada face, chamado de modelo equiprovável. A partir desse modelo, pode-se calcular a probabilidade do evento A: "sair uma face ímpar". Sendo $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ *e* $A = \{1, 3, 5\}$, *a probabilidade* $P(A)$ *é a soma das probabilidades dos três eventos unitários cuja união é A. Portanto,*

$$P(A) = P(\{1\}) + P(\{3\}) + P(\{5\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

5.7 Modelo Equiprovável

É um modelo que atribui probabilidade $\frac{1}{n}$ a cada evento unitário de um espaço amostral $\Omega = \{a_1, \ldots, a_n\}$. Em consequência, a probabilidade de um evento $A = \{a_1, \ldots, a_k\}$ é $P(A) = P(\{a_1\}) + \cdots + P(\{a_n\}) = p \cdot \frac{1}{n} = \frac{p}{n}$.

Portanto,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}.$$

Modelos equiprováveis só podem ser aplicados quando uma simetria garante que todos os resultados possíveis ocorram com igual probabilidade. Por exemplo, considere o lançamento de um dado honesto, o arremesso de uma moeda honesta, a escolha de uma carta de um baralho bem embaralhado ou a retirada de bolas idênticas de uma urna.

5.8 Probabilidade Condicional

Dado dois eventos A e B, com $P(B) > 0$, a probabilidade condicional de A na certeza de B é dada por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Ao multiplicar os dois membros dessa igualdade por $P(B)$, obtemos:

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B),$$

.

Isso permite calcular a probabilidade da interseção de dois eventos, isto é, a probabilidade de que dois fatos ocorram simultaneamente.

Quando

$$P(A \cap B) = P(A)P(B),$$

os eventos A e B são independentes.

Isso equivale a dizer que:

$$P(A|B) = P(A) \quad \text{e} \quad P(B|A) = P(B), \quad \text{com } P(A) \neq 0 \text{ e } P(B) \neq 0.$$

Exemplo 5.8.1. *Uma moeda tem probabilidade* $0,6$ *de dar cara. Se ela for lançada 5 vezes, qual é a probabilidade de que saiam 2 caras nos dois primeiros lançamentos e não saia mais?*

Se $P(A)$ *é a probabilidade de sair cara, então* $P(A^c)$ *é a probabilidade de sair coroa, e dado que* $P(A) + P(A^c) = 1$*, temos que* $P(A^c) = 0,4$*. Como a probabilidade de cada lançamento é independente dos demais, queremos a sequência* $\{K, K, C, C, C\}$*. A probabilidade dessa sequência específica é dada por:*

$$P(\{K, K, C, C, C\}) = 0,6 \times 0,6 \times 0,4 \times 0,4 \times 0,4 = 0,6^2 \times 0,4^3 = 0,02304$$

5.9 Modelo Binomial

Considere n realizações independentes de um experimento, em que cada repetição tem a mesma probabilidade de sucesso p. Podemos observar k sucessos e, consequentemente, $n-k$ fracassos.

Como a ordem dos sucessos e fracassos não importa, ou seja, um sucesso pode ocorrer entre fracassos e vice-versa, o número total de formas de distribuir esses resultados é dado pelo coeficiente binomial:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Cada conjunto de k sucessos ocorre com probabilidade p^k e cada conjunto de $n-k$ fracassos ocorre com probabilidade $(1-p)^{n-k}$. Assim, a probabilidade de observar exatamente k sucessos em n tentativas é dada por:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Exemplo 5.9.1. *Uma moeda tem probabilidade* $0,6$ *de dar cara. Se ela for lançada 5 vezes, qual é a probabilidade de que saia exatamente 2 caras?*

Diferente do exemplo anterior, agora as 2 caras podem ocupar qualquer uma das 5 posições. A quantidade de sequências desse tipo é dada por $\binom{5}{2}$. *Portanto, a probabilidade de observar exatamente 2 caras é:*

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \times 0,6^2 \times 0,4^3 = 10 \times 0,6^2 \times 0,4^3 = 0,4608$$

6 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

De acordo com Araújo (2013) a sequência didática (SD) é uma forma de o professor organizar suas atividades de ensino em torno de temas e procedimentos centrais. O autor enfatiza que a sequência didática é estruturada com uma seção inicial, onde é apresentada a situação de estudo, detalhando a tarefa de produção oral ou escrita que os alunos deverão realizar. Na sequência, ocorre uma produção diagnóstica inicial, que permite ao professor avaliar as habilidades já desenvolvidas pelos alunos e ajustar as atividades conforme suas necessidades. A partir disso, o trabalho se desenvolve em módulos ou oficinas, compostos por atividades e exercícios progressivos que ajudam os alunos a compreenderem as características temáticas, estilísticas e estruturais do gênero em estudo. O número de módulos varia de acordo com o gênero e o nível de conhecimento prévio dos alunos. A etapa final da sequência é a produção final, onde os alunos aplicam os conhecimentos adquiridos, e o professor realiza uma avaliação somativa dos progressos.

A implementação das tecnologias digitais no planejamento de aula se deu por meio de uma sequência didática (SD) baseada nas ideias de Guimarães e Giordan (2011) que apostam em métodos que promovam um entendimento menos fragmentado e mais significativo do conhecimento científico. Complementando, segundo Pais (2002, p. 102) "Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática". Para Zabala (1998) a avaliação das sequências elaboradas pelo professor é um passo importante e natural no planejamento de ensino. Ele afirma:

> "O planejamento e a avaliação dos processos educacionais são uma parte inseparável da atuação docente, já que o que acontece nas aulas, a própria intervenção pedagógica, nunca pode ser entendida sem uma análise que leve em conta as intenções, as previsões, as expectativas e a avaliação dos resultados" (ZABALA, 1998, p. 17).

Considerando que diferentes sociedades terão problemas semelhantes e, principalmente, problemas distintos, Guimarães e Giordan falam como é fundamental que cada SD seja exclusivamente para um único público-alvo, dando o enfoque na eficácia que o projeto terá se for planejado segundo as condições sob as quais será submetido (Guimarães e Giordan, 2011).

A sequência didática aplicada neste projeto foi conduzida com estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de explorar conceitos de probabilidade e desenvolver algumas habilidades requisitadas pela BNCC através das atividades lúdicas e interativas. A proposta inclui a utilização do software Scratch para simulações e apresentações interativas, a prática de um jogo de bingo e a aplicação de uma atividade diagnóstica. Essas estratégias visam não apenas facilitar a compreensão de conceitos fundamentais de probabilidade, mas também promover maior engajamento dos estudantes com o tema.

6.1 Sequência Didática: Proposta Metodológica

As Tabelas 3 e 4 mostram as etapas, o tempo de duração, os objetivos e os materias usados na sequência didática.

Tabela 3 – Sequência Didática

Público Alvo	$8^{\underline{o}}$ ano do Ensino Fundamental 2
Referência no material didático	Apostila AZ - Livro D - Capítulo 15: Probabilidade
Objetivos gerais	• Trabalhar o conceito de probabilidade por meio de tecnologia e jogos • Calcular a probabilidade de um evento ocorrer
Aula	**Objetivos Específicos**
02 (50 minutos cada)	• Compreender conceitos de probabilidade por meio do Scratch • Diferenciar um experimento aleatório do experimento determinístico • Definir o conceito de espaço amostral e espaço amostral equiprovável • Definir o conceito de evento e evento complementar • Calcular a probabilidade de ocorrência de um determinado evento nas formas fracionária, decimal e percentual
Links: • Vídeo História da Probabilidade: <https://scratch.mit.edu/projects/459390562/> • Apresentação sobre conceitos: <https://scratch.mit.edu/projects/459550054/>	
01 (50 minutos)	• Compreender o conceito de frequência • Calcular a frequência absoluta de um valor em um conjunto de dados • Diferenciar entre frequência absoluta e frequência relativa
Link: • Jogo do lançamento de dado: <https://scratch.mit.edu/projects/459401523/>	
01 (50 minutos)	• Calcular a probabilidade de eventos que ocorrem em sequência com o uso do Bingo
Link: • Jogo do bingo: <https://scratch.mit.edu/projects/458109153/>	

Percebe-se que a sequência didática tem duração de cinco aulas e faz uso de quatro projetos do Scratch, uma avaliação e o jogo de bingo.

Tabela 4 – Continuação da sequência didática - Atividade Diagnóstica

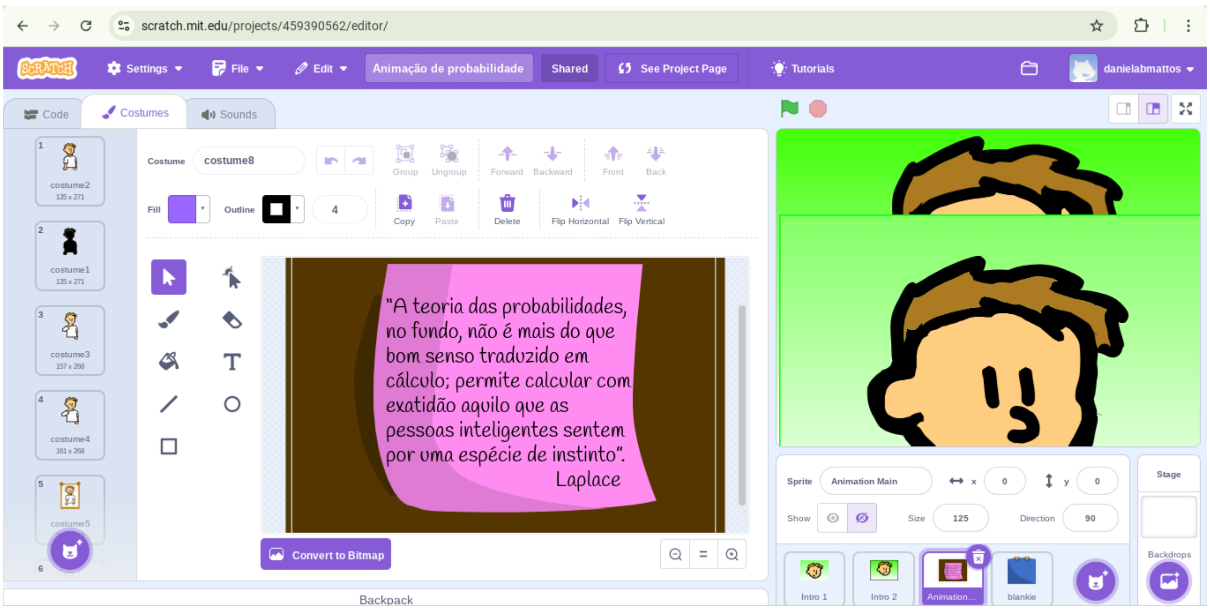
Pergunta	**Descrição**
1	O que é espaço amostral (conjunto universo)?
2	Quantos elementos têm no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
3	Quantos números têm na sua cartela de bingo?
4	Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável?
5–18	Para cada rodada, registrar: - Número sorteado; - Se o número está na cartela (Sim ou Não); - Probabilidade de acertar a próxima bola.

6.1.1 Introdução à História da Probabilidade

A primeira etapa da sequência didática consistiu na exibição de uma animação no Scratch sobre a origem da probabilidade. A discussão do vídeo abordou a história matemática que deu origem a esse estudo, bem como os matemáticos que participaram do processo. A teoria da probabilidade surgiu como ramo da Matemática em meados do século XV, embora tenha se iniciado como ciência empírica muito antes desse período. Suas raízes foram principalmente nos jogos e apostas. "Há registros de que, por volta de 1200 a.C., um pedaço de osso do calcanhar (astragalus) fosse utilizado formando faces como as de um dado"(LOPES; MEIRELLES, 2005).

A Figura 3 mostra parte do código da animação.

Figura 3 – Scratch - Projeto de animação em vídeo



Fonte: Autor.

Vê-se pela Figura 3 que há várias versões do personagem na coluna da esquerda. Aliando várias imagens, sons e conectando corretamente os códigos, é possível a criação de vídeos.

6.1.2 Conceitos Fundamentais

Na segunda etapa da sequência didática, foram trabalhados conceitos como espaço amostral, eventos, eventos complementares e probabilidade de ocorrência de eventos. Esses conteúdos foram apresentados por meio de exemplos cotidianos e explorados de forma interativa, com o uso do Scratch, e permitindo que os alunos compartilhassem suas próprias experiências. As Figuras 4 e 5 mostram partes da apresentação que foi passada aos estudantes.

Figura 4 – Scratch - Projeto de apresentação - parte 01

Fonte: Autor.

Figura 5 – Scratch - Projeto de apresentação - parte 02

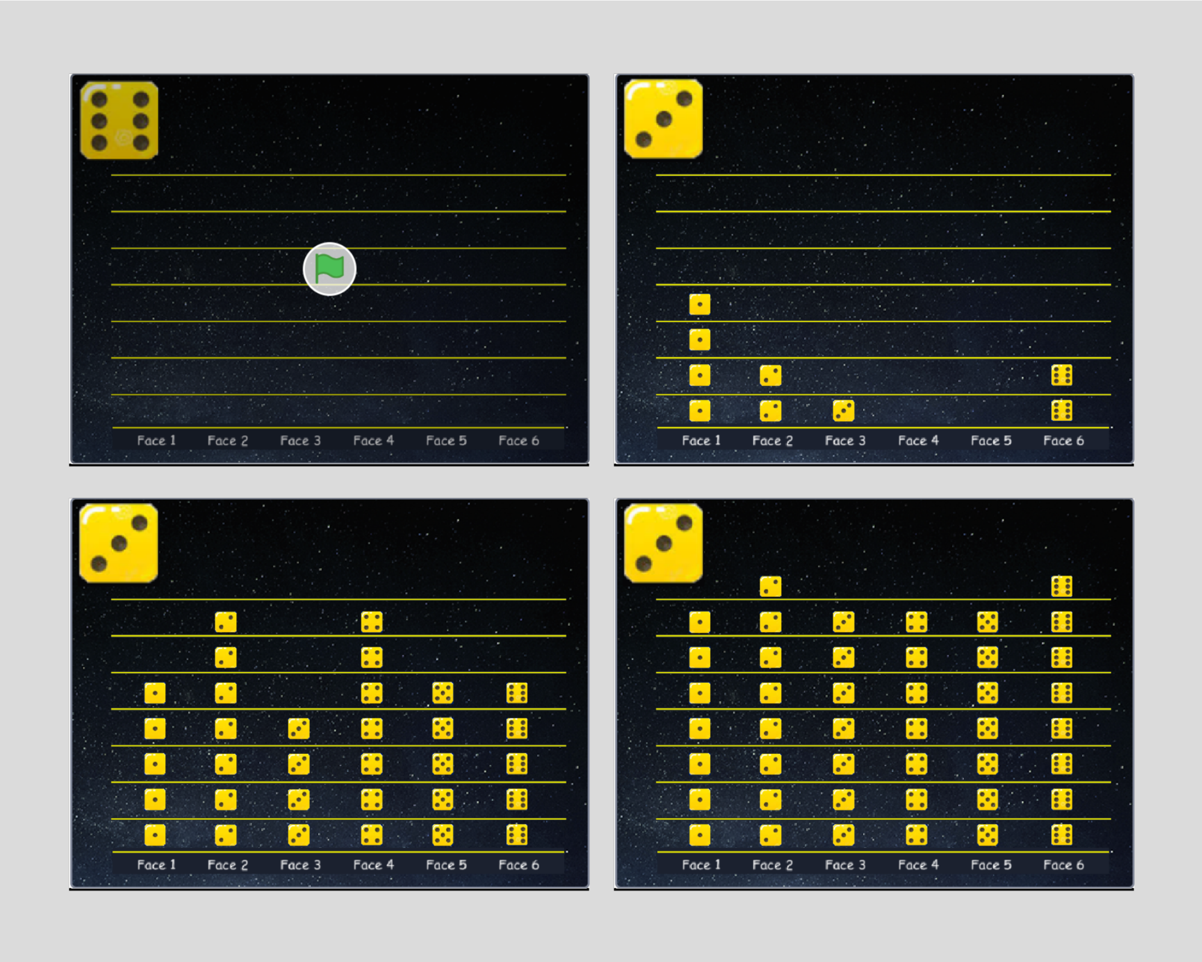
Fonte: Autor.

As Figuras 4 e 5 são montagens com quatro imagens cada, onde cada uma das imagens é uma tela da apresentação, que foi projetada na parede da sala para que todos os estudantes pudessem acompanhar.

6.1.3 Tabela de Frequência

A terceira etapa da sequência didática envolveu a prática de registrar a frequência de faces de um dado em lançamentos sucessivos, promovendo a construção de tabelas de frequência. Durante essa atividade, os estudantes foram estimulados a fazer previsões e discutir probabilidades, gerando engajamento e curiosidade. A Figura 6 mostra alguns momentos do jogo, onde o dado não viciado é acionado para que surja uma nova face e seu número é registrado na tabela.

Figura 6 – Scratch - Projeto da tabela de frequência

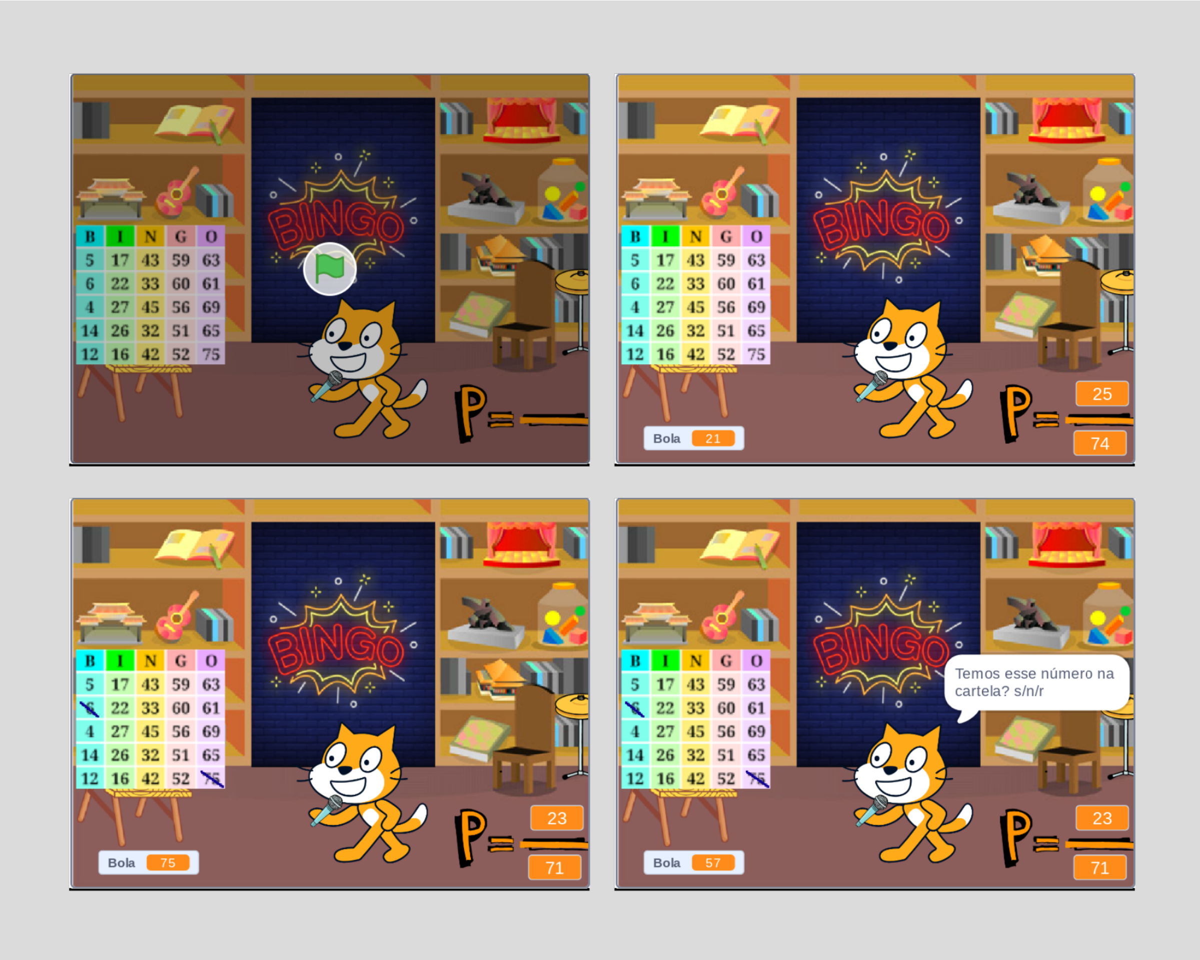


Fonte: Autor.

6.1.4 Jogo de Bingo Virtual no Scratch

Na quarta etapa da sequência didática, foi introduzido um jogo de bingo virtual no Scratch. O foco foi discutir a relação entre o espaço amostral e a probabilidade de ocorrência de eventos, destacando que a probabilidade numérica nem sempre tem um numerador igual a um, como frequentemente se observa no senso comum dos estudantes. A Figura 7 é um registro de alguns momentos desse jogo.

Figura 7 – Scratch - Projeto de bingo online



Fonte: Autor.

Nessa etapa, os estudantes também foram incentivados a fazer previsões do próximo número sorteado, gerando enganjamento para a aula, mantendo a atenção dos estudantes voltada para a discussão proposta naquele momento.

