UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

UTILIZAÇÃO DE JOGOS E APLICATIVOS PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO

ANTONY ARTHUR RODRIGUES VIANA

Recife – PE
2022

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

UTILIZAÇÃO DE JOGOS E APLICATIVOS PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO

ANTONY ARTHUR RODRIGUES VIANA

Dissertação apresentada ao Corpo Docente do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT DM-UFRPE, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Karla Ferreira de Arruda Duque.

Recife – PE

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

V614u Viana , Antony Arthur Rodrigues
UTILIZAÇÃO DE JOGOS E APLICATIVOS PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO / Antony Arthur Rodrigues Viana . - 2022.
101 f. : il.

Orientador: Karla Ferreira de Arruda Duque.
Inclui referências.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Recife, 2022.

1. Probabilidade . 2. Jogos . 3. Aplicativos . I. Duque, Karla Ferreira de Arruda, orient. II. Título

CDD 510

ANTONY ARTHUR RODRIGUES VIANA

Utilização de jogos e aplicativos para introdução do conceito de probabilidade.

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT do Departamento de Matemática da UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Aprovado em 07/03/2022

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Karla Ferreira de Arruda Duque (Orientadora)– UFRPE

Profa. Dra. Isis Gabriella de Arruda Quinteiro Silva - UFAPE

Profa. Dra. Tarciana Maria Santos da Silva – PROFMAT/UFRPE

AGRADECIMENTOS

À minha família, que desde sempre me incentivou a estudar e a seguir a profissão de docência.

À minha esposa, Luana Santos, pela compreensão e contribuição para que esse trabalho viesse a ser concluído.

À equipe de professores do PROFMAT/UFRPE pela dedicação e aulas de excelente qualidade.

Em especial agradeço a Professora Karla Arruda, pela orientação dada e tempo dedicado a leitura e correção do trabalho e toda ajuda dada nesse período de mestrado.

Agradeço aos companheiros de turma, pela ajuda nos grupos de estudos, incentivando, tirando dúvidas e contribuindo com material para que todos pudessem chegar à aprovação desejada.

DECLARAÇÃO

Eu, **Antony Arthur Rodrigues Viana**, declaro, para devidos fins e efeitos, que a dissertação sob título **Utilização De Jogos e Aplicativos Para Introdução do Conceito de Probabilidade no Ensino Médio**, entregue como Trabalho de Conclusão de curso para obtenção do título de mestre, com exceção das citações diretas e indiretas claramente indicadas e referenciadas, é um trabalho original. Eu estou consciente que a utilização de material de terceiros incluindo uso de paráfrase sem a devida indicação das fontes será considerado plágio, e estará sujeito à processo administrativo da Universidade Federal Rural de Pernambuco e sanções legais. Declaro ainda que respeitei todos os requisitos dos direitos de autor e isento a Pós-graduação PROFMAT/UFRPE, bem como a professora orientadora Karla Ferreira de Arruda Duque, de qualquer ônus ou responsabilidade sobre a sua autoria.

Recife

Março de 2022.

Assinatura: ____

RESUMO

Este trabalho é um relato das atividades em que se fez uso de aplicativos e jogos tradicionais para introdução dos conceitos de Probabilidade: espaço amostral, experimento aleatório, experimentos equiprováveis e não equiprováveis e o cálculo de probabilidade simples. Nesta experiência, utilizamos jogos que são uma excelente ferramenta para contextualização e estímulo aos estudantes durante as aulas. As atividades abordadas neste trabalho foram aplicadas em turmas do 2° ano do ensino médio integrado, nos cursos técnicos em Desenvolvimento de Sistemas, Hospedagem e Logística, da Escola Técnica Estadual Luiz Alves Lacerda, localizada na BR 101 Sul – N° 2194 – Centro Cabo de Santo Agostinho. As atividades consistiam em estudar os conteúdos de espaço amostral, espaço amostral equiprovável e não equiprovável, evento, experimento e cálculo de probabilidade, através de jogos que utilizam arremesso de dados por várias vezes e fazer observações pertinentes sobre o que acontecia em cada momento. Como os lançamentos realizados foram feitos em grandes quantidades, utilizamos, alguns aplicativos, como o PROBABILITÉS e o D20 NATURAL. Foram realizados dois testes, um para diagnosticar em que nível de conhecimento sobre o conteúdo estavam os estudantes, e outro após as intervenções realizadas com as atividades citadas anteriormente. Ambos os testes foram realizados de modo remoto, através do google formulário. Os resultados foram colhidos e analisados conforme relatamos no desenvolvimento deste. Mostramos ainda que as intervenções surtiram efeito no que diz respeito à assimilação dos conteúdos pelos estudantes.

Palavras chaves: Probabilidade, jogos, aplicativos, experimento aleatório, espaço amostral, evento.

ABSTRACT

This work is an account of the activities in which traditional applications and games were used to introduce the concepts of Probability: sample space, random experiment, equiprobable and non-equiprobable experiments and simple probability calculation. Using games as an excellent tool for contextualization and encouragement to students during classes. The activities covered in this work were applied to 2nd year groups of integrated high school, in technical courses in Systems Development, Accommodation and Logistics, at the Luiz Alves Lacerda State Technical School, located on BR 101 Sul – N° 2194 – Centro Cabo of St. Augustine. The activities consisted of throwing data several times and making pertinent observations about what was happening at each moment, as the launches were made in large quantities, we used some applications for this, such as PROBABILITÉS and D20 NATURAL. Two tests were performed, one to diagnose the level of knowledge about the content of the students, and the other after the interventions carried out with the activities mentioned above. Both tests were performed remotely, through google form, the second test. The results were collected and analyzed as reported in the development of this, we also showed that the interventions had an effect with regard to assimilation of content by students.

Keywords: Probability, games, applications, random experiment, sample space, event.

SUMÁRIO DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Trabalhando como professor da educação básica desde de 2010, e sendo professor efetivo da rede estadual de Pernambuco, desde de 2017, tive o desafio de lecionar em diversas turmas dos mais variados níveis. Se adequar a cada situação com estratégias diversificadas para fazer com que o estudante pudesse entender e assimilar minimante o conteúdo, fez com que, com que eu tivesse que criar estratégias diferentes para abordar os conteúdos das aulas.

Uma dessas turmas, que mais me fez pensar em como trabalhar os conteúdos de forma que os motivassem e mostrasse que a Matemática pode ser compreendida de maneira divertida e está diretamente ligada aos problemas do cotidiano, foi uma turma de EJA, Educação de Jovens Adultos. Esta turma me motivou a trabalhar com o lúdico, com jogos, levando-os, assim, a pensar matematicamente sem perceber que estavam resolvendo problemas de matemática e só depois de “quebrarem a cabeça” pensando numa maneira de resolver aquele problema e de apresentarem soluções, é que o conteúdo era, de fato, desenvolvido na formalidade.

Analisando especificamente o conteúdo de probabilidade através de uma questão de múltipla escolha que foi abordada na prova do SAEB de 2011, – Sistema de Avaliação da Educação Básica – aplicada às turmas do 3° ano do ensino médio, vemos claramente as dificuldades enfrentadas pelos estudantes neste conteúdo, o que nos leva a refletir sobre desenvolver mecanismos dinâmicos e lúdicos para trabalhar este tema nas aulas.

A questão aborda foi a seguinte:

No lançamento de um dado, qual é a probabilidade de se obter um número par maior ou igual a 4?

a) 1/6
b) 1/3
c) ½
d) 2/3
e) 1

Observamos que o nível da questão não passa de elementar, questão por exemplo que quando trabalhada de uma maneira mais prática, colocando na mão de um estudante, um dado comum, de seis faces ele responderiam de maneira mais tranquila. Mas não é bem isso que mostram os percentuais de acertos da questão:

Tabela 1 - Frequência de resposta da questão

Percentual de reportas às alternativas				
A	B	C	D	E
22%	24%	23%	16%	12%

Fonte: Prova Brasil

A resposta correta para esta questão, seria a alternativa B, apenas 24% dos participantes marcaram essa resposta. A partir desse resultado e o do nível da questão abordada vemos que o conteúdo de probabilidade ainda não é visto, pelos estudantes, de maneira simples. Há vários fatores que contribuem para isso, aulas pouco atraentes, falta de contextualização com a realidade do aluno e até mesmo a não existência de experimentos que mostrem na prática a utilização da probabilidade.

O propósito deste trabalho é apresentar atividades que sejam lúdicas e atraentes para o estudante. Isso será feito através do uso de aplicativos e de jogos tradicionais, como o Bozó, situações que envolvem os experimentos que são facilmente realizados por qualquer professor em qualquer nível da educação básica. Com o intuito de fugir aulas tradicionais, criamos atividades com uso de jogos e aplicativos que dinamizaram a resolução dos problemas propostos bem como aceleraram as conclusões e fizeram os estudantes refletir e fixar bem o conteúdo estudado.

Nesse cenário, visa-se responder a seguinte pergunta de pesquisa: como os educacionais e aplicativos podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do conceito de Probabilidade de estudantes de ensino médio?

Já sobre o desenvolvimento dos relatos dessas atividades, o presente trabalho está dividido em sete capítulos, em cada um deles detalhamos uma parte do trabalho. Começamos falando do contexto histórico das probabilidades, das situações motivadoras e dos grandes nomes da matemática que iniciaram, desenvolveram e aprofundaram o tema até chegar os dias atuais. Falamos da importância desse tema para a sociedade atualmente, que estamos rodeados de situações e acontecimentos nos quais nos perguntamos qual a chance de algo acontecer. Além de evidenciar que o estudo da história da Matemática é recomendado pelo BNCC em diversos momentos.

Além da relevância do conteúdo para o ensino curricular, no primeiro capitulo destacamos a importância para o sociedade, fazendo um apanhado histórico, apontando os principais matemáticos que contribuíram de forma brilhante para o desenvolvimento da teoria das probabilidades. Atendendo as recomendações da BNCC, de sempre que possível, introduzir os fatos históricos que motivaram os estudiosos a se aprofundarem naquele tema.

No capítulo dois, discorremos sobre como o conteúdo é abordado no ensino médio, exatamente como ele é, detalhamos todos os principais conceitos, como, evento, experimento, espaço amostral, frequência relativa, espaços amostrais equiprováveis e não equiprováveis, probabilidade simples, complementar de um evento, probabilidade da união e da intersecção e alguns teoremas importantes, tudo que é abordado em uma aula tradicional de probabilidade.

No capítulo três, falamos da importância dos jogos para o ensino e aprendizagem na Matemática, como os jogos podem deixar as aulas mais dinâmica e até mais motivadora para os estudantes, trazendo situações reais para os alunos pensarem e resolverem sem perceber que estão estudando Matemática e aprenderem enquanto se divertem. Ressaltamos que não é apenas jogar por jogar, que fará com que o aluno desenvolva o raciocínio matemático esperado, cada jogo proposto deve estar embasado em problemas reais e diretamente ligados ao conteúdo, ou seja, planejar para que os objetivos didáticos e pedagógicos sejam atingidos.

No quarto capítulo detalhamos a metodologia, como tudo foi pensado e planejado, porquê escolhemos o público a ser avaliado, a escola escolhida, a localidade, como as coletas de dados foram feitas previamente com todas as amostras escolhidas, professores e alunos. Aplicamos pré-teste com os estudantes para saber em que nível de conhecimento sobre probabilidades eles estavam, fizemos dez perguntas básicas, que foram respondidas através de um questionário enviado pelo google formulário. Também indagamos os professores para saber um pouco de suas práticas pedagógicas, que tipo material eles utilizavam, se faziam leituras sobre os parâmetros curriculares, BNCC, além das habilidades e competências esperadas sobre probabilidade no ensino básico.

No quinto capítulo mostramos quais conteúdos foram abordado em cada intervenção e o objetivo, além de detalhar e apresentar os aplicativos utilizados mostrando sua interface, suas funções e como utilizá-los e qual o mais adequado para determinadas atividades. Sem dúvida esses aplicativos utilizados dinamizaram todas as intervenções e atividades propostas, utilizamos o APP Probailités e o D20 Natural, duas ferramentas que ajudam a fazer simulações e ajudam na compreensão e na formulação de conclusões sobre os conteúdos por parte dos alunos, ambos APP funcionam em vários sistemas operacionais e podem ser utilizados facilmente por qualquer professor no desenvolvimento do conteúdo de probabilidade, ambos são bem intuitivos e objetivos.

No penúltimo capitulo, detalhamos como foram feitas as intervenções, apresentamos os resultados obtidos, as respostas dadas e comentários feitos pelos estudantes participantes. Na primeira atividade, pedimos que, sem ajuda do aplicativo Probabilités, respondessem algumas perguntas. A situação dessa primeira atividade, era observar um círculo, dividido em 6 partes iguais, onde 3 eram da cor azul, duas da cor amarela e uma na cor verde e a partir dessa situação ir construindo, de maneira intuitiva, as respostas e em momento posterior fazer uso do APP para as devidas conclusões. Tivemos atividades onde o experimento era laçar um dado comum, com seis faces regulares para falar de espaço amostral, cálculo de probabilidade simples e espaço amostral equiprováveis. Também desenvolvemos atividades com espaços não equiprováveis para que se percebesse a diferença entre eles.

Ainda no sexto capítulo, fizemos o relato da segunda intervenção, iniciamos propondo ao aluno a seguinte situação: Considere o experimento de lançar dois dados simultaneamente e observar os resultados das faces voltadas para cima. Após isso indagamos a turma sobre várias situações a respeito do conteúdo, como: “Quais são os casos possíveis?”, “Quais as somas possíveis?”, “Qual a soma mais frequente?”, “Qual a soma menos frequente?”, entre outras. Nessa parte os estudantes iniciaram jogando tradicionalmente, fazendo anotações do que ia acontecendo na realização do experimento, somente após isso, é que os alunos foram orientados a utilizar o aplicativo D20 Natural para tirar as conclusões mais precisas e confrontar com aquilo que haviam evidenciado de forma intuitiva e prática mecanicamente.

Por fim, chegamos ao último capítulo deste trabalho, onde fizemos aplicação do teste diagnóstico depois de todas as intervenções. O teste também foi aplicado via formulário do google, os resultados colhidos analisados e comparados com o primeiro teste, feito antes das intervenções, quando os alunos não tinham noção de probabilidade. Analisamos questão por questão, sempre comparando com o teste inicial para verificar se houve evolução e tirar conclusões a respeito da aplicação do trabalho. Tomando o cuidado para que o segundo teste mantivesse as características do teste inicial em, nível de dificuldade, estilo das questões, conteúdos abordados e tempo de resposta.

Nas considerações finais deixamos nossas conclusões sobre tudo que foi desenvolvido nesta dissertação, avaliando cada ponto, cada momento do desenvolvimento. Esperamos ter atingindo nossos objetivos em deixar uma proposta de ensino aprendizagem que, de fato, possa surtir efeito durante as aulas de probabilidade na educação básica.

CAPÍTULO 1 - CONTEXTO HISTÓRICO E SOCIAL

1.1 PROBABILIDADES

Diariamente fazemos perguntas como:

Será que irá chover hoje?

Qual a chance de meu time de futebol ser campeão?

Qual a possibilidade de uma pessoa ganhar na mega sena?

Maria está grávida, será menino ou menina?

Note que todas essas perguntas estão relacionadas ao cálculo de probabilidades, que é o ramo da matemática que cria, desenvolve e pesquisa modelos que podem ser usados para estudar os fenômenos aleatórios. Estes fenômenos ou experimentos aleatórios estão presentes em nosso cotidiano muito mais do que imaginamos, até mesmo numa simples brincadeira de par ou ímpar onde podemos determinar quem tem mais chance de ganhar usando as técnicas para calcular probabilidade que serão vistas mais adiante.

1.2 UM POUCO DA HISTÓRIA

> "Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. (BNCC, p.298)."

A teoria das probabilidades se desenvolveu a partir da tentativa de decifrar os jogos de azar. Na antiguidade, jogos com ossos, que serviam como os atuais dados, eram jogados por muitas pessoas, mas os ossos não tinham formatos regulares e as chances de se obter cada lado não eram iguais.

Figura 1 - Ossos do Jogos de Osso

Fonte: wikipedia

Esses jogos, que se assemelham ao jogo de dados do tempos modernos, tiveram origem na Mesopotâmia, por volta de 3000 a.c. Rapidamente este passa-tempo ganhou popularidade pelo mundo e foi se aperfeiçoando e tendo mais variantes e estilos diversificado para ser disputado.

Foi em Roma que o estudo das probabilidades começara a ganhar relevância, mas não a ponto de uma grande popularidade entre os matemáticos da época. Uma frase, atribuída a Marco Túlio Cícero (106 a.c – 43 a.c), mostra como este tema ainda não era tão aceito entre os estudiosos daquele tempo, além dele ser um dos defensores da teoria das probabilidades para explicar que os resultados dos jogos de dados dependiam do acaso e não da vontade dos deuses como se acreditava na época:

“o homem que joga com frequência acabará por fazer, uma vez ou outra, uma jogada de Vênus: de vez em quando, fará até mesmo duas ou três em sequência. Seremos tolos ao ponto de afirmar que tal coisa ocorre em virtude da intenção pessoal de Vênus, e não por puro acaso?”

A jogada de Vênus dita na frase, era uma das jogadas mais difíceis de acontecer no jogo de ossos, dada pela forma não regular dos ossos. A jogada de Vênus, consiste em jogar quatro dados (ossos), e cada um deles cair em um lado diferente.

O avanço no cálculo de probabilidades demorou bastante para ter relevância e atenção por parte dos matemáticos. Só por volta do século XVI, através de Girolamo Cardano (1501 – 1576), que é considerado como um dos iniciantes do estudo mais detalhado das probabilidade, que o tema ganhou notoriedade.

Figura 2 - Girolamo Cardano (1501 – 1576)

Fonte: Clube OBMEP

Cardano foi o primeiro a introduzir técnicas mais formais para calcular a quantidade de possibilidades a favor em um evento aleatório, e consequentemente calcular a probabilidade de ocorrer um evento por meio da razão entre o total de casos favoráveis e o total de casos possíveis para um experimento. Toda a teoria desenvolvida por ele está registrada na publicação feita por Cardano em “O livro dos jogos de azar”. Algo simples, mas de uma grande importância para todo o desenvolvimento posterior do assunto. É interessante registrar que o estudo feito por Cardano foi baseado nos jogos que ele mesmo apostava, como dados, gamão, baralhos e xadrez.

Para simplificar o estudo ele dividiu os jogos em grupos, um que era regido totalmente pelo acaso e outro que eram estratégicos. Algumas vezes Cardano levava vantagens sobre os adversários por já conhecer diversas possibilidades nas mais variadas situações das apostas.

Cardano cometeu vários equívocos em seu livro, mas isso não diminui a importância de seu tratado. Ele mostrou o funcionamento da aleatoriedade, que foi um grande avanço para seu tempo, além de representar uma nova forma de descrever a base da Matemática da Incerteza, por muitos anos seguintes.

Para muitos, o estudo de probabilidade se destacou e passou a ser estudado com mais detalhes e rigor a partir dos trabalhos feitos por Pascal, um francês que viveu entre os anos de 1623 e 1662.

Juntamente com o grandioso Fermat, Pascal se aprofundou no estudo das probabilidades, compartilhando estudos e os resultados obtidos e propondo problemas. Um desses problemas proposto era:

“Suponha que duas pessoas estão participando de um jogo, com lançamento de dados, em que ambas têm a mesma chance de vencer, e o vencedor é quem atingir primeiro uma determinada quantidade de pontos. O jogo, porém, é interrompido, por algum motivo externo, e um dos jogadores está na liderança. Qual é a maneira mais justa de dividir o dinheiro apostado?”

A partir desse problemas, ambos, desenvolveram abordagens próprias, resolvendo o problema de diversas maneiras. Pascal se destacou por uma genial ideia, que ficou conhecida como O Triângulo de Pascal, que, serve quando quisermos saber o número de maneiras de selecionar um certo número de objetos de uma coleção.

Não podemos deixar de ressaltar, que os trabalhos de Pascal e Fermat sobre probabilidade, estão apoiados nos tratados de Cardano. Fermat se ateve a aperfeiçoar a regra criada por Cardano e a teoria das combinações. Ambos se destacam e foram os primeiros a se preocuparem com problemas não numéricos de probabilidade.

Alguns outros nomes têm relevância no estudo das probabilidades, a exemplo de Jacob Bernoulli (1654 – 1705). Bernoulli estudou matemática contra a vontade dos pais, se dedicou também à astronomia e acreditava numa maneira precisa de calcular as probabilidades. Para Bernoulli, cada vez que se aumentava o número de observações sobre um experimento, as frequências absolutas se aproximariam da precisão. O primeiro a mensurar esses pensamentos foi Bernoulli, e expressar quantos testes seriam necessários e quanta certeza se poderia ter.

