



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO  
UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM  
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



DANIELA DE BRITO VIEIRA SOUZA

**UM ESTUDO DO RENDIMENTO ESCOLAR DE ESTUDANTES SUBMETIDOS A  
APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO CONTEXTO DA PANDEMIA  
COVID-19**

CATALÃO  
2022



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA

## TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES

### E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DA UFG

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Goiás (UFG) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFG), regulamentada pela Resolução CEPEC nº 832/2007, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a [Lei 9.610/98](#), o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFG é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

#### 1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação     Tese

#### 2. Nome completo do autor

Daniela de Brito Vieira Souza

#### 3. Título do trabalho

UM ESTUDO DO RENDIMENTO ESCOLAR DE ESTUDANTES SUBMETIDOS A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO CONTEXTO DA PANDEMIA COVID-19

#### 4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento  SIM     NÃO<sup>1</sup>

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

- a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);
  - b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.
- O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;
- Submissão de artigo em revista científica;
- Publicação como capítulo de livro;
- Publicação da dissertação/tese em livro.

**Obs. Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor.**



Documento assinado eletronicamente por **Tânia Maria Nunes Gonçalves, Professor do Magistério Superior**, em 29/06/2022, às 14:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **DANIELA DE BRITO VIEIRA SOUZA, Discente**, em 29/06/2022, às 15:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.ufg.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.ufg.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **2945879** e o código CRC **FB801D98**.

---

DANIELA DE BRITO VIEIRA SOUZA

**UM ESTUDO DO RENDIMENTO ESCOLAR DE ESTUDANTES SUBMETIDOS A  
APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO CONTEXTO DA PANDEMIA  
COVID-19**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Catalão, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestra em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática  
Orientador(a): Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Tânia Maria Nunes Gonçalves

Ficha de identificação da obra elaborada pelo bibliotecário-documentalista  
Marcio Luiz Fernandes Barbosa - CRB1/3161.

Souza, Daniela de Brito Vieira  
Um estudo do rendimento escolar de estudantes submetidos à  
aprendizagem baseada em problemas no contexto da pandemia covid-19  
[manuscrito] / Daniela de Brito Vieira Souza. - 2022.  
CIX, 109 f.

Orientador: Prof. Dr<sup>a</sup>. Tânia Maria Nunes Gonçalves.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Catalão, Instituto de  
Matemática e Tecnologia, Catalão, 2022.  
Bibliografia. Anexos.  
Inclui tabelas, fórmulas, lista de figuras, lista de tabelas, anexos.

1. Aprendizagem Baseada em Problemas. 2. Ensino Fundamental. 3.  
Modelo de regressão linear simples. I. Gonçalves, Tânia Maria Nunes, orient. II.  
Título.

CDU 51:37.02



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

UNIDADE ACADÊMICA ESPECIAL DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA

### ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 30 da sessão de Defesa de Dissertação de **Daniela de Brito Vieira Souza**, que confere o título de Mestre(a) em **Matemática**, na área de concentração em **Ensino de Matemática**

Aos **vinte e quatro dias de maio de dois mil e vinte e dois**, às **nove horas e quarenta e cinco minutos**, por Webconferência via sistema Google Meet (<https://meet.google.com/sjw-ptdm-atv>), reuniram-se os componentes da banca examinadora, docentes **Dra. Tânia Maria Nunes Gonçalves (PROFMAT/IMTec - "RC/UFG - UFCAT em transição")**, orientadora, **Dr. Donald Mark Santee (PROFMAT/IMTec - "RC/UFG - UFCAT em transição")** e **Dr. Marley Apolinário Saraiva (UFG/IME)**, para, em sessão pública realizada na Sala Virtual do Google Meet, procederem a avaliação da Dissertação intitulada " **IMPACTO DA APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS SOBRE O RENDIMENTO ESCOLAR DE ALGUNS ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL** ", de autoria de **Daniela de Brito Vieira Souza**, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da "RC/UFG - UFCAT em transição". A sessão foi aberta pela presidente, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida a discente que procedeu com a apresentação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu a examinanda. Terminada a fase de arguição, procedeu-se a avaliação da Dissertação, que foi considerada **Aprovada**. Cumpridas as formalidades de pauta, a presidência da mesa encerrou a sessão e, para constar, lavrou-se a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora. **Vinte e quatro dias de maio de dois mil e vinte e dois**.

Obs.: "Banca Examinadora de Qualificação/Defesa Pública de Dissertação/Tese realizada em conformidade com a Portaria da CAPES nº 36, de 19 de março de 2020, de acordo com seu segundo artigo:

*Art. 2º A suspensão de que trata esta Portaria não afasta a possibilidade de defesas de tese utilizando tecnologias de comunicação à distância, quando admissíveis pelo programa de pós-graduação stricto sensu, nos termos da regulamentação do Ministério da Educação."*

TÍTULO SUGERIDO PELA BANCA

UM ESTUDO DO RENDIMENTO ESCOLAR DE ESTUDANTES SUBMETIDOS A APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS NO CONTEXTO DA PANDEMIA COVID-19



Documento assinado eletronicamente por **Donald Mark Santee, Professor do Magistério Superior**, em 24/05/2022, às 11:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Tânia Maria Nunes Gonçalves, Professor do Magistério Superior**, em 24/05/2022, às 11:41, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marley Apolinário Saraiva, Professor do Magistério Superior**, em 24/05/2022, às 11:43, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

## **NOTA NAS TESES/DISSERTAÇÕES**

Os Programas de Pós-Graduação stricto sensu em funcionamento na Universidade Federal de Catalão (UFCAT), em virtude de procedimentos técnicos relacionados à CAPES, continuam provisoriamente vinculados à Universidade Federal de Goiás (UFG), por isso, todos os elementos pré-textuais do trabalho apresentado estão identificados como Universidade Federal de Goiás/Universidade Federal de Catalão em implantação, em função da migração da BDTD ter ocorrido a partir de 16 de agosto de 2021, assim como pelo fato das pesquisas e produtos serem realizados na UFCAT.

Dedico este trabalho à minha família: meu filho Nicolas, minha mãe Dirce, meu irmão Bruno e minha professora e orientadora, Dra Tânia Maria Nunes Gonçalves, que sempre entenderam que o estudo engrandece a alma e faz florescer caminhos mais tranquilos em nossas vidas.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela proteção, aos meus familiares: meu filho Nicolas, que tantas vezes, após seu período escolar, me apoiou e incentivou nas minhas aulas e estudos para as minhas avaliações do mestrado, minha mãe Dirce, minha inspiração para concluir meu terceiro diploma, me tornando assim Mestra, que soube me entender e apoiar incondicionalmente as minhas noites em claro para estudos e meu irmão Bruno, que sempre me incentivou, com paciência e palavras certas, citando um ditado popular “Na vida, só presta quem sabe, só vale quem tem”, neste caso, quem detém o conhecimento.

Aproveito o momento para enfatizar também, minha profunda admiração e meu sincero: Muito obrigada, a minha professora, orientadora e nova amiga, Dra. Tânia Maria Nunes Gonçalves que proporcionou inspiração e realização desta dissertação. Sem o seu apoio, luz me guiando nos momentos que pensei que prazos e entregas eram palavras de horror, este caminho não teria sido tão tranquilo!

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização do mestrado.

Aos meus professores em geral do curso de Mestrado do PROFMAT da UFCat, por me fazerem acreditar que ser uma professora e mestre crítica e consciente é acima de tudo, saber ouvir e conseguir selecionar as verdadeiras informações. Aos meus colegas de classe, pela rica troca de experiências.

Agradeço à banca de defesa, nomeadamente, ao Prof. Dr. Marley Apolinário Saraiva e ao Prof. Dr. Donald Mark Santee, as críticas construtivas que contribuíram para a melhoria deste trabalho.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para esta construção.

## RESUMO

Inicialmente, o presente trabalho pretendia determinar se o uso do método Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) tem algum efeito sobre o rendimento acadêmico em Matemática de estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais. Com este estudo esperava-se obter informações relevantes quanto ao uso do método ABP. Contudo, a coleta de dados coincidiu com a pandemia de Covid-19 e acabou comprometendo o quase-experimento. Portanto, o estudo teve que ser redirecionado. Deste modo, resolveu-se estudar, com o auxílio de modelos de regressão linear simples, se a escolaridade dos pais, a habilidade dos professores e o tamanho do agregado familiar têm algum efeito sobre o rendimento acadêmico em Matemática de estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais. Além disso, também se investigou, com o uso de testes não paramétricos, a existência de diferenças entre as médias em Matemática de estudantes de 9º ano com diferentes professores e a existência de diferenças entre as medianas das notas das provas antes e depois do quase-experimento. Dessas investigações obtiveram-se os seguintes resultados: parece que a escolaridade dos pais, mais especificamente das mães, explica alguma da variabilidade do desempenho escolar em Matemática; aparentemente, a habilidade dos professores e o tamanho do agregado familiar não explicam nenhuma da variabilidade no rendimento acadêmico em Matemática; não existem evidências que comprovem que há diferenças entre as médias em Matemática dos estudantes com diferentes professores; finalmente, não há evidências da existência de uma diferença entre as medianas das provas antes e depois do quase-experimento. Fazer pesquisa em tempo de pandemia traz muitos desafios, tanto na participação, como na coleta de dados: em pesquisas futuras deverão ser consideradas novas formas de atrair os participantes e de coletar os dados.

**Palavras-chave:** Aprendizagem Baseada em Problemas. Ensino Fundamental. Modelo de regressão linear simples. Rendimento escolar. Resolução de Problemas. Teste de Kruskal-Wallis. Teste de Wilcoxon.

## ABSTRACT

Initially, the present work sought to determine whether the use of the Problem-Based Learning (PBL) method has any effect on the academic performance in Mathematics of students in the 9<sup>th</sup> year of Elementary School – Final Years. With this study, one hoped to obtain relevant information regarding the use of the ABP method. However, the data collection coincided with the Covid-19 pandemic and ended up compromising the quasi-experiment. Therefore, the study had to be redirected. Thus, a study, using simple linear regression models, was carried out to assess whether parental education, teachers' skill and household size have any effect on the academic performance in Mathematics of students from 9<sup>th</sup> Year of Elementary School – Final Years. In addition, an investigation, using nonparametric tests, was realized to determine the existence of differences between the averages in Mathematics of students of 9<sup>th</sup> year with different teachers and the existence of differences between the medians of the test scores before and after the quasi-experiment. From these investigations, the following results were obtained: it seems that the parents' level of education, more specifically the mothers' level of education, explains some of the variability of school performance in Mathematics; apparently, teacher skill and household size do not explain any of the variability in academic achievement in mathematics; there is no evidence that proves that there are differences between the averages in Mathematics of students with different teachers; finally, there is no evidence of the existence of a difference between the medians of the test scores before and after the quasi-experiment. Conducting research during pandemic brings many challenges, both in terms of participation and in data collection: in future research, new ways of attracting participants and collecting data will have to be considered.

**Keywords:** Problem Based Learning. Elementary School. Simple Linear Regression Model. Academic achievement. Problem solving. Kruskal-Wallis test. Wilcoxon signed-rank test.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Diagrama de dispersão que relaciona a nota da prova inicial com a da prova final	44
Figura 2	– Diagrama de dispersão que relaciona a nota da prova final com a escolaridade do pai	45
Figura 3	– Diagrama de dispersão que relaciona a nota da prova final com a escolaridade da mãe	45
Figura 4	– Diagrama de dispersão que relaciona a pontuação do teste QI do professor com a nota da prova final do estudante	46
Figura 5	– Diagrama de dispersão que relaciona a nota final com o tamanho do agregado familiar	46
Figura 6	– Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (41)	48
Figura 7	– Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (41)	49
Figura 8	– Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (41)	49
Figura 9	– Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (42): caso dos pais	52
Figura 10	– Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (42): caso das mães	52
Figura 11	– Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (42): caso dos pais	53
Figura 12	– Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (42): caso das mães	53
Figura 13	– Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (42): caso dos pais	54
Figura 14	– Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (42): caso das mães	54
Figura 15	– Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (43)	56
Figura 16	– Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (43)	56
Figura 17	– Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (43)	57
Figura 18	– Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (44)	58
Figura 19	– Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (44)	58
Figura 20	– Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (44)	59

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Tabela da Análise de Variância a um Fator	40
Tabela 2	– Dados necessários para determinar a estatística do teste de Wilcoxon	41
Tabela 3	– Resultados do teste de Shapiro-Wilk	60
Tabela 4	– Tabela da Análise de Variância a um Fator	61
Tabela 5	– Tabela com dados pareados – notas dos estudantes antes e depois	62

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>ABP e RP</b>	<b>16</b>
2.1	APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS	16
2.2	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	19
<b>2.2.1</b>	<b>Similaridades e diferenças entre ABP e RP</b>	<b>20</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>21</b>
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>TEORIA SOBRE O MODELO DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA</b>	<b>30</b>
5.1	MODELO DE REGRESSÃO LINEAR SIMPLES	30
<b>5.1.1</b>	<b>Derivação dos estimadores para os parâmetros <math>\beta_0</math> e <math>\beta_1</math></b>	<b>31</b>
<b>5.1.2</b>	<b>Propriedades estatísticas dos estimadores MQO</b>	<b>32</b>
5.1.2.1	Inexistência de viés nos estimadores MQO	32
5.1.2.2	Variância dos estimadores MQO	33
5.2	MODELO DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA	34
5.3	ANÁLISE DE VARIÂNCIA A UM FATOR	38
5.4	TESTE DE WILCOXON	40
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DE DADOS</b>	<b>43</b>
6.1	ANÁLISE EXPLORATÓRIA	44
6.2	RESULTADOS DA ANÁLISE DOS MODELOS DE REGRESSÃO LINEAR SIMPLES	48
6.3	RESULTADOS DA ANÁLISE DO TESTE DE KRUSKAL-WALLIS	60
6.4	RESULTADOS DO TESTE DE WILCOXON	62
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>64</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>66</b>
	<b>APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS APLICADOS AOS PARTICIPANTES</b>	<b>69</b>
	<b>APÊNDICE B – AVALIAÇÕES APLICADAS AOS PARTICIPANTES</b>	<b>78</b>
	<b>ANEXO A – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA E PESQUISA</b>	<b>97</b>
	<b>ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)</b>	<b>99</b>
	<b>ANEXO C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)</b>	<b>101</b>
	<b>ANEXO D – TERMO DE CONSENTIMENTO PARA PAIS/RESPONSÁVEIS</b>	<b>104</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo de apresentação serão expostos os motivos da escolha da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e Resolução de Problemas (RP), como objeto de estudo e pesquisa. Esta, feita de forma exploratória, qualitativa e quantitativa foi realizada num grupo de alunos do 9<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental – Anos Finais e seus respectivos professores de matemática, provenientes de escolas do ensino básico, localizadas no estado de Goiás.

O intuito da pesquisa é corroborar a ligação direta ou não, no rendimento escolar desses alunos participantes, onde seus professores de matemática se utilizavam também dos métodos pedagógicos citados acima, ABP e RP, em suas práticas diárias em sala de aula.

Os meus anos iniciais na fase escolar foram concluídos no Rio de Janeiro, mas ao mudar para Goiás no período do Ensino Médio continuei tendo a oportunidade de estudar em escolas particulares, o que me proporcionou um maior contato com a matemática que faz você raciocinar e não aquela que vemos em algumas escolas, com o siga o modelo.

Ao me deparar com novos conteúdos, a apresentação destes sempre vinha em forma de um problema matemático, pois os professores da época já se preocupavam com a interdisciplinaridade, ou seja, aprender matemática sem esquecer-se das famosas interpretações de texto da disciplina de português, uma vez que resolver problemas necessita da compreensão e retirada de dados relevantes que possam ajudar a determinar uma possível resposta, pois “processo ensino e aprendizagem podem ser desenvolvidos através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos”. (LUPINACCI; BOTIN, 2004)

Acredito que toda a influência positiva que obtive tanto na minha vida acadêmica, quanto na minha carreira profissional veio desempenhar um papel importante que tento repassar para os meus alunos, fazendo grupos de estudo entre eles, a sua participação na resolução de exercícios no quadro com as próprias sugestões e indagações.

A participação e interação dos alunos na sala de aula têm por objetivo trazer segurança e confiança nas situações em que este estudante julgará, se o processo que ele havia escolhido como caminho da resolução de um problema é pertinente e até mesmo, suficiente, ao analisá-lo em soluções obtidas, como por exemplo, um simples cálculo de raízes de uma equação polinomial do 2<sup>o</sup> grau pertence ao universo dos números reais, mas se a situação envolver grandezas do tipo tempo, lado de figuras geométricas, áreas, volumes, entre outros, este aluno deverá ser capaz de distinguir a situação e eliminar soluções não relevantes ao problema.

É possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia, na escola ou fora dela. (DANTE, 1991, p. 25)

No mestrado, conversando com a minha orientadora, na época minha professora, esta

lançou uma pergunta à nossa sala: “Por que alunos provenientes de escolas públicas chegam tão despreparados nos cursos de graduação em matemática, sem ao menos conhecer as operações e resoluções básicas?” E este questionamento me fez refletir por alguns dias em casa, afinal, ministro aulas tanto na rede pública quanto na rede particular e a postura dos meus alunos, infelizmente é diferenciada, mas será que ainda assim, as aulas precisariam também ser diferentes?

De acordo com Echeverria e Pozo (1998), “não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado”.

De acordo com Barrows (1986), através de um estudo pioneiro feito em 1969 pela Universidade de McMaster, no Canadá e Universidade de Maastricht, nos Países Baixos, ambas relacionadas ao estudo da Medicina mostrou que uma abordagem de ensino direcionada ao público-alvo, ou seja, os alunos, intitulada Problem-Based Learning (PBL) possuía o intuito de formar grupos de trabalho, com no máximo cinco integrantes cada, a fim de identificar um problema, investigar, debater, interpretar e produzir possíveis justificativas e soluções, bem como algumas ressalvas quanto à interpretação da solução, “os modelos curriculares da PBL são largamente construtivistas na sua natureza, pois é dada a oportunidade aos alunos de construir o conhecimento” (CARVALHO, 2009, p. 35).bbbbbbbbbb

No Brasil, um documento que norteia conteúdos e eixos temáticos para a educação básica, chamado de Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sofreu grandes atualizações, como:

- a) Começou a ser elaborada em 2015, com a ajuda de 116 especialistas;
- b) Entrou em vigor em abril de 2017 para as séries iniciais: Educação Infantil e Ensino Fundamental;
- c) Entrou em vigor em dezembro de 2018, para o Ensino Médio com a aprovação do MEC para as redes públicas e particulares de ensino.

Neste documento, a linha pedagógica utilizada dentro dos eixos temáticos abordados, Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, mostra a importância na inserção gradativa e constante da Resolução de Problemas (RP), com o intuito de “[...] que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos.” (BRASIL, 2018, p. 295).

Nessa fase final do Ensino Fundamental, é importante iniciar os alunos, gradativamente, na compreensão, análise e avaliação da argumentação matemática. Isso envolve a leitura de textos matemáticos e o desenvolvimento do senso crítico em relação à argumentação neles utilizada. (BRASIL, 2018, p. 295)

A união do método pedagógico RP com a interação dirigida entre o seu professor que possui o papel de orientador e alunos divididos em pequenos grupos, mais a técnica de

*brainstorm*, conhecido também pela “chuva de ideias”, faz com que o resultado venha a ser o método pedagógico ABP, uma vez que a solução final de um problema matemático surgiu após considerações e ideias de um conjunto maior.

A ABP tem um papel importante em neutralizar técnicas de ensino arcaicas, como a memorização de fórmulas e processos, o chamado “siga o modelo”, que traz insegurança ao aluno quando um simples tópico é mudado, este acredita não ser capaz de realizar o processo de resolução, tornando o seu julgamento contaminado pela sua falsa incapacidade.

Quando nos reportamos à história dessa estratégia observamos que ela surgiu na década de 1960 e foi desenvolvida inicialmente nos cursos de medicina. Embora os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) cite que um dos objetivos do ensino da Matemática é utilizar com confiança procedimento de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos, pouco se encontra na literatura registros concretos de experiências no Brasil que utilizam a ABP aplicadas na área de matemática. Entretanto, observamos muita proximidade entre propostas citadas nos PCNs para a Educação Matemática e a visão da ABP. (BEZERRA, 2013, p. 2)

A grande preocupação quanto às competências e habilidades essenciais na matemática faz surgir uma importância do uso da ABP, algo bem claro agora na BNCC, repassado às escolas em forma de cartilha.

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p. 266)

Cabe ao professor-tutor, ou seja, o mediador do conhecimento que encaminha o seu aluno a adquirir uma autoaprendizagem, a devida orientação ao seu “pupilo”, para que este saiba caminhar sozinho e não ache ser incapaz de realizar novas atividades sem a presença constante do seu mentor, pois isto seria um grande prejuízo na vida acadêmica deste estudante, agora cercado pela incerteza de suas competências, pois “[...] o ensino realiza-se na relação dialógica entre professor-aluno, por uma educação problematizadora que supere a contradição educador-educandos.” (FREIRE, 2005, p. 78)

Ao final desta dissertação, espera-se que os alunos observados e participantes do grupo “Método ABP/RP incluso na metodologia aplicada em sala” fossem estudantes com um raciocínio versátil para lidar com a resolução de problemas, bem como serem capacitados de uma análise crítica, com base nas informações e soluções obtidas nestes problemas, ou seja, qualidade não apenas quantidade de conteúdos absorvidos.

Instruir alguém não é levá-lo a armazenar resultados na mente e sim ensiná-lo a participar do processo que torna possível a obtenção do conhecimento: ensinamos não para produzir minúsculas bibliotecas vivas, mas para fazer o estudante pensar, matematicamente, para si mesmo, considerar os assuntos como faria um historiador, tomar parte no processo de aquisição de conhecimento. Saber é um processo, não um produto. (BRUNER; VASCONCELOS, 2002, p. 89)

Com o intuito de responder à questão de pesquisa, foram contatadas dezesseis escolas, cada uma com cerca de 3 turmas de 30 alunos, fazendo um total de 1.440 participantes possíveis. Quando esse contato foi feito pela primeira vez, o Brasil, assim como o mundo inteiro, já se encontrava em pandemia (Covid-19). Então foi necessário que o contato com essas escolas se desse por meio eletrônico, redes sociais, ocasionando assim, um retorno menor dessas unidades escolares; o que com certeza teria uma maior participação, caso o contato tivesse sido feito pessoalmente. Ainda para evitar que a amostra tivesse apenas participantes que não foram sujeitos ao método ABP, resolveu-se considerar o método ABP junto com o método RP.

Posto isto, a amostra obtida contou com a participação de 3 escolas, 7 turmas, com um número total de 15 alunos e 5 professores de matemática. Além da amostra ter ficado reduzida, surgiu outro problema, que impossibilitou o estudo do impacto do uso do método ABP/RP sobre o rendimento acadêmico em Matemática dos estudantes de 9º do Ensino Fundamental – Anos Finais: todos os participantes tinham sido sujeitos aos métodos ABP e/ou RP. Portanto, o estudo dos dados coletados foi redirecionado.

Assim, com os dados coletados decidiu-se investigar, com o uso de modelos de regressão linear simples, se a escolaridade dos pais, a habilidade dos professores e o tamanho do agregado familiar explicam alguma da variabilidade do desempenho acadêmico em Matemática dos estudantes. Ademais, também se investigou, com o uso dos testes não paramétricos Kruskal-Wallis e Wilcoxon, a existência de diferenças entre as médias em Matemática dos estudantes de 9º ano com diferentes professores e a existência de diferenças entre as medianas das notas das provas aplicadas antes e depois do quase-experimento, respectivamente.

No presente trabalho, começa-se na seção 2, por apresentar o que são os métodos ABP e RP, as suas semelhanças e diferenças. Em seguida, na seção 3, faz-se uma revisão bibliográfica sobre o efeito do uso dos métodos ABP e RP sobre o desempenho escolar em Matemática dos estudantes de 9º ano. Na seção 4, apresenta-se a metodologia empregue na elaboração deste trabalho. Na seção 5 é feito um breve resumo sobre a teoria empregue neste estudo, nomeadamente, sobre modelos de regressão linear, análise de variância a um fator e o teste de Wilcoxon. Na seção 6 são analisados os dados coletados com o uso de modelos de regressão linear simples, teste de Kruskal-Wallis e teste de Wilcoxon. Finalmente na seção 7 são apresentadas algumas considerações finais.

## 2 ABP e RP

Este capítulo foi criado para expor os objetivos das metodologias utilizadas por alguns profissionais da educação conhecidas por Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e Resolução de Problemas (RP). Em resumo, as duas práticas apesar de trabalharem com problemas matemáticos possuem abordagens diferentes e por este fato, são frequentemente confundidas, quanto à forma de serem aplicadas em sala de aula. O objetivo deste capítulo é mostrar ao leitor que as diferenças, apesar de serem sutis, elas com certeza existem.

### 2.1 APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS

De acordo com Souza e Dourado (2015), em 1969, sob a coordenação de Howard S. Barrows, os professores da Universidade McMaster no Canadá, começaram a introduzir o modelo da ABP no ensino de Ciências da Saúde, posteriormente acabou sendo adotado em várias escolas de medicina em âmbito mundial. Assim a ABP consiste de aulas não convencionais, estabelecidas em pequenos grupos de alunos com um professor-tutor, um problema é lançado, identificado e discutido pelo grupo e assim são estabelecidos os objetivos de aprendizado, pois o método prioriza o “aprender a aprender” e ao ser iniciado o levantamento de dados, estes serão analisados pelo grupo a fim de encontrar um melhor caminho para chegar a uma solução, uma vez que o plano principal é comprovar ou não a sua aplicabilidade e eficácia.

