UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Aprendendo alguns conceitos de Estatística e Porcentagem usando os valores da cesta básica

Bianca Panhan

Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

ICMC USP
SÃO CARLOS

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: ______________________

Bianca Panhan

Aprendendo alguns conceitos de Estatística e Porcentagem usando os valores da cesta básica

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientadora: Profa. Dra. Érica Regina Filletti Nascimento

USP – São Carlos
Março de 2025

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

P191a Panhan, Bianca
Aprendendo alguns conceitos de Estatística e Porcentagem usando os valores da cesta básica / Bianca Panhan; orientador Érica Regina Filletti Nascimento. -- São Carlos, 2025.
89 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2025.

1. Porcentagem;. 2. Estatística básica;. 3. Resolução de problemas;. 4. EJA. I. Filletti Nascimento, Érica Regina, orient. II. Título.

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de catalogação da publicação de acordo com a AACR2:
Gláucia Maria Saia Cristianini - CRB - 8/4938
Juliana de Souza Moraes - CRB - 8/6176

Bianca Panhan

Learning some Statistics and Percentage concepts using the values of the basic food basket

Dissertation submitted to the Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP – in accordance with the requirements of the Professional Master's Program in Mathematics in National Network, for the degree of Master in Science. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Professional Master Degree Program in Mathematics in National Network

Advisor: Profa. Dra. Érica Regina Filletti Nascimento

USP – São Carlos
March 2025

Dedico este trabalho a minha família, em especial aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida e por poder viver esse momento, pois o mestrado sempre foi um dos meus sonhos.

Agradeço aos professores do mestrado, por todos os ensinamentos, aprendizados e conhecimentos, em especial, a minha orientadora Profª. Dra. Érica Regina Filletti Nascimento por toda paciência, atenção, incentivo e orientação nesses anos.

Agradeço a minha família, irmã, irmãos, cunhado, cunhadas, sobrinha e sobrinho, mas em especial aos meus pais, a minha mamãe Ana Salete e meu papai José Alberto que sempre me incentivaram e confiaram em mim desde a escolha da faculdade e em seguida a escolha de um mestrado. Mesmo sendo em outra cidade à 163 quilômetros de distância, tendo que viajar todas as sextas-feiras, eles nunca mediram esforços para me levar até o ônibus em outra cidade ou para pegar carona, e até mesmo me acompanhar até São Carlos em dias necessários. Sempre estavam dispostos e prontos para que eu pudesse estudar.

Agradeço a minha tia Marilda, que sempre me incentivava nos estudos e dizia a importância de uma faculdade de qualidade e hoje, lá do céu, com certeza estará muito feliz por essa conquista.

Agradeço aos meus amigos de turma do mestrado, por todo o apoio, por todos os estudos, pelas vídeo-chamadas, risadas e por tantas experiências vivenciadas.

Enfim, agradeço a todos que de alguma forma me apoiaram durante esses anos.

"Portanto, não percam a coragem, pois ela traz uma grande recompensa."
(Hebreus 10:35)

RESUMO

PANHAN, B. **Aprendendo alguns conceitos de Estatística e Porcentagem usando os valores da cesta básica**. 2025. 89 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2025.

Tendo em vista, a grande dificuldade de aprendizagem apresentadas em sala de aula, a lamentação dos alunos sobre os conteúdos abstratos e a busca constante de tornar a matemática mais dinâmica e significativa, este trabalho discutiu um tema comum entre os alunos participantes. O objetivo foi apresentar uma proposta para que os alunos fossem os protagonistas do próprio aprendizado através de aulas mais dinâmicas e significativas, trazendo a matemática com mais leveza e proximidade dos alunos. O trabalho foi desenvolvido em uma sala de aula de Educação para Jovens e Adultos - EJA, em um nono ano, na qual notava-se os alunos sempre muito desanimados e com pouco interesse nas aulas de matemática. Por meio de observações, conversas e interação foi possível perceber que a cesta básica e problemas contextualizados ajudariam com os conteúdos de estatística e porcentagem a serem estudados. A pergunta-problema que conduziu o trabalho foi "É possível ensinar porcentagem e estatística básica para alunos do EJA usando os produtos da cesta básica?". Assim, foi elaborada uma sequência de atividades com problemas contextualizados, incluindo pesquisa, pré-teste e pós-teste para que os alunos desenvolvessem um aprendizado significativo através da metodologia de Resolução de Problemas. Analisando os resultados do pré-teste e do pós-teste, podemos constatar uma melhora significativa da aprendizagem dos alunos. Por fim, esperamos que esse trabalho possa contribuir com os docentes de Matemática para um interesse maior dos alunos e uma aprendizagem mais significativa.

Palavras-chave: Porcentagem, estatística básica, resolução de problemas, EJA.

ABSTRACT

PANHAN, B. **Learning some Statistics and Percentage concepts using the values of the basic food basket**. 2025. 89 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2025.

Considering the great learning difficulties presented in the classroom, the students' complaints about abstract content and the constant search to make mathematics more dynamic and meaningful, the work discussed a common theme among the participating students. This work aims to present a proposal for students to be protagonists of learning itself through more dynamic and meaningful classes, bringing mathematics with more lightness and proximity to the students. The work was developed in a classroom of Education for Youth and Adults - EJA, in a ninth year, it was noticed that the students were always very discouraged and with little interest in mathematics classes. So through observations, conversations and interaction, it was possible to realize that the basic food basket and contextualized problems would help with the content of percentage and basic statistics to be studied. The problem question that led the work was "Is it possible to teach percentage and basic statistics to EJA students using products from the basic food basket?". Thus, a sequence of activities was created with contextual problems carried out, including research, pre- and post-test so that students could develop a significant through the Problem Solving methodology. Analyzing the results through the pre-test and post-test, we can see a significant improvement in the students learning. Finally, we hope that this work can contribute to Mathematics teachers' greater interest of students and more meaningful learning.

Keywords: Percentage, basic statistics, problem solving, EJA.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Para muitos alunos as aulas de matemática são vistas com dificuldade, estranhamento, algo distante e alguns até mesmo destacam que a "matemática é para poucos", o que contradiz o que esse trabalho vem propor. As aulas expositivas são as mais comuns em sala de aula, apresentando nas atividades, questões fora do contexto do aluno, deixando-os desinteressados e desanimados, onde surgem várias perguntas do tipo: "Para que vou usar isso na minha vida? Esse conteúdo é importante?". Assuntos e perguntas como estas são bem frequentes quando a matemática é trabalhada de uma forma abstrata e segmentada da vida real. Essa disciplina já carrega um preconceito pela maioria da sociedade, até mesmo fora do ambiente escolar, portanto a intenção deste trabalho foi deixar a matemática mais próxima dos alunos, para torná-los protagonistas do próprio aprendizado tendo experiências de aulas de matemática com significado e leveza.

De acordo com (SCHMENGLER, 2013), isso leva à necessidade de discutir as ações utilizadas pelo docente na aplicação de conteúdos de natureza matemática, levando-o a assumir um papel de mediador a partir da utilização de materiais didático-pedagógicos que possam auxiliá-lo na mudança desta situação.

Esse trabalho foi desenvolvido em uma sala de aula do EJA (Educação para Jovens e Adultos) - Ensino fundamental II e essa experiência foi uma realidade diferente de outras salas de aula, os conteúdos trabalhados foram os mesmos, porém com um olhar diferenciado. Os alunos que estavam estudando nesse período tinham faixa etária de 15 a 47 anos, idades bem diferentes uma das outras, mas se encaixando em um único contexto. Alguns adolescentes que estavam estudando à noite por conta do trabalho, outros adultos que decidiram voltar para os estudos, para fechar o ciclo ou em busca de um curso técnico, uma faculdade futuramente. Enfim, era grande a diversidade de idades, pensamentos, realidades, sonhos e também conhecimento, muitos pararam de estudar há anos, mas tinham o grande aprendizado da vida, outros que pararam há pouco tempo e outros ainda que nunca pararam de estudar. Uma experiência grandiosa e cheia de desafios.

A ideia das sequências didáticas surgiu da tentativa de propor algo diferenciado nas aulas, que chamasse a atenção e que conseguisse mais participação dos alunos que, aliás, chegavam com o olhar cansado pelo trabalho que exerciam durante o dia e, para ter uma aula expositiva, tinham sono e desanimavam.

Antes de iniciar esse trabalho, algumas dissertações foram essenciais para escolher o tema e através de pesquisas, leituras e estudos as ideias foram sendo criadas e tomando forma. As palavras chaves que nortearam as pesquisas para o início do trabalho foram: estatística básica e EJA. Nesse período, a autora lecionava para uma turma do EJA e sentia dificuldade de interação com os alunos. Veja algumas sínteses sobre as pesquisas:

- O trabalho "A Matemática, a Estatística e o Corte e Costura (saia godê)"aplicado no 8º ano do Ensino Fundamanetal II trouxe alguns conceitos como diferença entre população e amostra, tabela frequência, conceito de moda e média, número π, comprimento da circunferência e área de um círculo. (MARCOMINI, 2020)

- O trabalho "Matemática e Educação Alimentar e Nutricional: uma proposta didática para o ensino de Estatística Básica"traz ideias para realizar estudos e pesquisas sobre educação alimentar e nutricional, relacionando o tema com o ensino de Estatística Básica, apresentando os conceitos de tabelas, gráficos e algumas medidas de tendências centrais. Ainda elabora e analisa a proposta didática que integra o estudo do tema educação alimentar e nutricional ao ensino de Estatística Básica. (LEAL, 2020)

- O trabalho "Atividades Esportivas e Estatística Básica (realização de uma gincana)", idealizado para o Ensino Fundamental II, proporcionou aos alunos uma gincana abrangendo muita diversão e estudos, os conceitos básicos de estatítica foram os conteúdos que compuseram o trabalho. (JÚNIOR, 2017)

- O trabalho "O ensino da estatística através da música"é um tema que contemplou o conhecimento da música e conteúdos matemáticos no ensino médio visando: A Música como Metodologia de Aprendizagem da Matemática; Uso da Paródia como Recurso Didático para o Ensino da Matemática; A Importância da Estatística no Cotidiano, A Estatística no Ensino Básico; Média e variância. (FERREIRA, 2015a)

- O trabalho "Uma introdução à probabilidade e à estatística no EJA (Educação de Jovens e Adultos) - Em busca da democratização do ensino."foi aplicado no EJA - Ensino médio e as propostas são: Conceitos de Probabilidade e Estatística em nível de Ensino Médio; Resolução de problemas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) - dos últimos cinco anos. (AUGUSTO, 2015)

Todos os trabalhos citados acima contemplam o mesmo conteúdo, trazendo-os em diferentes contextos por meio de metodologias e atividades didáticas e lúdicas. A proposta é que, tanto os professores quanto os estudantes, tenham experiências diferentes, deixando a zona de conforto e se lançando em temas que fazem sentido para sua turma. Sendo assim, são trabalhados e estudados conteúdos matemáticos mediante esses temas, trazendo mais protagonismo, desafios, entendimento e aprendizagem significativa para os alunos, de uma maneira mais divertida, significativa e aparentemente leve.

A autora (SEKEFF, 2002) diz que fazer o uso de novas metodologias de ensino na escola pode auxiliar o educando a concretizar sentimentos de forma significativa, bem como possibilitar-lhe a compreensão de suas experiências e atribuir sentido a sua condição de cidadão.

A escolha foi de trabalhar com estatística básica no EJA - Ensino Fundamental II/9º ano, que é um conteúdo dentro do planejamento. O tema foi escolhido por observações através das aulas, conversas e interações que havia com os alunos. Os assuntos sobre ir ao supermercado no final de semana, receber cesta básica, auxílio alimentação ou mesmo trabalhar para ajudar a sustentar a família eram frequentes, sendo assim, o pensamento foi em conciliar esse assunto com o conteúdo que precisava ser estudado. Como abrangia a ida ao supermercado, inserimos o valor da cesta básica e os valores dos produtos que à compunham para nos auxiliar e introduzir os alunos no conteúdo de uma maneira diferente, como protagonistas e o professor apenas como mediador. Para isso foram criados um pré-teste inicial, uma sequência didática com atividades abrangendo os itens da cesta básica, incluindo uma pesquisa no supermercado no final para a última atividade, e um pós-teste.

Por fim, com a pergunta pesquisa "É possível ensinar porcentagem e estatística básica para alunos do EJA usando os produtos da cesta básica?"norteando todo o desenvolvimento deste trabalho, concluímos que é possível sim, ensinar o conteúdo com um tema usual dos estudantes. A participação e interação dos alunos aconteceu de maneira espontânea, e isso ocorreu pois foi um tema que fez sentido para eles e estava próximo do cotidiano de cada um. O professor como mediador nas aulas, os alunos como protagonistas e o conteúdo estando em dia, por meio de uma metodologia diferenciada na busca do distanciamento das aulas expositivas na disciplina de Matemática, fizeram a diferença na motivação dos alunos. O uso da calculadora estava presente nas aulas para a realização das atividades, mas nem por isso deixaram as anotações dos cálculos sem êxito, era necessário em cada questão realizar seu passo a passo e a discussão com os colegas.

1.1 Objetivos

Essa dissertação teve como objetivo propor uma sequência de atividades didáticas e apresentar sugestões aos professores do Ensino Fundamental II quando forem tarbalhar estatística básica e porcentagem com os alunos do EJA, mostrando que é possível por meio de um assunto do cotidiano, trabalhar um conteúdo matemático que os alunos vêem com dificuldade.

Desse modo, a pergunta que conduziu as atividades e o trabalho foi: "É possível ensinar porcentagem e estatística básica para alunos do EJA usando os produtos da cesta básica?". Como observamos a necessidade de uma matemática significativa e acreditamos que os problemas contextualizados nos auxilia a estimular um interesse maior nos alunos, usamos a metodologia de resolução de problemas nas atividades propostas.

O trabalho foi organizado da seguinte maneira:

1. O Capítulo 2 traz os conceitos teóricos de porcentagem e estatítica básica, sendo eles os conteúdos que direcionaram todo o trabalho;

2. No Capítulo 3 são descritas as propostas da sequência didática, contendo o Pré-teste, Atividade I, Atividade II, Atividade III, Atividade IV e Pós-teste, com a finalidade de expor as atividades para que os professores do Ensino Fundamental II, que forem trabalhar com o EJA, motivem seus alunos com situações-problema que envolvam a porcentagem e estatítica básica. Todas essas atividades foram resolvidas em sala de aula, pelos alunos, e construídas pelo autor, em particular para a sala do EJA. Cada atividade trazia uma ideia de aula diferenciada, alunos como protagonistas indo até o quadro, o uso da calculadora, atividades e discussões em grupo.

3. O Capítulo 4 tem como finalidade relatar os Resultados e as Discussões da proposta da sequência didática;

4. Por fim, o Capítulo 5 traz as considerações finais e trabalhos futuros.

Esperamos que este trabalho possa trazer mais significado ao aprendizado de estatítica básica e porcentagem não só aos alunos do EJA, mas a todos os estudantes de modo geral.

CAPÍTULO

2

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo vamos apresentar conceitos de porcentagem, porcentagem como uma fração, aumento percentual, medidas de tendência central: média aritmética, moda, cálculo das medidas de tendência central para dados agrupados em intervalo de classes. Ainda, falaremos sobre resolução de problemas e sua importância no ensino de Matemática. (MEDEIROS, 2012) (VASCONCELOS, 2015) (FERREIRA, 2015b)

2.1 Porcentagem

Esta seção traz a definição de porcentagem e mostra alguns exemplos com o objetivo de dar suporte ao leitor iniciante neste tema.

2.1.1 Porcentagem é uma fração

Definição 1. Sejam a e b números reais. Toda razão da forma $\frac{a}{b}$ na qual o denominador b é igual a 100, é chamada taxa de porcentagem ou simplesmente porcentagem ou ainda percentagem.

Historicamente, a expressão "por cento"aparece nas principais obras de aritmética de autores italianos do século XV. O símbolo % surgiu como uma abreviatura da palavra cento utilizada nas operações mercantis. Por exemplo, para indicar um índice de 10 por cento, escrevemos 10% e isto significa que em cada 100 unidades de algo, tomaremos 10 unidades.

Na língua portuguesa, as duas palavras são corretas: porcentagem e percentagem. Podemos explicar porcentagem em poucas palavras, dizendo apenas o seguinte: porcentagem é uma fração com denominador 100. Quando falamos "$X\%$ de alguma coisa", estamos na verdade calculando:

$$X\% \text{ de (alguma coisa)} = \text{(alguma coisa)}.\frac{X}{100}. \tag{2.1}$$

Exemplo 1. De um grupo de 20 pessoas, 60% são crianças. Qual é o número de crianças?

Solução: Temos

$$20.\frac{60}{100} = 20.\frac{3}{5} = 12$$

São portanto 12 crianças, ou seja, 60% de 20 é igual a 12. □

Então, calcular uma porcentagem de um número é o mesmo que multiplicar o número por uma fração, cujo numerador é a porcentagem e o denominador é 100. Normalmente esta fração pode ser simplificada.

Nos problemas de porcentagem, além de saber qual é a fração a ser usada (o que é muito fácil), é também preciso saber qual é o número que precisa ser multiplicado por esta fração. Este número é normalmente indicado com DE ou SOBRE. No exemplo acima, podemos reconstruir a frase: 20% das pessoas são crianças. Então o número que deve ser multiplicado pela fração é o número de pessoas, que está precedido pelo de embutido em das (de + as).

Exemplo 2. Vejamos mais alguns casos onde aparecem porcentagem:

(i) 15% dos alunos faltaram (número de alunos);

(ii) 38% dos votos (o total de votos);

(iii) 25% do salário (o valor total do salário);

(iv) Tive lucro de 10% sobre o preço de compra (o preço de compra, precedido por SOBRE);

(v) Tive um desconto de 15% sobre o total da compra (o preço total da compra).

□

Nos problemas de porcentagem, o de ou sobre corresponde matematicamente à multiplicação.

Muitas vezes precisamos identificar a fração que corresponde a uma porcentagem. Para isso, basta escrever a porcentagem na forma de fração e simplificá-la. Toda porcentagem pode também ser escrita na forma de um número decimal.

Exemplo 3. Escreva as seguintes porcentagens na forma de número decimal:

(i) $2\% = 0{,}02 = \dfrac{2}{100} = \dfrac{1}{50}$

(ii) $40\% = 0{,}40 = \dfrac{40}{100} = \dfrac{2}{5}$

(iii) $120\% = 1{,}20 = \dfrac{120}{100} = \dfrac{6}{5}$

□

As porcentagens são muitas vezes usadas para distribuições ou divisões, como mostra o exemplo abaixo.

Exemplo 4. Três colegas vão repartir um prêmio de $R\$500,00$. Antes do concurso foi combinado que A receberia 40%, B receberia 35% e C receberia 25% do prêmio. Quanto receberá cada um?
Solução:

Sabendo que,

$$40\% = \frac{40}{100} = 0,40 = 0,4$$
$$35\% = \frac{35}{100} = 0,35$$
$$25\% = \frac{25}{100} = 0,25,$$

então para calcular qualquer porcentagem referente a um valor, uma das formas é, multiplicar a porcentagem em número decimal pelo valor.

Sendo assim:

A receberá 500 x 40% = 500 x 0,4 = $R\$200,00$

B receberá 500 x 35% = 500 x 0,35 = $R\$175,00$

C receberá 500 x 25% = 500 x 0,25 = $R\$125,00$

□

As porcentagens também podem ser combinadas de várias formas. Por exemplo, podemos ter uma porcentagem de uma porcentagem. Esse tipo de problema é fácil, basta lembrar que "DE"significa multiplicado.

Exemplo 5. Em um certo dia, faltaram 20% dos 300 alunos de uma escola. Desses alunos em falta, 40% eram meninos. Qual foi o número total de meninos que faltaram?

