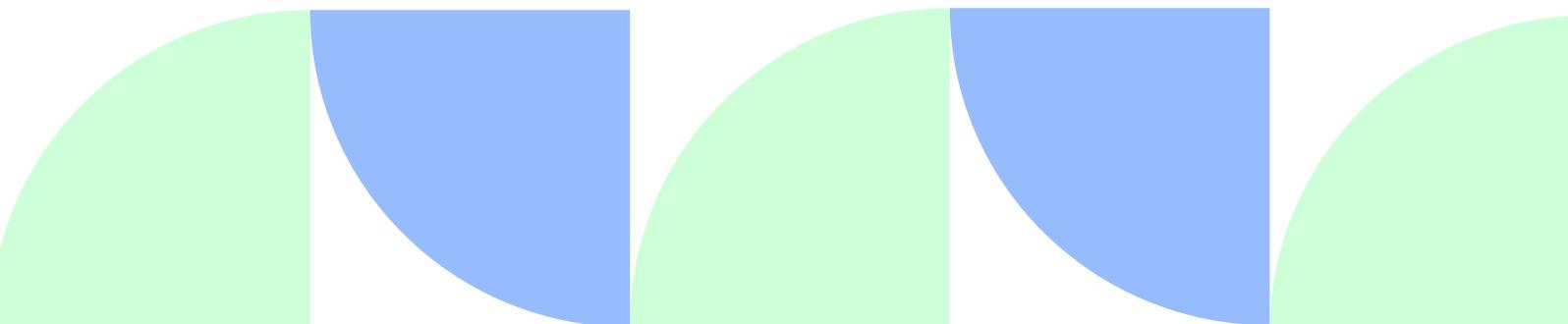


Henrique Plínio Santos Rios  
Graça Luzia Dominguez Santos

# TRANSFORMANDO QUESTÕES DO ENEM DE PROPORCIONALIDADE EM ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO:

UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA DE  
APOIO AOS PROFESSORES

2024





UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

# **TRANSFORMANDO QUESTÕES DO ENEM DE PROPORCIONALIDADE EM ATIVIDADES DE INVESTIGAÇÃO:**

UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA DE  
APOIO AOS PROFESSORES

Henrique Plínio Santos Rios  
Graça Luzia Dominguez Santos

DIAGRAMAÇÃO - SUÉLLEN FIUZA SAMPAIO  
ILUSTRAÇÕES - FREEPIK

# SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO</b>	<b>5</b>
<b>1. PORQUE PROPORCIONALIDADE?</b>	<b>8</b>
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>11</b>
2.1 Cenários para investigação e Atividades Investigativas	11
2.2 Proporcionalidade	14
<b>3. ELEMENTOS QUE FORAM CONSIDERADOS PARA TRANSFORMAR AS QUESTÕES DO ENEM EM ATIVIDADES INVESTIGATIVAS</b>	<b>17</b>
<b>4. ASPECTOS A SEREM OBSERVADOS NA CONDUÇÃO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS</b>	<b>21</b>
<b>5. COMENTÁRIOS</b>	<b>24</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>27</b>
<b>APÊNDICE</b>	<b>32</b>

# APRESENTAÇÃO

Esse Produto Educacional (PE) está vinculado a dissertação de mestrado desenvolvida pelo primeiro autor, sob orientação da segunda autora, junto ao Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional – Profmat, da Universidade Federal da Bahia-UFBA, campus Salvador, intitulada “Transformando Questões do ENEM de Proporcionalidade em Atividades de Investigação: Um Experimento com alunos do 3º ano do Ensino Médio” (Rios, 2024).

Trata-se de uma ferramenta pedagógica no qual questões do ENEM, que têm a proporcionalidade como base resolutive, foram abertas em Atividades Investigativas. O PE foi inspirado no artigo “Transformar exercícios matemáticos presentes nos livros didáticos em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica”, de Milani (2020), cujo objetivo foi “[...] refletir sobre possibilidades de modificar as práticas docentes tradicionais de ensino de matemática (p.1). Na pesquisa empreendida por Milani (2020), futuros professores transformaram exercícios de livros didáticos em atividades com caráter investigativo.

O PE foi desenvolvido e implementado em uma turma do 3º ano no qual o primeiro autor atua. A análise dos dados coletados do experimento realizado constatou que apesar do estranhamento e incerteza inicial dos alunos de como agir com tarefas de teor investigativo, ou seja, distintas do ensino tradicional, gradativamente eles aceitaram o convite, o qual foi perceptível pelo aumento de interesse, aprimoramento na capacidade de cooperação no trabalhar em grupos, desenvolvimento do raciocínio proporcional<sup>1</sup> e engajamento para conclusão das atividades. Dessa forma, estabeleceu-se um ambiente de ensino e aprendizagem cooperativo, com o envolvimento de todos os atores - alunos/alunos e alunos/professor - no qual o professor atuou como mediador e os discentes como protagonistas do processo educativo.

---

<sup>1</sup> Em seguida, apresentaremos uma definição precisa do raciocínio proporcional, por ora considere-o de forma intuitiva

O referido produto pode ser replicado, sempre adaptado ao contexto escolar no qual será implementado, não apenas em turmas do Ensino Médio, mas também nas séries finais do Ensino Fundamental, em razão de ser nessa etapa escolar que se aborda o tema proporcionalidade. O conteúdo e a abordagem de ensino inovadora escolhidos visam contribuir para aprimorar a compreensão dos alunos sobre questões do ENEM que podem ser resolvidas por intermédio de proporcionalidade, visto que a literatura relata dificuldades na interpretação de tais questões. Além de trazer para o ambiente escolar da Educação Básica indagações que relacionam a Matemática com a realidade.

Nosso objetivo com a divulgação desse material é inspirar professores da Educação Básica a levar para o seu contexto escolar ambientes de ensino distintos do denominado paradigma do exercício (Skovsmose, 2000), tais como os cenários para investigação concebidos por Skovsmose (2000), Alro e Skovsmose (2023). O PE apresentado nesse texto apresenta uma possibilidade de transformar questões presentes no cotidiano educativo (exercícios de livros didáticos, questões de provas em grande escala etc.) em atividades de caráter investigativo, na perspectiva de educação matemática crítica, isto é, “[..] com atividades que podem proporcionar aos/às alunos/as a descoberta de fatos matemáticos, e a reflexão, a compreensão e a tomada de decisão sobre fatos da realidade” (Milani, 2020, p. 5).

Esse trabalho é composto pela apresentação, cinco seções e um apêndice.

A primeira seção apresenta justificativas para escolha do conceito de proporcionalidade. A segunda trata da fundamentação teórica, que é dividida em duas partes: fundamentações pedagógica e matemática. A fundamentação pedagógica apresenta os cenários para investigação e a Investigação Matemática como ferramentas que podem trazer grandes contribuições para o ensino e aprendizagem de Matemática. Para finalizar a segunda seção, é feita a exposição do conteúdo matemático que alicerça o produto educacional, na perspectiva do raciocínio proporcional.

Na terceira seção são apresentados os elementos que foram considerados para transformar as questões do ENEM em Atividades Investigativas. A seção quarta descreve os aspectos que colaboram na condução de Atividades de Investigação. E a última seção traz os comentários finais sobre o PE desenvolvido. Após as referências, há um apêndice com as questões no modelo tradicional, como apareceram no ENEM, e essas questões transformadas em atividades investigativas.