Na concepção de Barrows (1986), a ABP representa um método de aprendizagem que tem por base a utilização de problemas como ponto de partida para a aquisição e integração de novos conhecimentos. Em essência, promove uma aprendizagem centrada no aluno, sendo os professores meros facilitadores do processo de produção do conhecimento. Nesse processo, os problemas são um estímulo para a aprendizagem e para o desenvolvimento das habilidades de resolução. (SOUZA; DOURADO, 2015, p. 3)

Este foi o primeiro contato que alunos de diferentes culturas e níveis intelectuais puderam comprovar uma prática pedagógica baseada na investigação, na análise de dados, com o professor apenas servindo de orientador educacional, estimulando a criatividade de seus alunos, o raciocínio claro e rápido para a resolução de problemas. Através de vários estudos e pesquisas feitas na área da educação, com jovens e inclusive adultos em diferentes estágios acadêmicos, sejam em escolas e universidades de renome, como Harvard nos Estados Unidos, foi possível confirmar que o método ABP de fato é eficaz em várias instituições de ensino pelo mundo todo, como Aguiar 2001 ilustra no seu estudo “Implementando as novas diretrizes curriculares para a educação: O que nos ensina o caso de Harvard?” numa das maiores e mais respeitadas instituições de ensino superior, a Universidade de Harvard, nos Estados Unidos, a ABP vêm sendo atualizada desde a sua descoberta por Barrows em 1969.

A metodologia PBL, no Brasil conhecido por ABP, vem sendo aplicada e incentivada tanto nas redes de ensino privadas, como nas redes públicas. O novo modelo da BNCC já aprovado e instaurado pelo MEC trouxe um embasamento maior nesta modalidade pedagógica de ensino-aprendizagem.

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266)

As situações-problema são apresentadas de forma mais subjetiva por isso são capazes de trazer mobilidade para que o estudante desta prática possa ser mais crítico e atuante na sociedade, uma vez que a ABP faz o aluno pensar por conta própria e encontrar o seu caminho de raciocínio.

A ABP está sendo incorporada em diversas áreas de atuação como: história, pedagogia, arquitetura, matemática... às vezes na engenharia, este recebe um novo nome “Aprendizagem Baseada em Projetos”, ou seja, o modelo primário instaurado pela Universidade de McMaster vem sofrendo atualizações e alterações relevantes, de acordo com as necessidades de cada área de atuação. Como na arquitetura e na engenharia não há uma única solução correta, a ABP precisou ser modificada para que pudesse ser incorporada.

Algumas técnicas podem ser utilizadas na aplicação da ABP, como é o caso do post-holling onde, problemas são utilizados em componentes curriculares trabalhados de forma convencional, a fim de aprofundar um determinado assunto ou reunir assuntos que já foram estudados. Há controvérsias deste método ser de fato ABP, levantado por alguns autores.

É possível ver essas técnicas sendo aplicadas entre diferentes autores: Delisle (2000), Lambros (2004).

Delisle (2000) diz que a ABP é uma técnica de ensino que educa apresentando aos alunos uma situação que leva a um problema que tem de ser resolvido, assim como Lambros (2004) em uma definição muito semelhante à de Barrows (1986), afirma que a ABP é um método de ensino que se baseia na utilização de problemas como ponto inicial para adquirir novos conhecimentos. (SOUZA; DOURADO, 2015, p. 184)

De acordo com Costa (2011), é possível confundir ABP e RP e as práticas exercidas na metodologia ABP aplicada aos alunos e algumas características essenciais devem estar presentes para que esta confusão possa ser descartada.

A proposta pedagógica da ABP/PBL baseia-se no estudo de problemas propostos com a finalidade de fazer com que o aluno estude determinados conteúdos. Tal proposta sustenta-se (1) nos blocos ou unidades pelos quais se estrutura o currículo, (2) nos problemas ou questões apresentadas aos alunos e (3) nos grupos tutoriais. (COSTA, 2011, p. 2)

Em resumo, o que não é ABP (PBL)?

- a) Não é um processo para a Resolução de Problemas;
- b) Não se trata de uma pesquisa bibliográfica;
- c) Não é um simples estudo de caso;
- d) A ABP se utiliza de problemas, mas não se resume ao estudo de simples técnicas para resolvê-los;
- e) Não é uma receita pronta, pois não existe uma única forma de ensinar... vai haver momentos que as aulas expositivas, tradicionais serão incorporadas ao processo;
- f) Não é a solução exclusiva para resolver todos os males que acompanham a educação;
- g) Não se trata de um processo de recepção passiva e acumulação de informações; afinal, a ABP deixa o aluno elaborar e dar seu próprio sentido aos conceitos e estruturá-los à sua própria maneira;

A ABP, apesar de ter sido descoberta e utilizada em primeira mão por Barrows na década de 60, exerceu grande influência em outros estudiosos sobre educação e vem sendo aplicada no decorrer dos tempos por educadores/pesquisadores como: Dewey, Bruner, Auzubel, Rogers, Paulo Freire, pois estes já se dispunham desses princípios.

Etapas para ser considerada ABP:

- a) Iniciar conteúdo com um problema da vida real (antecipando a teoria);
- b) Processo formal de solução de problemas;
- c) Resolução de Problemas a partir de um grupo formado por 5 a 7 integrantes (discussão);
- d) Estudo supervisionado, mas autônomo dos alunos;
- e) Troca de experiências e conhecimentos prévios adquiridos entre os integrantes do grupo de alunos;
- f) O professor assume o seu papel de tutor, ou seja, apenas de orientar seus alunos durante um debate de ideias – brainstorm que surge no momento da discussão, quanto a possíveis soluções do problema;
- g) Nesse momento, a falta de qualquer teoria necessária para completar a solução do problema pode ser levantada por um ou mais alunos e o professor apenas os orienta, como encontrá-la, ou seja, em quais fontes de pesquisa relevante é possível completar o seu raciocínio matemático.
- h) O grupo entra em acordo após testar e verificar as soluções obtidas, formaliza a resolução com uma solução final e conclui o seu trabalho expondo o resultado através de relatório, esquematização, maquete, vídeo, como assim o desejar.

Segundo Cardoso (2010), em estudo feito com alunos da UFMG, no curso de terapia ocupacional, confirmou-se a presença de desvantagens relatadas por esses estudantes ao final da metodologia ser aplicada, pois “A ABP é uma alternativa interessante aos métodos tradicionais de ensino, mas requer estrutura apropriada de recursos físicos e de pessoal, o que constitui dificuldade nas escolas e universidades públicas brasileiras.”

O método ABP também apresenta algumas desvantagens quanto a sua escolha e como de fato, será feita a sua abordagem em relação aos alunos e a sala. A ABP não consegue resolver todos os problemas encontrados na educação, seja esta qual área de atuação for, nem mesmo utilizar todas as metodologias de aprendizagem, mas é importante ressaltar que é importante:

- a) Como o aluno e seu professor irão expor suas ideias iniciais, a fim de que todos os participantes possam compreender as suas reais intenções;
- b) Aprender a ouvir diferentes opiniões e conseguir utilizá-las em conjunto;
- c) Saber trabalhar em grupo, pois neste momento a equipe fala como um todo;
- d) Fazer com que a colaboração no registro geral seja algo natural para os envolvidos;
- e) Como os alunos aprenderam a teoria, sem memorizar os conteúdos, às vezes, a ponte entre o nome e o que é empregado, o aluno pode não conseguir fazer esta conexão;
- f) A maior “desvantagem” tem a ver com o tempo. Em aulas tradicionais o professor “mastiga” o conhecimento para o seu aluno, tornando-o mais fácil e rápido de assimilação. No caso da ABP, esse aluno precisa dispor de um tempo muito superior, uma vez que o conhecimento adquirido é construído em grupo e são os próprios alunos que procuram essa solução.

Não é possível apenas listar as desvantagens da ABP, uma vez que esta metodologia já foi reconhecida por grandes nomes da área da educação, ou seja, as vantagens realmente existem.

A ABP possui comum destaque e vantagem, a aprendizagem dinâmica, mais ativa e prazerosa, uma vez que esta é compartilhada entre os alunos, seja no momento em grupo, ou para todos na exposição, ou ainda, com seus professores tutores. As parcerias feitas no momento de exposição de ideias e discussões em grupo fazem com que as habilidades de se comunicar e socializar estejam em constante crescimento.

## 2.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A metodologia RP é um conjunto de estratégias que são ensinadas para que o aluno possa seguir-las passo a passo, a fim de que um problema matemático seja interpretado e codificado da linguagem materna escrita para a linguagem matemática e assim, através das operações efetuadas é possível chegar na resolução final.

O autor George Polya (1978) escreveu seu livro intitulado “A Arte de Resolver Problemas” e descreve através de etapas, como um aluno e seu professor podem conseguir analisar enunciados de problemas matemáticos e transcrever esta linguagem escrita para uma linguagem matemática,

a fim de que o estudante possa aplicar seus conhecimentos armazenados e chegar a uma solução final.

Estratégias a seguir, para a Resolução de Problemas (RP):

- a) Identificação da situação: reconhecer que há um problema a ser resolvido;
- b) Distinção do problema: especificamente o que se precisa resolver e como isso será feito;
- c) Investigação: estudar formas de chegar ao objetivo, quais meios e objetos empregar;
- d) Planejamento: desenvolver a solução levantada na investigação, empregando melhorias às ideias iniciais;
- e) Execução: realizar o previsto para atingir a resolução do problema.

### **2.2.1 Similaridades e diferenças entre ABP e RP**

A grande dificuldade do aluno em começar e terminar um problema, seja utilizando-se do método ABP ou RP, está diretamente ligado à sua falta de habilidade, talvez por não fazer uso constante dela, de interpretar os enunciados e assim, conseguir realizar a ponte entre aquilo que foi lido, o que foi interpretado e resgatar de sua memória o conhecimento matemático que ele tem vindo a adquirir ao longo dos seus anos escolares e foram armazenados nas “gavetas da memória”.

As dificuldades de entendimento de um problema em Matemática, muitas vezes não estão situadas no âmbito dos algoritmos, das fórmulas ou dos conceitos específicos dessas áreas, mas nas construções linguístico-discursivas dos enunciados dos problemas. (AZEVEDO; ROWELL, 2009, p. 228)

A união do método pedagógico RP com a interação dirigida entre o seu professor que possui o papel de orientador e alunos divididos em pequenos grupos, mais a técnica de brainstorm, conhecido também pela “chuva de ideias”, faz com que o resultado venha a ser o método pedagógico ABP, uma vez que a solução final de um problema matemático surgiu após considerações e ideias de um conjunto maior.

A responsabilidade de se assumir o controle e saber delegar autoridade é algo que está presente na Administração (Gestão da Qualidade), assim como na ABP. As semelhanças aparecem visivelmente quando se trata de trabalho em equipe, cooperação mútua, análise de situações diversificadas, encontrar soluções após discussões e assim, um relatório final apresentado a um grupo maior, no caso da ABP, a sala de aula.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica sobre o impacto da ABP e RP, quanto ao rendimento acadêmico dos estudantes na disciplina de matemática.

Com a ajuda do Google Acadêmico e uma seleção de palavras e expressões para ABP e RP, como Aprendizagem Baseada em Problemas, Resolução de Problemas, Rendimento Acadêmico, Impacto no rendimento acadêmico, Matemática e Metodologias utilizadas nas aulas de matemática, alguns pesquisadores puderam ser selecionados entre diversas áreas do conhecimento, como Medicina, Engenharias, Ciências e Saúde, Física, deixando bem claro que esta abordagem ainda é pouco utilizada de fato nas aulas de matemática, o objeto de estudo deste trabalho.

De acordo com Aguiar (2001), a Universidade de Harvard nos Estados Unidos, vendo a importância de avançar seu processo educacional, instaurou um novo método de ensino, abandonando assim a educação tradicional e atualizando seu currículo também para a ABP, com o ensino-aprendizagem centrado no estudante, antes utilizando apenas o ensino socrático, ou seja, aquele em que os alunos apenas liam textos indicados pelo professor antes das aulas. Tais atitudes chamaram a atenção do mundo, uma vez que Harvard é uma instituição de prestígio e renome e deixa bem claro que as atualizações educacionais são necessárias.

Segundo Sousa (2010), métodos como a ABP que façam o estudante pensar e se reorganizar constantemente para alcançar um objetivo, os torna solucionadores de problemas, capazes de enfrentar desafios diversificados do seu cotidiano. Essa busca por resolver problemas diversificados é materializada a fim de conquistar uma autorrealização do conhecimento adquirido.

No Brasil a metodologia ABP, foi implementada primeiramente na década de 90 e de acordo com Moraes e Manzini (2006) “A Faculdade de Medicina de Marília (FAMEMA) é uma das escolas que se propôs a enfrentar esse desafio. Desde 1997, iniciou um processo de implementação e desenvolvimento médico com a utilização de uma nova metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP).”

A Aprendizagem Baseada em Problemas está calcada em práticas educativas que promovem a construção autônoma de conhecimentos formais, mas também a construção coletiva da democracia, percepção crítica da realidade, possibilidade de inserção transformadora na sociedade e considerações éticas. (SOUSA, 2010, p. 238)

Segundo Bezerra (2013), num estudo feito com alunos da educação básica, a matemática aliada ao método pedagógico ABP é vantajoso, atende aos objetivos de novas propostas de ensino, desenvolve o senso crítico do aluno, a autonomia, aproxima a matemática da realidade e apresenta um ensino contextualizado como recomenda a BNCC.

Segundo Moutinho, Torres e Vasconcelos (2014), um estudo feito com 115 alunos de duas escolas do Norte de Portugal, as aulas de Ciências Naturais sofreram um impacto positivo

tanto na retenção de conhecimento, quanto nas notas destes alunos, uma vez que o método ABP foi implementado nestas duas unidades escolares. O processo expositivo do conteúdo pode garantir ganhos cognitivos e significativos com a absorção do conteúdo a longo prazo.

Moutinho, Torres e Vasconcelos (2014) aplicaram vários testes cognitivos ao longo de 3 meses em momentos diferentes da intervenção, sendo que o primeiro mostrou uma visão geral destes alunos em relação à metodologia tradicional aplicada e o último, como a ABP pôde alterar a percepção destes estudantes, ao analisarem problemas matemáticos semelhantes aos primeiros, após a nova metodologia (ABP) ser instaurada nesse período de observação.

Outro estudo, também feito a fim de corroborar as vantagens de se aplicar a metodologia ABP em sala de aula e aumentar o rendimento acadêmico destes estudantes participantes, foi feito por Sobral (1994) que em um período de estudo, por 7 anos consecutivos aplicou vários testes, com a participação de 14 turmas, num total de 421 respondentes, na escola de Medicina da Universidade de Brasília (UnB). Os alunos responderam um total de 50 questões com uma abordagem similar a 15 problemas equivalentes, com pontuação de 0 à 100.

A princípio, por 15 semanas, as características e visão geral do conhecimento foram analisadas individualmente para que o estudo pudesse conhecer os seus participantes e seu nível intelectual, mas à medida que novos testes eram implantados, esse nivelamento começou a ser notado e o que antes abarcava cerca de 70 % da turma entrevistada, sofreu um acréscimo de 10 %, ou seja, aumentando assim para 80 % o nível de aprendizagem e retenção do conhecimento aprendido, pois a magnitude desse efeito se assemelha às indicações sobre o modo de adaptação pessoal ao contexto da aprendizagem. “A proporção de estudantes com adaptação plena (predomínio de afetos positivos), elevou-se significativamente de 53,5 % (ao tempo que havia simples integração) para 77,3 % após a incorporação do enfoque inovador no programador”.

Os alunos sujeitos à metodologia ABP são capazes de realizarem uma aprendizagem autônoma, especialmente na definição dos seus objetivos, no planejamento da sua aprendizagem, no acesso e seleção dos seus próprios recursos de aprendizagem, estudando ativamente os materiais e integrando novos conhecimentos na resolução de problemas. (MOUTINHO; TORRES; VASCONCELOS, 2014, p. 19)

A educação sempre enfrentou e vem enfrentando constantes dificuldades para que o aluno possa continuar interessado durante a apresentação de um novo conteúdo (falta de interesse no crescimento intelectual dos filhos, passividade dos estudantes, baixo rendimento escolar, facilidade nas instruções por mídias sociais) faz com que um professor de matemática deva procurar novas abordagens para a transmissão do conhecimento, tornando assim a sala de aula, um ambiente pacífico, seguro e incentivador, com práticas que tragam significado e atraiam os alunos.

De acordo com Gonçalves (2016), a introdução do método pedagógico ABP no curso de Licenciatura em Matemática é algo inovador e vantajoso, pois o professor possui o papel de orientar os seus alunos, “Trazer uma abordagem educacional inovadora em um curso de

Licenciatura em Matemática se constitui uma tarefa de grande importância para repensar a prática docente neste tipo de curso.” Tendo esta parceria constituída ente professor-tutor somado à participação do estudante, figura em destaque (o protagonista) faz com que o pensamento crítico, a autoaprendizagem façam parte da vida acadêmica deste aluno.

De acordo com Barrows (1986), a ABP representa um método de ensino-aprendizagem que traz a importância de se nortear o estudo, com a introdução de situações-problema, onde o aluno passa a ser o centro desta abordagem e os professores, apenas os facilitadores do conhecimento. Nesta etapa, os problemas são vistos na forma de incentivos para que o conhecimento e a habilidade deste aluno, caso ainda não estejam formados possam surgir ou serem consolidados durante a resolução de um problema.

Por sua vez, Delisle (2000) faz referência à ABP como “uma técnica de ensino que educa apresentando aos alunos uma situação que leva a um problema que tem de ser resolvido”. Assim, muitos outros autores trazem a mesma interpretação quanto à ABP, como aquele citado em trabalhos de Lambros (2004), pois este afirma que a ABP se norteia através da utilização de problemas, como ponto de partida em busca de novos conhecimentos.

De acordo com Soistak e Pinheiro (2009) que apresentam seu trabalho “Memorização: atual ou ultrapassada no ensino-aprendizagem da matemática?”, no I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia em 2009, por muitos anos e infelizmente até os dias atuais, os métodos utilizados nas instituições de ensino brasileiras, tanto privadas quanto públicas, destinam o estudante a ler, ouvir, repetir, copiar, decorar, programando assim estudantes sem pensamento crítico e assim, esses modelos pedagógicos que tratam o professor como centro do saber exploram uma visão fragmentada e reduzida que compartimentaliza grandes áreas do conhecimento científico e tecnológico.

O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo dificuldades de, por si só, repensar satisfatoriamente seu fazer pedagógico, procura novos elementos - muitas vezes, meras receitas de como ensinar determinados conteúdos - que, acredita, possam melhorar este quadro. (SOISTAK; PINHEIRO, 2009, p. 3)

De acordo com Delisle (2000), uma metodologia centrada no aluno mostra a vantagem de se alinhar práticas voltadas para a ABP que envolvam a participação, exposição de ideia, individualmente ou mesmo em grupo, em discussões críticas e reflexivas a fim de que a convivência com a diversidade de opiniões possa engrandecer as atividades propostas em sala de aula.

Para Leite e Esteves (2005), a ABP é como uma ponte que liga aluno à aprendizagem. Durante este trajeto, o estudante tenta resolver problemas dentre as várias áreas do conhecimento, sempre como foco principal a sua investigação, análise e síntese do conhecimento investigativo.

Apesar de alguns alunos acharem vantajoso um trabalho em grupo, pois erroneamente acreditam que poderão se apoiar naquele estudante que possui uma facilidade maior no conteúdo, também é o momento em que há uma troca de experiências, onde a aprendizagem colaborativa

emana uma oportunidade de formação social e até mesmo, pessoal. De acordo com Woods (2000), Lambros (2004), Savin-Baden e Major (2004), deixam claro que o papel do professor-tutor aqui é perceber que determinados grupos não podem ter uma quantidade grande de alunos, em média quatro a cinco componentes, pois deixariam alguns ociosos, ou mesmo distantes, dificultando assim uma conversa produtiva.

Após anos de conteúdos lançados de forma automática, alguns alunos possuem certa resistência com métodos pedagógicos diferenciados que o façam pensar e é esse justamente o intuito da ABP, movimentar uma sala de aula com ideias e conclusões diferentes, onde aos poucos a resiliência ganha força e métodos relacionados a aprendizagem através de problemas matemáticos passam a integrar um currículo diversificado.

Em razão do hábito no ensino tradicional, o que não lhes traz mais nenhuma dificuldade, alguns professores apresentam certa relutância na aplicação do método; principalmente pelo custo demandado na elaboração dos textos dos problemas visto que isto requer certa dose de criatividade. Além disso, a condução das discussões no grupo tutorial também se apresenta como um elemento que requer esforço e treino por parte dos professores, mas nada que não possa ser suplantado. (COSTA, 2011, p. 3)

Ribeiro (2019) realizou um estudo com 9 alunos de uma escola estadual de Uberlândia/MG e pôde escrever um relatório individual de acordo com suas análises e com o auxílio do professor de matemática regente desta turma. Esses estudantes possuíam entre 14 e 15 anos de idade e o gosto pelo conhecimento matemático era visível na maioria deles, ficando apenas um aluno em discordância. Anseios futuros na área de exatas, com engenharia era algo comum entre os participantes.

Como o grupo observado possuía poucos integrantes foi possível um direcionamento das aulas de matemática pois, numa pesquisa com carácter qualitativo, a amostra por ser pequena não buscava generalizações, mas ajudar a entender as motivações de um grupo, identificar hipóteses para um problema, compreender e interpretar comportamentos e descobrir opiniões e expectativas dos sujeitos, assim como pensaram DallAgnol e Trench (1999), justificam que “Se pretende alcançar a profundidade da expressão de cada participante, um grupo pequeno seria mais indicado.”

A escolha dos alunos não foi aleatória, o professor regente optou por escolher aqueles estudantes mais criativos, participativos e que já possuíam alguma facilidade e interesse em matemática. Ribeiro propôs encontros com esses estudantes a fim de explicar o método pedagógico ABP, como seriam as atividades propostas para o grupo e quais aspectos seriam analisados, como as ideias do grupo tomariam forma para se chegar de fato à solução de um problema.

A pesquisa foi realizada entre os meses de setembro e outubro de 2019 e contemplou um total de 5 semanas, combinadas em horários do contra-turno dos alunos para que as aulas não fossem prejudicadas, totalizando 30 horas de observação e interação.

Como os alunos participaram da pesquisa juntamente com o ano letivo de 2019, outros

professores comentaram com Ribeiro que os estudantes se tornaram participativos e interessados não só em matemática, como em disciplinas como história, geografia, língua portuguesa, matérias em que se expressar, organizar suas ideias e escrevê-las é algo imprescindível.

A ideia de um ensino de Matemática que valorize a Educação Matemática Crítica de modo que o ensino forneça aos estudantes instrumentos que os auxiliem, não apenas na análise de uma situação crítica, mas também na busca por alternativas para resolver esta situação. Nesse sentido, deve-se não somente ensinar aos estudantes a usar os mais variados modelos matemáticos, mas antes de levá-los a questionar todos os parâmetros que balizam sua utilização Porquê? Como? Para quê? Quando utilizá-los? (SKOVSMOSE, 2008, p.140)

Outra pesquisa realizada por Silva (2019) contemplando a metodologia ABP e aplicada em sala, nas aulas de matemática, se deu em Lorena, no Estado de São Paulo, com a participação de 60 alunos da 3ª série do Ensino Médio, provenientes de duas salas de uma Escola Estadual.

O estudo durou oito semanas, totalizando 51 aulas e abordou a prática da ABP sob a visão dos Jogos Matemáticos, como “Roleta Spinner”, “Jogo da Memória”, “Bingo das Funções”, todos sob orientação do próprio pesquisador Silva e confeccionados pelos próprios alunos. Como se tratava de um jogo, a interação entre os participantes, a explicação das regras, a forma como o conteúdo de Funções foi abordado de forma lúdica, fez com que os alunos pudessem transformar um conteúdo teórico em prático, o que relatado pelos estudantes, ficou mais claro, de fácil compreensão e prazeroso de se rever.

De acordo com Silva (2019), através de perguntas simples, ele conseguiu computar que 23% dos alunos participantes relataram que os jogos eram: “Divertidos”, 22% “Interessante”, 18% “Gostei”, contra apenas 2% que não gostaram, pois acharam “Chato”.

Após decorridos os dois meses propostos, ficou claro para o pesquisador que o raciocínio lógico desses alunos ficou mais rápido, a forma como passaram a defender suas ideias e argumentos se transformou de insegura para clara e objetiva, em outras palavras, o estudo proporcionou que 60 alunos participantes, antes passivos de conhecimento, pudessem ter voz num processo de construção conjunta do saber.

Em outro momento, Gazale (2018) executou um outro estudo com quatro turmas, na cidade de Tremembé em São Paulo, totalizando 93 alunos, mas desta vez com alunos de Escola Municipal, duas turmas cursando o 7º ano e duas turmas, o 8º ano, ambas do Ensino Fundamental Anos Finais. A pesquisa contemplou ainda 93 pais de alunos e 13 professores de diferentes disciplinas.