Solução:

Sabendo que,

$$40\% = \frac{40}{100} = 0,40 = 0,4$$
$$20\% = \frac{20}{100} = 0,20 = 0,2,$$

para calcular porcentagem de porcentagem, uma das formas é multiplicar as porcentagens em múmeros decimais pelo valor, então temos:

40% de 20% de 300 = 0,4 x 0,2 x 300 = 24.

Portanto, faltaram 24 meninos. □

2.1.2 Aumentos em porcentagem

Muitas grandezas numéricas podem ter seu valor aumentado ou diminuído por vários fatores. Por exemplo, a população de uma cidade pode aumentar devido a novos habitantes que nasceram ou novas pessoas que foram morar nesta cidade. Pode diminuir em razão de falecimentos ou devido a pessoas que foram embora.

Muitas vezes não estamos interessados nos valores, e sim, no aumento na forma de porcentagem. Por exemplo, se uma cidade tinha 1000 habitantes e depois de algum tempo passou a ter 1.100 habitantes, dizemos que sua população teve um aumento de 10%. Chamamos isto de aumento percentual. Formalmente temos a seguinte definição:

Definição 2. O aumento percentual é definido pela seguinte fórmula:

$$\text{Aumento percentual} = \frac{(\text{Valor novo}) - (\text{Valor antigo})}{(\text{Valor antigo})} \times 100\%. \tag{2.2}$$

No caso da cidade que teve sua população aumentada de 1000 para 1100 habitantes, o aumento percentual é:

$$\text{Aumento percentual} = \frac{1100 - 1000}{1000} \times 100\% = 10\%$$

2.2 Medidas de tendência central

Esta seção traz a definição de média aritmética, moda e mediana, além de apresentar fórmulas matemáticas e maneiras de calculá-las. Essas medidas de tendência central ajudam a compreender e interpretar dados.

No decorrer dessa seção será mencionado as diferenças e características entre a média aritmética, a moda e a mediana. Também são apresentados exemplos para facilitar a leitura e o entendimento do assunto pelos leitores.

2.2.1 Média aritmética

A média aritmética, ou simplesmente média, é a medida de tendência central mais conhecida.

Em muitas situações nos deparamos com informações referentes à média: o tempo médio de espera em um consultório médico é de 20 minutos, a média aritmética final de um estudante na disciplina de Matemática é 7,2, a taxa média de juros das operações de crédito para financiamento imobiliário está em $9,23\%$ etc.

Como fazemos para encontrar estas estatísticas que resumem todo o conjunto de dados em um único valor? Para calcularmos a média precisamos somar os valores que aparecem no conjunto de dados e dividir pelo total de valores contidos neste conjunto. Vamos formalizar esta definição apresentando uma fórmula matemática:

Definição 3. Consideremos um conjunto de dados com n observações. A média, denotada por $\bar{x}$ (lemos como "x barra"), é dada por

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}, \tag{2.3}$$

em que $\sum_{i=1}^{n} X_i$ é o somatório de observações $(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n)$, X_1 representa o primeiro valor observado, X_2 representa o segundo valor observado e assim por diante, X_n representa o n-ésimo valor observado.

A fórmula (2.3) apresentada para o cálculo da média é utilizada para dados amostrais. Quando estivermos trabalhando com dados de toda a população, usamos uma notação diferente. O número de observações é denotado por N e utilizamos a letra grega μ para indicar a média, ou seja,

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}. \tag{2.4}$$

Exemplo 6. Um questionário foi aplicado aos dez candidatos a uma vaga no setor financeiro de uma clínica de cirurgia plástica e uma das variáveis em estudo era a idade dos candidatos. Os dados obtidos foram:

$$30, 35, 26, 22, 28, 30, 26, 33, 35, 23.$$

Vamos encontrar a idade média dos candidatos à vaga.

Solução:

Sabemos que para encontrar a média, somamos todos os valores e dividimos pela quantidade de valores no conjunto de dados. Para nos familiarizarmos, vamos utilizar a fórmula 2.3 com $n = 10$:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{10} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_{10}}{10} = \frac{30 + 35 + 26 + \ldots 23}{10} = \frac{288}{10} = 28,8 \text{ anos}$$

Portanto, a idade média dos candidatos é 28,8 anos. □

2.2.2 Distribuição de frequências

Quando os dados estiverem organizados em uma distribuição de frequências, podemos utilizar a seguinte fórmula

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i . f_i}{n}, \tag{2.5}$$

sendo que, f_i é a distribuição de frequência relativa e acumulada, que definiremos nesta subseção.

Definição 4. Frequência simples ou absoluta de uma classe é o número de elementos pertencentes a essa classe, ou seja, é o número de dados pertencente ao intervalo da classe considerada.

Definição 5. Frequência relativa de uma classe é a razão entre a frequência absoluta e a frequência total, denotada por f_{rk}. Então, temos

$$f_{rk} = \frac{f_k}{\sum f_k}. \tag{2.6}$$

Pode-se expressar esse resultado em termos percentuais multiplicando a frequência relativa por 100.

Definição 6. Frequência absoluta acumulada é a soma das frequências absolutas até uma considerada classe, inclusive a frequência dessa classe, denotada por F_k . Portanto, temos

$$F_k = f_1 + f_2 + f_3 + ... + f_k. \tag{2.7}$$

Definição 7. Frequência relativa acumulada é a razão entre a frequência acumulada de uma classe e a frequência total da distribuição, denotada por F_{rk}, ou seja,

$$F_{rk} = \frac{F_k}{\sum f_k}. \tag{2.8}$$

Exemplo 7. Foi feita uma pesquisa sobre peso em quilograma, na qual a amostra foram 40 professores. Através disso os dados foram transferidos para uma tabela de frequência representada pela Figura 1 para uma melhor organização e entendimento das informações, pois contém vários elementos e muitas repetições de dados.

Observe a Figura 1, que apresenta uma tabela de frequências dos pesos, tendo uma amostra de 40 professores.

Figura 1 – Frequência dos pesos de uma amostra de 40 professores.

Peso (kg)	Frequência
60 ⊢ 64	5
64 ⊢ 68	8
68 ⊢ 72	11
72 ⊢ 76	8
76 ⊢ 80	5
80 ⊢ 84	3
	$\sum f_k = 40$

Fonte: (LATTARO, 2022)

Usaremos como símbolo para frequência absoluta f_k, no qual o índice k indica a classe. Por exemplo, f_3 indica a frequência da terceira classe, que vai de 68 inclusive a 72 exclusive, ou seja, apresenta os seguintes valores: 68; 68; 68; 68; 70; 70; 70; 70; 71; 71; 71. Logo, $f_3 = 11$.

A soma das frequências absolutas é igual ao número total de observações, ou seja,

$$\sum f_k = 40.$$

O cálculo do exemplo estará sempre se referindo a segunda classe, observe abaixo o exemplo de algumas das definições.

Conforme a definição de frequência simples ou absoluta de uma classe, temos $f_2 = 8$.

Aplicando a equação 2.6, referente a frequência relativa de uma classe, segue que

$$f_2 = \frac{8}{40} = 0,2 = 20\%.$$

Logo, a frequência acumulada será

$$F_2 = f_1 + f_2$$

$$F_2 = 5 + 8$$

$$F_2 = 13$$

A frequência acumulada relativa será

$$F_{r2} = \frac{F_2}{\sum f_2}$$

$$F_{r2} = \frac{13}{40}$$

$$F_{r2} = 0,325 = 32,5\%$$

□

Para utilizarmos a fórmula da equação (2.5), acrescentamos uma coluna na distribuição de frequências e vimos acima alguns exemplos de como calcular, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1 – Estrutura da distribuição de frequências para o cálculo da média por meio de dados tabelados.

CENTRO DE CLASSE (x_i)	FREQUÊNCIA	FREQUÊNCIA RELATIVA (%)	$x_i.f_i$
x_1	f_1		$x_1.f_1$
x_2	f_2		$x_2.f_2$
...	...		...
x_n	f_n		$x_n.f_n$
Total	Número total de observações no conjunto de dados	100,00	$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i.f_i$

Só faz sentido acrescentarmos a coluna ($x_i.f_i$) se quisermos encontrar a média, ou seja, ela é uma coluna auxiliar do cálculo.

Exemplo 8. Construindo uma distribuição de frequências para os dados do Exemplo 6, obtemos a Tabela 2 abaixo:

Tabela 2 – Distribuição dos candidatos, segundo a idade.

IDADE	NÚMERO DE CANDIDATOS	FREQUÊNCIA RELATIVA (%)
22	1	10
23	1	10
26	2	20
28	1	10
30	2	20
33	1	10
35	2	20
Total	10	100

Vamos encontrar a idade média dos candidatos à vaga por meio da distribuição de frequências.

*S*olução: Como os dados já estão organizados em uma distribuição de frequências, basta acrescentarmos uma coluna na tabela anterior:

Tabela 3 – Cálculo da coluna auxiliar para encontrar a média.

IDADE (x_i)	NÚMERO DE CANDIDATOS (f_i)	FREQUÊNCIA RELATIVA (%)	$(x_i.f_i)$
22	1	10	22
23	1	10	23
26	2	20	52
28	1	10	28
30	2	20	60
33	1	10	33
35	2	20	70
Total	10	100	288

Então utilizando a fórmula (2.5), temos:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i.f_i}{n} = \frac{288}{10} = 28,8 \text{ anos.}$$

□

A média aritmética possui algumas propriedades importantes, que serão elencadas a seguir. Para isso, precisaremos da definição de desvios.

Definição 8. Os desvios, denotados por d_i, são definidos como a diferença entre cada valor do conjunto de dados, x_i e a média aritmética do conjunto, $\bar{x}$, ou seja,

$$d_i = x_i - \bar{x}, \tag{2.9}$$

sendo que $i = 1, \ldots, n$, e n é a quantidade de dados.

As propriedades são:

1. A soma dos desvios é zero, ou seja:

$$\sum_{i=1}^{n} \underbrace{(x_i - \bar{x})}_{d_i} = 0. \tag{2.10}$$

   A soma dos desvios encontrados é zero, para qualquer conjunto de dados.

2. Quando somamos (ou subtraímos) uma constante de todos os valores de um conjunto de dados, a média fica somada (ou subtraída) por esta constante.

3. Quando multiplicamos (ou dividimos) uma constante de todos os valores de um conjunto de dados, a média fica multiplicada (ou dividida) por esta constante.

Outro tipo de média muito utilizada é a média ponderada, ela é utilizada para calcular a média aritmética em uma tabela de frequência usando os pesos como as frequências. Na média ponderada são atribuídos aos valores importâncias diferentes. Por exemplo, no cálculo da média final de um estudante em uma disciplina, onde ele pode fazer 4 provas durante o semestre e para cada prova é atribuído um peso, ou na nota final de um candidato em um concurso.

Definição 9. A média ponderada, denotada por $\bar{x_p}$, é calculada por meio do somatório das multiplicações entre valores e pesos, divididos pelo somatório dos pesos, ou seja,

$$\bar{x_p} = \frac{\sum x_i P_i}{\sum P_i}, \tag{2.11}$$

em que P_i são os pesos atribuídos a cada valor x_i.

Exemplo 9. A classificação final de um aluno, num determinado curso, é dada pela média ponderada das notas obtidas nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Específicos. Suponha que as notas de um determinado aluno são as seguintes:

Tabela 4 – Notas de um determinado aluno.

PROVA	PESO	NOTA
Matemática	1	10
Português	2	7
Conhecimentos Específicos	2	8

Com base nessas informações, calcule a média ponderada.

Solução: Temos

$$\bar{x_p} = \frac{10.1 + 7.2 + 8.2}{1 + 2 + 2} = \frac{10 + 14 + 16}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

Portanto, a média ponderada do aluno é igual a 8. □

2.2.3 Moda

Definição 10. A moda de um conjunto de dados, denotada por M_o, é a resposta (ou respostas) que aparece(m) com maior frequência.

A moda, diferentemente das outras medidas de posição, também pode ser encontrada quando a variável em estudo for qualitativa. Portanto, a resposta para a moda pode ser o valor ou a categoria que aparece com a maior frequência.

Existem conjuntos de dados em que nenhuma resposta aparece mais vezes que outras. Neste caso, dizemos que o conjunto de dados não apresenta moda. Em outros casos, podem aparecer duas ou mais respostas de maior frequência no conjunto de dados. Nestes casos, dizemos que o conjunto de dados é bimodal e multimodal, respectivamente.

Exemplo 10. No conjunto de dados apresentados no Exemplo 6, temos que as respostas que aparecem com maior frequência (frequência 2) são: 26, 30 e 35. Portanto:

M_o = 26, 30 e 35 anos

Neste caso, a distribuição é multimodal.

□

2.2.4 Mediana

Definição 11. A mediana, denotada por Md, é uma medida que divide o conjunto de dados ordenados ao meio, deixando a mesma quantidade de valores abaixo e acima dela. Por isto, ela também é uma medida separatriz, pois separa o conjunto de dados em dois grupos: pelo menos 50% dos valores ordenados são maiores ou iguais ao valor da mediana e pelo menos 50% dos valores ordenados são menores ou iguais ao valor da mediana.

O cálculo para se encontrar a mediana difere no caso do número de elementos n do conjunto de dados ser par ou ímpar:

1. Se o número n de elementos do conjunto de dados for ímpar, então a mediana será exatamente o valor "do meio", ou seja:

$$Md = x_{\frac{n+1}{2}}, \tag{2.12}$$

em que $x_{\frac{n+1}{2}}$ indica a observação que está na posição "do meio" do conjunto de dados.

2. Se o número n de elementos do conjunto de dados for par, então a mediana será exatamente a média "dos dois valores do meio", isto é:

$$Md = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}, \tag{2.13}$$

em que $x_{\frac{n}{2}}$ e $x_{\frac{n}{2}+1}$ indicam as observações que ocupam as posições "do meio" do conjunto de dados.

Exemplo 11. Os dados abaixo se referem aos batimentos cardíacos de 15 pacientes que chegaram ao hospital em estado de parada respiratória e inconscientes. Vamos encontrar a mediana.

167, 150, 125, 120, 150, 150, 140, 136, 120, 150, 125, 140, 148, 120, 125

Solução:

Para encontrarmos a mediana, os dados precisam estar ordenados:

120, 120, 120, 125, 125, 125, 136, 140, 140, 148, 150, 150, 150, 150, 167

Temos n = 15 observações, então utilizando a equação (2.12), temos

$$Md = x_{\frac{n+1}{2}}$$

$$Md = x_{\frac{15+1}{2}} = x_8,$$

ou seja, a mediana é o valor que ocupa a oitava posição do conjunto de dados ordenados, ou seja,

$$Md = 140.$$

Repare que a observação 140 divide o conjunto de dados ao meio, com 7 observações abaixo dela e 7 observações acima dela. Então, concluímos que pelo menos 50% dos valores são maiores ou iguais a 140 batidas por minuto. □

Também podemos encontrar a mediana quando os dados estão apresentados em uma distribuição de frequências. Para isto, temos o seguinte procedimento:

1º Passo: identificaremos a frequência acumulada, denotada por f_a, imediatamente superior à metade do somatório do número de observações do conjunto de dados, ou seja, $\frac{n}{2}$.

2º Passo: a mediana será o valor da variável associada à frequência acumulada imediatamente superior ao valor encontrado no 1º Passo.

Quando $\frac{n}{2}$ for exatamente igual a uma das frequências acumuladas f_a , o cálculo da mediana será a média aritmética entre dois valores das variáveis: x_i e x_{i+1}. O valor da variável x_i será aquele associado à $\frac{n}{2} = f_a$ e o valor da variável x_{i+1} será aquele que está imediatamente após x_i na distribuição de frequências.

Para facilitar a compreensão, vamos aplicar no próximo exemplo o passo a passo descrito acima.

Exemplo 12. O número de faltas ao trabalho, no último semestre, dos 30 funcionários de uma clínica, são mostrados na Tabela 5. Vamos encontrar a mediana.

Tabela 5 – Número de faltas e frequência de funcionários.

NÚMERO DE FALTAS	0	1	2	3
FREQUÊNCIA DE FUNCIONÁRIOS	9	10	5	6

Solução:

Vamos organizar uma distribuição de frequências incluindo a frequência acumulada.

Tabela 6 – Distribuição de frequências incluindo a frequência acumulada.

NÚMERO DE FALTAS	FREQUÊNCIA	FREQUÊNCIA RELATIVA (%)	f_a
0	9	30,00	9
1	10	33,33	19
2	5	16,67	24
3	6	20,00	30
Total	30	100,00	

Seguindo o roteiro:

1º Passo:

$$\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15.$$

A frequência acumulada imediatamente superior a 15 é $f_a = 19$.

2º Passo: a mediana será o valor da variável associado à frequência acumulada imediatamente superior ao valor encontrado no 1º Passo. Portanto,

$$Md = 1 \text{ falta}.$$

Lembre que o valor da variável está na primeira coluna da tabela!

□

Em algumas situações, a mediana pode ser a medida de tendência central mais representativa para o conjunto de dados em estudo. Vamos entender quando isto ocorre analisando o próximo exemplo.

Exemplo 13. Trinta residências de um bairro foram selecionadas para participar de uma pesquisa e uma das variáveis em estudo era a renda familiar (salários mínimos). Os dados obtidos foram:

Tabela 7 – Renda familiar em salários mínimos de trinta residências.

4,3	5,1	5,7	6,4	6,8	7,1	7,4	7,6	8,2	8,7
8,9	9,2	9,5	9,7	10,0	10,4	10,6	11,2	11,4	11,6
11,7	11,9	12,1	12,3	12,4	12,4	12,7	13,2	13,5	91,3

Vamos calcular a média e a mediana para este conjunto de dados.

Solução:

Para encontrar a média, somamos todos os valores e dividimos por 30, ou seja:

$$\bar{x} = \frac{4,3+5,1+5,7+...+91,3}{30} = \frac{373,3}{30} = 12,44 \text{ salários mínimos.}$$

Assim, concluímos que a renda familiar média dos moradores das 30 residências selecionadas é 12,44 salários mínimos.

Analisando o conjunto de dados, observamos que o valor encontrado para a média está acima dos valores de 26 observações do conjunto! Por que isto ocorreu? Temos uma observação discrepante, ou seja, muito maior que as outras, que é 91,3. Esta observação "puxa"a média para cima, fazendo com que tenhamos uma interpretação enganosa sobre o centro em torno do qual os dados se distribuem.

A média aritmética é muito sensível a valores extremos, então, dizemos que a média não é uma medida de tendência central resistente.

Agora, vamos analisar o que acontece no cálculo da mediana.

Temos n = 30 observações, então utilizando a equação (2.13), temos:

$$Md = \frac{x_{\frac{30}{2}+(\frac{30}{2}+1)}}{2}$$

$$Md = \frac{x_{15}+x_{16}}{2},$$

ou seja, a mediana é a média entre os valores que ocupam a décima quinta e décima sexta posição do conjunto de dados ordenados, ou seja,

$$Md = \frac{10+10,4}{2} = 10,2 \text{ salários mínimos.}$$

Com o resultado obtido no exemplo anterior para a mediana, observamos que ela não é afetada pela observação discrepante, sendo, portanto, a medida de tendência central mais representativa para este conjunto de dados. □

Agora que já sabemos calcular e interpretar a média, a moda e a mediana, podemos utilizá-las para detectar assimetria em um conjunto de dados, da seguinte forma:

1. Se a distribuição dos dados for exatamente simétrica, a média, a moda e a mediana são exatamente iguais. Para distribuições aproximadamente simétricas, as três medidas são próximas.

2. Se a distribuição dos dados apresentar assimetria à esquerda, em geral, a média é menor que a moda; e se apresentar assimetria à direita, em geral, a moda é menor que a média.

A distribuição de frequência dos dados é assimétrica quando se estende mais para um lado do que para o outro e é simétrica se a metade esquerda do seu histograma se comporta de maneira praticamente igual da sua metade direita.