# 1 PORQUE PROPORCIONALIDADE?



Proporcionalidade é um dos conteúdos matemáticos com bastante importância no cotidiano das pessoas, visto que muitos aspectos de nossas vidas operam sob essa estrutura (Fernandez, Llinares, 2012). De acordo com Soares e Nehring (2013, apud Pinheiro, 2018), o conceito de proporcionalidade está relacionado a outros conceitos matemáticos, como por exemplo, porcentagem, função, teorema de Tales.

Segundo Faria e Maltempi (2020) a interpretação de vários fenômenos da realidade envolvem proporcionalidade e, o raciocínio proporcional é basilar para compreendê-los, assim o consideram de extrema importância para a matemática escolar.

Para Faria (2016, p. 49), o raciocínio proporcional pode ser entendido como:

[...] a capacidade de raciocinar, estabelecendo uma relação entre duas ou mais grandezas em termos relativos, mobilizando para tal raciocínio a habilidade analisar qualitativamente situações, estabelecer relações, julgar com equidade e distinguir circunstâncias proporcionais das não proporcionais.

Para Alpha e Almouloud (2021, p. 773), “apesar do importante lugar ocupado pela noção de proporcionalidade tanto no ensino quanto no cotidiano, os alunos têm muitas vezes demonstrado domínio insuficiente ou até tardio dessa noção”.

Os estudos de Costa Júnior (2010), Silva (2008) e Martins (2007) apontam que o conceito de proporcionalidade nas escolas se restringe quase que exclusivamente à resolução de regra de três deixando de lado as relações existentes entre as grandezas. Segundo os autores, se o professor, em seu trabalho com o conteúdo, utiliza apenas esse tipo de estratégia, está deixando de explorar as relações existentes entre as grandezas e, com isso, os alunos perdem a oportunidade de desenvolver o raciocínio proporcional.

O desenvolvimento do raciocínio proporcional tal como concebido por Faria (2016), mencionado anteriormente, no que diz respeito a compreender a relação entre duas ou mais grandezas em termos relativos, analisar qualitativamente situações e estabelecer relações, alinha-se com a competência 5 da área de Matemática e suas tecnologias propostas na Base Nacional Curricular Comum - BNCC (Brasil, 2018, p. 6 531): “Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações [...]”.

O desenvolvimento dessa competência específica pressupõe um conjunto de habilidades voltadas às capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos que podem surgir de experiências empíricas.

Lamon (2005, apud Faria, 2019) afirma ainda que o raciocínio proporcional implica em muito mais do que o emprego de algoritmos ou cálculos mecânicos, está ligado, sobretudo à capacidade de pensar, analisar e explorar relações entre quantidades, o que é exposto por meio de comentários, explicações e argumentos sobre as relações proporcionais, ou seja, ao denominado raciocínio proporcional.

Vemos em Van de Walle (2009 ) que a essência do raciocínio proporcional é considerar os números em termos relativos e não em termos absolutos. Raciocinar em termos absolutos está relacionado às estruturas aditivas, ao passo que raciocinar em termos relativos se relaciona com as estruturas multiplicativas.

As considerações anteriores assinalam a relevância de que na abordagem do tema proporcionalidade na educação básica sejam propostas atividades que estejam alicerçadas no desenvolvimento do raciocínio proporcional.

# 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA



## 2.1. CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO E ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

O ensino de Matemática tradicional é caracterizado por certas formas de organização da sala de aula (Alro; Skovsmose, 2023). As aulas se dividem em duas partes: primeiro o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas, geralmente retiradas de algum livro-texto. Em seguida, os alunos fazem alguns exercícios pela aplicação direta das técnicas aprendidas. Skovsmose (2007) estima que, na educação básica, os alunos sejam expostos a aproximadamente 10.000 exercícios, na sua maioria baseados em comandos do tipo: resolva, efetue, calcule etc., nos quais as atividades são descontextualizadas e o material didático é pouco variado. Esses exercícios dificilmente atendem aos

objetivos registrados nos programas curriculares de Matemática que visam desenvolver a criatividade, o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas.

As atividades de investigação podem propiciar aos estudantes a exploração e descoberta de fatos matemáticos, a partir da reflexão e entendimento sobre situações do seu cotidiano (Milani, 2020). Essas atividades demandam a participação ativa dos alunos, trabalho em grupos e o desenvolvimento da capacidade de diálogo com colegas e professor, habilidades fundamentais para a aprendizagem (Milani, 2020).

As atividades investigativas são vistas por muitos pesquisadores – Milani (2020), Skovsmose (2007), Brocardo (2001), Alro e Skovsmose (2006), Cunha, Oliveira e Ponte (1995) - como uma excelente estratégia para potencializar o processo de ensino e aprendizagem na sala de aula.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2022) definem investigar como procurar conhecer o que não se sabe. Segundo Ponte (2003), investigar trata-se de uma capacidade de primeira importância para todos os cidadãos e que deveria permear todo o trabalho da escolar.

Tais características indicam que como docentes não devemos ignorar a importância de se fazer investigação em sala de aula. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2022), o conceito de investigação matemática, como atividade de ensino e aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um “pesquisador”, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e professor.

As atividades investigativas constituem um ambiente de aprendizagem bastante promissor no processo de ensino e aprendizagem, os chamados por Skovsmose (2000, p.1) de cenários para investigação - “[...] no qual os alunos são convidados a se envolverem em processos de exploração e

argumentação justificada”, pois esses são, por natureza, abertos. O autor afirma ainda que não se trata de abandonar por completo os exercícios, mas de diversificar os ambientes de ensino e aprendizagem, inserindo também estratégias que fomentem a criatividade e participação ativa dos alunos.

A investigação matemática tem um papel importante para transformar o aluno em um sujeito ativo no processo de ensino e aprendizagem. Isso é o que afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2022, p. 23)

Na disciplina de Matemática, como em qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu desenvolvimento na aprendizagem.

Conforme afirmam Santos et al. (2002), a investigação matemática é uma metodologia de ensino e aprendizagem que pode levar o aluno a realmente fazer matemática.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2022), esse “fazer matemática” é realmente aprender matemática e a investigação matemática em sala de aula realiza essa tarefa, levando o aluno a investigar e explorar o objeto de estudo. O fazer matemático dos alunos em sala de aula, por meio da investigação matemática, aproxima os alunos da construção da matemática, com algumas características do fazer matemático, próprio dos matemáticos (Fonseca; Brunheira; Ponte, 1999).

As atividades de investigação, a depender das suas características, podem facultar ao ensino e aprendizagem de matemática uma dimensão crítica, trazendo questionamentos sobre como a matemática opera na realidade, desenvolvendo a matemacia, que “[...] pode ser concebida como um modo de ler o mundo por meio de números e gráficos, e de escrevê-lo ao estar aberto a mudanças” (Skovsmose, 2014, p. 106, grifo nosso).

## 2.2. PROPORCIONALIDADE

A proporcionalidade é, provavelmente, a noção matemática mais difundida na cultura de todos os povos e seu uso universal data de milênios (Lima, 2013).

Lima (2013) baseando-se na definição proposta por Antônio Trajano, no compêndio *Aritmética Progressiva*, cuja primeira edição é de 1883, apresenta a seguinte definição para proporcionalidade:

Uma proporcionalidade é uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que, para quaisquer números reais  $c, x$  tem-se  $f(x) = c \cdot x$  (proporcionalidade direta) ou  $f(cx) = \frac{f(x)}{c}$ , se  $c \neq 0$  (proporcionalidade inversa) (p. 84).