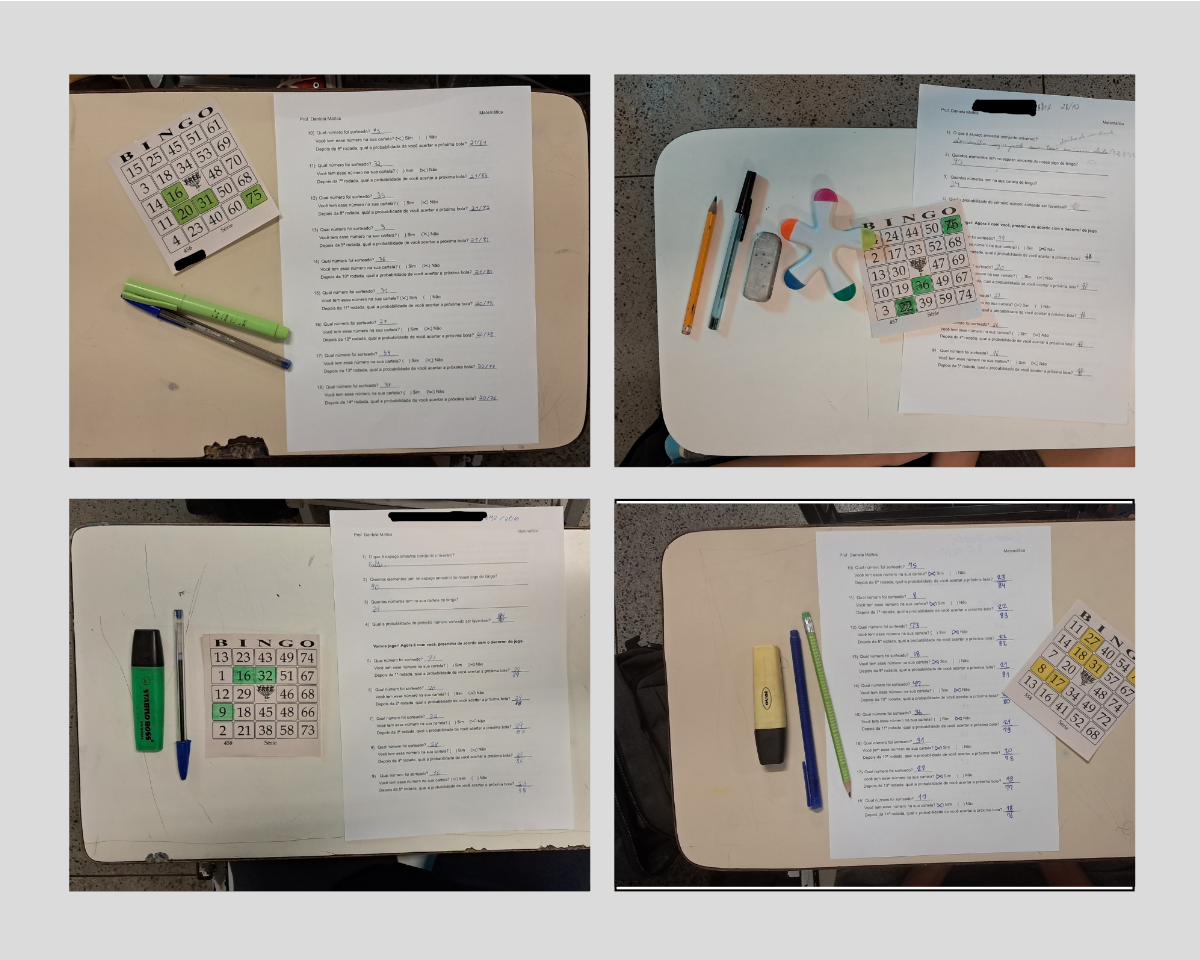
6.1.5 Atividade Diagnóstica

A quinta etapa é a entrega de uma folha impressa. Cada um dos estudantes é orientado a colocar nome, data e turma para correção posterior. Cada estudante também recebe uma cartela de bingo descartável, para que eles possam riscar a vontade. É dado um tempo, em torno de 5 minutos, para que eles possam responder a primeira pergunta, sobre o que é espaço amostral. As perguntas 2 e 3 são respondidas coletivamente, pois depende ano a ano de qual modelo de jogo e de cartela de bingo estou usando e é entregue a eles. A partir dessa pergunta, da pergunta 4 até a 18, eles devem responder individualmente, em silêncio e sem qualquer consulta. Para a pergunta 5, retiro a primeira bola da urna do bingo e aviso a eles qual é. Eles devem anotar ela na folha, marcar se tem ou não na cartela e, baseado nisso, responder a probabilidade de ter a próxima bola sorteada na sua cartela. Após a pergunta 18, as folhas são recolhidas, as cartelas continuam com eles e continuamos com a sexta etapa.

Nas fotos tiradas durante essa atividade em todas as salas, não foi mostrado nenhum rosto ou parte qualquer que identifique os estudantes e os seus nomes foram tampados das avaliações para manter o anonimato de cada um deles.

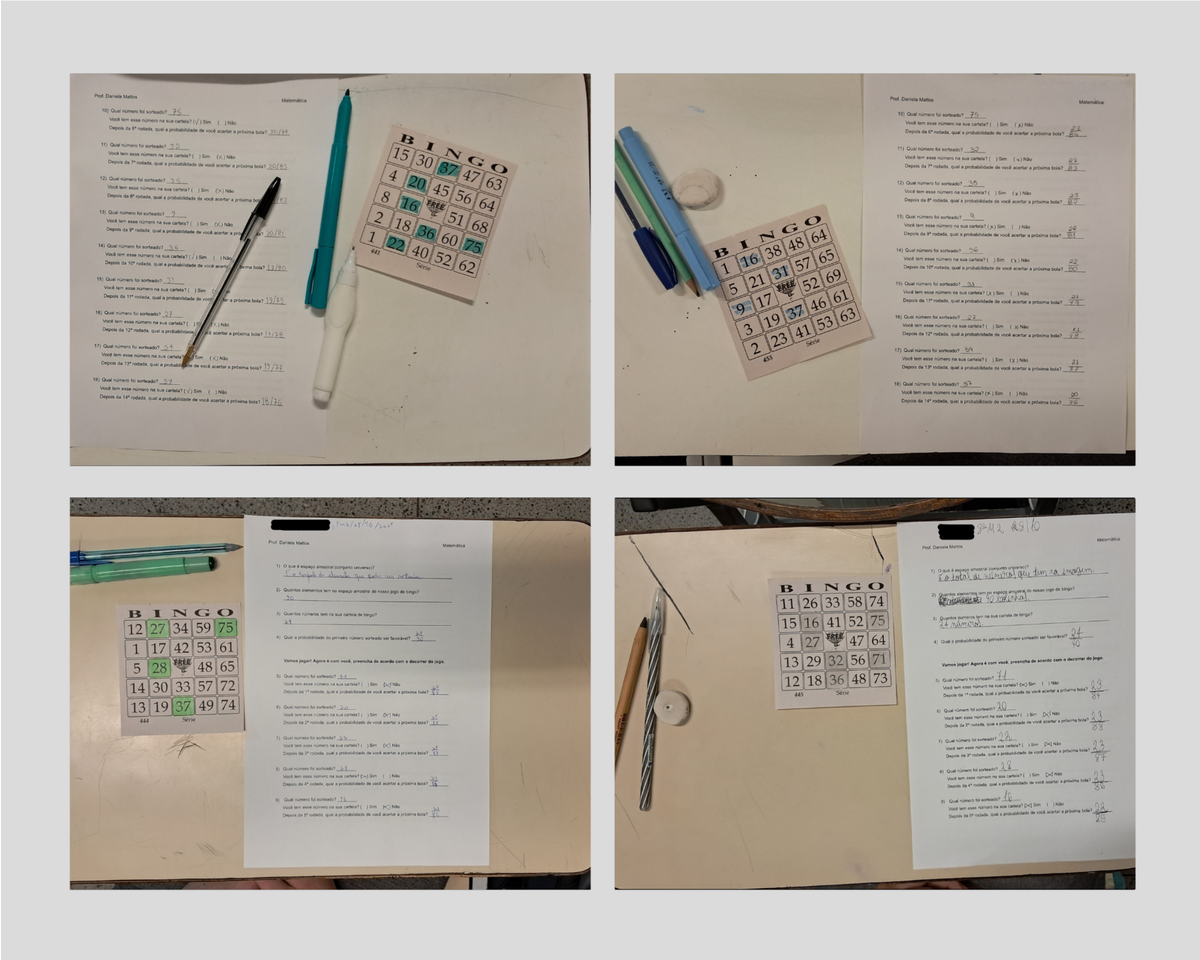
As Figuras 8, 9, 10, 11, 12 e 13 mostram a avaliação diagnóstica com a cartela de bingo de alguns dos estudantes de salas variadas. Percebe-se, pelo uso de canetas coloridas e capricho com o material, o engajamento das turmas e a satisfação em participar do momento. Não é comum tais caprichos em atividades do livro.

Figura 8 – Avaliação diagnóstica - Parte 01



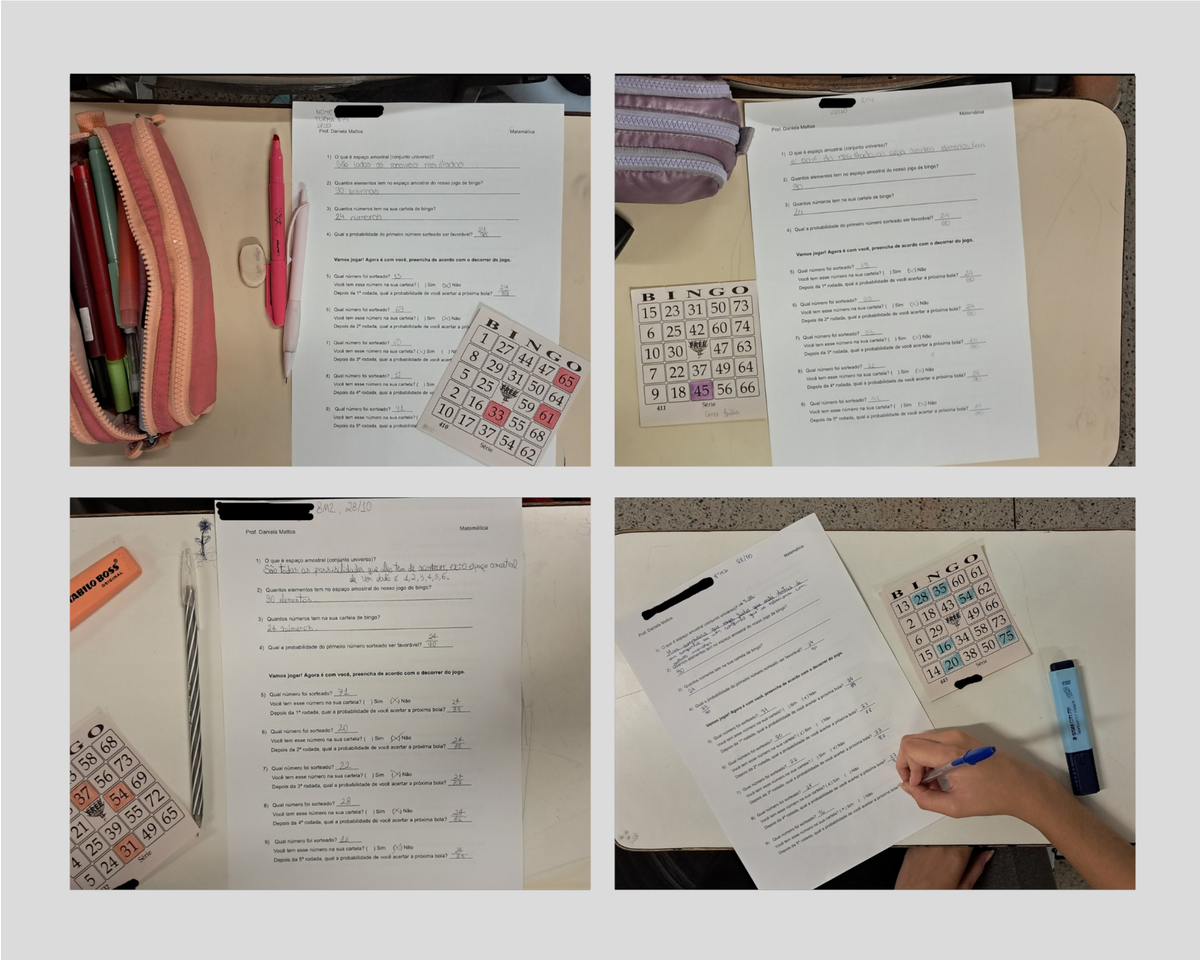
Fonte: Autor.

Figura 9 – Avaliação diagnóstica - Parte 02



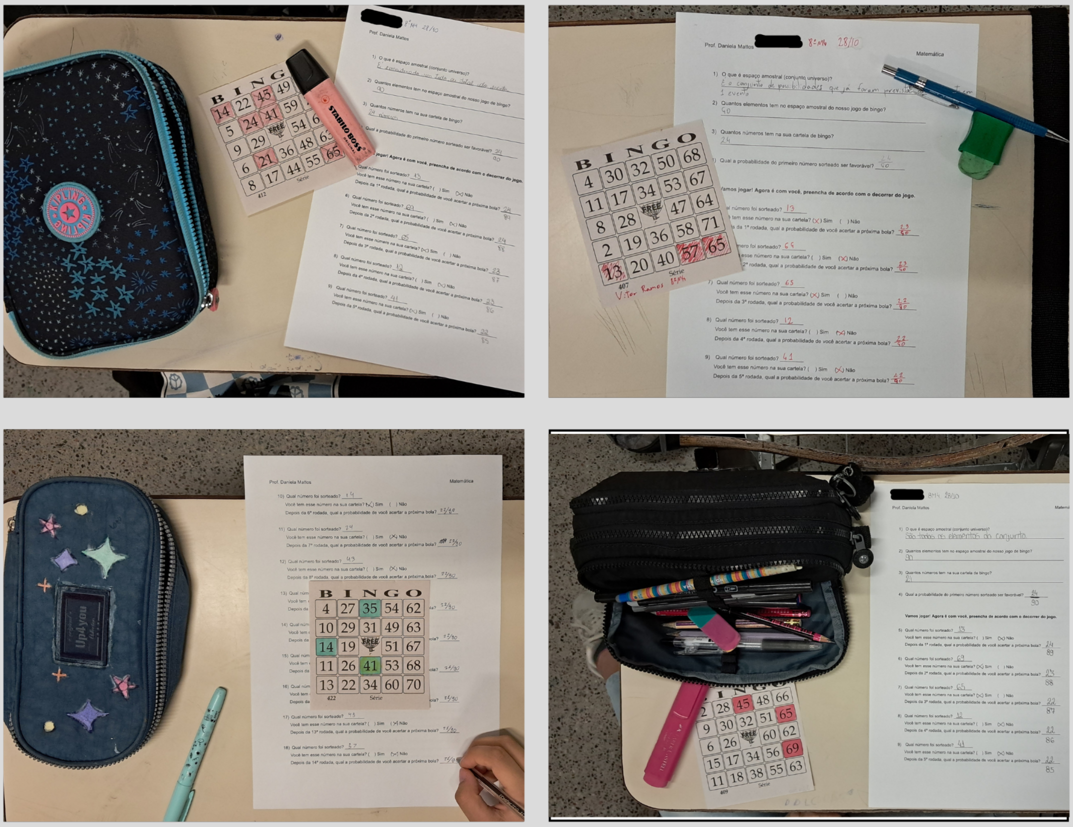
Fonte: Autor.

Figura 10 – Avaliação diagnóstica - Parte 03



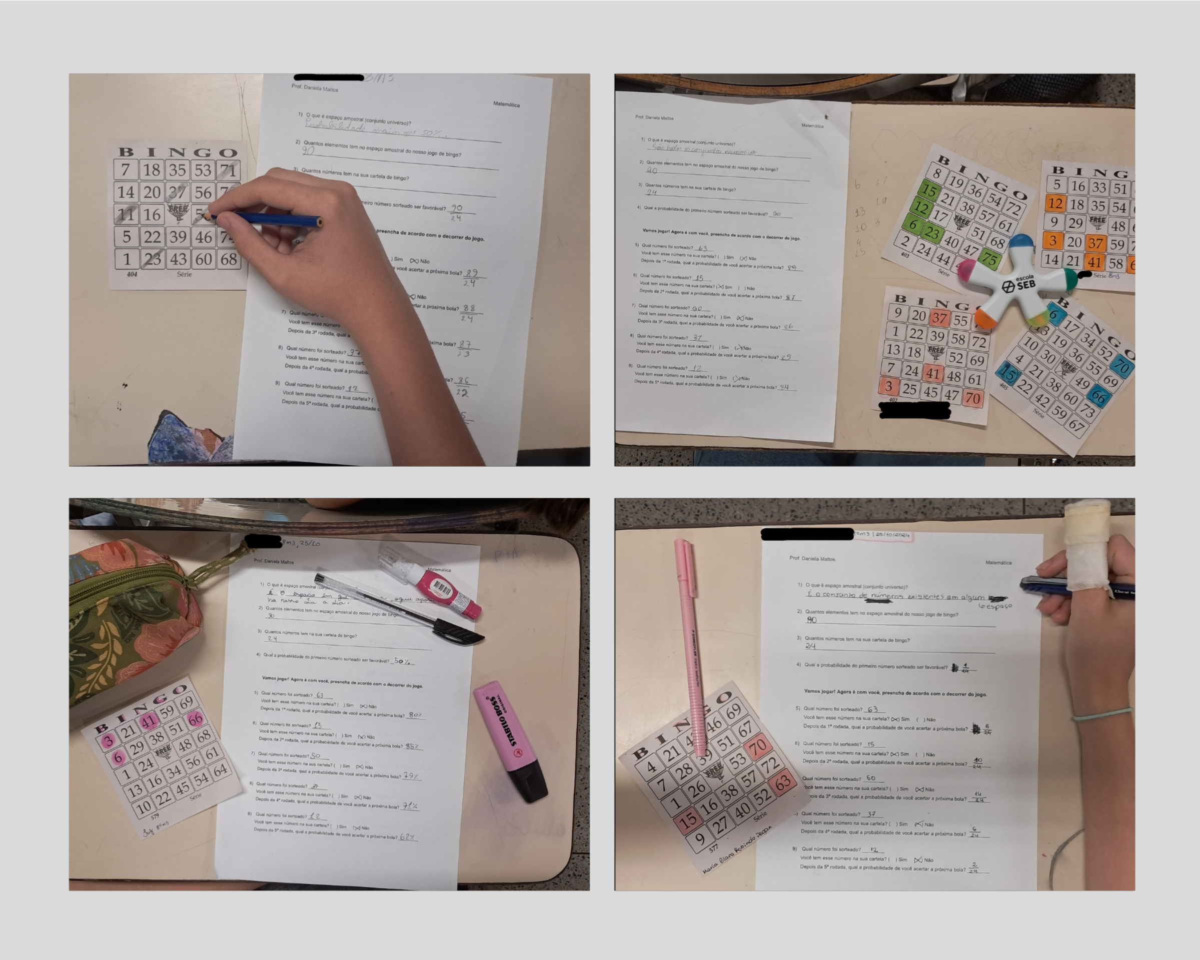
Fonte: Autor.

Figura 11 – Avaliação diagnóstica - Parte 04



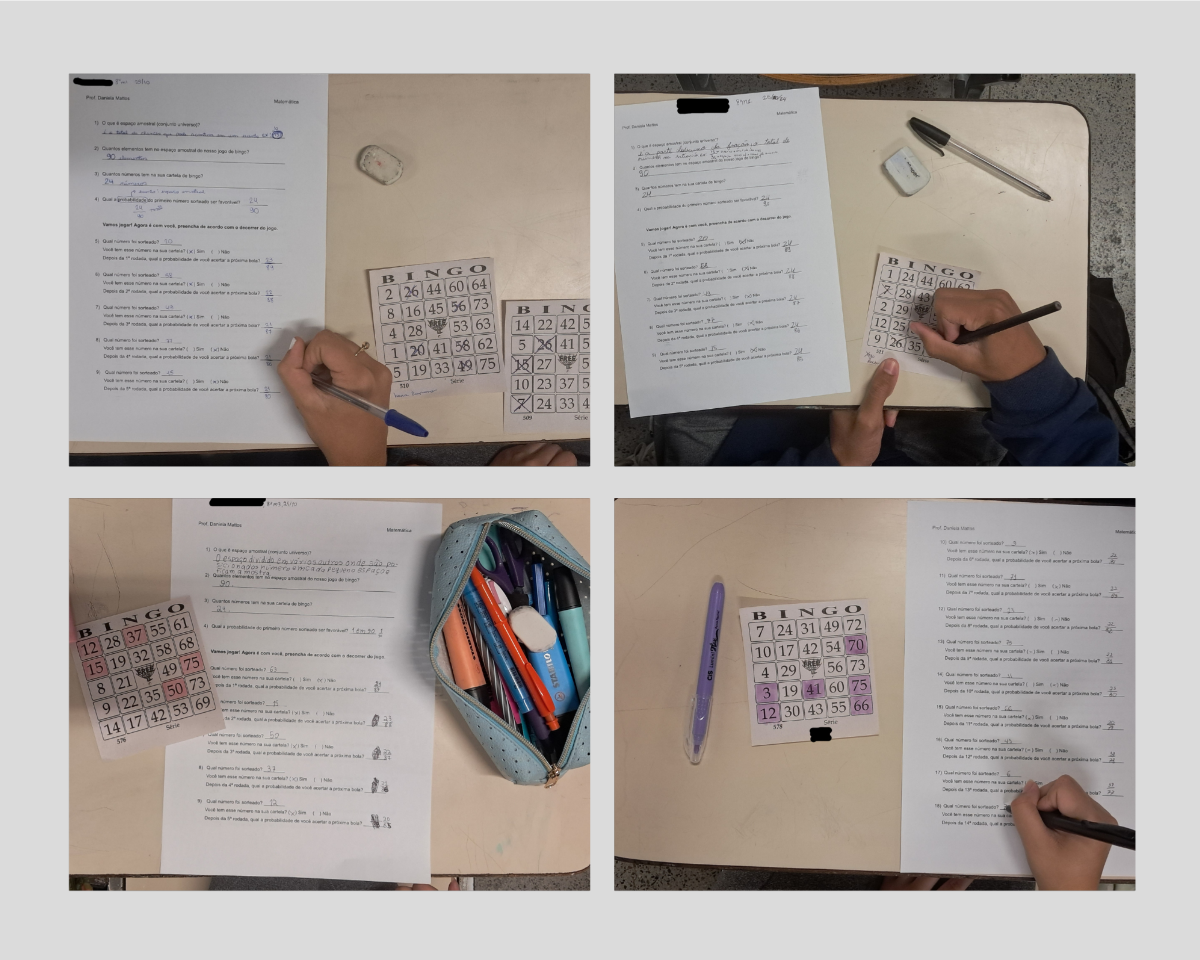
Fonte: Autor.

Figura 12 – Avaliação diagnóstica - Parte 05



Fonte: Autor.

Figura 13 – Avaliação diagnóstica - Parte 06



Fonte: Autor.