Gazale utilizou a sua observação, questionários com perguntas fechadas direcionados aos alunos, pais e professores, avaliações para os alunos que a escola já dispunha para avaliar seus estudantes, bem como, autoavaliações feitas pelos próprios alunos, quanto a metodologia ABP aplicada em sala de aula.

O intuito da pesquisa era avaliar de forma clara e objetiva como um conteúdo matemático

preseleccionado (Teorema de Pitágoras e Triângulo Retângulo) sendo mesclado às disciplinas de Arte e História seriam absorvidos pelo aluno, ao ser introduzido este novo conteúdo com uma abordagem visando o método da ABP.

Ao final de seu estudo, Gazale constatou que Estratégia para a Resolução de problemas havia crescido em torno de 50%, argumentação coerente 60%, criatividade 70%, interação 80%, raciocínio lógico 50%, ou seja, um crescimento significativo em vários momentos importantes, para se realizar um problema matemático.

Segundo os autores que foram apresentados nesta pesquisa e disponíveis nas referências bibliográficas, como Sousa (2010), Aguiar (2001), Leite e Esteves (2005), com a aplicação do método pedagógico ABP/RP durante as aulas é possível perceber um crescimento intelectual dos indivíduos e por esse motivo é importante conduzir estudos que avaliem esse método; por isso, a opção de pesquisar e escrever nesta dissertação, sobre o impacto que o uso das metodologias ABP/RP, podem trazer em relação ao rendimento escolar, dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental anos finais, do estado de Goiás.

## 4 METODOLOGIA

Neste capítulo, o objetivo principal é explanar quais foram os recursos aplicados para concretizar este trabalho e mostrar as etapas pelas quais a pesquisa passou. O estudo feito sobre as metodologias ABP/RP, nas turmas dos 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, do estado de Goiás, envolveu estudantes em torno de 14 a 15 anos de idade e seus respectivos professores de matemática.

Para responder à questão colocada inicialmente, foi feito um quase-experimento<sup>1</sup>, para o qual foram seguidas as seguintes etapas:

- a) determinação do público-alvo;
- b) revisão bibliográfica;
- c) identificação das variáveis do problema, estabelecimento das relações entre as variáveis e argumentar a causalidade;
- d) eliminação de explicações alternativas;
- e) construção da teoria com base nos três itens anteriores;
- f) conversão da teoria em modelos;
- g) amostragem aleatória das turmas;
- h) entrou-se em contato com as escolas, cujas turmas foram selecionadas, e argumentou-se a possibilidade em realizar o estudo, com os alunos da 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais;
- i) encontro virtual (Zoom e Google Meet) com alunos e professores para falar do projeto, onde explicou-se como o projeto iria funcionar, dizer os riscos e benefícios da pesquisa; explicou-se aos estudantes que se por um motivo qualquer eles não quisessem mais participar do estudo, que eles poderiam abandoná-lo sem qualquer prejuízo, e em seguida, disponibilizou-se os termos de consentimento e assentimento através do Google Forms, uma vez que o contato era impossibilitado devido a pandemia vivida no momento;
- j) determinadas as medidas que foram usadas para as variáveis-chave;
- k) elaborado questionários para determinar quem faria parte do grupo de tratamento ou do grupo de controle, além disso, obtiveram nestes questionários alguns dados que pudessem ser usados como covariáveis ou variáveis instrumentais;
- l) simultaneamente à preparação dos questionários foram elaboradas provas para os estudantes e para os professores – as provas dos estudantes foram aplicadas no início e no fim do experimento e a prova dos professores foi aplicada no início do experimento;
- m) submetidos, questionários, provas, termos de anuência e termos de consentimento e assentimento ao Comitê de Ética em Pesquisa;
- n) recebeu-se, via Google Forms, os termos de consentimento e assentimento assinados e foram aplicados os questionários e primeiras provas;

---

<sup>1</sup>Tal como um experimento, um **quase-experimento** consiste de um estudo que permita determinar o efeito causal de uma dada intervenção na população, mas com uma diferença: a atribuição aos grupos de “tratamento” e de “controle” não é feita de forma aleatória.

o) aplicou-se as segundas provas.

Como as metodologias aplicadas em sala de aula são requisitos escolhidos pelos próprios professores de matemática regentes e a pesquisadora apenas, com o intuito de observar, não possui nenhuma influência quanto à metodologia escolhida é possível dizer que cada realidade da amostra foi feita de forma positivista, visto que um modelo foi criado a partir dos dados coletados ao longo da pesquisa, a fim de tentar inferir se o uso do método ABP e/ou RP tem um impacto significativo sobre o rendimento acadêmico dos estudantes na disciplina de Matemática.

Através deste estudo experimental, munido da análise de dados feita pela regressão linear simples (RLS) foi possível confirmar, de forma clara e objetiva, sem influenciar os resultados, por isso a natureza da pesquisa se deu de forma prática, exploratória e positivista.

A abordagem da pesquisa foi do tipo qualitativa e quantitativa, com a aplicação de questionário socioeconômico e cultural e avaliações, aos participantes, alunos e seus respectivos professores de Matemática, que se encontram disponíveis no Apêndice A.

A aplicação de questionários e avaliações para os professores de Matemática e seus alunos do 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, teve o intuito de conhecer um pouco mais os envolvidos neste processo, suas particularidades e contato com as metodologias acadêmicas oferecidas por seus professores no decorrer do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental – Anos Finais.

Os questionários começaram a ser aplicados em março de 2021, após a aprovação dos diretores das unidades escolares participantes. A primeira avaliação aplicada em junho de 2021 consistia em 3 questões, com problemas de matemática, a nível de 8º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, onde o aluno poderia marcar a alternativa correta e explicar a seguir o passo a passo, o caminho tomado para encontrar a sua solução. Foram selecionados conteúdos envolvendo: Regra de Três Simples (Grandezas Diretamente e Inversamente Proporcionais), Teorema de Pitágoras e Comprimento de Circunferência, todos assuntos revisados e obrigatórios também no 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais.

A segunda avaliação aplicada em outubro de 2021, contendo também 3 questões com problemas de Matemática, desta vez a nível de 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, o aluno pôde também marcar a alternativa correta e explicar a forma que ele encontrou para chegar na solução. Foram escolhidos assuntos que nesta altura, ou seja, o término do 3º bimestre escolar, já pudessem ter sido apresentados para este grupo da pesquisa: Função Polinomial do 1º grau, Relação Trigonométrica (seno, cosseno e tangente) e Função Polinomial do 2º grau (raízes da função).

Os professores de Matemática também participaram de uma avaliação redigida pela professora orientadora deste estudo, contendo ao todo 10 questões, entre lógica matemática e sequências numéricas. A correção também foi feita por ela. Os professores precisaram também fazer estas provas porque a variável explicativa é endógena, ou seja, o uso do método ABP e/ou do método RP é determinado pelo professor que é participante do estudo.

Após o recebimento dos questionários preenchidos pelos estudantes e seus professores,

percebeu-se que o tamanho da amostra não permitiria o uso de modelos de regressão linear múltipla (para mais explicações ver nota de rodapé 2 na página 47) e a amostra só continha estudantes que tinha sido sujeitos às metodologias ABP e/ou RP. Portanto, não seria mais possível responder à questão pesquisada, ou seja, determinar o impacto do uso dos métodos ABP/RP sobre o rendimento acadêmico em Matemática dos estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais.

Resolveu-se então mudar o foco da pesquisa. Com os dados coletados seria possível investigar, com o uso de modelos de regressão linear simples, se a escolaridade dos pais, a habilidade dos professores e o tamanho do agregado familiar explicam alguma da variabilidade do desempenho acadêmico em Matemática dos estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais. Os dados coletados também permitiriam estudar, com o uso dos testes não paramétricos de Kruskal-Wallis e de Wilcoxon, respectivamente, a existência de diferenças entre as médias em Matemática dos estudantes de 9º ano lecionados por professores diferentes e a existência de diferença entre as medianas em Matemática dos estudantes de 9º ano antes e depois do quase-experimento.

Na seção 5 serão abordadas noções fundamentais para o entendimento da análise dos dados, nomeadamente, modelos de regressão linear simples e múltipla, análise de variância a um fator e o teste de Wilcoxon.

## 5 TEORIA SOBRE O MODELO DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA

Este trabalho de dissertação teve a finalidade de averiguar através de pesquisa, se existe de fato um impacto no rendimento escolar de alunos do 9º ano do ensino fundamental anos finais, quanto a abordagem metodológica, Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e Resolução de Problemas (RP), escolhida pelos seus professores de matemática, ao longo dos anos escolares.

Neste capítulo é dada uma breve explicação sobre o que são modelos de regressão linear múltipla, baseada na obra “Introdução à econometria: uma abordagem moderna” escrita por Jeffrey M. Wooldridge (2007), para que o leitor possa compreender alguns termos sobre regressão linear simples e regressão linear múltipla que foram utilizados neste trabalho.

### 5.1 MODELO DE REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

O modelo de regressão linear simples também é conhecido por **modelo de regressão linear bivariada** e é utilizado para estabelecer uma relação direta entre duas variáveis, conforme exposto na Equação (1) que segue

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u, \quad (1)$$

onde  $y$  é a variável dependente, também conhecida como **variável explicada**, **variável de resposta**, ou ainda, **variável prevista**,  $x$  é a variável independente, também denominada por **variável explicativa**, **variável previsor**, ou ainda, **regressor**, e  $u$  o **termo erro**, ou **perturbação** que corresponde àquilo que de fato “não foi observado”. Se os fatores em  $u$  são mantidos fixos, significa que a variação de  $u$  é igual a zero,  $\Delta u = 0$ , então diz-se que  $x$  tem um efeito linear positivo ou negativo sobre  $y$ , ou seja,

$$\Delta y = \beta_1 \cdot \Delta x, \text{ para } \Delta u = 0. \quad (2)$$

Assim, a variação de  $y$  corresponde ao produto de  $\beta_1$  vezes a variação de  $x$ , e portanto  $\beta_1$  corresponde ao chamado **parâmetro de inclinação**. Quanto ao coeficiente  $\beta_0$  na Equação (1), este é conhecido como **parâmetro de intercepto**.

A questão mais importante e relativamente difícil de responder, é a seguinte: será que o modelo de regressão linear simples permite tirar conclusões *ceteris paribus* sobre como  $x$  afeta  $y$ , quando todos os fatores mantidos fixos são ignorados no modelo simples? Para que se possam tirar conclusões, será necessário assumir a seguinte condição

$$E(u|x) = E(u), \quad (3)$$

ou seja, o valor esperado de  $u$  é o mesmo para qualquer valor de  $x$  na população. É possível ir-se ainda mais longe e assumir que  $E(u) = 0$ , pois desde que  $\beta_0$  esteja incluso no modelo, não

se perde nada por se supor que a média de  $u$  é zero.

Achar um modelo de regressão linear simples que descreva uma relação entre  $y$  e  $x$  consiste basicamente em determinar estimadores para os coeficientes  $\beta_0$  e  $\beta_1$ . Na próxima seção explica-se sucintamente como esses coeficientes são calculados.

### 5.1.1 Derivação dos estimadores para os parâmetros $\beta_0$ e $\beta_1$

Para determinar os parâmetros  $\beta_0$  e  $\beta_1$  é necessário usar uma amostra da população de interesse: seja  $\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\}$  a amostra de tamanho  $n$  da população, isto é, o conjunto das  $n$  observações. Como os dados provêm do modelo (1), as  $n$  observações podem ser escritas como

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i, \quad \text{para } i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

onde  $u_i$  é o termo erro de cada observação  $i$ , isto é, corresponde a todos os fatores que afetam  $y$ , exceto  $x$ . Dado que os  $u_i$  não são observáveis, estes podem ser obtidos de (4)

$$u_i = y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i, \quad \text{para } i = 1, \dots, n.$$

No entanto,  $\beta_0$  e  $\beta_1$  também são desconhecidos, portanto é preciso usar estimadores destes,  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$ , respectivamente. Deste modo, em vez de  $u_i$  serão obtidos valores estimados para estes, chamados de **resíduos**, representados por  $\hat{u}_i$ , onde

$$\hat{u}_i = y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i,$$

para cada  $i$ . Estes na realidade corresponderão à distância entre os valores observados,  $y_i$ , e os valores estimados,  $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i$ . Para que os estimadores  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$  sejam boas aproximações dos coeficientes  $\beta_0$  e  $\beta_1$ , estes precisam de minimizar a soma dos quadrados das distâncias entre os valores observados e os valores estimados, ou seja,

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2. \quad (5)$$

Este somatório é conhecido como a **soma dos quadrados dos resíduos**.

Calculando as derivadas parciais de primeira ordem de (5) com respeito a  $\hat{\beta}_0$  e a  $\hat{\beta}_1$ , igualando-as a zero e resolvendo-as com respeito a  $\hat{\beta}_0$  e a  $\hat{\beta}_1$ , obtêm-se os estimadores

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}, \quad (6)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_x^2} = R_{xy} \left( \frac{S_y}{S_x} \right), \quad (7)$$

onde  $\bar{x}$  é a média amostral de  $x$ ,  $\bar{y}$  é a média amostral de  $y$ ,  $S_{xy}$  é a covariância amostral entre  $x$  e  $y$ ,  $S_x$  é o desvio padrão amostral de  $x$ ,  $S_y$  é o desvio padrão amostral de  $y$  e  $R_{xy}$  é o

coeficiente de determinação entre  $x$  e  $y$ . Estes estimadores são conhecidos por estimadores de **mínimos quadrados ordinários** (MQO), por conta destes minimizarem a soma dos quadrados dos resíduos.

A seguir são apresentadas propriedades estatísticas importantes sobre os estimadores MQO.

### 5.1.2 Propriedades estatísticas dos estimadores MQO

Nesta seção são apresentadas as propriedades das distribuições dos estimadores MQO para diferentes amostras aleatórias da população.

#### 5.1.2.1 Inexistência de viés nos estimadores MQO

Para entender a inexistência de viés nos estimadores MQO, devem-se considerar as hipóteses enunciadas a seguir.

##### **RLS1 – Linear em seus parâmetros**

No modelo de regressão linear simples populacional, a variável dependente,  $y$ , é definida como dependendo da variável independente,  $x$ , e do termo erro,  $u$ , conforme a seguinte equação

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + u, \quad (8)$$

onde os parâmetros  $\beta_0$  e  $\beta_1$  são os parâmetros de intercepto e inclinação, respectivamente.

##### **RLS2 – Amostragem aleatória**

Existência de amostra aleatória  $\{(x_i, y_i) \mid i = 1, \dots, n\}$  de tamanho  $n$  retirada da população de interesse, modelada pela Equação (8).

##### **RLS3 – Variação amostral da variável independente**

As observações  $x_i$ , para  $i = 1, \dots, n$ , não são todas iguais.

##### **RLS4 – Média condicional zero**

Para qualquer valor de  $x$  dado, o termo erro  $u$  tem um valor esperado de zero, isto é,

$$E(u|x) = 0. \quad (9)$$

Uma implicação importante da média condicional zero é que na população,  $u$  não está correlacionado a  $x$ . Baseado nas hipóteses RLS1 a RLS4, é possível demonstrar que os estimadores MQO são não-viesados, isto é,

$$E(\hat{\beta}_0) = \beta_0 \quad \text{e} \quad E(\hat{\beta}_1) = \beta_1. \quad (10)$$

O que isto significa é que os estimadores MQO darão *a priori* valores estimados próximos dos

valores  $\beta_0$  e  $\beta_1$  da população.

Portanto, para garantir o não viés dos estimadores é preciso verificar que cada uma das hipóteses RLS1 a RLS4 são satisfeitas. O não viés dos estimadores MQO é uma característica importante destes, pois com esta sabe-se que as distribuições amostrais dos estimadores  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$  ficam centrados em torno, respectivamente, de  $\beta_0$  e  $\beta_1$ . No entanto, existe outra característica importante: a medida de dispersão nas distribuições de  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$ . Na seção a seguir, 5.1.2.2, fala-se sobre a variância, a medida de dispersão mais fácil de usar.

### 5.1.2.2 Variância dos estimadores MQO

A variância dos estimadores MQO, podem ser obtidas sob as hipóteses RLS1 a RLS4. No entanto, para tornar as fórmulas destas mais tratáveis, é considerada mais uma hipótese, que é apresentada a seguir.

#### **RLS5 – Variância constante conhecida por homoscedasticidade**

Para qualquer valor dado da variável independente, o termo erro  $u$  não muda, isto é,

$$\text{Var}(u|x) = \sigma^2. \quad (11)$$

O termo  $\sigma^2$  é conhecido como a **variância do erro**.

Agora, com base nas hipóteses RLS1 a RLS5, pode-se demonstrar que as variâncias dos estimadores  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$  são:

$$\text{Var}(\hat{\beta}_0) = \frac{\sigma^2 n^{-1} \sum_{i=1}^n x_i^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}; \quad (12)$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (13)$$

Da Equação (13) é possível verificar que quanto maior é a variância do erro, maior é a variância do estimador  $\hat{\beta}_1$ : um  $\sigma^2$  maior significa que a distribuição dos fatores não-observáveis que afetam  $y$  é mais dispersa, o que acaba dificultando a estimação de  $\beta_1$ . Ao contrário da variância do erro, quanto maior é a variabilidade de  $x_i$ , menor é a variância do estimador  $\hat{\beta}_1$ : a maior variabilidade da variável independente permite estimar mais facilmente  $\beta_1$ . Assim, à medida que a amostra aleatória aumenta de tamanho, a variabilidade da variável independente também aumenta, e por conseguinte, diminui a variância de  $\hat{\beta}_1$ .

Para calcular as variâncias de  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$ , será necessário estimar  $\sigma^2$ , pois muitas vezes esta

é desconhecida. O estimador da variância do erro é dado por

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{u}_i^2}{n-2}; \quad (14)$$

o estimador da variância do erro é um estimador não-viesado, ou seja,  $E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$ .

A raiz quadrada da variância do erro,  $\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2}$ , é denominada de **erro padrão da regressão**. Este estimador é interessante porque permite estimar o desvio padrão de  $y$ , uma vez que o efeito de  $x$  tenha sido removido.

Uma vez em posse do erro padrão da regressão, pode-se estimar o desvio-padrão de  $\hat{\beta}_1$ , ou seja,

$$\text{ep}(\hat{\beta}_1) = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}, \quad (15)$$

conhecido como **erro-padrão de  $\hat{\beta}_1$** .

Assim, para que as variâncias de  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$  possam ser calculadas segundo as fórmulas (12) e (13), é preciso que a hipótese RLS5 seja satisfeita.

Nesta seção apresentaram-se os conceitos do modelo de regressão linear simples mais relevantes para a pesquisa desenvolvida nesta dissertação. A seguir falam-se desses mesmos conceitos, mas para o modelo de regressão linear múltipla.

## 5.2 MODELO DE REGRESSÃO LINEAR MÚLTIPLA

Nos modelos de regressão linear simples existe apenas uma variável explicativa e, para inferir causalidade é necessário que esta não esteja correlacionada com os erros, o que muitas vezes é difícil garantir. Com modelos de regressão linear múltipla é mais provável conseguir-se inferir causalidade, por estes permitirem controlar explicitamente vários fatores que influenciam simultaneamente a variável resposta.

O **modelo de regressão linear múltipla** pode ser escrito da seguinte forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \cdots + \beta_k x_k + u, \quad (16)$$

onde  $y$  é a **variável resposta**,  $x_j$  são as **variáveis explicativas**,  $\beta_0$  é o **parâmetro de intercepto**,  $\beta_j$ , para  $j = 1, \dots, k$ , são os **parâmetros de inclinação**, e,  $u$  é o chamado **termo erro** ou **perturbação**. A estimativa do modelo (16), conhecida por **reta de regressão de MQO**, é dada por

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \hat{\beta}_3 x_3 + \cdots + \hat{\beta}_k x_k, \quad (17)$$

onde  $\hat{y}$ ,  $\hat{\beta}_j$ , para  $j = 0, \dots, k$ , correspondem, respectivamente, à variável resposta estimada e aos

estimadores dos parâmetros  $\beta_j$ . Usando (17), obtêm-se as variações

$$\Delta\hat{y} = \hat{\beta}_1\Delta x_1 + \hat{\beta}_2\Delta x_2 + \hat{\beta}_3\Delta x_3 + \cdots + \hat{\beta}_k\Delta x_k. \quad (18)$$

Quando se mantêm todas as variáveis explicativas fixas, exceto  $x_j$ , para  $j = 1, \dots, k$ , tem-se que  $\hat{\beta}_j$  mede a variação em  $\hat{y}$  correspondente a um aumento de uma unidade em  $x_j$ , ou seja, mantendo  $x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_k$  fixos, tem-se que

$$\Delta\hat{y} = \hat{\beta}_j\Delta x_j.$$

Deste modo, controlando as variáveis  $x_1, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_k$ , consegue-se determinar o efeito de  $x_j$  sobre  $y$ .

Procedendo de um modo similar ao caso do modelo de regressão linear simples, é possível obter os estimadores  $\hat{\beta}_j$  da reta de regressão (17). Assim, de modo a obter uma reta de regressão que se ajuste melhor aos dados, é necessário minimizar a soma das diferenças entre os valores observados e os valores estimados,  $u_i = y_i - \hat{y}_i$  para  $i = 1, \dots, n$ , conhecidas como **resíduos**. No entanto, como a soma desses resíduos pode dar zero, então o que deve ser minimizado é a **soma dos quadrados dos resíduos**,

$$\text{SQR} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \cdots - \hat{\beta}_k x_{ik})^2. \quad (19)$$

Para isso, resolve-se o sistema de equações lineares

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n -2(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \cdots - \hat{\beta}_k x_{ik}) &= 0, \\ \sum_{i=1}^n -2x_{i1}(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \cdots - \hat{\beta}_k x_{ik}) &= 0, \\ \sum_{i=1}^n -2x_{i2}(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \cdots - \hat{\beta}_k x_{ik}) &= 0, \\ &\vdots \\ \sum_{i=1}^n -2x_{ik}(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_{i1} - \cdots - \hat{\beta}_k x_{ik}) &= 0, \end{aligned} \quad (20)$$

para os  $\hat{\beta}_j$ , obtido fazendo as derivadas parciais de primeira ordem de SQR com respeito aos  $\hat{\beta}_j$ , para  $j = 1, \dots, k$ , e igualando-as a zero. Como esse sistema tem  $k + 1$  equações lineares nos  $\hat{\beta}_j$ , com  $k + 1$  incógnitas, então esse admitirá uma solução única somente se a matriz dos coeficientes admitir uma inversa. A determinação desse sistema é bastante tediosa e qualquer *software* de estatística pode determiná-lo. No entanto, a seguir apresenta-se a fórmula para os

$\hat{\beta}_j$ , para  $j = 1, \dots, k$ :

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{r}_{ij} y_i}{\sum_{i=1}^n \hat{r}_{ij} x_{ij}}, \quad (21)$$

onde  $\hat{r}_{ij}$  são os resíduos de MQO da regressão de  $x_j$  sobre  $x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_k$ .

As propriedades estatísticas dos estimadores MQO para modelos de regressão linear múltipla, apresentados a seguir, são basicamente uma extensão das propriedades para modelos de regressão linear simples.

#### **RLM1 – Linear em seus parâmetros**

O modelo populacional é definido como

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u,$$

onde  $\beta_j$  são os seus parâmetros e  $u$  é o termo erro.

#### **RLM2 – Amostragem aleatória**

Seja  $\{(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_i) \mid i = 1, \dots, n\}$  uma amostra aleatória de  $n$  observações que segue o modelo em RLM1.

#### **RLM3 – Sem colinearidade perfeita**

Na amostra, assim como na população, as variáveis explicativas não são constantes e não existem relações lineares exatas entre essas.

#### **RLM4 – Média condicional zero**

O valor esperado do termo erro,  $u$ , é zero para quaisquer valores das variáveis explicativas, ou seja,

$$E(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = 0.$$

#### **RLM5 – Homoscedasticidade**

Para quaisquer valores das variáveis explicativas, o termo erro,  $u$ , tem uma variância constante, ou seja,

$$Var(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2.$$

#### **RLM6 – Normalidade**

O termo erro é independente das variáveis explicativas  $x_1, x_2, \dots, x_k$  e é normalmente distribuído com média nula e variância igual a  $\sigma^2$ , ou seja,  $u \sim N(0, \sigma^2)$ .

Se esta última suposição é satisfeita, isso implica que as suposições RLM4 e RLM5 também estão satisfeitas, mas além disso essa suposição garante que os estimadores obtidos são aqueles com as menores variâncias entre todos os estimadores não-viesados.

É importante saber agora o quão bem a reta de regressão se ajusta aos dados da amostra.

Para isso considera-se a variação amostral de  $y_i$  dada por

$$SQT = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2, \quad (22)$$

conhecida como **soma dos quadrados total**.

A soma dos quadrados total pode ser dividida em duas partes:

$$\begin{aligned} SQT &= \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \\ &= \sum_{i=1}^n ((y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y}))^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n 2(y_i - \hat{y}_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \end{aligned} \quad (23)$$

$$= \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2, \quad (24)$$

onde a soma à esquerda em (24) corresponde à soma dos quadrados dos resíduos, SQR, já definida em (19) e a soma à direita corresponde à **soma dos quadrados explicada** (SQE). Por outras palavras, SQT mede a variação amostral de  $y_i$ , SQR mede a variação amostral de  $\hat{u}_i$  e SQE mede a variação amostral de  $\hat{y}_i$  e, portanto,

$$SQT = SQE + SQR. \quad (25)$$

É fácil demonstrar que a soma do meio em (23) é igual a zero – fazendo uso de RLM4.