A função linear,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada pela fórmula  $f(x) = ax$  (com  $a = f(1)$ ), é o modelo matemático para os problemas de proporcionalidade direta (Lima, 2013). Assim, dizemos que a grandeza  $y$  é diretamente proporcional à grandeza  $x$  quando existe um número  $a$  (chamado constante de proporcionalidade) tal que  $y = ax$  para todo valor de  $x$ .

O modelo matemático para proporcionalidade inversa<sup>2</sup> é uma função  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ , em que  $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$ , tal que  $f(x) = \frac{a}{x}$ , na qual a constante  $a = f(1)$  (Lima, 2013).



Proporcionalidade Direta



Proporcionalidade Inversa

<sup>2</sup> Só tem sentido quando se trata de grandezas não-nulas.

Lima (2013), afirma que a chave para determinar, em todas as situações, se uma dada função é linear ou não é o Teorema Fundamental da Proporcionalidade<sup>3</sup>:

Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função crescente. As seguintes afirmações são equivalentes:

i)  $f(nx) = nf(x)$ , para todo  $n \in \mathbb{Z}$  e todo  $x \in \mathbb{R}$ .

ii) Pondo  $a = f(1)$ , tem-se  $f(x) = ax$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ . (Logo,  $f(cx) = cf(x)$ , para quaisquer  $c, x \in \mathbb{R}$ .)

iii)  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ , para quaisquer  $x, y \in \mathbb{R}$ . (p.86)

Nas definições de proporcionalidade direta e inversa apresentadas fica evidente a importância da constante de proporcionalidade e do raciocínio proporcional associados às estruturas multiplicativas, ao referir-se à multiplicação e divisão.

Segundo Lima (1986), o ponto principal para o ensino de proporcionalidade deve ser a definição precisa de “grandezas proporcionais”. Para o autor, uma vez entendido com bastante clareza esse conceito, todos os problemas envolvendo proporcionalidade podem ser resolvidos de maneira simples com base na citada definição, sem a necessidade de regras mnemônicas ou quaisquer outros artifícios. Nesse sentido, cabe ao professor, deixar de lado o uso da expressão “regra de três” e passar a usar grandezas proporcionais.

Para os autores Tinoco (1993), Schliemann e Carraher (1997), o professor que utiliza exclusivamente a estratégia da regra de três deixa de explorar as relações existentes entre as grandezas e com isso seus alunos não desenvolvem o raciocínio proporcional, que é a capacidade de estabelecer relações proporcionais entre duas grandezas.

A BNCC não faz referência à expressão “regra de três”. Nos chamados objetos de conhecimentos para o 7º ano, temos “problemas envolvendo

<sup>3</sup> A demonstração desse teorema pode ser encontrada em Lima (2013) e na dissertação de Rios (2024) a qual está vinculada o PE.

grandezas diretamente e inversamente proporcionais” (Brasil, 2018, p.306). Como habilidade esperada, a BNCC (Brasil, 2018) preconiza que o aluno deverá ser capaz de resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas, utilizando sentenças algébricas para expressar a relação entre elas.

Ao trabalhar com atividades envolvendo proporcionalidade, o docente deve propor aos seus alunos vários tipos de problemas, tendo em vista que tal variabilidade é uma condição necessária para que eles desenvolvam seu raciocínio proporcional (Van De Walle, 2009; Lamon, 2012; Nunes, Costa, 2016 apud Almeida, 2018).

Como apontado por Lest, Post e Behr (1988, apud Faria, 2019) o raciocínio proporcional desempenha um papel fundamental no desenvolvimento de habilidades dos alunos em Matemática, porquanto representa a habilidade de compreensão das relações multiplicativas, enquanto a maioria dos conceitos da aritmética é de natureza aditiva.

# 3 ELEMENTOS QUE FORAM CONSIDERADOS PARA TRANSFORMAR AS QUESTÕES DO ENEM EM ATIVIDADES INVESTIGATIVAS



Um ambiente de ensino e aprendizagem fundamentado na investigação deve propor atividades mais abertas, em que os enunciados são menos direcionadores, de forma que os caminhos e resultados não sejam conhecidos de previamente. Além disso, os alunos devem se sentir convidados a participar, buscando possibilidades e diferentes de encaminhamentos, com o objetivo de trazê-los para o centro do cenário educativo. De tal modo que assumam o protagonismo nas ações de aprendizagem (Alro, Skovsmose, 2023). Para tal fim, Araújo et al. (2008, p. 14) ressaltam “[...] torna-se necessário que o professor procure saber as boas razões dos alunos para aceitar (ou não) tal convite, para que, ciente dessas razões, ele possa (re)formular seu convite e tentar seduzir os alunos para aceitá-lo”.

As boas razões são difíceis de se determinar, podem estar relacionadas com, por exemplo, o interesse pessoal e/ou coletivo, familiaridade com o tema, a relação com o professor (Araújo et al., 2008). As referências ao contexto social, cultural e econômico dos alunos podem promover um maior engajamento, pois operam estabelecendo reflexões de como a matemática pode ser útil para uma leitura (crítica) da nossa sociedade.

Para Skovsmose (2000) as atividades investigativas propiciam o desenvolvimento da matemática, que “[...] não se refere apenas as habilidades matemáticas, mas também a competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática” (p. 68), contribuindo para o desenvolvimento de uma cidadania mais crítica (Skovsmose, 2014, Alro; Skovsmose, 2023). O aluno que desenvolve a capacidade de refletir sobre dada situação do seu contexto, pode transformar o seu modo de percebê-la e isso tem o potencial de gerar mudanças em suas ações cotidianas (Milani, 2020).

Assim, transformar uma questão ou exercício com uma única resposta em uma atividade investigativa implica em produzir alternativas diferentes acerca da temática para qual foi à princípio proposto (Milani, 2020), com o objetivo de gerar situações, na qual a matemática esteja presente, mesmo que implicitamente, mas que, sobretudo, sejam significativas para os alunos que estão envolvidos na atividade, de maneira que eles se sintam engajados e aceitem o convite.

Na atividade devem ser propostas algumas questões abertas, porém outras podem emergir no desenvolvimento da atividade, o que pode motivar novas oportunidades de investigação e, portanto, de novas descobertas (Milani; Silva, 2018). Como destacado por Skovsmose (2011), o objetivo não é a busca de resultados originais, na perspectiva da matemática científica, mas que os estudantes realizem suas próprias descobertas. Possibilitando que desenvolvam a criatividade, a capacidade de levantar hipóteses, argumentar, debater e interagir com os colegas ao compartilhar seu raciocínio (Milani, 2020).

Como exemplo, apresentamos uma das questões do ENEM que foram

abertas em uma atividade investigativa. Observem que os itens **a)** e **b)** da atividade investigativa abordam matemática, porém os alunos devem elaborar representações diferentes para situação proposta (tabela e gráfico), com o propósito de potencializar a compreensão do conceito de proporcionalidade e, conseqüentemente, o desenvolvimento do raciocínio proporcional. O item **c)** corresponde a questão proposta no ENEM.