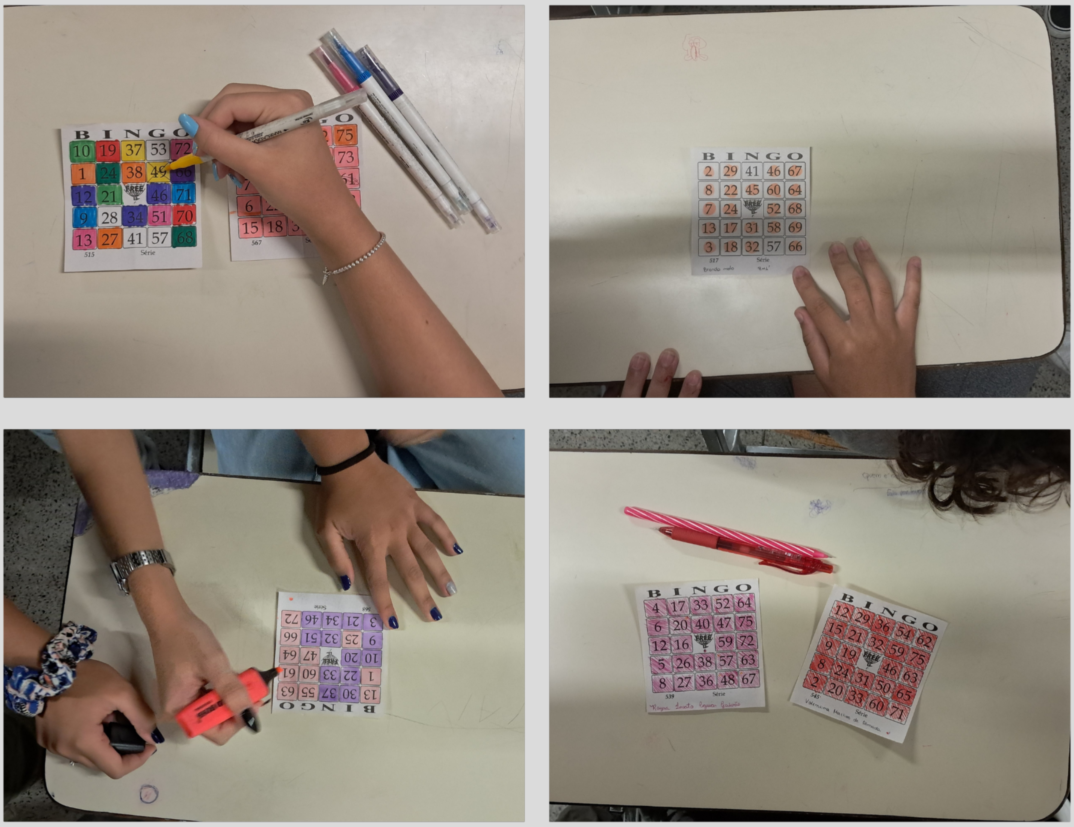
6.1.6 Jogo de Bingo Presencial

A sexta e última etapa visou promover a descontração e consolidar a aprendizagem em um ambiente mais leve e interativo. Os estudantes participaram de partidas de bingo com cartelas físicas, estimulando o trabalho em equipe e a aplicação prática dos conceitos aprendidos. As Figuras 14 e 15 são alguns dos registros desses momentos.

Figura 14 – Jogo de bingo - Parte 01

Fonte: Autor.

Figura 15 – Jogo de bingo - Parte 02



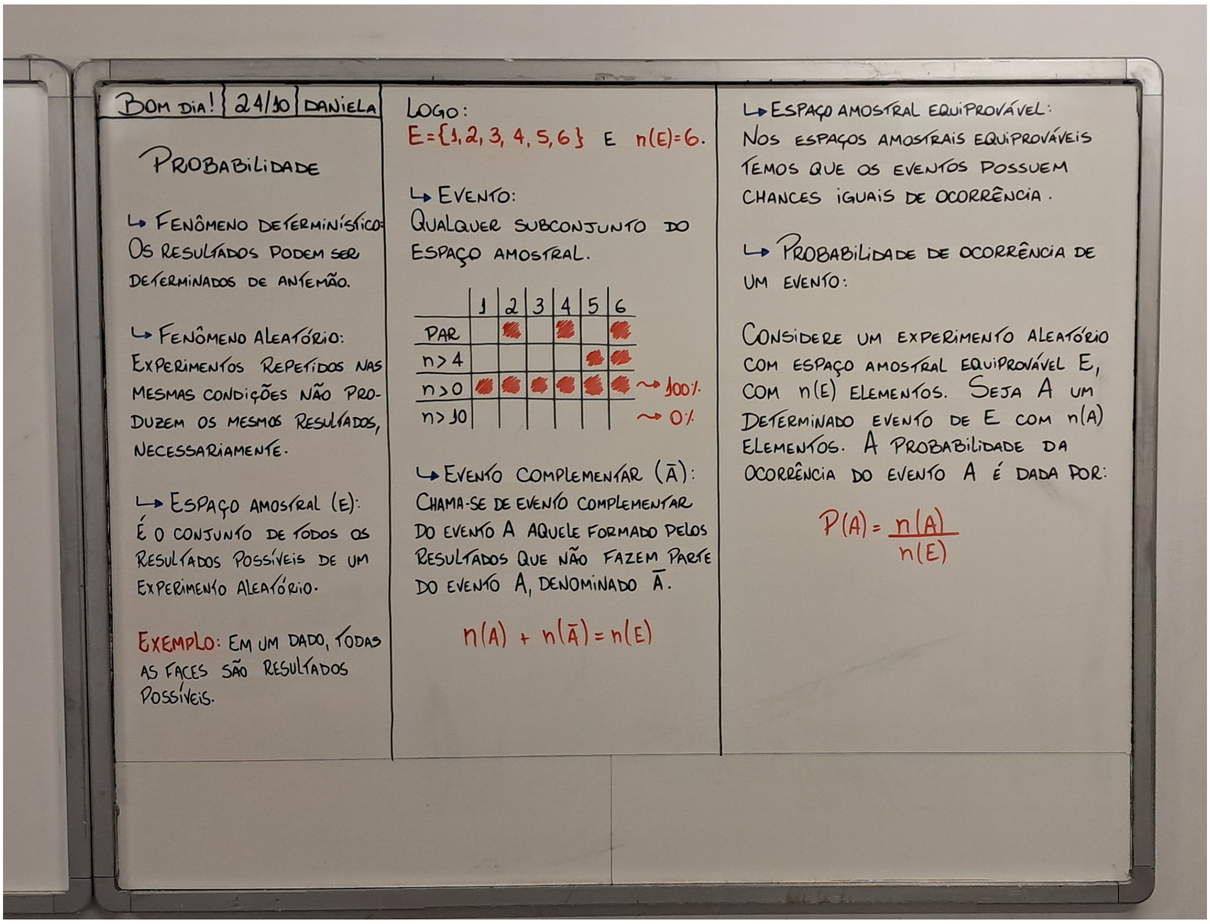
Fonte: Autor.

6.2 Análise e Comparação dos Métodos

A fim de comparação dos resultados, a avaliação diagnóstica foi aplicada em quatro turmas utilizando de três métodos. Um deles foi a aplicação integral da sequência didática, que foi nas turmas 8M1 e 8M2.

Outro método foi não aplicar a sequência didática e sim dar aula tradicional, usando anotações no quadro, mostrado na Figura 16, seguindo o livro didático da escola, e, após a apresentação do conceito dessa forma, aplicar a avaliação diagnóstica com o jogo do bingo, e isso foi feito na turma 8M4.

Figura 16 – Foto do quadro da aula dada na turma 8M4



Fonte: Autor.

O terceiro método foi não ter qualquer tipo de apresentação do conteúdo e aplicar direto a atividade escrita junto com o jogo do bingo, para avaliar o que os estudantes têm de conhecimento sobre o assunto dos anos anteriores, e foi feito assim no 8M3.

Os alunos do 8M1, 8M2 e 8M4 que faltaram as aulas teóricas não participaram da avaliação diagnóstica, mas foram liberados para participarem do jogo de bingo, apenas jogando e se divertindo na aula.

As turmas do 8M1 e do 8M2, que passaram por toda a sequência didática, demonstraram muita receptividade em todas etapas, participando ativamente de cada uma delas, se envolvendo, principalmente na etapa 3, no jogo da frequência do lançamento do dado. A turma 8M4 ficou ansiosa a todo momento pelo jogo do bingo, sempre questionando se já seria naquela aula ou não, pois já sabiam que ao final da apresentação teórica do conteúdo teríamos o jogo, enquanto durante as aulas teóricas eles não demonstraram interesse, ou nada diferente do que é normal sobre a reação deles sobre qualquer aula teórica de outros capítulos anteriores. A turma 8M3 já iniciou com a avaliação diagnóstica, que deveria ser realizada sem consulta, desde o primeiro minuto de aula, então não tiveram tempo de gerar expectativas sobre o jogo de bingo. Contudo, após a finalização da avaliação, puderam jogar e se divertir, igualmente qualquer outra turma.

Após a avaliação diagnóstica e a rodada decorrente dela, em todas as turmas foi usado mais uma aula para jogar bingo, dessa vez não foi aplicada nenhuma avaliação. Era proposto que algum estudante da sala não tivesse cartela e ficasse na urna, retirando as bolas de cada rodada. E assim todas as salas demonstraram interesse e divertimento pela atividade como um todo, principalmente pelo jogo de bingo no final.

As avaliações diagnósticas foram corrigidas por tópicos, sendo o Tópico 1 correspondente à pergunta 1 e o Tópico 2 às perguntas 5 a 18.

No Tópico 1, a pergunta "O que é espaço amostral?" foi avaliada de acordo com os seguintes critérios: respostas que estavam fora do esperado receberam a pontuação 0, enquanto aquelas que atendiam às expectativas foram pontuadas com 1. Respostas nas quais os estudantes confundiram os conceitos de espaço amostral com evento foram consideradas incorretas e pontuadas com 0. Por outro lado, respostas que demonstraram domínio conceitual, mesmo que apresentassem pouca formalidade na redação, foram consideradas corretas e pontuadas com 1.

Para o Tópico 2, a pergunta "Qual a probabilidade de você ter na sua cartela o próximo número sorteado?" foi repetida 14 vezes, proporcionando ao estudante múltiplas oportunidades de associação e ajuste de raciocínio ao longo da atividade. A pontuação para este tópico foi atribuída uma única vez, considerando todas as 14 perguntas. Caso o estudante tivesse respostas consistentes e conceitualmente corretas, foi atribuída a pontuação 1; em caso de respostas conceitualmente incorretas, foi atribuída a pontuação 0. Observou-se que, em algumas situações, os estudantes compreenderam o conceito, mas, devido à dinâmica descontraída do jogo de bingo, cometeram erros ocasionais, como na contagem das rodadas. Para esses casos, as respostas foram validadas como corretas e pontuadas com 1. Por outro lado, respostas que evidenciaram a ausência de domínio conceitual, como a inversão do numerador e denominador ou respostas com numeradores sempre iguais a 1, foram pontuadas com 0.

Para preservar o anonimato dos participantes, as folhas de respostas foram numeradas (1, 2, 3, ...) para substituir o nome dos estudantes. Nas fotografias das atividades, os nomes foram ocultados para garantir a confidencialidade.

As Tabelas 5 e 6 contém a correção das turmas 8M1 e 8M2, que realizaram todas as etapas da sequência didática.

Tabela 5 – Desempenho da Turma 8M1

TURMA 8M1	TÓPICO 1	TÓPICO 2
Estudante 1	1	1
Estudante 2	1	0
Estudante 3	1	0
Estudante 4	0	1
Estudante 5	0	1
Estudante 6	1	1
Estudante 7	1	1
Estudante 8	1	1
Estudante 9	1	1
Estudante 10	1	1
Estudante 11	1	1
Estudante 12	1	1
Estudante 13	0	1
Estudante 14	1	1
Estudante 15	1	1
Estudante 16	1	1
Estudante 17	0	1
Estudante 18	0	1
Estudante 19	1	1
Estudante 20	1	1
Aproveitamento	**75,00%**	**90,00%**

Tabela 6 – Desempenho da Turma 8M2

TURMA 8M2	TÓPICO 1	TÓPICO 2
Estudante 1	1	1
Estudante 2	1	1
Estudante 3	0	1
Estudante 4	1	1
Estudante 5	0	1
Estudante 6	1	1
Estudante 7	0	1
Estudante 8	0	1
Estudante 9	1	1
Estudante 10	1	1
Estudante 11	0	1
Estudante 12	1	1
Estudante 13	1	1
Estudante 14	0	1
Estudante 15	1	1
Estudante 16	1	1
Estudante 17	1	1
Estudante 18	1	1
Estudante 19	1	1
Estudante 20	1	1
Estudante 21	1	1
Estudante 22	1	1
Estudante 23	1	1
Estudante 24	1	1
Estudante 25	1	1
Aproveitamento	**76,00%**	**100,00%**

Na Tabela 7 é apresentada a correção da turma 8M4, que não participou da sequência didática e teve aula expositiva tradicional, com o conteúdo apresentado no quadro, seguido da realização da avaliação diagnóstica utilizando o jogo de bingo.

Tabela 7 – Desempenho da Turma 8M4

TURMA 8M4	**TÓPICO 1**	**TÓPICO 2**
Estudante 1	1	0
Estudante 2	0	0
Estudante 3	0	0
Estudante 4	0	1
Estudante 5	1	0
Estudante 6	0	0
Estudante 7	0	0
Estudante 8	1	0
Estudante 9	0	0
Estudante 10	0	0
Estudante 11	0	0
Estudante 12	0	1
Estudante 13	1	1
Estudante 14	1	1
Estudante 15	0	1
Estudante 16	0	1
Estudante 17	0	1
Estudante 18	1	1
Estudante 19	1	1
Estudante 20	1	1
Estudante 21	1	1
Estudante 22	0	1
Estudante 23	0	1
Aproveitamento	**39,13%**	**56,52%**

E na Tabela 8 é apresentada a correção da turma 8M3, que não teve qualquer interação prévia com o conteúdo ao longo do 8º ano e participou da avaliação diagnóstica utilizando o jogo de bingo com o objetivo de avaliar os conhecimentos adquiridos em anos anteriores.

Tabela 8 – Desempenho da Turma 8M3

TURMA 8M3	TÓPICO 1	TÓPICO 2
Estudante 1	0	0
Estudante 2	0	0
Estudante 3	0	0
Estudante 4	0	0
Estudante 5	0	0
Estudante 6	0	0
Estudante 7	0	0
Estudante 8	0	0
Estudante 9	0	0
Estudante 10	0	0
Estudante 11	0	1
Estudante 12	1	1
Estudante 13	0	0
Estudante 14	0	0
Estudante 15	0	0
Estudante 16	1	0
Estudante 17	0	0
Estudante 18	0	0
Estudante 19	0	0
Estudante 20	0	0
Estudante 21	0	0
Estudante 22	0	0
Estudante 23	0	0
Estudante 24	0	0
Estudante 25	1	0
Estudante 26	0	0
Estudante 27	0	1
Estudante 28	1	1
Estudante 29	0	1
Estudante 30	0	1
Estudante 31	0	1
Aproveitamento	**12,90%**	**22,58%**

Com os dados tabulados, algumas avaliações que as respostas se destacaram por algum motivo, seja por sua incoerência ou erros recorrentes, serão apresentada a seguir.

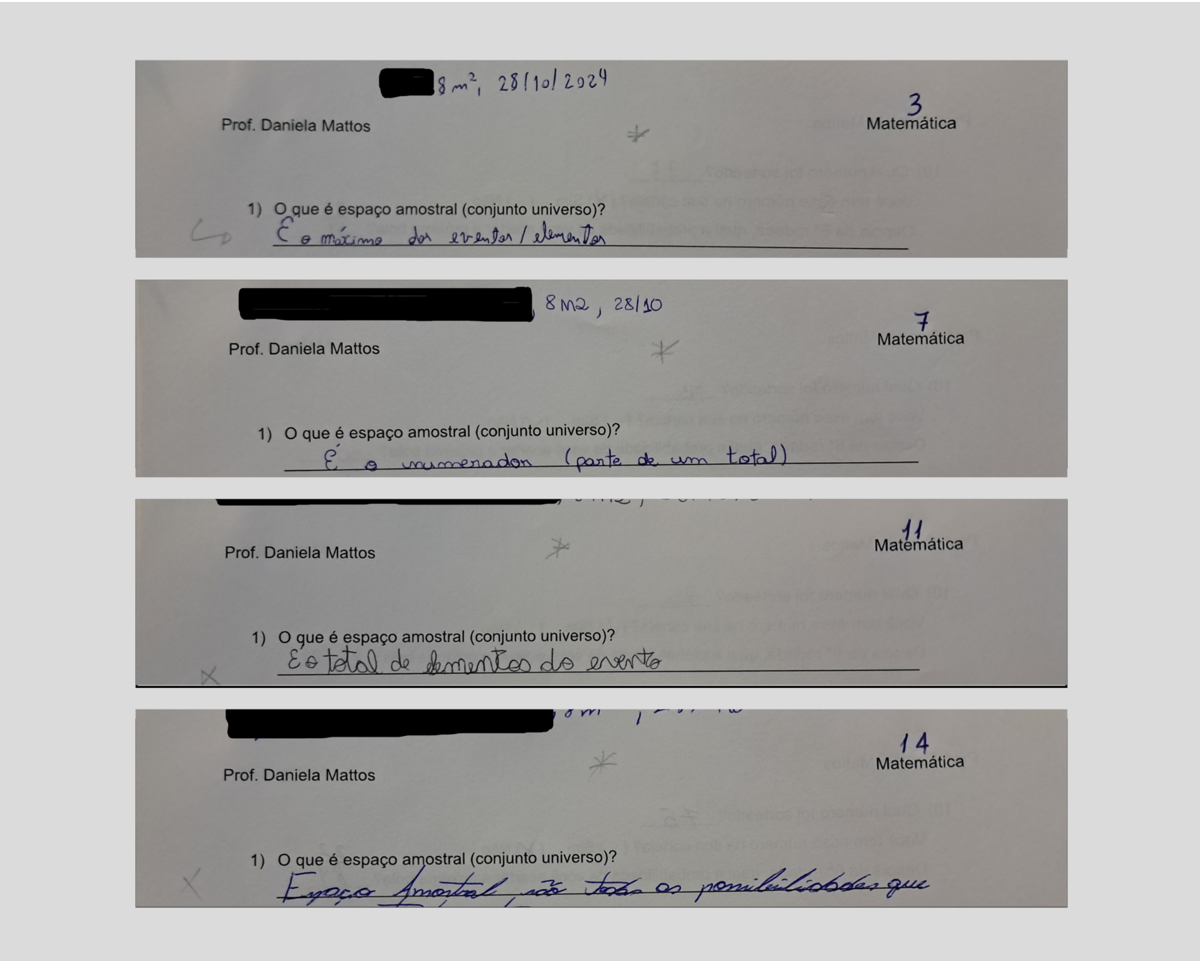
Sobre o Tópico 1 da análise dos dados, na turma 8M1, não houve respostas que chamaram atenção de forma significativa. Contudo, ao analisar a turma 8M2, que seguiu a mesma trajetória didática, diversos exemplos se destacaram.

Na pergunta 1: "O que é espaço amostral?", algumas respostas evidenciaram uma falta de domínio do conceito, atribuindo erroneamente ao espaço amostral o significado de evento. Essas respostas foram agrupadas como Grupo 1, e incluem:

- Estudante 3: "É o máximo dos eventos/elementos."
- Estudante 7: "É o numerador (parte de um total)."
- Estudante 11: "É o total de elementos do evento."
- Estudante 14: "Espaço amostral são todas as possibilidades que um evento demonstra."

A Figura 17 contém as fotos dessas avaliações.

Figura 17 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M2: Grupo 1



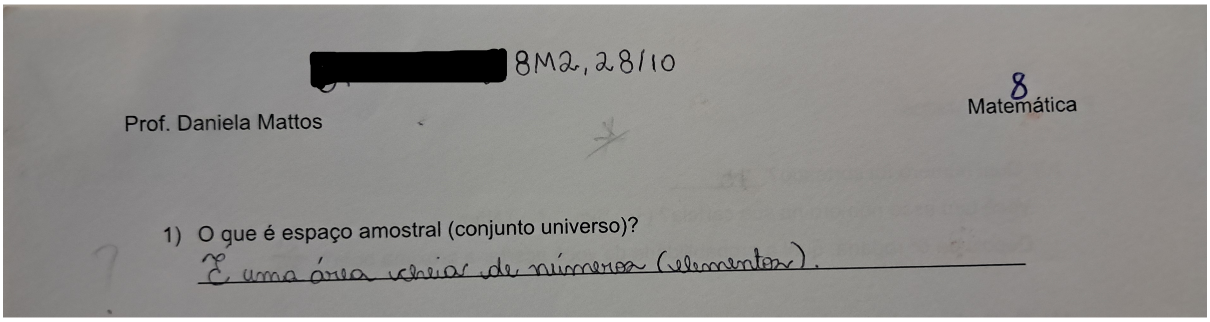
Fonte: Autor.

Outras respostas, vagas e imprecisas, mostraram-se duvidosas, dificultando a compreensão do que o aluno pretendia expressar. Essas respostas foram agrupadas como Grupo 2, como exemplificado a seguir:

- Estudante 8: "É uma área cheia de números (elementos)."

A Figura 18 é uma foto dessa avaliação.

Figura 18 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M2: Grupo 2



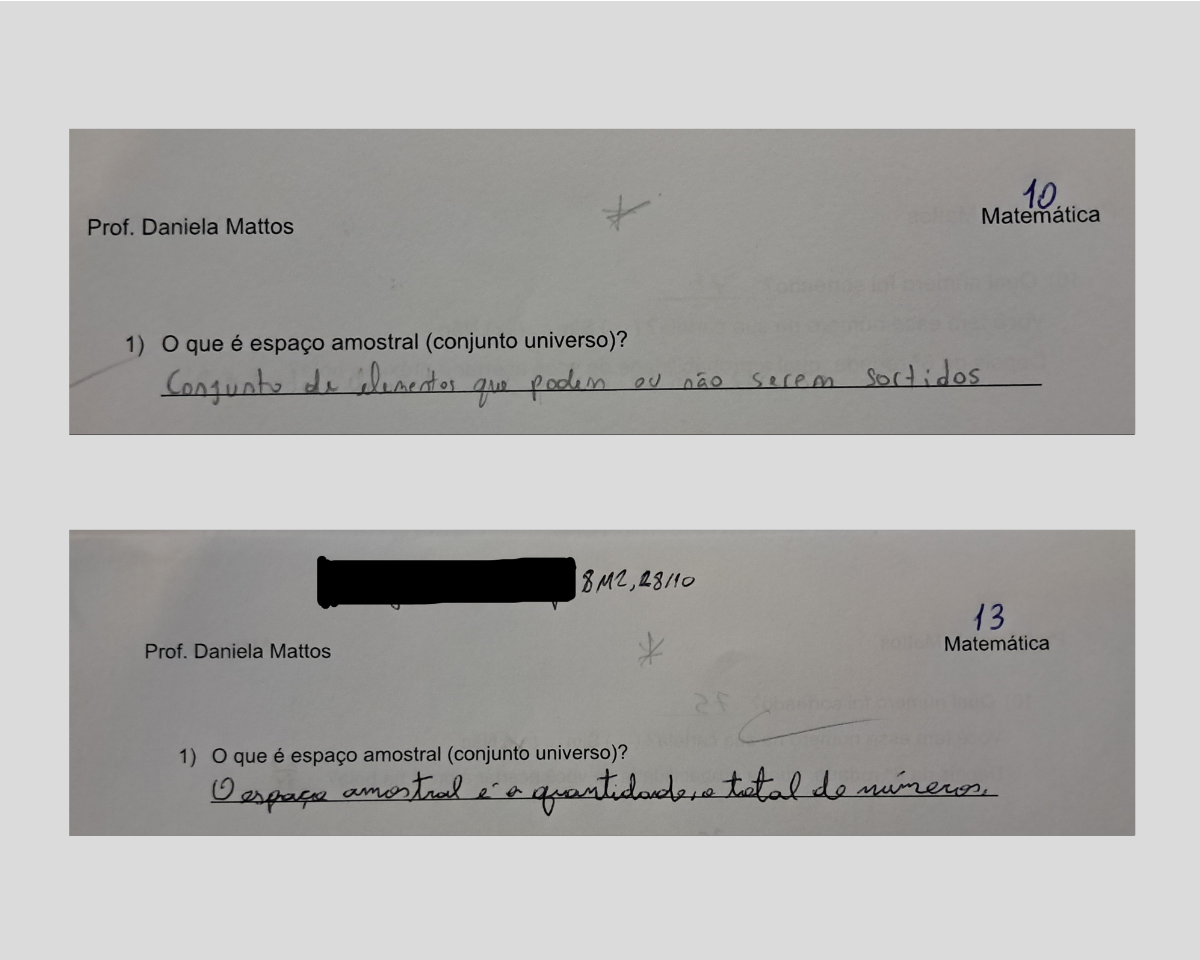
Fonte: Autor.