Supondo que SQT seja diferente de zero, define-se o **R-quadrado**, conhecido também como **coeficiente de determinação**, como a razão entre a variação explicada e a variação total, isto é,

$$R^2 = \frac{SQE}{SQT}.$$

Por outras palavras,  $R$ -quadrado corresponde à proporção da variação total de  $y$  que é explicada pelas variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Sendo o  $R$ -quadrado uma proporção, este varia entre 0 e 1; se o valor desse for perto de 0, então isso significa que a reta de regressão não se ajusta muito bem aos dados e, se o valor for perto de 1, então a reta de regressão explica bem a variação de  $y$ . Como o modelo de regressão linear múltipla estima  $k + 1$  parâmetros, em vez de se usar o  $R$ -quadrado, deve-se usar o  **$R$ -quadrado ajustado** conforme definido a seguir:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{(n-1)SQR}{(n-k-1)SQT}. \quad (26)$$

As hipóteses RLM1 a RLM4 garantem que os estimadores MQO obtidos sejam não-viesados. Adicionando a hipótese RLM5, permite obter uma fórmula simplificada para a

dispersão da distribuição amostral dos  $\hat{\beta}_j$ , ou seja  $\text{Var}(\hat{\beta}_j)$ , dada por

$$\text{Var}(\hat{\beta}_j) = \frac{\sigma^2}{\text{SQT}_j(1 - R_j^2)}, \quad \text{para } i = 1, \dots, k, \quad (27)$$

onde  $\text{SQT}_j = \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$  é a variação total em  $x_j$  e  $R_j^2$  corresponde ao R-quadrado da regressão de  $x_j$  sobre  $x_1, x_2, \dots, x_{j-1}, x_{j+1}, \dots, x_k$ .

Caso a variância do erro seja desconhecida, esta terá que ser estimada. O estimador não-viesado dessa é dada por

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\text{SQR}}{n - k - 1}. \quad (28)$$

Portanto, o **erro-padrão** de  $\hat{\beta}_j$  é dado por

$$\text{ep}(\hat{\beta}_j) = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\text{SQT}_j(1 - R_j^2)}}. \quad (29)$$

No uso de modelos de regressão linear múltipla, mesmo que o  $R$ -quadrado ajustado desses modelos seja baixo, isso não significa que os modelos são inúteis: com esses, ainda é possível fazer inferências sobre o efeito que certas variáveis explicativas têm sobre a variável resposta. Para isso, recorre-se a testes de hipóteses sobre os  $\hat{\beta}_j$ .

### 5.3 ANÁLISE DE VARIÂNCIA A UM FATOR

Para uma dada característica da população, é possível dividir essa população em vários grupos e inferir se as médias desses grupos são significativamente diferentes. Para isso recorre-se à análise de variância a um fator, apresentada nesta seção.

Considere uma característica da população que subdivide essa em  $m$  populações, para cada uma das quais se tem uma amostra aleatória. Além disso, supõe-se que essas populações têm médias  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m$  que podem ou não ser iguais e, que as suas variâncias são todas iguais a  $\sigma^2$ . Para comparar as médias das diferentes populações, é necessário estimar a variância comum a todas as populações. Para isso usa-se uma medida da variação total, a **soma dos quadrados total**, e dividem-se todas as observações em duas componentes: uma componente que mede o desvio de cada grupo da média geral de todas as observações e, outra componente que mede a variação residual (não explicada). Assim, a soma dos quadrados total

$$\text{SQT} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} ((y_{ij} - \bar{y}_i) + (\bar{y}_i - \bar{y}))^2 \quad (30)$$

pode ser simplificada e decomposta em duas somas

$$SQ_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2 = \underbrace{\sum_{i=1}^m (\bar{y}_i - \bar{y})^2 n_i}_{SQ_E} + \underbrace{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}_{SQ_D}, \quad (31)$$

onde  $SQ_E$  corresponde à **soma dos quadrados entre os grupos**, que mede a variação sistemática da amostra, ou seja, o quanto as médias dos grupos diferem da média amostral total (que é igual a zero se todas as médias são iguais) e,  $SQ_D$  corresponde à **soma dos quadrados dentro dos grupos**, que mede a variação residual não explicada da amostra.

Considerando

$$T_i = \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}, \quad i = 1, \dots, m, \quad G = \sum_{i=1}^m T_i \quad \text{e} \quad N = \sum_{i=1}^m n_i,$$

a variação sistemática da soma dos quadrados total (31),  $SQ_E$ , pode ser escrita como

$$SQ_E = \sum_{i=1}^m \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{G^2}{N}, \quad (32)$$

a variação residual da soma dos quadrados total (31),  $SQ_D$ , pode ser escrita como

$$SQ_D = \sum_{i=1}^m (n_i - 1) s_i^2 \quad (33)$$

e a soma dos quadrados total (31) pode ser escrita como

$$SQ_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \frac{G^2}{N}. \quad (34)$$

No entanto, em vez de calcular  $SQ_D$ , conforme (33), pode-se apenas subtrair  $SQ_E$  de  $SQ_T$ , ou seja,  $SQ_D = SQ_T - SQ_E$ . Para poder proceder à comparação, ainda é necessário dividir essas somas de quadrados pelos seus graus de liberdade: essas novas quantidades são chamadas de **quadrados médios**. Assim,

$$QM_E = \frac{SQ_E}{m - 1} \quad (35)$$

corresponde ao **quadrado média entre os grupos**,

$$QM_D = \frac{SQ_D}{N - m} \quad (36)$$

corresponde ao **quadrado médio dentro dos grupos** e

$$QM_T = \frac{SQ_T}{N - 1} \quad (37)$$

corresponde ao **quadrado médio total**.

Na Tabela 1, a seguir, encontra-se a Tabela da Análise de Variância a um Fator, que é usada para fazer inferências sobre as médias dos grupos que compõem a população.

Tabela 1 – Tabela da Análise de Variância a um Fator

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio
Entre grupos	$SQ_E = \sum_{i=1}^m \frac{T_i^2}{n_i} - \frac{G^2}{N}$	$m - 1$	$QM_E = \frac{SQ_E}{m - 1}$
Dentro dos grupos	$SQ_D = SQ_T - SQ_E$	$N - m$	$QM_D = \frac{SQ_D}{N - m}$
Total	$SQ_T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \frac{G^2}{N}$	$N - 1$	$QM_T = \frac{SQ_T}{N - 1}$

Fonte: Autoria própria

Para verificar se as médias de todos os grupos que compõem a população diferem, deve-se proceder ao seguinte teste de hipóteses:

$$H_0 : \mu_i = \mu, \quad i = 1, \dots, m, \quad \text{versus} \quad H_1 : \text{nem todos os } \mu_i, \text{ para } i = 1, \dots, m, \text{ são iguais.}$$

Para testar estas hipóteses, deve-se calcular a estatística do teste

$$F = \frac{QM_E}{QM_D} \quad (38)$$

e se

$$F > F_{m-1, N-m, \alpha/2} \text{ ou } F < \frac{1}{F_{N-m, m-1, \alpha/2}},$$

então rejeita-se a hipótese nula e, portanto, existem evidências que nem todas as médias dos grupos são iguais.

Quando os dados das amostras não provêm de uma distribuição normal, ou quando as amostras são pequenas, ou os dados são nominais ou ordinais, devem-se usar testes não paramétricos. Na seção que segue é apresentado o teste não paramétrico para amostras pareadas, teste de Wilcoxon, dado que este será usado para a análise dos dados.

#### 5.4 TESTE DE WILCOXON

O teste de Wilcoxon é usado em dois tipos de casos: para testar uma amostra contra o valor esperado para a mediana, ou para testar se as medianas de dados pareados são iguais. Aqui será considerado apenas este último caso. Este teste é usado quando os dados pareados não possuem uma distribuição normal.

Sem perda de generalidade, considere um conjunto de indivíduos sujeitos a um tratamento. Antes do tratamento, uma dada característica dos indivíduos é medida e logo após o

tratamento faz-se uma nova medição dessa mesma característica. Sejam  $(X_i)$  e  $(Y_i)$  as amostras colhidas dos indivíduos antes e depois do tratamento, respectivamente. Para poder realizar o teste de Wilcoxon, é necessário verificar se as diferenças,  $D_i = Y_i - X_i$  são variáveis contínuas com uma distribuição simétrica.

Antes de proceder ao teste de Wilcoxon, deve-se formular as hipóteses nula e alternativa e, estipular o nível de confiança  $100\alpha\%$  desejado. Em seguida, determina-se a estatística do teste, cujo valor é, *a posteriori*, comparado com um valor crítico (ponto percentual, pertencente a uma distribuição).

De modo a determinar a estatística do teste, procede-se ao preenchimento da Tabela 2. A ordem, nesta tabela, corresponde à posição que um dado valor absoluto da diferença ocupa na sequência, de valores absolutos das diferenças, ordenada de forma crescente.

Tabela 2 – Dados necessários para determinar a estatística do teste de Wilcoxon

<b>Indivíduo</b>	1	2	...	$n - 1$	$n$
<b>Antes do tratamento</b>	$X_1$	$X_2$	...	$X_{n-1}$	$X_n$
<b>Depois do tratamento</b>	$Y_1$	$Y_2$	...	$Y_{n-1}$	$Y_n$
<b><math> D_i </math></b>	$ D_1 $	$ D_2 $	...	$ D_{n-1} $	$ D_n $
<b>Sinal de <math>D_i</math></b>	+/-	+/-	...	+/-	+/-
<b>Ordem</b>	$j_1$	$j_2$	...	$j_{n-1}$	$j_n$
<b>Sinal <math>\times</math> Ordem</b>	$(+/-)_{j_1}$	$(+/-)_{j_2}$	...	$(+/-)_{j_{n-1}}$	$(+/-)_{j_n}$

Fonte: Autoria própria

É possível que existam vários valores absolutos das diferenças com valores idênticos, neste caso, para determinar a ordem deve-se proceder como segue. Considere a seguinte sequência ordenada de valores absolutos de diferenças:

$$|D_1| < |D_3| < |D_5| < |D_2| = |D_4| = |D_6| < |D_8| < |D_7|.$$

Como  $|D_2| = |D_4| = |D_6|$  e estes se encontram localizados nas posições 4, 5 e 6, a ordem atribuída a estes será idêntica e igual à média aritmética dessas posições, ou seja, 5. Assim, aos valores absolutos dessas diferenças serão atribuídas as ordens:

$$|D_1| \rightarrow 1, |D_3| \rightarrow 2, |D_5| \rightarrow 3, |D_2| \rightarrow 5, |D_4| \rightarrow 5, |D_6| \rightarrow 5, |D_8| \rightarrow 7 \text{ e } |D_7| \rightarrow 8.$$

Sejam  $W^+$  a soma das ordens dos  $D_i$  positivos e  $W^-$  a soma das ordens dos  $D_i$  negativos. Caso se tenha uma amostra pequena, então a estatística do teste  $W$  é definida como

$$W = \text{mín}(W^-, W^+). \quad (39)$$

No caso de se efetuar um teste de hipótese bilateral, rejeita-se a hipótese nula ao nível de significância de  $100\alpha\%$ , ou seja, rejeita-se a hipótese que a diferença é zero, se  $W$  for menor

ou igual ao ponto percentual,  $w_{\alpha/2}$ , retirado da tabela de pontos percentuais da distribuição de Wilcoxon, disponível em livros com tabelas estatísticas.

No caso de se ter uma amostra com  $n \geq 20$ , diz-se que a estatística do teste definida como segue

$$W = \frac{\text{máx}(W^-, W^+) - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}, \quad (40)$$

tem uma distribuição normal com

$$\mu = \frac{n(n+1)}{4} \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

e, portanto, procede-se ao teste do jeito usual. Caso haja empates de valores absolutos de diferenças, é necessário reduzir a variância de  $\frac{m^3-m}{48}$  para cada grupo com  $m$  empates.

No próximo capítulo, “Análise de Dados”, todos os possíveis testes aplicados durante a realização deste estudo serão explanados, como os gráficos de dispersão esboçados, os resultados obtidos para a Análise de Variância a um Fator e o Teste de Wilcoxon aplicados, a fim de encontrar um possível resultado para a pergunta inicial, se de fato existe uma correlação entre o rendimento acadêmico dos alunos que estão diretamente ligados às metodologias ABP/RP aplicadas durante as aulas de matemática.

## 6 ANÁLISE DE DADOS

A pesquisa apresentada nesta dissertação tinha como objetivo determinar se o uso do método ABP em sala de aula (variável explicativa) tem algum impacto sobre o rendimento escolar na disciplina de matemática de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais.

Para responder à questão colocada no parágrafo anterior, o mais indicado teria sido proceder ao seguinte experimento:

- a) selecionar aleatoriamente estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais;
- b) colocar esses estudantes aleatoriamente em dois grupos, um grupo de controle, onde os estudantes são lecionados com diversas técnicas de ensino, exceto ABP, e um grupo de tratamento, onde os estudantes são ensinados com a didática de ABP, entre outras técnicas de ensino;
- c) aplicar uma prova inicial de resolução de problemas em ambos os grupos, de forma a se ter uma pontuação dos estudantes antes que o grupo de tratamento fosse sujeito à didática de ABP;
- d) aplicar no final de cada ano letivo do Ensino Fundamental – Anos Finais, uma prova sobre resolução de problemas;
- e) aplicar um questionário aos estudantes que permitisse colher outras informações relevantes.

Dado a duração de um mestrado e a inviabilidade de formar grupos de estudantes selecionados aleatoriamente, não foi possível proceder à coleta dos dados longitudinais supramencionados. Em vez disso, seguiu-se um quase-experimento:

- a) entrou-se em contato com dezesseis escolas, do Ensino Fundamental – Anos Finais, no estado de Goiás, para verificar quais destas estariam dispostas a participar do estudo;
- b) com receio que não houvesse participantes suficientes no grupo de tratamento, resolveu-se introduzir também o uso do método RP neste grupo;
- c) aplicaram-se questionários aos estudantes do 9º ano e seus professores, com o objetivo principal de determinar em que grupo os estudantes e professores se enquadravam, grupo de controle ou grupo de tratamento;
- d) simultaneamente ao item da alínea anterior, aplicou-se uma prova inicial de resolução de problemas, de forma a ter uma pontuação inicial;
- e) no final do quase-experimento, aplicou-se uma outra prova sobre resolução de problemas aos estudantes.

Neste quase-experimento, como os professores eram responsáveis pela distribuição dos estudantes nos grupos, eles tornaram a variável independente, uso ou não do método ABP/RP, endógena, ou seja, essa variável independente estava correlacionada com o termo erro: isso viola a condição de Média Condicional Zero. Portanto, para resolver esse problema, introduziu-se uma variável instrumental: a habilidade do professor, medida pela variável proxy, pontuação de

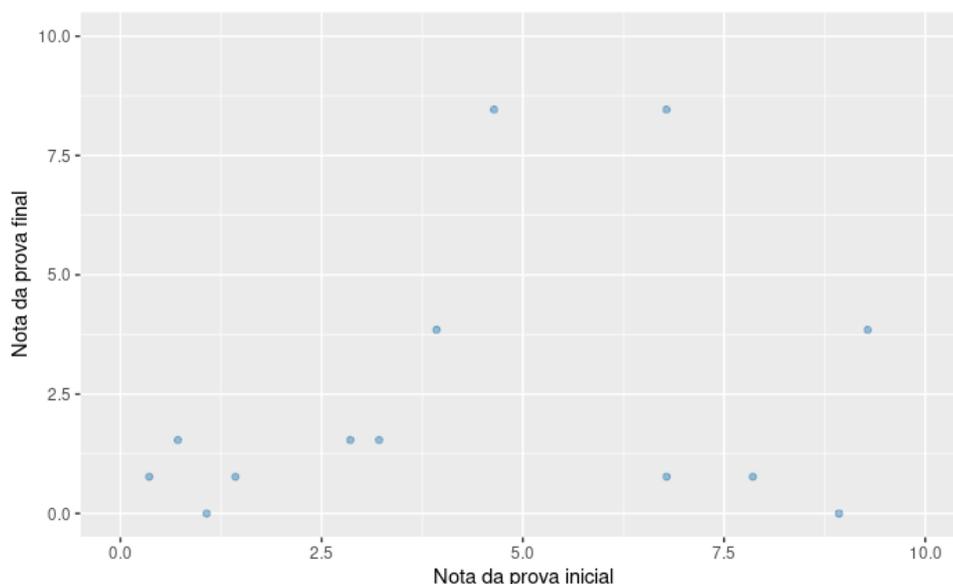
um teste QI.

De todas as escolas com Ensino Fundamental – Anos Finais procuradas, conseguiu-se a participação de três escolas, com um total de quinze estudantes e cinco professores. Como um dos professores não entregou o seu teste QI, em alguns casos, que serão indicados, foi necessário retirá-lo da amostra, assim como os seus estudantes, ficando com uma amostra de treze alunos e quatro professores. Além disso, no momento de tratar os dados verificou-se que todos os professores envolvidos na pesquisa afirmam ter usado o método ABP e/ou RP durante suas aulas. Portanto, não existe grupo de controle, ou seja, com os dados obtidos não será possível determinar se o uso do método ABP e/ou RP tem algum impacto sobre o rendimento escolar dos estudantes de matemática do Ensino Fundamental – Anos Finais. Contudo, fez-se um estudo com os dados obtidos. Assim, em uma primeira etapa, fez-se a análise exploratória dos dados.

## 6.1 ANÁLISE EXPLORATÓRIA

Em posse dos dados, o próximo passo foi fazer uma análise exploratória dos dados: esta foi feita usando o programa R (R Core Team, 2020). Os dados colhidos foram: as notas das provas inicial e final dos estudantes, as escolaridades do pai e da mãe, as pontuações do teste QI dos professores e o tamanho do agregado familiar. Nesta análise exploratória, tentou verificar-se a existência de correlação entre as notas da prova inicial e final, as notas da prova final e a escolaridade dos pais, as notas da prova final e a pontuação dos professores no teste QI, e finalmente, as notas da prova final e o tamanho do agregado familiar. Na Figura 1 apresenta-se a relação entre as notas da prova inicial e da prova final.

Figura 1 – Diagrama de dispersão que relaciona a nota da prova inicial com a da prova final

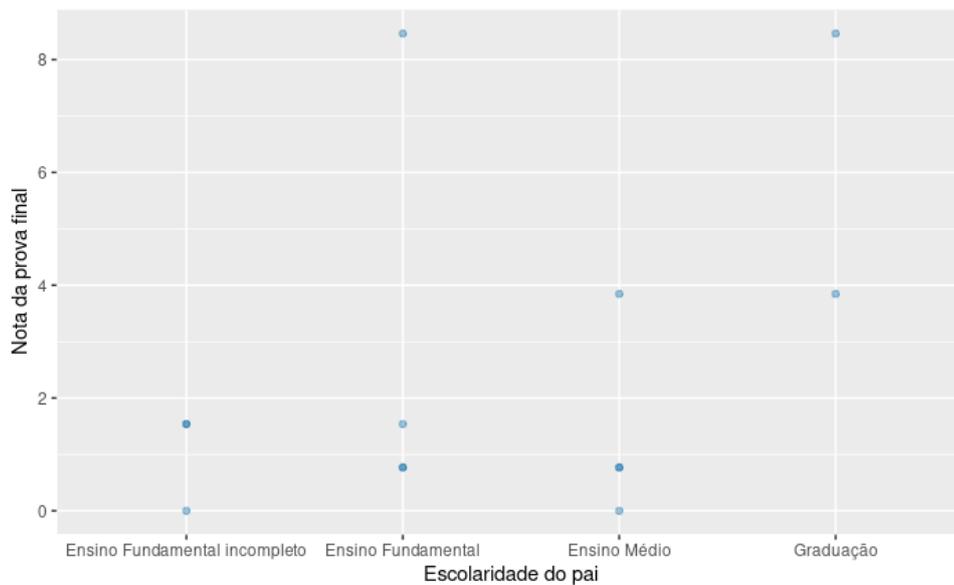


Fonte: Autoria própria

(†) As notas das provas dos estudantes são sobre 10.

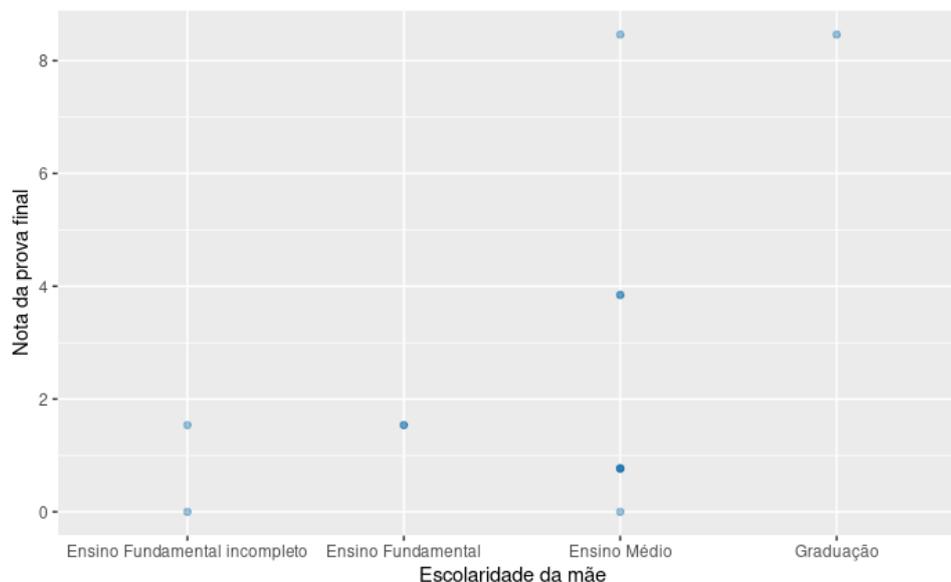
Neste primeiro diagrama de dispersão da Figura 1 percebe-se algo: parece não haver relação alguma entre as notas da prova inicial e da prova final. Nesta situação, esperar-se-ia uma correlação positiva entre as duas variáveis, pois normalmente estudantes que vão bem em uma prova, vão também bem em uma segunda prova.

Figura 2 – Diagrama de dispersão que relaciona a nota da prova final com a escolaridade do pai



Fonte: Autoria própria

Figura 3 – Diagrama de dispersão que relaciona a nota da prova final com a escolaridade da mãe

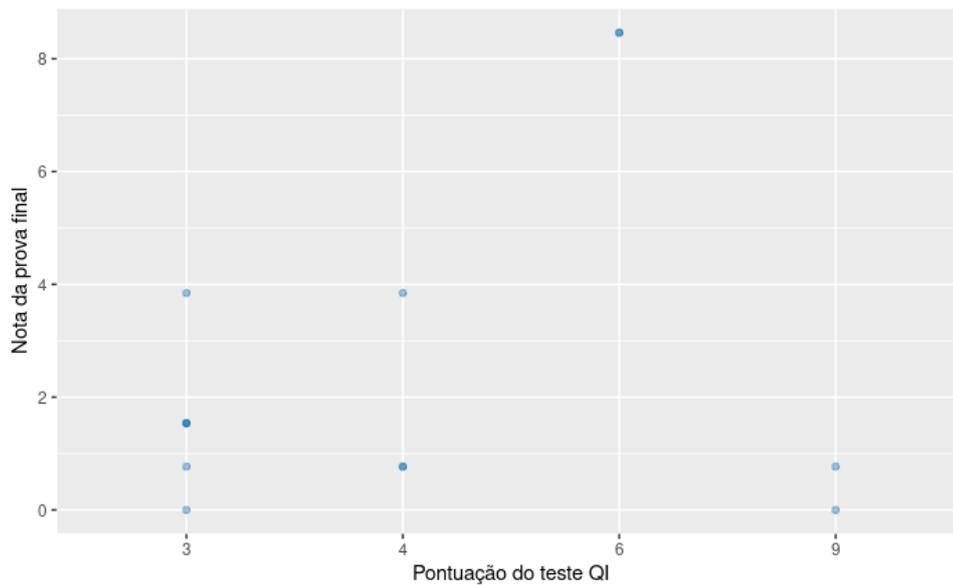


Fonte: Autoria própria

Nos diagramas de dispersão das Figuras 2 e 3, é possível verificar que existem uns pontos mais escuros que outros: isso acontece porque existem pontos sobrepostos. Observando os diagramas de dispersão, parece haver uma relação entre a escolaridade dos pais e o desempenho dos filhos.

No próximo gráfico de dispersão, Figura 4, tem-se um diagrama de dispersão entre as notas da prova final dos estudantes e as pontuações dos professores no teste QI.