QUESTÃO DO ENEM 2021	QUESTÃO TRANSFORMADA EM ATIVIDADE INVESTIGATIVA												
<p>O preço médio cobrado por um pintor para executar um serviço consiste em uma taxa fixa de R\$ 25,00 mais uma quantia proporcional à área pintada. O quadro apresenta os valores cobrados por ele em trabalhos recentes.</p> <table border="1" data-bbox="223 981 762 1339"> <thead> <tr> <th>ÁREA PINTADA (m<sup>2</sup>)</th> <th>TOTAL A PAGAR (R\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>5</td> <td>35,00</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>45,00</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>65,00</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>105,00</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>185,00</td> </tr> </tbody> </table> <p>Qual o preço cobrado para realizar um serviço de pintura de uma área de 150 m<sup>2</sup>?</p> <p>A) R\$ 300,00            B) R\$ 325,00            C) R\$ 400,00            D) R\$ 1 050,00            E) R\$ 3 750,00</p>	ÁREA PINTADA (m <sup>2</sup> )	TOTAL A PAGAR (R\$)	5	35,00	10	45,00	20	65,00	40	105,00	80	185,00	<p>O preço médio cobrado por um pintor para executar um serviço consiste em uma taxa fixa de R\$ 25,00 mais uma quantia proporcional à área pintada. Reúnam-se em grupos de 4 ou 5 alunos e analisem as questões a seguir:</p> <p>a) Para pintar 5 m<sup>2</sup> o preço total a pagar é R\$ 35,00 (taxa fixa + valor proporcional a área pintada). É possível calcular o valor pago pela área pintada, sem a taxa fixa? Qual será esse valor por m<sup>2</sup>? Justifique sua resposta.</p> <p>b) Com base no item anterior, elaborem um quadro com os valores a pagar quando se deseja pintar as seguintes áreas: 5 m<sup>2</sup>, 10 m<sup>2</sup>, 20 m<sup>2</sup>, 40 m<sup>2</sup> e 80 m<sup>2</sup>. Em seguida, elabore um gráfico com esses valores.</p> <p>c) Saulo deseja renovar a pintura de sua sala e após medir as áreas das paredes descobriu que elas têm 150 m<sup>2</sup>. Ajude Saulo a descobrir quanto ele pagará por essa pintura.</p> <p>d) De acordo com as dimensões das paredes de sua casa, calcule quanto cada um de vocês gastaria para pintar todo o interior.</p> <p>e) Pesquise com sua família e/ou amigos se o valor que o pintor cobra é justo.</p>
ÁREA PINTADA (m <sup>2</sup> )	TOTAL A PAGAR (R\$)												
5	35,00												
10	45,00												
20	65,00												
40	105,00												
80	185,00												

O item d) da atividade fomenta a exploração e experimentação, trazendo uma situação relacionada ao contexto dos alunos. O item e) pode propiciar um espaço para análise crítica sobre questões sociais e econômicas.

Cabe destacar que, uma atividade investigativa se caracteriza por um

elevado grau de incerteza e imprevisibilidade, introduzindo o fazer docente em uma zona de risco (Penteado, 2001, apud Milani; Silva, 2018). Mas, podemos considerar a imprevisibilidade de um ponto de vista positivo, como sendo um desafio para experimentar novas alternativas e/ou possibilidades (Alro, Skovsmose, 2023), tanto para o professor quanto para os alunos.

# 4 ASPECTOS A SEREM OBSERVADOS NA CONDUÇÃO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS



Cabe ao professor garantir que os alunos entendam o que significa investigar e o papel que se espera deles na execução das atividades (Ponte, Brocardo, Oliveira, 2022). Esse momento inicial é muito importante, principalmente quando os alunos têm pouca ou nenhuma experiência com as investigações.

Na condução de uma aula investigativa, fornecer a tarefa por escrito aos alunos é muito vantajoso (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2022), mas isso não dispensa uma pequena introdução oral por parte do professor. No caso de alunos mais novos, a leitura conjunta do enunciado poderá ser imprescindível para a sua boa compreensão.

Na implementação do PE, os alunos apresentaram dificuldades para interpretar os enunciados das atividades. Para assegurar que todos entendessem a tarefa proposta, o professor a leu integralmente, em voz alta, em conjunto com a turma, com o propósito de garantir como recomendado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2022, p. 26) “[...] que os alunos compreendam o que significa investigar”. Essa fase introdutória da investigação foi mais longa do que estava previsto, em virtude da arrumação da sala, formação dos grupos, leitura em voz alta da primeira questão. Mas essa etapa foi fundamental para que os alunos entendessem o seu papel não passivo, isto é, de protagonistas nas atividades de investigação. De forma que nos encontros seguintes, eles foram mais produtivos e conseguiram concluir todas as atividades no tempo planejado.

O sucesso de uma investigação depende também, tal como de qualquer outra proposta do professor, do ambiente de aprendizagem que se cria na sala de aula. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2022, p. 28), “é fundamental que o aluno se sinta à vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas”. Os alunos devem saber que podem contar com o apoio do professor, mas que a atividade depende, essencialmente, da sua própria iniciativa.

O professor tem um papel muito importante nas aulas de investigação, mas é um pouco diferente do que ocorre em outros tipos de aulas. Isso leva os alunos a confrontarem-se com dificuldades e dilemas. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2022), até mesmo o professor pode ver nessas aulas um desafio adicional à sua prática, mas certamente, traduzem-se também em momentos de realização profissional.

No acompanhamento que o professor faz do trabalho dos alunos, os autores reforçam que:

O professor é chamado a desempenhar um conjunto de papéis bem diversos no decorrer de uma investigação: desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, racionar matematicamente e apoiar seu trabalho (Ponte; Brocardo e Oliveira; 2022, p.46).

Dessa maneira, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2022), desafiar os alunos é fundamental para garantir que eles se sintam motivados para realizar a atividade. O papel do professor é procurar criar um ambiente adequado ao trabalho investigativo, além também de dar atenção especial à própria tarefa escolhendo questões ou situações que de fato sejam um desafio para os alunos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2022) ressaltam que o professor deve manter uma postura interrogativa visto que uma das grandes vantagens dessa postura é o fato de ajudar os alunos compreenderem que o papel principal do professor é o de apoiar o seu trabalho e não simplesmente validá-lo. Isso fará com que as habituais perguntas dos alunos, como “Está certo?” ou “É isso que o professor quer?”, sejam cada vez menos frequentes à medida que os alunos compreendem qual é o seu papel e o do professor nessas aulas.

E por fim, os supracitados autores afirmam ainda que, numa aula de investigação matemática, tal como em qualquer outra, tudo o que acontece depende em boa medida do professor e dos alunos. O professor precisa conhecer bem os seus alunos e estabelecer com eles um bom ambiente de aprendizagem para que as investigações possam ser realizadas com sucesso.

# 5 COMENTÁRIOS



Conforme já mencionado na introdução, o Produto Educacional (PE) desenvolvido é um material didático constituído de atividades investigativas (AI), elaboradas a partir de questões do ENEM que possuem proporcionalidade como base resolutive. A abordagem das questões de proporcionalidade do ENEM via AI tem como objetivo facilitar a interpretação dessas questões por parte dos alunos, que muitas vezes não compreendem qual trajetória seguir na resolução de tarefas sobre esse tema. Além de contribuir para o interesse e motivação dos discentes, trazendo novas perspectivas para ensino e a aprendizagem.

Como destacado por Milani (2020), a aprendizagem de conceitos matemáticos via AI, propicia que as descobertas sejam feitas pelos alunos, e não informadas pelo professor, promovendo a reflexão, compreensão e tomadas de decisão, características que contribuem para o desenvolvimento da matemacia.