Um de seus exercícios preferidos, era trabalhar com urnas cheias de pedras coloridas. Segundo relatos, Bernoulli chegou a colocar em uma caixa 3 mil pedras na cor branca e 2 mil na cor preta, ficando assim na caixa, um total de 60% branca e 40% pretas. E em seguida uma pergunta foi feita por ele: ao retirar uma série de pedrinhas dessa urna, com reposição, com que precisão devemos esperar que a proporção de pedrinhas brancas retiradas se aproxime de 60%?

A partir desse problema Bernoulli desenvolveu um trabalho, que fora publicado 8 anos após sua morte, com o título A Arte da Conjectura. Nesse trabalho Bernoulli enunciou o Teorema Áureo, e demonstrou, mostrando que o conceito de probabilidade, está intimamente ligado, ao conceito de frequência relativa. O interessante neste teorema é que as probabilidades podem ser obtidas a partir de um grande número de observações dos experimentos realizados nas mesmas condições.

Por fim, para fixar o cálculo de probabilidade no campo da matemática, chega Laplace (1749 – 1827), um matemático francês que desenvolveu uma obra chamada Teoria Analítica das Probabilidades, baseada nos estudos de Cardano. Laplace deu início a Teoria Clássica das Probabilidades. Laplace escreveu o fundamento da teoria sobre o cálculo de probabilidades que ficou inertes até o início do século XX.

Nos tempos atuais, o estudo da probabilidade é indispensável por diversos motivos, desde os mais simples, como por exemplo, quando queremos saber as chances de chover amanhã ou na hora que iremos sair de casa, qual a chance de se tornar um milionário ao fazer um jogo na mega sena, até os casos mais complexos, que aparecem na genética, na economia, nos estudos de senso demográfico, esse último exemplo é um caso de cálculos probabilísticos e estatística.

Na estatística há várias situações onde a probabilidade é aplicada. Uma situação que vemos com frequência são as pesquisas de intenção de votos nas eleições, as chances dessas pesquisas retratarem a realidades são determinadas pela teoria das probabilidades. O IBGE, usa a estatística para determinar as probabilidades futuras em relação aos acontecimentos futuros na população.

Na medicina, cálculos de genética, as chances de numa gravidez o bebê ser do sexo feminino ou masculino, as chances de ter olhos de determinada cor, cabelos de certo tipo, entre outros fatores, envolvem cálculos de probabilidades. Até mesmo, para um teste de DNA determinar as chances de compatibilidade genética, além de, a partir, de estudos e observações das frequências com que os pacientes se curam quando se submetem a determinados tratamentos, são exemplos de toda a teoria desenvolvida e aplicada em casos reais.

Vemos o quanto a teoria das probabilidades se desenvolveu e se tornou importante ao logo do tempo, numa história riquíssima e cheias de fatos curiosos, os quais não falamos, e sugerimos que o leitor, possa em momento oportuno, se aprofunde no tema.

1.3 A IMPORTÂNCIA DAS PROBABILIDADES PARA A SOCIEDADE

> “A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática Probabilidade e Estatística. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações - problemas da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e predizer fenômenos. (BNCC, p.274).”

Conforme trecho da BNCC, existem inúmeros casos da nossa sociedade onde os cálculos de probabilidades são aplicados, desde coisas mais simples do nosso cotidiano até situações mais complexas. Pessoas comuns usam a probabilidade de modo mais simples, estas pessoas estão interessados apenas em saber as chances de chover amanhã, por exemplo.

Um biólogo já pode fazer um uso mais complexo dos cálculos de probabilidade. Ela é usada na genética, para determinar as chances de um bebê ser menino ou menina, as chances de uma determinada espécie se reproduzir em cativeiro ou de uma pessoa que faz uso de nicotina, por exemplo, desenvolver algum tipo de doença relacionada ao fumo.

Na economia, o mercado de ações varia frequentemente a depender de fenômenos que ocorrem pelo mundo, esses fenômenos podem ser, por exemplo, a ocorrência de uma pandemia, uma guerra entre duas nações, esses fatos tem alguma chance de acontecer, e o mercado reage de acordo com as chances de que eles ocorram, quanto maior a probabilidade destes fenômenos acontecerem mais os mercados oscilam.

Outra importante aplicação dos cálculos de probabilidade à economia está na contratação de um seguro de carro. Muitas variáveis são analisadas para saber as chances da ocorrência de um sinistro. São levadas em consideração na contratação a idade, o sexo e local de moradia do contratante, diante de estudos feitos previamente é possível saber qual idade, sexo ou local tem maior probabilidade de ocorrer um sinistro com o segurado e até o modelo de carro tem influência no valor do seguro, alguns modelos tem mais chances de serem roubados e essas conclusões são tiradas a partir da teoria das probabilidades.

As probabilidades não estão apenas relacionadas aos jogos de azar, elas interferem em muitas áreas das nossas vidas, que nem sempre sabemos e assim fazemos perguntas para nossos professores de Matemática: “onde irei usar esses assunto na minha vida?”. Esta pergunta nos leva uma reflexão: tentar fazer um ensino e aprendizagem mais contextualizado e mais próximo da realidade do aluno para que ele possa notar que a Matemática, e todas as suas áreas, têm aplicação no mundo real e que essas aplicações estão diretamente ligadas às nossas rotinas e tomadas de decisões. Em consenso com a que dia a BNCC:

> “(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.). (Habilidade de Estatística e Probabilidade, BNCC, p.546).”

CAPÍTULO 2 - TEORIA DA PROBABILIDADE UTILIZADA NO ENSINO BÁSICO

Neste capítulo mostraremos alguns conceitos de base sobre probabilidade utilizada no ensino básico (ensino fundamental e médio) com as definições de experimento aleatório, espaço amostral, eventos e as diversas visões sobre probabilidade. Conteúdos recomendados nas habilidades da BNCC:

> "(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
>
> (EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade. (Habilidade de Estatística e Probabilidade, BNCC, p.546)."

2.1 PROBABILIDADE NO ENSINO BÁSICO - CONCEITOS INICIAIS

Experimentos aleatórios

São experimentos que, repetidos sob condições iguais determinam resultados que não podem ser previstos com certeza. Embora, mesmo que, não consigamos saber qual resultado ocorrerá, podemos descrever o conjunto de todos os resultados possíveis que podem acontecer.

Exemplos:

1. Lançar uma moeda e observar a face de cima.
2. Lançar um dado e observar o número da face de cima.
3. Lançar duas moedas e observar as sequências de caras e coroas obtidas.
4. Lançar duas moedas e observar o número de caras obtidas.

ESPAÇO AMOSTRAL

Segundo Samuel Hazzan, em Fundamentos de Matemática Elementar (2013), chamamos de espaço amostral, e indicamos por Ω, um conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

Exemplos:

1. Lançar uma moeda e observar a face de cima.

$$\Omega = \{K, C\},$$

em que K representa cara e C, coroa.

2. Lançar um dado e observar o número da face de cima.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

3. De uma urna contendo 3 bolas vermelhas (V), 2 bolas brancas (B) e 5 bolas azuis (A), extrair uma bola e observar sua cor.

$$\Omega = \{V, B, A\}$$

4. Lançar uma moeda duas vezes e observar a sequência de caras e coroas.

$$\Omega = \{(K, K), (K, C), (C, K), (C, C)\}$$

EVENTO

Cada um dos resultados obtidos ao realizar um experimento é chamado de evento. Considerando um espaço amostral Ω, que é um conjunto que tem como elementos todos os resultados possíveis do experimentos, evento são subconjuntos de Ω.

Os eventos são geralmente indicados por letras maiúsculas do nossa alfabeto: $A, B, \ldots Y, Z$. Um evento A ocorre se o resultado do experimento pertence ao conjunto A.

Exemplos:

1º) Um dado é lançado e observa-se o número da face de cima.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Eis alguns eventos:

A: Ocorrência de número ímpar. $A = \{1, 3, 5\}$.

B: Ocorrência de número primo. $B = \{2, 3, 5\}$.

C: Ocorrência de número menor que 4. $C = \{1, 2, 3\}$

D: Ocorrência de número menor que 7.

$$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \Omega.$$

E: Ocorrência de número maior ou igual a 7.

$$E = \emptyset.$$

2º) Uma moeda é lançada 3 vezes, e observa-se a sequência de caras e coroas.

$$\Omega = \{(K, K, K);\ (K, K, C);\ (K, C, K);\ (K, C, C);\ (C, K, K);\ (C, K, C);\ (C, C, K);\ (C, C, C)\}.$$

Eis alguns eventos:

A: Ocorrência de cara (K) no 1º lançamento.

$$A = \{(K, K, K);\ (K, K, C);\ (K, C, K);\ (K, C, C)\}$$

B: Ocorrência de exatamente uma coroa.

$$B = \{(K, K, C);\ (K, C, K);\ (C, K, K)\}$$

C: Ocorrência de, no máximo, duas coroas.

$$C = \{(K, K, K);\ (K, K, C);\ (K, C, K);\ (K, C, C);\ (C, K, K);\ (C, K, C);\ (C, C, K)\}$$

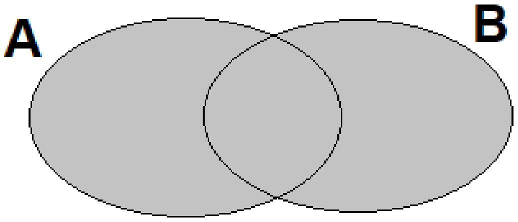
D: Ocorrência de pelo menos duas caras.

$$D = \{(K, K, K);\ (K, K, C);\ (K, C, K);\ (C, K, K)\}$$

UNIÃO DE DOIS EVENTOS

Considere que A e B são dois eventos, então $A \cup B$ será um evento se, e somente se, A ou B ou ambos acorrerem, isto é, $A \cup B$ é a união de dois eventos.

Figura 3 - União de dois eventos

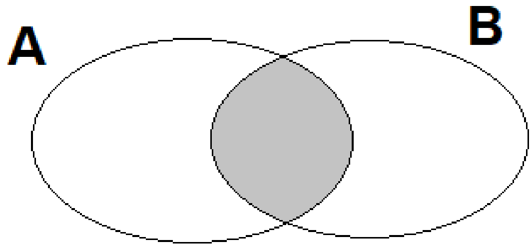


Fonte: Produzida pelo autor

INTERSEÇÃO DE DOIS EVENTO

Considere que A e B são dois eventos, então $A \cap B$ será um evento se, e somente se, A e B acorrerem ao mesmo tempo, isto é, $A \cap B$ é a interseção de dois eventos.

Figura 4 - Intersecção de dois eventos

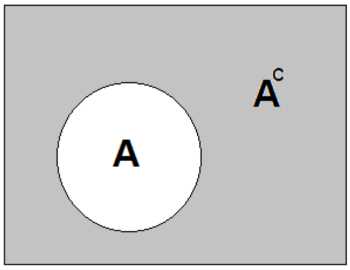


Fonte: Produzida pelo autor

EVENTO COMPLEMENTAR

Sendo A um evento, indicamos por A^C o complementar de A que ocorrerá se, e somente se, A não ocorrer.

Figura 5 - Complementar de um evento



Fonte: Produzida pelo autor

Exemplo:

Um dado é lançado e é observado o número da face de cima.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Sejam os eventos:

A: Ocorrência de número par. $A = \{2, 4, 6\}$

B: Ocorrência de número maior ou igual a 4. $B = \{4, 5, 6\}$

C: Ocorrência de número ímpar. $C = \{1, 3, 5\}$

Então, teremos:

$A \cup B$: Ocorrência de número par ou número maior ou igual a 4.

$$A \cup B = \{2, 4, 5, 6\}$$

$A \cap B$: Ocorrência de um número par e um número maior ou igual a 4.

$$A \cap B = \{4, 6\}$$

$A \cap C$: Ocorrência de um número par e um número ímpar.

$$A \cap C = \emptyset$$

A^C: Ocorrência de um número não par.

$$A^C = \{1, 3, 5\}$$

B^C: Ocorrência de um número menor que 4.

$$B^C = \{1, 2, 3\}$$

FREQUÊNCIA RELATIVA DE UM RESULTADO

Apostadores mais assíduos, quando fazem apostas, observam as chances de um evento acontecer, e sabem que alguns deles acontecem com mais frequência, enquanto outros, ocorrem raramente. Nosso intuito é associar aos eventos números que nos deem um indicação quantitativa da sua ocorrência. Vamos então definir o termo frequência relativa de um evento.

Consideremos um experimento aleatório com espaço amostral Ω, finito, isto é, $\Omega = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$. Esse experimento será repetido m vezes, sob as mesmas condições. Sendo n o número de vezes que um evento ocorrer, definimos frequência relativa como sendo a razão entre n e m.

Exemplo:

Lançando um dado 100 vezes, isto é, $m = 100$, e observando a ocorrência do números 2 sair 18 vezes, ou seja, $n = 18$, a frequência relativa desse evento é:

$$f = \frac{n}{m} = \frac{18}{100} = 0{,}18 = 18\%$$

A frequência relativa de um evento está compreendida entre 0% e 100%, quando dada em porcentagem, ou entre 0 e 1, quando expressa em números decimais, e soma de todas as frequências relativas de vários eventos, do mesmo espaço amostral, é igual a 1 ou 100%.

Quando repetimos um experimento por um número grande de vezes, percebemos que essa frequência tende a estabilizar em torno de um certo valor, a depender do tipo de experimento e evento que se esteja levando em consideração.

Exemplo: No lançamento de um dado por no mínimo 100 mil vezes, percebe-se, claramente este fato ao considerar que os eventos são as ocorrências dos valores de 1 a 6. A estabilização desse valor está próximo de 16,67%.

DEFINIÇÃO DE PROBABILIDADE

A frequência relativa informa a quantidade de vezes que um evento acontecer, na medida em que um evento é realizado por uma quantidade de vezes. Vamos definir o número associado a cada um dos eventos devem ter as mesmas características da frequência relativa. A esse número damos o nome de **Probabilidade do Evento**.

Considere um espaço amostral $\Omega = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$. A cada evento de Ω associamos um número real, indicado por p_i, chamado probabilidade de cada evento de Ω, que satisfaz:

I) $0 \leq p_i \leq 1$ para todo $i \in \{1, 2, \ldots, k\}$

II) $\sum_{i=1}^{k} p_i = p_1 + \cdots + p_k = 1$

Os números

$$p_1, \dots, p_k$$

São definidos como a distribuição das probabilidades sobre Ω.

Agora, seja A um evento qualquer de Ω. Definimos probabilidade do evento A, indicada por $P(A)$, da seguinte forma:

a) Se $A = \emptyset, P(A) = 0$

b) Se $A \neq \emptyset$, $P(A) = \sum_{a_i \in A}^{k} p_i$

A probabilidade de um evento é formada por um certo número de elementos é a soma das probabilidades dos resultados individuais que constituem o evento A.

Exemplo:

Uma moeda é lançada e é observada a face de cima.

Temos:

$$\Omega = \{K, C\}$$

E sejam

$$p_1 = K \ e \ p_2 = C$$

A distribuição para o espaço amostral é:

$$p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$$

Isso significa que admitimos que a frequência relativa de caras e de coroas é próxima de $1/2$ quando a moeda é lançada muitas vezes.

TEOREMAS SOBRE PROBABILIDADES EM UM ESPAÇO AMOSTRAL FINITO

Teorema 1: A probabilidade do evento certo é 1.

Demonstração:

De fato, o evento certo é $\Omega = \{a_1, \ldots, a_r\}$ e por definição:

$$P(\Omega) = p_1 + \ldots + p_k = 1.$$

■

Teorema 2: Sejam A e B dois eventos de um espaço amostral Ω. Se $A \subset B$, então $P(A) \leqslant P(B)$.

Demonstração:

Caso 1: Se $A = B$, então por definição $P(A) = P(B)$ e portanto, $P(A) \leq P(B)$.

Caso 2: Sejam $A = \{a_1, \ldots, a_r\}$ e $B = \{a_1, \ldots, a_r, a_{r+1}, \ldots, a_{r+q}\}$.

Então:

$$P(A) = p_1 + \cdots + p_r$$

$$P(B) = p_1 + \cdots + p_r + p_{r+1} + \cdots + p_{r+p}$$

Mas

$$p_1, \ldots, p_r, p_{r+1}, \ldots, p_{r+p}$$

São todos não negativos, logo temos:

$$P(A) \leq P(B).$$

■

Teorema 3: Se A é um evento, então $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$.

Demonstração:

Observando que

$$\emptyset \subset A \subset \Omega$$

Portanto, pelo Teorema 2, temos:

$$P(\emptyset) \leqslant P(A) \leqslant P(\Omega)$$

E com isso temos o que desejamos:

$$0 \leqslant P(A) \leqslant 1.$$

■

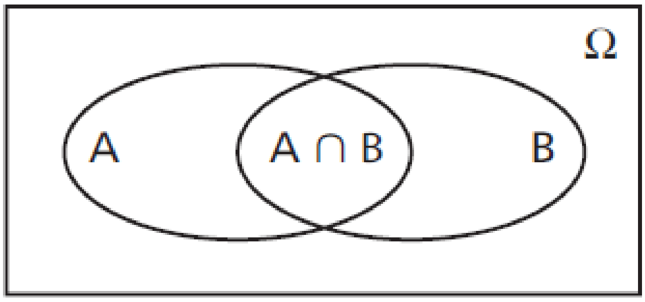
Teorema 4: Se A e B são eventos, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Demonstração:

Sabemos que

$$P(A \cup B) = \sum_{a_j \in A \cup B} p_j$$

Figura 6 - Conjunto universo



Fonte: Produzida pelo autor

Temos também que

$$P(A) = \sum_{a_j \in A} p_j \quad e\ P(B) = \sum_{a_j \in B} p_j.$$

Agora, quando somamos $P(A) + P(B)$ as probabilidades dos eventos que estão na interseção, os seja, estão em $A \cap B$, são contados duas vezes e elas precisam ser eliminadas da contagem.

Logo, temos que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se os eventos forem mutuamente excludentes, a interseção será vazia e teremos apenas que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

■

Teorema 5: Se A é um evento, então $P(A^C) = 1 - P(A)$.

Demonstração:

Como $A \cap A^C = \emptyset$ e $A \cup A^C = \Omega$, segue do Teorema 4 que

$$P(A \cup A^C) = P(A) + P(A^C)$$

Logo

$$1 = P(A) + P(A^C)$$

O implica em

$$P(A^C) = 1 - P(A).$$

■

ESPAÇOS AMOSTRAIS EQUIPROVÁVEIS

Consideramos um espaço amostral $\Omega = \{a_1, \ldots, a_k\}$. Chamamos Ω de espaço amostral equiprovável, quando todos os elementos de Ω tem a mesma probabilidade de acontecer.

Exemplo: Um dado comum é lançado ao acaso, e observa-se a face voltada para cima. Temos, então que

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Espera-se que cada evento tenha a mesma probabilidade de acontecer.

Como temos 6 elementos no espaço amostral, então a probabilidade de qualquer evento acontecer é:

$$P = \frac{1}{6}$$

Seja A o evento: sair o número 2.

Então $A = \{2\}$. Como o número de elementos de A é igual a 1, temos:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

PROBABILIDADE DE UM EVENTO NUM ESPAÇO EQUIPROVÁVEL

Considere $\Omega = \{a_1, \dots, a_k\}$ como sendo uma distribuição equiprovável, isto é, a probabilidade de cada evento é $P_i = \frac{1}{k}$.

Seja A um evento de Ω, tal que:

$$\mathrm{A} = \{a_1, \dots, a_r\}$$

$$P(A) = p_1 + \cdots + p_2 = \frac{1}{k} + \cdots + \frac{1}{k}$$

Essa soma é composta por r parcelas, cada uma delas representa a probabilidade de um elemento de A acontecer.

$$P(A) = \frac{r}{k}$$

Ou seja, em um espaço amostral equiprovável:

$$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega}$$

Laplace se referia aos elementos de A como casos favoráveis e o elementos de Ω como casos possíveis. Assim podemos definir probabilidade do seguinte modo:

$$Probabilidade = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ de\ casos\ possíveis}$$

Exemplo: Uma urna contém 3 bolas brancas, 2 vermelhas e 5 azuis. Uma bola é escolhida ao acaso na urna. Qual a probabilidade de a bola escolhida ser:

a) branca?

b) vermelha?

c) azul?

Solução:

Sejam:

As bolas brancas:

$$B_1, B_2, B_3$$

As bolas vermelhas:

$$V_1, V_2,$$

As bolas azuis:

$$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5,$$

O espaço é:

$$\Omega = \{B_1, B_2, B_3, V_1, V_2, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$$

A quantidade de casos do espaço amostral é 10, ou seja, o número de casos possíveis.

a) Seja o evento A: a bola retirada ser branca. Então:

$$A = \{B_1, B_2, B_3\}$$

Isto é, o total de casos favoráveis é igual a 3.

Logo

$$P(A) = \frac{3}{10}$$

b) Seja o evento B: a bola retirada ser vermelha. Estão:

$$B = \{V_1, V_2\}$$

O total de casos favoráveis é igual a 2.

Logo

$$P(B) = \frac{2}{10}$$

c) Seja o evento C: a bola retirada ser azul. Então:

$$C = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$$

O total de casos favoráveis é 5.