Figura 4 – Diagrama de dispersão que relaciona a pontuação do teste QI do professor com a nota da prova final do estudante

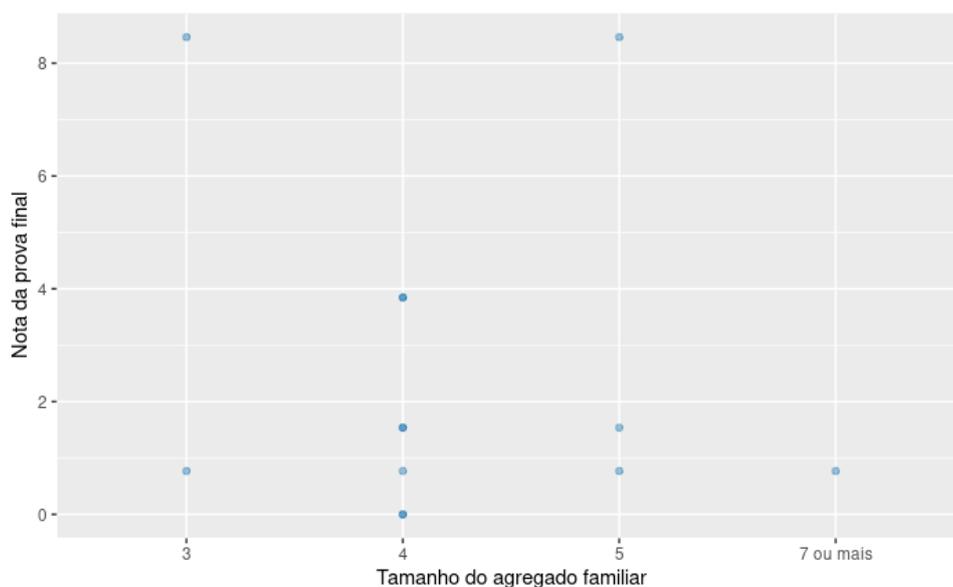


Fonte: Autoria própria

(\*) As notas das provas dos estudantes e as pontuações dos professores são sobre 10.

Observe com atenção que, para o diagrama de dispersão na Figura 4, os professores, cujas pontuações foram 3 e 4, seus estudantes tiraram notas abaixo de 4, o professor que pontuou 6, seus estudantes tiraram notas acima de 8 e o professor que alcançou a nota mais alta, seus estudantes tiraram as notas mais baixas. Desse diagrama não se visualiza nenhuma relação.

Figura 5 – Diagrama de dispersão que relaciona a nota final com o tamanho do agregado familiar



Fonte: Autoria própria

O último diagrama de dispersão apresentado na Figura 5, é um diagrama que tenta representar a relação entre o tamanho do agregado familiar e a nota da prova final sobre resolução de problemas. Este diagrama não permite visualizar muito bem, uma relação entre os tamanhos dos agregados familiares e as notas dos estudantes. Desconsiderando as observações (3, 0,8) e (5, 8,5) do diagrama, até poderia-se pensar que existe uma correlação negativa entre o tamanho do agregado familiar e nota da prova final, pois faz sentido que à medida que os tamanhos dos agregados familiares aumentam, as notas dos estudantes diminuem, pois com maiores agregados familiares os pais têm menos recursos monetários para despende com cada um de seus filhos.

Para obter os diagramas de dispersão apresentados anteriormente, carregou-se o pacote `ggplot2` em R (WICKHAM, 2016) e executaram-se, respectivamente, os seguintes comandos:

```
ggplot(dadosABPRP, aes(Nota1,Nota2)) +
  geom_point(color=c("#1170AA"),alpha=0.4) +
  labs(x="Nota da prova inicial", y="Nota da prova final") +
  xlim(0,10) + ylim(0,10),

ggplot(dadosABPRP, aes(EscolaridadePai, Nota2)) +
  geom_point(color=c("#1170AA"),alpha=0.4) +
  labs(x="Escolaridade do pai", y="Nota da prova final"),

ggplot(dadosABPRP, aes(EscolaridadeMae, Nota2)) +
  geom_point(color=c("#1170AA"),alpha=0.4)+
  labs(x="Escolaridade da mãe", y="Nota da prova final"),

ggplot(dadosABPRP, aes(NotaP, Nota2)) +
  geom_point(color=c("#1170AA"), alpha=0.4) +
  labs(x="Pontuação do teste QI", y="Nota da prova final"),

ggplot(dadosABPRP, aes(TamanhoAgregadoFamiliar, Nota2)) +
  geom_point(color=c("#1170AA"), alpha=0.4) +
  labs(x="Tamanho do agregado familiar", y="Nota da prova final"),
```

onde `ggplot` combinado com `geom_point` produz os diagramas de dispersão.

Dado que a amostra da pesquisa apresentada tem menos de 20 observações<sup>2</sup>, não se deveriam usar modelos de regressão linear múltipla para fazer inferências sobre os dados. Posto isto, deveria-se apenas fazer análise dos dados com base em modelos de regressão linear simples: os diagramas de dispersão presentes nas Figuras 1 a 5 já parecem indicar que as notas da prova inicial, a escolaridade dos pais, a pontuação do teste QI dos professores e o tamanho do agregado familiar não explicam as notas da prova final. No entanto, na seção 6.2 far-se-á a análise dos dados com base em modelos de regressão linear simples. Além disso, nas seções 6.3 e 6.4,

<sup>2</sup>Para usar modelos de regressão linear múltipla, na análise de dados, existe uma regra de ouro: para cada variável explicativa no modelo, são necessárias 10 a 20 observações.

também será investigado

- a) se existem diferenças significativas entre as notas dos estudantes nas diferentes turmas dos professores participantes;
- b) se existe uma diferença entre as medianas das duas provas aplicada no quase-experimento.

## 6.2 RESULTADOS DA ANÁLISE DOS MODELOS DE REGRESSÃO LINEAR SIMPLES

Nesta seção apresenta-se a análise dos dados baseada em modelos de regressão linear simples. Contudo, antes de se proceder à análise dos dados, é necessário verificar que as hipóteses RLS1 a RLS6 são satisfeitas, para cada modelo, pois a violação dessas hipóteses produzem estimadores viesados e não permitem fazer inferências estatísticas.

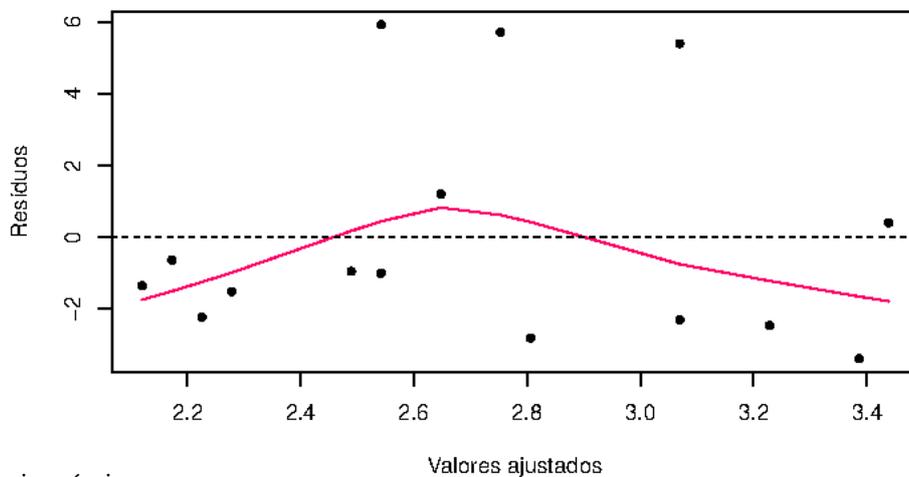
Começando com a relação entre as notas das provas inicial e final, considere o modelo

$$\text{Nota2} = \beta_0 + \beta_1 \text{Nota1} + u, \quad (41)$$

onde Nota1 é a nota da prova inicial, Nota2 é a nota da prova final,  $u$  é o termo erro, e  $\beta_0$  e  $\beta_1$  são os parâmetros de intercepto e de inclinação, respectivamente.

Olhando para o modelo (41), é possível verificar que a suposição RLS1 é satisfeita, pois os parâmetros  $\beta_0$  e  $\beta_1$  são lineares. A suposição RLS2 diz respeito à aleatoriedade da amostra: a amostragem não foi aleatória. Isto só é um problema, se esta não for representativa da população. A suposição RLS3 é satisfeita, pois as notas da prova inicial não são todas iguais. Da Figura 6 é possível verificar que a suposição RLS4 não é satisfeita, ou seja, a média condicional zero não é satisfeita – a linha vermelha não se aproxima da reta  $\hat{u} = 0$ .

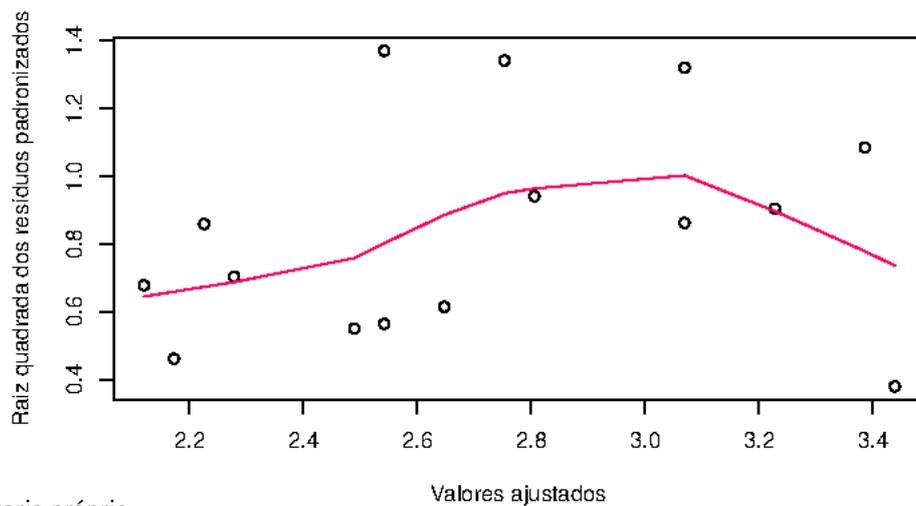
Figura 6 – Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (41)



Fonte: Autoria própria

Da Figura 7 pode-se averiguar que a suposição RLS5, sobre homoscedasticidade, é violada: a linha vermelha não é horizontal, o que indica que a variância do erro não é constante.

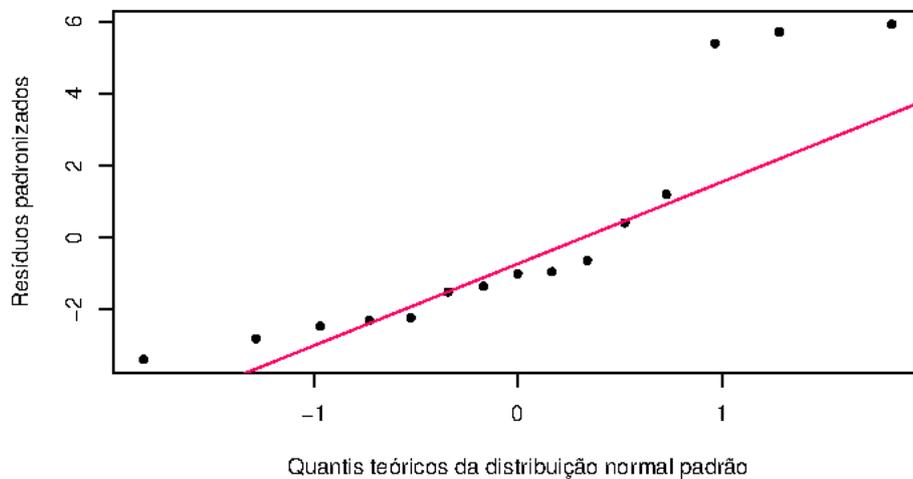
Figura 7 – Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (41)



Fonte: Autoria própria

Finalmente, a Figura 8 ilustra bem como a suposição RLS6 não é satisfeita, ou seja, os erros não são normalmente distribuídos: se estes fossem, os pontos encontrar-se-iam mais ou menos sobre a reta vermelha.

Figura 8 – Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (41)



Fonte: Autoria própria

Com o diagnóstico acima, deveria-se proceder a alguns ajustes, nomeadamente, introduzir um termo não linear da Nota1, mas isso implicaria ter um modelo com mais um parâmetro. Contudo, aplicando o comando `lm` em R ao modelo (41) obtém-se o *output* que segue.

Call:

```
lm(formula = Nota2 ~ Nota1, data = dadosABPRP)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-3.3861	-2.2630	-1.0037	0.8029	5.9194

## Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	2.0674	1.5548	1.330	0.206
Nota1	0.1477	0.2958	0.499	0.626

Residual standard error: 3.286 on 13 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.01882, Adjusted R-squared: -0.05666

F-statistic: 0.2493 on 1 and 13 DF, p-value: 0.6259

A primeira parte do *output*, “Call”, apenas repete o comando introduzido para obter o modelo de regressão linear. A segunda parte do *output*, “Residuals”, consiste de um resumo sobre os resíduos: gostaria-se que estes tivessem uma distribuição simétrica em torno da média, zero. A terceira parte do *output*, “Coefficients”, diz respeito às estimativas obtidas para os parâmetros de intercepto e de inclinação. Na coluna “Estimate” são dadas as estimativas para o parâmetro de intercepto,  $\hat{\beta}_0$ , e para o parâmetro de inclinação,  $\hat{\beta}_1$ . Na coluna “Std. Error” são dados os erros-padrão para  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$ . Na terceira coluna são dados os valores das estatísticas do teste  $t$  para  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$  e na quarta coluna são dados os valores- $p$  associados às estatísticas do teste  $t$  para  $\hat{\beta}_0$  e  $\hat{\beta}_1$ . Finalmente, a quarta parte refere-se à significância geral da regressão: na primeira linha é dado o erro-padrão dos resíduos e seus graus de liberdade; na segunda linha são dados o  $R$ -quadrado e o  $R$ -quadrado ajustado; na terceira linha são dados a estatística do teste  $F$ , os seus graus de liberdade e o valor- $p$  associado.

Apesar das estimativas dos parâmetros  $\beta_0$  e  $\beta_1$  serem viesadas e o modelo (41) não permitir fazer inferências, do *output* pode-se verificar exatamente o que já tinha sido averiguado no diagrama de dispersão da Figura 1, ou seja, as notas da prova inicial não explicam as notas da prova final –  $\hat{\beta}_1$  não é significativamente diferente de zero.

Antes de prosseguir com os outros modelos, como a maioria desses envolvem dados qualitativos, mostrar-se-á agora como os dados qualitativos podem ser incorporados em modelos de regressão linear. Por exemplo, caso se tivesse interesse em introduzir o gênero como uma variável explicativa, seria possível fazê-lo, usando informação binária: 0 para o gênero masculino e 1 para o gênero feminino. Este tipo de variável é conhecida como variável *dummy*. O nome escolhido para essa variável corresponde normalmente ao nome da categoria que assume o valor 1. Começando com o modelo para a relação entre as notas da prova final e a escolaridade dos pais, a escolaridade dos pais, nos questionários preenchidos pelos estudantes, foi dividida em quatro categorias:

- Ensino Fundamental incompleto: iniciaram o Ensino Fundamental, mas não o terminaram;
- Ensino Fundamental: completaram o Ensino Fundamental;
- Ensino Médio: completaram o Ensino Médio;
- Graduação: possuem um curso de graduação completo.

No entanto, para satisfazer a regra de ouro sobre o número de variáveis em um modelo de regressão linear, uma variável para cada 10 a 20 observações, agruparam-se as categorias acima do seguinte modo:

- a) Ensino Básico: Ensino Fundamental incompleto e completo, e Ensino Médio;
- b) Ensino Superior: Graduação.

Portanto, definiu-se o modelo para a relação entre as notas da prova final e a escolaridade dos pais como

$$\text{Nota2} = \beta_0 + \delta_1 \text{ES} + u, \quad (42)$$

onde Nota2 é a nota da prova final, ES refere-se ao Ensino Superior – assume o valor 0 quando os pais não frequentaram o Ensino Superior e 1 quando frequentaram – e  $u$  é o termo erro. Foi esquecimento, ou intencional a falta de variável relativamente ao Ensino Básico? Foi intencional, porque na realidade o coeficiente  $\beta_0$  representa o grupo dos pais com o nível de escolaridade correspondente ao Ensino Básico. Este grupo é considerado como o **grupo base**. Neste caso resolveu-se escolher como grupo base, o grupo de pessoas com o maior número de participantes, por este produzir menores erros-padrão.

O modelo para a relação entre as notas da prova final e as pontuações do teste QI dos professores é dado por

$$\text{Nota2} = \beta_0 + \beta_1 \text{NP} + u, \quad (43)$$

onde Nota2 é a nota da prova final, NP é a pontuação do professor no teste QI e  $u$  é o termo erro.

Finalmente, tal como o modelo (42), o modelo para a relação entre as notas da prova final e o tamanho do agregado familiar envolve dados qualitativos. Há quatro categorias para o tamanho do agregado familiar nos questionários preenchidos pelos estudantes:

- a) três pessoas;
- b) quatro pessoas;
- c) cinco pessoas;
- d) sete ou mais pessoas.

Tal como para o modelo (42), foi necessário agrupar esses tamanhos de agregados familiares em dois grupos:

- a) 3 ou 4 pessoas;
- b) 5 ou mais pessoas.

Portanto, o modelo para a relação entre as notas da prova final e o tamanho do agregado familiar foi definido como

$$\text{Nota2} = \beta_0 + \delta_1 \text{5Mais} + u, \quad (44)$$

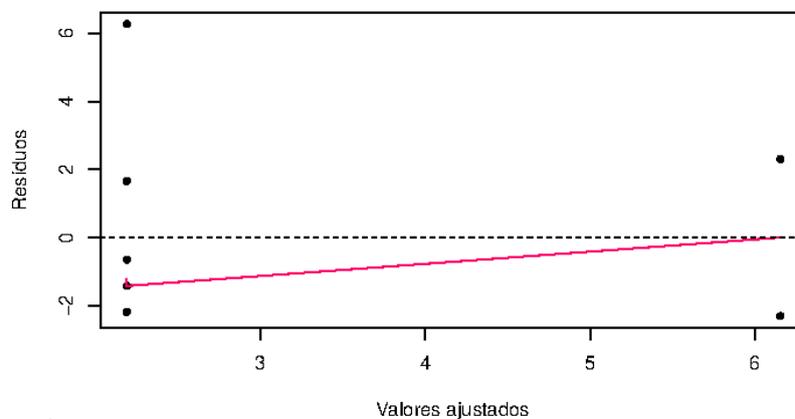
onde a Nota2 é a nota da prova final, 5Mais representa os agregados familiares com 5 ou mais pessoas – assume o valor 0 se o agregado familiar tem 3 ou 4 pessoas e o valor 1 se o agregado familiar tem 5 ou mais pessoas – e  $u$  é o termo erro.

Antes de proceder à análise dos modelos (42) – tanto para os pais como para as mães, (43) e (44), é conveniente verificar se as hipóteses RLS1 a RLS6 são satisfeitas. Das Equações

(42), (43) e (44) é possível verificar que todos os modelos satisfazem a suposição RLS1, pois os parâmetros são todos lineares. Quanto à suposição RLS2, como já foi mencionado anteriormente, a amostragem não foi aleatória. No que diz respeito à suposição RLS3, cada uma das variáveis explicativas ES, NP e 5Mais apresentam variabilidade.

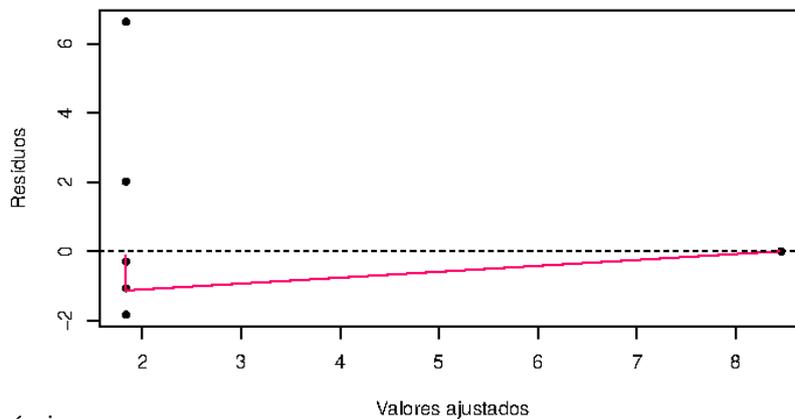
Usando o modelo (42) tanto para a escolaridade dos pais como das mães, os gráficos de diagnóstico presentes nas Figuras 9 e 10 indicam que a média condicional zero não é satisfeita, tanto para o modelo com a escolaridade dos pais como para o modelo com a escolaridade das mães.

Figura 9 – Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (42): caso dos pais



Fonte: Autoria própria

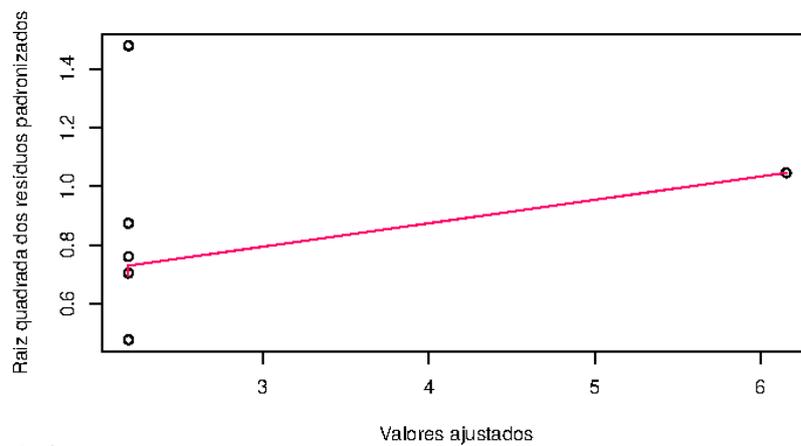
Figura 10 – Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (42): caso das mães



Fonte: Autoria própria

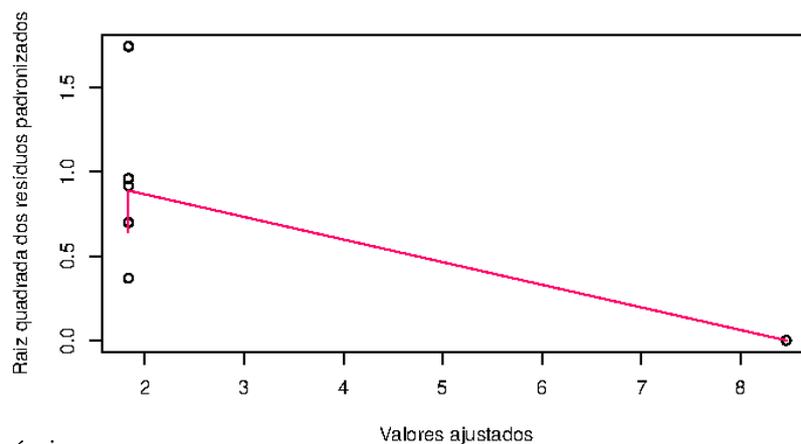
Nos gráficos de diagnóstico presentes nas Figuras 11 e 12 indicam que a variância do erro não é constante tanto para o modelo com a escolaridade dos pais como para o modelo com a escolaridade das mães.

Figura 11 – Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (42): caso dos pais



Fonte: Autoria própria

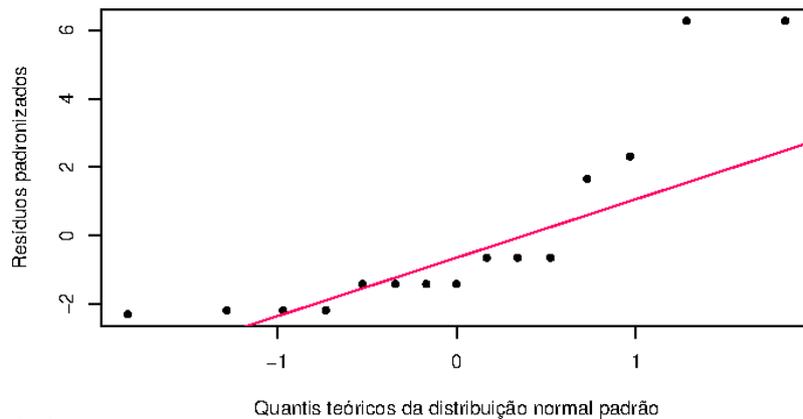
Figura 12 – Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (42): caso das mães



Fonte: Autoria própria

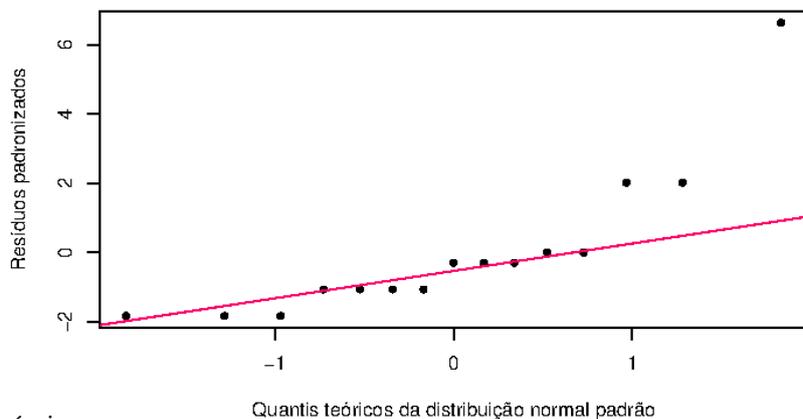
Nos gráficos de diagnóstico das Figuras 13 e 14 é possível verificar que os erros não são normalmente distribuídos, tanto no modelo com a escolaridade dos pais como no modelo com a escolaridade das mães, pois os resíduos padronizados não se encontram sobre as retas vermelhas.

Figura 13 – Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (42): caso dos pais



Fonte: Autoria própria

Figura 14 – Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (42): caso das mães



Fonte: Autoria própria

Apesar dos modelos baseados na Equação (42), tanto para a escolaridade dos pais como para a escolaridade das mães, apresentarem estimadores viesados e não permitirem fazer inferências confiáveis, dos *outputs* dos dois modelos apresentados mais abaixo pode-se averiguar em traços gerais

- que para o modelo com a escolaridade dos pais, o estimador para  $\beta_0$  é significativamente diferente de 0 (significante ao nível de 2%) e  $\delta_1$  por pouco não é significativo ao nível de 10%;
- e para o modelo com a escolaridade das mães, ambos os coeficientes são significativos a um nível inferior a 5%.

Call:

```
lm(formula = Nota2 ~ EscolaridadePai, data = dadosABPRP)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-2.308	-1.805	-1.420	0.503	6.272

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	2.1893	0.8278	2.645	0.0202 *
EscolaridadePaiES	3.9645	2.2669	1.749	0.1039

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.985 on 13 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.1905, Adjusted R-squared: 0.1282

F-statistic: 3.059 on 1 and 13 DF, p-value: 0.1039

Observando mais pormenorizadamente o output do modelo com a escolaridade dos pais, verifica-se que o valor 2,1893 presente na linha “(Intercept)” e coluna “Estimate” corresponde à estimativa de  $\beta_0$ ; este valor corresponde à média dos estudantes cujos pais não frequentaram o Ensino Superior. A hipótese nula para este primeiro parâmetro é  $\beta_0 = 0$  e de acordo com o valor- $p$ , a hipótese nula é rejeitada com um nível de significância de 2,02%, ou seja, a média dos estudantes cujos pais não frequentaram o Ensino Superior é significativamente diferente de zero. O valor presente na coluna “Estimate” e linha “EscolaridadePaiES” corresponde à estimativa de  $\delta_1$  que é a diferença entre a média dos estudantes cujos pais frequentaram o Ensino Superior e a média dos estudantes cujos pais não frequentaram o Ensino Superior. Portanto,  $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_0 + \hat{\delta}_1 = 6,1538$  corresponde à média dos estudantes cujos pais frequentaram o Ensino Superior. A hipótese nula para o parâmetro  $\delta_1$  é  $\delta_1 = 0$ , ou seja,  $\beta_1 = \beta_0$ , e de acordo com o valor- $p$  não se pode rejeitar a hipótese nula, isto é, não existe uma diferença significativa entre a média dos estudantes cujos pais frequentaram o Ensino Superior e a dos estudantes cujos pais não o frequentaram. O modelo com a escolaridade do pai explica 19,1% da variação das notas dos estudantes.