A elaboração um material didático de natureza investigativa, para um professor cuja formação e atuação é pautada no paradigma do exercício implica em sair da sua zona de conforto, se constituindo em uma tarefa desafiadora. Mesmo de posse da fundamentação teórica, sempre surgem algumas dúvidas na hora de “colocar a mão na massa” e conduzir a atividade investigativa.

Alro e Skovsmose (2023, p.55) ressaltam que

Tanto o professor quanto os alunos podem ser acometidos por dúvidas quando chegam para trabalhar num cenário de investigação, sem a proteção de “regras” de funcionamento bem conhecidas do paradigma do exercício. Assim, deixar o paradigma do exercício significa também deixar uma zona de conforto e entrar numa zona de risco.

Entretanto, adentrar na zona de risco traz possibilidades de aprendizagem para professor e alunos. Como dito por Freire (1996, p. 47), “quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho – a de ensinar e não a de transferir conhecimentos”.

Com essa perspectiva o PE foi implementado. No primeiro encontro houve uma certa resistência por parte de alguns discentes na sua execução das tarefas propostas, eles se mostravam bastante inseguros e ficavam consultando o professor a todo instante para validar o seu trabalho. Mas no decorrer do desenvolvimento das atividades, o interesse dos alunos na realização das tarefas foi aumentando gradativamente.

Já a partir do segundo encontro, as discussões nos grupos ficaram bem mais produtivas e notava-se o envolvimento de todos, podemos dizer que

os alunos aceitaram o convite e se implicaram no processo de investigação, constituindo-se assim um novo ambiente de aprendizagem (Alro; Skovsmose, 2023). Os trabalhos em grupo transcorreram progressivamente de forma mais harmoniosa, as tarefas eram lidas e discutidas por eles com mais atenção, e na ordem que eram propostas. Eles já se sentiam mais seguros e não dependiam tanto do aval do professor para saber se estavam acertando ou não.

Nossa perspectiva é que o PE produzido nesse estudo possa contribuir para o ensino da Matemática, uma vez que pode ser adaptado para outros conteúdos matemáticos e contextos. Como citado por Alro e Skovsmose (2023), não se trata de abandonar de vez os exercícios tradicionais, mas de inserir tarefas com designs investigativos com o objetivo de propiciar ambientes de ensino e aprendizagem nos quais os discentes sintam-se motivados, trazendo-os “[...] para o centro do palco do processo educativo” (Alro; Skovsmose, 2023, p. 72) e servindo de referência e inspiração para outros educadores que queiram reproduzi-lo ou fazerem novas pesquisas envolvendo essa e outras abordagens de ensino inovadoras.

# REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. M. P. **Proporcionalidade na educação básica**: investigando as possíveis conexões com outros ramos da Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica. Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018.

ALPHA, O.; AUMOULOU, S. A. Das proporções à proporcionalidade: o impacto crucial ou hegemonia da regra de três. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.23, n.1, p. 769-809, 2021.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. 1 ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Coleção Tendências em Educação Matemática. 3 ed., Autêntica Editora. Belo Horizonte, MG, 2023.

ARAÚJO, J. L.; PINTO, M. M. F.; LUZ, C. R.; RIBEIRO, A. R. Efemeridade dos cenários de Investigação em um episódio de sala de aula de Matemática com tecnologias. **ZETETIKÉ**, Cempem– FE, Unicamp, v.16, n.29, jan./jun., 2008.

BARBOSA, E. F. ; MOURA, D. G. Metodologias Ativas de Aprendizagem na Educação Profissional e Tecnológica. **Boletim Técnico do Senac**, v.39, n.2, p. 48-67, 2013.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. MEC. 2018.

BROCARD, J. **Investigações na sala de aula de matemática**: um projeto curricular no 8º ano. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa: APM, 2001

COSTA JUNIOR, J. R. Atribuição de significado ao conceito de proporcionalidade: contribuições da história da matemática. 2010. **Dissertação de Mestrado**. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

CUNHA, H., OLIVEIRA, H., PONTE, J. P. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. In A. Pinheiro, A. P. Canavarro (Eds), Actas do ProfMat 95 (p. 161 -168). Lisboa: APM, 1995.

DANTE, L. R. **Matemática: Contexto & Aplicações**. 3 ed. São Paulo: Ática, v. 1, 2016.

ENEM 2012 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação.

ENEM 2017 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação.

ENEM 2018 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação.

ENEM 2019 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação.

ENEM 2020 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação.

ENEM 2021 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação.

ENEM 2022 – **Exame Nacional do Ensino Médio**. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação.

FARIA, R. W. S. C. **Raciocínio proporcional**: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra. 2016. 280 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2016.

FARIA, R. W. S. C. Os conteúdos da aprendizagem e o raciocínio proporcional. **RELVA**, Juara/MT/Brasil, v. 6, n. 1, p. 251-272, jan./jun. 2019.

FARIA, R. W. S.C.; MALTEMPI, M. V. Raciocínio Proporcional na Matemática Escolar. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 58, n. 57, p. 1 – 18, e-20024, jul./set. 2020.

FERNANDEZ, C.; LLINARES, S. Relaciones implicativas entre las estrategias empleadas en la resolución de situaciones lineales. **Revista Iationamericana de investigación em Matemática Educativa (Relime)**, v. 15, p. 277-310,2012.

FONSECA, H., BRUNHEIRA, L., PONTE, J, P. As atividades de investigação o professor e a aula de Matemática. **Actas do ProfMat**, v. 99, p. 91-101, 1999.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

LIMA, E. L. Que são grandezas proporcionais? **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 9, p. 21-29, 1986.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. Volume 1. Coleção do professor de matemática. SBM, 1996.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro, SBM, Coleção PROFMAT), 2013.

MARTINS, L. De C. Abstração Reflexionante e Aprendizagem de Proporção: ensino de matemática na sexta série. 2007. 124 f. **Dissertação (Mestrado em Educação)** – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

MILANI, R.; SILVA, E. S. Atividades Investigativas na Formação Inicial de Professores de Matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, INMA/UFMS , v. 11, n. 26, 2018.

MILANI, R. Transformar exercícios em cenários para investigação: uma possibilidade de inserção na educação matemática crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 31, p. 1-18, 2020.

PINHEIRO, J. M. A. **Proporcionalidade na Educação Básica: Investigando as possíveis conexões com outros ramos da Matemática, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica. Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018f, 2018.

PONTE, J. P. **Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal**. Investigar em Educação, Lisboa, Nº 2, pp. 93-169, junho 2003.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte. Autêntica. 2022.

RIOS, H. P. S. Transformando Questões do ENEM de Proporcionalidade em Atividades de Investigação: Um Experimento com alunos do 3º ano do Ensino Médio. **Dissertação**. PROFMAT-UFBA, Salvador-Ba, 2024.

SANTOS, L. et al. Investigações matemáticas na aprendizagem do 2º ciclo do ensino básico ao ensino superior. In: PONTE J. P et al. (Orgs) **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. (p. 83 – 106) Lisboa: SPCE, 2002.

SCHLIEMANN, A. D.; CARREHER, D. W. Razões e Proporções na vida diária e na escola. In: SCHLIEMANN, A. D.; CARREHER, D. W., et al . **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. 2ª ed. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997.

SILVA NETO, O. A Regra de Três nos currículos ao longo da história. In: **Simpósio de Educação Matemática em Debate**. SIMPEMAD. Joinville, 2014.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, 14, 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica**: Incerteza, Matemática, Responsabilidade. São Paulo: Cortez. 2007.