Logo:

$$P(C) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

CAPÍTULO 3 – JOGOS NA MATEMÁTICA

3.1 A IMPORTÂNCIA DOS JOGOS NA MATEMÁTICA

> “Portanto, a BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. (BNCC, p.276).”

Os jogos em matemática têm sido utilizados com mais frequência pelos professores. Atualmente alguns intitulam a inserção de jogos no ensino da matemática de “Matemática recreativa”. É uma forma de aprender brincando, de introduzir conceitos e constatar resultados a partir dessas atividades.

Nosso objetivo aqui não é discutir o conceito de jogos nem suas ações. Como hoje em dia temos uma vasta e rica literatura sobre o tema, deixamos para leitor o aprofundamento no tema, e sugerimos duas boas leituras: “Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro” de Zaslavsky e “Homem que calculava’ de Malba Tahan.

Do mesmo modo não iremos, nesta parte, nos aprofundar na teoria dos jogos, ramo da Matemática muito importante. O que se pretende aqui, é fazer um breve comentário sobre as possibilidades da utilização dos jogos matemáticos no ensino e aprendizagem, fazendo valer do ponto de vista que os jogos devem ser tratados como situações problemas que possam abordar conceitos e relações matemáticas importantes para o ensino básico.

Como professor efetivo da rede pública de ensino do Estado de Pernambuco, percebo uma grande dificuldade e falta de motivação dos alunos quando se trata de estudar Matemática e de se concentrar nas aulas expositivas. Neste ato complexo de ensinar e aprender, é fato de não existir uma fórmula mágica para desenvolver no aluno um sistemático interesse e participação nas aulas. Os jogos se tornam uma forma de envolver e atrair os estudantes para escola e motivá-los a se interessarem pelo tema estudado, no nosso caso, probabilidade. Os jogos têm esse poder, de mostrar a Matemática de uma forma mais divertida e mais próxima da realidade do aluno, contextualizando situações para serem vivenciadas em sala de aula.

CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA

Detalhamos nessa parte como a proposta da sequência de atividades foi desenvolvida, como os dados foram coletados e em seguida a análise dos resultados das atividades.

4.1 LOCAL ONDE FOI REALIZADO O TRABALHO E PÚBLICO ALVO

O presente trabalho foi realizado na Escola Técnica Estadual Luiz Alves Lacerda, da rede Pública de Pernambuco, na modalidade ensino integral e está sob a gerência regional Metro Sul. Localizada na Cabo de Santo Agostinho, região metropolitana de Recife. Atualmente a escola possui pouco mais de 450 alunos, 45 funcionários entre professores, servidores administrativos e auxiliares de serviços gerais.

São apenas 12 turmas, quatro de 1° ano, quatro de 2° ano e quatro de 3° ano, de nível médio integrado aos cursos técnicos de Logística, Desenvolvimento de Sistemas e Hospedagem. Dispondo de uma boa estrutura física, recém construída com apenas quatro anos de existência, o prédio tem um modelo atual desenvolvido para abrigar as novas Escolas Técnicas Estaduais. Na estrutura da escola há laboratórios de Matemática, Física, Química, Biologia, Informática e Línguas, além de um auditório amplo com capacidade para cerca de 150 pessoas. Ainda compõe a estrutura da escola uma Biblioteca ampla, equipada com livros de boa qualidade e computadores para acesso a pesquisas, além de uma quadra poli esportiva e refeitório onde são servidas três alimentações diárias aos estudantes.

Figura 7- Fachada da ETE Luiz Alves Lacerda – Cabo de Santo Agostinho

Fonte: Produzida pelo autor

As atividades e intervenções foram desenvolvidas, entre 01 de Março e 30 de Junho de 2021 nas turmas do 2° ano do ensino médio dos cursos de Desenvolvimento de Sistemas, Logística e Hospedagem. As turmas são formadas por 45 alunos, que por conta da pandemia da COVID 19, foram divididas para respeitar os protocolos sanitários de saúde, mas as atividade aplicadas foram as mesmas para ambos os grupos. A faixa etária dos alunos era de 15 anos.

Tomando por base o currículo pedagógico de Pernambuco, percebemos que ele está desenvolvido no formato de espiral. Sendo assim, os jogos podem ser utilizados em qualquer série do ensino médio da rede pública de Pernambuco, mas decidimos aplicar nas turmas de 2° anos, pois o autor deste trabalho é professor das turmas escolhidas.

Na escola escolhida existem quatro turmas de 2° ano, sendo duas do curso de Desenvolvimento de Sistemas ou TDS, uma do curso de Logística e uma do curso de Hospedagem.

Essas turmas são compostas por aproximadamente 45 alunos com idade média de 15 anos, que passaram por uma seleção para estudar na referida escola. Em sua maioria os alunos estão em um nível de aprendizagem desejável, observação a partir da avalaição feita dos resultados de teste diagnósticos elaborados pela Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco. Atrelado a esses bons resultados, os alunos demonstram muito interesse e empenho nos estudos.

A adesão às atividades propostas foi de forma voluntária por parte dos alunos, não atingimos 100% da participação das turmas escolhidas. As informações eram repassadas através do grupo de WhatsApp criado pela turma e usado, exclusivamente, para informações escolares.

Os testes, pré diagnósticos, pós diagnósticos e pesquisa com professores, foram todos feitos a partir de formulários eletrônicos com apoio do Google Forms, ferramenta bastante utilizadas no período de pandemia para recomendação de atividades, tarefas escolares e pesquisas científicas.

4.2 COLETA DE DADOS E RESULTADOS E APLICAÇÃO DOS TESTE

Esta pesquisa foi aplicada em determinada amostra, turmas de 2° ano do ensino médio, e tem por objetivo gerar resultados que serão avaliados para que possam ser utilizadas nessas mesmas turmas e solucionar problemas específicos desse grupo. Pesquisamos de forma quantitativa, para em seguida, a partir dos resultados, montar os gráficos e tabelas, que possam ser úteis.

Nosso objetivo é explorar de maneira quantitativa, já que essa maneira de busca por informações, gera uma proximidade entre o tema abordado, o aplicador da pesquisa, e o que está sendo estudado nela, no caso os alunos e professores. Esta é uma pesquisa de campo na qual temos o intuito de obter informações sobre uma situação existente e comprovar nossas suspeitas com os dados coletados.

Os testes foram realizados de forma remota através do Google Forms. O envio destas atividades foi feito através de grupos de WhatsApp e ficavam disponíveis por um período de dez dias para que os estudantes pudessem resolver sem pressa e de forma que não houvesse sobrecarga de atividades, um cuidado para haver choque com as atividades escolares obrigatórias.

Por se tratar de uma ETE, Escola Técnica Estadual, muitos dos alunos possuíam acesso à internet com frequência, aos que não possuíam internet em casa, na escola havia redes wi-fi para uso exclusivo dos estudantes, bem como laboratórios de informática e biblioteca, ambos equipados com alguns computadores, os alunos poderiam usar esses ambientes para fazer os testes quando bem entendessem, porém, dentro do prazo estabelecido. Sempre recomendamos aos participantes que ao realizarem os teste, evitassem qualquer tipo de consulta, para que os resultados fossem o mais próximo possível da realidade de conhecimento deles.

A intenção de aplicar um teste antes é saber como anda o conhecimento prévio desses estudantes sobre probabilidade, mesmo sabendo que os estudantes poderiam nunca ter visto este conteúdo. A participação não geraria notas escolares ou qualquer outro benefício em relação às suas atividades pedagógicas obrigatórias. O propósito é avaliar, de fato, a real compreensão sobre o conteúdo.

O pré-teste e pós-teste, como já dito, foram enviados por meio de um link e postado no grupo de WhatsApp, e continham DEZ questões de múltipla escolha sobre probabilidade. Essas questões foram escolhidas com base nos descritores mencionados no currículo de Pernambuco e nas competências e habilidades da BNCC.

O pré teste, além de verificar em que nível de conhecimento sobre o tema os participantes estavam, também serviu de apoio para traçar propostas de atividades para trabalhar o tema de forma assertiva nas aulas de intervenção.

Ao mesmo tempo um questionário também foi aplicado para os professores de diversas escolas para saber que tipo de abordagem eles faziam sobre o tema se eles trabalhavam em suas aulas, em que nível da educação básica eles lecionavam, bem como os recursos pedagógicos e tecnológicos que eles utilizavam para ministrar suas aulas. Esse teste com os professores é de importância para termos uma noção das ferramentas e propostas pedagógicas os professores mais usam.

Nas intervenções utilizamos jogos por meio de aplicativo, que propunham situações motivadoras que desafiavam os alunos a aprenderem brincando. Muitos desses aplicativos trazem jogos que utilizam dados, por exemplo, jogos com dois dados para fazer aposta na soma dos valores das faces voltadas para cima.

Após as intervenções e análise, traçamos estratégias e atividades atrativas e contextualizadas com a realidade dos alunos para avaliação de como todo o processo foi absorvido pelo alunos. O pós teste também era composto por dez questões de múltiplas escolha e continha questões do mesmo estilo e nível de dificuldade da sondagem feita inicialmente.

4.3 TESTE COM OS PROFESSORES

O objetivo desta parte é saber qual a realidade do professor em sala de aula. Conhecer as práticas pedagógicos que eles utilizam, como eles trabalham probabilidade com os estudantes. Entender melhor para poder analisar com mais detalhes e assim chegar a conclusões mais próximas da verdadeira situação.

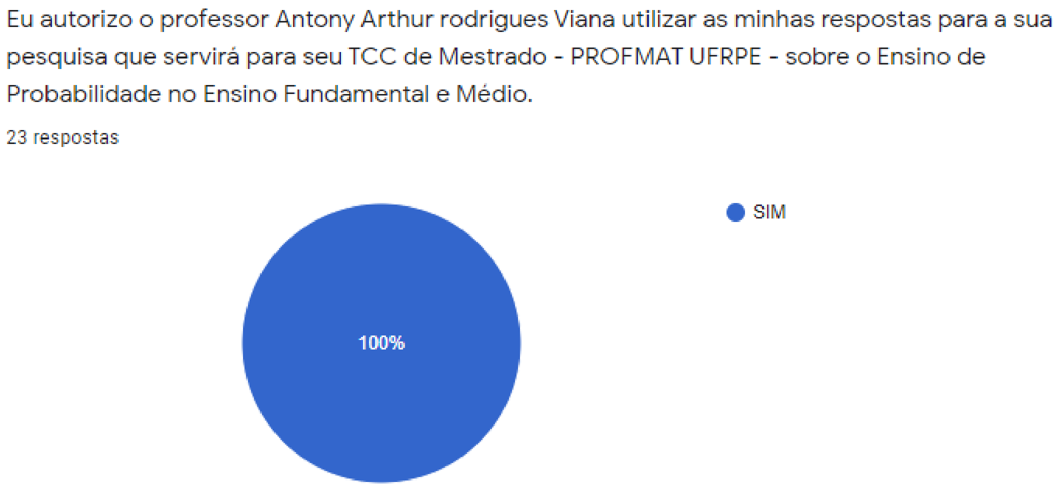
A troca de experiências é sempre bem-vinda em qualquer situação, e quando se está no ramo da educação, essa troca é ainda mais importante. As boas práticas pedagógicas exitosas devem ser compartilhadas sempre que possível, bem como também é de fundamental importância que o professor vá em busca dessas novas sugestões de atividades para deixar suas aulas ainda mais ricas e fazer com que os alunos compreendam e absorvam os conteúdos de forma mais simples e quando possível com algo relacionado aos seu cotidiano.

O formulário com algumas perguntas foi produzido e aplicado com o intuito de saber quais recursos eram mais usados entre os professores, que tipo de abordagem (nível, contextualização) eles faziam sobre o tema, se eles abordavam o tema em suas aulas, em que nível da educação básica eles lecionavam a partir das respostas selecionar atividades adequadas.

Ao todo 23 professores de diversas escolas, públicas e privadas, e que lecionam no ensino fundamental ou médio responderam às questões de forma voluntária. Todos os professores participantes, de alguma forma possuíamos contato através de grupos de WhatsApp, então os formulários de pesquisas eram enviados para eles desta maneira.

Previamente foi pedido autorização para utilização dos dados fornecidos pelas respostas dos professores para que pudéssemos analisar e publicar neste trabalho. O questionário é respondido de forma e anônima, nosso intuito é coletar dados que nortearão nossa pesquisa.

Figura 8 - Autorização para compartilhamento de informações

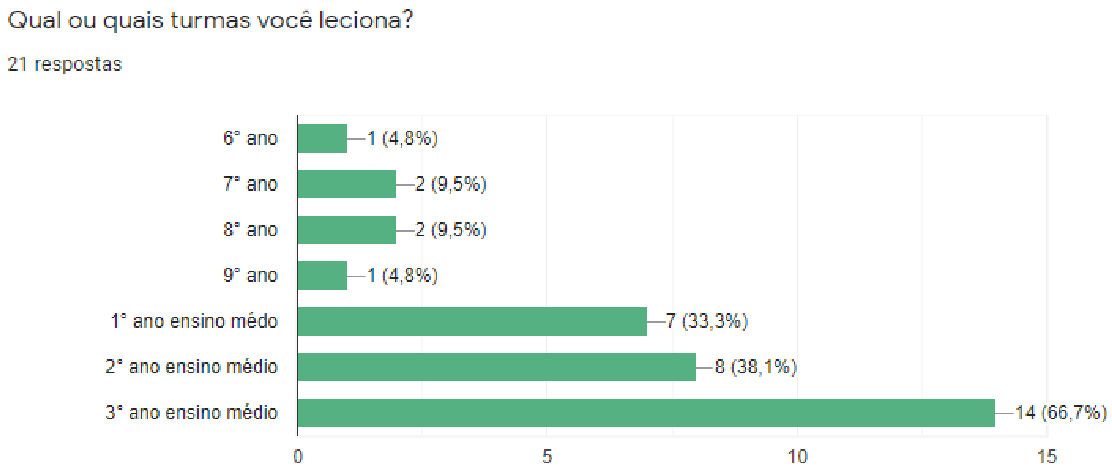


Fonte: Produzida pelo autor

Como mostrado, 100% dos participantes autorizaram a divulgação, até por que, só seria interessante para nós se os dados das respostas pudessem ser publicados, mas claro, com a devida permissão.

Outra pergunta importante é em que turma o professor leciona. O resultado está na imagem abaixo.

Figura 9 - Dados com respostas à pergunta sobre as turmas que o professor leciona



Fonte: Produzida pelo autor

Como pode ser vista, a grande maioria trabalha com turmas do ensino médio onde o conteúdo de probabilidade é mais difundido, apesar da BNCC recomendar, na terceira competência específica de Matemática, que o tema seja já trabalhado no ensino e fundamental.

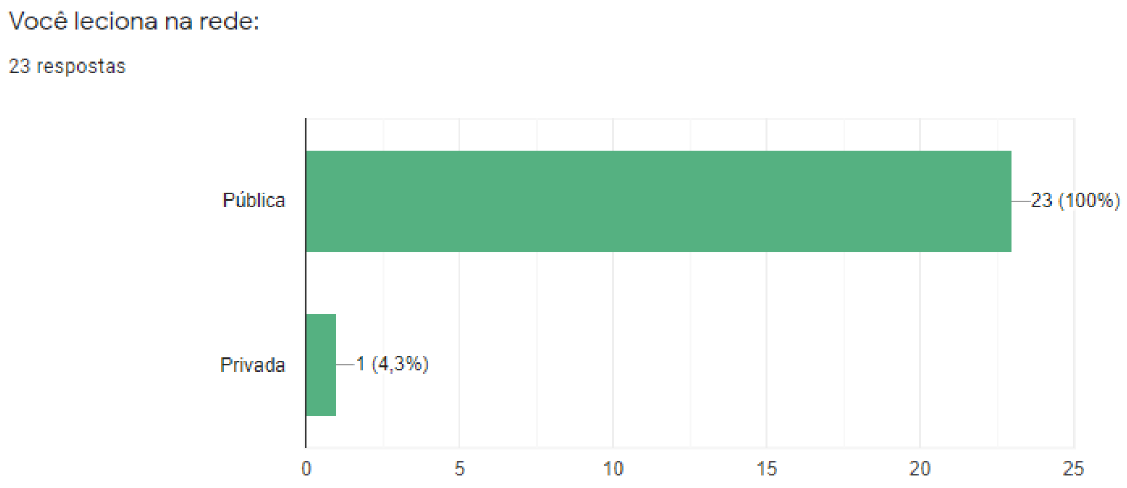
> "Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (Competência 3, BNCC, p.269)."

Do total de professores que responderam à pesquisa apenas um trabalha no 6° ano do ensino fundamental, dois no 7° e 8° anos, e um no 9° ano. Segundo a BNCC o estudo de probabilidade deve ser iniciado desde das series iniciais. Em conversa, informal, com os professores que lecionam em turmas de 6° a 9°, perguntamos se eles trabalham o conteúdo de probabilidade já nessas séries, e a resposta é que a maioria deixa para abordar esse tema no ensino médio. Isso acontece pelo fato de probabilidade, há tempos receber destaque apenas no ensino médio.

A terceira pergunta da nossa pequena pesquisa com os professores, é sobre a rede de ensino em que trabalham. Todos que responderam trabalham na rede pública, e uma pequena quantidade também lecionam na rede privada, mas ninguém trabalha exclusivamente na rede privada. Consideramos essa pergunta relevante, pois os recursos em cada rede ensino são distintos. Sabemos que em geral, a rede particular dispõe de mais recursos dando, assim mais possibilidades de trazer algo diferente para as aulas e mais ferramentas tecnológicas, como os jogos por aplicativo, que necessitam de internet para serem acessados e dispositivos eletrônicos mais modernos, como smartphone, tablets ou computadores.

Mas também, sabemos que muitas escolas públicas, quando bem administradas, podem fornecer bons recursos tecnológicos. Escolas com professores e gestores compromissados em diminuir as defasagem e alavancar o ensino e aprendizagem dos alunos por meio de aplicativos e jogos eletrônicos fazem grande diferença na educação pública.

Figura 10 - Dado sobre a rede de ensino do professor

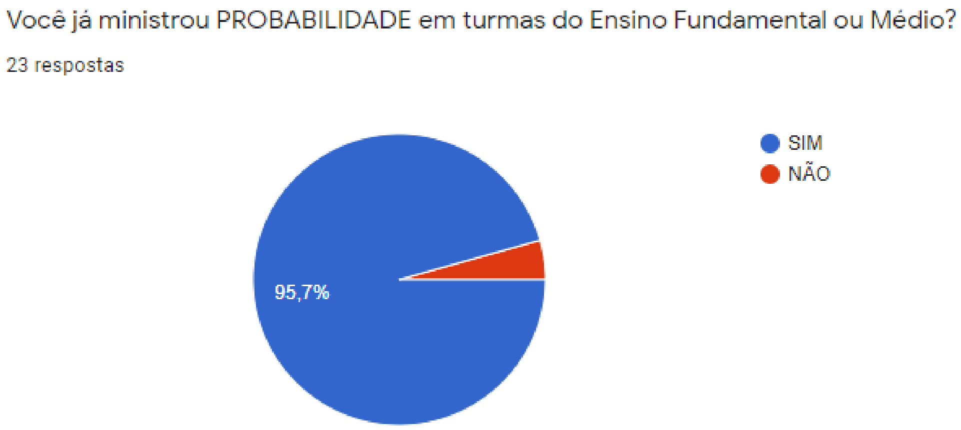


Fonte: Produzida pelo autor

Muitas vezes assuntos mais complexos, como probabilidade, são deixados de lado pelos professores das redes pública e privada de ensino, por diversos motivos. Nossa próxima pergunta foi exatamente sobre isso, se os professores já ministraram o conteúdo de probabilidade em alguma turma do ensino fundamental ou médio, e 4,3% responderam que não. Não se pode afirmar que houve negligência por parte dos professores regentes ou se outros fatores fizeram com que o conteúdo não fosse dado. Mas esse número chama a atenção, pois probabilidade é um conteúdo atualmente já iniciado nas primeiras séries do ensino fundamental, de acordo com a BNCC, que em sua 3° competência específica de matemática para o ensino fundamental argumenta que: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

As respostas dadas pelos professores, nos sugere que esse conteúdo não é abordado no ensino com a frequência que deveria, já que a maioria dos participantes da pesquisa leciona em turma de nível médio.

Figura 11 - Dados sobre o nível de ensino em que professor leciona

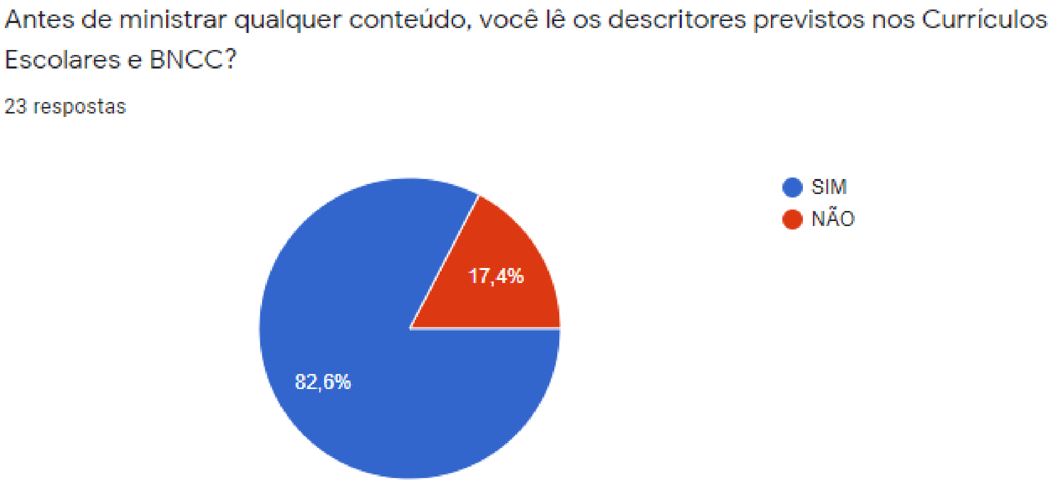


Fonte: Produzida pelo autor

Os documentos norteadores do ensino não são criados por acaso. Estudos são realizados a fim de traçar estratégias, construir caminhos que mostrem como os conteúdos podem ser abordados e que se espera ao inseri-los nas aulas. Diante dessa importância, por conter habilidades e competências a serem desenvolvidas pelas estudantes, esses documentos norteadores devem ser lidos pelos professores com frequência, já que o processo de ensino e aprendizagem é muito dinâmico e está sempre em constante mudança.

Uma de nossas perguntas é justamente sobre isso, se antes de abordar qualquer conteúdo, os professores fazem uma leitura desses documentos, se apropriam das competências e habilidades, para então iniciar os trabalhos em sala de aula.

Figura 12 - Dados sobre a leitura feita pelo professor das competências e habilidades



Fonte: Produzida pelo autor

Achamos o resultado um pouco surpreendente, quase 20% dos entrevistados não fazem essa leitura, indagamos. A partir desse resultado, fizemos a seguinte pergunta:

Como desenvolver no estudante as competências e habilidades esperadas em cada assunto, se o professor não faz a leitura e não se apropria desses documentos norteadores?

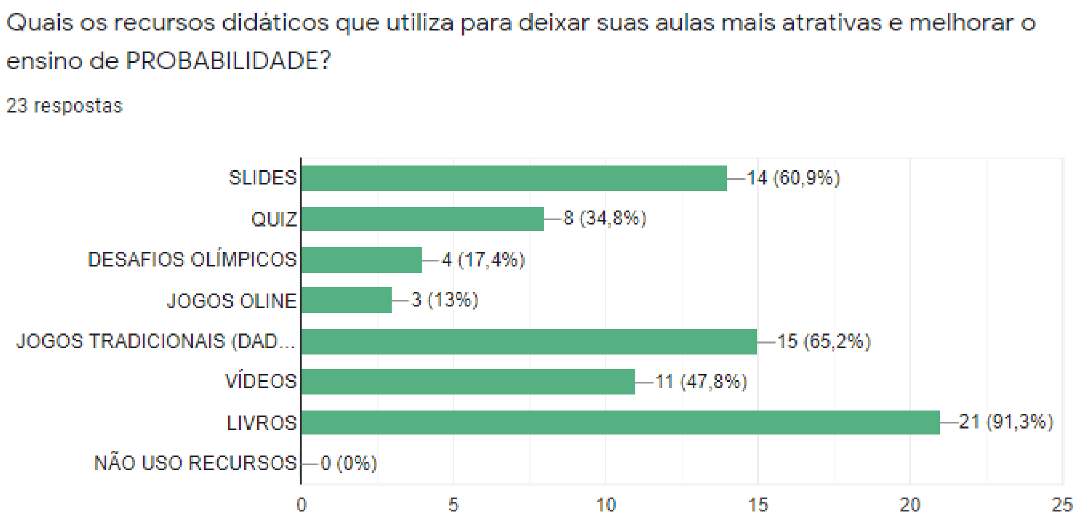
Não se pode desenvolver uma competência e uma habilidade específica de determinado conteúdo caso se tenha entendimento sobre ela, se não se sabe qual a competência e habilidade desejada. Portanto consideramos fundamental a leitura e conhecimento dessas competências e habilidades por parte dos professores.

Por fim, indagamos sobre os recursos tecnológicos e apresentamos o resultado no gráfico abaixo.

> “Para que o uso de recursos didáticos alcance os objetivos propostos é de fundamental importância o papel do professor e do aluno neste processo colaborativo. O educador precisa utilizar os recursos didáticos com planejamento, saber quando deverá ser aplicado e que o material deve proporcionar ao aluno estímulo à pesquisa e a busca de novos conhecimentos. E ao aluno é propiciada a oportunidade de mostrar as suas necessidades e demandas, que serão colhidas e aproveitadas pelo professor no processo de planejamento e aplicação dos recursos. A aplicação de recursos didáticos no processo de ensino-aprendizagem é importante para que o aluno “assimile o conteúdo trabalhado, desenvolvendo sua criatividade, coordenação motora e

> habilidade ao manusear objetos diversos que poderão ser usados pelo professor na aplicação de suas aulas" (SOUZA, 2007)."

Figura 13 - Dados sobre os recursos didáticos usados pelo professor



Fonte: Produzida pelo autor

Sabemos que a utilização de recursos que possibilitem uma aula de qualidade é fundamental na aprendizagem. Esses recursos muitos vezes melhoram as aulas ministradas de forma tradicional, ou seja, aquelas que utilizam os recursos já naturalmente entendidos como necessários às aulas, isto é, livros, quadros negros e aulas meramente expositivas. A introdução desses recursos pedagógicos feito pelo professor faz com que os alunos transfiram os conhecimentos vistos nos livros e nas aulas para a realidade se tornando assim uma metodologia ativa de aprendizagem.

Analisando os resultados desta pergunta, percebe-se claramente que os recursos mais utilizados ainda são os mais tradicionais, slides, com 60,9% das repostas, jogos tradicionais, tem 65,2% da preferência para utilização em sala de aula, e o mais utilizado, o livro, com 91,3%. Até os livros atuais trazem sugestões de atividades diversificadas, que utilizem os recursos dos mais variados possíveis.

Notamos que os recursos tecnológicos como, jogos eletrônicos, e quiz, têm um total de utilização de 13% e 34,8%, respectivamente. Nos tempos atuais, onde a tecnologia é cada vez mais frequente entre os estudantes, dar-se ainda mais importância à utilização dessas ferramentas, que fazem parte do cotidiano dos jovens nas aulas. Fica evidente que ainda há uma resistência à utilização da tecnologia nas aulas como uma forma de auxiliar o ensino e a aprendizagem, talvez pelo fato da falta de habilidades com esses recursos ou por acreditar que o modo mais eficaz de ensino e aprendizagem, seja ainda o tradicional. Essa falta de habilidade com a tecnologia como meio de ensino, pode também estar atrelado à formação profissional. Sabemos que há um certo distanciamento entre a prática e realidade, mas nosso objetivo não é avaliar esses pontos, não nos estenderemos.

É importante salientar que os recursos devem ser utilizados de forma planejada e articulada com os conteúdos a serem trabalhados. Uma aula bem planejada e com os recursos didáticos apropriados, levará, com certeza, a um aprendizado mais concreto.

4.4 APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DO PRÉ TESTE

Antes da aplicação da sequência de atividades com os jogos dos aplicativos, fizemos um pré teste para diagnosticar os conhecimentos dos alunos sobre probabilidade, mesmo sabendo que muitos deles nunca estudaram este conteúdo, nem no ensino fundamental e nem no ensino médio. Sabemos que, de alguma maneira, o estudante tem ao menos uma pequena noção intuitiva de probabilidade e o nosso pré-teste tem como objetivo avaliar em que nível e quais são as partes desse conteúdo que os estudantes tem essa noção.

O pré-teste é formado por dez questões, que abordam os conceitos de espaço amostral, evento (certo, impossível e equiprovável), cálculo de probabilidade básica e probabilidade complementar de um evento. Essas atividades foram realizadas através do Google Forms e poderia ser respondida de qualquer lugar. Muitos dos participantes utilizaram os laboratórios de informática da escola para dar suas respostas. As respostas sempre são dadas de forma anônima e a participação de forma voluntária para não interferir com as obrigações diárias da escola, mas mesmo assim tivemos uma boa adesão, bem acima do esperado.

Figura 14 - Alunos participando das atividades proposta neste trabalho

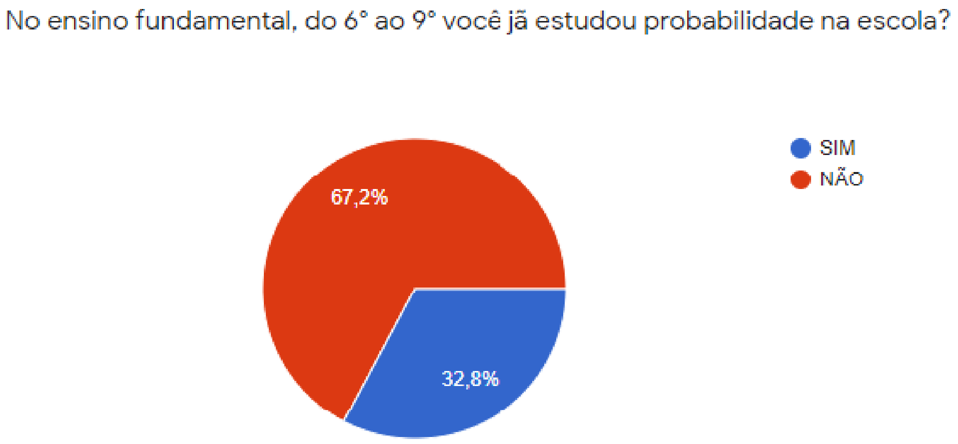
Fonte: produzida pelo autor

Antes de iniciar a responder às perguntas do questionário, os alunos foram indagados sobre terem visto este conteúdo em algum momento da sua vida escolar, isto é, se já estudaram no ensino fundamental ou no ensino médio. O resultado nos surpreendeu.

Quando perguntamos aos alunos se eles já estudaram probabilidade em algum momento no ensino fundamental, do 6° ao 9°, o resultado nos chama atenção, 67,2% dos entrevistados dizem nunca terem estudado o conteúdo nestas séries. Levando em consideração que todos os professores e alunos consultados fazem parte da rede estadual de ensino, e analisando os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco, Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental de 2012 e as competências específicas de matemática para o ensino fundamental presentes no currículo, este conteúdo deveria ser trabalhado já a partir do 6° ano do ensino fundamental e nas séries posteriores.

> "Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções (Competência 3, currículo de Pernambuco, p.41)."

Figura 15 - Resultado da pergunta



Fonte: Produzida pelo autor

Quando questionados se estudaram probabilidade no ensino médio é resultado é ainda mais preocupante.

Figura 16 - Resultado da pergunta

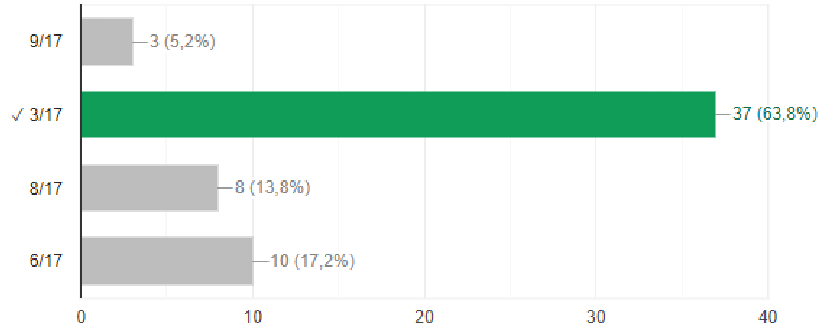
Fonte: Produzida pelo autor

Conforme mostra o gráfico, 91,4% dos estudantes dizem não ter visto probabilidade no ensino médio. Consultando e analisando novamente os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco, Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Médio de 2012, probabilidade já é assunto presente desde o 1° ano do ensino médio.

A segunda seção deste questionário é composto pelas questões do conteúdo de probabilidade. Iniciamos pela seguinte questão:

Figura 17 - Resultado da 1° questão da sondagem

Em uma sala de aula há 8 torcedores do Santa Cruz, 3 torcedores do Náutico e 6 torcedores do Central. Se escolhermos um único torcedor, qual a chance dele ser do Náutico?



Fonte: Produzida pelo autor

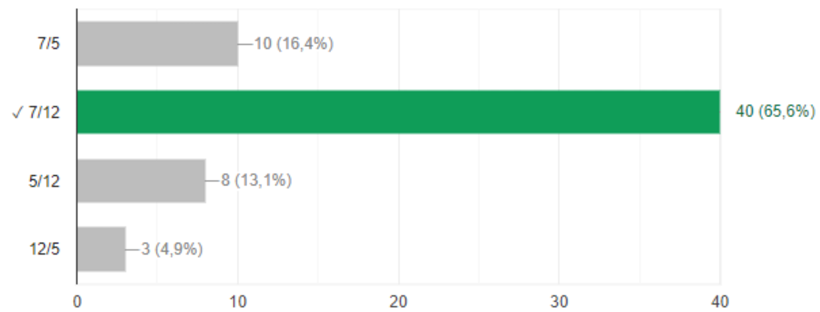
Com 63,8% dos participantes acertando esta questão, consideramos um bom índice de acerto diante dos indicadores anteriores sobre os alunos terem estudado probabilidade em anos anteriores. Considerada uma questão simples ela pode ser facilmente resolvida usando as noções de razão, e foi com essa ideia que muitos alunos chegaram a solução.

No segundo item, tivemos um índice de acerto de 69%, muito próximo do índice da questão anterior. Como ambas utilizaram o mesmo raciocínio para se chegar à solução, acreditamos que o erro cometido na anterior serviu para que muitos alunos acertassem a segunda.

Figura 18 - Resultado da 2° questão da sondagem

Uma meia será retirada ao acaso de uma gaveta contendo 5 meias verdes e 7 meias amarelas. Qual a probabilidade dessa meia ser amarela? Copiar

40 / 61 respostas corretas

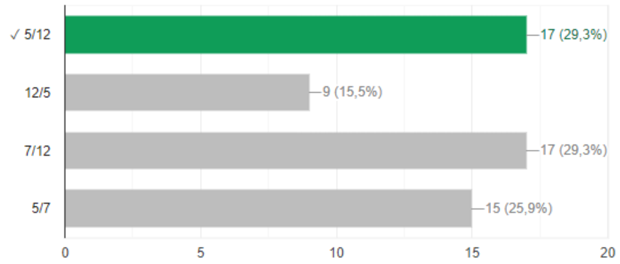


Fonte: Produzida pelo autor

Na terceira questão a estratégia é parecida, mas com uma pequena diferença, o total, ou seja, o consequente, denominador, que no conteúdo de probabilidade é o espaço amostral, é dado.

Figura 19 - Resultado da 3° questão da sondagem

Dentro de uma urna só existem bolas pretas e brancas, no total são 36. Dessas 21 são brancas. Sorteando uma aleatoriamente, qual a chance dessa bola ser da cor preta?



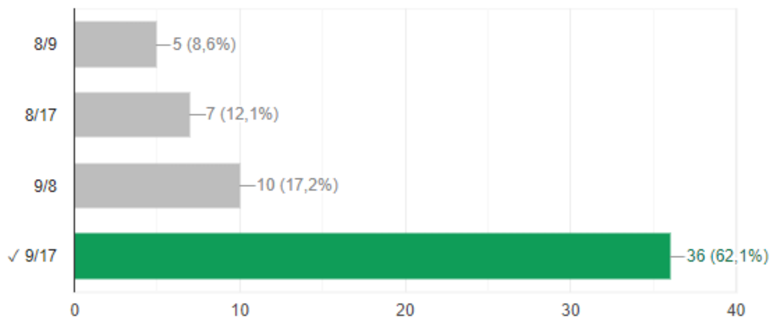
Fonte: Produzida pelo autor

Este item se trata de algo comum, principalmente quando se estuda o tópico de Razão, mas entendemos que o fato do raciocínio para resolver esta questão ser o caminho inverso das duas primeiras, possa ter confundido os alunos, tendo assim um índice de acerto de 29,3%.

A quarta questão retoma a ideia das duas primeiras, e como diagnosticado, os estudantes conseguiram uma boa estratégia para resolver este tipo de problema, sendo assim o índice de acerto dela está bem próximo da 1° e da 2°, com 62,1% de acerto.

Figura 20 - Resultado da 4° questão da sondagem

Uma urna tem 8 bolas vermelhas e 9 brancas. Se da urna é extraída uma bola, qual é a chance dela ser branca?

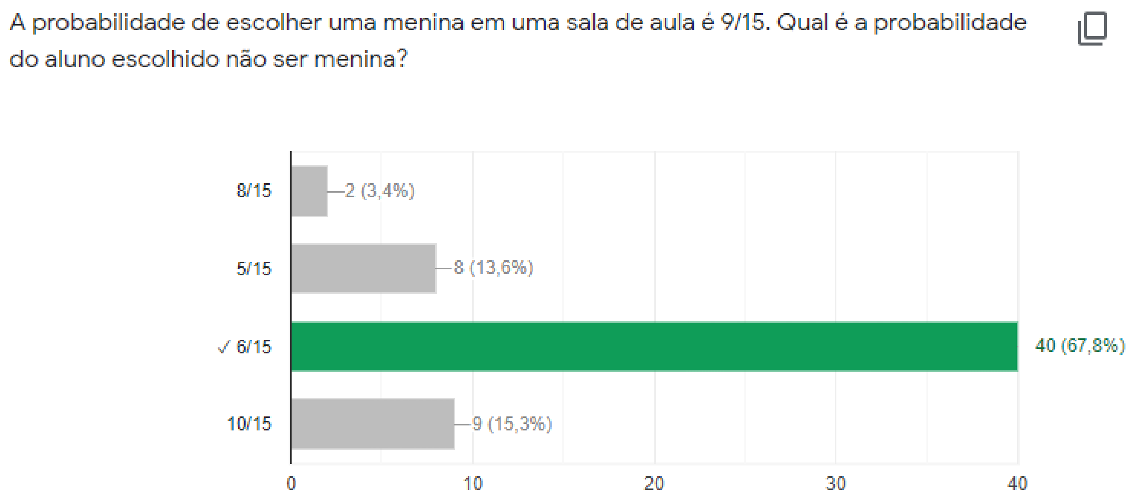


Fonte: Produzida pelo autor

Em todas elas nos chama a atenção o fato de alguns assinalarem alternativas que correspondem a valores maiores do que o inteiro, isso nos leva a pensar que alguns dos estudantes ainda não tem a noção de que a probabilidade tem de 0 a 100% de chance de acontecer. Antecipando um momento da intervenção, quando perguntamos qual o intervalo numérico de chance de algo acontecer, muitos responderam corretamente, e via-se pela expressão facial de quem errou, que o erro foi cometido por descuido ou puro esquecimento, dessa fato intuitivo.

A quinta questão, cujo acerto corresponde a 67,8%, que aborda probabilidade complementar, temos um índice de acerto. Com um raciocínio parecido com a questão quatro, que exige que se saiba o complementar do total e depois monte a fração que calcule a probabilidade, esta questão já traz a fração probabilidade pronta e aluno precisa apenas saber o quanto falta para completar o inteiro.

Figura 21 - Resultado da 5° questão da sondagem



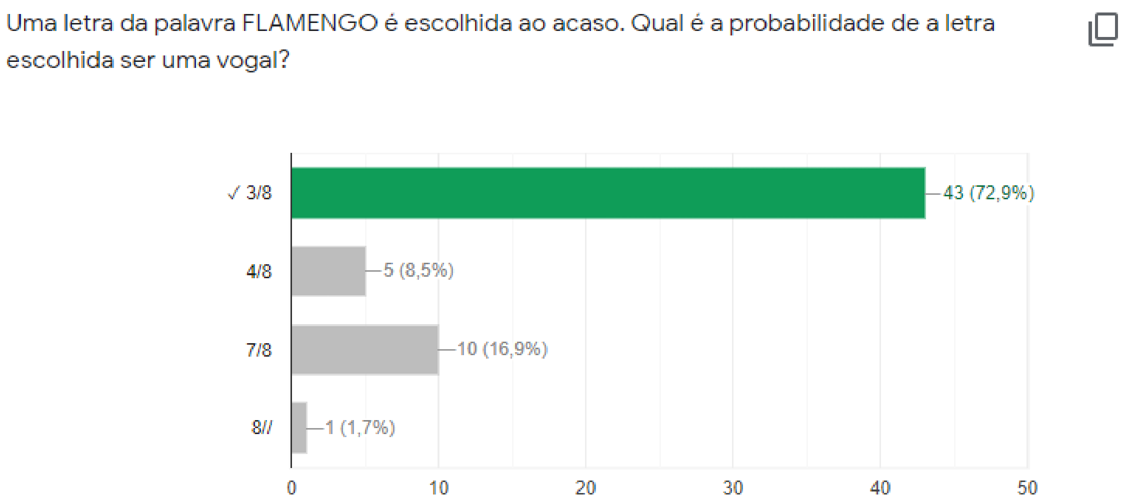
Fonte: Produzida pelo autor

A justificativa dada por muitos dos participantes do teste foi a observação de que o que estava faltando para completar o total de alunos na sala eram 6 pessoas, chegando assim ao resultado.

A sexta questão não nos traz nenhuma surpresa, visto que o raciocínio dela já vem sendo abordado nas questões anteriores, com 72,9% de acerto. O que nos chama a atenção em todas essas questões, é que os estudantes, não se deram conta de que, probabilidade se calcula como a razão entre o total de casos favoráveis e o total de casos possíveis, eles simplesmente argumentam:

"Basta ver que temos 3 vogais no meio de 8 letras, assim, o resultado é 3 em 8."

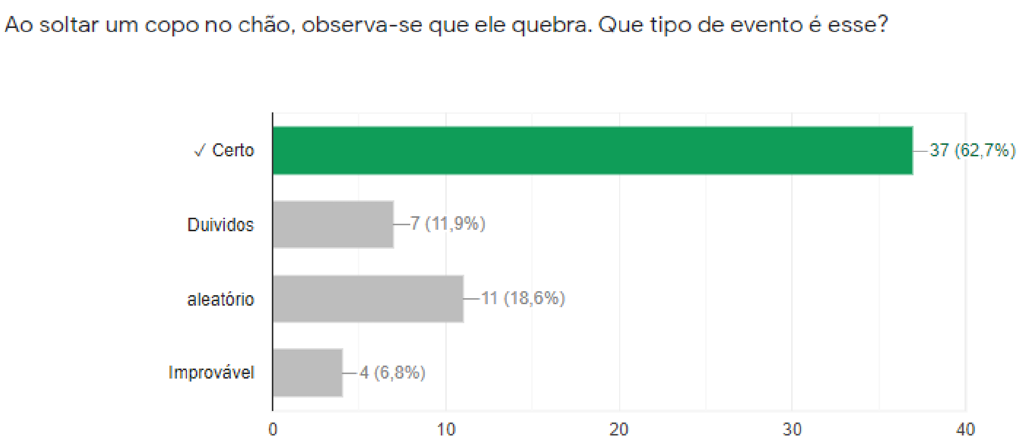
Figura 22 - Resultado da 6° questão da sondagem



Fonte: Produzida pelo autor

Caminhando para a sétima questão, abordamos o conteúdo de tipos de evento. Mas sem explicar o conceito, apelando apenas para a instintividade do aluno sobre o conteúdo de probabilidade.

Figura 23 - Resultado da 7° questão da sondagem

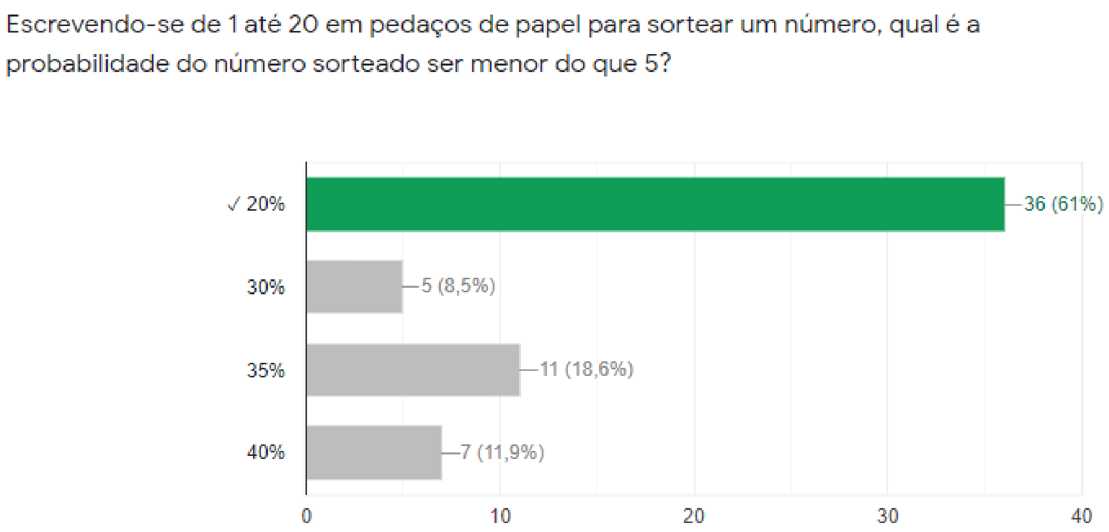


Fonte: Produzida pelo autor

Sempre usando a intuição dos alunos, o índice de acerto chegou a 62,7%.

Agora na oitava questão, trazemos uma questão que envolve um pouco de intervalo numérico com números naturais, tendo assim 61% de acerto. Neste item demos 20 números naturais e perguntamos as chances de sair um números menor do que 5. Com perceberam, da mesma forma que antes, que havia 4 números menores do que 5 entre os 20 dados, chegaram, portanto, a resposta. No entanto, um detalhe nessa questão nos chama a atenção que pesamos que muito não atentariam, é o fato de o resultado, dado em fração, precisar ser simplificado. Destacamos isso pois, posteriormente quando discutimos, cada uma das questões, alunos levantaram esse detalhe.

Figura 24 - Resultado da 8° questão da sondagem

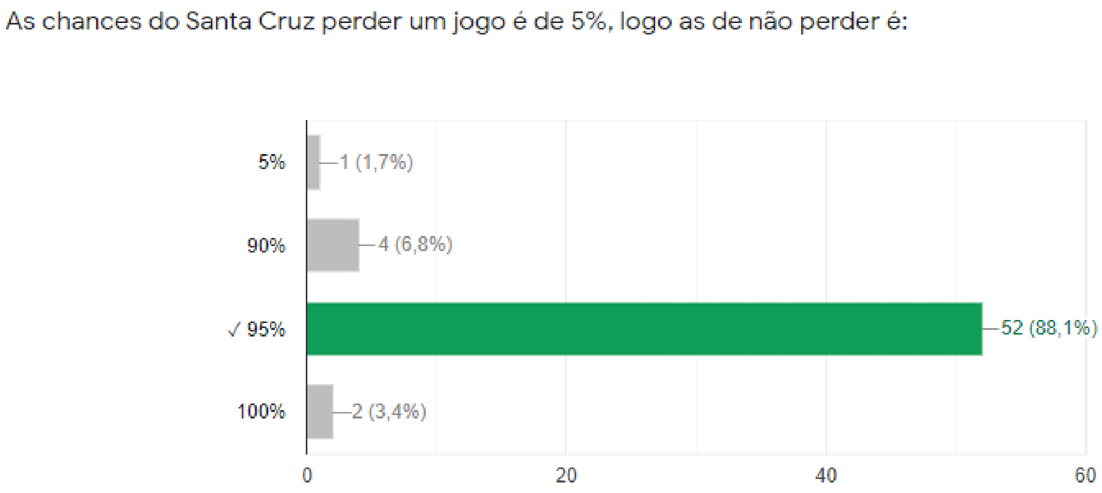


Fonte: produzida pelo autor

Outro fato que destacamos, além da simplificação, é que o resultado está em forma de porcentagem, mais um detalhe que dificulta, pois o aluno deve lembrar de fazer a transformação necessária para se chegar ao resultado. Prevemos, na escolha da questão, que isso iria intervir no resultado, fazendo com que o índice de acerto desta questão fosse abaixo do esperado.

Na penúltima questão abordamos, também apelando para os conhecimentos intuitivos, a probabilidade complementar de um evento. Pelo índice de acerto da questão, que é de 88,1%, maior índice de acerto deste questionário, esta situação parece ser bem compreendida pelos participantes.

Figura 25 - Resultado da 9° questão da sondagem

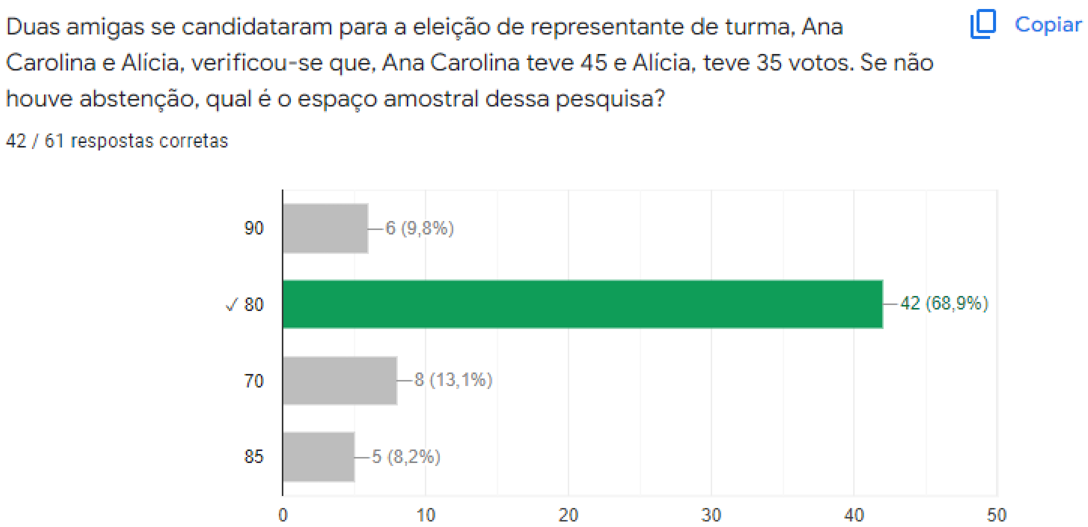


Fonte: Produzida pelo autor

Importante destacar que muitos alunos sabem desse fato, mas dizem não saber que o intervalo de chance de algo acontecer varia entre 0 e 100%.

Por fim, chegamos a última pergunta do pré-teste. Esta aborda o conteúdo de espaço amostral, sabemos que é possível determinar quantas são as possibilidades de algo acontecer sem falar tecnicamente no conteúdo.

Figura 26 - Resultado da 10° questão da sondagem



Fonte: Produzida pelo autor

Dos participantes 71,2% acertaram esta questão, ficando bem acima do esperado.

Avaliamos por meio deste até onde e como os alunos compreenderam probabilidade e as estratégias utilizadas para resolver as questões, não necessariamente utilizando os conceitos básicos de probabilidade, mas utilizando outras ferramentas, como o conteúdo de Razão e o próprio Raciocínio Lógico.

CAPÍTULO 5 – APLICATIVOS UTILIZADOS

5.1 CONTEÚDOS EXPLORADOS NAS INTERVENÇÕES

OBJETIVO

Dinamizar o ensino e aprendizagem dos estudantes, deixando o conteúdo mais próximo da realidade do aluno. Alguns dos conceitos trabalhados dentro dos jogos serão:

- Experimento aleatório,
- Espaço amostral,
- Espaço amostral equiprovável e não equiprovável,
- Evento,
- Probabilidade simples de um evento.

5.2 PROPOSTAS DE APLICATIVOS PARA SEREM UTILIZADOS

O uso de jogos eletrônicos hoje em dia é cada vez mais frequente nas aulas de diversa matérias, inclusive a BNCC e o currículo escolar de Pernambuco recomendam a utilização da tecnologia eletrônica nas atividades pedagógicas. Essa implementação facilita a memorização e o aprendizado dos conteúdos pelos alunos. Como as atividades aplicadas foram feitas em uma escola pública estadual de Pernambuco e consultando os documentos que orientam o ensino do estado, destacamos que:

A Resolução Nº 03 de 21 de novembro de 2018, do Conselho Nacional de Educação, que atualiza as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, define, em seu Art. 12, que os Itinerários Formativos devem ser organizados, considerando as seguintes áreas do conhecimento e temáticas específicas:

> "II - matemática e suas tecnologias: aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho, estruturando arranjos curriculares que permitam estudos em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topologia, robótica, automação, inteligência artificial,

> programação, **jogos digitais**, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino; (Currículo de PE, 2021, p. 64).”

O fato de estarmos em uma instituição de ensino pública, pode passar a ideia de que muitos alunos não dispõem de material tecnológico, como um *smartfone* que possibilite acesso aos *APPs*, um computador pessoal e internet de qualidade para fazer as atividades propostas, mas como previsto no currículo de Pernambuco, que o contexto local deve ser levado em consideração, todas as atividades foram pensadas e propostas para que todos os participantes não tivessem prejuízo ao tentar fazê-las, para isso, os laboratórios da escola foram disponibilizados.

5.3 PROBABILITÉS:

É um *APP* que roda apenas no sistema *Android*. De nacionalidade francesa é uma ótima ferramenta para ser usada nas aulas que contemplem o assunto de probabilidade. Ele pode ser utilizado nas funções, SIMULAR, TREINAR e REFLETIR.

Figura 27 - Interface do APP Probabilités

Fonte: Print da interface do APP – Produzida pelo autor

Ao usar o simular é possível fazer experimentos com dados comuns, cartas, roleta, jogar moedas e tirar bolas de uma urna.

Ao escolher o experimento que será realizado, os resultados são mostrados em tabelas e gráficos, com as frequências de vezes em que o experimento foi feito e as probabilidades de cada um deles ocorrerem. Ainda é possível simular o experimentos, uma, dez, cem, mil ou cem mil vezes, um ponto positivo no uso deste APP, pois com isso conseguimos realizar várias atividades, o que evitou dos alunos ficassem jogando os dados por essas quantidade de vezes, fazendo anotações, facilitando assim falar de espaço amostral e cálculo de probabilidade simples.

Já em treinar, são propostas atividades a serem resolvidas, mas esbarramos no idioma do APP, que é o francês, e em refletir, temos situações interessantes e desafiadoras sobre o conteúdo de probabilidade.

5.4 D20 NATURAL:

Figura 28 - interface do APP D20 Natural

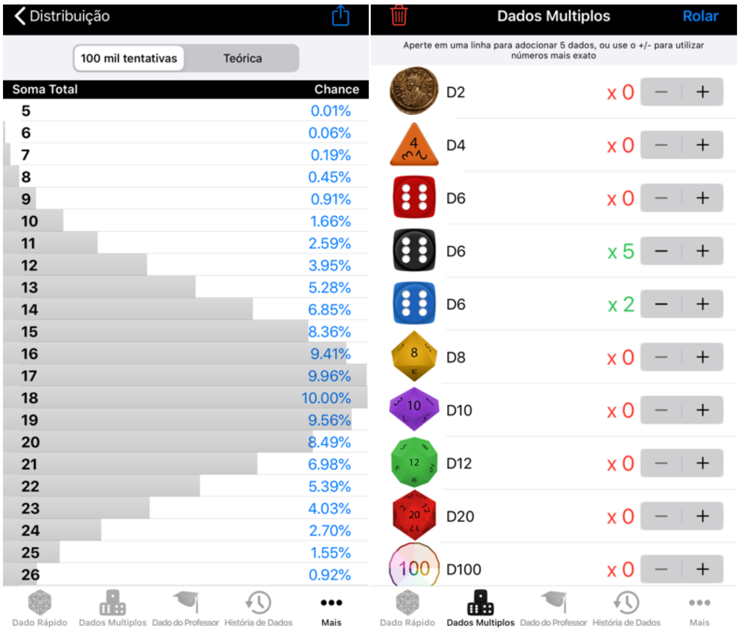
Fonte: Print da Interface do APP – Produzida pelo autor

Um aplicativo ideal para jogos de tabuleiros, pode ser baixado facilmente na loja virtual dos sistemas operacionais, na versão grátis ou paga, ideal para atividades que abordam os conteúdos de espaço amostral e eventos equiprováveis. Ele traz vários tipos de dados, em forma de tetraedro, hexaedro, octaedro, decaedro, dodecaedro, icosaedro e até hectágono. Ele possibilita fazer um lançamento por vez, com um dado ou múltiplos dados, inclusive com dados de formatos diferentes. Mostra, também, o histórico de jogadas, a distribuição probabilística de cada jogada acontecer de duas maneiras, uma da forma que acontece na prática e outra que chama “teoria” que foi utilizada para explicar o conceito de evento equiprovável.

Através desse aplicativo falamos de um jogo muito popular, o Bozó, que utiliza dois ou mais dados onde jogador faz a aposta na soma dos resultados dos pontos das faces voltadas para cima e mostramos quais resultados têm mais e menos chances de acontecer, além de mais uma vez falar do total de casos possíveis de um experimento.

Este aplicativo além de trazer diversos modelos de dados para serem jogados, o que deixa o famoso jogo de Bozó ainda mais divertido, dinâmico e atrativo para a proposição de atividades, pode combinar modelos diferentes dos dados e contar quantos são os resultados possíveis, quais são as somas mais prováveis de acontecer e menos prováveis, entres outras situações que envolvem o conteúdo de probabilidade.

Figura 29 - Comandos do APP D20 Natural



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

CAPÍTULO 6 – INTERVENÇÕES (AULAS)

6.1 AS INTEVERÇÕES

No nosso primeiro encontro foi explicado qual o objetivo de tais atividades, deixando claro que tudo o fosse feito durante os encontros não seriam computados para as atividades escolares, mas frisando sempre que eles teriam uma ótima oportunidade de estudar probabilidade já mais cedo. Explicamos todos os detalhes e etapas e que eles estariam contribuindo para o trabalho de conclusão de curso do mestrado do PROFMAT e ainda aprenderiam conceitos básicos de probabilidade, assunto muito frequente nas provas externas, como ENEM, SSA, SAEPE, SAEB etc, que futuramente todo estudante presta, mas nosso objetivo não era focar nessas provas externas.

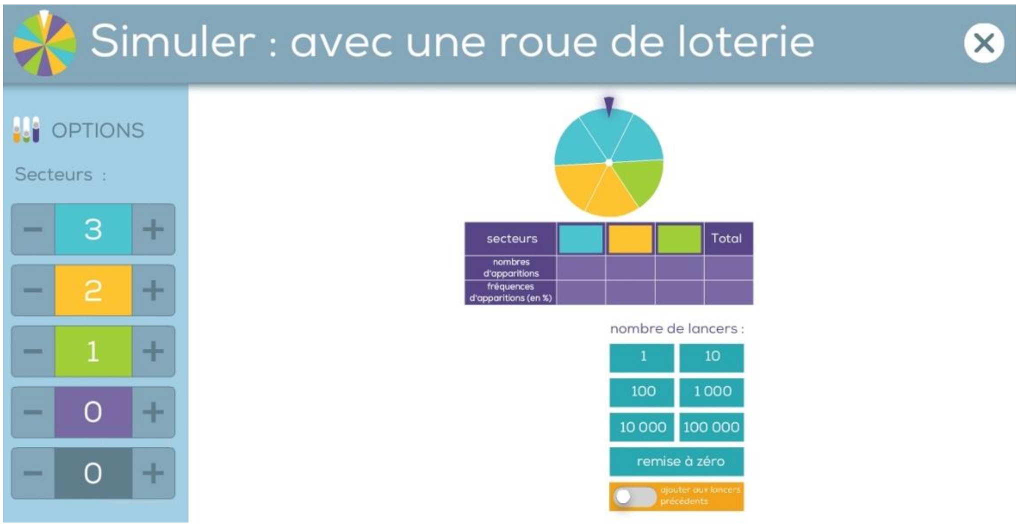
6.2 INTERVENÇÃO 01

Faremos uma descrição de como foram os encontros, e fazendo uso das observações dos resultados obtidos na aplicação do teste de sondagem como guia para elaborar cada atividade.

Iniciamos explicando o que seria feito e quais ferramentas seriam usadas. A internet e computadores foram disponibilizados pela escola, visto que a mesma dispões de Wi-Fi para alunos e laboratórios equipados, mas muitos alunos utilizaram os próprios aparelhos de telefones, que são compatíveis com as versões disponíveis dos APP. Todas as atividades são propostas sem explicação prévia do assunto, o intuito é fazer o aluno pensar, ter ideias inovadoras, criar o seu próprio caminho para chegar a um solução e a partir das conjecturas formuladas por eles explicar cada conceito com detalhes.

Na primeira atividade, pedimos que, sem ajuda do aplicativo Probabilités, respondessem algumas perguntas. A situação dessa primeira atividade, era observar um círculo, dividido em 6 partes iguais, onde 3 eram da cor azul, duas da cor amarela e uma na cor verde.

Figura 30 – Simulação com o APP Probabilités



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Olhando para esta situação, fizemos as seguintes perguntas:

- Qual das cores têm mais chance de sair ao girar a roleta?
- Qual o total de casos ao girar a roleta?
- Todas as cores tem as mesmas chances de sair no giro da roleta?
- Qual a chance de cada cor acontecer?

A primeira pergunta foi respondida de forma enfática, até por que ela parece ser bem intuitiva, sem nenhuma dúvida a turma responde que a cor azul tinha mais chance de sair justificando que ela aparecia em maior quantidade.

Na segunda pergunta, as respostas já não foram tão assertivas, muito responderam, que havia três casos possíveis, pois estavam avaliando as cores que poderiam sair, outros responderam que havia seis casos possíveis, pois contaram como possibilidade cada fatia do círculo.