O histograma é um tipo de gráfico de barras muito utilizado para identificar a forma da distribuição da frequência dos dados. Em um histograma, a base de cada uma das barras representa uma classe e a altura dessas barras representa a quantidade ou frequência absoluta com que o valor de cada classe ocorre. (SIQUEIRA, 2024) (FM2S, 2024)

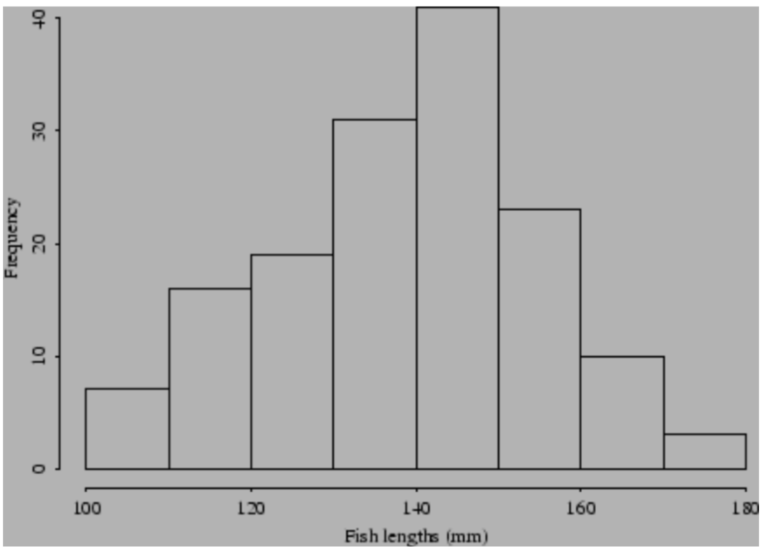
Exemplo 14. Sabe-se que 150 peixes mortos foram encontrados vítimas de contaminção de um rio e seus comprimentos foram medidos em milímetros. As medidas foram expressas na forma de tabela de frequência, como mostra a Tabela 8:

Tabela 8 – Tabela de frequência

Comprimento do peixe (mm)	Frequência
100 ⊢ 110	7
110 ⊢ 120	16
120 ⊢ 130	19
130 ⊢ 140	31
140 ⊢ 150	41
150 ⊢ 160	23
160 ⊢ 170	10
170 ⊢ 180	3

O histograma construído a partir dos dados da Tabela 8 é mostrado abaixo na Figura 2.

Figura 2 – Histograma



Fonte: (SHIMAKURA, 2006)

□

A distribuição de frequência exemplo anterior é simétrica, uma das características do histograma simétrico é que o maior número de dados se concentra no centro do gráfico. A frequência mais alta desse tipo de histograma, fica no centro e as mais baixas nos lados. Normalmente é utilizado para fazer comparações, representando dados médios obtidos por meio da pesquisa. O exemplo nos traz uma tabela no qual a maior frequência se concentram no comprimento médio da tabela, sendo assim tendo o histograma simétrico para melhor representar o exemplo citado.

2.2.5 Cálculos das medidas de tendência central para dados agrupados em intervalos de classes

Aprendemos, até agora, a calcular as medidas de posição central pelo conjunto de dados brutos ou pela distribuição de frequências sem intervalos de classes. E quando os dados estiverem apresentados em intervalos de classes, como vamos calcular tais medidas? Quando agrupamos as observações em classes, perdemos a informação dos valores que estão dentro de cada classe. Neste caso, vamos supor que todos os valores dentro de uma classe tenham seus valores iguais ao ponto médio desta classe.

Por exemplo, vamos supor que o intervalo de 10⊢15 tenha frequência 5. Não sabemos quais são os valores destas 5 observações, só podemos afirmar que são maiores ou iguais a 10 e menores que 15. Então, assumiremos que as 5 observações são iguais a 12,5, que é o ponto médio deste intervalo.

Vamos aprender a calcular as medidas de tendência central para dados agrupados através do exemplo a seguir.

Exemplo 15. Uma professora de Ciências, interessada em fazer uma aula prática com seus alunos, fez um levantamento dos pesos, em quilogramas, de cada um deles. Os dados estão apresentados na Tabela 9 . Vamos calcular as medidas de tendência central.

Tabela 9 – Pesos dos alunos, em quilogramas.

PESO (KG)	FREQUÊNCIA	FREQUÊNCIA RELATIVA (%)
40⊢45	8	5,59
45⊢50	25	17,48
50⊢55	50	34,97
55⊢60	40	27,97
60⊢65	20	13,99
Total	143	100,00

Solução:

• Média

Para encontrarmos a média, precisamos acrescentar duas colunas na distribuição de frequências: x_i, que é ponto médio da classe e $x_i.f_i$. Para o cálculo da mediana, precisaremos da frequência acumulada. Então, vamos acrescentar as colunas contendo tais informações.

Tabela 10 – Cálculos das colunas auxiliares para encontrar a média e a mediana.

PESO (KG)	FREQUÊNCIA	FREQUÊNCIA RELATIVA (%)	x_i	$x_i.f_i$	FREQUÊNCIA ACUMULADA
40l –45	8	5,59	42,5	340	8
45l –50	25	17,48	47,5	1.187,5	33
50l –55	50	34,97	52,5	2.625	83
55l –60	40	27,97	57,5	2.300	123
60l –65	20	13,99	62,5	1.250	143
Total	143	100,00		7.702,50	

Para encontrar o ponto médio, P_m, do primeiro intervalo basta fazer

$$P_m = \frac{L_i + L_s}{2},$$

sendo que, L_i é o limite inferior e L_s o limite superior do intervalo considerado. Observando a primeira linha da primeira coluna na Tabela 10, tem-se $L_i = 40$ e $L_s = 45$.

Então, para o primeiro intervalo, temos

$$P_m = \frac{40 + 45}{2} = 42,5.$$

Substituindo os valores encontrados na fórmula (2.5), temos que a média é:

$$\bar{x} = \frac{7.702,50}{143} = 53,86 \text{ kg}.$$

• Moda

Existem várias definições para localizar a posição da moda em uma classe modal, mas a mais simples é definir a moda como o ponto médio da classe modal.

Portanto, neste exemplo, a classe modal é 50| –55 (pois, apresenta a maior frequência = 50) e, vamos considerar a moda o ponto médio desta classe, ou seja:

$$M_o = 52,5 \text{ kg}.$$

• Mediana

Para o cálculo da mediana utilizaremos uma fórmula que, a princípio, pode parecer um pouco complexa ou trabalhosa, mas veremos que as quantidades que precisamos para substituir na fórmula são fáceis de serem obtidas. Utilizaremos a seguinte fórmula para o cálculo da mediana para dados agrupados em intervalos de classes:

$$Md = L_{imed} + \frac{h_{md}}{f_{md}}.(\frac{n}{2} - F_{aant}),$$

em que

L_{imed}: limite inferior do intervalo que contém a mediana;

h_{med}: amplitude do intervalo de classe que contém a mediana;

f_{med}: número de observações do intervalo que contém a mediana;

n: número total de observações da distribuição de frequências;

F_{aant}: frequência acumulada do intervalo anterior àquele que contém a mediana.

A primeira informação que precisamos é saber qual intervalo contém a mediana. Este intervalo está associado à frequência acumulada imediatamente superior à $\frac{n}{2}$.

Pela Tabela 9, como $\frac{n}{2} = \frac{143}{2} = 71,5$, o intervalo que contém a mediana é 50| – 55 (pois $f_a = 83$).

Após a identificação do intervalo, conseguimos encontrar todos os valores exigidos na fórmula:

$l_{inf\,med}$: 50

h_{med}: 55 – 50 = 5

f_{med}: 50

n: 143

F_{aant}: 33

Tabela 11 – Identificação dos valores que serão utilizados no cálculo da mediana.

PESO (KG)	FREQUÊNCIA	FREQUÊNCIA ACUMULADA
40l –45	8	8
45l –50	25	33
50l –55	50	83
55l –60	40	123
60l –65	20	143
Total	143	

Substituindo os valores encontrados na fórmula, temos:

$$Md = l_{inf_{med}} + \frac{h_{md}}{f_{md}}.(\frac{n}{2} - F_{aant})$$

$$Md = 50 + \frac{5}{50}.(\frac{143}{2} - 33)$$

$$Md = 50 + 3,85 = 53,85 \text{ kg.}$$

Pelo menos 50% das observações são maiores ou iguais a 53,85 kg.

□

As medidas resumo calculadas quando os dados estiverem agrupados em intervalos de classes são apenas aproximações dos verdadeiros valores, pois substituímos os valores das observações pelo ponto do médio do intervalo de classe.

As medidas de posição que estudamos não bastam para descrever um conjunto de dados. Tais medidas têm como objetivo indicar o centro em torno do qual os dados estão dispersos, mas não informam o quanto os dados se dispersam.

2.3 Resolução de Problemas

Esta seção vai apresentar a metodologia que foi utilizada durante as aulas na aplicação das atividades propostas. A escolha da Resolução de Problemas foi pelo contexto específico dos alunos.

Durante as aulas os estudantes precisam ter um olhar diferenciado e criativo. Não somente na sala de aula convencional, como na sala de aula do EJA. Os alunos, principalmente na disciplina de matemática, desanimam e não se sentem capazes de realizar algo relacionado a essa disciplina, por bloqueios, medos, inseguranças ou até mesmo vergonha de errar. É necessário mostrar que são capazes, por meio de pequenos acertos e isso vai dando força e ânimo para quererem resolver atividades e se empenharem cada vez mais.

Muitos dias, durante as aulas, a autora do trabalho percebia os alunos desanimados e cansados, e por isso eles realizavam muitas atividades em duplas. A autora sempre levava algo diferente para que pudessem no final da aula estarem em contato com a matemática, mas de uma maneira lúdica. E então, toda semana para que eles pudussem estudar as tabuadas e estarem em momento de discontração, saindo da lousa e do caderno, jogava com eles o bingo das tabuadas. Um jogo fácil de confeccionar e de muita diversão, todo os alunos participavam e haviam alguns brindes no final do jogo. Aos poucos foram ganhando confiança e assim trabalharam com muita harmonia as atividades que foram propostas neste trabalho.

Nessa turma do EJA, onde foi desenvolvido esse trabalho, no final de uma aula, por meio de uma conversa com os alunos foi possível perceber e entender que a maioria trabalhava para ajudar no sustento da família, aliás estávamos saindo de um período de pandemia no país. E foi assim que iniciou a ideia do contexto sobre cesta básica e alimentos que compõem a cesta básica, tema que foi utilizado nas atividades propostas com a metodologia de Resolução de Problemas.

Se formos analisar sempre estamos em situações que é necessário resolver um problema, nas quais não há uma fórmula mágica para isso. Na matemática segue o mesmo raciocínio, na ideia de resolução de problemas, não é necessário uma fórmula, mas caminhos e direções para conduzir aquela situação-problema encontrando uma solução. Há registros de problemas matemáticos em diferentes culturas desde a Antiguidade, na vida das pessoas e em nosso cotidiano é sempre comum resolver um problema como já comentado acima e, em especial, problemas de matemática continuam tendo um grande espaço no currículo matemático. Essa dedicação na área da matemática na resolução dessas situações-problemas, ajuda os alunos a enfrentarem e encararem os desafios, fora do âmbito escolar, com outra visão.

A matemática é uma disciplina importantíssima nas escolas, mas a utilidade dela fora do âmbito escolar é muito maior, isso se referindo tanto da parte aritmética, quanto da geometria. Em nosso dia a dia a matemática se faz presente em grande parte dos acontecimentos e vivências, e esse assunto não trata somente de contas, mas há uma grande variedade de assuntos que nem paramos para pensar e estamos utilizando-a de uma maneira simples e precisa. Podemos observar que na maioria dos cursos superiores há uma disciplina se referindo a Matemática, e em várias profissões ela está presente, direta ou indiretamente. Sendo assim, ela é necessária na educação e em consequência há uma aplicação universal em nosso cotidiano, mesmo que em alguns momentos isso aparenta ser uma parte pequena e oculta de um determinado assunto ou situação, como relata também (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009), no trecho abaixo:

> A Matemática revela padrões ocultos que nos ajudam a compreender o mundo ao nosso redor. Muito mais do que Aritmética e Geometria, hoje ela é uma disciplina diferente, que trabalha com dados, medidas e

> observações da ciência, com inferência, dedução e prova; e com modelos matemáticos de fenômenos naturais, de comportamento humano e de sistemas sociais. O ciclo 'dados para a dedução e, dela, para a aplicação' ocorre em toda parte que a Matemática é usada, desde tarefas caseiras, como planejar uma viagem, até gerenciar problemas maiores, como esquematizar o tráfego aéreo ou o investimento em ações. O processo de 'fazer matemática' está bastante longe de apenas fazer contas ou deduções; ele envolve observação de padrões, testagem de conjecturas e estimativa de resultados. Como uma matéria prática, a Matemática é uma ciência de padrão e ordem. Seu domínio não são moléculas ou células, mas números, probabilidade, forma, algoritmos e mudança. Como uma ciência de objetos abstratos, a Matemática conta mais com a lógica do que com a observação como seu padrão de verdade, embora ainda empregue observação, simulação e mesmo experimentação, como meios para descobrir a verdade. O papel especial da Matemática na Educação é uma conseqüência de sua aplicabilidade universal. Os resultados da Matemática – Teoremas e Teorias – são tanto significativos quanto úteis. Através de seus teoremas, a Matemática oferece tanto uma fundamentação da verdade quanto um padrão de certeza. Pode-se aprender a fazer o gráfico da equação de uma parábola simplesmente seguindo regras e plotando pontos. Agora temos as calculadoras disponíveis para fazer isso tão bem, com uma velocidade e precisão que nunca poderíamos pensar em atingir. Mas, entender porque certas formas de equações sempre produzem gráficos parabólicos envolve uma busca por padrões no modo como os números se comportam. Descobrir que tipos de relações do mundo real são representados por gráficos parabólicos é mesmo mais interessante e científico, até infinitamente mais valioso do que a habilidade em plotar a curva quando alguém lhe dá a equação. Padrões não se encontram apenas em números e equações, mas, também, em tudo que nos rodeia. O mundo está cheio de padrões e ordem, na natureza, na arte, na construção de prédios e na música. Padrão e ordem são encontrados no comércio, na ciência, na medicina, na produção de coisas e na sociologia. A Matemática descobre esta ordem, dá sentido a ela, e a usa numa grande quantidade de modos fascinantes, melhorando nossas vidas e expandindo nosso conhecimento. A escola precisa começar a ajudar as crianças neste processo de descoberta. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009)

A metodologia de Resolução de Problemas consiste em resolver problemas nos quais o algoritmo não está explícito, tendo então que retornar em seus conhecimentos prévios para encontrar a solução. Os alunos conhecem sobre o conteúdo que será trabalhado nas situações-problema, mas não ficam dependentes em apenas uma maneira de resolver, ou em fórmulas matemáticas. (BURDA; PEDROSO, 2008)

Não foi e não é uma tarefa simples definir e elaborar situações-problemas para as atividades didáticas, é necessário que seja desafiante, interessante, adequado para cada turma e algo que problematize, sendo que, exista um caminho para resolver, mas não está completamente visível.

Para (KRULIK; A., 1993) apud (SERRAZINA, 2017), problema é uma situação, quantitativa ou outra, com a qual se confronta um indivíduo ou grupo, na procura de uma solução, para a qual não tem prontamente resposta. Estes autores distinguem ainda entre questão (uma situação que apela à capacidade de memória), exercício (uma situação em que é necessário treinar ou reforçar algoritmos já aprendidos) e problema (onde é necessário raciocinar e sintetizar o que já foi aprendido).

A resolução de problemas pode ser entendida, apresentada e vivenciada no âmbito escolar ou fora dele, de diversas maneiras. Essa didática se destaca por apresentar um espaço abrangente e com um olhar de expansão da matemática. Abaixo será descrito o pensamento e a definição escrita por alguns estudiosos importantes, que acompanharam a evolução da Resolução de Problemas.

Schroeder e Lester (BICUDO, 1999) apontam três modos distintos de desenvolver e aplicar a resolução de problemas. Uma delas é ensinar sobre resolução de problemas, procura ressaltar alguma variação ou o modelo de Pólya (PÓLYA, 1978). Há também a que podemos direcionar como uma metodologia de ensino, sendo uma iniciativa e recurso de se ensinar a matemática, que citamos como ensinar matemática através da resolução de problemas. E também, ensinar a resolver problemas. É de grande importâcia lembrarmos que os problemas são criados e sugeridos para que possam auxiliar na formação dos conceitos e no processo de conhecimento, sendo que a dedicação e interesse está na realização e desempenho de cada estudante.

Segundo (PÓLYA, 2003) a resolução de problemas inclui quatro etapas:

(a) Compreensão do problema: procura-se compreender o problema até encontrar com precisão a incógnita. Nesta etapa devem identificar-se: - o que é conhecido (os dados); - o que é desconhecido (o objetivo); - as condições apresentadas.

(b) Elaboração de um plano: obtém-se um plano quando, de um modo geral, sabemos quais os cálculos ou planos/estratégias a fim de obter a incógnita. O importante é a concepção do plano;

(c) Execução do plano: o plano dá-nos apenas um roteiro geral. É necessário examinar todos os detalhes. Executa-se o plano que se elaborou até chegar à solução. Se chegar a um impasse, volta-se à fase de elaboração do plano.

(d) Verificação dos resultados: revisão crítica do trabalho realizado, ou seja, verificação do resultado em função da situação inicial e do raciocínio.

Para (ONUCHIC, 1999), "Resolução de problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver".

Estar disposto a sair da zona de conforto já é um avanço para ser protagonista na Resolução de problemas. Entender o problema, pensar como solucionar, estar pronto para enfrentar as tentativas, sempre levando em consideração que os erros, podem acontecer e nos aperfeiçoar, alcançando a solução exata da situação-problema. Não podemos nos esquecer o quanto esse processo de solucionar o problema é valioso para uma construção eficaz dos conteúdos matemáticos, sendo que o aluno precisa estar relacionando conceitos, verificando as tentativas e tudo isso ocorrendo dentro de um contexto significativo para o estudante.

> Através da resolução de problemas, inserida num ambiente propício e favorável, o aluno verifica a validade dos conceitos matemáticos, realiza conjecturas, relaciona os conceitos, generaliza, estimula os procedimentos num contexto significativo, toma uma atitude reflexiva e desenvolve a capacidade de raciocínio e o pensamento matemático. (SERRAZINA, 2017).

No desenvolvimento desse trabalho, as leituras e aprofundamento sobre Resolução de problemas foram mais frequentes e percebe-se que nos trabalhos estudados, os alunos que participaram deles fizeram alguns relatos:

- um aumento na motivação tanto do professor, em ensinar, quanto do aluno, em aprender;
- o quanto relacionam as atividades com assuntos já estudados anteriormente, buscando na memória os conhecimentos prévios;
- a construção do próprio conhecimento, tendo os alunos como protagonistas;
- a liberdade de resolução que permitem reflexões e olhar crítico em relação ao assunto abordado na situação-problema.

Os itens acima foram um conjunto de respostas e relatos de alunos que participaram de trabalhos envolvendo a Resolução de Problemas. A melhor opinião nesse caso é dos próprios alunos, pois vivenciaram e desenvolveram o trabalho utilizando a metodologia. Tendo então, uma ampla visão e percepção do que deu certo no desenvolvimento das atividades, pontuando a evolução do próprio conhecimento e desenvolvimento perante atividades diferenciadas.

Para (SMOLE; DINIZ, 2001) a motivação do aluno está em sua percepção de estar se aprimorando ativamente dos conhecimentos, ou seja, a alegria de conquistar o saber, de participar e aprender idéias e procedimentos que geram a motivação em aprender e continuar aprendendo, conforme confirma (BUTTS, 1997) (apud (KRULIK; REYS, 1997)): "Para mim, e suspeito que o mesmo valha para muitas outras pessoas, o verdadeiro prazer em estudar matemática é o sentimento de alegria que vem da resolução de um problema, quanto mais difícil o problema, maior a satisfação."

Por fim, a percepção da autora frente a esse trabalho foi algo bem parecido com os itens citados acima. Os alunos durante as aulas fizeram as atividades de forma mais atenta e com mais ânimo, sendo as situações-problemas preparadas e direcionadas por um assunto escolhido especialmente para a turma, explorando em certos momentos o entendimento individual e, em outros, o trabalho em grupo. Tiveram então, através das aulas e das atividades propostas, a oportunidade de construírem uma aprendizagem significativa, por um tema que vivenciam no dia a dia. É nítido a expressão feliz do aluno quando você entrega um desafio matemático e ele buscando caminhos para a solução, valida a resposta. Isso os impulsionam também para algo além da matemática, para desafios e situações da vida, que muitas vezes precisam ser resolvidas e enfrentadas.

2.3.1 Trabalhos com Resolução de Problemas

Nessa seção apresentaremos alguns trabalhos que usaram a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem.

O trabalho de (FRIEDEL, 2024), do PROFMAT da Universidade Federal de Santa Catarina, com o tema "O Ensino do conceito de Área através da Resolução de Problemas", relatou a aprendizagem sobre área de polígonos no 8º ano do ensino fundamental, no qual primeiramente pesquisaram sobre a teoria e depois relacionaram com o cálculo. Nesse trabalho também foram feitas seis sequências didáticas, sendo cinco delas com problemas geradores relacionados com o tema de área e outra sequência com uma proposição de problemas pelos estudantes. Os resultados desse trabalho apontam que o método de Resolução de Problemas desafia os alunos a sair da zona de conforto e do ensino tradicional. Mesmo ainda que os alunos sejam resistentes a esse método, é relatado mais autonomia, apresentam mais criatividades e desenvolvem o pensamento crítico.

O artigo de (BARBA; TEIXEIRA, 2018) publicado na revista Boletim online de Educação Matemática - BoEM, com o tema "Tópicos de Probabilidade através da Resolução de Problemas", tem o objetivo de apresentar uma proposta com o conteúdo de Probabilidade através da metodologia de Resolução de Poblemas. Como apresentam Onuchic e Allevato (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), esse artigo também propõe a metodologia como ponto de partida para o ensino de conceitos matemáticos, sendo destacadas algumas sugestões e ações para que atividades sejam desenvolvidas nessa perspectiva. Esse artigo traz uma proposta para ser aplicada em sala de aula, então ele apresenta uma expectativa com a aplicação da proposta. Uma das expectativas é o maior envolvimento e participação dos alunos contemplando melhor a aprendizagem e a outra é facilidade de compreender um conceito, tendo participado dele desde sua introdução.

Os dois próximos artigos foram publicados na Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - REMat. O primeiro artigo de (SANTOS; SANT'ANA; COSTA, 2021) com o tema "Resolução de problemas: Explorando suas potencialidades a partir de um projeto de intervenção envolvendo a matemática financeira", desenvolveu uma pesquisa de campo realizada por uma turma de primeiro ano do Ensino Médio, de uma escola estadual. O objetivo desse artigo foi explorar, a partir de uma experiência prática, a aplicação de Resolução de Problemas como metodologia envolvendo o conteúdo de matemática financeira. A base de referencial teórico-metodológicos foi (PÓLYA, 1995) e (ONUCHIC, 1999), e nas atividades os conteúdos principais foram direcionados para porcentagem e juros. A utilização de Resolução de Problemas como metodologia contribuiu em vários aspectos como raciocínio lógico, capacidade argumentativa, trabalho em equipe e uma mobilização mais efetiva dos conhecimentos prévios e a utilização de conteúdos já trabalhados. E o segundo artigo, de (NUNES *et al.*, 2020), com o tema "O Ensino-Aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral através da Resolução de Problemas no Curso de Engenharia Civil", investigou o uso da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na compreensão do Cálculo Diferencial e Integral, pois esse conteúdo estava sendo discutido na Educação Matemática em função das dificuldades apresentadas na aprendizagem pelos alunos de Ensino Superior. Após desenvolverem a atividade foi possível afirmar, a partir da análise de dados, que os estudantes compreenderam o significado da utilização do Cálculo e que o uso da metodologia permite que o aluno investigue, reflita e analise os problemas propostos.

Nesse artigo de (ROMANATTO, 2012), publicado na Revista Eletrônica de Educação, a metodologia através da Resolução de Problemas é apresentada como um método de ensino de aprendizagem contínua, e sem rupturas. Mas, para isso, evidencia que é necessário analisar, discutir sobre o ensino, aprendizagem, avaliação e tantos outros assuntos presentes no trabalho docente, para verificar se isso consiste na perspectiva de ensino-aprendizagem. Eles apresentam como resultado de uma aula de Matemática direcionada para resolução de problemas, as condições essenciais para potencializar o caminho metodológico e o prazer de tornar o aprendizado matemático significativo para os estudantes através de um problema explorado.

Em todos esses trabalhos citados, que foram retirados de diversas fontes, foi possível notar a importância da metodologia de Resolução de Problemas nas aulas de matemática em várias faixa etária, no ensino fundamental, ensino médio e até mesmo no ensino superior. Os alunos se sentem desafiados, saem da zona de conforto, apresentando mais autonomia, criatividade, pensamento crítico, mais envolvimento e participação nas atividades, trabalho em equipe, raciocínio lógico, utilização dos conhecimentos prévios e o aprendizado significativo por meio de um problema. A eficiência dessa metodologia nos mostra que as propostas de aulas mais dinâmicas e que saem da zona de conforto tanto dos educandos, quanto dos educadores, são válidas e desenvolvem uma aprendizagem significativa e um olhar diferenciado para problemas matemáticos e para desafios do cotidiano em geral.

CAPÍTULO

3

PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática apresentada neste trabalho consiste em seis atividades nas quais os conteúdos de porcentagem, média, moda e mediana foram abordados de uma maneira diferente. A primeira atividade é um pré-teste e a última atividade é um pós-teste com o mesmo nível de dificuldade do pré-teste, para avaliar o conhecimento dos alunos e verificar se houve melhoria depois das quatro atividades específicas sobre porcentagem e estatística. Essas atividades foram criadas com um olhar para os alunos da Escola de Jovens e Adultos (EJA) que estavam cursando o nono ano em uma escola municipal, no período noturno em Itajobi - SP.

O tema que sustentou essa proposta didática foi o valor da cesta básica e também os valores dos produtos contidos na cesta básica. A ideia de escolher esse tema foi pensando nos alunos, para que eles fossem os protagonistas das aulas, sentissem afinidade com o assunto e assim, o conteúdo estudado ficaria mais compreensível e motivador.

Esse tema foi abordado pelo motivo de estar em uma sala de aula com alunos que já trabalhavam e ajudavam nas finanças e no sustento da família. As idades dos alunos eram variadas, sendo que alguns deles estavam em busca de sua formação para a realização de sonhos pessoais, outros para a melhoria de emprego e outros, ainda adolescentes, estavam com sua idade correta para nono ano, mas trabalhavam durante o dia e estudavam na parte da noite para ajudar a família. Pensando nesse contexto, todos de alguma maneira participavam direta ou indiretamente desse tema. Em uma conversa com os alunos foi possível perceber que iam ao mercado, ou disponibilizavam um valor aos familiares para as compras nos supermercados.

Sendo assim, para a elaboração das situação-problemas foi essencial o uso do site do DIEESE, o qual foi a base de vários valores de cesta básica trabalhados nas questões. O DIEESE é um site que nos fornece uma amplitude de busca muito boa, no qual podemos fazer uma pesquisa de valores de cesta básica em anos atuais e anteriores. (DIEESE, 2022)

O *designer* das atividades propostas prevaleceu o colorido com a presença de figuras ilustrativas do assunto abordado para deixar as atividades mais descontraídas.

3.1 Pré-teste

O pré-teste foi elaborado com treze questões. Para iniciar foram quatro questões de identificação e o restante com o conteúdo que iríamos trabalhar e explorar. A escolha das questões do pré-teste foi através de livros didáticos e listas de atividades com assuntos variados, como aparecem muitas vezes, como médias escolares, idades ou até mesmo altura.

Essa foi a única atividade que não houve a contextualização com o tema escolhido, pois no pré-teste a intenção era de apresentar algumas situações-problema de como o conteúdo é evidenciado nos livros e atividades.

Portanto, após as outras atividades poderíamos discutir e perceber o quão importante é ter um tema que faz sentido para os estudantes. Pois com o tema mais próximo de sua realidade eles se colocam como protagonistas, tendo mais facilidade na aprendizagem do conteúdo. Para a realização do pré-teste os alunos se basearam na explicação dos conteúdos e nos próprios conhecimentos prévios.

A seguir, encontram-se as questões do pré-teste aplicado aos alunos do EJA.

IDENTIFICAÇÃO - PRÉ-TESTE

Nome:

Idade:

Gênero: ( ) Feminino ( ) Masculino

1. Você gosta de matemática?

( ) Sim ( ) Não ( ) Mais ou menos

2. Como você avalia as aulas de matemática até o momento?

( ) Boas ( ) Regulares ( ) Ruins

3. Você já estudou porcentagem, média aritmética, média ponderada, mediana e moda?

( ) Sim ( ) Não ( ) Não lembro

4. Você acha que é possível trabalhar esses conteúdos acima com assuntos do nosso cotidiano? Cite um exemplo.

PRÉ-TESTE

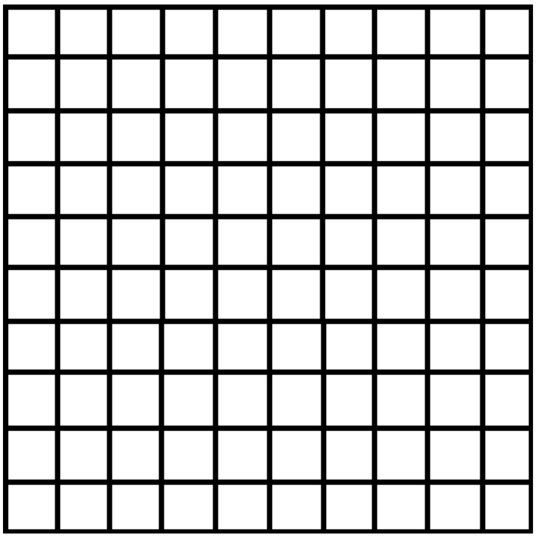
5. O número 25% é representado de qual maneira em forma fracionária?

( ) $\frac{25}{10}$ ( ) $\frac{25}{100}$ ( ) $\frac{100}{25}$ ( ) $\frac{200}{10}$

6. Quanto representa 40% de 500?

7. Como representar 15% nos quadradinhos abaixo?

Figura 3 – Quadriculado para representar 15%



Fonte: Elaborado pelo autor.

8. Larissa teve duas provas de matemática, na primeira tirou 8 e na segunda 9. Qual média Larissa teve no final do bimestre?

9. Temos os seguintes números:

$$62, 57, 59, 25, 62, 05, 14.$$

a) Qual a média aritmética desses números?

b) Qual a mediana?

c) Qual a moda?

10. Observe as idades dos idosos que estão na fila de um hospital:

$$65, 78, 91, 70, 65, 84, 63, 70, 70.$$

a) Qual a mediana?

b) Qual a moda?

c) Os valores foram iguais? Por quê?

11. Fernando é um aluno do 2º ano do ensino médio. Durante o ano escolar, suas notas por bimestre variaram. Além disso, cada uma delas tem um peso diferente. Para saber se passou de ano, Fernando precisa descobrir qual foi a sua média. Se a sua nota final for igual ou mais que 7, ele pode comemorar. Veja a seguir as notas dele por bimestre e os pesos atribuídos:

1º bimestre: 6,0 - Peso 1

2º Bimestre: 8,0 - Peso 2

3º Bimestre: 7,0 - Peso 1

4º Bimestre: 7,5 - Peso 3

Qual a média final de Fernando? Ele poderá comemorar ou não?

12. O dono de uma creche realizou um levantamento das idades de seus alunos, encontrando os seguintes anos:

$$2,2,2,3,3,5,5,6,7,8.$$

Determine a mediana dessa sequência.

13. Um produto que custava $R\$10,00$ aumentou para $R\$15,00$. Qual foi a variação percentual de aumento?

3.2 Atividade I - Porcentagem e Cesta Básica

A proposta feita aos alunos foi a leitura de um texto para apresentar o contexto, e após, uma roda de conversa para que houvesse entendimento e discussão sobre o assunto abordado, cesta básica e alimentos contidos na cesta básica.

Em seguida os alunos tiveram o “Praticando”, que é uma proposta de seis situações-problemas do conteúdo de porcentagem, mas com abordagens contextualizadas, com valores da cesta básica segundo o site do DIEESE ou então com valores de produtos que utilizamos no cotidiano e que compõem a cesta básica.

Os alunos "amaram"participar da discussão do texto, de início houve um estranhamento, pois estávamos com um texto na disciplina de Matemática, mas logo entenderam a proposta. Na dicussão concordaram que o tema que iríamos abordar juntamente com os conteúdos matemáticos nas aulas era algo da realidade de cada um. Comentaram da frequência que iam ao mercado para fazer as compras do mês ou semana, alguns sozinhos e outros acompanhava um dos familiares.

Logo abaixo temos nossa primeira atividade:

ATIVIDADE I

Nesta atividade falaremos um pouco da cesta básica como motivação da aprendizagem de porcentagem. No texto a seguir encontra-se a definição de cesta básica segundo a fonte “Banco Pan” (PAN, 2022).

“O QUE É CESTA BÁSICA?

A Cesta Básica Nacional, regulamentada pelo decreto nº 399 do governo federal, de 30 de abril de 1938, é uma lista formada por 13 produtos considerados fundamentais para a subsistência de uma pessoa durante um mês, assim como a quantidade necessária de cada item.

O decreto ocorreu na mesma época em que eram instituídos direitos trabalhistas para os brasileiros. O objetivo era atribuir o valor de uma cesta básica como um dos componentes de definição do salário mínimo.

Dessa forma, o valor do salário deveria ser suficiente para que a pessoa pudesse arcar com os custos da alimentação básica.

Além dessa listagem embasar pesquisas como a do DIEESE, o próprio governo até hoje se baseia nos valores, que variam de acordo com o custo de vida em cada região do país, para estabelecer o reajuste anual do salário-mínimo.

Essas informações também são úteis para impedir que os supermercados coloquem preços abusivos nos alimentos e estimula a concorrência."

"QUAIS ITENS COMPÕEM A CESTA BÁSICA?

Diversos itens compõem a cesta básica e a quantidade de cada ingrediente pode mudar de acordo com os hábitos alimentares das populações das cinco regiões do país: sudeste, sul, centro-oeste, norte e nordeste.

A listagem regulamentada pelo governo federal não traz, necessariamente, os mesmos itens presentes nas cestas básicas que as empresas distribuem aos funcionários.

Os treze itens da "cesta oficial" são levados mais em consideração nos cálculos de como anda a economia.

Os itens que compõem a cesta básica são os seguintes:

- Carne;
- Leite;
- Feijão;
- Arroz;
- Farinha;
- Batata;
- Tomate;
- Pão;
- Café;
- Banana;
- Açúcar;

- Óleo;
- Manteiga.

As cestas fornecidas pelas empresas e vendidas em supermercados são, geralmente, compostas por itens não perecíveis, por isso não incluem carne, verduras e frutas, embora a listagem acima considere esses alimentos como essenciais.

Há cestas básicas também que constam itens como produtos de higiene e limpeza, como sabão em pedra, creme dental, sabonete e papel higiênico."

PRATICANDO

1. Um dos itens da cesta básica é o leite, o valor dele está em torno de $R\$6,00$. Se o valor do leite aumentasse 5% até dezembro, responda:

a) Qual o valor do aumento?

b) Qual o valor do leite com esse aumento?

2. Em janeiro de 2020 o valor da cesta básica era $R\$517,50$, e até dezembro esse valor aumentou em 22%.

a) Qual foi o valor do aumento?

b) Quanto passou custar a cesta básica em dezembro?

c) Qual a diferença entre o valor de janeiro e dezembro?

3. Um dos itens da cesta básica, como o arroz, em 2020 custava em torno de $R\$12,00$, hoje, após dois anos, custa $R\$22,00$.

a) Quanto aumentou?

b) Qual a porcentagem desse aumento?

4. Ana gosta de tomar sempre seu cafezinho pela manhã, mas não conseguiu fazê-lo pois havia acabado o pacote de café e ela não havia percebido. Ana pesquisou os valores no supermercado Bom Preço e também no aplicativo do mesmo mercado. Os valores eram os mesmos, porém comprando pelo aplicativo, cinco pacotes de café de 500g ela teria um desconto de 10% e a entrega gratuita. Sendo $R\$18,00$ o valor de cada pacote de café, responda:

a) Quanto gastaria se ela comprasse na loja física do supermercado?

b) Sabendo que ela comprou pelo aplicativo, quanto ficou sua compra?

c) Quanto foi a diferença dos preços?

d) Com base nas suas respostas qual a melhor opção de compra nesse caso?

5.O feijão é um produto essencial para o lar, o pacote de dois quilos da mesma marca custa no supermercado A, $R\$10,99$ e no supermercado B, $R\$14,99$. Responda:

a) Qual a diferença de preços entre os supermercados?

b) Qual a porcentagem que representa essa diferença?

3.3 Atividade II - Média Aritmética e Média Ponderada

Nessa atividade vamos dar continuidade ao conteúdo matemático para aprimorar os conceitos de média aritmética e média ponderada. Trabalharemos com os valores dos itens da cesta básica para nos ajudar na contextualização e melhor compreensão do conteúdo estudado.

O Praticando foi desenvolvido com atividades elaboradas com o pensamento direcionado ao nono ano em que a autora do trabalho estava ministrando as aulas. Segue abaixo:

ATIVIDADE II

PRATICANDO

1. Gabriela trabalha em uma empresa e recebe todo mês um vale alimentação durante o ano todo. Ela utiliza para comprar uma cesta básica em um supermercado perto de sua casa. Observe os valores de janeiro a dezembro e ajude Gabriela a encontrar a média dos valores recebidos durante o ano de 2013:

Tabela 12 – Valores do vale alimentação de Gabriela de janeiro a dezembro de 2013

Meses	Valores
Janeiro	$R\$318,40$
Fevereiro	$R\$326,59$
Março	$R\$336,26$
Abril	$R\$344,30$
Maio	$R\$342,05$
Junho	$R\$340,46$
Julho	$R\$327,44$
Agosto	$R\$319,66$
Setembro	$R\$312,07$
Outubro	$R\$321,14$
Novembro	$R\$325,56$
Dezembro	$R\$327,24$

2. Para pagar o terceiro mês da cesta básica o patrão quis fazer a média dos dois meses anteriores. Ele fez as contas e o resultado que obteve foi de $R\$400,00$. Será que esse valor está realmente certo, sabendo que os valores dos meses anteriores foram $R\$431,66$ e $R\$421,02$. Explique por meio de cálculos.

( ) Sim, ele calculou certo. ( ) Não, ele calculou errado.

3. Érica deixa separado um valor de seu salário para fazer compras por semana de produtos da cesta básica. No mês de setembro ela gastou na 1ª semana $R\$195,00$, na 2ª semana

$R\$180,00$, na 3ª semana $R\$210,00$ e na 4ª semana $R\$167,00$. Ela gostaria de saber a média que gastou por semana, para se preparar para o próximo mês, pois sabendo quanto gastará em média na semana, ficará mais fácil para organizar suas contas mensais. Qual valor Érica precisará guardar em média para ir ao supermercado semanalmente?

4. Buscando melhorar suas finanças Paulo fez uma pesquisa nos 6 supermercados de sua cidade sobre o valor do feijão, pois era um dos itens que estava precisando comprar. Os preços encontrados por Paulo variam entre $R\$12,50$ e $R\$16,50$. Veja os resultados na tabela a seguir:

Tabela 13 – Pesquisa de preço de feijão nos supermercados da cidade.

Preços	Números de supermercado
$R\$12,50$	2
$R\$11,00$	3
$R\$16,50$	1

Qual a média ponderada de preço do valor do feijão, pesquisado por Paulo, entre os 6 supermercados?

5. Aos fins de semana, uma família tradicional brasileira costumava se reunir para o almoço do domingo e cada um fazia compras no supermercado e levava o que era de sua preferência, tanto na bebida quanto na comida. Mas todos partilhavam do que levavam e perceberam pelas notas fiscais que alguns gastavam muito e outros um pouco menos, e então decidiram fazer uma média para que fosse justo com todos. O registro foi que alguns haviam gastado por volta dos $R\$30,00$, e que outros haviam gastado por volta dos $R\$75,00$.

Observando a tabela e calcule a média, aproximadamente, de quanto cada pessoa gastava.

Tabela 14 – Valor aproximado gasto por pessoa.

Número de familiares	Preços
6	$R\$30,00$
5	$R\$75,00$

6. O preço do quilograma da batata em 4 supermercados da cidade de Itajobi está no valor de $R\$5,49$ e em 2 quitandas da mesma cidade no valor de $R\$4,99$. Qual a média do valor do quilograma da batata entre os 4 supermercados e as 2 quitandas?

3.4 Atividade III - Mediana e Moda

Na atividade III a proposta é resolver alguns exercícios contextualizados sobre valores da cesta básica ou produtos nela contidos direcionado no conteúdo de mediana e moda, envolvendo também a leitura de tabelas e gráficos para a resolução das situações-problemas.

ATIVIDADE III

PRATICANDO

1. A administração de uma empresa costuma verificar a cada seis meses o valor gasto com as cestas básicas de cada funcionário, através da mediana desses valores. Considere que essa empresa gastou em 2014 os seguintes valores com cesta básica para cada funcionário:

Tabela 15 – Valores gastos com cesta básica para cada funcionário

Funcionários	Valores cesta básica
Funcionário A	$R\$323,47$
Funcionário B	$R\$366,54$
Funcionário C	$R\$325,35$
Funcionário D	$R\$354,63$
Funcionário E	$R\$351,46$
Funcionário F	$R\$345,42$
Funcionário G	$R\$357,85$
Funcionário H	$R\$337,80$

a) Qual a mediana dos valores acima?

b) Se a média feita pelos administradores foi de $R\$345,32$, a mediana ficou acima ou abaixo desse valor?

2. Em um supermercado a gerente fez uma anotação durante cinco meses no ano de 2018 dos valores aproximados da cesta básica, para encaminhar à uma empregada doméstica que gostaria de conferir seu salário e mais a cesta básica que recebia, pois, sua patroa pretendia se basear na mediana desses valores para o pagamento da cesta básica nos próximos cinco meses. Observe a tabela de preços que ela recebeu e responda:

Tabela 16 – Valores cesta básica de uma empregada doméstica em 2018

Meses	Valores cesta básica
Maio	$R\$441,00$
Junho	$R\$452,00$
Julho	$R\$437,00$
Agosto	$R\$432,00$
Setembro	$R\$432,00$

a) Qual o valor a empregada doméstica receberá para a cesta básica nos próximos cinco meses?

b) Qual a moda?

3. Uma pesquisa feita por uma mulher do lar de um dos produtos mais utilizados da cesta básica, que é o arroz, obteve vários valores de marcas variadas. Então ela decidiu anotar os

preços e verificar a mediana e a moda para que pudesse comprar um produto de qualidade e que não fosse tão caro, para caber em seu orçamento. Veja as anotações e responda:

Tabela 17 – Preços de marcas variadas de arroz

Marcas	Valores
Marca A	$R\$18,00$
Marca B	$R\$15,00$
Marca C	$R\$17,75$
Marca D	$R\$19,50$
Marca E	$R\$17,00$
Marca F	$R\$16,50$
Marca G	$R\$21,00$
Marca H	$R\$18,00$
Marca I	$R\$20,50$

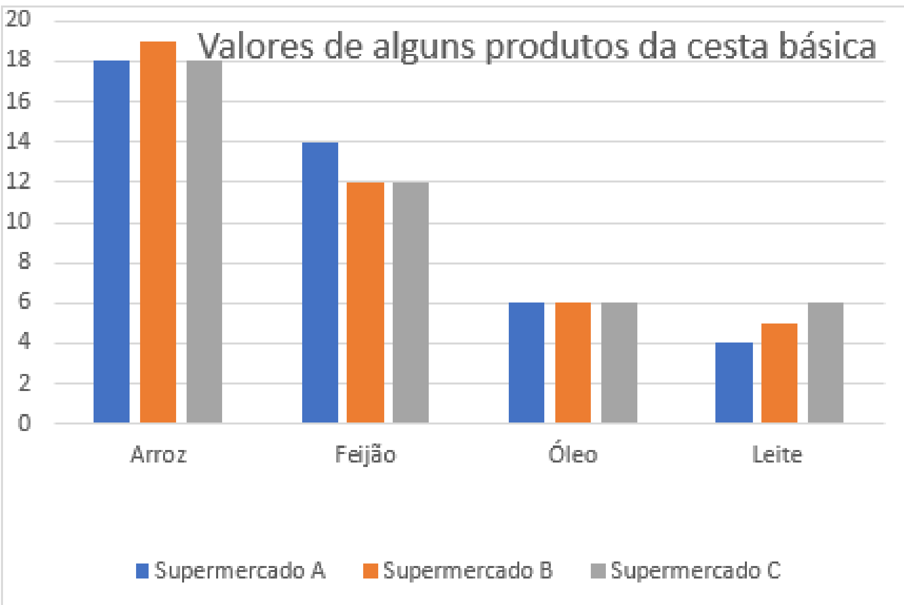
a) Qual a mediana?

b) Qual a moda?

c) Os valores foram iguais? Se sim, por quê?

4. Em uma pesquisa no município de Itajobi, foram registrados em um gráfico o valor de quatro itens contidos na cesta básica, sendo eles: arroz, feijão, óleo e leite. A pesquisa foi feita em três supermercados mais frequentados da cidade. Observe e realize os cálculos que uma dona de casa precisa para saber qual a melhor opção de supermercado para a compra desses itens.

Figura 4 – Valores de alguns produtos da cesta básica



Fonte: Elaborado pelo autor.

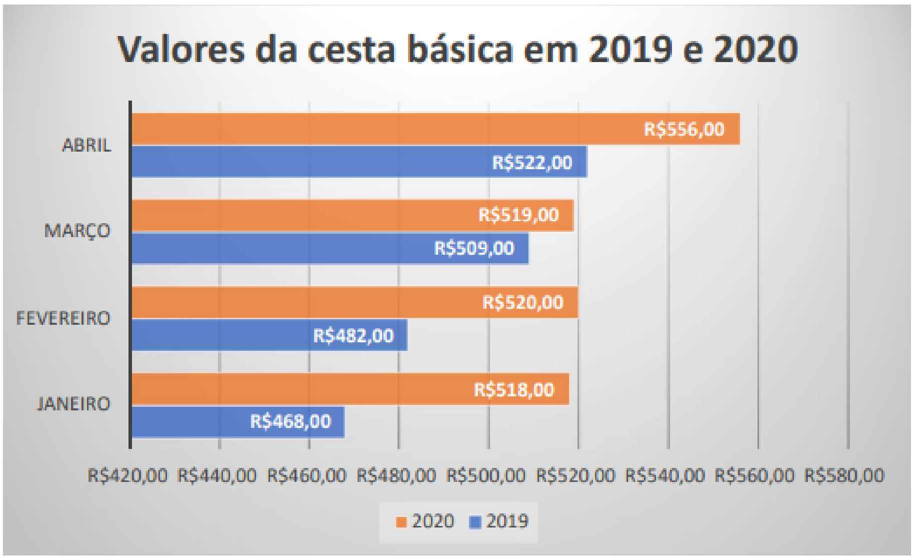
a) Qual a mediana de cada produto?

b) Qual a moda de cada produto?

c) Qual a melhor opção para a compra desses itens, sabendo que ela poderá escolher apenas um supermercado?

5. Ao iniciar o ano uma empresa calcula a mediana dos quatro primeiros meses dos valores da cesta básica para repassar para seus funcionários durante doze meses. Caso tivesse algum valor repetido nesses quatro meses, a moda, ele era repassado em dezembro junto com o 13º salário. No gráfico é apresentado um valor aproximado da cesta básica sugerido pelo DIEESE dos quatro primeiros meses de 2019 e 2020. Sendo assim, observe o gráfico e responda:

Figura 5 – Valores da cesta básica em 2019 e 2020



Fonte: Elaborado pelo autor.

a) Qual o valor que os funcionários receberam de maio de 2019 até abril de 2020?

b) Qual o valor que os funcionários receberam de maio de 2020 até abril de 2021?

c) Os funcionários receberam algum valor de cesta básica junto com o 13º salário? Explique sua resposta.

3.5 Atividade IV - Pesquisa

Nessa atividade o intuito foi revisar os conceitos estudados com exercícios relacionados aos alunos, juntamente com uma pesquisa. A pesquisa foi feita pelos próprios alunos. Eles trouxeram valores de alguns itens selecionados da cesta básica de três supermercados diferentes da cidade de Itajobi-SP.

A Tabela 18 foi entregue para os alunos, para a realização da coleta de valores.

Tabela 18 – Pesquisa nos supermercados.

Produtos	Supermercado A	Supermercado B	Supermercado C
Arroz 1 – Anceli 5kg			
Arroz 2 – Castelão 5kg			
Feijão 1 – Botelho 2kg			
Feijão 2 – Terra Nova 2kg			
Leite 1 – Líder			
Leite 2 – Elegê			
Óleo 1 – Coamo			
Óleo 2 – Vitalie			
Café 1 – Xororó			
Café 2 – Três corações			
Açúcar 1 – Santa Isabel 5kg			
Açúcar 2 – Colombo 5kg			

PRATICANDO

1. Observando a pesquisa dos valores de produtos da cesta básica, Kauã gostaria de saber o valor médio dos preços do arroz desses supermercados. Para isso fez o cálculo da média aritmética. Qual valor médio do arroz nos supermercados pesquisados?

Arroz 1: Anceli-

Arroz 2: Castelão-

2. Jucélio verificou a pesquisa sobre os valores de produtos contidos na cesta básica, feita por ele e seus colegas e observou que o valor do leite era comum em alguns supermercados. Como era esse item que estava precisando comprar, pôde escolher o supermercado de sua preferência. Qual o nome do conceito que estudamos, sobre valores mais frequentes? Qual é esse valor neste caso?

3. A mãe de Ednei sempre olha os panfletos dos supermercados da cidade para fazer suas compras. Essa semana ele havia entregado a ela a pesquisa feita por seus amigos que continha alguns itens da cesta básica que lhe interessava. Ela gosta sempre de verificar os valores centrais dos produtos para decidir por qual optar, por valores mais baratos, mais caros ou mesmo o central, dependendo do seu orçamento semanal. Para isso ela fez a mediana do produto que estava interessada, que era o óleo. Qual o resultado mediano ela obteve?

Óleo 1: Coamo –

Óleo 2: Vitalie –

4. Adriana precisa fazer a compra da semana de alguns produtos contidos na cesta básica. Ela irá comprar arroz, café, açúcar, feijão, óleo e leite. Observando os preços que foram coletados esses dias por Adriana e seus colegas de sala, se ela precisasse ir às compras em apenas um dos supermercados, qual seria a melhor opção para suas compras da semana?

5. Célia verificou na pesquisa dos supermercados, os valores do feijão Terra Nova e observou que no supermercado A o valor era (R\$$) e no supermercado B (R\$$). Antes de fazer sua compra entrou nos aplicativos dos supermercados para saber se encontraria algum desconto comprando por lá. Os valores eram os mesmos que na pesquisa, porém no supermercado B, que o produto era mais caro, sairia com 5% de desconto comprando pelo aplicativo. Qual opção sairia mais barato para a compra de Célia, indo ao supermercado A e fazendo sua compra ou comprando pelo aplicativo do supermercado B?

3.6 Pós-Teste

O pós-teste também foi elaborado com treze questões, como o pré-teste. De início foram quatro questões de identificação e o restante das questões foi sobre o conteúdo estudado.

Na elaboração das questões foi prezado o nível do pré-teste para que pudéssemos comparar e analisar o desenvolvimento e as dificuldades.

Os alunos fizeram o pós-teste como uma avaliação durante o bimestre.

IDENTIFICAÇÃO - PÓS-TESTE

Nome:

Idade:

Gênero: ( ) Feminino ( ) Masculino

1. Você gostou da sequência didática contextualizada com a cesta básica?

( ) Sim ( ) Não ( ) Mais ou menos

2. Aulas de matemática contextualizadas te ajudaram a entender com mais facilidade o conteúdo?

( ) Sim ( ) Não ( ) Mais ou menos

3. Você recomendaria essa sequência didática mais contextualizada?

( ) Sim ( ) Não ( ) Talvez

4. A sequência te ajudou a compreender melhor os conceitos de estatística e porcentagem? Como?

PÓS-TESTE

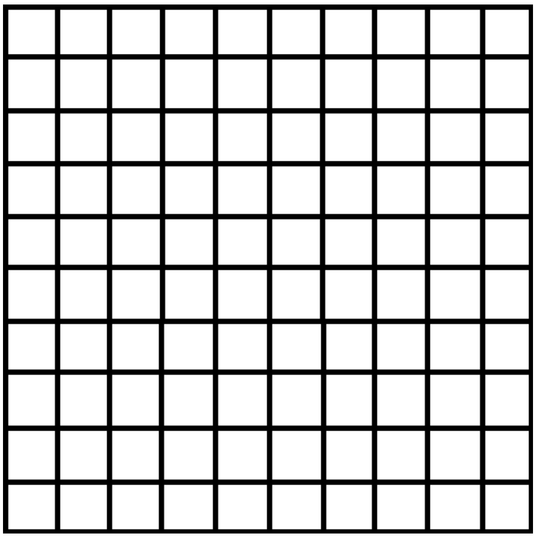
5. Tenho 100 produtos ao todo, se eu vender 15 desses produtos, isso representa 15%, como podemos representar essa porcentagem em forma fracionária?

( ) $\frac{15}{10}$ ( ) $\frac{100}{100}$ ( ) $\frac{15}{100}$ ( ) $\frac{200}{15}$

6. Em janeiro de 2020, o valor da cesta básica no estado de São Paulo estava em torno de $R\$517,51$ de acordo com o DIEESE. Se esse valor aumentasse em 20%, qual seria o aumento?

7. Como representar 25%, sabendo que o desenho abaixo é um bolo dividido em 100 pedaços?

Figura 6 – Quadriculado para representar 25%



Fonte: Elaborado pelo autor.

8. Mariana comparou os preços dos valores de duas cestas básicas no ano de 2020 e fez uma média aritmética entre os dois valores, junho $R\$547,03$ e julho $R\$524,74$. Qual média ela obteve?

9. Observando os valores das cestas básicas dos últimos sete meses do ano de 2020, temos:

Tabela 19 – Valores das cestas básicas dos últimos sete meses do ano de 2020

Meses	Valores
Junho	$R\$547,03$
Julho	$R\$524,74$
Agosto	$R\$539,95$
Setembro	$R\$563,35$
Outubro	$R\$595,87$
Novembro	$R\$629,18$
Dezembro	$R\$631,46$

a) Qual a média aritmética desses números?

b) Qual a mediana?

c) Qual a moda?

10. Higor observou alguns meses os valores das cestas básicas no DIEESE e fez o arredondamento para o inteiro mais próximo, veja:

Tabela 20 – Valores arredondados das cestas básicas

Valores
$R\$439,00$
$R\$437,00$
$R\$438,00$
$R\$435,00$
$R\$441,00$
$R\$452,00$
$R\$438,00$

a) Qual a mediana?

b) Qual a moda?

c) Os valores foram iguais? Por quê?

11. Uma empresa doou 8 cestas básicas no mês de janeiro deste ano, por $R\$713,86$ cada cesta. E no mês de fevereiro fez uma doação de 5 cestas por $R\$715,65$. Qual o valor médio gasto com essas doações nos dois meses?

12. De janeiro a agosto de 2022 o site DIEESE foi consultado e os valores foram arredondados para o inteiro mais próximo, observe seguinte tabela:

Tabela 21 – Valores arredondados de janeiro a agosto de 2022

Meses	Valores
Janeiro/2022	$R\$714,00$
Fevereiro/2022	$R\$715,00$
Março/2022	$R\$761,00$
Abril/2022	$R\$804,00$
Maio/2022	$R\$778,00$
Junho/2022	$R\$777,00$
Julho/2022	$R\$760,00$
Agosto/2022	$R\$750,00$

Determine a mediana dos valores dessa tabela.

13. A batata é um dos itens da cesta básica. O quilo dela custava em torno de $R\$3,44$, em junho de 2021 e aumentou para $R\$6,81$, em junho de 2022.

a) Quanto aumentou?

b) Qual foi a variação percentual de aumento?

CAPÍTULO

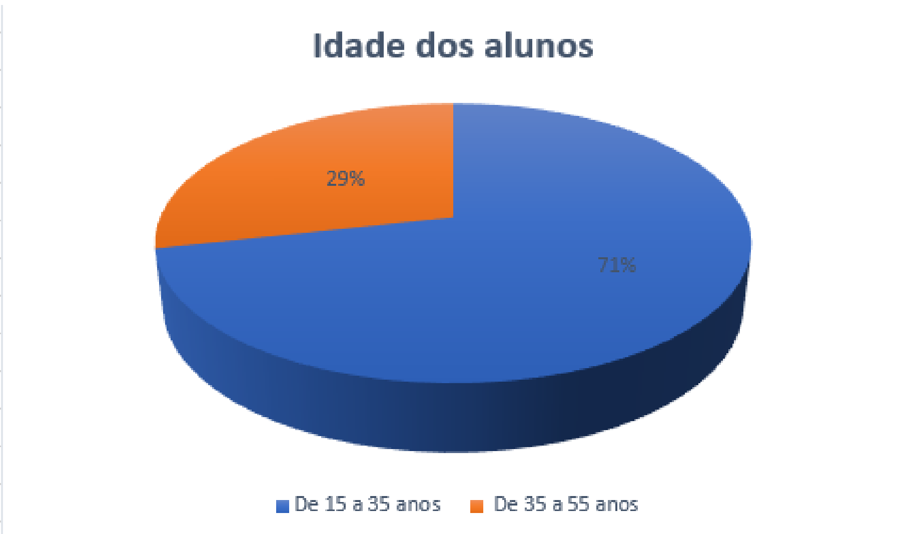
4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa seção apresentaremos os resultados e discussões do pré-teste, das atividades propostas e do pós-teste. Foi comunicado aos alunos, logo no início, que as atividades não valeriam nota, tendo que responder e resolver uma atividade inicial (pré-teste), durante as aulas de matemática seriam trabalhadas atividades contemplando alguns assuntos de estatística básica e também uma atividade final (pós-teste).

Na sala do EJA, onde foram desenvolvidas as atividades, havia um número pequeno de alunos, de várias faixas etárias, como verificamos abaixo na Figura 7. Os alunos tinham idades bem variadas de 15 até mais ou menos 55 anos de idade, são idades distantes uma das outras, mas se prestarmos atenção, temos que a maioria dos alunos buscam o estudo noturno pelo fato do trabalho diurno, prevalecendo sempre, independente da idade, a importância dos estudos e a esperança de uma melhoria pessoal.

Figura 7 – Idade dos alunos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

É válido notar na Figura 7 que os estudantes de menor idade são os predominantes na sala de aula do EJA no 2º semestre de 2022 na escola municipal de Itajobi/SP, onde foi desenvolvido esse trabalho e aplicada a sequência didática proposta aqui. Nem se quer por esse motivo os alunos mais velhos, que estavam voltando aos estudos, foram excluídos das aulas e das participações, pelo contrário eles também gostavam de participar nas correções de atividade na lousa, se divertiam muito e davam conselhos, quando havia discussões sobre as atividades e assuntos abertos da sociedade. Essa interação entre as idades foi importante para os estudantes e até mesmo para a autora desse trabalho, sendo mais nova que alguns alunos. Foi nítido ver a evolução de pensamentos e condutas durante esse período trabalhado.

Foram 4 alunos que participaram de início do pré-teste, dos 4 alunos, todos permaneceram até o final, participando completamente da sequência preparada, serão identificados como: A1, A2, A3 e A4. Porém na participação do pós-teste houve um aumento dos estudantes, foram 7 alunos participantes. Foi considerado para criação e discussão desse capítulo, na maioria das vezes, as atividades dos 4 alunos citados acima que participaram do ínicio ao fim das aulas e das atividades. Porém, haverá momentos que também citaremos as atividades e colaborações dos outros alunos, como na Figura 7, foi contabilizado a porcentagem da idade dos 7 alunos, estão todos os que participaram pelo menos de alguma atividade. Como era uma sala de EJA, as idades eram variadas.

Há uma oscilação muito grande nas matrículas dos alunos, ora um entra, ora outro sai, e nesse tempo as atividades precisavam ter continuidade. Podemos observar que há um número pequeno de alunos participantes, pois a oscilação foi grande nesse período, levando em consideração também a volta às aulas nas escola após uma grande pandemia em nosso país, na qual a internet ganhou muita força.

Como citado acima, há mais alunos que participaram do pós-teste, do que alunos que participaram do pré-teste. O motivo foi que alguns alunos entraram após a aplicação do pré-teste, e estávamos em andamento com as atividades, consequentemente esses alunos que entraram em atraso, apenas realizaram as atividades e o pós teste, deixando de se identificar e expor seus conhecimentos prévios no pré-teste. Ainda, alguns alunos iniciaram o EJA, e no decorrer do período letivo deixaram de frequentar as aulas, não concluindo as atividades propostas. Portanto, como já comentado foram quatro alunos que estavam desde o início até o final de todas as atividades propostas, e através das atividades deles que poderemos observar os resultados.

É importante ressaltar que os alunos voltaram a estudar há pouco tempo, tendo dificuldades, receio e uma grande insegurança de responderem algo sozinhos. E para que isso fosse uma coisa natural nas aulas de matemática, a tentativa era de elaborar uma dinâmica de aula diferenciada, na qual mesmo que eles se ocultassem em determinados momentos, se sobressaiam em outros. A intenção da aula diferenciada foi para que os alunos fossem os protagonistas, se expressando da maneira que se sentiam bem e à vontade, seguindo a orientação das atividades sempre que necessário.

4.1 Questionário pré-teste

O questionário de pré-teste foi composto por treze questões divididas em duas seções: I - Identificação, formada por quatro questões, e II - Atividades do pré-teste, a partir da quinta questão.

O objetivo da aplicação do questionário foi investigar o conhecimento prévio dos alunos sobre porcetagem, quais as dificuldades, como se expressam por meio das resoluções, situação-problema e como se identificam com o estudo da Matemática. A partir do pré-teste de cada aluno foi possível elaborar as sequências didáticas reforçando as maiores dificuldades e relembrando conteúdo já estudado, mas pouco sistematizado. Nesta atividade não houve interferência e orientação, com a intenção que os alunos lessem, interpretassem e resolvessem aquilo que sabiam cada um da sua maneira.

No questionário investigativo, nas quatro primeiras questões é possível notar que os alunos se identificam bem com a matemática, mas há uma certa insegurança. Tendo apenas um aluno que colocou que gosta mais ou menos da disciplina.

Na questão 5 os alunos precisavam assinalar como se representava porcentagem em fração, não houve dúvidas e dificuldades; na questão 6 tinham que calcular a porcentagem de um número, alguns alunos dividiram pelo número de baixo e multiplicaram pelo de cima e outros ainda utilizaram multiplicação de fração; na questão 7 os alunos tinham que representar a porcentagem em um quadriculado 10 x 10.

Média foi o assunto da questão 8. A maior dificuldade dos alunos era de dividir um número ímpar por dois. Sabiam a metade no cálculo mental, mas não sabiam deixar registrado a resolução. Os alunos queriam de todas as maneiras utilizar a calculadora, porém no pré-teste não foi possível utilizar, conforme foram avisados previamente.

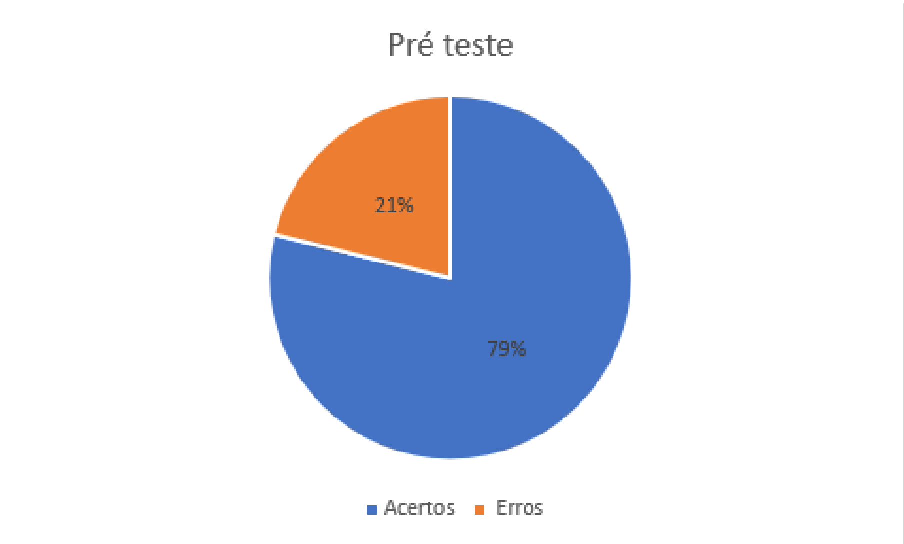
Nas questões 9, 10 e 12, foi trabalhado média, moda e mediana, respectivamente. Os alunos não se lembravam de como era encontrada a mediana, que era preciso colocar em ordem crescente ou decrescente. A questão 11 era sobre média ponderada e mais uma vez a dificuldade dos alunos foi na divisão no final da resolução.

A questão 13 investigou variação percentual, com a pergunta: "Qual foi a porcentagem de aumento?". Aqui também houve dificuldade. Nesta questão dois alunos acertaram completamente, um aluno errou o resultado final, no momento em que foi transformar número decimal para porcentagem e um aluno deixou em branco, sem nenhuma tentativa de resolução.

No pré-teste, o aluno A3 deixou as questões 12 e 13 em branco, sem resolução nenhuma. Na questão 12, sequência de números para encontrar a mediana era um número par, sendo então que para a resolução era preciso ver a média entre os dois números do meio da sequência ordenada em ordem crescente ou decrescente. Esse aluno já havia feito uma questão sobre mediana, porém a sequência era um número ímpar.

Na Figura 8 a seguir, podemos observar a porcentagem de erros e acertos no pré-teste. Os alunos se esforçaram para resolver essa atividade, registrando e resolvendo por meio de conhecimentos prévios, fazendo com que a porcentagem de acertos fosse mais alta do que a porcentagem de erros.

Figura 8 – Porcentagem de erros e acertos no pré-teste.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2 Atividades I, II, III e IV

Todas as atividades foram elaboradas pela própria autora do trabalho e nessas atividades os alunos aprenderam também a manusear a calculadora, como calcular as operações básicas e porcentagem, pois teríamos algumas situações-problemas que envolveriam vários números com reais e centavos. Logo, isso facilitaria e ajudaria nas nossas aulas, mas o cálculo deveria estar registrado na atividade, exatamente como foi pensado.

Houve uma interação muito legal quando a calculadora foi apresentada como o instrumento de auxílio em alguns momentos. A calculadora não foi utilizada em todas as aulas, pois gostaria de saber como os alunos estavam nas operações básicas no papel também, mas a calculadora nos auxiliou em várias atividades.

Os alunos não sabiam fazer o cálculo de porcentagem na calculadora e a maneira didática usada para a explicação foi criando situações-problemas de lojas, compras, descontos e aumentos nos preços, fazendo com que eles percebessem a importância de aprender a calcular a porcentagem, até mesmo para não ser "passado para trás"em alguma compra, e como ela está diariamente em nossos dias.

Alguns alunos não participaram de todas as atividades da sequência didática, porém participaram da maioria e durante a discussão das atividades em que eles participaram, eles poderão ser citados e identificados como alunos A5, A6 e A7.

4.2.1 Análise da Atividade I

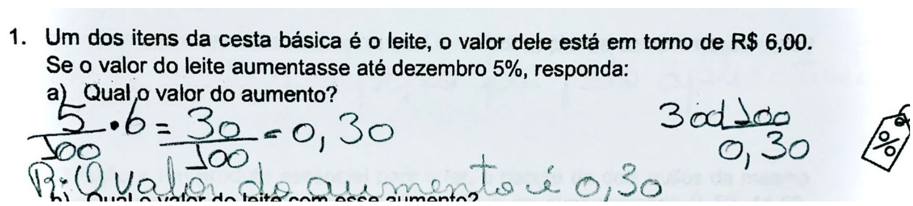
Inicialmente houve uma discussão sobre o tema que iríamos trabalhar durante o período escolar, envolvendo atividades variadas e conteúdos matemáticos abordando cesta básica e os itens que a compõem. As atividades foram elaboradas perto do período da pandemia, no qual os valores estavam altos. Geralmente as aulas de matemática eram seguidas, onde conseguíamos dar continuadade e prosseguir com o trabalho de uma forma mais tranquila.

Na discussão, os alunos participaram e compartilharam suas histórias e experiências de vida sobre o assunto. Um dos alunos quis saber como iríamos trabalhar esse assunto na matemática e nos conteúdos que eles precisavam aprender. Com isso nossa introdução foi feita, desmistificando que a matemática é algo fragmentado da vida real e colocando significado na disciplina e nos conteúdos a serem estudados.

Como já citado, foi proposto que os alunos fizessem as contas nas atividades e após poderiam utilizar a calculadora para verificação dos cálculos.

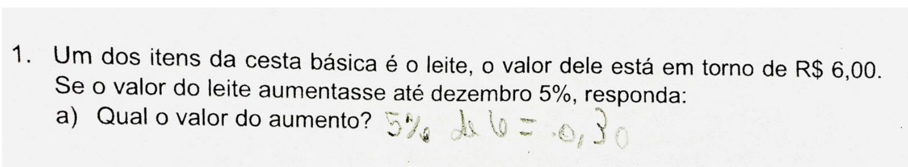
Podemos ver que o aluno A1, na Figura 9, fez todo o passo a passo de como chegou no resultado e o aluno A4, na Figura 10, apenas anotou o valor da porcentagem, fazendo o cálculo todo na calculadora. Nesse caso, podemos verificar que os dois alunos acertaram, porém o A1, quando registrou a resolução do exercício, pode ter tido a fixação de como resolver o aumento de porcentagem de forma mais completa. Isso ocorreu durante toda a atividade I dos dois alunos, o A1 sempre registrando todos os cálculos e deixando anotado até mesmo as operações básicas e o A4 apenas registrando os resultados. Notemos ainda, que no exercício 1, na Figura 9, o A1 relacionou a porcentagem como uma fração e faz o cálculo, uma observação feita foi que nenhum dos alunos relacionou a porcentagem direto como um número decimal, na maioria dos casos escreveram a porcentagem como uma fração.

Figura 9 – Questão 1 - Aluno A1


1. Um dos itens da cesta básica é o leite, o valor dele está em torno de R$ 6,00.
Se o valor do leite aumentasse até dezembro 5%, responda:
a) Qual o valor do aumento?
$\frac{5}{100} \cdot 6 = \frac{30}{100} = 0,30$
300 ÷ 100 = 0,30
R: O valor do aumento é 0,30

Fonte: Dados da pesquisa.

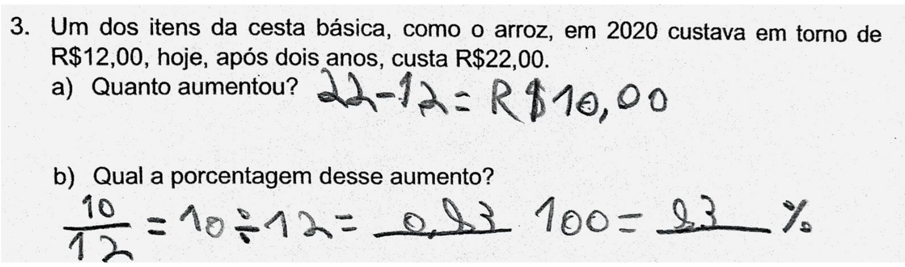
Figura 10 – Questão 1 - Aluno A4


1. Um dos itens da cesta básica é o leite, o valor dele está em torno de R$ 6,00.
Se o valor do leite aumentasse até dezembro 5%, responda:
a) Qual o valor do aumento? 5% de 6 = 0,30

Fonte: Dados da pesquisa.

Como podemos ver na Figura 11 abaixo, no exercício 3 b), o aluno A4 relaciona razão para encontrar o aumento percentual. Resultou em 10, que é o valor de aumento dos produtos, está para 12, que é o valor inicial, antes do aumento. Encontrou o número decimal e depois multiplicou por 100 para obter o resultado em porcentagem, que era o que se pedia no exercício.

Figura 11 – Questão 3 - Aluno A4

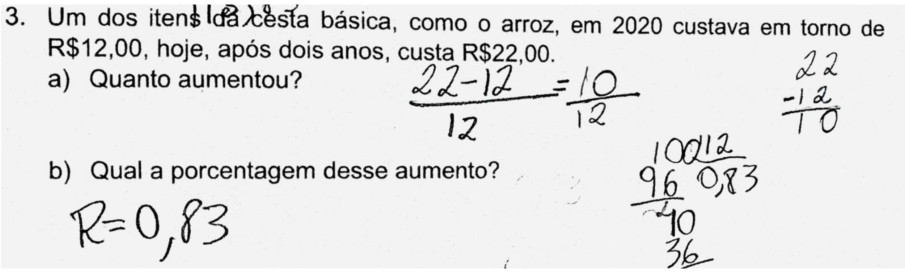


3. Um dos itens da cesta básica, como o arroz, em 2020 custava em torno de R$12,00, hoje, após dois anos, custa R$22,00.
   a) Quanto aumentou? 22-12 = R$10,00
   b) Qual a porcentagem desse aumento?
   10/12 = 10÷12 = 0,83 100 = 83 %

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Figura 12 é possível observar que A2, no exercício 3 a), não deu uma resposta exata, sendo que era pedido o valor do aumento do produto citado, em reais, podendo ser calculado por uma subtração, ou seja, o valor final menos o valor inicial. Há registro da subtração, mas ele não deixou respondido, apenas contas soltas no exercício. E na mesma questão, mas no item b), fez pela fórmula de percentual de aumento, porém não conseguiu relacionar que o número decimal obtido no resultado, se multiplicasse por 100, forneceria o resultado em porcentagem e então apenas deixou em número decimal.

Figura 12 – Questão 3 - Aluno A2



3. Um dos itens da cesta básica, como o arroz, em 2020 custava em torno de R$12,00, hoje, após dois anos, custa R$22,00.
   a) Quanto aumentou? (22-12)/12 = 10/12 22 -12 10
   b) Qual a porcentagem desse aumento? 100|12 96 0,83 40 36
   R=0,83

Fonte: Dados da pesquisa.

Podemos notar com nitidez a dificuldade dos alunos de associar que os números podem se escritos de outras maneiras, por exemplo, um mesmo número em porcentagem pode ser escrito em forma fracionária ou decimal. Como diz sobre os números racionais: todo número racional pode ser escrito na forma de fração. Muitas vezes, nós como docentes não batemos muito nessa tecla, somente explicamos sobre os conjuntos e seguimos, mas é de grande importância os estudantes saberem que fração é número e que podemos escrever qualquer número racional em forma fracionária.

Em geral, os alunos desenvolveram a Atividade I muito bem. Como podemos notar na Figura 13, a porcentagem de acertos dessa atividade, foi maior do que a de erros. Os alunos apresentaram dificuldade em relação ao exercício 1, item a) e b) e também em relação ao exercício 3, item a).

Figura 13 – Porcentagem de erros e acertos na Atividade I.

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.2 Análise da Atividade II

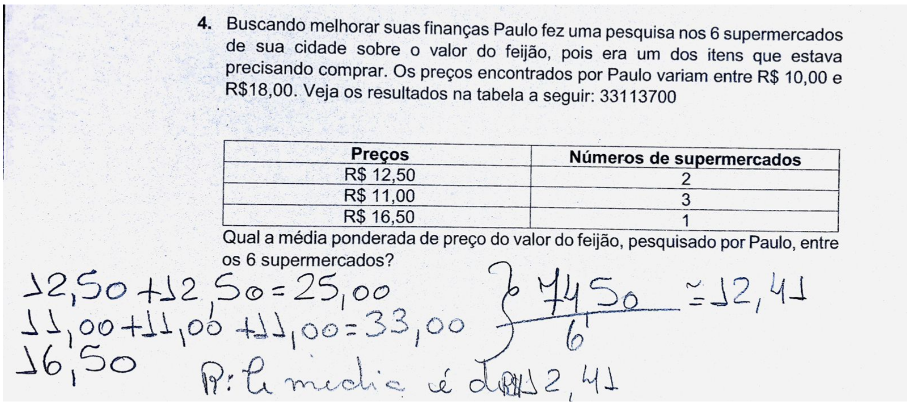
Nessa atividade o uso da calculadora foi constante, pois em todas as questões, era citado números altos e algumas delas, contas não exatas. O conteúdo que prevaleceu nessa atividade foi média aritmética e média ponderada.

Os alunos que participaram dessa atividade, que não foram todos, em geral, utilizaram a fórmula para cálcular a média aritmética, somando todos os números e dividindo pela quantidade de valores somados. Os arredondamentos foram sempre feitos para duas casas decimais, pois como eram preços de produtos, as duas casas decimais foram relacionadas com os centavos. Nas três últimas questões, direcionadas para média ponderada, o interessante do aluno A1, foi que não utilizou fórumla, isso é o que parece quando olhamos na resolução. Os exercícios parecem ser resolvidos lembrando de média aritmética, mas sendo calculado pela lógica, utilizando a tabela que traz informações importantes para a resolução.

Concluindo essa discussão da Atividade II, podemos notar que somente na questão 5, Figura 15, o aluno A1 utilizou a multiplicação para resolver os valores repetidos. Nas outras duas questões 4 e 6, Figura 14 e Figura 16, o aluno preferiu utilizar a adição do que a multiplicação, mesmo sendo mais extenso. Esse pensamento de que a adição é mais fácil que a multiplicação ainda se estende em vários alunos e anos, pois tentam fugir das tabuadas, ou muitos ainda não veem a soma de parcelas iguais como uma multiplicação.

A apresentação da tabuada, não deve ser somente como algo a ser decorado, sem nenhum entendimento, mas deve ser apresentado como algo que faz sentido, de modo que os alunos

Figura 14 – Questão 4 - Aluno A1



4. Buscando melhorar suas finanças Paulo fez uma pesquisa nos 6 supermercados de sua cidade sobre o valor do feijão, pois era um dos itens que estava precisando comprar. Os preços encontrados por Paulo variam entre R$ 10,00 e R$18,00. Veja os resultados na tabela a seguir: 33113700

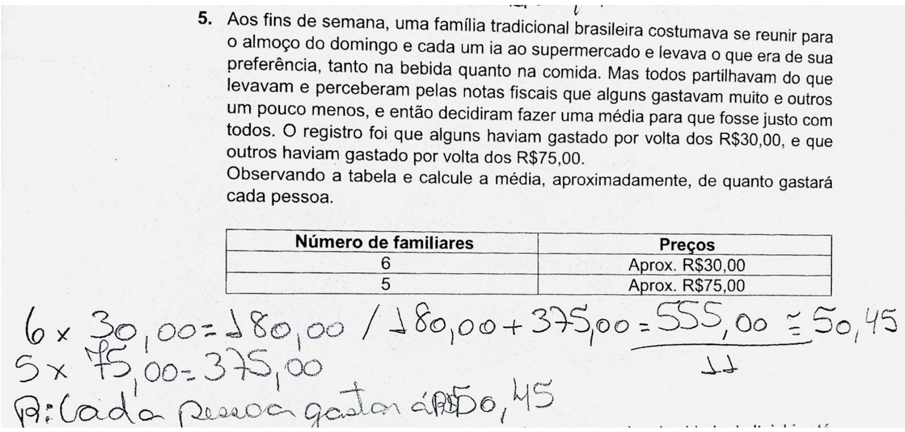
Preços	Números de supermercados
R$ 12,50	2
R$ 11,00	3
R$ 16,50	1

Qual a média ponderada de preço do valor do feijão, pesquisado por Paulo, entre os 6 supermercados?

12,50 + 12,50 = 25,00
11,00 + 11,00 + 11,00 = 33,00
16,50
74,50 / 6 ≅ 12,41
R: A média é de 12,41

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 15 – Questão 5 - Aluno A1



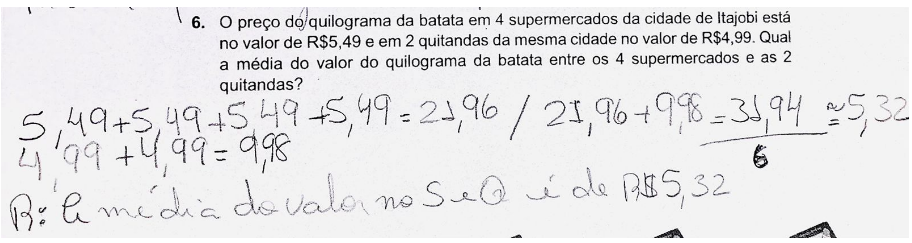
5. Aos fins de semana, uma família tradicional brasileira costumava se reunir para o almoço do domingo e cada um ia ao supermercado e levava o que era de sua preferência, tanto na bebida quanto na comida. Mas todos partilhavam do que levavam e perceberam pelas notas fiscais que alguns gastavam muito e outros um pouco menos, e então decidiram fazer uma média para que fosse justo com todos. O registro foi que alguns haviam gastado por volta dos R$30,00, e que outros haviam gastado por volta dos R$75,00.
Observando a tabela e calcule a média, aproximadamente, de quanto gastará cada pessoa.

Número de familiares	Preços
6	Aprox. R$30,00
5	Aprox. R$75,00

6 x 30,00 = 180,00 / 180,00 + 375,00 = 555,00 / 11 ≅ 50,45
5 x 75,00 = 375,00
R: Cada pessoa gastou R$50,45

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 16 – Questão 6 - Aluno 1



6. O preço do quilograma da batata em 4 supermercados da cidade de Itajobi está no valor de R$5,49 e em 2 quitandas da mesma cidade no valor de R$4,99. Qual a média do valor do quilograma da batata entre os 4 supermercados e as 2 quitandas?

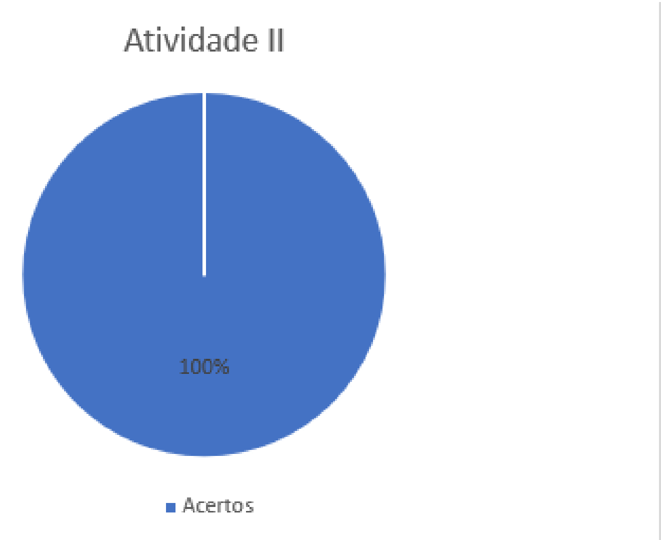
5,49 + 5,49 + 5,49 + 5,49 = 21,96 / 21,96 + 9,98 = 31,94 / 6 ≅ 5,32
4,99 + 4,99 = 9,98
R: A média do valor no S e Q é de R$5,32

Fonte: Dados da pesquisa.

consigam calcular mesmo quando esquecem a contagem ou tabuada daquele número. Quando apresentamos a multiplicação, ou seja, a tabuada como soma de parcelas iguais isso faz sentido e conseguem relacionar as duas operações de uma maneira mais significativa, já que conhecem a adição. Encaram isso sem nenhuma surpresa ou susto, pois não precisam decorar, mas sabem resolver quando necessário. Por exemplo, 3 x 5, se lermos com calma conseguimos perceber que temos que somar 3 vezes o número 5, já que a multiplicação pode ser escrita como soma de parcelas iguais, sendo 5 + 5 + 5. Logo, se sabemos essa soma de parcela iguais, também sabemos o valor da multiplicação, que resulta em 15.

Na Figura 17 encontramos a porcentagem de acertos e erros na Atividade II. Essa atividade teve uma baixa participação dos alunos, mas com 100% de acertos dos que participaram. Foi uma atividade na qual demonstraram bastante interesse e entendimento.

Figura 17 – Porcentagem de erros e acertos na Atividade II.



Fonte: Elaborado pelo autor.

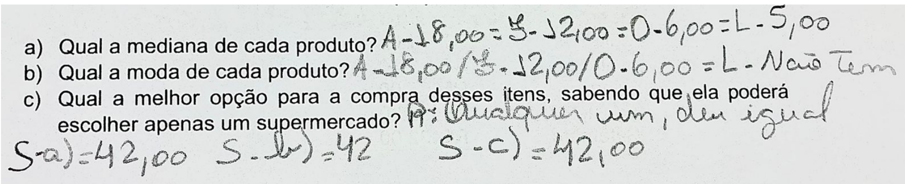
4.2.3 Análise da Atividade III

Na atividade III, o assunto proposto foi mediana e moda, conteúdos não tão temidos pelos alunos. Percebe-se que eles conseguem um entendimento mais fácil e realizaram as atividades com mais liberdade. Porém, nessa atividade também foram acrescentadas as informações em tabelas e gráficos. Assim, para que os alunos pudessem resolver as situações-problemas precisariam fazer a leitura de tabelas ou gráficos corretamente. Os gráficos colocados na atividade foram gráfico de barras ou de colunas. Os alunos fizeram a interpretação e leitura dos gráficos e das tabelas com facilidade, utilizando as informações necessárias e corretas para a resolução dos exercícios propostos.

Nos dois últimos exercícios dessa atividade havia a análise de um gráfico e três itens para resolução, itens a, b e c. No item a o cálculo de mediana, no item b o cálculo da moda e no item c uma pergunta para a conclusão da questão, voltada para que pudessem relacionar a resposta com o conceito de moda. Os alunos responderam o item c, porém alguns com cálculos errados, então não chegariam a essa comparação que gostaria, e outros, que acertaram a resolução, entretanto, também não associaram essa pergunta com o conceito estudado, consequentemente a resposta também não foi associada. Poderiam ter feito o cálculo necessário para o que se pedia e após, relacionar, mas isso não aconteceu com nenhum dos alunos que fizeram a atividade.

Na questão 4, no item c, era necessário escolher um supermercado que ao fazer os cálculos, seria a melhor opção de compra, ou seja, onde economizariam mais. Lembrando que tinham que escolher apenas um supermercado para fazer a compra e adquirir todos os produtos que o gráfico apresentava. Sendo assim, no momento do cálculo o resultado nas três opcões de supermercado A, B e C, deveria ser 42 reais e então concluiriam que poderiam escolher qualquer um já que os valores eram iguais. Tivemos sim, alunos com essa conclusão, que não está errada, aliás era o que perguntava, mas não foram além, não relacionaram que os valores dos resultados eram iguais, se repetiam e poderiam associar a moda, veja na Figura 18.

Figura 18 – Questão 4 - Aluno A1

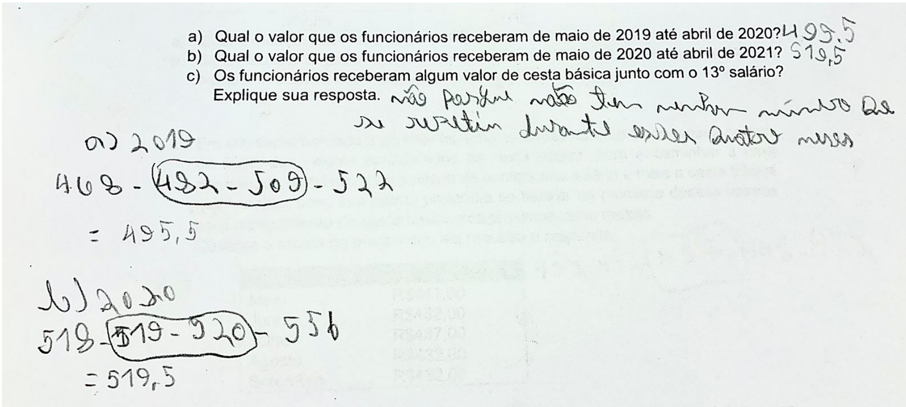

a) Qual a mediana de cada produto? A-18,00=B-12,00=O-6,00=L-5,00
b) Qual a moda de cada produto? A-18,00/B-12,00/O-6,00=L-Não Tem
c) Qual a melhor opção para a compra desses itens, sabendo que ela poderá escolher apenas um supermercado? R: Qualquer um, deu igual

S-a)=42,00 S-b)=42 S-c)=42,00

Fonte: Dados da pesquisa.

Na questão 5, aconteceu algo similar, pois na contextualização, os funcionários só receberiam algum valor da cesta básica no 13º salário se durante os quatro primeiros meses do ano trabalhado tivesse ocorrido a repetição de algum valor, ou seja, a moda. Esses valores apresentados no gráfico foram retirados do site do DIEESE. E no item c, a pergunta era "Os funcionários receberam algum valor de cesta básica junto com o 13º salário? Explique sua resposta."Esperava-se que os alunos construíssem nessa resposta algo com a associação de moda, que haviam estudado e resolvido situações-problemas durante toda a atividade. Não houve o direcionamento também dessa associação da questão com o conteúdo, pois gostaria que a interpretação e entendimento fosse feita por eles. Como já citei acima e podemos confirmar na Figura 19, logo abaixo, as respostas estão corretas, somente uma análise que há a falta de relacionar a questão, com o conteúdo estudado.

Figura 19 – Questão 5 - Aluno 4



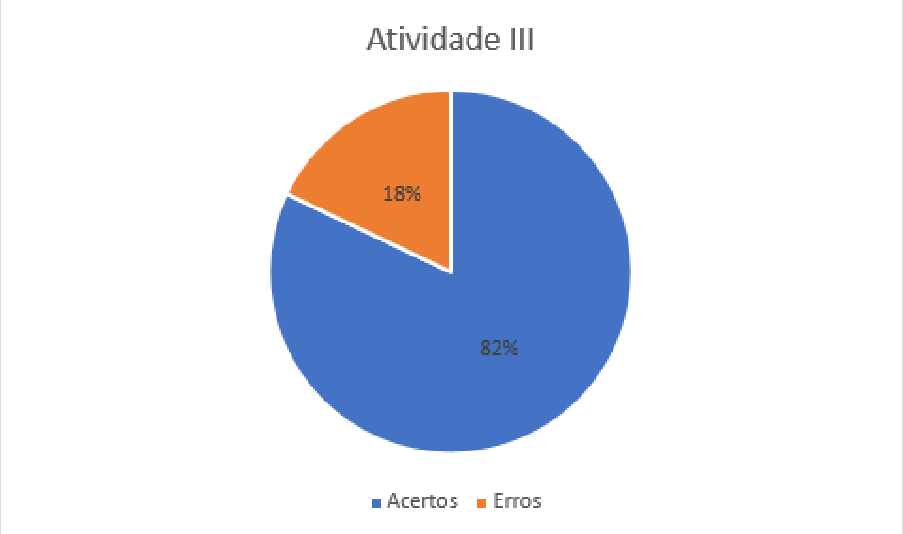
Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que quando há uma questão direcionada, explícita, que não exige interpretação os alunos conseguem aplicar o cálculo exigido e resolver. Contudo, na maioria das vezes, se é exigido uma interpretação para a resolução, os alunos não conseguem resolver ou há uma grande dificuldade, ou então erram por falta de entendimento. Os alunos em certos casos sabem sobre aquele conteúdo, e no momento da interpretação não conseguem aplicar, pois exige o esclarecimento da questão e não somente o conhecimento de conteúdo. Não basta conhecer e saber decor as fórmulas matemáticas, em algumas questões é exigido mais, é preciso a interpretação para aplicar e resolver.

Esse ocorrido é um caso frequente nas salas de aula, em atividades, tarefas para casa e em avaliações. Uma tentativa de amenizar e fazer com que os alunos desenvolvam essa habilidade, é a leitura com marcações, com a utilização de um marca texto, atividades em duplas para discutirem a interpretação, buscar entendimento de algumas palavras podendo fazer trocas com a escrita matemática, sendo a escrita matemática uma forma de esboçar em símbolos e números o que certa frase diz, entre tantas outras possibilidades de expandir o entendimento e a interpretação.

Observando a Figura 20, podemos notar a porcentagem de erros e acertos da Atividade III. A maior porcentagem de erros nessa atividade foi nas questões de mediana, quando a sequência para determinar a mediana era um número par, sendo necessário fazer uma média dos dois números que ficam no centro dessa sequência em ordem crescente ou decrescente. Porém, os alunos erraram pois não calculavam a média entre esses números.

Figura 20 – Porcentagem de erros e acertos na Atividade III.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.4 Análise da Atividade IV

A Atividade IV foi pensada e estruturada totalmente em valores reais dos produtos da cesta básica mais utilizados em nossos lares no dia a dia. Então para a preparação e construção dessa atividade, foi necessário que os alunos fizessem uma pesquisa nos supermercados. Para essa pesquisa, os alunos receberam uma tabela para que fossem em três supermercados diferentes e coletassem os valores de alguns produtos como: arroz, feijão, leite, óleo, café e açúcar, sendo que para cada um desses itens foram selecionadas duas marcas para as quais foram coletados os dados da pesquisa.

A partir dessa pesquisa realizada pelos alunos, foram criadas as situações-problemas contextualizadas e em cada questão foi priorizado o nome dos alunos daquela sala. Nessa penúltima atividade, o conteúdo proposto nas questões são os estudados até o momento, com a intenção de revisar, aprofundar, ou até mesmo explicar novamente para os alunos que ainda não tinham tido o entendimento necessário do mesmo.

Na questão 2, os alunos relacionaram a resposta com os conceitos estudados e um deles era a moda, sobre valores frequentes. Como podemos ver na Figura 21, a resposta do aluno A2 traz a relação da resposta com a moda, e assim também, outros alunos fizeram essa relação. Vale lembrar que em uma atividade anterior, em algumas questões, eles não relacionaram e não citaram na resposta o conceito matemático estudado. Porém nessa atividade foi diferente, todos os alunos citaram o conteúdo estudado, mostrando que a pesquisa os deixou mais atentos às perguntas, talvez pelo fato deles mesmo terem participado ativamente da coleta de dados.

No último exercício da atividade, podemos notar pela Figura 22 que, mesmo fazendo com o auxílio da calculadora, o aluno A3 anotou a resolução e isso foi feito pela maioria dos alunos. Essa atividade revisava como calcular desconto em porcentagem, e chegar à conclusão

Figura 21 – Questão 2 - Aluno 2

2. Jucélio verificou a pesquisa, sobre os valores de produtos que contém na cesta básica, feita por ele e seus colegas e observou que o valor do leite era comum em alguns supermercados, como era esse item que estava precisando comprar pôde escolher o supermercado de sua preferência. Qual o nome do conceito que estudamos, sobre valores mais frequentes? Qual é esse valor?

O nome do conceito matemático é a moda.
O valor mais frequente do preço do leite é R$ 4,49
logo a moda é R$ 4,49

Fonte: Dados da pesquisa.

de qual produto seria o mais vantajoso, ou seja, o mais econômico.

Figura 22 – Questão 5 - Aluno 3

5. Célia verificou na pesquisa dos supermercados, os valores do feijão Terra Nova e observou que no supermercado A o valor era ________ e no supermercado B ________.
Antes de fazer sua compra entrou nos aplicativos dos supermercados para saber se encontraria algum desconto comprando por lá.
Os valores eram os mesmos que na pesquisa, porém no supermercado B, que o produto era mais caro, sairia com 5% de desconto comprando pelo aplicativo.
Qual opção sairia mais barato para a compra de Célia, indo ao supermercado A e fazendo sua compra ou comprando pelo aplicativo do supermercado B?

• 5% de 17,49 =

$\frac{5}{100} \cdot 17{,}49 = \frac{87{,}45}{100} = 0{,}87$

B: 17,49 - 0,87

R$ 16,62

* calculadora
17,49 − 5% =

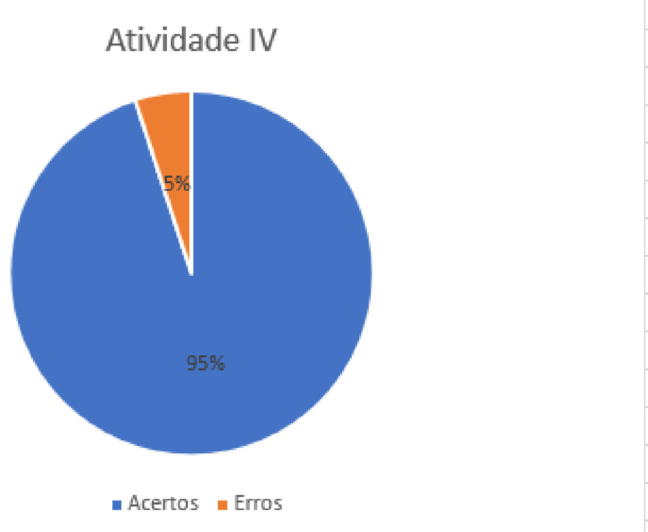
R= O mais barato para comprar de Célia é no supermercado B, pelo aplicativo, R$ 16,62

Fonte: Dados da pesquisa.

Os alunos ficaram surpresos e felizes quando, lendo as questões, foram percebendo que os personagens das situações-problemas tinham o nome dos alunos da sala. Disseram que era diferenciado, era nítido notar que se sentiram notados e especiais. Os alunos geralmente não se sentem pertencentes ao ambiente escolar, não se sentem importantes e valorizados. Mas em cada acerto, em cada exercício, é perceptível a necessidade de elogiar o que foi feito, valorizar os mínimos detalhes para que percebam que são capazes e conseguem realizar algo que muitas vezes pensavam em nem começar.

A Figura 23 nos apresenta a porcentagem de erros e acertos da Atividade IV. Foi uma atividade muito significativa para os alunos. A intenção era que eles se sentissem parte da atividade, e foi muito boa no desenvolvimento e na participação dos alunos, tendo alguns erros ao esquecerem de finalizar com as respostas que eram necessárias, de cada questão.

Figura 23 – Porcentagem de erros e acertos na Atividade IV.



Fonte: Elaborado pelo autor.

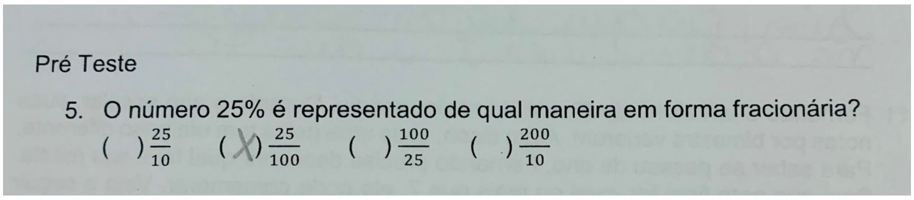
4.3 Comparando pré-teste e pós-teste

As atividades I, II, III e IV foram de grande importância para o trabalho, e o pré-teste e o pós-teste serviram para uma finalização completa dessa sequência didática.

Os dois testes foram preparados de igual para igual, de início, as questões de identificação e depois o início das atividades. Em todas as questões, os conteúdos são relacionados, como por exemplo no exercício 5 de ambos, é preciso representar uma porcentagem em fração, porém no pré-teste o exercício está como geralmente teria em algum livro e no pós-teste tem uma questão formulada especialmente para a turma, no contexto que trabalhamos, sobre produtos, trazendo significado para a questão.

Essa questão 5 do pré-teste questionava sobre o conteúdo de porcentagem, porém sem muita contextualização, direto ao assunto. Como podemos ver na Figura 24, queremos saber a porcentagem, escrito em forma fracionária. No caso da Figura 25, se lermos a questão, a finalidade é a mesma, transformar porcentagem em fração, porém, está de uma maneira mais contextualizada, nos apresentando um todo e fazendo entender que de 100 produtos ela vendeu 15, representando a porcentagem vendida, ou seja, correspondendo 15 de 100.

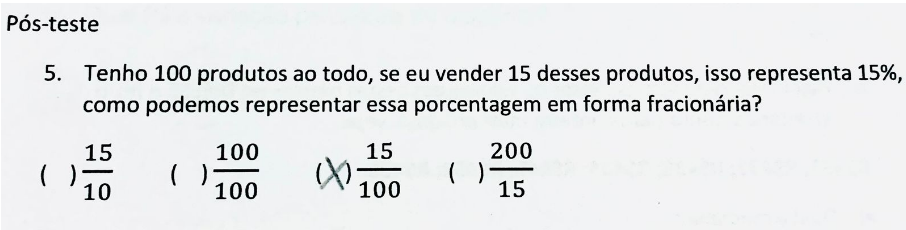
Figura 24 – Pré-teste: questão 5


Pré Teste

5. O número 25% é representado de qual maneira em forma fracionária?
( ) $\frac{25}{10}$ (X) $\frac{25}{100}$ ( ) $\frac{100}{25}$ ( ) $\frac{200}{10}$

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 25 – Pós-teste: questão 5


Pós-teste

5. **Tenho 100 produtos ao todo, se eu vender 15 desses produtos, isso representa 15%, como podemos representar essa porcentagem em forma fracionária?**

( ) $\frac{15}{10}$ ( ) $\frac{100}{100}$ (X) $\frac{15}{100}$ ( ) $\frac{200}{15}$

Fonte: Questão elaborada pelo autor e dados da pesquisa.

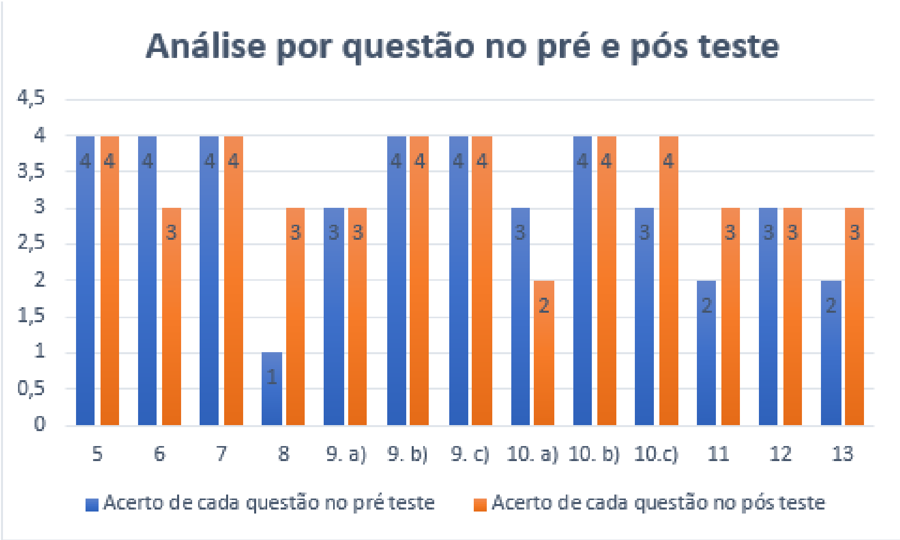
Sendo assim, todas as questões do pré-teste e do pós-teste tem o mesmo propósito, porém no pós-teste, estão todas contextualizadas e sendo de própria criação da autora deste trabalho, visando a facilidade no entendimento e que por meio de conhecimentos prévios os alunos busquem o conteúdo na memória e saibam resolver questões matemáticas como um assunto comum.

A Figura 26 nos remete à análise por questão no pré-teste e no pós-teste. Podemos observar que sete questões permaneceram constantes nos acertos (5,7,9a,9b,9c,10b e 12), outras 4 questões tiveram uma evolução (8,10c,11 e 13), com o trabalho de contextualização feito e apenas duas questões (6 e 10a) tiveram um número maior de acertos no pré-teste do que no pós-teste, o que pode acontecer. Mas a análise da Figura 26 está aqui para nos mostrar que tivemos êxito, pois quando desenvolvemos uma pesquisa, nem tudo tem aproveitamento completo.

É provável que nossa constante de acertos resultou alta na análise devido ao fato de que 3 de nossos 4 alunos participantes assíduos das atividade de classe já estarem no âmbito escolar, houve uma troca de turno, estudavam no diurno e passaram para o noturno. Tínhamos apenas uma aluna que teve o reengresso nos estudos após anos longe da escola, mas muito dedicada, esforçada e focada.

No pós-teste tivemos uma porcentagem de acertos de 85%, e 15% de erros, vendo a Figura 27 abaixo que nos apresenta esses números. É de grande importância ressaltar que houve um aumento comparado ao pré-teste, relembrando da Figura 8 que nos apresentava as

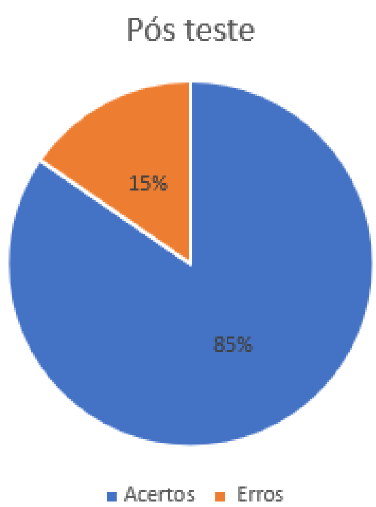
Figura 26 – Comparação entre o pré-teste e o pós-teste.



Fonte: Elaborado pelo autor.

porcentagens alcançadas na atividade inicial com uma porcentagem de acertos de 79%, e 21% de erros. Sendo assim, foram 6% de aumento do pré para o pós-teste e então 6% reduzidos nos erros dos alunos. Um número significativo e que representa em geral o crescimento de entendimento da turma, pois os dois testes foram feitos no mesmo nível, alinhados em todas as questões com os conteúdos, sendo acrescentado a contextualização em cada situação-problema do pós-teste, diferenciando-o do pré-teste.

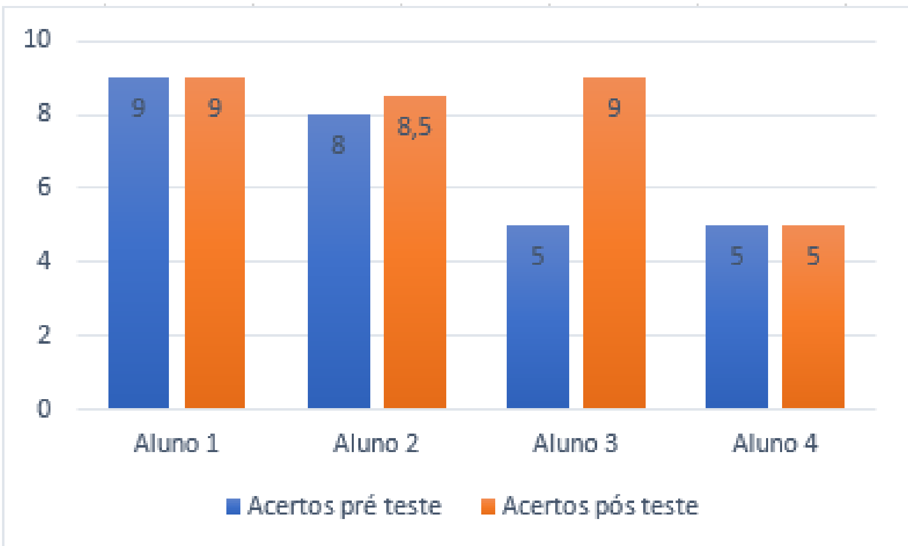
Figura 27 – Porcentagem de erros e acertos no pós-teste.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O próximo gráfico, Figura 28, nos apresenta em geral como cada aluno se desenvolveu no pré e no pós-teste. É notório que dois alunos permaneceram com o mesmo número de acertos e erros, A1 e A4, e outros dois alunos (A2 e A3) apresentaram um aumento no pós-teste em relação ao pré-teste. O A1, foi o maior destaque no número de acertos nos dois testes. Outro que podemos destacar é o A3 que teve um aumento significativo nessa comparação. Nesses dois testes haviam 9 questões, entre elas dissertativas e de múltipla escolha, e duas delas contendo itens a, b e c para a resolução. Esse padrão segue para ambos.

Figura 28 – Quantidade de acertos por aluno no pré-teste e no pós-teste.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Desse modo, houve sim um aumento nos acertos dos alunos fazendo a comparação dos dois teste e concluindo uma evolução dos alunos, não somente nas resoluções de atividades, mas em discussões em sala de aula, no manuseio da calculadora, enfim, em uma visão geral da matemática no contexto do cotidiano.

CAPÍTULO

5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Presenciando e observando o ensino da Matemática nas escolas de nosso país, em tempos antepassados e até mesmo nos dias atuais, essa área do conhecimento é conduzida, em geral, sem contexto. Assuntos que vivenciamos no dia a dia podem ser entrelaçados com o conteúdo a ser ensinado, para facilitar e colocar em prática a Matemática, que muitas vezes é ensinada de maneira abstrata. Assim, é vista como algo difícil e distante, quando não há essa contextualização e a proximidade entre os assuntos do cotidiano e os estudos.

É imprescindível que o aluno seja protagonista e participante do próprio conhecimento, pois é dessa maneira que aprendemos, na vivência, quando colocamos a "mão na massa". Se algo faz sentido para nós, nos recordamos do assunto, isso podemos dizer no âmbito escolar ou fora dele.

O foco desse trabalho ficou direcionado, de ínicio, na preparação de sequência de atividades para ensinar porcentagem e estatística básica com o uso de valores dos produtos da cesta básica, e valores da cesta básica. São conteúdos que utilizamos em nossos dias, sendo introduzidos por meio de um assunto comum, como a ida ao supermercado.

Nesta perspectiva foi proposto o ensino-aprendizagem da Matemática, mais especificamente de conteúdos de estatística básica e porcentagem, por meio de atividades contextualizadas com a resolução de problemas e o uso da calculadora, pois acredita-se que nessa abordagem de ensino há resultados significativos. As atividades contextualizadas trazem sentido e proximidade dos alunos nas aulas e na disciplina, e com isso os educadores também utilizam os conteúdos matemáticos apresentados no currículo, tendo assim uma união para o melhor sucesso de ensino-aprendizagem dos educandos.

Como citado acima, este trabalho apresentou uma sequência de seis atividades, incluindo um pré-teste e um pós teste. Ela pode ser base para atividades futuras em outras turmas, pois cada sala de aula e cada turma terá uma realidade, sempre priorizando o assunto comum para a maioria dos estudantes. A escolha desse tema para o trabalho, foi feita por meio de discussão em sala de aula com os estudantes sobre a realidade deles ou da maioria, observação da sociedade pós pandemia e percepção de produtos com preços altos nos supermercados. Logo, é de grande importância que os leitores possam perceber que a escolha deste assunto foi vendo a realidade dos alunos, da sociedade e de um período. Por meio deste tema, pode ser adaptado outros conteúdos curriculares, ou o conteúdo curricular citado neste trabalho ser adaptado com outro assunto de acordo com a realidade vivenciada, para o melhor desenvolvimento, entendimento e participação dos alunos.

A pergunta-problema que conduziu o trabalho foi "É possível ensinar porcentagem e estatística básica para alunos do EJA usando os produtos da cesta básica?", e por meio desse trabalho foi possível sim responder essa pergunta. Através de atividades elaboradas e problemas contextualizados, o assunto de cesta básica e produtos da cesta básica unidos com conteúdos matemáticos desenvolveu um papel importantíssimo na aprendizagem dos alunos do EJA. A conciliação de um tema vivenciado pelos próprios alunos e a dificuldade de um conteúdo, tornaram-se problemas contextualizados e mais próximos dos estudantes. Houve uma melhoria no entendimento dos alunos em relação a problemas contextualizados, isso foi evidenciado após a aplicação do pré-teste, atividades e pós teste, fazendo com que os resultados do pós-teste fossem melhores do que do pré-teste.

Esse trabalho tem a expectativa de que os educadores possam expandir o seu mundo na parte de ensino-aprendizagem, com novas maneiras e ideias de se ensinar matemática dentro do currículo escolar. Deixando de lado um pouco a aula expositiva e percebendo que há outras alternativas e possibilidades dentro da sala de aula, que desperta e estimula nos educandos uma posição de protagonismo e participantes ativos da aprendizagem. É importante lembrar também que esse trabalho vem incentivar os educadores no uso de Resolução de Problemas, sendo que essa metodologia, pode ser usada e adaptada para o ensino de qualquer conteúdo curricular, durante qualquer bimestre do ano. Sendo assim, acreditamos que esse trabalho possa servir aos professores em geral, para que as aulas sejam mais criativas, acolhedoras e significativas para os alunos, podendo contribuir com o ensio-aprendizagem da Matemática, ou outra disciplina, sistematizando com assuntos realistas e colocando um sentido para que as aulas não sejam monótonas e abstratas. Tendo a mudança de pequenos detalhes, podemos obter grandes resultados.

REFERÊNCIAS

AUGUSTO, A. L. G. **UMA INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE E À ESTATÍSTICA NO EJA (Educação de Jovens e Adultos) - Em busca da democratização do ensino.** Dissertação (Mestrado) — INSTITUTO NACIONAL DE MATEMATICA PURA E APLICADA - IMPA, Rio de Janeiro - RJ, 2015. Citado na página 22.

BARBA, A. N. D.; TEIXEIRA, B. R. Tópicos de probabilidade através da resolução de problemas. **Revista BOEM**, 2018. Citado na página 48.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. Citado na página 46.

BURDA, M. S.; PEDROSO, S. M. D. A resoluÇÃo de problemas numa perspectiva metodológica. 2008. Citado na página 45.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. in: A resolução de problemas na matemática escolar. **São Paulo, Atual**, 1997. Citado na página 47.

DIEESE, D. I. de Estatística e E. S. 2022. Disponível em: <https://www.dieese.org.br/cesta/>. Acesso em: 23/10/2022. Citado na página 51.

FERREIRA, C. C. **O Ensino da Estatística Através da Música**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Goiás, Regional Jataí, Jataí, 2015. Citado na página 22.

FERREIRA, V. **Estatística Básica**. Rio de Janeiro: SESES, 2015. Citado na página 25.

FM2S. 2024. Disponível em: <https://fm2s.com.br/blog/histograma>. Acesso em: 03/07/2024. Citado na página 39.

FRIEDEL, C. **O Ensino do conceito de Área através da Resolução de Problemas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Blumenau, Blumenau, 2024. Citado na página 48.

JÚNIOR, M. N. dos S. **Atividades Esportivas e Estatística Básica**. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Ciências Exatas e da Terra (ICET), Cuiabá - MT, 2017. Citado na página 22.

KRULIK, S.; A., R. J. **Reasoning and Problem Solving – A Handbook for Elementary School Teachers.** [S.l.]: Massachussets:Allyn & Bacon, 1993. Citado na página 45.

KRULIK, S.; REYS, R. E. **Resolução de Problemas na Matemática Escolar.** São Paulo: Atual, 1997. Citado na página 47.

LATTARO, J. M. **Conceitos básicos para o entendimento da estatística pela sociedade**. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022. Citado na página 31.

LEAL, S. d. S. **Matemática e Educação Nutricional e Alimentar: Uma proposta didática para o ensino de estatística básica**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2020. Citado na página 22.

MARCOMINI, C. C. **A Matemática, a Estatística e o Corte e Costura**. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020. Citado na página 22.

MEDEIROS, R. J. J. **Matemática Financeira**. Curitiba-PR: Instituto Federal Paraná, 2012. Citado na página 25.

NUNES, C. B.; REIS, M. J. E.; FERREIRA, L. L.; SILVA, L. B. d. O ensino-aprendizagem do cálculo diferencial e integral através da resolução de problemas no curso de engenharia civil. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, 2020. Citado na página 49.

ONUCHIC, L. d. L. R. **Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. São Paulo: UNESP, 1999. Citado nas páginas 46 e 48.

ONUCHIC, L. d. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de professores: mudanças urgentes na licenciatura em matemática. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates. Brasília: SBEM**, p. 169–187, 2009. Citado nas páginas 44 e 45.

____. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, p. 77–98, 2011. Citado na página 48.

PAN, R. B. 2022. Disponível em: <https://www.bancopan.com.br/blog/educacao-financeira/cesta-basica-o-que-e-qual-valor-e-como-montar>. Acesso em: 23/10/2022. Citado na página 54.

PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978. Citado na página 46.

____. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Rio de Janeiro: 2ª reimpressão, 1995. Citado na página 48.

____. Como resolver problemas. **Lisboa: Gradiva**, 2003. Citado na página 46.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 299–311, 2012. Citado na página 49.

SANTOS, Z.; SANT'ANA, C. D. C.; COSTA, L. C. Resolução de problemas: explorando suas potencialidades a partir de um projeto de intervenção envolvendo a matemática financeira. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, 2021. Citado na página 48.

SCHMENGLER, A. R. Situações lúdicas para o ensino de frações de quantidades. **VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática**, 2013. Citado na página 21.

SEKEFF, M. d. L. **Da música: seus usos e recursos.** São Paulo: UNESP, 2002. Citado na página 23.

SERRAZINA, L. Resolução de problemas. 2017. Citado nas páginas 45 e 47.

SHIMAKURA, S. E. 2006. Disponível em: <http://www.leg.ufpr.br/~silvia/CE003/node14.html>. Acesso em: 03/07/2024. Citado na página 39.

SIQUEIRA, D. 2024. Disponível em: <https://www.alura.com.br/artigos/o-que-e-um-histograma#o-que-e-histograma?> Acesso em: 03/07/2024. Citado na página 39.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001. Citado na página 47.

VASCONCELOS, L. **Matemática para Vencer**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna LCM, 2015. Citado na página 25.

ICMC USP
SÃO CARLOS