SKOVSMOSE, O. **An invitation to critical mathematics education**. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2011.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à Educação Matemática Crítica**. Perspectivas para Educação Matemática, Campinas, SP, Papirus, 2014.

SOUZA, J. R. **Panoramas matemática 7**. 1. Ed – São Paulo: FTD, 2019

TINOCO, L. A. A (Coord.). **Razões e Proporções**. Instituto de Matemática, UFRJ, Projeto Fundação, Rio de Janeiro, 1993.

VAN DE WALE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. Penso Editora. 2009.

## APÊNDICE

# AS QUESTÕES DO ENEM TRANSFORMADAS EM ATIVIDADES INVESTIGATIVAS

### QUESTÃO 1 - ENEM 2021

O preço médio cobrado por um pintor para executar um serviço consiste em uma taxa fixa de R\$ 25,00 mais uma quantia proporcional à área pintada. O quadro apresenta os valores cobrados por ele em trabalhos recentes.

ÁREA PINTADA (m <sup>2</sup> )	TOTAL A PAGAR (R\$)
5	35,00
10	45,00
20	65,00
40	105,00
80	185,00

Qual o preço cobrado para realizar um serviço de pintura de uma área de 150 m<sup>2</sup>?

- A)** R\$ 300,00   **B)** R\$ 325,00   **C)** R\$ 400,00   **D)** R\$ 1 050,00   **E)** R\$ 3 750,00

### QUESTÃO 01 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

O preço médio cobrado por um pintor para executar um serviço consiste em uma taxa fixa de R\$ 25,00 mais uma quantia proporcional à área pintada.

Reúnam-se em grupos de 4 ou 5 alunos e analisem as questões a seguir.

- a)** Para pintar 5 m<sup>2</sup> o preço total a pagar é R\$ 35,00 (taxa fixa + valor proporcional a área pintada). É possível calcular o valor pago pela área pintada, sem a taxa fixa? Qual será esse valor por m<sup>2</sup>? Justifique sua resposta.
- b)** Com base no item anterior elaborem um quadro com os valores a pagar quando se deseja pintar as seguintes áreas: 5 m<sup>2</sup>, 10 m<sup>2</sup>, 20 m<sup>2</sup>, 40 m<sup>2</sup> e 80 m<sup>2</sup>. Em seguida elabore um gráfico com esses valores.
- c)** Saulo deseja renovar a pintura de sua sala e após medir as áreas das paredes descobriu que elas têm 150 m<sup>2</sup>. Ajude Saulo a descobrir quanto ele pagará por essa pintura.
- d)** De acordo com as dimensões das paredes de sua casa, calcule quanto cada um de vocês gastaria para pintar todo o interior.
- e)** Pesquise com sua família e/ou amigos se o valor que o pintor cobra é justo.

### QUESTÃO 02 - ENEM 2021

Um lava-rápido oferece dois tipos de lavagem de veículos: lavagem simples, ao preço de R\$ 20,00, e lavagem completa, ao preço de R\$ 35,00. Para cobrir as despesas com produtos e funcionários, e não ter prejuízos, o lava-rápido deve ter uma receita diária de, pelo menos, R\$ 300,00.

Para não ter prejuízo, o menor número de lavagens diárias que o lava-rápido deve efetuar é:

- A) 6                      B) 8                      C) 9                      D) 15                      E) 20

### QUESTÃO 02 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

O lava-rápido do seu Elias oferece dois tipos de lavagem de veículos: lavagem simples, ao preço de R\$ 20,00, e lavagem completa, ao preço de R\$ 35,00. Para cobrir as despesas com produtos e funcionários, e não ter prejuízos, o lava-rápido deve ter uma receita diária de, pelo menos, R\$ 300,00.

Reúnam-se em grupos de 4 ou 5 alunos e analisem as questões a seguir.

- a) Construa uma tabela com os valores de lavagem simples e lavagem completa para 1, 2, 3, 4, 5 e 10 lavagens.
- b) Um cliente com R\$ 148,00 pretende fazer 4 lavagens simples e mais duas completas em um certo período. É possível? Justifique sua resposta.
- c) Como você faria para encontrar o menor número de lavagens diárias simples e/ou completas que o lava-rápido deve efetuar diariamente para não ter prejuízo? Explique sua resposta.

### QUESTÃO 03 - ENEM 2012

Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a cada 8 horas, então a massa corporal do filho é de:

- A)** 12 kg      **B)** 16 kg      **C)** 24 kg      **D)** 36 kg      **E)** 75 kg

### QUESTÃO 03 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Dona Rosa comprou certo remédio para seu filho e recorreu à bula para verificar a dosagem que precisava dar. Ela leu na bula que deveriam ser dadas 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. A embalagem do remédio continha 120 mL.

Formem grupos com 4 ou 5 alunos e analisem cada questão a seguir sempre justificando as suas respostas.

- a)** Você sabe a sua massa corporal? Acha importante ter essa informação?
- b)** Quem compra remédios em sua casa? Essa compra é feita com ou sem receita médica? O que você acha da compra de remédios sem receita médica? Atualmente os antibióticos só podem ser adquiridos com receita médica. Você sabe qual o motivo dessa restrição?
- c)** Dona Rosa fez os cálculos e deu 30 gotas do remédio para o seu filho a cada 8 horas. Quantas vezes por dia ela deveria dar esse remédio? No final do dia quantas gotas ela deu do medicamento?
- d)** Se Dona Rosa ministrou corretamente o medicamento para o seu filho, como podemos encontrar a massa corporal dessa criança?
- e)** O tratamento dessa criança deverá ser feito por 30 dias. Um frasco desse remédio será suficiente? Para resolver essa questão considere que  $1 \text{ ml} \cong 20 \text{ gotas}$ .

### QUESTÃO 04 - ENEM 2020

Uma pessoa possuía um lote com área de  $300 \text{ m}^2$ . Nele construiu sua casa, utilizando 70% do lote para construção da residência e o restante para área de lazer. Posteriormente, adquiriu um novo lote ao lado do de sua casa e, com isso, passou a dispor de um terreno formado pelos dois lotes, cuja área mede  $420 \text{ m}^2$ . Decidiu então ampliar a casa, de tal forma que ela ocupasse no mínimo 60% da área do terreno, sendo o restante destinado à área de lazer.

O acréscimo máximo que a região a ser destinada à área de lazer no terreno poderá ter, em relação à área que fora utilizada para lazer no lote original, em metro quadrado, é :

- A) 12                      B) 48                      C) 78                      D) 138                      E) 168

### QUESTÃO 04 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

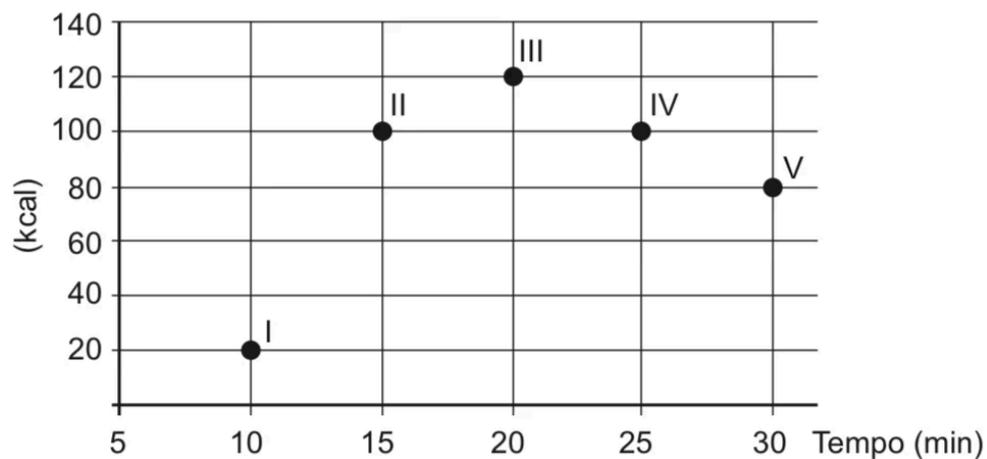
Carlos está prestes a se aposentar e comprou um lote com área de  $300 \text{ m}^2$  um pouco afastado do centro para ter uma vida mais tranquila e aproveitar a natureza. Ele utilizou 70% do lote para construção da residência e o restante para área de lazer. Posteriormente, adquiriu um novo lote ao lado de sua casa e, com isso, passou a dispor de um terreno formado pelos dois lotes, cuja área mede  $420 \text{ m}^2$ . Decidiu então ampliar a casa, de tal forma que ela ocupasse no mínimo 60% da área do terreno, sendo o restante destinado à uma horta e um pomar.

Reúna-se em grupos e responda as questões abaixo justificando cada resposta.

- Você mora perto ou distante do centro? O local onde você mora é movimentado?
- Atualmente, é crescente a procura por lotes distantes dos grandes centros urbanos. Em sua opinião qual o motivo de isso acontecer? Você prefere morar próximo do centro ou afastado ?
- Inicialmente, qual era a área ocupada pela casa de Carlos? E pelas áreas da horta e do pomar?
- Após comprar o novo lote quantos metros quadrados passou a ter a casa de Carlos? E as áreas da horta e do pomar?
- Quanto aumentou a área da casa após a compra do novo lote? E as áreas da horta e do pomar? Qual dos dois ambientes teve um aumento percentual maior?

### QUESTÃO 05 - ENEM 2019

Os exercícios físicos são recomendados para o bom funcionamento do organismo, pois aceleram o metabolismo e, em consequência, elevam o consumo de calorias. No gráfico, estão registrados os valores calóricos, em kcal, gastos em cinco diferentes atividades físicas, em função do tempo dedicado às atividades, contado em minuto.



Qual dessas atividades físicas proporciona o maior consumo de quilocalorias por minuto?

- A) I      B) II      C) III      D) IV      E) V

### QUESTÃO 05 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Os consumos calóricos de cinco atividades físicas diferentes com o tempo de duração de cada uma foram listados abaixo:

ATIVIDADE FÍSICA	TEMPO DE EXECUÇÃO (min)	CONSUMO CALÓRICO (kcal)
I	10	20
II	15	100
III	20	120
IV	25	100
V	30	80

Formem grupos de 4 ou 5 alunos e analisem as questões a seguir.

- Vocês sabem o significado de calorias e consumo calórico? Pesquisem e relatem o que descobriram. É importante fazer atividade física regularmente? Por quê? Você ou pessoas da sua família fazem atividades físicas regularmente?
- Com base nas informações do quadro, construa o gráfico do consumo calórico em função do tempo de duração de cada atividade. (Dica: coloque o consumo calórico no eixo vertical e o tempo de duração de cada uma no eixo horizontal).
- Analisando o gráfico construído, o tempo de cada atividade física determina o gasto calórico?
- De acordo com o gráfico, quais das atividades físicas é a que consome mais calorias por minuto?
- Construa um quadro com o gasto calórico para cada uma das atividades para um tempo de minutos. (Dica: o tempo de execução é proporcional ao gasto calórico)
- O que você acha que faz com que uma atividade física tenha mais gasto calórico?

### QUESTÃO 06 - ENEM 2016

O pacote de salgadinho preferido de uma menina é vendido em embalagens com diferentes quantidades. A cada embalagem é atribuído um número de pontos na promoção:

“Ao totalizar exatamente 12 pontos em embalagens e acrescentar mais R\$ 10,00 ao valor da compra, você ganhará um bichinho de pelúcia”.

Esse salgadinho é vendido em três embalagens com as seguintes massas, pontos e preços:

MASSA DA EMBALAGEM (g)	PONTOS DA EMBALAGEM	PREÇO (R\$)
50	2	2,00
100	4	3,60
200	6	6,40

Com base nessas informações responda os itens a seguir

I. Qual das embalagens de salgadinho é a mais vantajosa para compra? Justifique sua resposta.

II. Para alcançar os 12 pontos da promoção essa menina deverá juntar quantas embalagens de cada pacote?

III. Comprando duas embalagens de 200 g, essa menina pagará R\$ 12,80 e somará os 12 pontos exigidos na promoção. Podemos dizer que esta é a opção mais vantajosa? Justifique sua resposta.

Com base no item II responda:

A menor quantia a ser gasta por essa menina que a possibilite levar o bichinho de pelúcia nessa promoção é:

- A) R\$ 10,80   B) R\$ 12,80   C) R\$ 20,80   D) R\$ 22,00   E) R\$ 22,80**

## QUESTÃO 06 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

O pacote de salgadinho preferido de Joana é vendido em embalagens com diferentes quantidades. No supermercado onde ela normalmente compra tem uma promoção. A cada embalagem é atribuído um número de pontos e “ao totalizar exatamente 12 pontos em embalagens e acrescentar mais R\$ 10,00 ao valor da compra, você ganhará um bichinho de pelúcia”.

Esse salgadinho é vendido em três embalagens com as seguintes massas, pontos e preços.

MASSA DA EMBALAGEM (g)	PONTOS DA EMBALAGEM	PREÇO (R\$)
50	2	2,00
100	4	3,60
200	6	6,40

Reúna-se com seus colegas e responda as perguntas a seguir, sempre comentando e justificando as respostas.

- I) Se Joana estiver interessada apenas em comprar mais salgadinhos, qual das embalagens de salgadinho é a mais vantajosa?
- II) Para alcançar os 12 pontos da promoção Joana deverá juntar quantas embalagens de cada pacote?
- III) Qual opção Joana deve escolher gastando menos para levar o bichinho de pelúcia nessa promoção?
- IV) E se Joana recebe de mesada R\$ 8,00 por semana, o que você sugere que ela faça para levar o bichinho de pelúcia? Você recebe mesada? Você gasta toda mesada que recebe ou economiza?
- V) Você pesquisaria em outras lojas um preço mais barato do que essa promoção ou compraria logo no lugar que está acostumado?

### QUESTÃO 07 - ENEM 2013

Uma torneira não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite às seis horas da manhã, com a frequência de uma gota a cada três segundos. Sabe-se que cada gota d'água tem volume de 0,2 ml.

Qual foi o valor mais aproximado do total de água desperdiçada nesse período, em litros?

- A) 0,2      B) 1,2      C) 1,4      D) 12,9      E) 64,8

### QUESTÃO 07 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Na casa de Marcos, uma torneira no seu jardim não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite às seis horas da manhã com a frequência de uma gota a cada três segundos. Sabe-se que cada gota d'água tem volume de 0,2 ml.

Em grupos de 4 ou 5 alunos, discuta as seguintes questões:

- a) Você acha importante o uso consciente da água? Cite alguns exemplos de desperdício de água e apresente formas de evitar esse desperdício.
- b) Pesquise junto com seus pais ou avós se eles sempre tiveram acesso à água tratada.
- c) Ao tentar reparar o vazamento Marcos não foi bem-sucedido e o vazamento aumentou para 4 ml a cada 3 segundos. Complete a tabela abaixo:

TEMPO	VOLUME (ml)
3 segundos	
60 segundos	
1 hora	
1 dia	

- d) Sabendo que esse vazamento durou 10 dias, quanto foi desperdiçado, em litros, nesse período?

### QUESTÃO 08 - ENEM 2018

Em um aeroporto, os passageiros devem submeter suas bagagens a uma das cinco máquinas de raio-X disponíveis ao adentrarem a sala de embarque. Num dado instante, o tempo gasto por essas máquinas para escanear a bagagem de cada passageiro e o número de pessoas presentes em cada fila estão apresentados em um painel, como mostrado na figura.

MÁQUINA 1	MÁQUINA 2	MÁQUINA 3	MÁQUINA 4	MÁQUINA 5
35 segundos	25 segundos	22 segundos	40 segundos	20 segundos
5 pessoas	6 pessoas	7 pessoas	4 pessoas	8 pessoas

Um passageiro, ao chegar à sala de embarque desse aeroporto no instante indicado, visando esperar o menor tempo possível, deverá se dirigir à máquina

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

## QUESTÃO 08 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Ana e Márcia são duas irmãs que estão de férias e farão uma viagem para Fortaleza. Chegando ao aeroporto Luís Eduardo Magalhães elas devem submeter suas bagagens a uma das cinco máquinas de raio-X disponíveis na sala de embarque. Num dado instante, o tempo gasto por essas máquinas para escanear a bagagem de cada passageiro e o número de pessoas presentes em cada fila estão apresentados em um painel, como mostrado na figura.

MÁQUINA 1	MÁQUINA 2	MÁQUINA 3	MÁQUINA 4	MÁQUINA 5
35 segundos	25 segundos	22 segundos	40 segundos	20 segundos
5 pessoas	6 pessoas	7 pessoas	4 pessoas	8 pessoas

Forme grupos de 4 ou 5 alunos e responda as questões abaixo justificando cada resposta.

- Vocês sabem para que servem essas máquinas de raio-X? Como funcionam? Esses aparelhos funcionam da mesma forma que os utilizados para fins médicos? Pesquisem e relatem as informações obtidas.
- Há algum curso específico para trabalhar com os aparelhos de raio - X nos aeroportos? Qual o salário médio desse profissional?
- Quantas pessoas estão na sala de embarque no instante dos dados acima ?
- Construa uma tabela com o tempo necessário para que todas as pessoas sejam atendidas em cada máquina de raio-X
- Márcia foi para a máquina 5 por ser a mais rápida e Ana para a máquina 4 por ter menos pessoas . Elas fizeram as melhores escolhas? Qual delas será atendida mais rápido?
- Se você estivesse nessa sala de embarque escolheria qual máquina? Explique o motivo.

### QUESTÃO 09 - ENEM 2015

Alguns medicamentos para felinos são administrados com base na superfície corporal do animal. Foi receitado a um felino pesando 3,0 kg um medicamento na dosagem diária de 250 mg por metro quadrado de superfície corporal.

O quadro apresenta a relação entre a massa do felino, em quilogramas, e a área de sua superfície corporal, em metros quadrados.

**Relação entre a massa de um felino  
a área de sua superfície corporal.**

MASSA (kg)	ÁREA (m <sup>2</sup> )
1,0	0,100
2,0	0,159
3,0	0,208
4,0	0,252
5,0	0,292

NORSWORTHY, G. D. **O paciente felino**. São Paulo: Roca, 2009.

A dose diária, em miligramas, que esse felino deverá receber é de

- A) 0,624      B) 52,0      C) 156,0      D) 750,0      E) 1201,9

## QUESTÃO 09 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Pedro levou seu gato Tom ao veterinário para consulta sobre uma irritação na pele. O gato de Pedro está com 3,0 kg e foi receitado um medicamento na dosagem diária de 250 mg por metro quadrado de superfície corporal. Alguns medicamentos para felinos são administrados com base na superfície corporal do animal.

O quadro apresenta a relação entre a massa do felino, em quilogramas, e a área de sua superfície corporal, em metros quadrados.

### Relação entre a massa de um felino a área de sua superfície corporal.

MASSA (kg)	ÁREA (m <sup>2</sup> )
1,0	0,100
2,0	0,159
3,0	0,208
4,0	0,252
5,0	0,292

Reúna-se em grupos e responda as questões abaixo justificando cada resposta.

- Você tem algum animal de estimação? No local onde você mora tem muitos casos de abandono animal?
- Existem ONGs (ONG = organização não governamental) que atuam na proteção de animais domésticos abandonados. Vocês conhecem alguma? Pesquisem.
- Para ser veterinário (a) que curso a pessoa precisa fazer? Qual a duração? Você gostaria de fazer?
- Construa um gráfico com a massa do felino e a área de sua superfície corporal.
- Qual a dose diária que Pedro deverá dar desse medicamento para o seu gato?
- O frasco do medicamento contém 15 g e o tratamento de Tom deve ser por 60 dias. Com apenas um frasco, Pedro conseguirá completar o tratamento?

### QUESTÃO 10 - ENEM 2020

Uma pessoa possuía um lote com área de  $300 \text{ m}^2$ . Nele construiu sua casa, utilizando 70% do lote para construção da residência e o restante para área de lazer. Posteriormente, adquiriu um novo lote ao lado do de sua casa e, com isso, passou a dispor de um terreno formado pelos dois lotes, cuja área mede  $420 \text{ m}^2$ . Decidiu então ampliar a casa, de tal forma que ela ocupasse no mínimo 60% da área do terreno, sendo o restante destinado à área de lazer.

O acréscimo máximo que a região a ser destinada à área de lazer no terreno poderá ter, em relação à área que fora utilizada para lazer no lote original, em metro quadrado, é

A) 12

B) 48

C) 78

D) 138

E) 168

## QUESTÃO 10 ABERTA EM UMA ATIVIDADE INVESTIGATIVA

Carlos está prestes a se aposentar e comprou um lote com área de 300 m<sup>2</sup> um pouco afastado do centro para ter uma vida mais tranquila e aproveitar a natureza. Ele utilizou 70% do lote para construção da residência e o restante para área de lazer. Posteriormente, adquiriu um novo lote ao lado de sua casa e, com isso, passou a dispor de um terreno formado pelos dois lotes, cuja área mede 420 m<sup>2</sup>. Decidiu então ampliar a casa, de tal forma que ela ocupasse no mínimo 60% da área do terreno, sendo o restante destinado à uma horta e um pomar.

Reúna-se em grupos e responda as questões abaixo justificando cada resposta.

- a) Você mora perto ou distante do centro? O local onde você mora é movimentado?
- b) Atualmente, é crescente a procura por lotes distantes dos grandes centros urbanos. Em sua opinião qual o motivo de isso acontecer? Você prefere morar próximo do centro ou afastado ?
- c) Inicialmente, qual era a área ocupada pela casa de Carlos? E pelas áreas da horta e do pomar?
- d) Após comprar o novo lote quantos metros quadrados passou a ter a casa de Carlos? E as áreas da horta e do pomar?
- e) Quanto aumentou a área da casa após a compra do novo lote? E as áreas da horta e do pomar? Qual dos dois ambientes teve um aumento percentual maior?