Call:

```
lm(formula = Nota2 ~ EscolaridadeMae, data = dadosABPRP)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1.8343	-1.0651	-0.2959	0.0000	6.6272

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	1.8343	0.6292	2.915	0.01205 *
EscolaridadeMaeES	6.6272	1.7232	3.846	0.00202 **

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.269 on 13 degrees of freedom

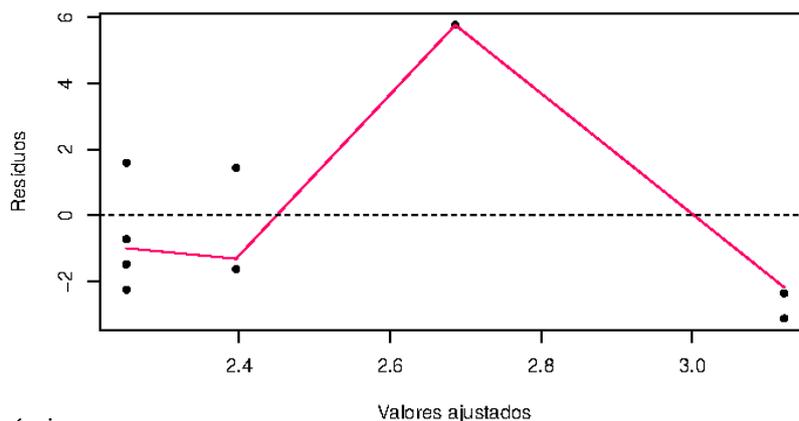
Multiple R-squared: 0.5322, Adjusted R-squared: 0.4962

F-statistic: 14.79 on 1 and 13 DF, p-value: 0.002023

Examinando com mais detalhe o resumo acima, verifica-se que a média dos estudantes cujas mães não frequentaram o Ensino Superior é de  $\hat{\beta}_0 = 1,8343$ . A estimativa da diferença entre a média dos estudantes cujas mães frequentaram o Ensino Superior e a média daqueles cujas mães não o frequentaram é de  $\hat{\delta}_1 = 6,6272$ . Portanto, a estimativa da média dos estudantes, cujas mães obtiveram um diploma no Ensino Superior, é de  $\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_0 + \hat{\delta}_1 = 8,4615$ . Tanto  $\hat{\beta}_0$  como  $\hat{\delta}_1$  são significativos a um nível inferior a 5%. O modelo (42) com a escolaridade da mãe explica 53,2% da variação das notas dos estudantes.

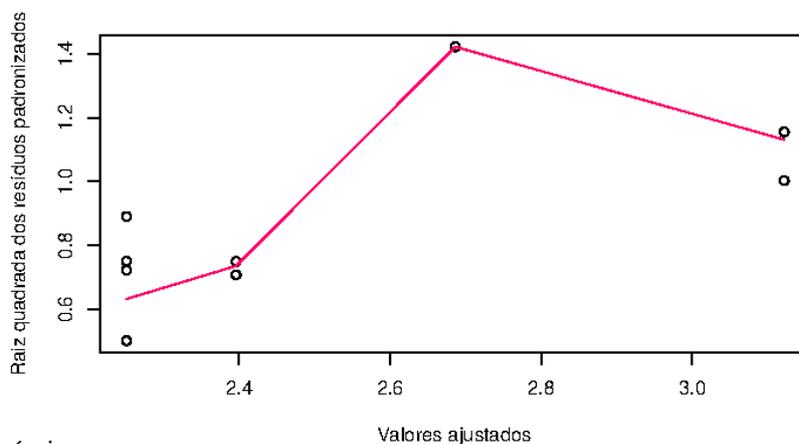
Mais acima, já foram averiguadas as hipóteses RLS1 a RLS3 para o modelo (43). Agora, averiguar-se-ão as hipótese RLS4 a RLS6. Como um dos professores não fez o teste QI, este modelo conterà apenas com 13 observações.

Figura 15 – Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (43)



Fonte: Autoria própria

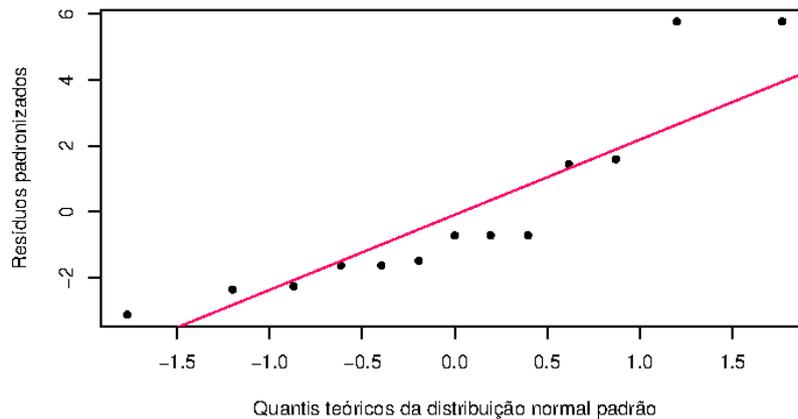
Figura 16 – Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (43)



Fonte: Autoria própria

Da Figura 15 é possível observar que a hipótese RLS4, ou seja a média condicional zero, não é satisfeita, visto que a curva vermelha não se aproxima da reta horizontal  $\hat{u} = 0$ . Da Figura 16 constata-se que a hipótese RLS5, sobre homoscedasticidade, é violada: para que essa hipótese fosse satisfeita, o formato da curva vermelha deveria se aproximar de uma reta horizontal.

Figura 17 – Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (43)



Fonte: Autoria própria

Da Figura 17 observa-se que os pontos não estão na sua maioria alinhados com a reta vermelha e, portanto, os erros não seguem uma distribuição normal – violação da hipótese RLS6.

Tal como para os outros modelos, analisar-se-ão os resultados da aplicação do comando `lm` ao modelo (43), apesar de se saber que os seus estimadores serão viesados e que os seus intervalos de confiança não serão confiáveis.

Call:

```
lm(formula = Nota2 ~ NP, data = dadosABPRP)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-3.1220	-1.6266	-0.7121	1.4503	5.7752

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	1.8149	2.0014	0.907	0.384
NP	0.1452	0.3937	0.369	0.719

Residual standard error: 3.026 on 11 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.01222, Adjusted R-squared: -0.07758

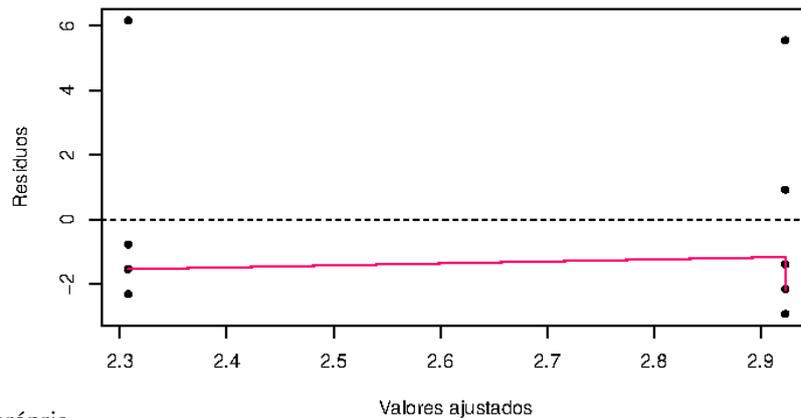
F-statistic: 0.1361 on 1 and 11 DF, p-value: 0.7192

Da observação do *output*, constata-se que habilidade dos professores, dada pela pon-

tuação no teste QI, não explica o rendimento acadêmico em matemática dos estudantes: os valores- $p$  para os estimadores são muito altos e o  $R^2$  é muito baixo. Essa falta de correlação já tinha sido observada no diagrama de dispersão da Figura 4.

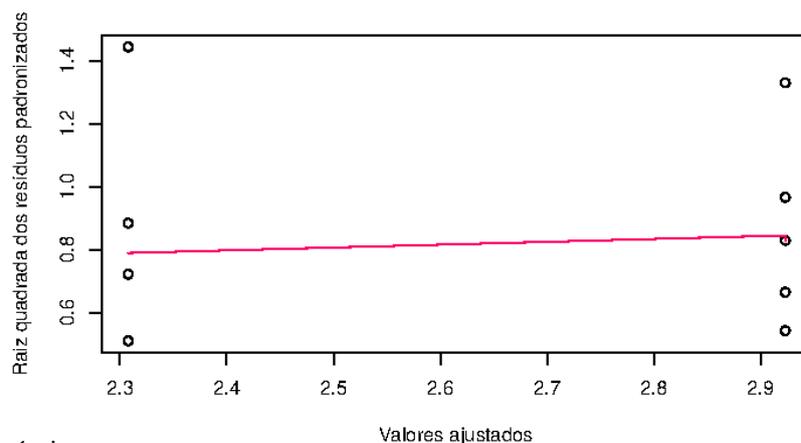
Por fim, falta verificar as hipóteses RLS4 a RLS6 para o modelo (44) – as hipóteses RLS1 a RLS3 já foram investigadas mais acima.

Figura 18 – Gráfico dos valores ajustados versus os resíduos do modelo (44)



Fonte: Autoria própria

Figura 19 – Gráfico dos valores ajustados versus a raiz quadrada dos resíduos padronizados do modelo (44)



Fonte: Autoria própria

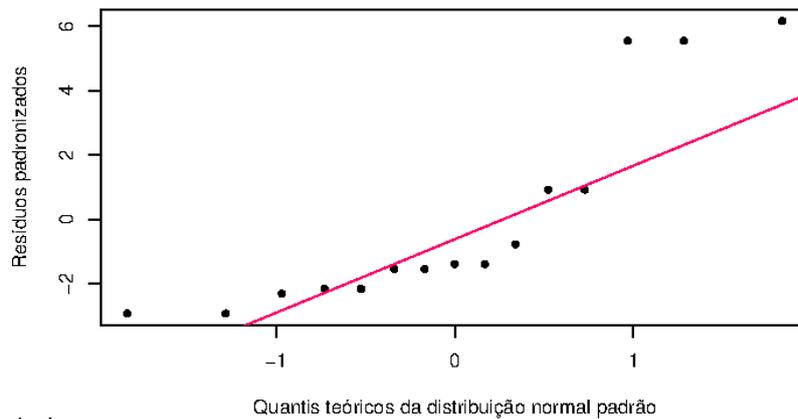
Da Figura 18 constata-se que a suposição RLS4, conhecida como média condicional zero, não é satisfeita, pois a curva vermelha presente na figura não é aproximadamente coincidente com a reta  $\hat{u} = 0$ . Da Figura 19, a linha vermelha parece quase constante, o que parece indicar que a variância do erro possa ser considerada constante. No entanto, para ter a certeza, é possível efetuar um teste de Breusch-Pagan. A hipótese nula deste teste afirma que a variância dos resíduos não é constante. Aplicando o comando `lmtest:bptest` em R no modelo (44), obtém-se que não é possível rejeitar a hipótese nula, isto é, a variância dos resíduos não é constante. Portanto, a suposição de homoscedasticidade, RLS5, é violada.

## studentized Breusch-Pagan test

data: modelo7

BP = 0.0032391, df = 1, p-value = 0.9546

Figura 20 – Gráfico probabilístico normal dos resíduos do modelo (44)



Fonte: Autoria própria

Da Figura 20 verifica-se que a suposição sobre a normalidade dos erros não é satisfeita, visto que os dados não se encontram, na sua maioria, localizados próximos à reta vermelha.

Aplicando o comando `lm` em R ao modelo (44), obtém-se o seguinte *output*.

Call:

```
lm(formula = Nota2 ~ TamanhoAgregadoFamiliar, data = dadosABP)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-2.9231	-2.1538	-1.3846	0.9231	6.1538

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	2.9231	1.0443	2.799	0.0151 *
TamanhoAgregadoFamiliar5Mais	-0.6154	1.8088	-0.340	0.7391

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 3.302 on 13 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.008825, Adjusted R-squared: -0.06742

F-statistic: 0.1157 on 1 and 13 DF, p-value: 0.7391

Do resumo é possível averiguar que este modelo não explica praticamente nada, o  $R^2$  é muito baixo. Apenas o estimador de  $\beta_0$  é significativo a 1,5%, mas este valor não é confiável, visto que os erros não seguem uma distribuição normal.

Os modelos (41), (43) e (44) não explicam a variabilidade das notas dos estudantes, todos têm um  $R^2 < 2\%$  e seus modelos comparados com respectivos modelos constantes produziram valores- $p$  altos, o que significa que não foi possível rejeitar as hipóteses nulas, ou seja, que  $\beta_1$  em (41) e (43) são iguais a 0 e que  $\delta_1$  em (44) é igual a 0. Além disso, desses modelos apenas o modelo (44) apresentou um estimador significativo,  $\hat{\beta}_0$ ; no entanto, esse valor- $p$  não é muito confiável, pois os erros não seguem uma distribuição normal.

Os modelos com as escolaridades dos pais e das mães, baseados no modelo (42), deram  $R$ -quadrados bem mais elevados, 19,1% para o modelo com a escolaridade dos pais e 53,2% para o modelo com a escolaridade das mães. Contudo, apenas o modelo com a escolaridade das mães pode ser considerado “melhor” que o modelo constante, pois deu um valor- $p$  significativo: por pouco o modelo com a escolaridade dos pais poderia ter sido considerado significativo (valor- $p$  igual a 10,4%). Ainda assim, é necessário exercer alguma cautela quanto aos estimadores de  $\beta_0$  e  $\delta_1$ , pois quatro das hipóteses foram violadas, nomeadamente, a que diz respeito à normalidade dos erros, que tornam os valores- $p$  pouco confiáveis. No entanto, apesar disso, parece que a escolaridade dos pais e das mães exercem alguma influência sobre as notas dos estudantes.

Na seção 6.3 apresentam-se os resultados do estudo que investigou a existência de diferenças entre as médias dos estudantes com diferentes professores.

### 6.3 RESULTADOS DA ANÁLISE DO TESTE DE KRUSKAL-WALLIS

Como a amostra possui cinco professores, é pertinente investigar se as médias dos estudantes desses professores são idênticas. Para isso pensou-se proceder a uma análise de variância a um fator. No entanto, antes de prosseguir foi necessário verificar se as subamostras seguem uma distribuição normal. Para isso efetuou-se o teste de Shapiro-Wilk para cada subamostra – usando o comando `shapiro.test` em R. Os resultados desses testes encontram-se resumidos na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados do teste de Shapiro-Wilk

Professor	Tamanho da amostra	Valor- $p$
I	2	–
II	2	–
III	6	0,2375
IV	3	$2,2 \times 10^{-16}$
V	2	–

Fonte: Autoria própria

Da Tabela 3 é possível verificar que para três dos professores não foi possível efetuar o teste por conta das subamostras serem de tamanho inferior a 3. Para a subamostra do professor III, o teste indica que não é possível rejeitar a hipótese nula, ou seja, a distribuição da subamostra não é significativamente diferente de uma distribuição normal. Para a subamostra do professor IV, o teste indica que a distribuição da subamostra é significativamente diferente de uma distribuição

normal. Como as subamostras todas não seguem distribuições normais, não se pode usar a análise de variância a um fator. Usar-se-á um teste não paramétrico: o teste de Kruskal-Wallis.

Aplicando o comando `kruskal.test` às notas dos estudantes dos diferentes professores, obtém-se o resultado que segue.

Kruskal-Wallis rank sum test

data: Nota2 by IdentificadorP

Kruskal-Wallis chi-squared = 5.7117, df = 4, p-value = 0.2217

Dado que o valor- $p$  é grande, isso significa que não há evidências que indicam que haja uma diferença significativa entre as médias dos estudantes dos diferentes professores. Como foi mencionado acima, para que se possa usar a análise de variância a um fator foi necessário verificar se as distribuições das notas dos estudantes de cada professor são normalmente distribuídas. Como a subamostra associada ao professor III não segue uma distribuição normal, não foi possível usar a análise de variância a um fator. No entanto, o que teria acontecido se esta análise tivesse sido usada? Usando a Tabela 4 da análise de variância a um fator é possível determinar a estatística do teste.

Tabela 4 – Tabela da Análise de Variância a um Fator

Fonte de Variação	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio
Entre grupos	$SQ_E = 92,34714$	4	$QM_E = 23,087679$
Dentro dos grupos	$SQ_D = 50,69034$	10	$QM_D = 5,069034$
Total	$SQ_T = 143,0375$	14	$QM_T = 10,21696$

Fonte: Autoria própria

Dado que a estatística do teste

$$F = \frac{QM_E}{QM_D} = 4,554475$$

é maior que  $F_{4;10;0,025} = 4,468$ , rejeita-se a hipótese nula com um nível de significância de 5%, isto é, as médias dos estudantes dos diferentes professores são significativamente diferentes. Este resultado diz o oposto do resultado do teste de Kruskal-Wallis: isso mostra bem como é necessário verificar as suposições antes de utilizar um determinado teste, caso contrário, pode-se chegar a conclusões errôneas sobre os dados da amostra.

Dos dados coletados era possível ainda determinar a existência de diferenças entre as notas dos estudantes antes e depois do quase-experimento. Esse estudo apresenta-se na seção 6.4 que segue.

## 6.4 RESULTADOS DO TESTE DE WILCOXON

Existem vários tipos de testes para determinar a existência de uma diferença entre dados pareados. No entanto, alguns testes só podem ser utilizados se os dados da amostra forem normalmente distribuídos. Como aqui procura-se saber se existe uma diferença entre as notas das duas provas que foram aplicadas aos participantes, o primeiro passo é verificar se as notas das duas provas provêm de duas distribuições normais. Para isso, serão efetuados testes de Shapiro-Wilk para as duas provas.

A hipótese nula do teste de Shapiro-Wilk diz que a amostra provêm de uma distribuição normal, enquanto que a hipótese alternativa diz que a amostra não provêm de uma distribuição normal. Usando o comando `shapiro.test` em R nas notas da primeira prova e da segunda prova, obtém-se os resultados que seguem.

```
Shapiro-Wilk normality test
data: dadosABP$Nota1
W = 0.93903, p-value = 0.3703
```

```
Shapiro-Wilk normality test
data: dadosABP$Nota2
W = 0.75041, p-value = 0.0009088
```

De acordo com os resultados acima, as notas da primeira prova provêm da uma distribuição normal, visto que não se pôde rejeitar a hipótese nula. No caso das notas da segunda prova, pode-se dizer, com 99,9% de confiança, que essas não provêm de uma distribuição normal. Portanto, nestas condições faz sentido usar um teste não paramétrico: o teste de Wilcoxon.

Tabela 5 – Tabela com dados pareados – notas dos estudantes antes e depois

Aluno n°	Antes ( $X_i$ )	Depois ( $Y_i$ )	$D_i = Y_i - X_i$	$ D_i $	Sinal do $D_i$	Ordem
1	0,4	0,8	0,4	0,4	+	2
2	1,1	0,0	-1,1	1,1	-	5
3	9,3	3,8	-5,5	5,5	-	12
4	1,4	0,8	-0,6	0,6	-	3
5	3,9	3,8	-0,1	0,1	-	1
6	3,2	8,5	5,3	5,3	+	11
7	2,9	1,5	-1,4	1,4	-	6
8	3,2	1,5	-1,7	1,7	-	7,5
9	4,6	8,5	3,9	3,9	+	9
10	7,9	0,8	-7,1	7,1	-	14
11	5,0	0,0	-5,0	5,0	-	10
12	6,8	0,8	-6,0	6,0	-	13
13	6,8	8,5	1,7	1,7	+	7,5
14	8,9	0,0	-8,9	8,9	-	15
15	0,7	1,5	0,8	0,8	+	4

Fonte: Autoria própria

A hipótese nula do teste de Wilcoxon diz que a mediana das diferenças entre os dados pareados é zero e a hipótese alternativa diz que essa mediana não é zero. Para testar estas hipóteses, criou-se a Tabela 5. Nessa tabela encontram-se as notas da primeira e segunda prova dos alunos, feitas em junho e outubro de 2021, respectivamente, assim como todos os dados necessários para determinar a estatística do teste de Wilcoxon.

Para que o teste de Wilcoxon possa ser usado, é preciso verificar que as diferenças provêm de uma distribuição simétrica. Aplicando um teste de Shapiro-Wilk nas diferenças –conforme apresentado abaixo – verifica-se que não se pode rejeitar a hipótese nula, ou seja, as diferenças provêm de uma distribuição normal e, como esta é simétrica, então concluímos que as diferenças provêm de uma distribuição simétrica.

#### Shapiro-Wilk normality test