Por outro lado, algumas respostas, embora informais, indicaram compreensão do conceito, demonstrando que o aluno, apesar de não se expressar formalmente, tinha domínio do conteúdo. Essas respostas foram agrupadas como Grupo 3, com exemplos como:

- Estudante 10: "Conjunto de elementos que podem ou não ser sorteados."
- Estudante 13: "O espaço amostral é a quantidade total de números."

  A Figura 19 contém as fotos dessas avaliações.

Figura 19 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M2: Grupo 3



Fonte: Autor.

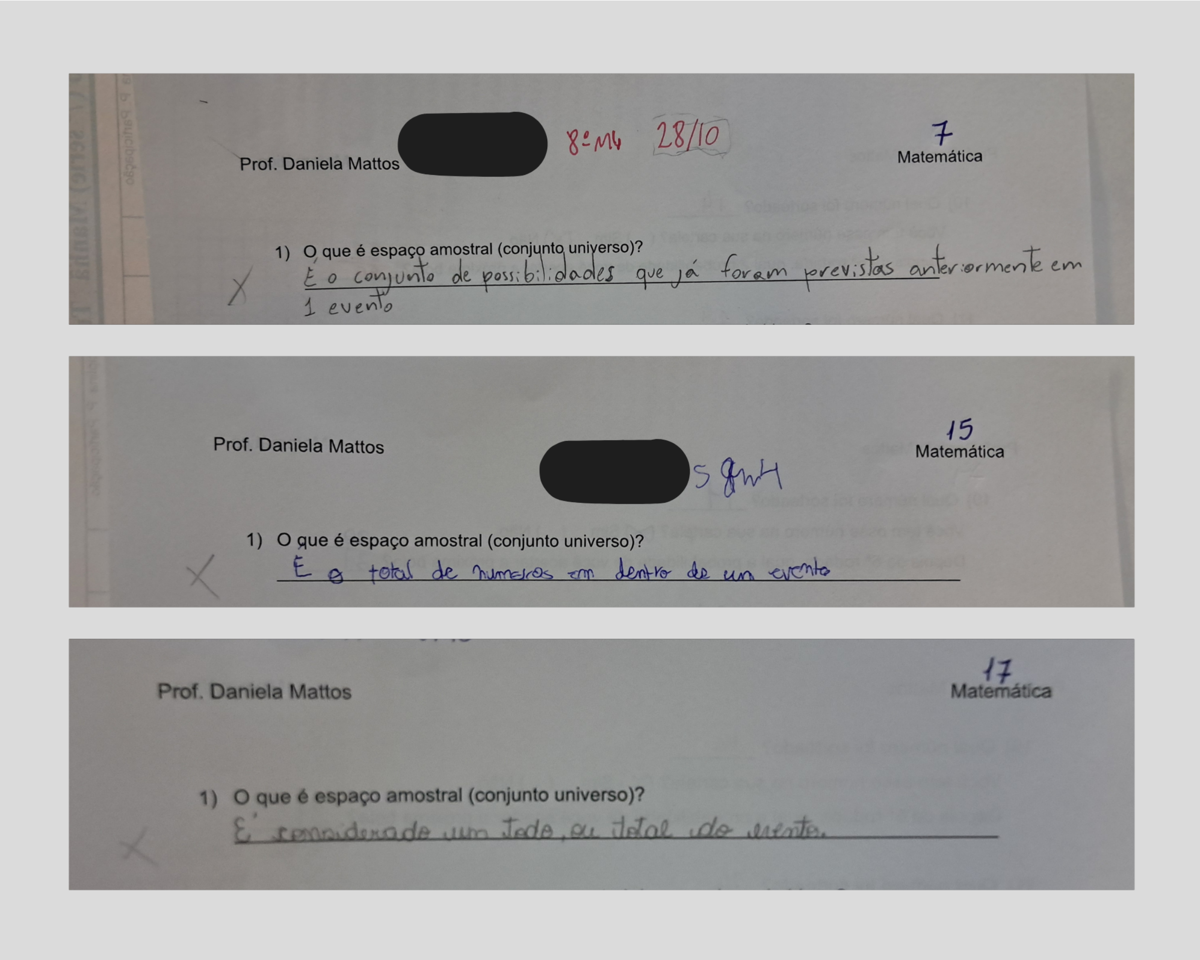
Na turma 8M4, que não participou da sequência didática, mas teve uma aula expositiva antes da avaliação, as respostas seguiram a mesma divisão de grupos.

Grupo 1:

- Estudante 7: "É o conjunto de possibilidades que já foram previstas anteriormente em um evento."
- Estudante 15: "É o total de números dentro de um evento."
- Estudante 17: "É considerado um todo, ou total do evento."

A Figura 20 contém as fotos dessas avaliações.

Figura 20 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M4: Grupo 1



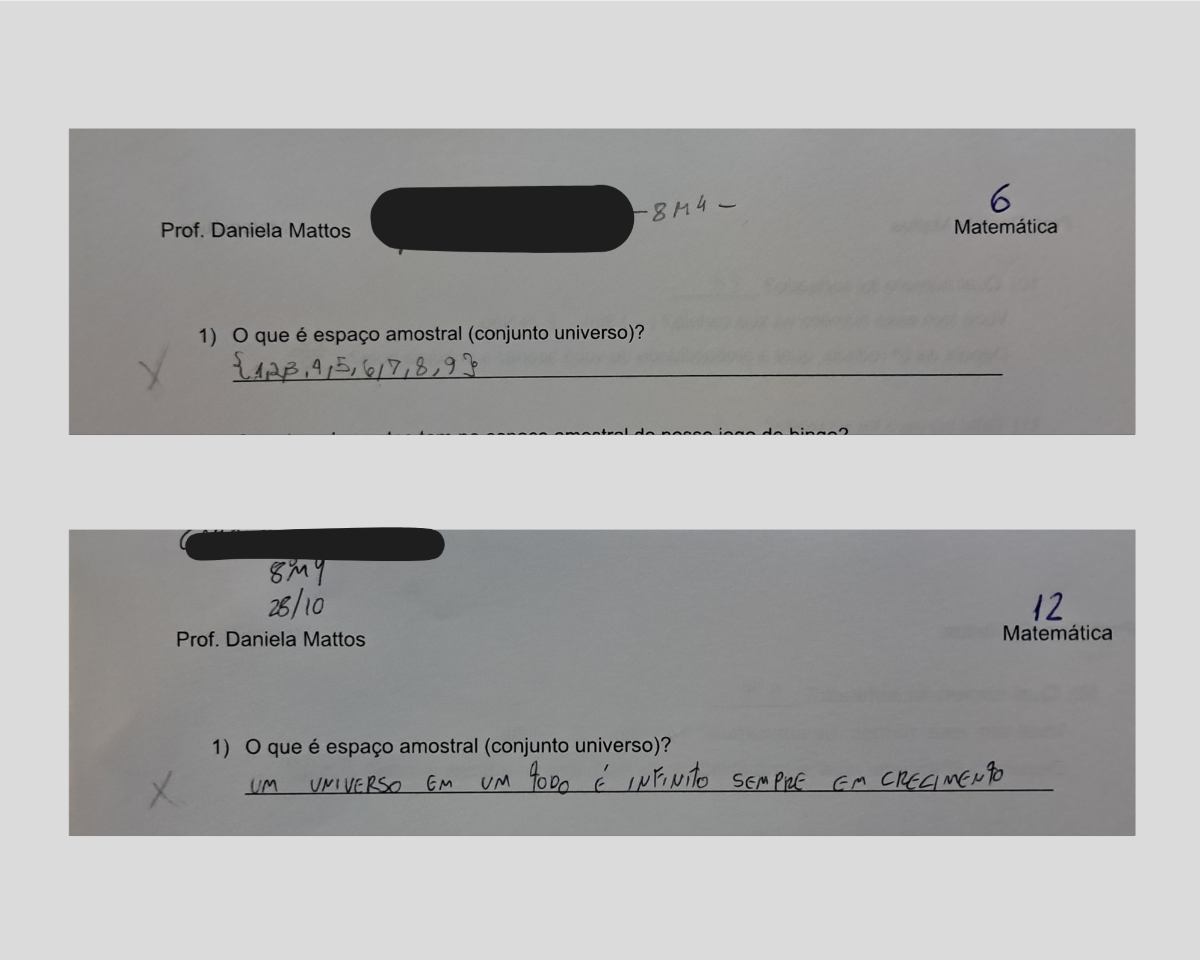
Fonte: Autor.

Grupo 2:

- Estudante 6: "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9"
- Estudante 12: "Um universo em um todo é um infinito sempre em crescimento."

A Figura 21 contém as fotos dessas avaliações.

Figura 21 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M4: Grupo 2



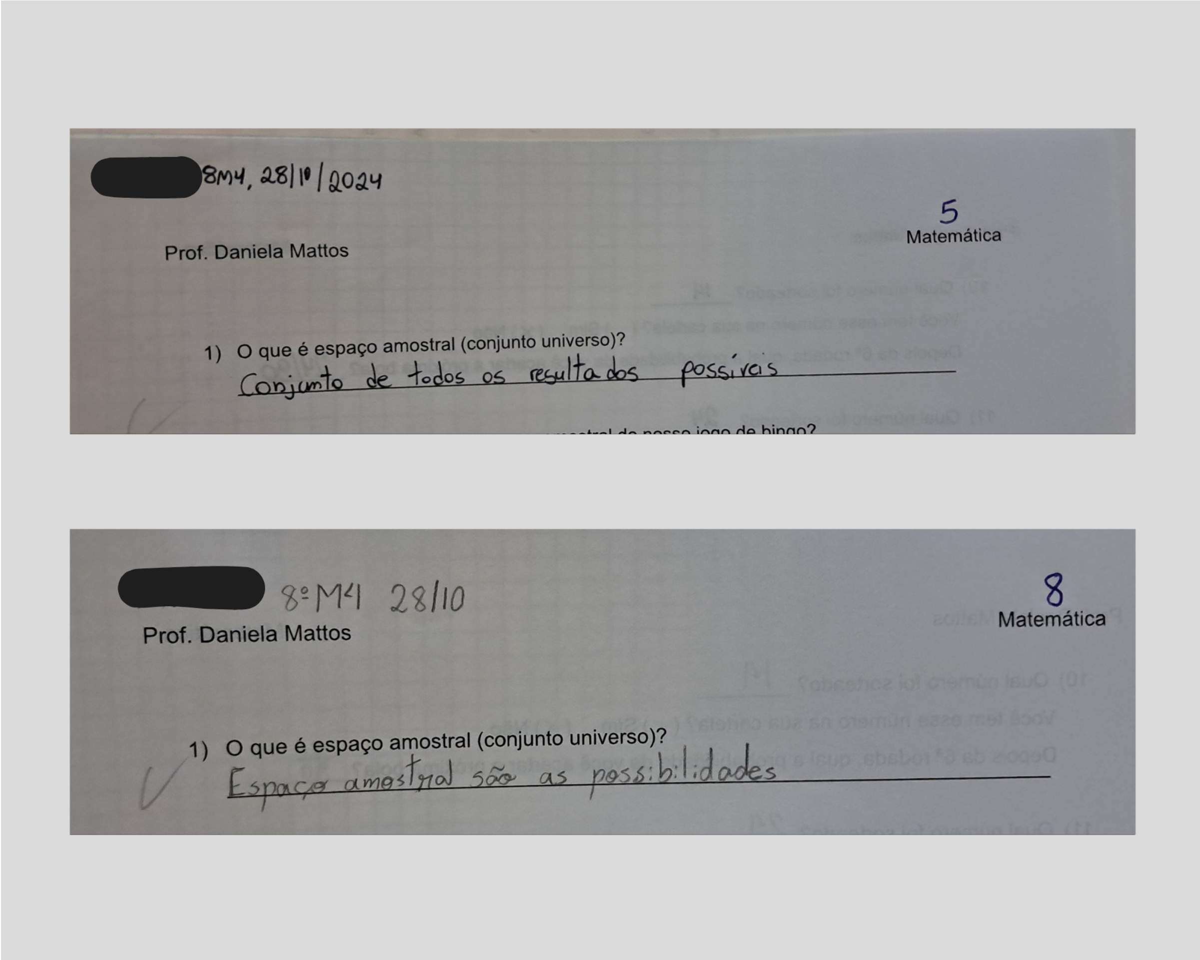
Fonte: Autor.

Grupo 3:

- Estudante 5: "Conjunto de todos os resultados possíveis."
- Estudante 8: "Espaço amostral são as possibilidades."

A Figura 22 contém as fotos dessas avaliações.

Figura 22 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M4: Grupo 3



Fonte: Autor.

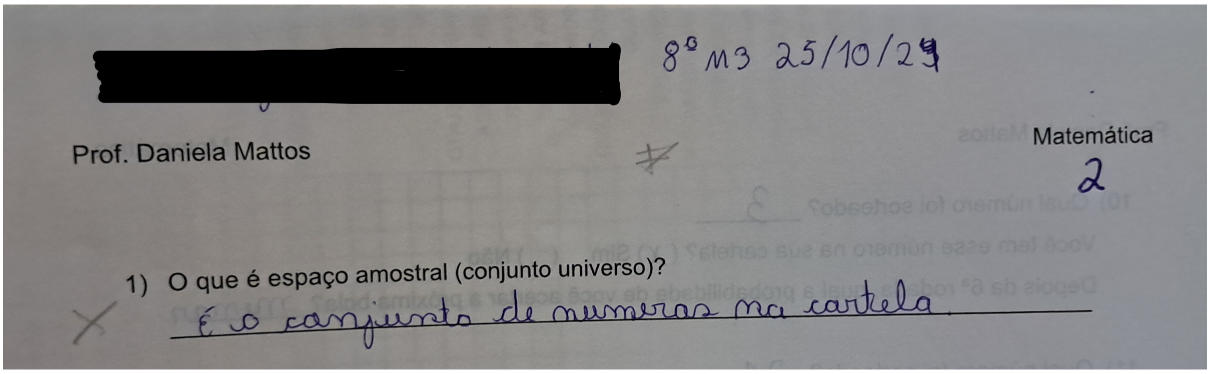
Por fim, a turma 8M3, que não teve nenhuma preparação antes da avaliação também tiveram suas respostas destacadas com a mesma separação de grupos.

Grupo 1:

- Estudante 2: "É o conjunto de números na cartela."

A Figura 23 é a foto dessa avaliação.

Figura 23 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M3: Grupo 1



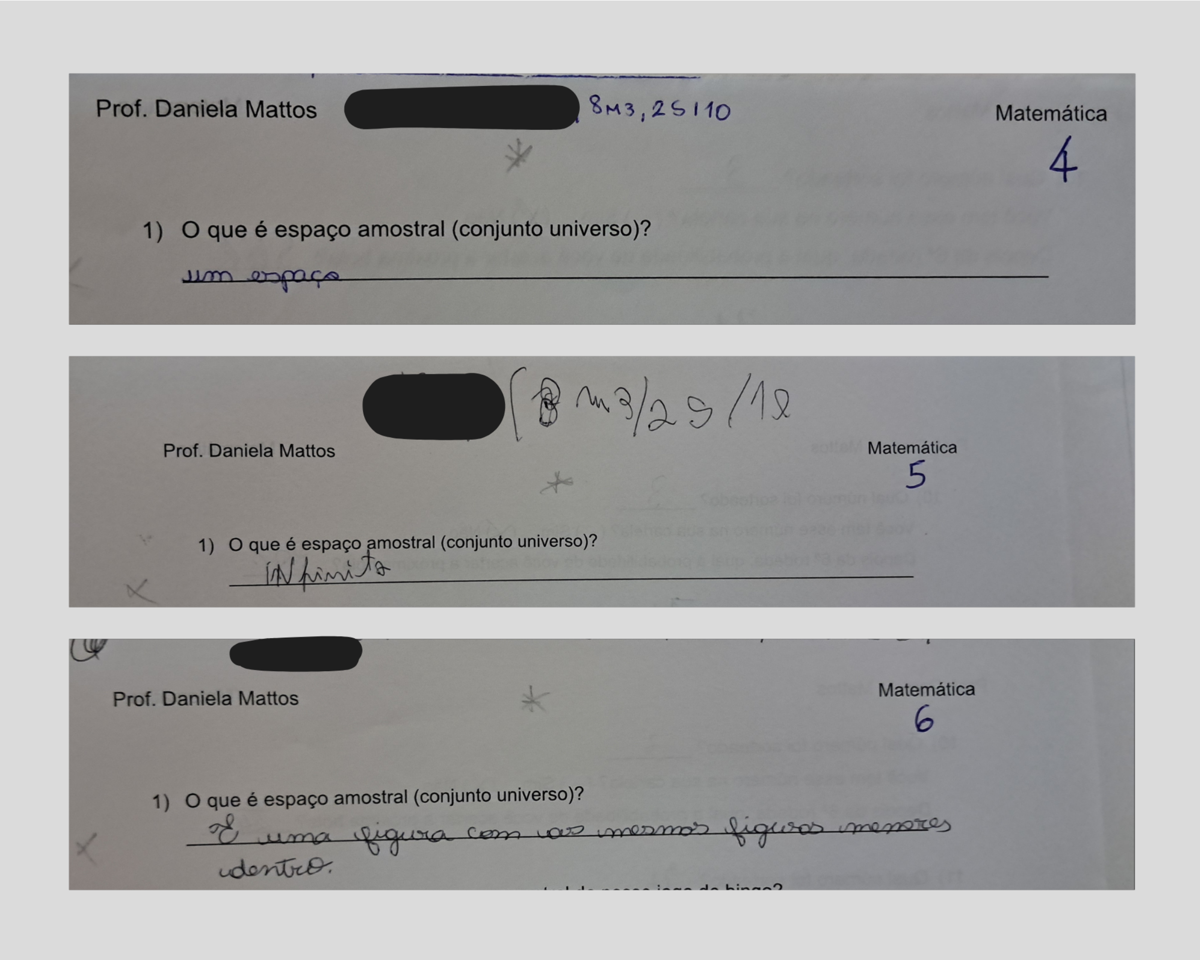
Fonte: Autor.

Grupo 2:

- Estudante 4: "Um espaço."
- Estudante 5: "Infinito."
- Estudante 6: "É uma figura com as mesmas figuras menores dentro."
- Estudante 7: "Quantos espaços tem em um determinado local."
- Estudante 8: "É o espaço em que vivemos, o que aparece no nosso dia a dia."
- Estudante 9: "Conjunto de coisas no mesmo lugar."
- Estudante 13: "Um espaço em que todo mundo consegue ver (amostra)."
- Estudante 14: "O universo."
- Estudante 22: "Probabilidade maior que 50

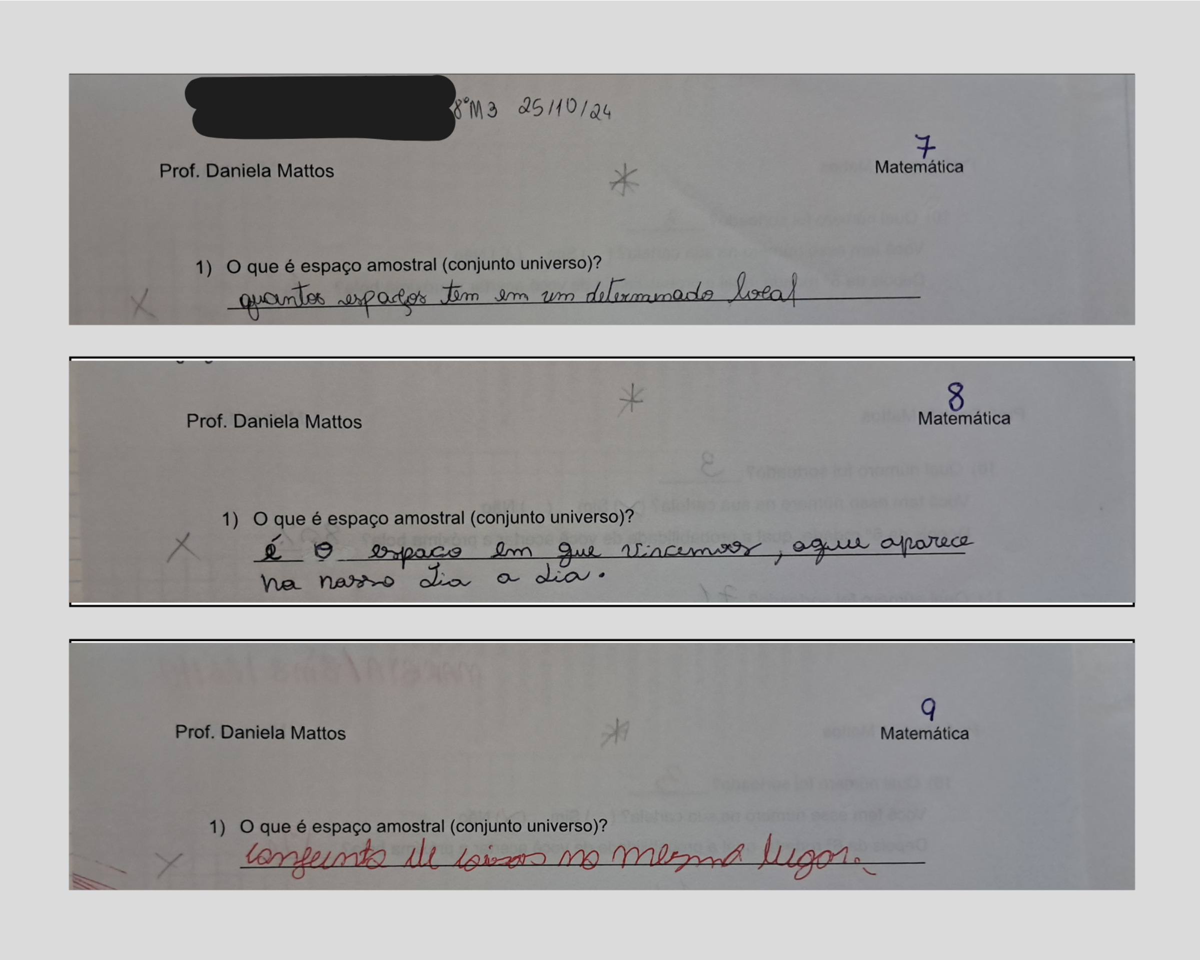
As Figuras 24, 25 e 26 contêm as fotos dessas avaliações.