Sobre a terceira pergunta, também não houve dúvidas quanto a resposta, todos responderam que as cores não tinham a mesma chance de ocorrer, alguns observaram que essa resposta, de certa forma, contradiz a primeira pergunta, se fosse respondido “sim”.

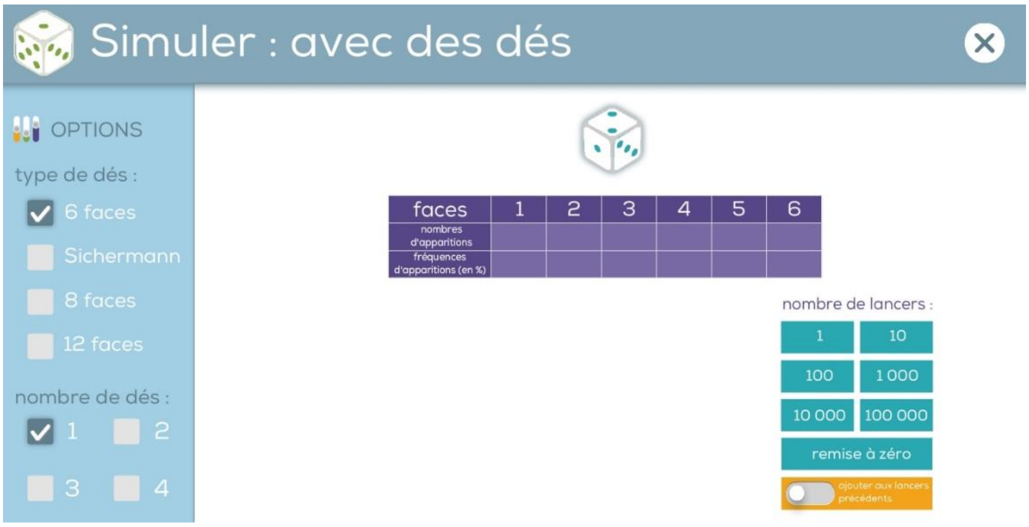
A última, foi a que gerou mais dúvidas. Mas mesmo assim algumas respostas foram dadas, e de forma correta. Para citar uma resposta, um dos alunos respondeu que a cor amarela tinha 2 chances de acontecer num total de 6, e conclui afirmando 2 em 6. Explicamos posteriormente como se calcula probabilidade, a forma clássica.

Ainda, usando o APP Probabilités, agora usando outra situação que nos ajudará a responder às perguntas anteriores e a entender os conteúdos de. Espaço Amostral e Eventos Equiprováveis e o cálculo de probabilidade simples.

Para desenvolver o conceito de espaço amostral, usamos o experimento de arremessar um dado, de seis faces, perguntamos: “Qual o total de casos ao realizar este experimento?”

E sem nenhuma dúvida a turma respondeu: “seis”. A partir daí foi introduzido o conceito de espaço amostral e então voltamos ao caso do círculo dividido em seis partes e a turma respondeu à pergunta dois daquela situação.

Figura 31 - Simulação com o APP Probabilités



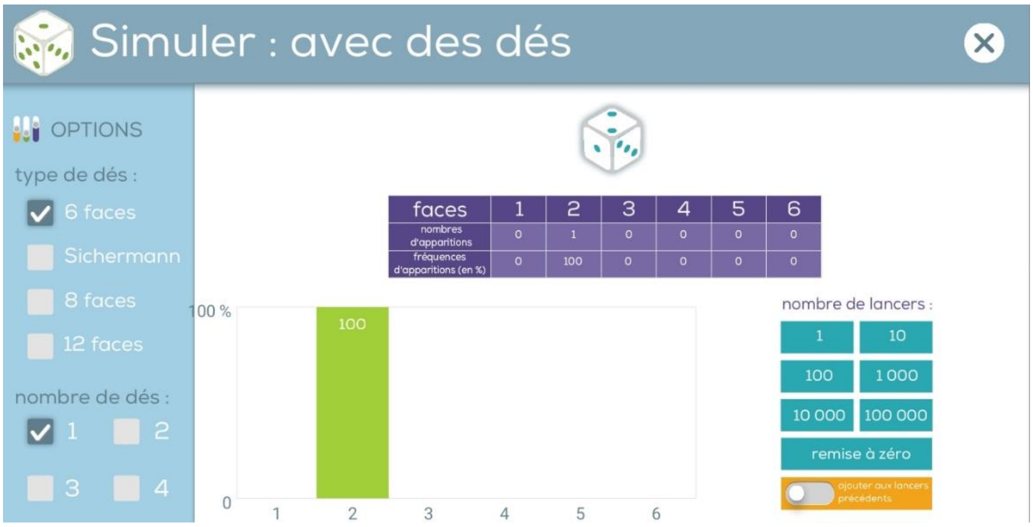
Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Para introduzir o conceito de Evento Equiprovável, perguntamos antes, qual era o significado da palavra “equiprovável” e se eles sabiam que esta palavra é formada por acréscimo de um prefixo “Equi” e qual seria o significado desse prefixo, e assim juntassem tudo e pensassem, antes de pensar matematicamente, no significado da palavra. Isso foi excelente, pois a partir da descoberta do sentido denotativo da palavra, muitos alunos chegaram à resposta do que é um evento com chances iguais de acontecer.

Em seguida, pedimos que utilizando o aplicativo fizessem a simulação de lançar um dado uma vez, dez vezes, cem vezes, mil vezes, dez mil vezes e por último cem mil vezes, e observassem que os gráficos de barra mostrávam as frequência das chances de cada evento acontecer.

Ao realizar o experimento, foi observada a frequência de saída do número dois.

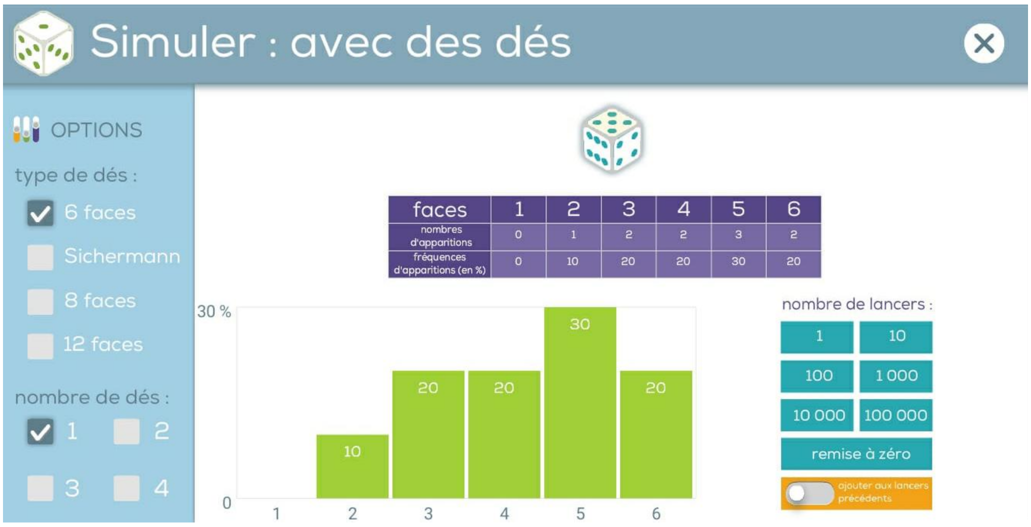
Figura 32 - Simulação com o APP Probabilités – Um lançamento



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Realização do experimento por dez vezes e frequência dos eventos acontecidos.

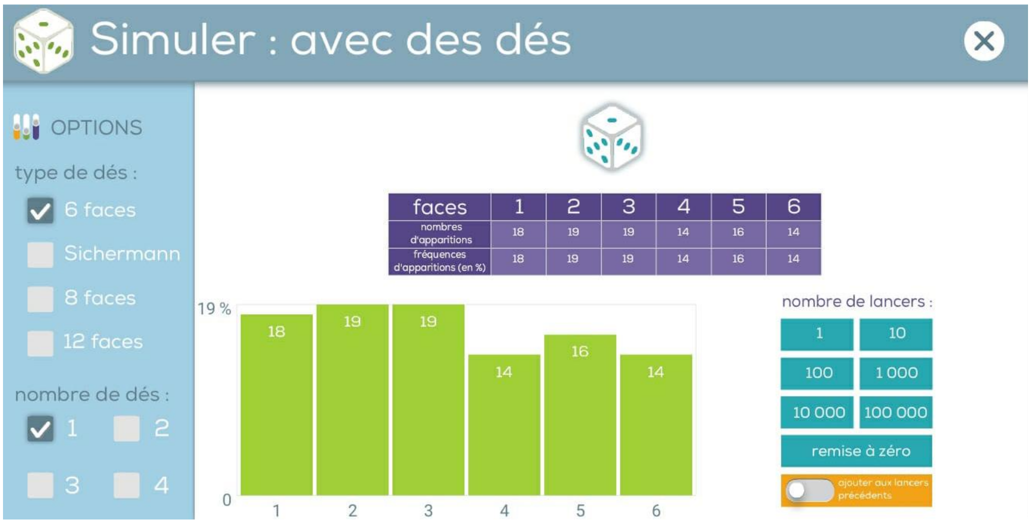
Figura 33 - Simulação com o APP Probabilités - 10 lançamentos



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Experimento realizado por cem vezes, nesse ponto, alguns alunos já levantaram a hipótese de que as chances de cada face do dado ocorrer eram iguais, mas ainda com um pouco de receio, visto que ainda tinham que realizar o experimento mais outras tantas vezes.

Figura 34 - Simulação com o APP Probabilités - 100 lançamentos

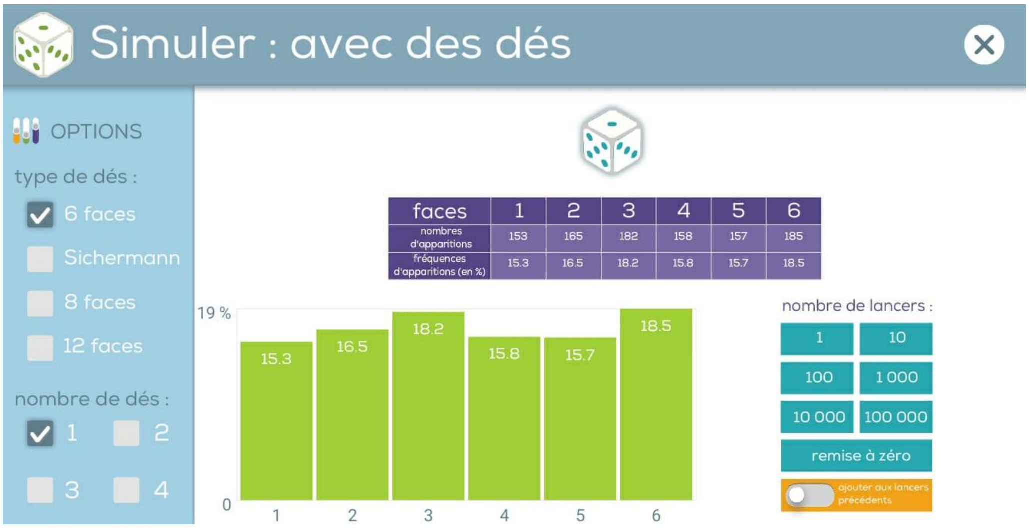


Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Em seguida fomos aumentando a quantidade de vezes que experimento é realizado, chegando a mil vezes e sempre perguntando o que os alunos observavam.

Com mil lançamentos muito alunos já afirmavam entender o que seria um evento equiprovável e ainda definiram com suas próprias palavras, uma reposta dada foi: “tem a mesma quantidade de chances de acontecer”. Mesmo observando que alguns eventos ainda ocorrem com uma certa diferença em relação aos demais, alguns estudantes alegaram que essa diferença era tão pequena e que isso tenderia a se igualar e não faria tanta diferença. Estas colocações ainda não eram esperadas nesse momento da atividade, mas elas estão corretas.

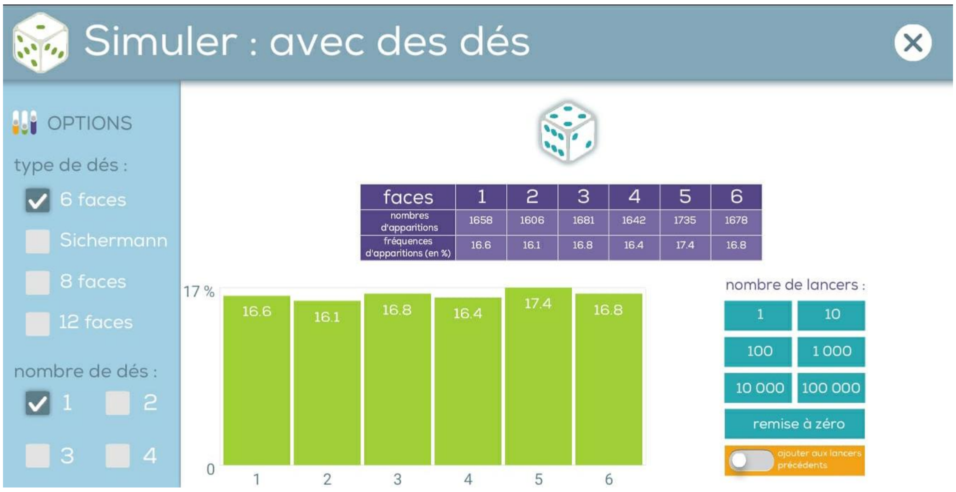
Figura 35 - Simulação com o APP Probabilités - 1000 lançamentos



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Em seguida foi a vez fazer o experimento para dez mil lançamentos. Neste experimento a hipótese de que os eventos estavam tendendo a ter a mesma chance de ocorrer ficou ainda mais evidente e praticamente já não havia mais dúvidas por parte dos alunos do que seria um Evento Equiparável.

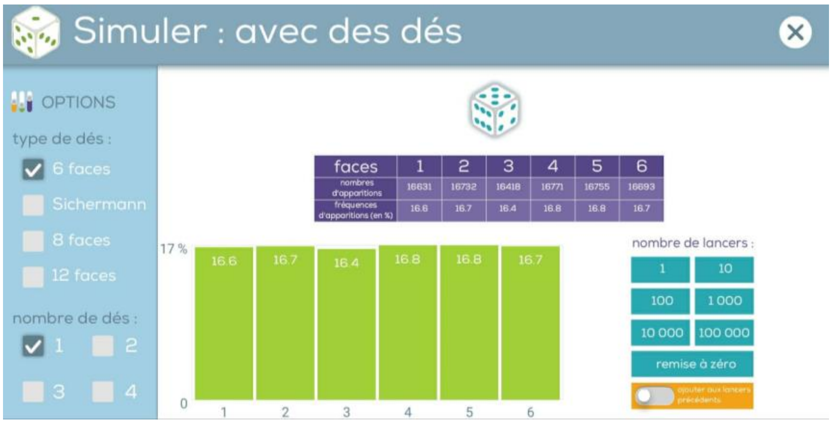
Figura 36 - Simulação com o APP Probabilités - 10 000 lançamento



Fonte: Print da tela do APP – Produxida pelo autor

Por último para comprovar a intuição de muitos alunos que neste tipo de experimento as chances de cada evento acontecer são as mesmas, fizemos o teste para o lançamento do dado por cem mil vezes.

Figura 37 - Simulação com o APP Probabilités - 100 000 lançamentos

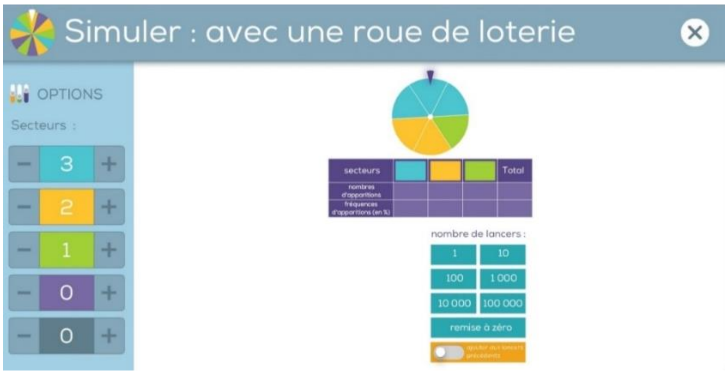


Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Diante dos resultados mostrados, alguns alunos ainda questionaram o fato de haver uma pequena diferença percentual na frequência de distribuição dos eventos. Um deles chegou a mencionar que a diferença era tão pequena que ela poderia ser descartada e assim considerar, teoricamente, que todos têm a mesma chance de ocorrer. Assim justificamos e exemplificamos o que é um Evento Equiprovável.

Mas, um questionamento, já esperado ocorreu por um dos estudantes: “E quando os eventos não têm a mesma chance de ocorrer, como são chamados?”. Esses são os Eventos não Equiprováveis. Para mostrar isso através de um exemplo, retornamos ao caso inicial do círculo dividido em seis partes iguais.

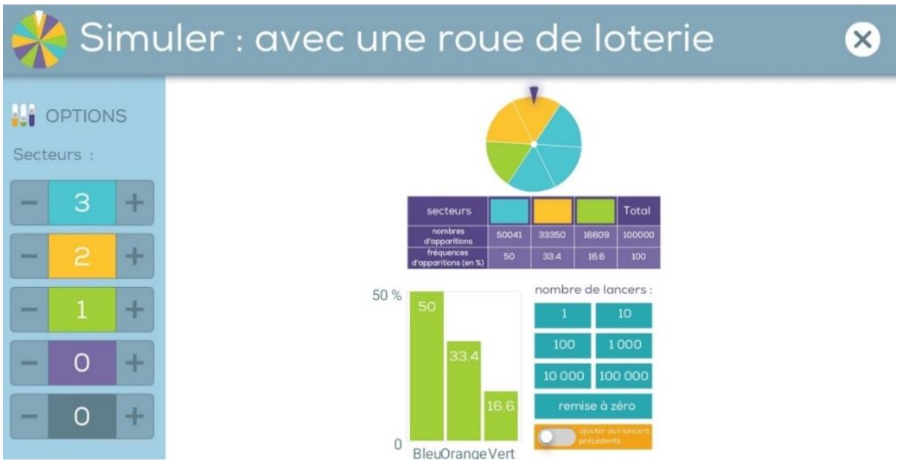
Figura 38 - Simulação com o APP Probabilités



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

De modo análogo ao que fizemos com o experimento do lançamento de um dado comum de seis faces, fizemos com este experimento, testamos para uma jogada, depois para dez, cem, mil, dez mil e cem mil jogadas, e avaliamos as frequências de chances de determinado evento ocorrer. Os eventos em questão eram sair as cores, azul, amarelo, ou verde e vimos que as distribuições não ocorriam com as frequências iguais ou próximas, sendo assim estes eventos não tinham as mesmas probabilidades de ocorrerer.

Figura 39 - Simulação com o APP Probabilités - 100 000 rodadas



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Aproveitando ainda, as ferramentas do APP Probabilités, introduzimos os conceitos de evento Certo, e evento Improvável. Fazendo as seguintes perguntas, baseadas nas duas atividades anteriores, são elas:

- Qual a chance de sair um número entre 1 e 6 no lançamento de um dado?
- Qual a chance de sair a cor vermelha ao girar a roleta anterior?

As respostas para essas perguntas foram objetivas, no primeiro caso disseram 100% e no segundo caso 0% e com isso justificamos os nomes desses eventos e os eventos cujas chances de ocorrer estão entre 0% e 100% são chamados de eventos aleatórios.

6.3 INTERVENÇÃO 02

Na segunda aula lançamos a seguinte situação:

Considere o experimento de lançar dois dados simultaneamente, observar os resultados das faces voltadas para cima e responder as seguintes perguntas:

- Qual o espaço amostral gerado, ou seja, quantos são os casos possíveis?
- Em quantos casos a soma dos pontos das faces viradas pra cima é igual a 2?
- Em quantos casos a soma dos pontos das faces virada para cima é igual a 7?
- Todos os eventos possíveis têm a mesma chance de ocorrer?
- Qual é soma mais frequente na realização do experimento?
- Quais observações você faria ao calcular a probabilidade de todos os eventos desse experimento?

Não iniciamos esta aula usando aplicativos para solucionar as perguntas. Utilizamos o um jogo antigo, conhecido em algumas regiões com Bozó. Nesta versão do jogo fizemos uma adaptação deixando-o mais simples para que todos pudessem compreender e participar com mais celeridade.

Como jogar Bozó:

- Não há limite de participantes.
- Entrega-se uma ficha de identificação a cada jogador, essa ficha é colocada sobre o local escolhido para aposta.
- Usa-se dois dados.
- Constrói-se uma tabela com todas as somas dos pontos possíveis das faces dos dados voltadas para cima.
- O jogador escolhe um dos valores da tabela e arremessa os dados.
- Vence a rodada se a soma dos pontos dos dados arremessados coincidir com o valor escolhido na tabela.

Tabela com valores de apostas para dois dados:

Na construção da tabela já se trabalha o conteúdo de espaço amostral, os alunos que tiverem que fazer um a um todos os casos possível para descobrir quais eram as somas possíveis.

Tabela 2 - Quadro para o jogo Bozó

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Após a construção da tabela, e verificarem todas as somas possíveis e de especificarem todos os casos possíveis, os alunos iniciaram jogando sem muita atenção às perguntas que lhe foram feitas, de início estavam se habituando às regras do jogo e como jogar, por pura diversão. Após a familiarização com o jogo, foi dada a ordem para que pensassem nas perguntas feitas e respondessem a partir das jogadas realizadas e a partir da construção da tabela.

Com as primeiras jogadas algumas conclusões já foram tiradas, mas claro, quando retrucamos com indagações teóricas, logo se via que a conclusões eram precipitadas. Uma delas é que o total de casos possíveis ao jogar os dados era igual a 12, quando perguntamos qual o argumento para aquela resposta, o aluno que levantou este resultado disse que bastava somar o total de casos dos dois dados. Pedimos que ele pensasse mais um pouco sobre as respostas dada, e colocasse os resultados que ele encontrou no papel para que visualizasse o total de possibilidades e logo ele percebeu que havia bem mais do que 12 casos.

Os participantes eram orientados para que a cada jogada, registrassem os resultados a fim de que não se confundirem diante de tantas situações e assim, a partir da análise dos dados anotados fossem tiradas as conclusões.

As jogadas deveriam ser feitas numa quantidade mínima de 100 vezes, manualmente para que as conclusões tiradas fossem o mais próximo da realidade. Alguns alunos, logo nas poucas jogadas inicias levantaram a hipótese de que somente poderiam concluir algo com mais certeza se as jogadas fossem repetidas um número grande de vezes.

Sobre as indagações e conclusões tiradas, uma muito importante foi que os resultados mais difíceis de sair seriam da soma dos pontos ser 2 e a soma dos pontos ser 12. Quando questionados o porquê, a respostas foram:

- "colocando os dados lado a lado, a gente viu que para a soma dos pontos ser 2 ou 12 só existe uma possibilidade para cada caso, que são (1, 1) e (6, 6), enquanto que outros valores a gente consegue formar com mais de uma possibilidade."

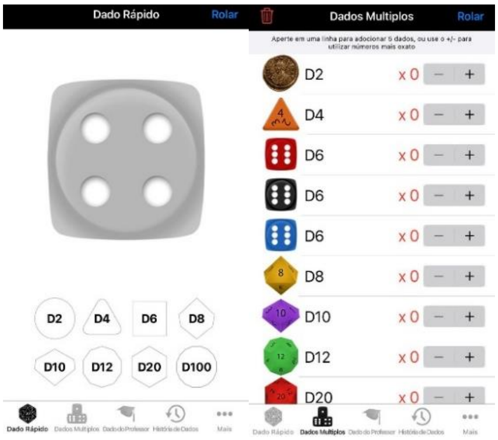
Já sobre a conclusão do caso que ocorre com mais frequência, não se chegou a ela de maneira simples e rápida como esperávamos. Mesmo realizando uma grande quantidade de jogadas os alunos não conseguiram visualizar de maneira analógica este resultado.

Depois de um tempo jogando pedimos que utilizassem o aplicativo D20 Natural para chegar as conclusões mais precisas dessa situação e repetissem o que estavam fazendo manualmente, só que agora utilizariam o recurso tecnológico para acelerar o processo e tornar mais dinâmico o jogo.

A instrução inicial é que ao abrir o *APP* selecionassem dados comuns, de seis faces, depois clicassem em "dados múltiplos", clicando no "+" escolhe-se a quantidade de dados que deseja-se arremessar, no nosso caso apenas dois, e em seguida apertassem o comando "ROLAR" e observassem os resultados, mas dessem preferência em observar a soma dos valores das faces voltadas para cima. Após realizar o primeiro comando, rolar os dados, aprece o comando “rolar novamente”, esse último comando, foi dado várias vezes, até chegar em conclusões aceitáveis.

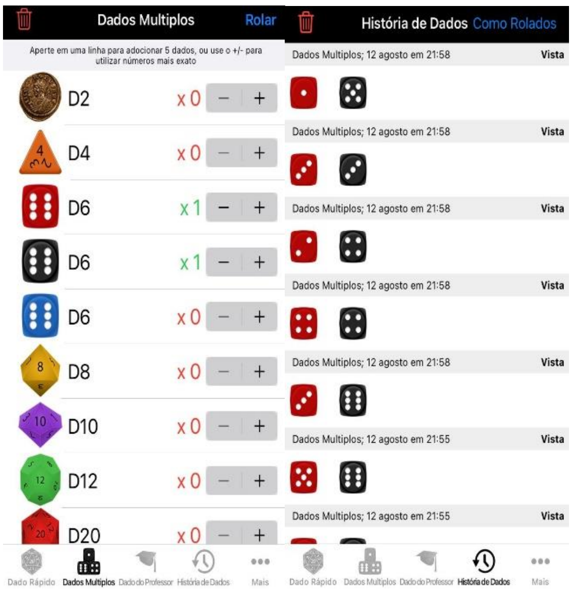
Caso o aluno não quisesse ver o resultado na hora em que apertou o comando para os dados rolarem, ele poderia ver o histórico de jogadas, clicando em “histórico de dados” e visualizar todas as jogadas feitas anteriormente.

Figura 40 - Comandos do APP D20 Natural



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Figura 41 - Comandos do APP D20 Natural



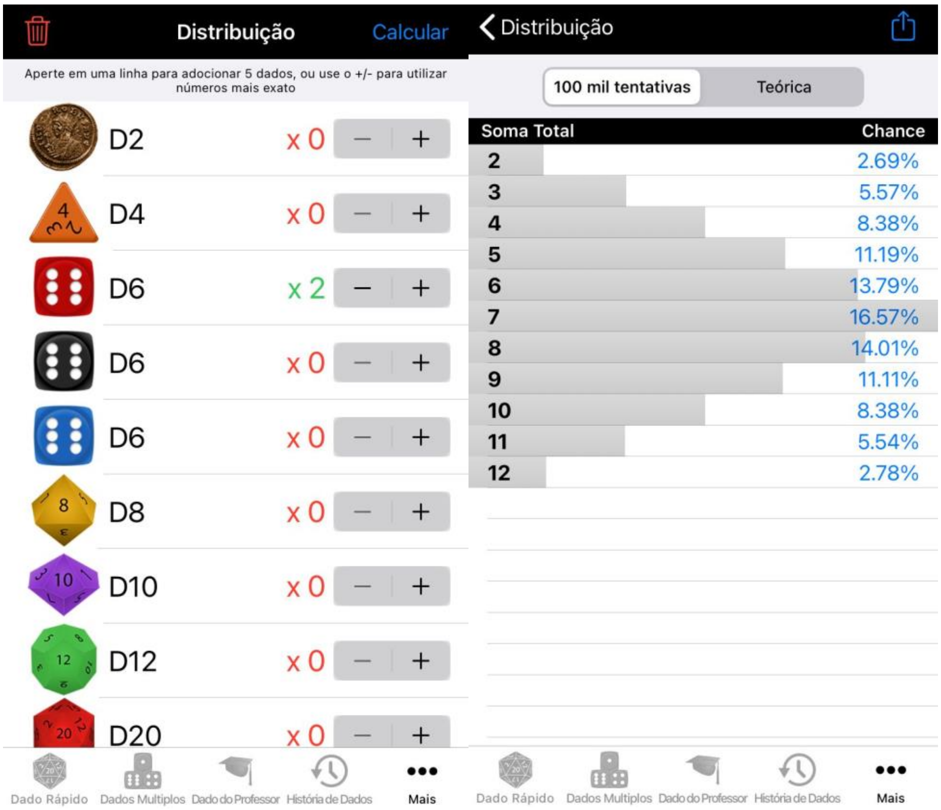
Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

Após realizar diversas vezes os lançamentos dos dados, o APP nos fornece de modo rápido e preciso a distribuição da frequência de cada evento, dando ao estudante um resultado muito próximo do real. Como dito outrora, uma grande vantagem de se jogar com uso desses recursos, é que para chegar a resultados confiáveis, usando experimentos repetidos infinitamente, o APP, dispões dessa função de jogar os dados tanto quanto se queira.

Utilizando a função “Distribuição” temos acesso ao resultado da tabela de distribuição de frequência dos eventos após o experimento ser realizado cem mil vezes. Ainda na mesma função, temos uma aba chamada “Teoria”, ela mostra os resultados com aproximações e conjecturados.

Dentro dessa função, “Distribuição” antes de pedirmos para que o APP calcule e construa a tabela, podemos escolher os tipos dos dados a serem arremessados, bem como a quantidade a ser lançada.

Figura 42 - Comandos do APP D20 Natural



Fonte: Print da tela do APP – Produzida pelo autor

A imagem mostra o experimento realizado com dois dados comuns, de seis face, por cem mil vezes e a tabela de frequência do evento. A partir dessa tabela e das constatações feitas quando as jogadas eram feitas de maneira manual, é que os estudantes faz as respostas às perguntas feitas. Aquilo era feito manualmente e se tinha apenas indicações subjetivas, passa a ser conclusões objetivas analisando os dados encontrados na tabela. Destacamos a importância dessa atividade, de antes de iniciarmos o uso do APP, fazermos os estudantes pensarem e escreverem seus pensamentos, fazendo assim com que eles pudessem avaliar de forma mais concreta cada pergunta feita e cada resposta dada por ele.

Após isso, todas as perguntas foram prontamente respondidas sem muitas dificuldades, alcançando os objetivos desejados, que eram abordar os conteúdos de espaço amostral, eventos não equiprováveis e cálculo de probabilidade.

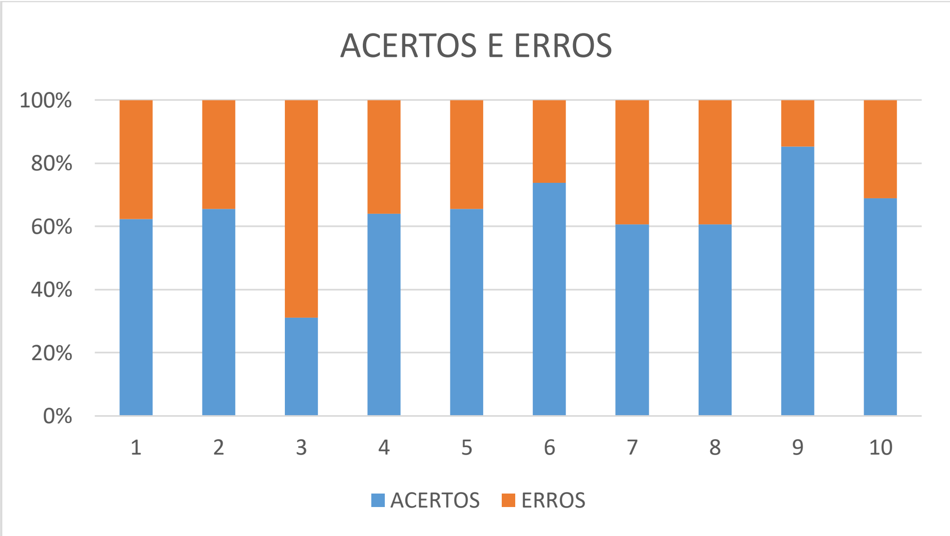
CAPÍTULO 7 – TESTE PÓS INTERVENÇÕES

7.1 APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS DO PÓS TESTE

Após a aplicação das atividades e das intervenções feitas, aplicamos um segundo teste para verificar a assimilação dos conteúdos, utilizando os recursos da tecnologia e jogos, pelos estudantes apresentados em cada aula.

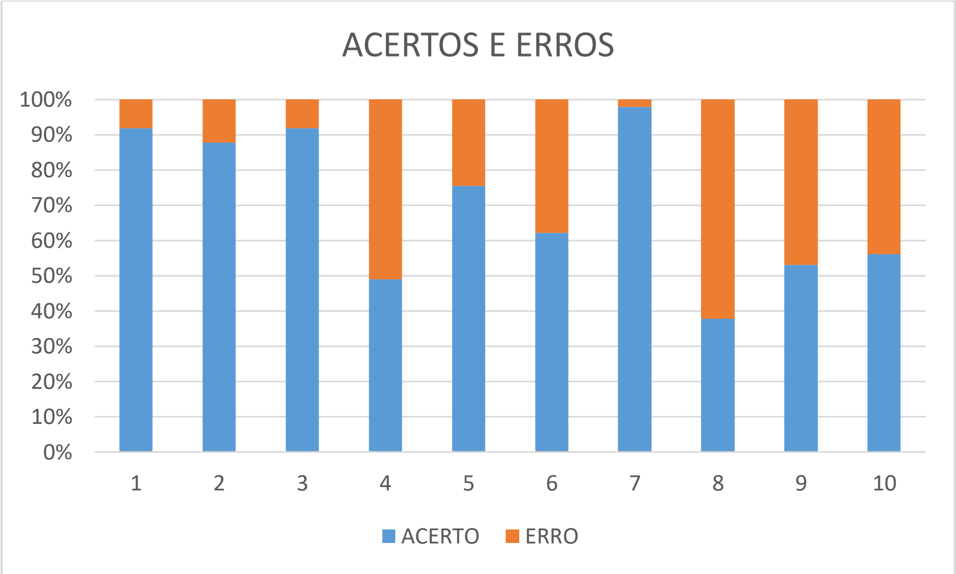
De início analisemos os gráficos com os índices de acertos e erros antes de depois das atividades e aulas.

Figura 43 - Comparação entre erros e acertos do testes do primeiro teste de sondagem



Fonte: Produzida pelo autor

Figura 44 - Comparação entre erros e acertos do testes do segundo teste de sondagem



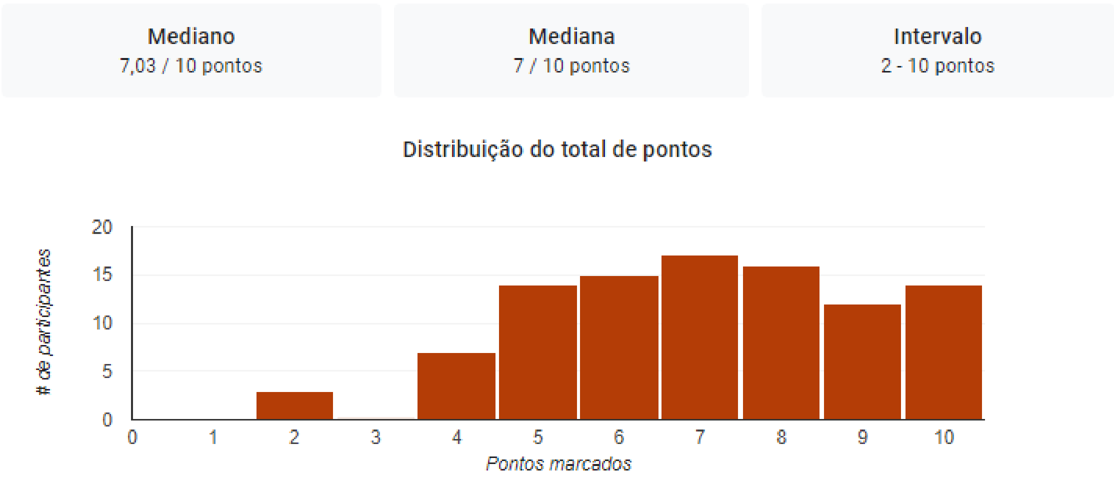
Fonte: Produzida pelo autor

Quando passamos a observar as médias de acertos nas duas situações, observamos um leve aumento de 0,65 centésimos na pontuação após as atividades realizadas.

Figura 45 - Pontuação dos estudantes no primeiro testes de sondagem

Fonte: Produzida pelo autor

Figura 46 - Pontuação dos estudantes no segundo testes de sondagem

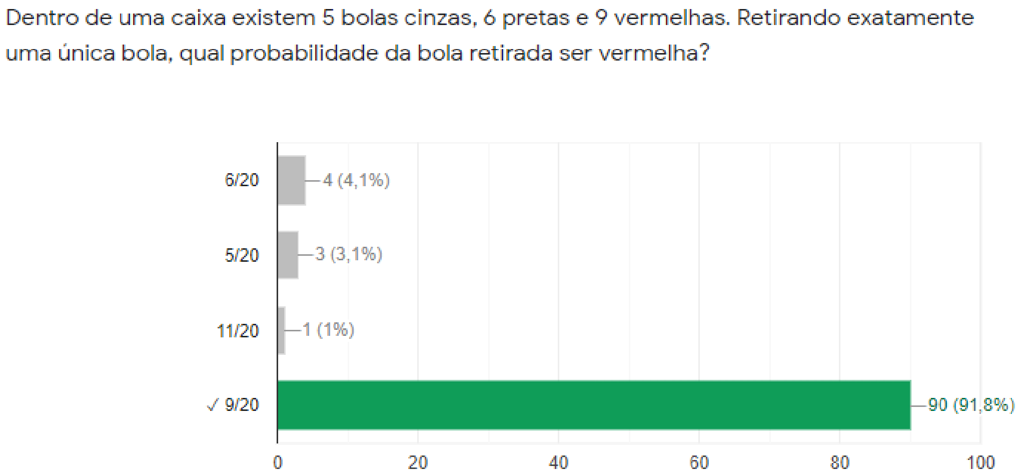


Fonte: Produzida pelo autor

Um dos pontos positivos é que a quantidade de estudantes que não acertaram nenhuma das questões foi zerada após as intervenções e aplicação das atividades.

Vamos analisar os resultados individualmente de cada questão. Observando o primeiro item aplicado e respondido pelos estudantes segundo o gráfico abaixo.

Figura 47 - Resultado da 1° questão após as intervenções

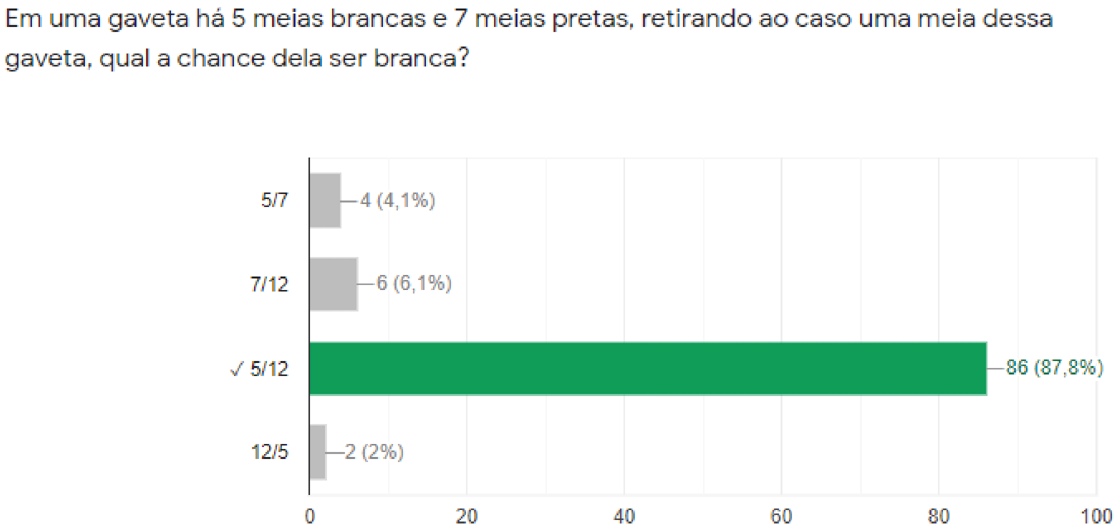


Fonte: Produzida pelo autor

Esta questão fora abordada de modo semelhante no pré-teste, no primeiro momento houve um índice de acerto de cerda de 60%, e agora, após as intervenções, o índice de acerto passou para 91,8%, claramente uma melhora no resultado, mostrando que o conteúdo foi bem entendido e assimilado pelos estudantes.

Avaliando o resultado do segundo item do teste temos o seguinte gráfico:

Figura 48 - Resultado da 2° questão após as intervenções



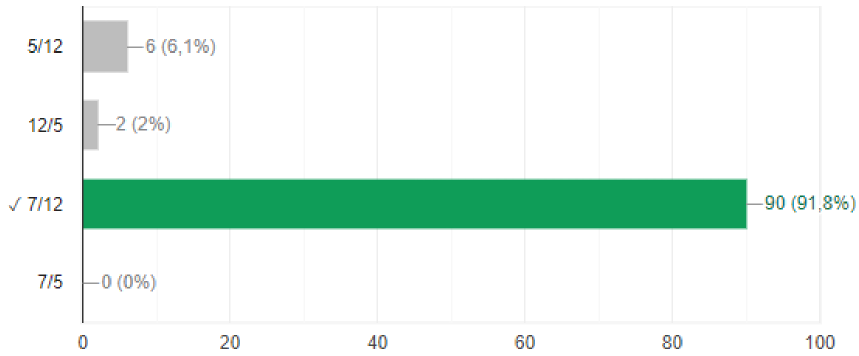
Fonte: Produzida pelo autor

A segunda questão do nosso teste aplicado após as intervenções, segue o mesmo modelo, incluindo o nível de dificuldade, da segunda questão aplicada o teste de diagnose, observamos que neste caso, o percentual de acerto ficou próximo de 65%, já no segundo momento, o percentual passou a ser de 87%. Este resultado mostra como as atividades desenvolvidas e aplicadas surtiram, mais uma vez, efeitos positivos.

Chegamos ao terceiro item avaliativo, sempre baseados nos modelos dos item aplicados na sondagem, o item três da nossa avaliação pós diagnose, também obedece o mesmo modelo e nível de dificuldade.

Figura 49 - Resultado da 3° questão após as intervenções

Numa sala há 12 alunos, entre meninos e meninas. Sabendo que 5 são meninos qual é probabilidade de retirar uma pessoa dessa sala e ela ser menina?



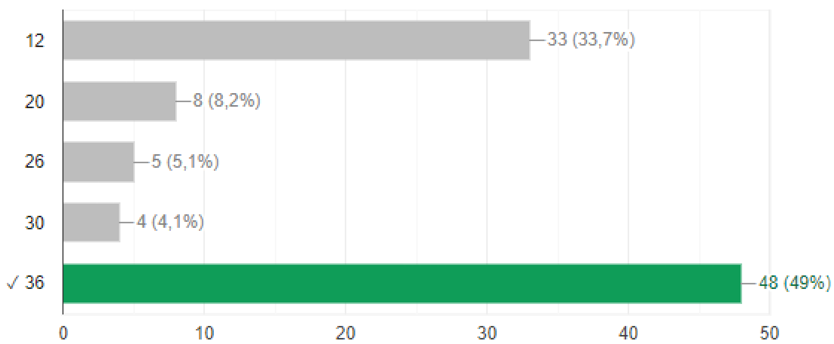
Fonte: Produzida pelo autor

Observado e comparando o gráfico acima com o gráfico do primeiro teste, percebemos um grande salto na quantidade de acertos, que de 31,1% para 91,8%, sendo um ponto avaliado de melhor melhora.

O quarto item avaliado envolve o conceito de espaço amostral, questão direta para saber o domínio dos alunos sobre situações, relativamente simples, do cálculo de todos os casos possíveis ao realizar determinado experimento.

Figura 50 - Resultado da 4° questão após as intervenções

No lançamento de dois dados comuns, qual é total de casos que compõe o espaço amostral?

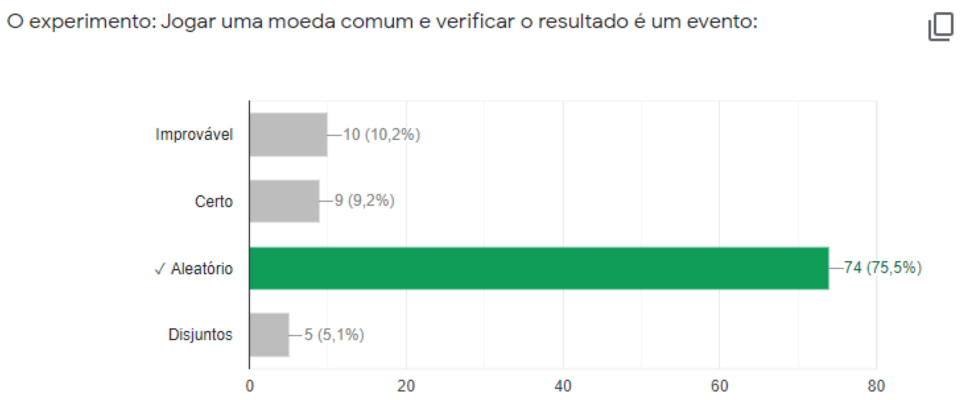


Fonte: Produzida pelo autor

O experimento de jogar dois os mais dados simultaneamente foi tratado por diversas vezes nas nossas interações, tanto de modo prático, mostrando caso a caso de forma expositiva no quadro negro, como utilizando os APP de ferramenta, mas o resultado não foi o esperado. A questão é considerada de nível fácil e de acordo com os diálogos nas aulas, esse tipo de situação foi plenamente compreendida, mas o índice de acerto nos surpreendeu, ficando em 49%.

Quinto item, uma questão teórica, sabendo da importância de dominar bem a teoria para entender e aplicar na prática. No sétimo item do primeiro teste também abordamos uma questão teórica, e o percentual de acerto foi de 60,7%.

Figura 51 - Resultado da 5° questão após as intervenções

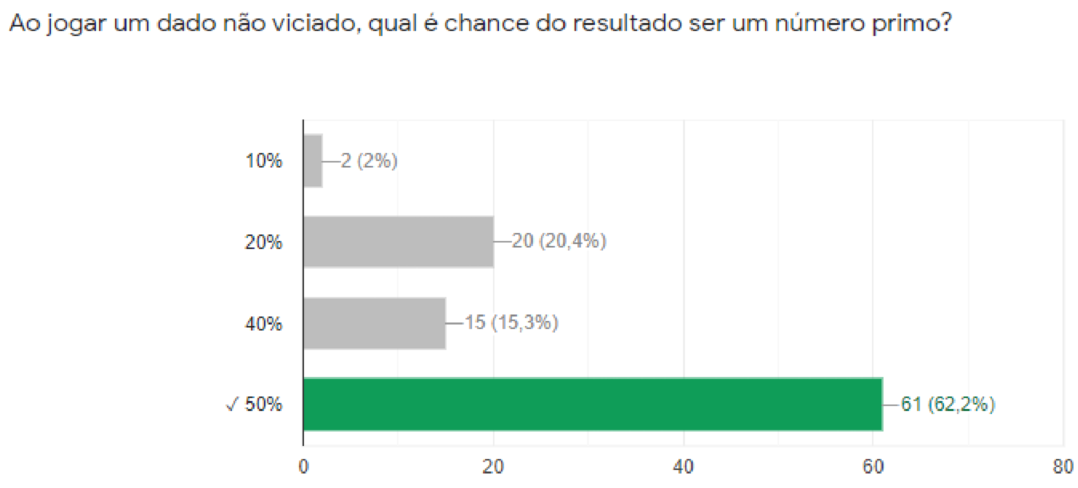


Fonte: Produzida pelo autor

Esperávamos um índice de acerto maior, visto que muitas vezes foi dito que esse tipo de experimento é classificado como aleatório, além de darmos outros exemplos sobre vários experimentos. Tendo cerca de 75% de acerto, um aumento considerável em relação à primeira sondagem e apesar de esperar um resultado maior, consideremos uma boa quantidade de acerto, mostrando que a grande maioria compreendeu o conteúdo e que houve, de fato, uma evolução após as intervenções.

Sexto item do nosso teste, trata de um exemplo clássico e até intuitivo. Aqui, além dos conceitos básicos de probabilidade, o aluno precisaria saber o conceito de números primos, poucos deles relataram não saber, e ao relembramos o conceito, 62,2% dos participantes acertaram o item.

Figura 52 - Resultado da 6° questão após as intervenções

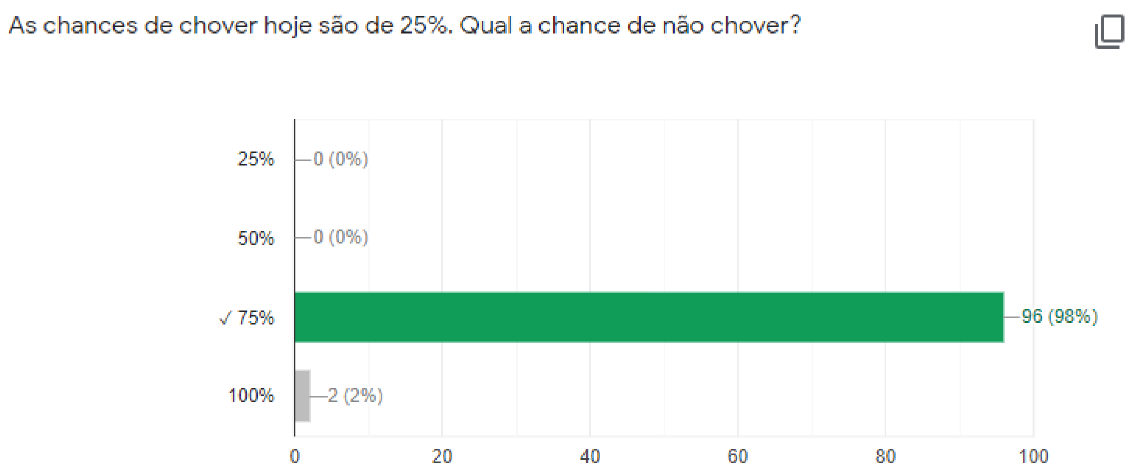


Fonte: Produzida pelo autor

Resultado abaixo do esperado, pois na oitava questão da sondagem, abordamos um item semelhante, perguntando qual era a probabilidade de um intervalo numérico acontecer.

O sétimo item aborda a ideia de complementar, uma questão bem intuitiva e clara.

Figura 53 - Resultado da 7° questão após as intervenções



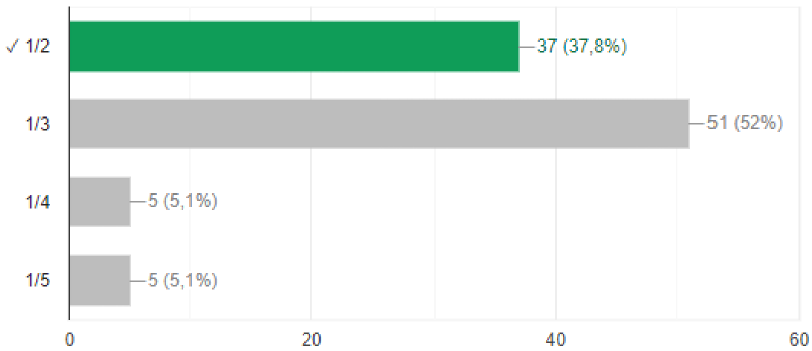
Fonte: Produzida pelo autor

Como vemos no gráfico, o resultado foi proveitoso, com um dos maiores índices de acerto, a questão teve 98% de acerto.

Muitos participantes argumentaram que a questão era muito simples, pois neste caso só há duas possibilidades, chover ou não chover, logo acontecendo algo, as chances de acontecer a outra parte, é a probabilidade complementar, ou seja, o que faltam para completar os 100%.

O próximo item é um exemplo que difere de outros já utilizados por fazer perguntas a respeito da probabilidade da escolha de um letra dentre as letras que compõe a palavra. Observa-se que não há repetição de letras, e esperava-se que o aluno fizesse uma associação como se cada letra fosse uma pessoa e a palavra formasse um grupo de amigos e perguntasse qual a chance de escolher um determinado amigo dentre os que compõem o grupo. Isso porque quando fizemos essa associação as respostas foram mais assertivas.

Figura 54 - Resultado da 8° questão após as intervenções

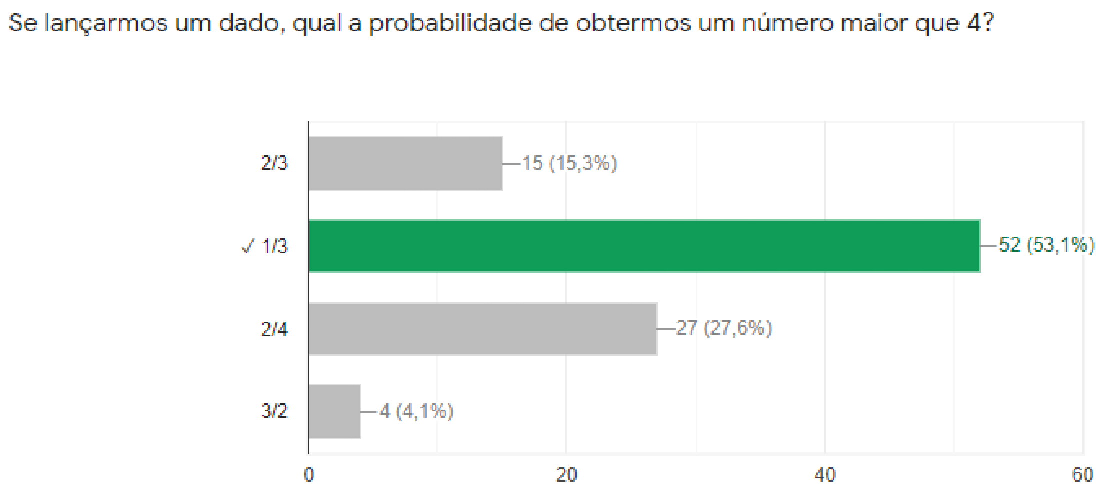


Fonte: Produzida pelo autor

Com o percentual de acerto de 37,8%, este índice de acertos ficou abaixo do que esperávamos, até porque no pré teste uma questão praticamente igual foi trabalhada e associação dita acima foi realizada.

O penúltimo item trata do exemplo mais clássico de probabilidade e que foi abordado nos experimentos realizados na prática e através dos aplicativos simuladores.

Figura 55 - Resultado da 9° questão após as intervenções

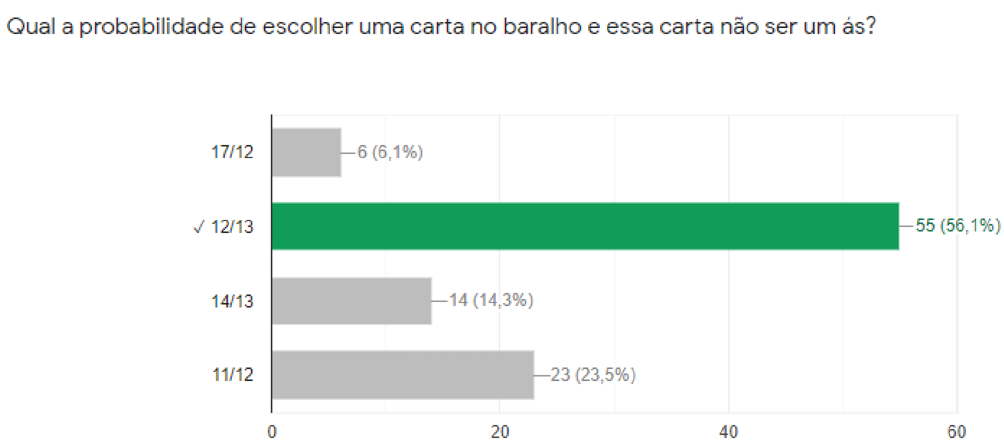


Fonte: Produzida pelo autor

Bastava observar que em um dado existem dois números maiores que 4 e um total de 6 elementos disponíveis. De modo esse item foi abordado na sondagem, com um intervalo e quantidade de elementos até maior do que o que dispomos em um dado comum, o resultado atual foi de 53,1% sendo cerca de 7% a menos que teste inicial.

Por último temos um teste também comum. A ideia desse item é o cálculo da probabilidade complementar de um evento. O esperado era que o aluno calculasse as chances de se retirar um ás e em seguida percebesse que o que falta completar o inteiro seria a probabilidade da carta retirada não ser um ás.

Figura 56 - Resultado da 10° questão após as intervenções



Fonte: Produzida pelo autor

Quando e como identificar uma situação que pode ser resolvida de maneira mais simples usando a ideia do complementar de uma probabilidade foi trabalhada nas nossas intervenções, e índice de acerto desta questão ficou dentro do esperado, com 56,1% de acerto.

CONSIDERAÇOES FINAIS

Durante o desenvolvimento desta dissertação, apresentamos o conteúdo de Probabilidade e suas relevâncias para o sociedade e para os alunos de ensino médio, não só por esse conteúdo ser abordado em provas de vestibulares, mas também por ele estar presente em muitas situações reais do dia-dia de todos. Levando em consideração a importância do tema, os documentos norteadores da proposta curricular como, a BNCC e o Currículo de Pernambuco, recomendam que o assunto seja trabalhando em todos os anos da educação básica, cada um ao seu nível e sempre integrado ao cotidiano do estudante para que ele possa observar e interagir com o mundo ao seu redor. Com baseado nesses documentos norteadores devemos fazer um estudo de probabilidade eficiente e concreto a partir de experimentos feitos realizados na prática, onde o estudante veja, de fato, o que está acontecendo e não fique apenas no mundo das ideias e conteúdo abstrato. Tudo isso coincide com o estudo de grandes nomes da pesquisa na área do ensino e aprendizagem de probabilidade, por exemplo: Luiz Roberto Dante, Gelson Iezzi, Augusto Cesar Morgado.

Com isso nosso trabalho feito com estudantes da Escola Técnica Estadual Luiz Alves Lacerda seguiu esse caminho. Propusemos situações interessantes que despertaram o interesse e engajamento dos alunos no desenvolvimento da atividades, onde eles precisaram realizar experimentações reais, sem nunca ter estudado o conteúdo de probabilidade. Antes de aplicarmos essas atividades fizemos um teste de sondagem para ver qual o nível de conhecimento sobre o assuntos os participantes tinham. Nosso proposta de atividade foi toda elaborada a partir do resultado desta sondagem.

Um fato motivador também para que os alunos participassem dessas atividades, foi o fato de estudarmos o conteúdo com o auxílio de APP, que facilitaram e agilizaram a realização de muitos experimentos, mas não tiram a essência de uma atividade prática. A praticidade dos APP está no fato de eles serem úteis quando experimento precisava ser realizado por mais de 100 vezes.

As situações propostas como intervenção para trabalhar o tema, nem sempre são simples de serem realizadas pelo professor. Isso porque muitas vezes é necessário dar conta do conteúdo obrigatório, previsto no currículo, e também devido a agenda escolar ser um pouco apertada, outras tarefas devem ser privilegiadas. Mas sabemos que esse tipo de atividade gera um grande benefício no aprendizado do estudante, bem como um retenção da atenção deles durante as aulas, além de despertar a curiosidade por situações mais complexas do tema abordado.

Vimos que após as intervenções, manuseios dos APP e atividades feitas com os jogos, houve uma evolução considerável, além de uma motivação, empenho e curiosidade pelo conteúdo, o que mostra que o lúdico, a tecnologia devem ser parte integrante das aulas de Matemática. O trabalho feito aqui mostra que é possível dinamizar e trazer o estudante de forma mais ativas para as aulas, boa parte dos recursos são de fácil acesso, um smartphone, internet, até numa aula meramente expositiva é possível fazer com os alunos façam o manuseio dos APP e respondam às indagações e tirem suas conclusões.

Temos certeza de que a aplicação deste trabalho contribuiu com um grade resultado pedagógico na vida de cada estudante participante, bem como um resultado de enorme aprendizado para o autor, que se sentiu desafiado a idealizar, planejar e executar cada atividade. Esperamos ter atingindo os objetivos traçados e que tudo que foi realizado faça efeito na vida de cada participante, professores que contribuíram respondendo ao questionário sobre as práticas pedagógicas usadas por eles, e também aos estudantes, que foram como o nosso foco principal.

REFERÊNCIAS

BOYER. C.B. **História da Matemática.** Tradução: ELZA F. GOMIDE. São Paulo: São Paulo, 1974

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Básica. **Matriz de referências, tópicos e descritores para o SAEB (caderno do SAEB)**. MEC 2011. 123.p. Disponível em: saeb_matriz2.pdf (mec.gov.br) . Acesso em: 16/01/2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Clubes de Matemática da OBMEP. **Disseminando o Estudo da Matemática.** Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/b_girolamo-cardano/. Acesso em: 16/01/2022.

BRASIL. Secretaria de Educação de Pernambuco. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco.** Recife: SEDUC, 2012. Disponível em: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/4171/matematica_ef_em.pdf. Acesso em: 16/01/2022.

BRASIL: Secretaria de Educação de Pernambuco. **Currículo de Pernambuco.** Recife: SEDUC, 2021. Disponível em: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/523/CURR%C3%8DCULO_DE_PERNAMBUCO_DO_ENSINO%20M%C3%89DIO%202021_Final.pdf. Acesso em: 16/01/2022

BRUNEHILDE, C. **Jogando com Probabilidade e Estatística.** 2° Simpósio de Formação do Professor de Matemática da Região Norte. Rio de Janeiro: SBM, 2018.

CAILLOIS, R. **Os jogos e os homens.** Trad. de José Garcez Palha. Lisboa: Cotovia, 1990.

EDITORA MODERNA**. Projeto Araribá: Matemática.** São Paulo: Moderna, 2017.

HAZZAN, S. Fundamentos de Matemática Elementar. **Combinatória e Probabilidade.** 8. ed. São Paulo: Atual Editora, 2013. p. 89.

FIGUEIREDO, L. M. **Matemática Discreta, Volume 2**. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

MORGADO, A. C. O. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM 2006. 118 p.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O Jogo e a construção do conhecimento matemático.** Série Ideias, São Paulo, n. 10, p. 45-52, 1992. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf . Acesso em: 16/01/2022.

SOUZA, S.E. **O uso de recursos didáticos no ensino escolar.** I Encontro de Pesquisa em Educação. Arq. Mudi, 11 (Supl.2), p. 10-4, 2007.