```
data: df6$Diferenca
W = 0.96585, p-value = 0.7926
```

Somando os valores absolutos de todas as diferenças negativas e de todas as diferenças positivas, obtêm-se, respectivamente,

$$W^- = 86,5 \quad \text{e} \quad W^+ = 33,5.$$

Como a amostra é pequena,  $n = 15$ , tem-se que  $W = 33,5$  é dado pela fórmula (39). O valor crítico retirado da tabela é  $w_{0,025} = 25$ . Como  $W > w_{0,025}$ , não se pode rejeitar a hipótese nula, ou seja, a mediana das diferenças das notas é zero, portanto, não há evidências que sugiram que há uma diferença entre as medianas das notas das duas provas.

Na seção 7, que segue, faz-se um apanhado geral do que foi investigado.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O projeto de pesquisa que deu origem a esta dissertação pretendia determinar se o uso do método ABP tinha algum efeito sobre o rendimento acadêmico em Matemática dos estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais. À medida que a pesquisa foi sendo desenvolvida, surgiram diversos obstáculos: participação reduzida de estudantes no quase-experimento, inexistência de grupo de controle – estudantes não sujeitos aos métodos ABP e/ou RP, e coleta de dados não presencial. Estes obstáculos foram acentuados devido ao estudo ter sido realizado durante a pandemia Covid-19. Por conta desses obstáculos, não se pôde investigar o efeito do uso do método ABP sobre o desempenho escolar em Matemática dos estudantes de 9º ano do Ensino Fundamental – Anos Finais.

Apesar de não ter sido possível determinar o efeito do uso do método ABP sobre o desempenho acadêmico em Matemática de estudantes de 9º ano, com os dados coletados e com o uso de modelos de regressão linear simples pôde-se investigar se a escolaridade dos pais, a habilidade dos professores e o tamanho do agregado familiar tiveram algum efeito sobre o rendimento acadêmico em Matemática dos estudantes de 9º ano. Além disso, com os dados coletados e com o uso de dois testes não paramétricos foi possível estudar se havia uma diferença entre as medianas das notas dos estudantes antes e depois do quase-experimento e se havia diferença entre as médias das notas dos estudantes com diferentes professores.

Do estudo verificou-se que “parece haver” uma indicação que a escolaridade dos pais exerce, de alguma forma, um efeito sobre o desempenho acadêmico em Matemática dos estudantes, especialmente a escolaridade da mãe. Assim, parece que as notas em Matemática de estudantes cujos pais frequentaram o Ensino Superior são mais elevadas que as daqueles cujos pais não frequentaram. Como foi dito acima, parece haver uma indicação, mas não se pode obliterar o fato que os resultados produzidos pelos modelos de regressão linear simples não são confiáveis, visto que a tão importante suposição sobre os erros não foi satisfeita: os erros não seguem uma distribuição normal com média 0 e variância constante. Quanto aos efeitos da habilidade dos professores e do tamanho do agregado familiar sobre o rendimento acadêmico em Matemática dos estudantes de 9º ano, os dois modelos de regressão linear simples com essas variáveis explicativas não apresentaram resultados significativos, o que significa que essas duas variáveis explicativas não aparentam ser responsáveis pela variabilidade das notas em Matemática. Para estes modelos também, algumas precauções devem ser tomadas quanto aos resultados, pois quatro das seis hipóteses de modelos de regressão linear simples foram violadas, entre elas, a que trata sobre a distribuição dos erros.

Os testes não paramétricos de Kruskal-Wallis e Wilcoxon não mostraram, respectivamente, evidências que houvesse

- a) alguma diferença entre as médias em Matemática dos estudantes de 9º ano com diferentes professores, e
- b) alguma diferença entre as medianas das notas em Matemática dos estudantes de 9º ano

antes e depois do quase-experimento.

A pandemia por Covid-19 trouxe vários desafios, dentre eles, a coleta de dados de forma eletrônica e a dificuldade em recrutar participantes. Em uma tentativa de aumentar o número de participantes, organizou-se um sorteio de R\$300,00 entre os participantes; nem mesmo assim conseguiu-se atrair muitos estudantes a participar do estudo. Com a coleta dos dados feita eletronicamente, observaram-se alguns aspectos potencialmente problemáticos. Ambas as provas aplicadas consistiam de provas de múltipla escolha, mas era obrigatório que os participantes fornecessem os cálculos efetuados para chegar aos resultados: vários deles ou não forneceram esses cálculos ou disseram que não sabiam explicar como tinham chegado à resposta. Isso mostrou alguma falta de motivação em responder, o que de certa forma acaba afetando os resultados obtidos. Os prazos de entrega das duas provas tiveram que ser adiados mais de uma vez, de modo a não diminuir o número de participantes. A pandemia também afetou a aprendizagem dos estudantes: nem todos os estudantes puderam seguir de forma assídua as aulas, por falta de internet. Portanto, não é surpreendente que se tenham obtido os resultados apresentados na seção 6. Sendo assim, o trabalho apresentado aqui deve ser visto como um trabalho piloto, que poderá servir para nortear outros trabalhos.

## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, A. C. **Implementando as novas diretrizes curriculares para a educação: O que nos ensina o caso de harvard?** São Paulo: Revista Interface Comunicação, 2001. v. 5. 161-166 p.
- AZEVEDO, T. M. de; ROWELL, V. M. **Problematização e ensino de língua materna.** In: RAMOS, F. B.; PAVIANI, J. (orgs.). **O professor, a escola e a educação.** Caxias do Sul: EDUCS, 2009.
- BARROWS, H. S. **A Taxonomy of Problem-Based Learning methods.** [S.l.]: Medical Education, 1986. v. 20.
- BEZERRA, N. J. F. **Aprendizagem baseada em problemas (ABP) como estratégia para a organização do trabalho docente em matemática.** In: SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática.* Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Paraná, 2013. p. 1–13. Disponível em: <[http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2800\\\_735\\\_ID.pdf](http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/2800\_735\_ID.pdf)>. Acesso em: 28 mar. 2020.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC.** [s.n.], 2018. 600 f. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\\_EI\\\_EF\\\_110518\\\_versaofinal\\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\_EI\_EF\_110518\_versaofinal\_site.pdf)>. Acesso em: 1 mar. 2020.
- BRUNER, J.; VASCONCELOS, C. **Planejamento: projeto de ensino e aprendizagem e projeto político pedagógico – elementos metodológicos para elaboração e realização.** 10. ed. São Paulo: Libertad, 2002.
- CARDOSO, C. B. R. A. A.; MAGALHÃES, L. C. **Aprendizagem baseada no problema: relato de experiência em disciplina do curso de graduação em terapia ocupacional da universidade federal de minas gerais (ufmg).** *Cadernos de Terapia Ocupacional da UFSCar*, São Carlos, v. 18, n. 3, p. 287–293, set/dez. 2010. Disponível em: <<http://www.cadernosdeterapiaocupacional.ufscar.br/index.php/cadernos/article/view/383>>. Acesso em: 26 ago. 2021.
- CARVALHO, C. J. A. **O Ensino e a Aprendizagem das Ciências Naturais através da Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas: um estudo com alunos de 9º ano, centrado no tema sistema digestivo.** 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade do Minho, Braga, 2009.
- COSTA, V. C. I. **Aprendizagem baseada em problemas (PBL).** 2011. Disponível em: <<http://nucleotavola.com.br/revista/2011/03/01/aprendizagem-baseada-em-problemas-pbl/>>. Acesso em: 19 abr. 2020.
- DALL’AGNOL, C. M.; TRENCH, M. H. **Grupos focais com estratégia metodológica em pesquisa na enfermagem.** Porto Alegre: Revista Gaúcha, 1999. v. 20. 5-25 p.
- DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática.** 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.
- DELISLE, R. **Como realizar a Aprendizagem Baseada em Problemas.** Porto: ASA, 2000.

ECHEVÉRRIA, M. P. P.; POZO, J. I. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender**. Porto Alegre, 1998. Disponível em: <[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6831/mod\\_resource/content/4/pozo-cap\%201\%20.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6831/mod_resource/content/4/pozo-cap\%201\%20.pdf)> Acesso em: 23 mar. 2020.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2005.

GAZALE, R. A. **Aprendizagem baseada em problemas: uma proposta para as séries finais do ensino fundamental**. 2018. 112 p. Dissertação (Mestrado em Projetos Educacionais de Ciências) — Universidade de São Paulo, Lorena, 2018.

GONÇALVES, M. O. **O uso da aprendizagem baseada em Problemas com licenciados em matemática**. *Comunicação apresentada no XII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)*, São Paulo, 2016.

LAMBROS, A. **Problem-Based Learning in Middle and High School Classrooms: A teacher's guide to implementation**. Thousand Oaks: Corwin Press, 2004.

LEITE, L.; ESTEVES, E. **Ensino orientado para a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas na Licenciatura em Ensino da Física e Química**. In: SILVA, B AND ALMEIDA, L. *Comunicação apresentada no VIII Congresso Galaico-Português de Psicopedagogia*. Braga: Universidade do Minho, 2005. p. 1751–1768.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. V. **Resolução de problemas no ensino de matemática**. *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*, Recife, p. 1–5, jul. 2004.

MORAES, M. A. A.; MANZINI, E. J. **Concepções sobre aprendizagem baseada em problemas: Estudo de caso na famema**. Rio de Janeiro: Revista Brasileira de Educação Médica, 2006. v. 30. 125-135 p.

MOUTINHO, S.; TORRES, J.; VASCONCELOS, C. **Aprendizagem baseada em problemas ensino expositivo: um estudo comparativo**. *Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica*, Porto, v. 4, n. 1, p. 15–31, jun. 2014. Disponível em: <<https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/64/59>>. Acesso em: 10 jul. 2021.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. [S.l.]: Interciência, 1978. v. 1. 203 p.

R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2020. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.

RIBEIRO, G. H. **Matemática, aprendizagem baseada em problemas: metodologia inovadora no 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública**. 2019. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) — Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2019.

SAVIN-BADEN, M.; MAJOR, C. **Foundations of Problem-Based Learning**. New York: Open University Press, 2004.

SILVA, N. J. A. da. **Laboratório de Matemática: Jogos matemáticos no ensino de funções com a utilização da metodologia ABP**. 2019. 78 p. Dissertação (Mestrado em Projetos Educacionais de Ciências) — Universidade de São Paulo, Lorena, 2019.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2008.

SOBRAL, D. T. **Aprendizagem baseada em problemas**: efeitos no aprendizado. **Rev. bras. educ. med**, Brasília, v. 2, mai./ago. 1994. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1981-5271v18.2-003>>. Acesso em: 15 ago. 2021.

SOISTAK, M. M.; PINHEIRO, N. A. M. **Memorização**: atual ou ultrapassada no ensino-aprendizagem da matemática. **Comunicação apresentada no I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**, 2009.

SOUSA, S. O. **Aprendizagem baseada em problemas como estratégia para promover a inserção transformadora na sociedade**. Maringá: Acta Scientiarum. Education, 2010. v. 32.

SOUZA, S. C.; DOURADO, L. **Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)**: um método de aprendizagem inovador para o ensino educativo. *Holos*, Minho, v. 5, n. 31, p. 182–200, mar. 2015. Disponível em: <<https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/2880>>. Acesso em: 06 jul. 2021.

WICKHAM, H. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York, 2016. ISBN 978-3-319-24277-4. Disponível em: <<https://ggplot2.tidyverse.org>>.

WOODS, D. R. **Problem-based Learning**: How to gain the most from pbl. Hamilton: McMaster University: The Bookstore, 2000.

WOOLDRIDGE, J. M. **Introdução à Econometria**: uma abordagem moderna. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

## APÊNDICE A – QUESTIONÁRIOS APLICADOS AOS PARTICIPANTES

06/11/2021 19:13

Questionário dos Estudantes

### Questionário dos Estudantes

Olá, tudo bem com você?

Meu nome é Daniela, sou professora de matemática aqui em Catalão nas escolas, Colégio Estadual Abrahão André (Matutino) e Colégio Estadual Dr David Persicano (Vespertino).

Faço Mestrado em Matemática pela UFG - Universidade Federal de Goiás (PROFMAT) e para concluir o meu mestrado, suas respostas neste questionário irão me ajudar a escrever o meu trabalho final.

\* Leia com atenção e responda com calma às perguntas apresentadas abaixo!

\* Você poderá responder ao questionário uma única vez!

\* Desde já, obrigada pela sua participação.... ela é muito importante!!!

---

**\*Obrigatório**

1. 1) Nome Completo (sem abreviar) \*

---

2. 2) Data de Nascimento: \*

---

*Exemplo: 7 de janeiro de 2019*

3. 3) Nome da sua Escola: \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Colégio Estadual Abrahão André
- Colégio Estadual Dr David Persicano
- Instituto de Educação Matilde Margon Vaz

06/11/2021 19:13

Questionário dos Estudantes

4. 4) Em que turma você estuda? \*

*Marcar apenas uma oval.*

9° A

9° B

9° C

9° D

5. 5) Que anos você frequentou nesta escola? (Caso seja necessário, você poderá marcar mais de uma opção). \*

*Marque todas que se aplicam.*

6° Ano

7° Ano

8° Ano

9° Ano

6. 6) Se alguns dos anos acima não foram selecionados, favor informar que outra(s) escola(s) você frequentou e em que anos. \*

---

---

---

---

---

7. 7) Nomes dos seus professores de matemática no 6º ano, 7º Ano, 8º ano e 9º ano? \*

---

---

---

---

---

06/11/2021 19:13

Questionário dos Estudantes

8. 8) Ocupação do pai (Profissão)? \*

---

---

---

---

---

9. 9) Ocupação da mãe (Profissão)? \*

---

---

---

---

---

10. 10) O Nível de Escolaridade do pai? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Ensino Fundamental incompleto.
- Ensino Fundamental completo.
- Ensino Médio incompleto.
- Ensino Médio completo.
- Graduação incompleto.
- Graduação completo.
- Especialização incompleto.
- Especialização completo.
- Mestrado incompleto.
- Mestrado Completo.
- Doutorado incompleto.
- Doutorado Completo.

06/11/2021 19:13

Questionário dos Estudantes

11. 11) O Nível de Escolaridade da mãe? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Ensino Fundamental incompleto.
- Ensino Fundamental completo.
- Ensino Médio incompleto.
- Ensino Médio completo.
- Graduação incompleto.
- Graduação completo.
- Especialização incompleto.
- Especialização completo.
- Mestrado incompleto.
- Mestrado Completo.
- Doutorado incompleto.
- Doutorado Completo.

12. 12) Com quantas pessoas você mora? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Moro sozinho.
- Duas pessoas.
- Três pessoas.
- Quatro pessoas.
- Cinco pessoas.
- Seis ou mais pessoas.

06/11/2021 19:13

Questionário dos Estudantes

Os métodos educacionais, Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e Resolução de Problemas (RP), são métodos muito parecidos: ambos baseiam-se na resolução de problemas que não possuem necessariamente uma solução direta e que muitas vezes obrigam os estudantes a adquirir novos conhecimentos para obter uma solução – veja o exemplo ilustrado abaixo. "Felipe ganhou um prêmio no valor de R\$ 4.000,00 e dividiu-o entre seus três filhos da seguinte forma: Carlos recebeu R\$300,00 a menos que Luiz, que, por sua vez, recebeu R\$500,00 a mais que Antônio. Determine a quantia recebida por Luiz."

(Com base no exemplo dado, responda as questões 12 e 13)

13. 13) De acordo com o exemplo anterior, nas suas aulas de matemática houve uso de ABP (Aprendizagem Baseada em Problemas) e/ou RP (Resolução de Problemas)? \*

Marcar apenas uma oval.

Sim

Não

14. 14) Em caso afirmativo, indique todos os anos em que estas abordagens foram usadas: \*

Marque todas que se aplicam.

6º Ano

7º Ano

8º Ano

9º Ano

Selecione aqui, caso você tenha respondido "NÃO" na questão 12.

**Você chegou ao final do questionário. Obrigada por participar!**

(Certifique-se que todas as perguntas foram respondidas antes de enviar).

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

# Questionário dos Professores

Olá, tudo bem com você?

Meu nome é Daniela, sou professora de matemática aqui em Catalão nas escolas, Colégio Estadual Abrahão André (Matutino) e Colégio Estadual Dr David Persicano (Vespertino).

Faço Mestrado em Matemática pela UFG - Universidade Federal de Goiás (PROFMAT) e para concluir o meu mestrado, suas respostas neste questionário irão me ajudar a escrever o meu trabalho final.

\* Leia com atenção e responda com calma às perguntas apresentadas abaixo!

\* Você poderá responder ao questionário uma única vez!

\* Desde já, obrigada pela sua participação.... ela é muito importante!!!

---

## \*Obrigatório

1. 1) Nome Completo (sem abreviar) \*

---

2. 2) Nome das Escolas em que leciona no momento: \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Colégio Estadual Abrahão André  
 Colégio Estadual Dr David Persicano  
 Instituto de Educação Matilde Margon Vaz

3. 3) Dos seguintes anos letivos, em quais já lecionou? (Caso seja necessário, você poderá marcar mais de uma opção). \*

*Marque todas que se aplicam.*

- 6º Ano  
 7º Ano  
 8º Ano  
 9º Ano

Os métodos educacionais, Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e Resolução de Problemas (RP), são métodos muito parecidos: ambos baseiam-se na resolução de problemas que não possuem necessariamente uma solução direta e que muitas vezes obrigam os estudantes a adquirir novos conhecimentos para obter uma solução – veja o exemplo ilustrado abaixo. "Felipe ganhou um prêmio no valor de R\$ 4.000,00 e dividiu-o entre seus três filhos da seguinte forma: Carlos recebeu R\$300,00 a menos que Luiz, que, por sua vez, recebeu R\$500,00 a mais que Antônio. Determine a quantia recebida por Luiz."

(Com base no exemplo dado, responda as questões 04 à 08)

4. 4) De acordo com o exemplo anterior, nas suas aulas de matemática houve uso de ABP (Aprendizagem Baseada em Problemas) e/ou RP (Resolução de Problemas)? \*

Marcar apenas uma oval.

Sim

Não

5. 5) Em caso afirmativo, porque motivos você usa ABP e/ou RP? (Mais de uma opção pode ser selecionada). \*

Marque todas que se aplicam.

- Eu uso ABP e/ou RP, porque são métodos que ajudam no aprendizado dos estudantes.
- Eu uso ABP e/ou RP, porque eram métodos que os meus professores usavam quando estudei.
- Eu uso ABP e/ou RP, porque me foi imposto pela política da(s) escola(s).
- Selecione aqui, caso você tenha respondido "NÃO" na questão 4

6. 6) Existem outros motivos que o(a) levaram a escolher ABP e/ou RP, além daqueles mencionados acima? (Caso você não tenha outros motivos escreva "NÃO APLICÁVEL"). \*

---



---



---



---



---

06/11/2021 19:14

Questionário dos Professores

7. 7) Caso não use ABP e/ou RP, porque motivos não os usa? (Mais de uma opção pode ser selecionada). \*

*Marque todas que se aplicam.*

- Eu não uso ABP e/ou RP, porque são métodos que os alunos não gostam.
- Eu não uso ABP e/ou RP, porque são métodos que não ajudam no aprendizado dos estudantes.
- Eu não uso ABP e/ou RP, porque os meus professores nunca usaram enquanto eu estudava.
- Selecione aqui, caso você tenha respondido "SIM" na questão 4

8. 8) Existem outros motivos que o(a) levaram a não usar ABP e/ou RP, além daqueles mencionados acima? (Caso você não tenha outros motivos escreva "NÃO APLICÁVEL"). \*

---

---

---

---

---

9. 9) Você fez o seu ensino fundamental em escola: \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Pública.
- Privada.
- Pública e Privada.

10. 10) Você fez o seu ensino médio em escola: \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Pública.
- Privada.
- Pública e Privada.

06/11/2021 19:14

Questionário dos Professores

11. 11) Você fez a sua graduação em universidade: \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Não possuo graduação.
- Pública.
- Privada.
- Pública e Privada.
- Outro: \_\_\_\_\_

**Você chegou ao final do questionário. Obrigada por participar!**

(Certifique-se que todas as perguntas foram respondidas antes de enviar).

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

## APÊNDICE B – AVALIAÇÕES APLICADAS AOS PARTICIPANTES

06/11/2021 19:09

I Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

### I Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

Caro estudante,

Você está participando da Avaliação de Matemática para a Pesquisa do Mestrado (PROFMAT).

- Sua participação é muito importante.
- Esta Avaliação é composta de questões de Matemática.
- Responda com calma, procurando não deixar questões em branco.
- Esta Avaliação é composta de 3 questões, com itens "a" e "b" em cada uma delas.
- Marque apenas 1 alternativa para cada questão.
- Certifique-se que suas opções marcadas e cálculos estão realmente corretos, pois o envio desta Avaliação é permitido uma única vez
- Desde de já, obrigada por participar!
- Boa Avaliação!

---

#### \*Obrigatório

#### 1. E-mail \*

---

#### I Avaliação de Matemática - Composta de 3 questões com itens "a" e "b", cada.

\* Responda a sua avaliação com calma.

\* Utilize uma folha de caderno, para que você possa executar seus cálculos, antes de marcar a opção desejada.

#### 2. Nome Completo (sem abreviar) \*

---

06/11/2021 19:09

I Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

3. Nome da sua Escola: \*

*Marcar apenas uma oval.*

- Colégio Estadual Abrahão André
- Colégio Estadual Dr David Persicano
- Instituto de Educação Matilde Margon Vaz

4. Em que turma você estuda? \*

*Marcar apenas uma oval.*

- 9º A
- 9º B
- 9º C

5. 1 - a) Veja as proposições abaixo: \*

I Num supermercado há 36 prateleiras que comportam 20 tipos de produtos diferentes em cada uma delas. Sabendo que o supermercado quer trocar estas prateleiras e nas novas, já adquiridas, cabem 30 produtos, quantas prateleiras foram compradas?

II Laura resolveu comprar presentes de Natal para toda a sua família. No início do mês de novembro, ela pagou por 5 presentes idênticos um total de R\$ 210,00. Sabendo que ela está disposta a gastar mais R\$ 336,00, quantos presentes idênticos, ela conseguirá comprar para a sua família?

A alternativa correta que ilustra as respostas, respectivamente é:

*Marcar apenas uma oval.*

- a) Proposição I = 24 prateleiras; Proposição II = 13 presentes;
- b) Proposição I = 24 prateleiras; Proposição II = 15 presentes;
- c) Proposição I = 54 prateleiras; Proposição II = 13 presentes;
- d) Proposição I = 54 prateleiras; Proposição II = 15 presentes.

06/11/2021 19:09

I Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

6. 1 - b) Veja as proposições abaixo: \*

I Num supermercado há 36 prateleiras que comportam 20 tipos de produtos diferentes em cada uma delas. Sabendo que o supermercado quer trocar estas prateleiras e nas novas, já adquiridas, cabem 30 produtos, quantas prateleiras foram compradas?

II Laura resolveu comprar presentes de Natal para toda a sua família. No início do mês de novembro, ela pagou por 5 presentes idênticos um total de R\$ 210,00. Sabendo que ela está disposta a gastar mais R\$ 336,00, quantos presentes idênticos, ela conseguirá comprar para a sua família?

Agora, escreva como você conseguiu identificar a opção correta na questão anterior  
(Mostre os cálculos que você utilizou):

---

---

---

---

---

06/11/2021 19:09

I Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

7. 2 - a) Um avião levanta voo e percorre em linha reta a distância do ponto A até ao ponto B. Sabe-se que a distância de A até H é igual a 12 km e a altura máxima atingida em B pelo avião foi de 5 km, conforme mostra a figura. \*



Fonte: DOUTOR MATEMÁTICO, 2015.

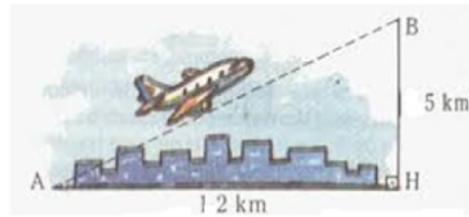
Nessas condições, marque a opção correta que determina a distância de A até B.  
*Marcar apenas uma oval.*

- a) AB = 15 km;
- b) AB = 13 km;
- c) AB = 12 km;
- d) AB = 16 km;

06/11/2021 19:09

I Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

8. 2 - b) Um avião levanta voo e percorre em linha reta a distância do ponto A até ao ponto B. Sabe-se que a distância de A até H é igual a 12 km e a altura máxima atingida em B pelo avião foi de 5 km, conforme mostra a figura. Determinar a distância de A até B. \*



Fonte: DOUTOR MATEMÁTICO, 2015.

Agora, escreva como você conseguiu identificar a opção correta na questão anterior  
(Mostre os cálculos que você utilizou):

---

---

---

---

---

06/11/2021 19:09

I Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