Figura 24 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M3: Grupo 2 - Parte 01



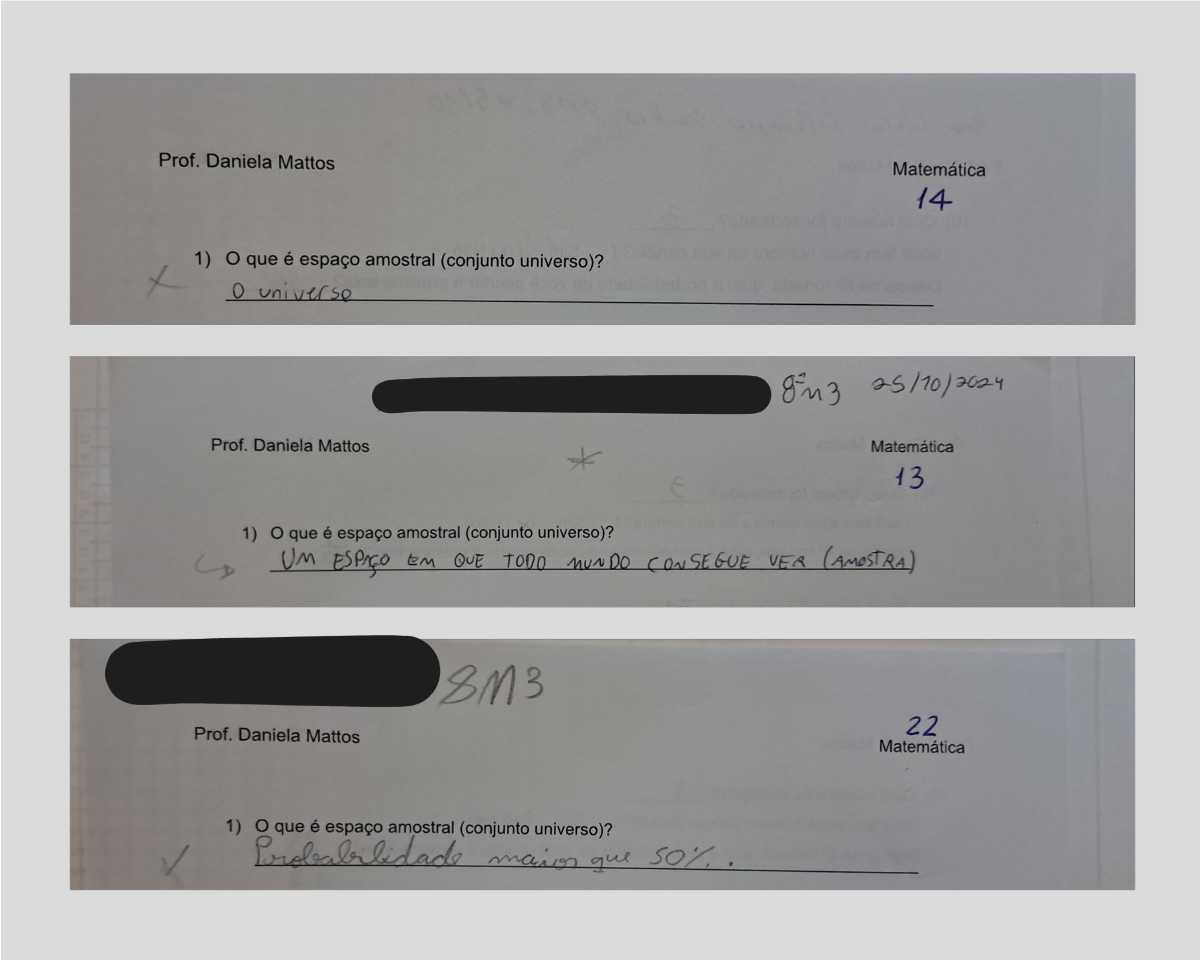
Fonte: Autor.

Figura 25 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M3: Grupo 2 - Parte 02



Fonte: Autor.

Figura 26 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M3: Grupo 2 - Parte 03



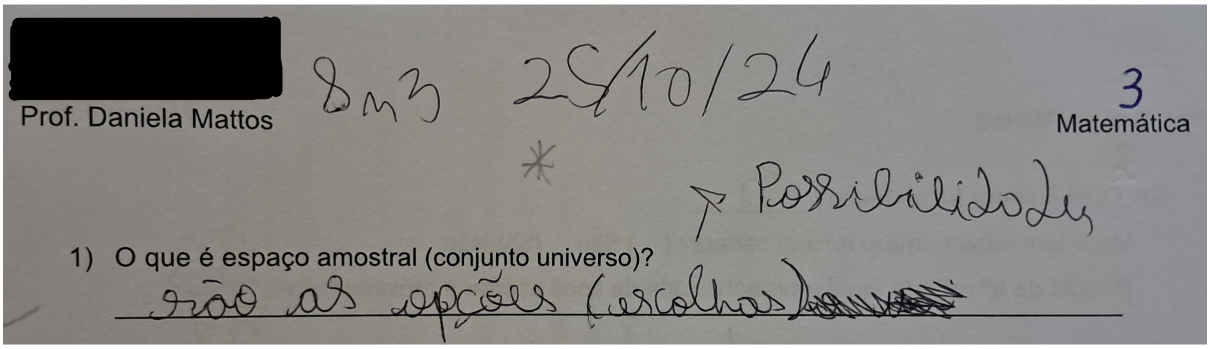
Fonte: Autor.

Grupo 3:

- Estudante 3: "São as opções (escolhas) -> possibilidades"

A Figura 27 é a foto dessa avaliação.

Figura 27 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 1 - 8M3: Grupo 3



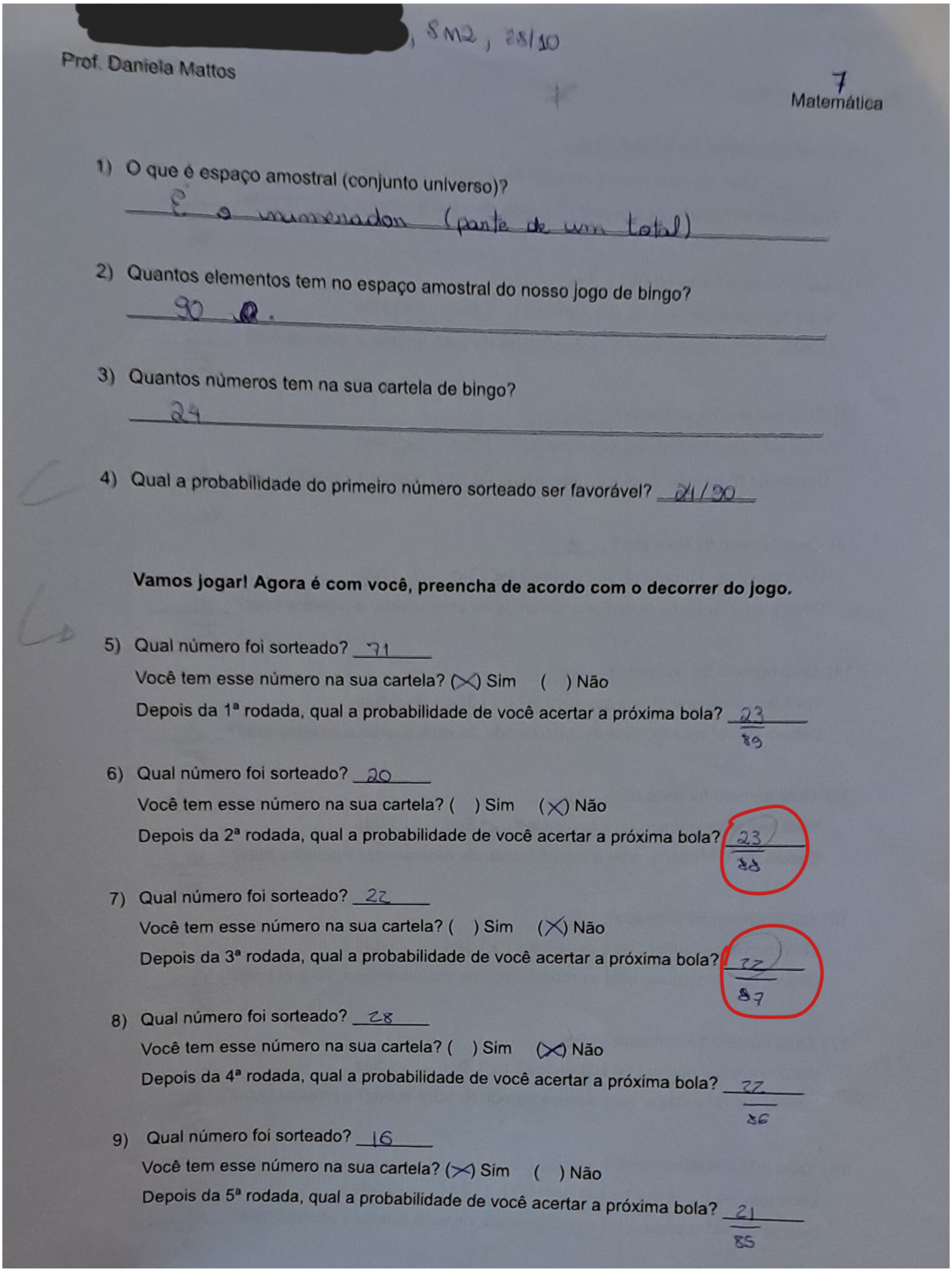
Fonte: Autor.

Sobre o Tópico 2, constatou-se que alguns estudantes demonstraram domínio conceitual acerca do conteúdo abordado em suas respostas, ainda que tenham incorrido em erros. Considerando o cenário, os equívocos foram interpretados como lapsos procedimentais e os exercícios foram classificados como corretos, uma vez que as respostas evidenciaram compreensão satisfatória dos conceitos trabalhados.

Para exemplificar, são apresentadas as respostas do Estudante 7, pertencente à turma 8M2 nas Figuras 28 e 29. Observa-se que, de modo geral, ele demonstra compreensão adequada quanto aos procedimentos relacionados à redução do numerador, considerando ter ou não ter o número sorteado em sua cartela, bem como à progressiva redução do denominador ao longo de cada rodada do jogo, independentemente da sua cartela. Contudo, ele cometeu alguns erros pontuais, os quais foram destacados nas imagens para análise.

No que tange ao perfil comportamental do estudante, trata-se de um aluno extrovertido, que frequentemente interage com seus pares. Durante o jogo não foi diferente, manifestou-se por meio de brincadeiras com os colegas, celebrações entusiásticas quando o número sorteado pertencia à sua cartela e torcia pela possibilidade de ganhar o prêmio. Esses comportamentos, embora positivos na proposta da atividade, podem ter influenciado sua capacidade de concentração. Apesar disso, ao analisar o conjunto de suas respostas, é possível inferir que o estudante detinha entendimento do conteúdo e era capaz de realizar a atividade corretamente, reforçando a hipótese de que os erros foram ocasionais e não decorrentes de dificuldades conceituais.

Figura 28 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Desatenção - Parte 01



[redacted], 8M2, 28/10

Prof. Daniela Mattos

7

Matemática

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?

É o numerador (parte de um total)

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?

90 Q.

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?

24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 24/90

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 71

Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não

Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 23/89

6) Qual número foi sorteado? 20

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 23/88

7) Qual número foi sorteado? 22

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 22/87

8) Qual número foi sorteado? 28

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 22/86

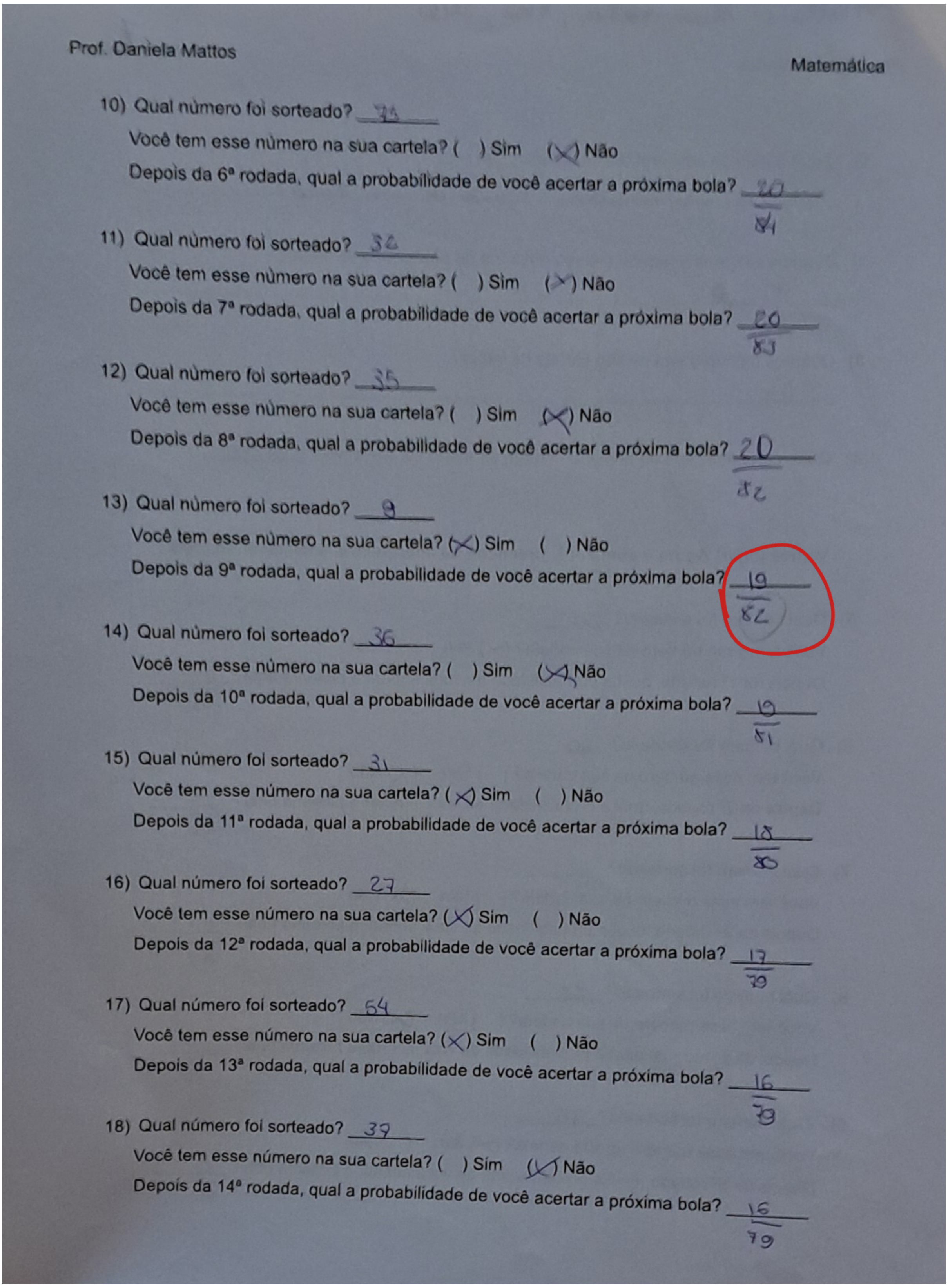
9) Qual número foi sorteado? 16

Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não

Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 21/85

Fonte: Autor.

Figura 29 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Desatenção - Parte 02



Prof. Daniela Mattos

Matemática

10) Qual número foi sorteado? 75
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 6ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 20/84

11) Qual número foi sorteado? 36
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 7ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 20/83

12) Qual número foi sorteado? 35
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 8ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 20/82

13) Qual número foi sorteado? 9
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 9ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 19/82

14) Qual número foi sorteado? 36
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 10ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 19/81

15) Qual número foi sorteado? 31
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 11ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 18/80

16) Qual número foi sorteado? 27
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 12ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 17/79

17) Qual número foi sorteado? 54
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 13ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 16/79

18) Qual número foi sorteado? 39
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 14ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 16/79

Fonte: Autor.

De maneira semelhante ao observado com o Estudante 7, outros também apresentaram esses mesmos padrões de erro, caracterizados por equívocos pontuais que não comprometem a compreensão geral dos conceitos. Quando percebido que as respostas demonstram domínio conceitual, mesmo quando acompanhadas de pequenos erros interpretados como ocasionais ou resultantes de distrações contextuais, é atribuído a pontuação 1.

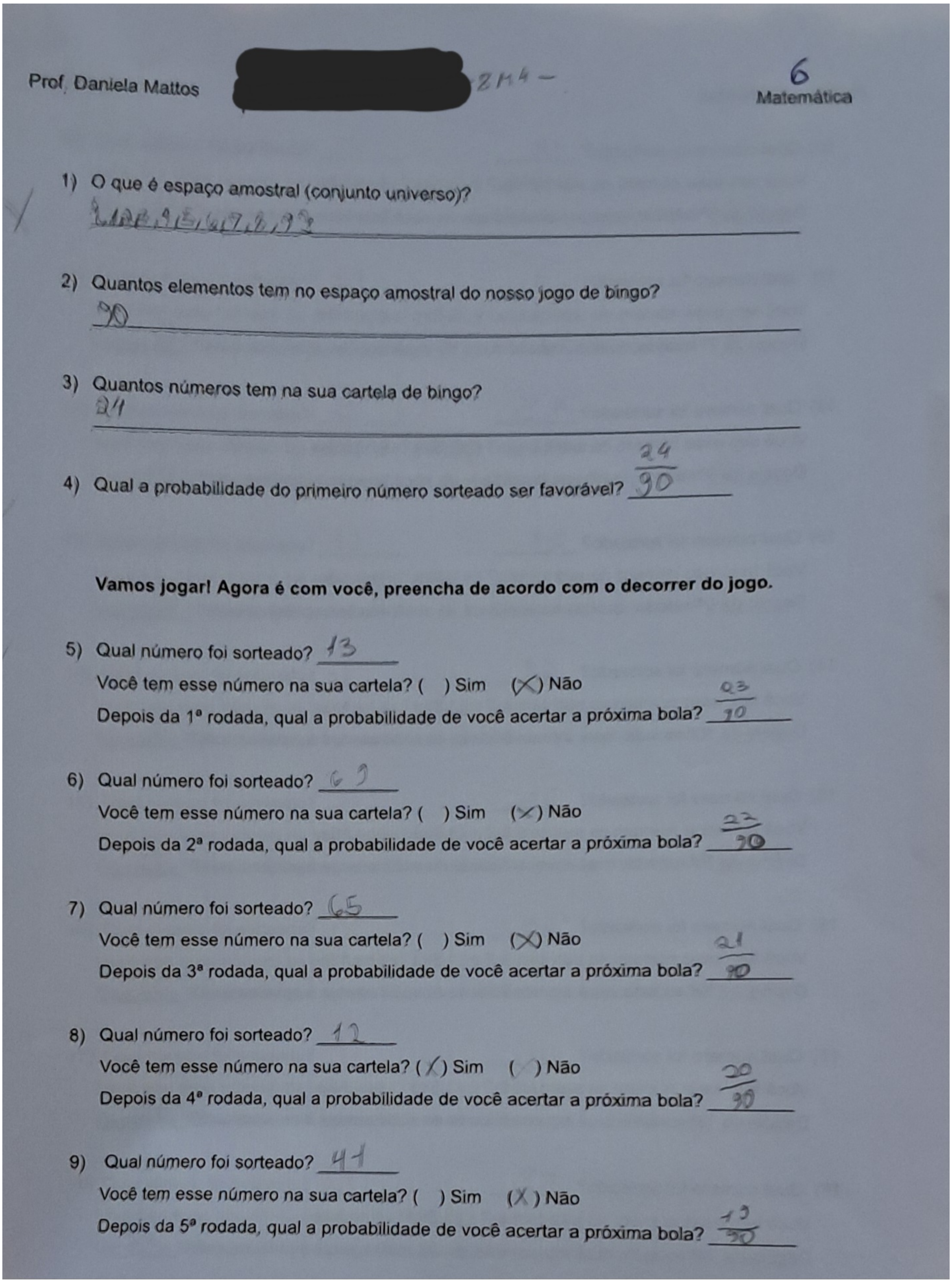
Essa uniformidade na correção reflete o compromisso no processo deste trabalho, reconhecendo o entendimento conceitual como o elemento central a ser valorizado. Tal abordagem também permite identificar fatores extrínsecos, como dinâmica de interação ou ambiente de realização da atividade, que podem influenciar o desempenho dos estudantes, sem que esses fatores comprometam a avaliação de suas competências e habilidades adquiridas.

Em relação à turma 8M4, foram constatados erros sistemáticos que se diferem daqueles observados anteriormente na turma 8M2. Esses erros, em sua maioria, evidenciam lacunas conceituais, indicando que os estudantes não compreenderam adequadamente o cálculo da probabilidade de eventos consecutivos e dependentes. Um dos principais equívocos identificados foi a repetição do mesmo denominador a cada nova rodada, desconsiderando que, no contexto do jogo, o espaço amostral se reduz progressivamente à medida que números são sorteados, conforme a história do jogo é construída.

Outro erro frequente envolveu a redução do numerador a cada rodada, mesmo quando o número sorteado não estava presente na cartela. Essa prática demonstra uma compreensão equivocada do evento, já que o numerador só deveria ser alterado em situações em que as opções favoráveis diminuem.

As Figuras 30, 31 e 32 exemplificam esses erros. Esses exemplos reforçam a necessidade de intervenções pedagógicas voltadas para o fortalecimento do entendimento conceitual sobre a dinâmica de probabilidades.

Figura 30 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erro comum na turma 8M4 - Parte 01



Prof. Daniela Mattos [redacted] 8M4 – 6

Matemática

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
{1,2,3,4,5,6,7,8,9}

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? $\frac{24}{90}$

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 13
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{23}{90}$

6) Qual número foi sorteado? 69
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{22}{90}$

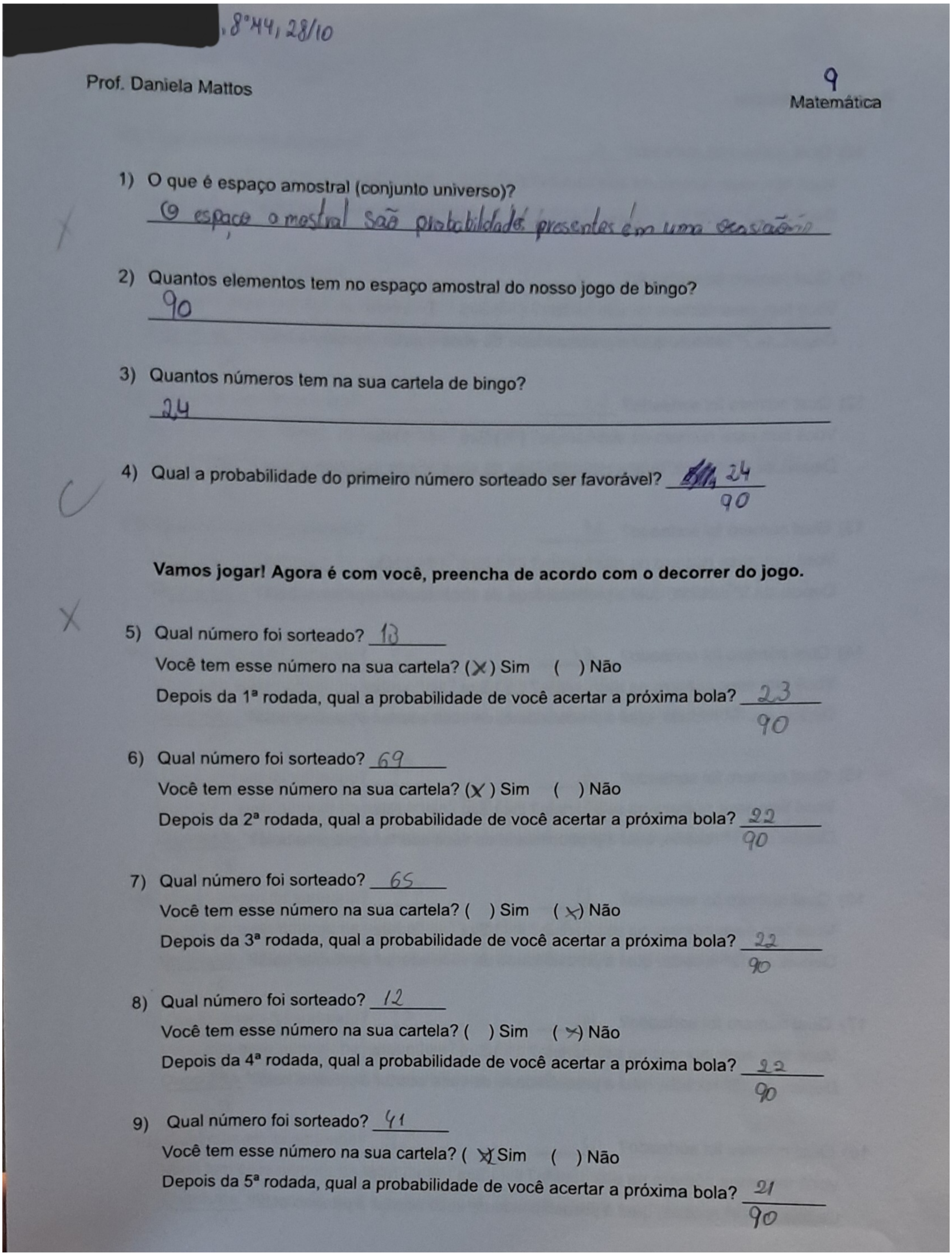
7) Qual número foi sorteado? 65
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{21}{90}$

8) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{20}{90}$

9) Qual número foi sorteado? 41
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{19}{90}$

Fonte: Autor.

Figura 31 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erro comum na turma 8M4 - Parte 02



[redacted], 8ºM4, 28/10

Prof. Daniela Mattos

9

Matemática

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
O espaço amostral são probabilidade presentes em uma ocasião

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 24/90

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 13
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 23/90

6) Qual número foi sorteado? 69
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 22/90

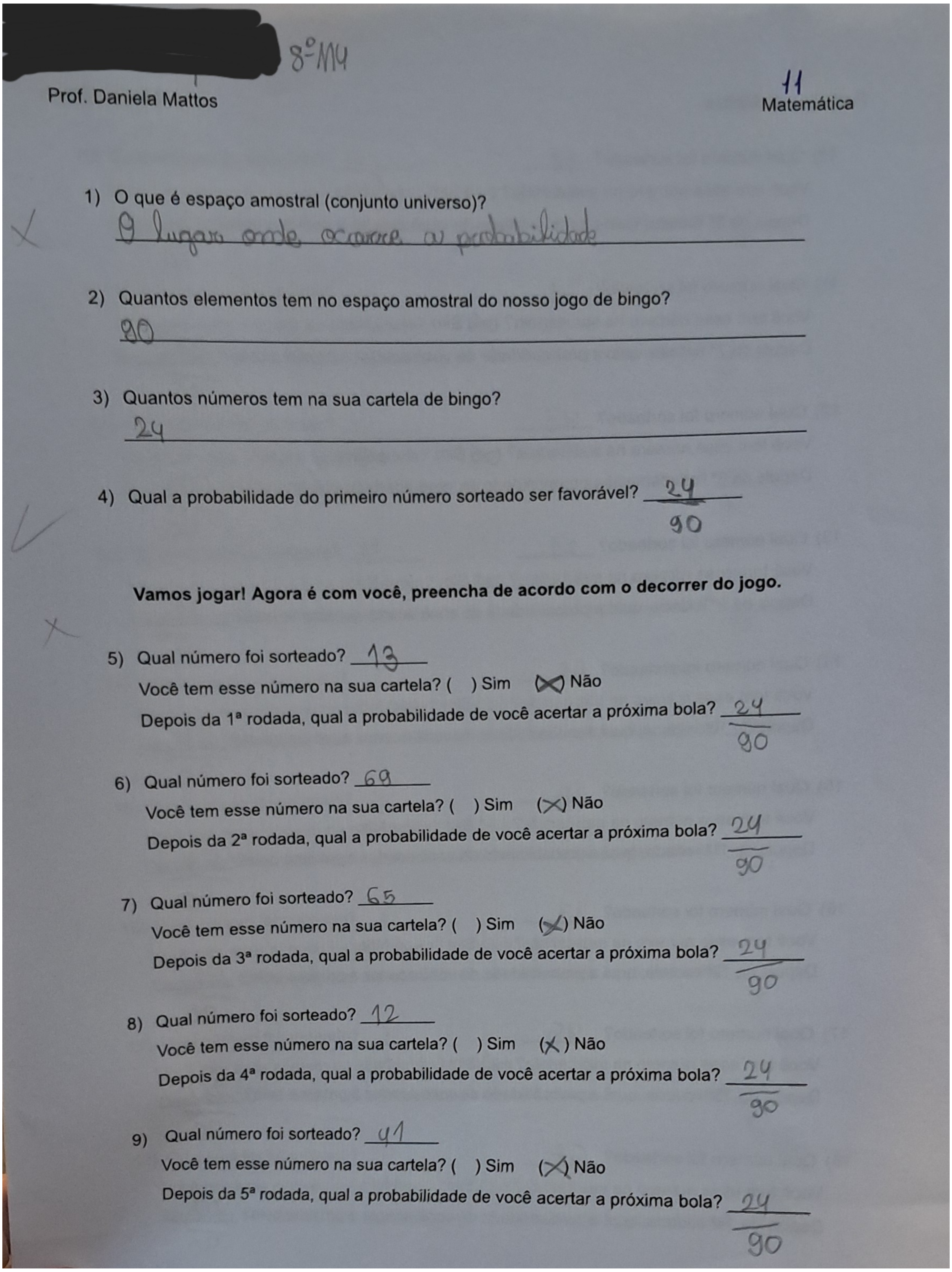
7) Qual número foi sorteado? 65
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 22/90

8) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 22/90

9) Qual número foi sorteado? 41
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 21/90

Fonte: Autor.

Figura 32 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erro comum na turma 8M4 - Parte 03


[redacted] 8º M4

Prof. Daniela Mattos

11

Matemática

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
O lugar onde ocorre a probabilidade

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
80

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 24/90

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 13
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 24/90

6) Qual número foi sorteado? 69
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 24/90

7) Qual número foi sorteado? 65
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 24/90

8) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 24/90

9) Qual número foi sorteado? 41
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 24/90

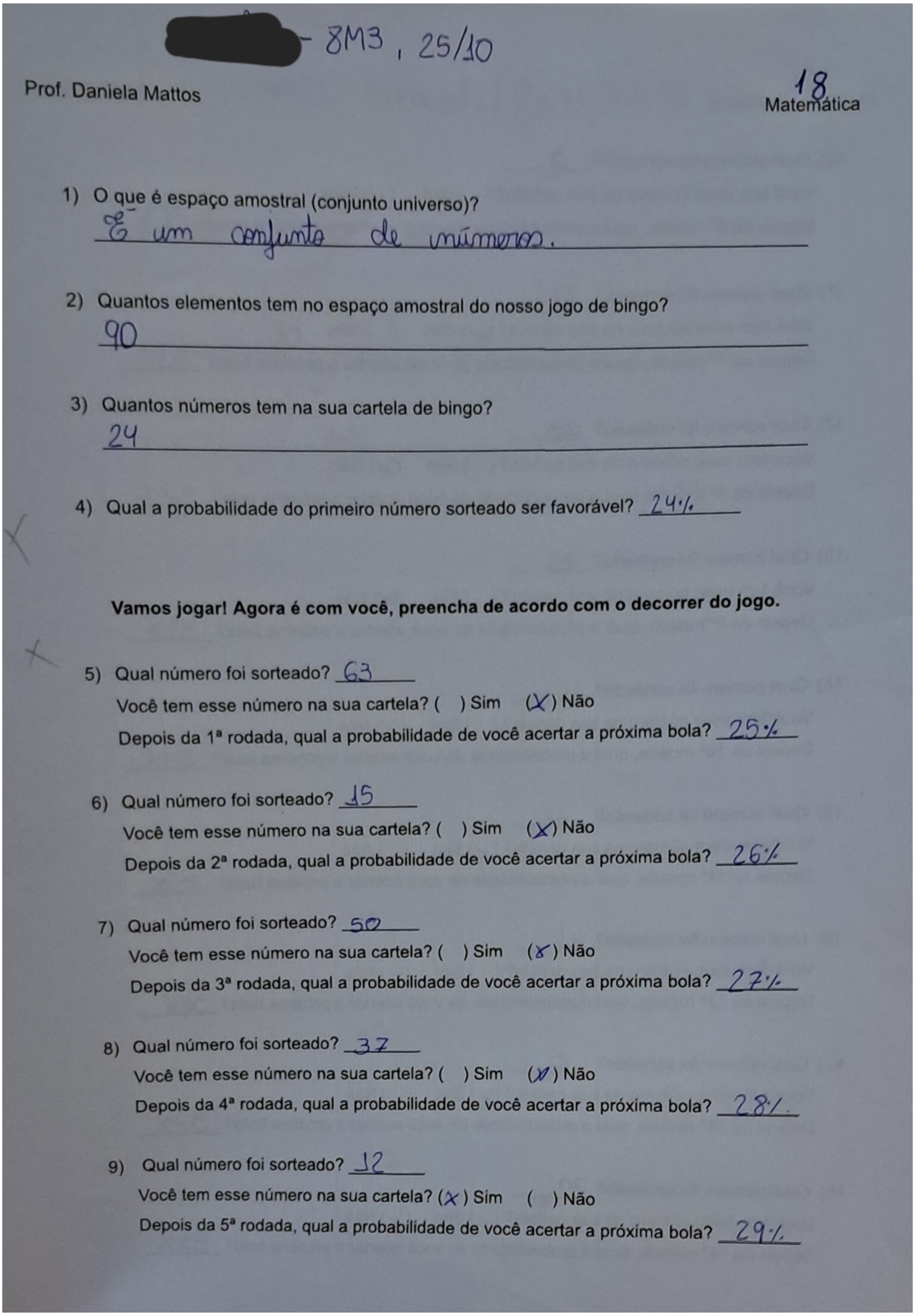
Fonte: Autor.

No caso da turma 8M3, que realizou a avaliação sem qualquer tipo de intervenção pedagógica prévia, os erros observados foram não apenas mais numerosos, mas também mais diversificados, demonstrando uma compreensão muito limitada ou mesmo inexistente sobre os fundamentos de probabilidade. A atribuição da ideia de probabilidade a porcentagens gerou um dos equívocos mais recorrentes, com respostas frequentemente expressas em forma percentual, mas completamente dissociadas dos valores reais esperados e desprovidas de qualquer justificativa lógica que sustentasse os números apresentados.

Além disso, erros ainda mais graves foram identificados, como respostas em formato inadequado, sem a utilização de frações, números decimais ou porcentagens, que são as formas esperadas de representação de probabilidades. Muitos estudantes recorreram a números inteiros ou até mesmo a palavras, revelando desconhecimento completo sobre a natureza e as formas apropriadas de expressar probabilidades.

As Figuras 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43 e 44 ilustram exemplos desses erros.

Figura 33 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 01



[redacted] - 8M3, 25/10

Prof. Daniela Mattos

18

Matemática

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
É um conjunto de números.

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 24%

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 25%

6) Qual número foi sorteado? 15
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 26%

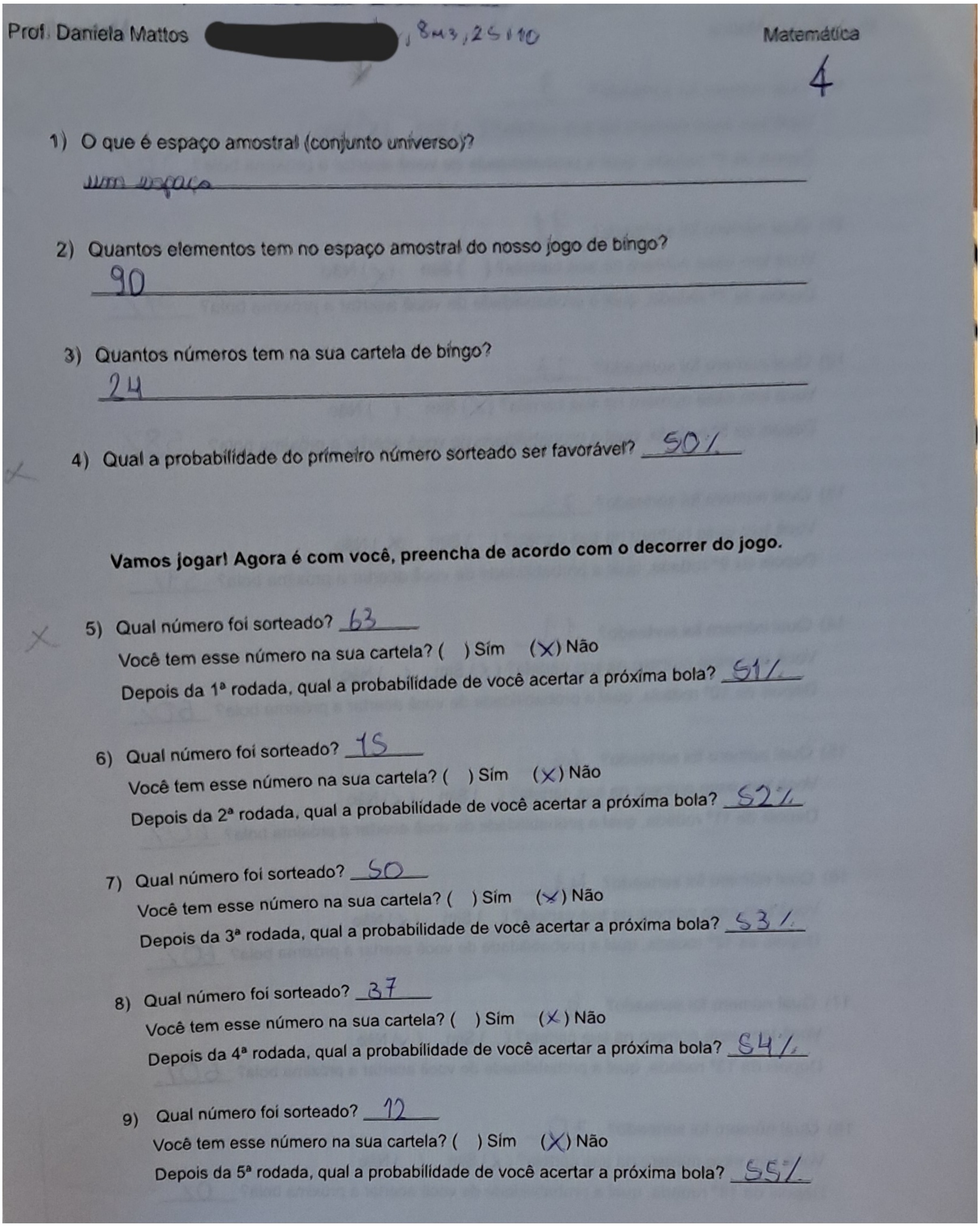
7) Qual número foi sorteado? 50
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 27%

8) Qual número foi sorteado? 37
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 28%

9) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 29%

Fonte: Autor.

Figura 34 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 02



Prof. Daniela Mattos [redacted] , 8M3, 25/10 Matemática

4

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
um espaço

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 50%

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 51%

6) Qual número foi sorteado? 15
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 52%

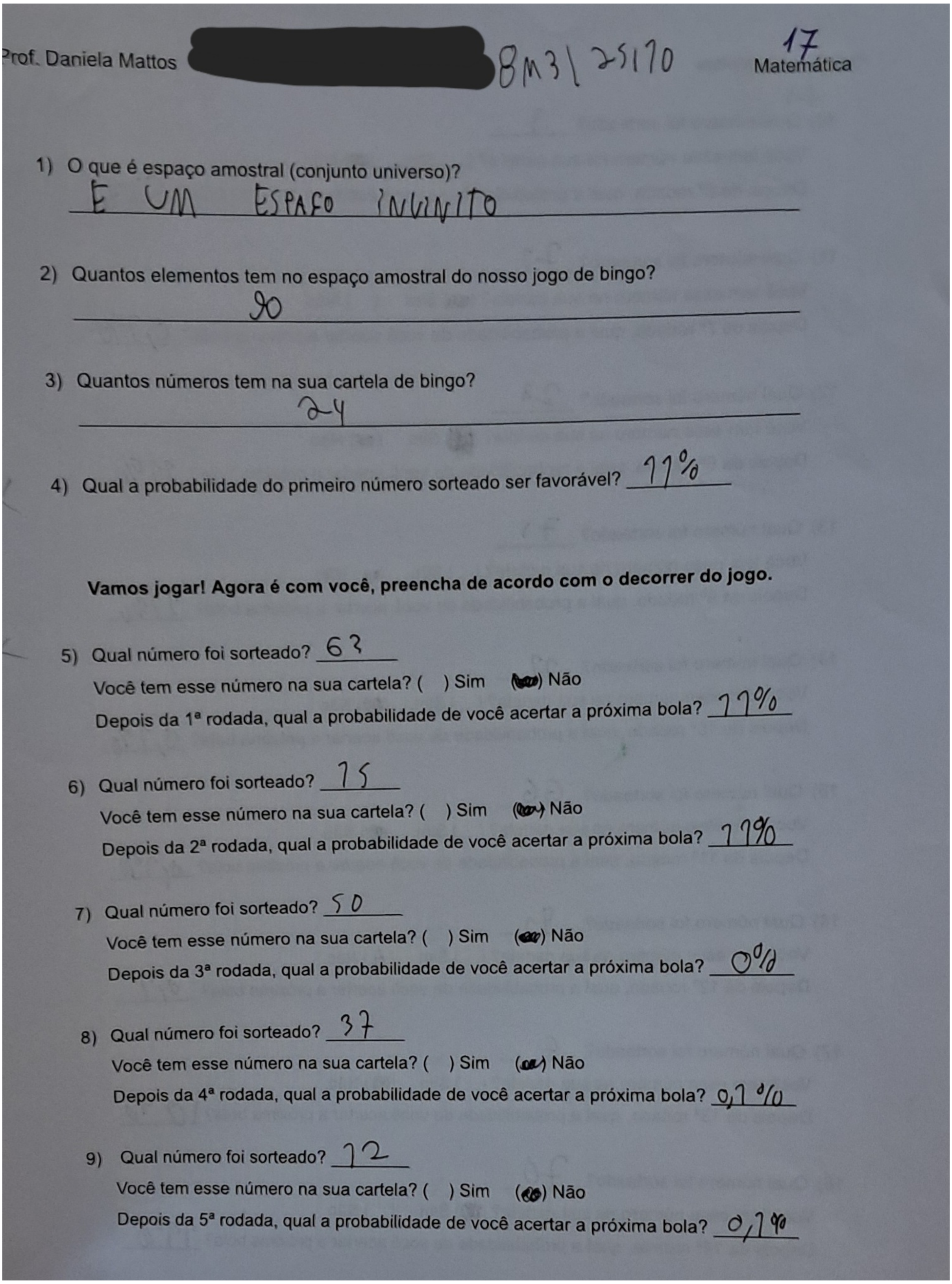
7) Qual número foi sorteado? 50
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 53%

8) Qual número foi sorteado? 37
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 54%

9) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 55%

Fonte: Autor.

Figura 35 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 03



Prof. Daniela Mattos [redacted] 8M3 | 25170 17 Matemática

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
E UM ESPAFO INVINITO

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 77%

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 77%

6) Qual número foi sorteado? 75
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 77%

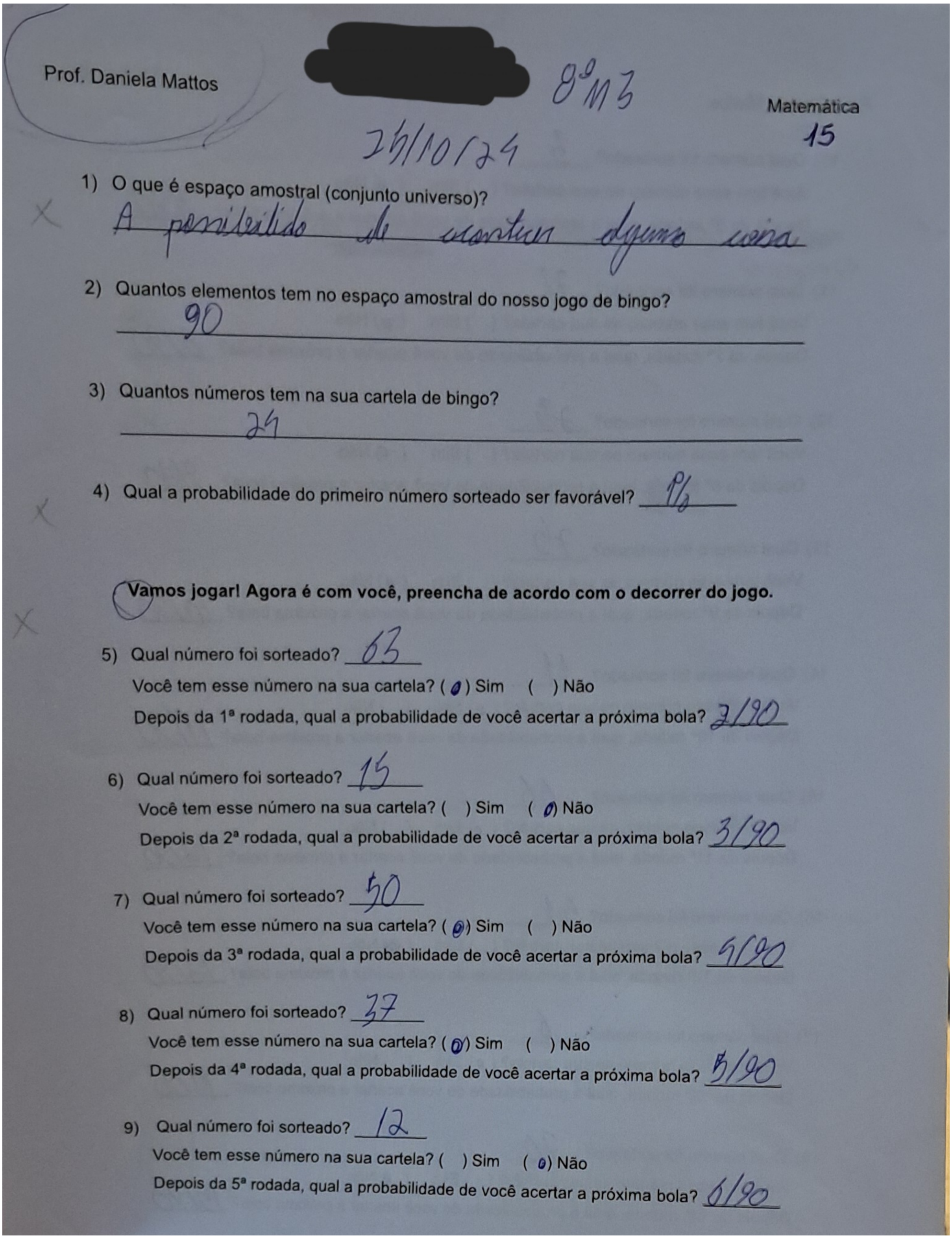
7) Qual número foi sorteado? 50
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 0%

8) Qual número foi sorteado? 37
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 0,7%

9) Qual número foi sorteado? 72
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 0,7%

Fonte: Autor.

Figura 36 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 04


Prof. Daniela Mattos [redacted] 8º M3

Matemática

15

24/10/24

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?

A possibilidade de acontecer alguma coisa

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?

90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?

24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 1/2

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63

Você tem esse número na sua cartela? (o) Sim ( ) Não

Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 2/90

6) Qual número foi sorteado? 15

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (o) Não

Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 3/90

7) Qual número foi sorteado? 50

Você tem esse número na sua cartela? (o) Sim ( ) Não

Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 4/90

8) Qual número foi sorteado? 37

Você tem esse número na sua cartela? (o) Sim ( ) Não

Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 5/90

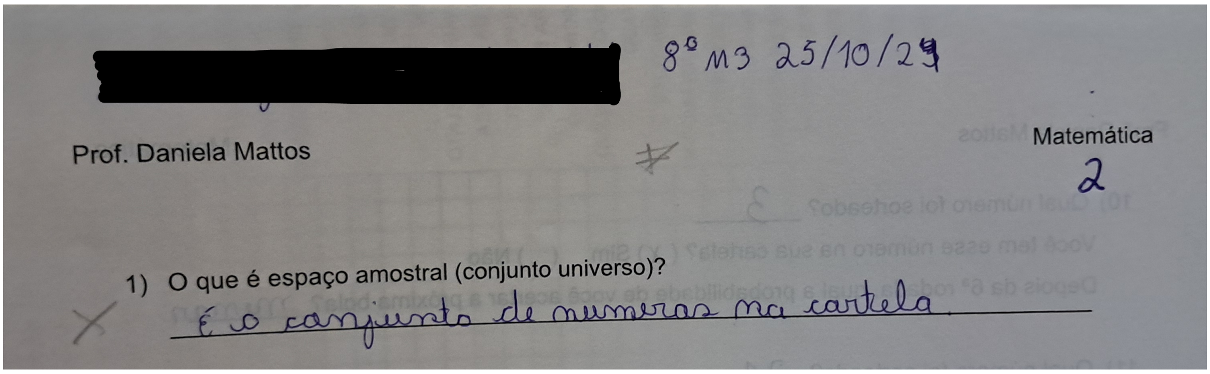
9) Qual número foi sorteado? 12

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (o) Não

Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 6/90

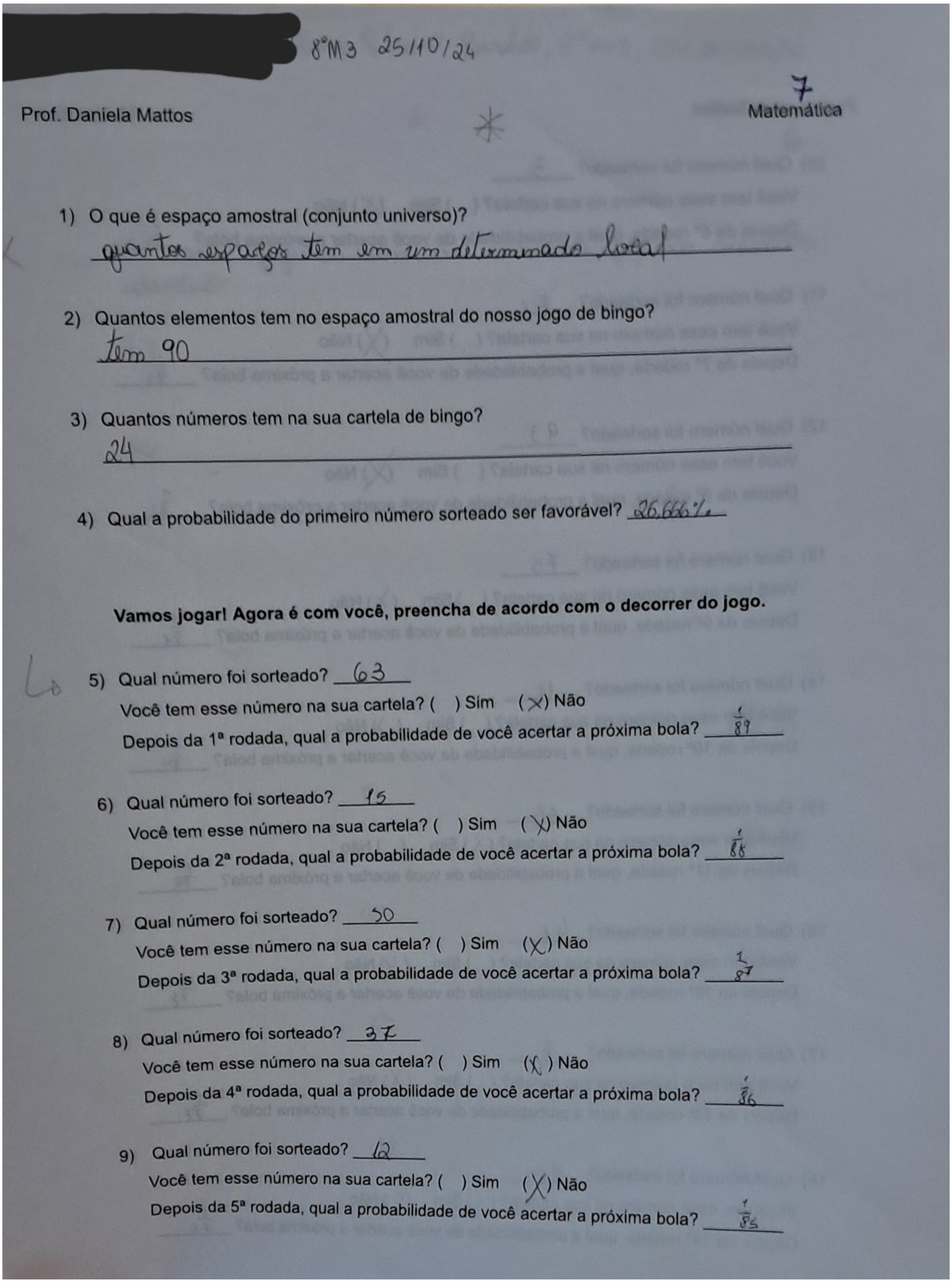
Fonte: Autor.

Figura 37 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 05



Fonte: Autor.

Figura 38 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 06



[redacted] 8ºM3 25/10/24

7

Prof. Daniela Mattos Matemática

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
quantos espaços tem em um determinado local

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
tem 90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 26,666%

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{89}$

6) Qual número foi sorteado? 15
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{88}$

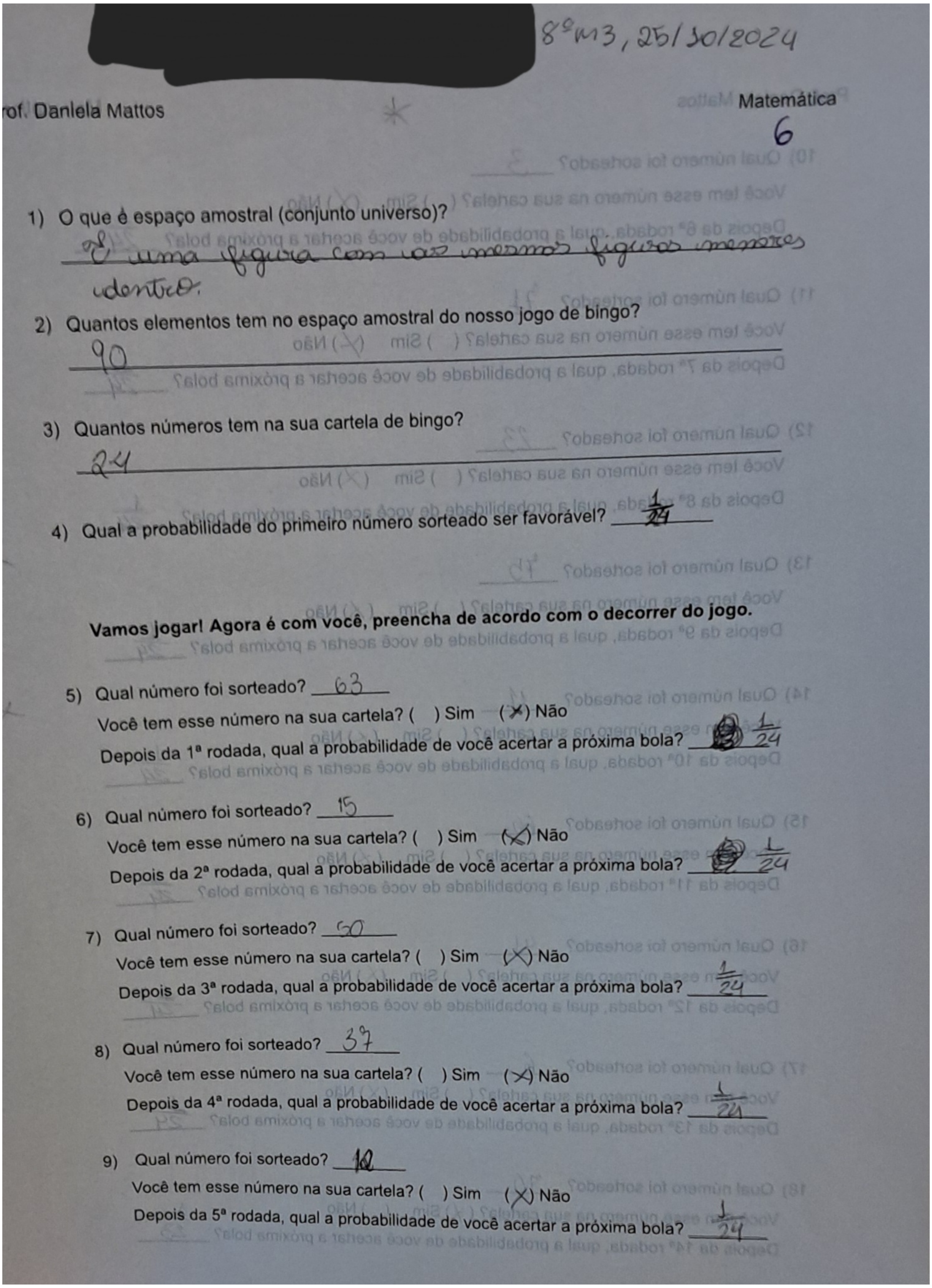
7) Qual número foi sorteado? 50
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{87}$

8) Qual número foi sorteado? 37
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{86}$

9) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{85}$

Fonte: Autor.

Figura 39 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 07



[redacted] 8ºM3, 25/10/2024

rof. Daniela Mattos

Matemática

6

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?

É uma figura com as mesmas figuras menores dentro.

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?

90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?

24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? $\frac{1}{24}$

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{24}$

6) Qual número foi sorteado? 15

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{24}$

7) Qual número foi sorteado? 50

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{24}$

8) Qual número foi sorteado? 37

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{24}$

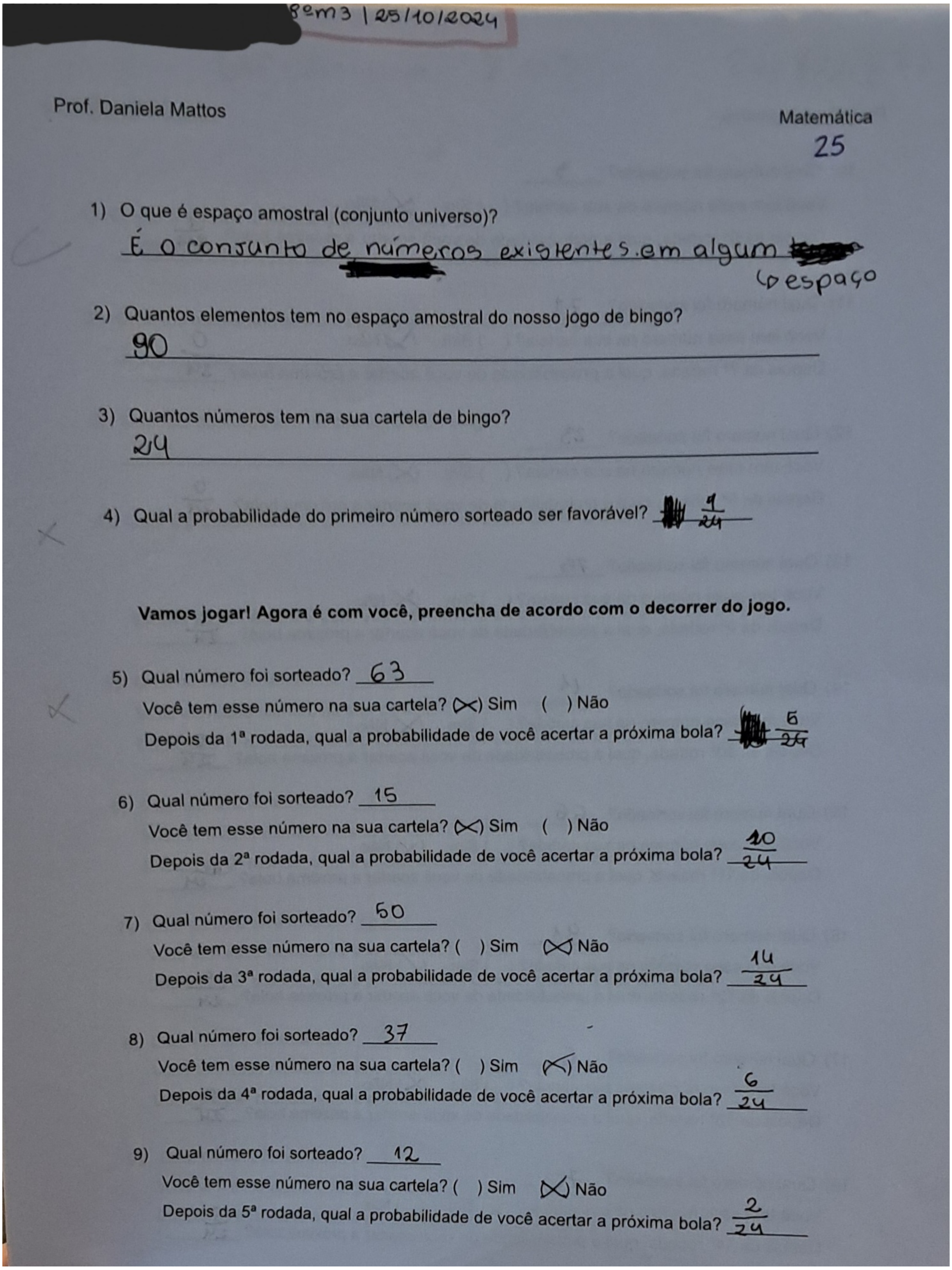
9) Qual número foi sorteado? 10

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{1}{24}$

Fonte: Autor.

Figura 40 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 08



[redacted] 8ºm3 | 25/10/2024

Prof. Daniela Mattos

Matemática

25

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?

É o conjunto de números existentes em algum espaço

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?

90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?

24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? $\frac{1}{24}$

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63

Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não

Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{5}{24}$

6) Qual número foi sorteado? 15

Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não

Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{10}{24}$

7) Qual número foi sorteado? 50

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{14}{24}$

8) Qual número foi sorteado? 37

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{6}{24}$

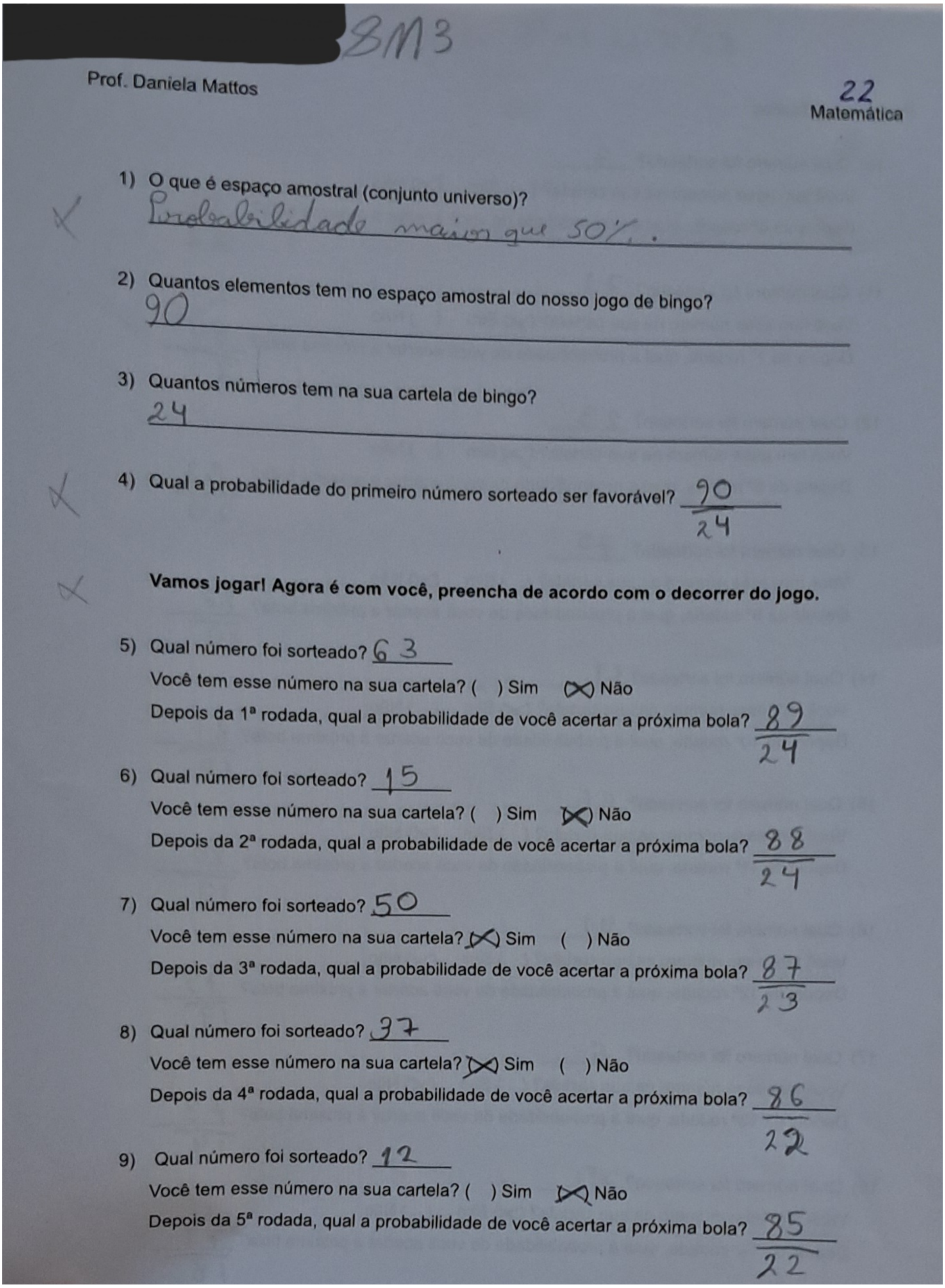
9) Qual número foi sorteado? 12

Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não

Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{2}{24}$

Fonte: Autor.

Figura 41 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 09



[redacted] 8M3

Prof. Daniela Mattos

22
Matemática

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
Probabilidade maior que 50%.

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? $\frac{90}{24}$

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{89}{24}$

6) Qual número foi sorteado? 15
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{88}{24}$

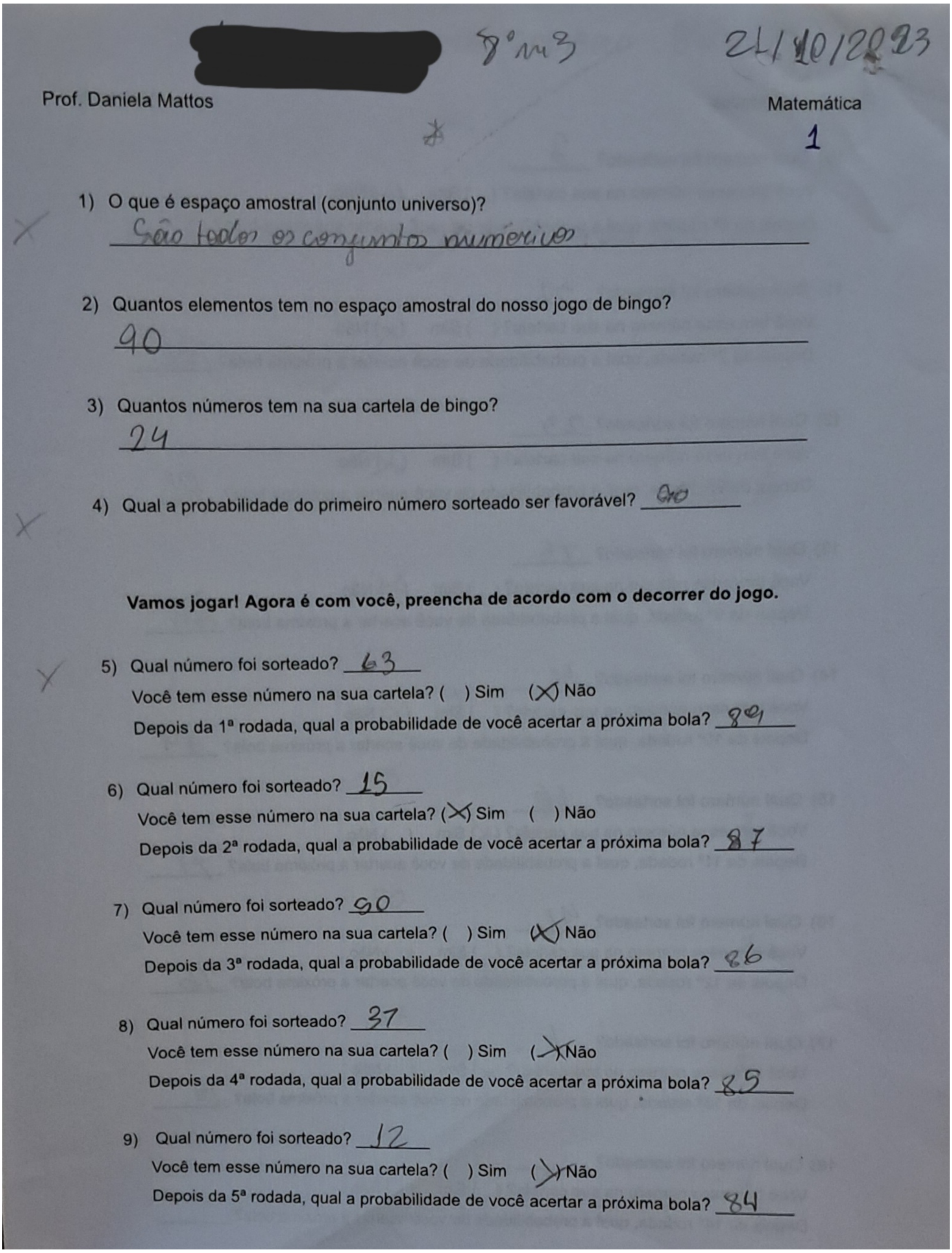
7) Qual número foi sorteado? 50
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{87}{23}$

8) Qual número foi sorteado? 37
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{86}{22}$

9) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? $\frac{85}{22}$

Fonte: Autor.

Figura 42 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 10



[redacted] 8°m3 21/10/2023

Prof. Daniela Mattos

Matemática

1

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?

São todos os conjuntos numéricos

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?

90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?

24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 90

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 89

6) Qual número foi sorteado? 15
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 87

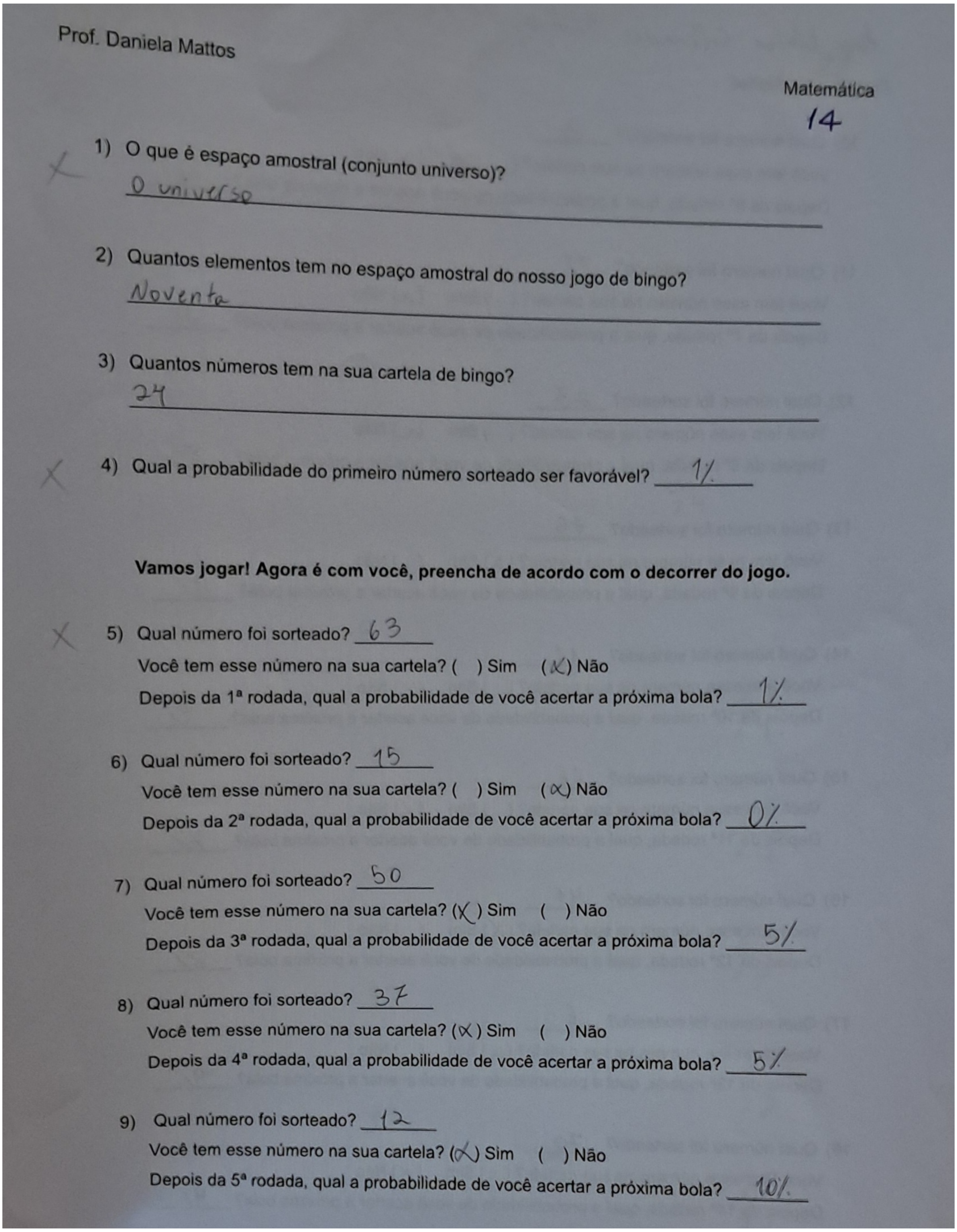
7) Qual número foi sorteado? 90
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 86

8) Qual número foi sorteado? 37
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 85

9) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 84

Fonte: Autor.

Figura 43 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 11



Prof. Daniela Mattos

Matemática

14

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
O universo

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
Noventa

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? 1%

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 1%

6) Qual número foi sorteado? 15
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 0%

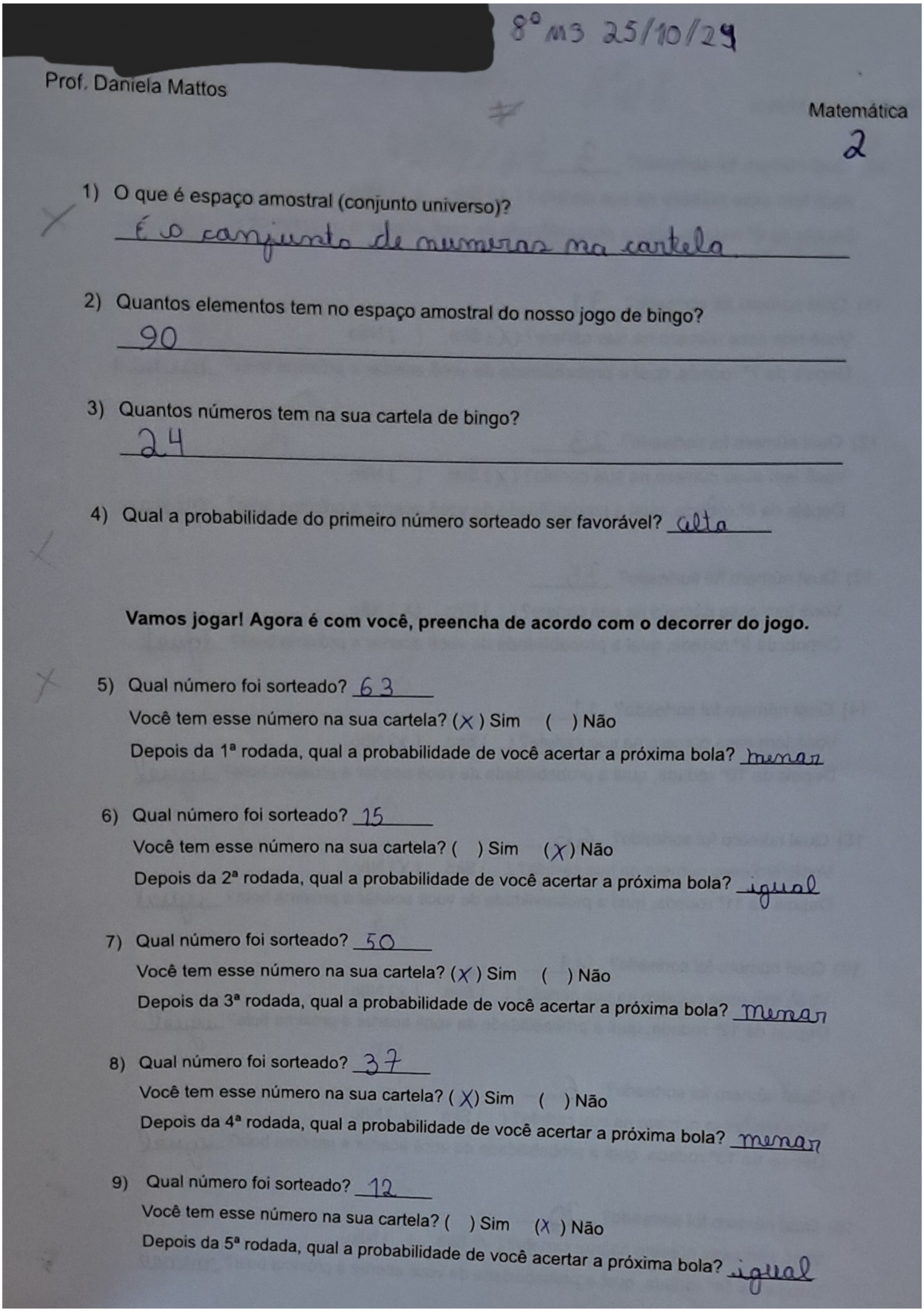
7) Qual número foi sorteado? 50
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 5%

8) Qual número foi sorteado? 37
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 5%

9) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? 10%

Fonte: Autor.

Figura 44 – Respostas da avaliação diagnóstica - Tópico 2 - Erros da turma 8M3 - Parte 12



[redacted] 8º M3 25/10/24

Prof. Daniela Mattos

Matemática

2

1) O que é espaço amostral (conjunto universo)?
É o conjunto de numeros na cartela

2) Quantos elementos tem no espaço amostral do nosso jogo de bingo?
90

3) Quantos números tem na sua cartela de bingo?
24

4) Qual a probabilidade do primeiro número sorteado ser favorável? alta

Vamos jogar! Agora é com você, preencha de acordo com o decorrer do jogo.

5) Qual número foi sorteado? 63
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 1ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? menor

6) Qual número foi sorteado? 15
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 2ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? igual

7) Qual número foi sorteado? 50
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 3ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? menor

8) Qual número foi sorteado? 37
Você tem esse número na sua cartela? (X) Sim ( ) Não
Depois da 4ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? menor

9) Qual número foi sorteado? 12
Você tem esse número na sua cartela? ( ) Sim (X) Não
Depois da 5ª rodada, qual a probabilidade de você acertar a próxima bola? igual

Fonte: Autor.

As imagens selecionadas cumprem o propósito de exemplificar os pontos mais relevantes para a análise e discussão pedagógica, sem expor excessivamente casos redundantes.

Após a aplicação dos processo ditos aqui em cada turma, todas elas tiveram acesso a todo o material da sequência didática, assegurando que os estudantes tivessem acesso igualitário a uma formação de qualidade. Essa abordagem pedagógica foi planejada para garantir que nenhuma turma fosse privada de vivenciar todas as etapas de ensino-aprendizagem necessárias para a compreensão do tema.

Esse alinhamento posterior teve como objetivo não apenas sanar as dificuldades identificadas, mas também oferecer uma oportunidade para que os estudantes revissem seus conceitos, compreendessem os erros e aprofundassem seu aprendizado. Essa sequência reafirma a relevância de uma intervenção pedagógica cuidadosa e planejada, especialmente em temáticas que exigem uma construção gradual de conceitos, como é o caso da probabilidade e sua aplicação prática.

7 Conclusão

Iniciar o capítulo de probabilidade me gera sempre grandes expectativas, pois é fácil aplicar atividades lúdicas e jogos. Nas turmas dos oitavos anos, onde essa sequência didática vêm sendo aplicada nos últimos 6 anos, pelo menos, é sempre mais desafiador, pois gera a cobrança de ver o resultado nos anos subsequentes. Apesar disso, a receptividade dos estudantes é sempre positiva e traz momentos de relaxamento e até aproximação na relação entre estudante e professor.

Durante anos como docente no ensino fundamental e médio, foi observado a recorrência de estudantes usando de forma inapropriada o 1 no numerador da probabilidade de ocorrência de um evento e a sequência didática se deu em função de consertar esse problema. A aplicação da avaliação vem para gerar um dado escrito e comprobatório do resultado.

Os resultados obtidos a partir da avaliação evidenciaram disparidades significativas no desempenho dos estudantes, diretamente relacionadas às metodologias de ensino empregadas. As turmas que participaram integralmente do processo de ensino baseado na sequência didática apresentaram índices de aproveitamento substancialmente superiores em comparação à turma que recebeu uma abordagem tradicional, com o conteúdo ministrado exclusivamente por meio de exposições no quadro e consultas ao livro didático.

Especificamente no Tópico 1, as turmas 8M1 e 8M2 alcançaram índices de aproveitamento de 75% e 76%, respectivamente, enquanto a turma 8M4 obteve apenas 39,13%. No Tópico 2, a diferença foi ainda mais acentuada, com as turmas 8M1 e 8M2 registrando aproveitamentos de 90% e 100%, respectivamente, contra apenas 56,52% da turma 8M4. Em relação à turma 8M3, o desempenho foi previsivelmente inferior, dado que os estudantes não tiveram uma preparação teórica antes da aplicação da avaliação, resultando em índices de 12,90% no Tópico 1 e 22,58% no Tópico 2.

Essa integração entre jogos digitais, como os desenvolvidos no Scratch, e atividades práticas, como o bingo, demonstra como metodologias ativas podem não apenas facilitar a compreensão de conceitos matemáticos, mas também estimular o engajamento dos estudantes de maneira significativa. Ao unir gamificação e objetivos pedagógicos claros, trazidos por meio da sequência didática, essas estratégias não apenas atendem às expectativas da BNCC, mas também promovem uma aprendizagem significativa, na qual os alunos se tornam protagonistas do processo de construção do conhecimento.

O uso do Scratch foi especialmente eficaz ao apresentar os conceitos de probabilidade de forma interativa e visual, transformando temas tradicionalmente desafiadores em experiências acessíveis e agradáveis, onde a progressão lógica presente nos jogos digitais ajudou os estudantes a internalizar os princípios fundamentais. Complementarmente, a atividade de bingo consolidou esses aprendizados, reforçando os conteúdos trabalhados e promovendo a integração social e o desenvolvimento de habilidades como colaboração, troca de ideias e gestão de conflitos em um ambiente competitivo, mas saudável.

A experiência relatada reforça a recomendação para que professores de matemática considerem a integração de ferramentas digitais e metodologias ativas em suas práticas pedagógicas. A utilização de recursos como o Scratch, combinada a atividades práticas e jogos, não só enriquece o processo de ensino-aprendizagem, como também potencializa os resultados, proporcionando aos estudantes um aprendizado mais sólido e significativo.

Referências

ARAÚJO, D. L. O que é (e como faz) sequência didática? Entrepalavras, v. 3, n. 1, p. 322-322, 2013. Disponível em: <http://www.entrepalavras.ufc.br/revista/index.php/Revista/article/view/148%3E.Acessoem:04desetembrode2024.>

BELLO, S. E. L (2010). Jogos de linguagem, práticas discursivas e produção de verdade: contribuições para a educação (matemática) contemporânea. Zetetiké, 18, Número Temático.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Filosofia da Educação Matemática: Fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo, Unesp, 2010.

BOALER, J. Mentalidades Matemáticas - Tradução Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular, 2018.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomática e educação. UNISC: Reflexão e Ação, 2002.

D'AMBRÓSIO, Ubiratam. Educação matemática: da teoria à prática. 7a ed. Campinas-SP. PAPIRUS, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. História da Matemática e Educação. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1. ed. São Paulo: Papirus, 1996.

DALL'ACQUA, M. J. C.; Zaniolo, L. O. Inclusão Escolar: Pesquisando políticas públicas, formação de professores e práticas pedagógicas. Jundiaí, Paco Editorial, 2011.

DOMINGUES, Yago. História da Gamificação. Antlia, 2024. Disponível em: <https://antlia.com.br/artigos/historia-da-gamificacao/.Acessoem:1nov.2024.>

FILHO, José Pereira Peixoto; MARTINS, Tânia Alves. A etnomatemática e o multiculturalismo no ensino da matemática. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.11, n.2, p.393-409, 2009.

FOUCAULT, Michel. História da sexualidade 1: a vontade de saber. Rio de Janeiro: Graal, 1988.

GUIMARÃES, Y. A. F. E GIORDAN, M. Instrumento para construção e validação de sequências didáticas em um curso a distância de formação continuada de professores. VIII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 2011.

HAZZAN, Samuel. Fundamentos da Matemática Elementar: Combinatória, Probabilidade. 8ª edição. São Paulo: Atual, 2013.

LOPES, Celi Espasandin; MEIRELLES, Elaine. Estocástica nas séries iniciais. XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática – LEM/IMECC/UNICAMP – 2005. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/_cur/mc02_b.pdf. Acessoem:9out.2024.>

MENDES, Livia; SATO, Sônia. MATEMÁTICA & LINGUAGENS: Volume D. Vitória: Conexia, 2024.

PAIS, LUIZ Carlos. Didática da Matemática: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PROFMAT. Combinatória I. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=LufBMbTH6gY>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Combinatória II. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=k6jKVmQzejE>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Combinatória III. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=z8DyB4kENXA&t=460s>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Outras Técnicas de Contagem I. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=16EZiqPRIqA&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=50>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Outras Técnicas de Contagem II. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=jSZKbU28JAY&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=51>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Permutações e Combinações I. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=qOV5ZL-ufgs&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=46>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Permutações e Combinações II. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=JISnJjtRHL0&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=47>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Permutações e Combinações III. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=4Fva0E-_8Gg&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=48>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Permutações e Combinações IV. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=rtc5Ka3F09M&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=49>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Probabilidade I. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https:

//www.youtube.com/watch?v=Z2S97-qABec&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=59>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Probabilidade II. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=cMn66VIDR_A&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=60>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Probabilidade III. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=uhTIdStUOCU&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=61>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Probabilidade IV. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=3JfHpOe2SVA&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=62>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Probabilidade Condicional I. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=9xd3YRqtywI&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=63>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Probabilidade Condicional II. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=X20qwt1MvPw&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=64>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Probabilidade Condicional III. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=H6CL_-M-j_w&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=65>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Probabilidade Condicional IV. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=fGim3Q8SgtQ&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=66>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Revisão de Combinatória I. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=-ndmukqE25g&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=56>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Revisão de Combinatória II. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=7Sq3bP087yk&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=57>. Acesso em: 10 out. 2024.

PROFMAT. Revisão de Combinatória III. [vídeo]. YouTube, 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=DF5lePirv9M&list=PLxEB_CPQhRLtdVGHhYS8mSUuz3kWP6kkB&index=58>. Acesso em: 10 out. 2024.

SAVIANI, Dermeval. Os saberes implicados na formação do educador. In: BICUDO, Maria Aparecida; SILVA JUNIOR, Celestino Alves da (Org.). Formação do educador: dever do Estado, tarefa da universidade. São Paulo. UNESP. 1996, p. 88.

SCRATCH. About Scratch. Scratch, 2024. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/about.Acessoem:2nov.2024.>

UNESCO. Organizações das Nações Unidas para a Ciência e Cultura. Políticas públicas de/para/com as juventudes. Brasília: Unesco, 2004.

VALENTE, José Armando et al. (1997) Informática na educação: instrucionismo x construcionismo. Manuscrito não publicado, NIED: UNICAMP.

ZABALA, Antoni. A prática educativa. Porto Alegra: Artmed, 1998.