9. 3 - a) Um novo projeto de Engenharia traz para Catalão uma praça em formato circular. Veja na figura abaixo sua representação, a ser construída ainda este ano. Sabe-se que do centro da praça até a sua extremidade, a praça mede 48 metros. Portanto, qual será a distância total para caminhadas em torno da praça, caso um visitante dê 7 voltas completas? \*



Fonte: CARNEIRO ARQUITETOS, 2012.

Escolha a opção correta:

*Marcar apenas uma oval.*

- a) Distância Total= 301,44 m;
- b) Distância Total= 672 m;
- c) Distância Total= 2.110,08 m;
- d) Distância Total= 1055,04 m.

06/11/2021 19:09

I Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

10. 3 - b) Um novo projeto de Engenharia traz para Catalão uma praça em formato circular. Veja na figura abaixo sua representação, a ser construída ainda este ano. Sabe-se que do centro da praça até a sua extremidade, a praça mede 48 metros. Portanto, qual será a distância total para caminhadas em torno da praça, caso um visitante dê 7 voltas completas? \*



Fonte: CARNEIRO ARQUITETOS, 2012.

Agora, escreva como você conseguiu identificar a opção correta na questão anterior  
(Mostre os cálculos que você utilizou):

---

---

---

---

---

**Parabéns!!! Você chegou ao final da sua Avaliação! Nos vemos na próxima etapa da pesquisa, com a II Atividade! Obrigada pela sua participação!**

(Certifique-se que suas opções marcadas e cálculos estão realmente corretos, pois o envio desta Avaliação é permitido uma única vez).

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

## II Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

Caro estudante,

Você está participando da Avaliação de Matemática para a Pesquisa do Mestrado (PROFMAT).

- Sua participação é muito importante.
- Esta Avaliação é composta de questões de Matemática.
- Responda com calma, procurando não deixar questões em branco.
- Esta Avaliação é composta de 3 questões, com itens "a" e "b" em cada uma delas.
- Marque apenas 1 alternativa para cada questão.
- Certifique-se que suas opções marcadas e cálculos estão realmente corretos, pois o envio desta Avaliação é permitido uma única vez
- Desde de já, obrigada por participar!
- Boa Avaliação!

---

**\*Obrigatório**

### II Avaliação de Matemática - Composta de 3 questões com itens "a" e "b", cada.

- \* Responda a sua avaliação com calma.
- \* Utilize uma folha de caderno, para que você possa executar seus cálculos, antes de marcar a opção desejada.

1. Nome Completo \*

---

06/11/2021 19:10

II Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

## 2. Nome da Escola \*

*Marcar apenas uma oval.*

- a) Colégio Estadual Dr David Persicano
- b) Colégio Estadual Abrahão André
- c) Instituto de Educação

## 3. Turma \*

*Marcar apenas uma oval.*

- a) 9º A
- b) 9º B
- c) 9º C

## 4. Turno \*

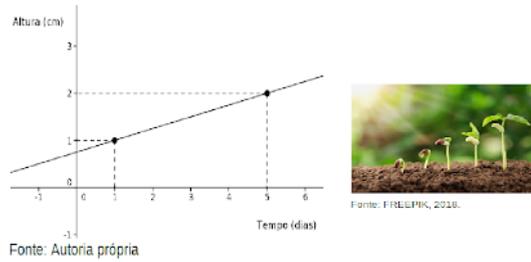
*Marcar apenas uma oval.*

- a) Matutino
- b) Vespertino

06/11/2021 19:10

II Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

5. 1 - a) Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias. Ligando os pontos colocados por ele num gráfico, obtemos a figura abaixo. Se for mantida sempre essa relação entre tempo e altura, a planta terá no 14º dia, quanto de altura? \*



Marque abaixo a opção correta:

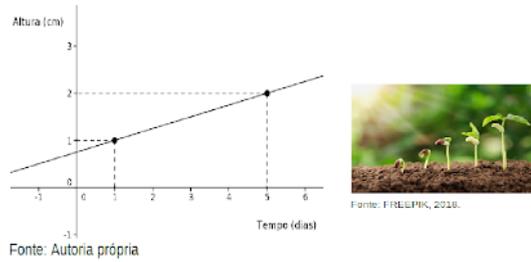
*Marcar apenas uma oval.*

- a) Altura da planta no 14º dia: 53 cm;
- b) Altura da planta no 14º dia: 4,25 cm;
- c) Altura da planta no 14º dia: 5,3 cm;
- d) Altura da planta no 14º dia: 42,5 cm.

06/11/2021 19:10

II Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

6. 1 - b) Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetros, todos os dias. Ligando os pontos colocados por ele num gráfico, obtemos a figura abaixo. Se for mantida sempre essa relação entre tempo e altura, a planta terá no 14º dia, quanto de altura? \*



Agora, escreva como você conseguiu identificar a opção correta na questão anterior (Mostre ou comente os cálculos que você utilizou):

---



---



---



---

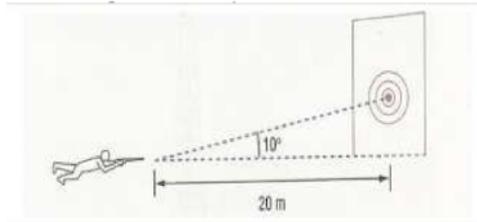


---

06/11/2021 19:10

II Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

7. 2 - a) Um atirador está praticando tiro ao alvo. O alvo encontra-se numa parede cuja base está situada a 20 metros do atirador. Sabendo que a arma forma um ângulo de  $10^\circ$  em relação à horizontal, calcule a que distância a mosca (centro) do alvo encontra-se do chão. (Dados:  $\sin 10^\circ = 0,17$ ,  $\cos 10^\circ = 0,98$  e  $\operatorname{tg} 10^\circ = 0,18$ ). \*



Fonte: DANTE, *Trigonometria*, 2000, p. 23.

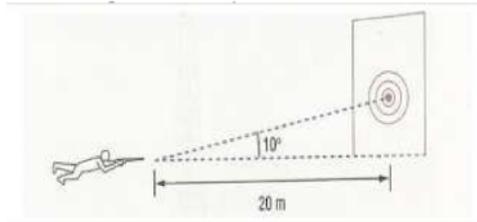
Marcar apenas uma oval.

- a) Altura procurada: 19,6 m;
- b) Altura procurada: 3,4 m;
- c) Altura procurada: 3,6 m;
- d) Altura procurada: 30 m.

06/11/2021 19:10

II Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

8. 2 - b) Um atirador está praticando tiro ao alvo. O alvo encontra-se numa parede cuja base está situada a 20 metros do atirador. Sabendo que a arma forma um ângulo de  $10^\circ$  em relação à horizontal, calcule a que distância a mosca (centro) do alvo encontra-se do chão. (Dados:  $\sin 10^\circ = 0,17$ ,  $\cos 10^\circ = 0,98$  e  $\operatorname{tg} 10^\circ = 0,18$ ). \*



Fonte: DANTE, *Trigonometria*, 2000, p. 23.

Agora, escreva como você conseguiu identificar a opção correta na questão anterior  
(Mostre ou comente os cálculos que você utilizou):

---

---

---

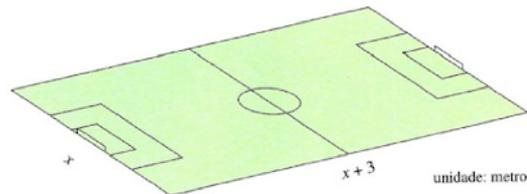
---

---

06/11/2021 19:10

II Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

9. 3 - a) A UFG de Catalão decidiu confeccionar uma grande maquete de um campo de futebol. Sabendo que o comprimento é 3 metros a mais que a largura e que a área total ocupada pelo campo de futebol é igual a  $28 \text{ m}^2$ , marque a opção abaixo que determina as dimensões, largura e comprimento, respectivamente, desta maquete. \*



Fonte: GIOVANNI, GIOVANNI JR e CASTRUCCI,  
**A conquista da matemática: 8º ano**, 2015, p: 97.

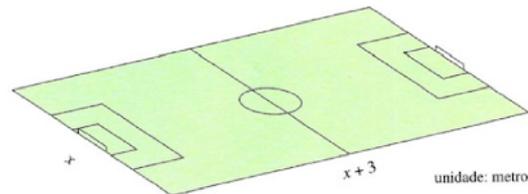
Marcar apenas uma oval.

- a) Largura: 1 m; Comprimento: 4 m;
- b) Largura: 2 m; Comprimento: 5 m;
- c) Largura: 5 m; Comprimento: 8 m;
- d) Largura: 4 m; Comprimento: 7 m.

06/11/2021 19:10

II Avaliação de Matemática para Pesquisa do Mestrado (PROFMAT)

10. 3 - b) A UFG de Catalão decidiu confeccionar uma grande maquete de um campo de futebol. Sabendo que o comprimento é 3 metros a mais que a largura e que a área total ocupada pelo campo de futebol é igual a  $28 \text{ m}^2$ , marque a opção abaixo que determina as dimensões, largura e comprimento, respectivamente, desta maquete. \*



Fonte: GIOVANNI, GIOVANNI JR e CASTRUCCI,  
**A conquista da matemática**: 8º ano, 2015, p. 97.

Agora, escreva como você conseguiu identificar a opção correta na questão anterior  
 (Mostre ou comente os cálculos que você utilizou):

---



---



---



---



---

**Parabéns!!! Você chegou ao final da sua Avaliação! Obrigada pela sua participação em todas as etapas desta pesquisa!**

(Certifique-se que suas opções marcadas e cálculos estão realmente corretos, pois o envio desta Avaliação é permitido uma única vez).

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

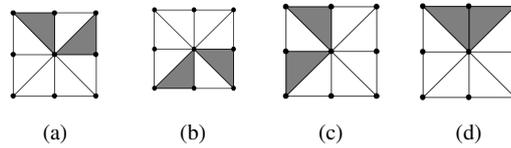
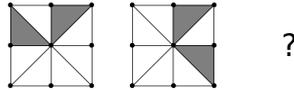


**Avaliação dos Professores**  
 Projeto “Rendimento Escolar dos Estudantes  
 nas Disciplinas de Matemática”



Nome: \_\_\_\_\_

1. Escolha a figura apropriada para substituir a que está faltando.

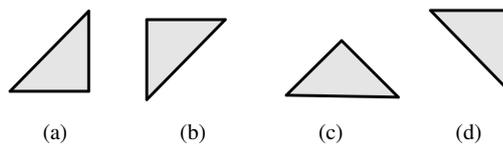
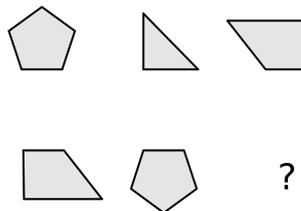


2. Qual é o sexto número da seguinte sequência?

3, 7, 11, 15, 19, ...

- 21            15            23            22  
 (a)            (b)            (c)            (d)

3. Escolha a figura apropriada para substituir a que está faltando.

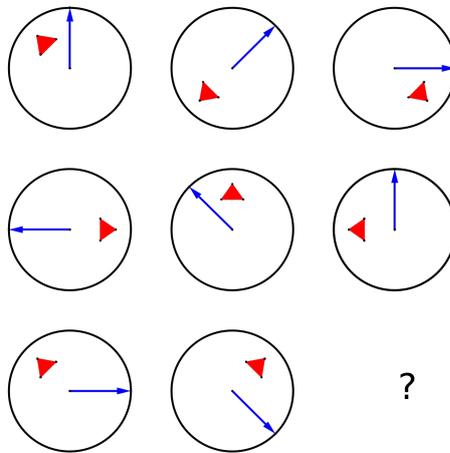


4. Qual é o sexto número da seguinte sequência?

$0, -2, 0, 4, 0, \dots$

- 6                      8                      0                      -6  
 (a)                      (b)                      (c)                      (d)

5. Escolha a figura apropriada para substituir a que está faltando.



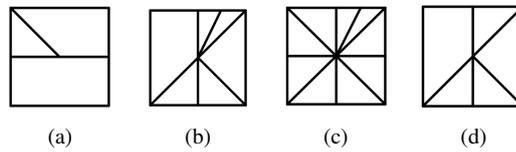
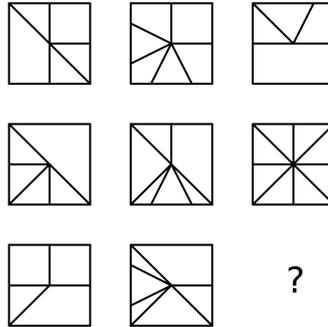
- (a)                      (b)                      (c)                      (d)

6. Qual é o quinto número da seguinte sequência?

$3, 7, 15, 31, \dots$

- 65                      57                      61                      63  
 (a)                      (b)                      (c)                      (d)

7. Escolha a figura apropriada para substituir a que está faltando.



8. Qual é o quinto número da seguinte sequência?

3, 8, 15, 24, ...

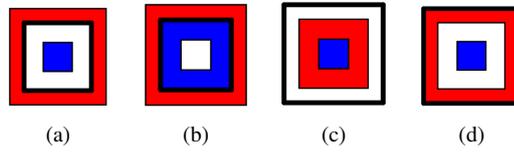
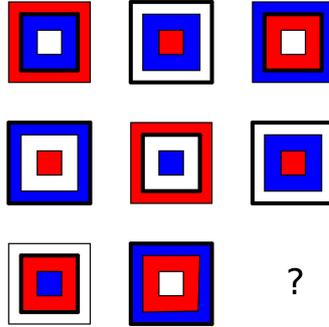
- (a) 37      (b) 57      (c) 35      (d) 33

9. Qual é o quinto número da seguinte sequência?

1, 5, -15, 29, ...

- (a) 49      (b) 37      (c) -47      (d) -49

10. Escolha a figura apropriada para substituir a que está faltando.



## ANEXO A – PARECER DO COMITÊ DE ÉTICA E PESQUISA



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática

**Pesquisador:** Tania Maria Nunes Gonçalves

**Área Temática:**

**Versão:** 2

**CAAE:** 34086920.6.0000.8409

**Instituição Proponente:** Campus Catalão

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 4.355.890

#### Apresentação do Projeto:

O projeto de pesquisa intitulado “Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática” tem como pesquisadora responsável Tania Maria Nunes Gonçalves. Trata-se de um projeto da Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia - IMTec/RC/UFG - Universidade Federal de Catalão em implantação, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT.

A pesquisadora resume sua pesquisa explanando que: “Existem dois estudos importantes, conduzidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP) em colaboração com o Ministério da Educação, o Relatório Brasil PISA 2018 e o Relatório do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) de 2017. Estes estudos mostram que o desempenho escolar dos estudantes no Brasil precisa de melhorar. Que fatores são de fato responsáveis por esse desempenho? Que medidas podem ser tomadas para melhorá-lo? Quando o poder executivo quer saber se uma determinada medida de política educacional foi efetiva para a melhoria do ensino, ele baseia-se em estudos sobre o rendimento escolar dos estudantes. Portanto, é importante que este tenha ao seu dispor estudos causais do tipo experimental. Existem vários estudos que mostram associações entre certos fatores e o rendimento escolar dos estudantes, mas muito poucos que determinam a causalidade. Neste projeto de pesquisa pretende-se justamente desenvolver estudos que determinam as causas do rendimento escolar dos estudantes nas disciplinas de matemática, assim como, arranjar soluções

**Endereço:** Av Dr Lamartine Pinto de Avelas, nº 1120, Setor Universitário  
**Bairro:** LOTEAMENTO VILA CHAUD **CEP:** 75.704-020  
**UF:** GO **Município:** CATALAO  
**Telefone:** (64)3441-7609 **E-mail:** cep.rc.ufg@gmail.com



Continuação do Parecer: 4.355.890

**Recomendações:**

Todos os documentos para análise ética foram considerados.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

As pendências indicadas no parecer anterior foram atendidas. Recomenda-se a aprovação do presente protocolo, salvo melhor juízo deste Comitê.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Informamos que o Comitê de Ética em Pesquisa da UFG/Regional Catalão (CEP/UFG/RC) considera o presente protocolo APROVADO, o mesmo foi considerado em acordo com os princípios éticos vigentes. Reiteramos a importância deste Parecer Consubstanciado, e lembramos que o(a) pesquisador(a) responsável deverá encaminhar ao CEP/UFG/RC o Relatório Final baseado na conclusão do estudo e na incidência de publicações decorrentes deste, de acordo com o disposto na Resolução CNS no. 466/12 e suas complementares no. 510/16 ou no. 580/18. O prazo para entrega do Relatório é de até 30 dias após o encerramento da pesquisa, previsto para 31/12/2025.

OBS.: O CEP/UFG/RC LEMBRA QUE QUALQUER MUDANÇA NO PROTOCOLO DEVE SER INFORMADA IMEDIATAMENTE AO CEP, NA FORMA DE EMENDA, PARA FINS DE ANÁLISE E APROVAÇÃO DA MESMA.

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1575350.pdf	16/09/2020 10:21:15		Aceito
Outros	QuestionarioProfessores.pdf	16/09/2020 10:07:19	Tania Maria Nunes Gonçalves	Aceito
Outros	QuestionarioEstudantes.pdf	16/09/2020 10:06:23	Tania Maria Nunes Gonçalves	Aceito
Outros	CartaAoCEP.pdf	15/09/2020 21:53:46	Tania Maria Nunes Gonçalves	Aceito
Outros	CartaCEPAssinada.pdf	15/09/2020 21:52:51	Tania Maria Nunes Gonçalves	Aceito
Outros	ProvaProfessores.pdf	15/09/2020 21:45:48	Tania Maria Nunes Gonçalves	Aceito
Outros	II_Avaliacao_9Ano.pdf	15/09/2020 21:44:02	Tania Maria Nunes Gonçalves	Aceito

**Endereço:** Av Dr Lamartine Pinto de Avelas, nº 1120, Setor Universitário  
**Bairro:** LOTEAMENTO VILA CHAUD **CEP:** 75.704-020  
**UF:** GO **Município:** CATALAO  
**Telefone:** (64)3441-7609 **E-mail:** cep.rc.ufg@gmail.com

## ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS REGIONAL CATALÃO  
UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA  
EM REDE NACIONAL – PROFMAT



### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

Você/Sr./Sra. está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada “Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática”. Meu nome é Daniela de Brito Vieira Souza, sou a pesquisadora responsável, sob a orientação da Profa. Dra. Tânia Maria Nunes Gonçalves, e minha área de atuação é Ensino de Matemática. Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, se você aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que está impresso em duas vias, sendo que uma delas é sua e a outra pertence à pesquisadora responsável pelo projeto. Esclareço que em caso de recusa na participação você não será penalizado(a) de forma alguma. Mas se aceitar participar, as dúvidas *sobre a pesquisa* poderão ser esclarecidas pela pesquisadora responsável, via e-mail ([danielabrito.go@gmail.com](mailto:danielabrito.go@gmail.com)) e, inclusive, sob forma de ligação a cobrar, através do seguinte contato telefônico: (64) 98122-8564. Ao persistirem dúvidas *sobre os seus direitos* como participante desta pesquisa, você também poderá fazer contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa** da Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, pelo telefone (64) 3441-7609.

#### 1. Informações Importantes sobre a Pesquisa

O projeto de pesquisa, intitulado “Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática”, tem por objetivo determinar de forma rigorosa os fatores responsáveis pelo rendimento escolar de estudantes nas disciplinas de matemática. Neste primeiro estudo que lhe foi apresentado, quer-se determinar o impacto que o método de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) tem sobre o rendimento escolar na disciplina de matemática. O interesse nos estudos deste projeto surgiu da falta de estudos rigorosos sobre os fatores responsáveis pelo rendimento escolar de estudantes e dado a importância que estes têm para a tomada de decisões por parte do poder executivo.

Para fazer este estudo serão aplicados um questionário e uma prova. Deste questionário e prova serão tiradas informações de modo a determinar se o uso ou não do método ABP causa um aumento ou uma diminuição do rendimento escolar na disciplina de matemática. Neste estudo não serão tiradas fotografias e não haverá gravações nem filmagens.

O questionário poderá causar algum desconforto emocional, mas pode ficar sossegado(a), que ele será apenas visto pelas pesquisadoras envolvidas. Se preferir não responder a certas questões, por estas lhe causarem constrangimento, poderá não responder sem qualquer prejuízo. Quanto à prova, esta pode causar um mal-estar ou até mesmo nervosismo, mas não se preocupe, o seu resultado na prova é apenas usado para eliminar a influência que você exerceu na escolha do uso ou não do método ABP. O resultado da prova será apenas usado na pesquisa. Caso o questionário ou prova causem mal-estar, angústia, nervosismo, etc., será providenciada assistência imediata, integral e gratuita por parte da pesquisadora responsável.

Como já foi mencionado anteriormente, pretende-se que este estudo providencie resultados rigorosos ao poder executivo para que este possa tomar medidas que visem melhorar o rendimento escolar dos estudantes, como um todo, e particularmente na disciplina de matemática.

O questionário e prova serão realizados em sala de aula, durante a própria aula de matemática, portanto o ambiente em que esses serão aplicados será o mesmo que aquele em

Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Goiás / RC – IMTec/UFCAT

Av. Dr. Lamartine P. de Avelar, 1120, St Universitário, 75704-020, Catalão/GO, Brasil

tel.: (64)3441-5316, e-mail: [t.m.n.goncalves@ufg.br](mailto:t.m.n.goncalves@ufg.br)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS REGIONAL CATALÃO  
UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA  
EM REDE NACIONAL – PROFMAT



que você aplica as suas provas de matemática. Sendo assim, a sua participação neste estudo não irá lhe acarretar nenhum custo.

A pesquisa desenvolvida neste estudo, não irá envolver divulgar nem os dados coletados, nem os nomes dos seus participantes; os dados coletados serão usados para determinar se o uso ou não do método ABP causa alterações no rendimento escolar dos estudantes na disciplina de matemática. Os resultados desta investigação serão publicados quer ela tenha sido bem sucedida, quer não, em revistas indexadas ou anais de eventos e na Plataforma Brasil.

Caso não queira mais participar deste estudo, por algum motivo, e queira retirar o seu consentimento, poderá fazê-lo em qualquer momento e sem qualquer prejuízo.

O participante terá o direito de pleitear indenização, garantida em lei, decorrente de sua participação no estudo.

Os dados da pesquisa serão guardados por um período de 5 anos após o término da pesquisa. É possível que, em futuras investigações, se queira usar os dados coletados neste estudo para tentar aprofundar a questão aqui pesquisada; para cada um desses estudos, será submetido um novo protocolo à apreciação do Comitê de Ética em Pesquisa. Os resultados dessas investigações seriam publicadas em revistas indexadas ou em anais de eventos e na Plataforma Brasil, quer as investigações sejam bem sucedidas, quer não. Rubrique, dentro dos parênteses, uma das opções sobre a autorização ou não do uso de seus dados em futuras investigações.

( ) Declaro ciência de que os meus dados coletados podem ser relevantes em pesquisas futuras e, portanto, **autorizo** a guarda do material em banco de dados.

( ) Declaro ciência de que os meus dados coletados podem ser relevantes em pesquisas futuras e, portanto, mas **não autorizo** a guarda do material em banco de dados.

## 2. Consentimento da Participação na Pesquisa

Eu, ....., abaixo assinado, concordo em participar do estudo intitulado “Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática”. Informo ter mais de 18 anos de idade e destaco que minha participação nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pelo pesquisadora responsável Daniela de Brito Vieira Souza sobre a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação no estudo. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito.

..... de ..... de .....

Assinatura por extenso do(a) participante

Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia da Universidade Federal de Goiás / RC – IMTec/UFCAT  
Av. Dr. Lamartine P. de Avelar, 1120, St Universitário, 75704-020, Catalão/GO, Brasil  
tel.: (64)3441-5316, e-mail: [t.m.n.goncalves@ufg.br](mailto:t.m.n.goncalves@ufg.br)

**ANEXO C – TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)**

06/11/2021 19:06

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE

## TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE

Olá, tudo bem com você?

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada "Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática".

O TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE é a autorização que o aluno(a) preenche, aceitando participar do projeto de Pesquisa, desenvolvido pela professora Daniela de Brito Vieira Souza, a pesquisadora responsável e sob a orientação da Profa. Dra. Tânia Maria Nunes Gonçalves, com área de atuação no Ensino de Matemática.

\* Leia com atenção e responda com às perguntas apresentadas abaixo!

\* Você enviará o TALE uma única vez!

\* Desde já, obrigada pela sua participação.... ela é muito importante!!!

---

**\*Obrigatório**

1. Nome completo (Sem abreviar) \*

---

2. Você estuda em que escola \*

*Marcar apenas uma oval.*

- a) Colégio Estadual Abrahão André;
- b) Colégio Estadual Dr David Persicano;
- c) Instituto de Educação Matilde Margon Vaz.

3. Telefone de Contato (WhatsApp - com DDD) \*

---

4. E-mail pessoal (endereço de e-mail) \*

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE

Segue abaixo o mesmo termo em PDF que você já recebeu no grupo de WhatsApp da escola:

1ª Página do TALE



2ª Página do TALE



06/11/2021 19:06

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE

**Assentimento da Participação na Pesquisa**

5. Eu (Aluno participante) concordo em participar do estudo intitulado “Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática”. Destaco que minha participação nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pela pesquisadora responsável Daniela de Brito Vieira Souza sobre a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação no estudo. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito. \*

*Marcar apenas uma oval.*

Sim

Não

**Você chegou ao final do Termo de Autorização. Obrigada por participar!**

(Certifique-se que todas as perguntas foram respondidas antes de enviar).

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários

## ANEXO D – TERMO DE CONSENTIMENTO PARA PAIS/RESPONSÁVEIS

06/11/2021 19:07

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE –RESPONSÁVEIS

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE –RESPONSÁVEIS

Olá, tudo bem com você?

O Senhor(a), na qualidade de responsável do aluno participante está sendo convidado(a) a consentir que o(a) menor participe, como voluntário(a), da pesquisa intitulada "Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática".

O TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE –RESPONSÁVEIS é a autorização que o responsável pelo aluno(a) autoriza que este participe do projeto de Pesquisa, desenvolvido pela professora Daniela de Brito Vieira Souza, a pesquisadora responsável e sob a orientação da Profa. Dra. Tânia Maria Nunes Gonçalves, com área de atuação no Ensino de Matemática.

\* Leia com atenção e responda com às perguntas apresentadas abaixo!

\* Você enviará o TCLE uma única vez!

\* Desde já, obrigada pela sua participação.... ela é muito importante!!!

---

**\*Obrigatório**

1. Nome completo do Responsável (Sem abreviar) \*

---

2. Nome completo do Aluno Participante (Sem abreviar) \*

---

3. O aluno participante estuda em que escola \*

*Marcar apenas uma oval.*

- a) Colégio Estadual Abrahão André;
- b) Colégio Estadual Dr David Persicano;
- c) Instituto de Educação Matilde Margon Vaz.

06/11/2021 19:07

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE –RESPONSÁVEIS

- 4. Telefone de Contato (WhatsApp - com DDD) \*

\_\_\_\_\_

- 5. E-mail pessoal (caso você não possua e-mail, endereço de e-mail do aluno participante) \*

\_\_\_\_\_

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE – RESPONSÁVEIS

Segue abaixo o mesmo termo em PDF que o aluno participante já recebeu no grupo de WhatsApp da escola:

1ª Página do TCLE - Responsável





06/11/2021 19:07

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE –RESPONSÁVEIS

6. Eu (Responsável pelo aluno participante), autorizo a criança a meu cargo a participar do estudo intitulado “Rendimento Escolar dos Estudantes nas Disciplinas de Matemática”. Informo ter mais de 18 anos de idade e destaco que a participação dele(a) nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui devidamente informado(a) e esclarecido(a) pela pesquisadora responsável Daniela de Brito Vieira Souza sobre a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação da criança a meu cargo no estudo. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a participação da criança a meu cargo no projeto de pesquisa acima descrito. \*

*Marcar apenas uma oval.*

Sim

Não

**Você chegou ao final do Termo de Autorização. Obrigada por participar!**

(Certifique-se que todas as perguntas foram respondidas antes de enviar).

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários