

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROFMAT - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



CARLOS HENRIQUE ROCHA SERRA

GAMIFICAÇÃO E ENSINO DE MATEMÁTICA:
PROPOSTA DE UM JOGO PARA A APRENDIZAGEM
DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE PRIMEIRO GRAU

BELO HORIZONTE
2022

CARLOS HENRIQUE ROCHA SERRA

**GAMIFICAÇÃO E ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTA DE UM
JOGO PARA A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS
DE PRIMEIRO GRAU**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientador

Pedro Henrique Pereira Daldegan

Coorientação

Luis Alberto D'Afonseca

Banca Examinadora

Fernanda Aparecida Ferreira

Frederico Augusto Menezes Ribeiro

Laércio José dos Santos

Lucy Tiemi Takahashi

BELO HORIZONTE
2022

S487g Serra, Carlos Henrique Rocha
Gamificação e ensino de matemática: proposta de um jogo para a
aprendizagem de equações polinomiais de primeiro grau / Carlos
Henrique Rocha Serra. – 2022.
98 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado
Profissional em Matemática em Rede Nacional.

Orientador: Pedro Henrique Pereira Daldegan.

Coorientador: Luis Alberto D' Afonseca.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica
de Minas Gerais.

1. Álgebra – Estudo e ensino (Ensino fundamental) – Teses.
2. Gamificação – Teses. 3. Jogos eletrônicos – Teses. 4. Equações
polinomiais – Teses. I. Daldegan, Pedro Henrique Pereira.
II. D' Afonseca, Luis Alberto. III. Centro Federal de Educação
Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 519.72

CARLOS HENRIQUE ROCHA SERRA

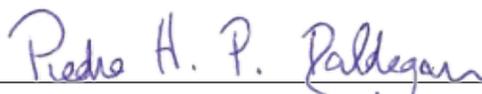
**GAMIFICAÇÃO E ENSINO DE MATEMÁTICA: PROPOSTA DE UM
JOGO PARA A APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS
DE PRIMEIRO GRAU**

Dissertação apresentada ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

APROVADA: 24 de maio de 2022.



Carlos Henrique Rocha Serra
(Autor)



Pedro Henrique Pereira Daldegan
(Orientador)

BELO HORIZONTE
2022

Dedico esse trabalho aos que ainda acreditam no potencial transformador da educação, e não desertaram da luta.

Agradecimentos

Sou grato por minha saúde, e por cada pessoa do bem que passou por meu caminho. Em ordem cronológica, cito algumas:

Meu pai Adélio e minha mãe Ione, que dedicaram seus melhores esforços para me educar, incentivando, acreditando e me fazendo acreditar;

Às minhas irmãs Bruna e Ana Clara, que como boas amigas sempre buscaram enxergar e promover o melhor de mim;

Toda a minha família, com quem frequentemente me desentendo, mas aparamos nossas arestas na primeira oportunidade;

Educadores e trabalhadores por um mundo melhor, meus professores e professoras, desde a pré-escola até os que compõem o excelente corpo docente do CEFET-MG;

Musa inspiradora, companheira e esposa, Bárbara Helohá, que muito pacientemente mostra seu carinho e expressa querer o meu sucesso;

Aos meus filhotes caninos Kiko, Chiquinha e Simba, que sempre me recebem com festa;

Tranquilo e confiante até mesmo em momentos não tão agradáveis, meu orientador Pedro Daldegan sempre se mostrou prestativo e comprometido com o sucesso de seus alunos;

Incongruente por conseguir ser matemático e bem humorado simultaneamente, meu coorientador Luis D'Afonseca; (Obs.: isso foi uma piada, pois sabemos não ser possível)

Contando sempre contigo, agradeço ao Conjunto do Números Naturais;

Ah! Caso não tenha percebido, esse texto é um acróstico.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

Com a grande popularização dos microcomputadores, *smartphones* e acesso à *Internet*, desenvolver metodologias que atendam à geração de nativos digitais é um novo desafio para educadores. Nesse contexto, podemos aplicar a gamificação aos processos de ensino e aprendizagem. Contudo, fazer uso da gamificação requer bem mais que utilizar jogos, sendo necessário ao professor a compreensão de como essa ferramenta se estrutura, além de colocá-lo no papel de facilitador ao invés de um transmissor de conhecimentos. O objetivo desse trabalho é compreender como utilizar e inserir nas práticas docentes as mecânicas, dinâmicas e estéticas presentes nos jogos. Ainda, propomos a implementação de um jogo destinado ao ensino de equações polinomiais de 1^o grau. Apresentamos a contextualização e dinâmica do jogo e esquemas que especificam uma futura implementação.

Palavras-chave: Gamificação. Game Design. Equações Polinomiais.

Abstract

With the great popularity of microcomputers, smartphones and Internet access, developing methodologies that meet the needs of a generation of digital natives is a new challenge for educators. In this context, gamification can be applied to teaching and learning processes. However, making use of gamification requires much more than using games, being necessary for the teacher to understand how this tool is structured, putting him in the role of a facilitator, instead of a transmitter of knowledge. The aim of this work is to comprehend how to use and insert into teaching practices the mechanics, dynamics and aesthetics present in games. Furthermore, we propose the implementation of a game for teaching first degree polynomial equations. We present the context and dynamics of the game and schemas that specify a future implementation.

Keywords: Teaching of Algebra. Gamification. Game Development.

Lista de Figuras

1.1	Onde está Carmen Sandiego?	14
1.2	Atlas Geográfico	15
1.3	Bandeiras dos países	15
1.4	Carmen Sandiego no Google Earth	16
2.1	Tabuleiro de Senet	19
2.2	Rainha Nefertiti jogando Senet	20
2.3	Atravessando na faixa de pedestres	20
2.4	Heródoto	21
2.5	Barão de Coubertin	22
2.6	Tennis for Two	24
2.7	Grand Strategy	25
2.8	Win White the House	26
2.9	Astro's Playroom	27
2.10	Pepsi Invaders	28
2.11	PeaceMaker	29
2.12	Jogos 2048 e Basic Math	29
2.13	Chemical Risk	30
2.14	Jornada do Acolhimento	30
3.1	Estado de <i>Flow</i>	34
3.2	Zona de Fluxo Proximal	36
4.1	Civilization VI e Procession to Calvary	43
5.1	Estrutura MDA	46
5.2	Jogos de plataforma	48
5.3	Mapa do território conquistado	49
5.4	Animal Crossing New Horizons	49
5.5	Gráficos Pac-Man	50
5.6	Jogos que viraram filmes	51
5.7	Mecânicas para promover altruísmo	52
5.8	Mecânicas para promover competição	53
5.9	Equilíbrio entre mecânicas, dinâmicas e estéticas	54
6.1	Aplicativo Photomath	70
7.1	Jogo Contatos de 1º GRAU	73
7.2	Operations Machine	76
7.3	Estrutura MDA do jogo Contatos de 1º Grau	78

7.4	Estrutura de navegação entre as telas	79
7.5	Aprendizagem Tangencial em momentos não jogáveis	80
7.6	Equacionando problemas	81
7.7	Mapa da primeira fase	83
7.8	Resolvendo uma equação	83
7.9	Mecânica do jogo	86
7.10	Multiplicar ou dividir por zero	87
7.11	Elementos neutros	87
7.12	Mapa da segunda fase	88
7.13	Mapa da terceira fase	90

Lista de Tabelas

3.1	Conceitos da Gamificação e Teoria do Flow	40
5.1	Estrutura MDA	47
5.2	Dinâmicas desejadas × Mecânicas aplicadas	55
7.1	Conceitos da Gamificação e Teoria do Flow presentes no jogo	77
7.2	Estrutura da primeira fase	82
7.3	Estrutura da segunda fase	88
7.4	Estrutura da terceira fase	89

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Minha experiência com a gamificação	13
1.2	Objetivos	16
1.3	Organização da dissertação	17
2	Os jogos e a humanidade	19
2.1	Uma revolução digital	23
2.2	Jogos sérios	27
2.2.1	Jogos Sérios e o Ensino de Matemática	31
3	Gamificação	33
3.1	Teoria do <i>Flow</i>	33
3.2	Zona de Fluxo Proximal	35
3.3	Engajamento e motivação	37
4	Aprendizagem tangencial	41
5	<i>Game design</i>	45
5.1	Estrutura MDA	45
5.1.1	Mecânicas	47
5.1.2	Dinâmicas	48
5.1.3	Estéticas	49
5.2	Relação entre dinâmicas desejadas e mecânicas aplicadas	52
6	Álgebra e ensino	56
6.1	A formação Matemática do professor	56
6.2	Grupos	60
6.2.1	Definição de grupo	60
6.2.2	Propriedades dos grupos	64
6.3	Ensino de Álgebra	67
7	Jogo em desenvolvimento	73
7.1	<i>Design</i> do jogo	75
7.1.1	A narrativa	76
7.1.2	Mecânicas, dinâmicas e estéticas	77
7.1.3	As fases	78
8	Considerações finais	91

1 Introdução

Como professor da educação básica, frequentemente percebo nos alunos uma repulsa enorme com relação à Matemática, expressa em falas como: “isso não entra na minha cabeça”. Como ato de empatia, recordo-me de diversas falas ouvidas na infância, que afirmavam que essa disciplina ficaria muito complexa ao chegar em determinado ano ou série, ou que, se eu ainda gostava dela, era porque até o momento cursava os anos iniciais.

Em alguns momentos, acredito que alguns jovens são preparados para terem medo de Matemática, e acabam se fechando à oportunidade de aprender conceitos e conteúdos que poderiam ser úteis em suas vidas. Em decorrência disso, e em nome da sobrevivência acadêmica, contentam-se apenas a memorizar alguns algoritmos e fórmulas que não lhe fazem sentido, mas permitem alcançar uma pontuação suficiente para a aprovação.

Um estudante que assim proceda, dificilmente será capaz de encontrar satisfação em estudar. Entretanto, talvez não caiba a uma criança ou adolescente a maturidade de perceber por si só os riscos de memorizar truques mecanicamente.

Para compreender tais perigos, façamos uma analogia com a Engenharia Civil, onde uma estrutura é dita “autoportante” quando suporta seu próprio peso. Podemos imaginar o que aconteceria com um edifício em que se retirasse um dos andares intermediários. Da mesma forma, podemos ter noção dos estragos causados ao não solidificar um conhecimento matemático que apenas foi decorado às pressas para uma avaliação. Na melhor das hipóteses, esse conhecimento mal estruturado limitará a altura dessa construção de conhecimentos. Assim, a sabotagem causada pelos estudos emergenciais, poderá levar esse estudante a ser um adulto que enxergue a Matemática como algo muito difícil.

Ainda sobre minha percepção sobre jovens estudantes, não posso deixar de elencar os que se privam por medo de errar, uma vez que apenas participando de discussões e expressando ideias, cometerão erros. Porém, caem na armadilha da passividade, visto que assistir a alguém solucionando algo em Matemática e aprender a fazer são coisas distintas. Seja por timidez ou receio da exposição, não participar de um debate, ou não arriscar-se

a fazer algo novo, são barreiras ao aprendizado. Assim, para não se exporem, também acabam caindo na infelicidade da memorização.

Nesse contexto, apesar de clichê, podemos dizer que tais estudantes correm sérios riscos de entrarem em um “círculo vicioso”, onde a única saída seja livrarem-se o mais rápido possível da Matemática. Com isso, surgem frases como: “eu sou de humanas” e “Matemática não é para todos”, dando a ideia que a esses estudantes restam apenas as ciências “triviais”¹, por serem mais acessíveis “e menos sujeitas à precisão do cálculo” (BORÉM [2], 2000, p. 142), assim como diziam no “tempo das trevas” [2].

Isso exemplifica o quão excludente a Matemática pode ser ou se tornar para uma pessoa. Tomando ares de um conhecimento acessível somente a uma parcela da população privilegiada cognitivamente.

Entretanto, para Csikszentmihaly [4], a maior parte dos insucessos ocorridos no ambiente escolar não estão relacionados com a cognição, mas sim com a motivação. O autor considera a gamificação como estratégia interessante a ser implementada nos processos de ensino e aprendizagem, uma vez que motivação interna por realizar uma tarefa complexa e que não trará recompensas tangíveis, comumente é percebida quando o desafio é apresentado em forma de um jogo.

Dessa forma, o próprio ato de executar a tarefa desafiadora é a grande recompensa. Isso é exatamente o que desejo que meus alunos tenham com relação aos estudos. Desfrutar dos prazeres inerentes do processo, ao invés de vislumbrar recompensas futuras, adiando as possibilidades de serem felizes no presente.

Com isso em mente, buscaremos nesse trabalho compreender algumas formas de aplicar a gamificação e os jogos ao contexto educacional, de forma que possam contribuir para o ensino e aprendizagem juntamente a outras metodologias.

1.1 Minha experiência com a gamificação

Minha primeira experiência com um aprendizado por meio de jogos me fez despertar interesse por uma área em que não era afim. Recordo-me de ainda frequentar as aulas do 1º ano do antigo 2º Grau, atual Ensino Médio, e um de meus colegas trabalhar em

¹Dentre as sete artes liberais, a Gramática, Retórica e Lógica (Dialética) formavam o *Trivium* (do latim: três caminhos). O *Quadrivium* (do latim: quatro caminhos) era composto pela Aritmética, Geometria, Música e Astronomia. As ciências que compunham o *Trivium* eram entendidas como mais acessíveis e menos precisas, trazendo aos nossos dias a ideia de inferioridade quando utilizamos a palavra trivial [1] [2] [3].

uma locadora de fitas VHS no contraturno. Nesse período, o mercado desse segmento já estava em avançada decadência. Aproveitando o baixo movimento de clientes, costumava frequentar a locadora para assistirmos aos filmes sem precisar alugá-los.

Figura 1.1: Onde está Carmen Sandiego? Com o *Google Expeditions*, educadores podem usar as aventuras de Carmen como um veículo para ensinar aos alunos sobre geografia, cultura, diversidade e empatia.



Fonte: Carmen Sandiego [5]

Sem ter esse objetivo, esse meu amigo mudaria completamente minha percepção acerca dos jogos. No computador da loja, ele instalou um passatempo, chamado “Onde está Carmen Sandiego?” (Figura 1.1), que se tornou nosso vício. O prazer em jogar era tão grande, que mesmo o monitor em preto e branco falhando não era capaz de reduzir nosso interesse pelo *game*.

Nesse *game*, o jogador é um detetive que luta contra o tempo para pegar uma ladra internacionalmente reconhecida e procurada. Especialista em conseguir as maiores façanhas no submundo dos furtos, sequer os museus com as melhores vigilâncias escapavam.

Como detetive, o jogador entrevistava as testemunhas, e eram frequentes algumas falas do tipo “uma pessoa com essas características pegou um táxi, e tinha em mãos um manual de viagens com uma bandeira parecia com a do Japão, mas com a cor verde no lugar do branco”. Nesse exemplo, possivelmente a ladra fugiria para o misterioso país.

Ora, apesar de conhecer a bandeira do Japão, eu não fazia a mínima ideia de qual país se tratava. Problemas como esse só teriam solução caso utilizássemos informações externas ao jogo. Em vista disso, não foi muito difícil pensar em alugar na biblioteca da escola um Atlas Geográfico (Figuras 1.2 e 1.3). A consulta nos permitiria fazer nossa personagem ir ao aeroporto e embarcar com destino a Bangladesh. Para vencer a ladra, era necessário obter informações confiáveis e conectá-las.

Além da experiência maravilhosa que é abrir um livro voluntariamente, sem perceber,

Figura 1.2: Atlas Geográfico.



Fonte: Atlas Geográfico Escolar (IBGE) [6]

adquiríamos informações e conhecimentos que se passaram em aula, possivelmente seriam despercebidos. Não me recordo de nenhuma aula de Geografia em que discutimos acerca dos países do sul da Ásia. Entretanto, para solucionar um problema relativo ao jogo, além da localização, nos espantamos com o tamanho da população de um país que até então era por nós desconhecido. Intrigante descobrir que a capital Dhaka (ou Dacca) possuía uma das maiores populações do planeta, e sequer sabíamos da existência desse país (Figura 1.3).

Figura 1.3: Bandeiras dos países no Atlas Geográfico Escolar – Além das bandeiras dos países, encontramos também outras informações relevantes.



Fonte: Atlas Geográfico Escolar (IBGE) [6]

Nos dias de hoje, possivelmente a Internet seria o local de nossas buscas e pesquisas, e assim como as formas de conseguir informações, o jogo também está mais tecnológico.

Além das versões para *smartphones* e uma série na Netflix narrando suas aventuras, uma nova versão do *game* está disponível como uma extensão do Google Earth (Figura 1.4).

Figura 1.4: Em que lugar do Google Earth está Carmen Sandiego? Oferece a experiência de passear virtualmente por cidades como Londres, em busca de informações, interrogando moradores, turistas e até mesmo um Guarda da Rainha.



Fonte: Google Earth [7]

Assim como me tornei um estudante mais aplicado em Geografia e História por causa de um jogo, nossas motivações podem nos impulsionar a diversos outros conhecimentos. Algumas pessoas decidem aprender um novo idioma para acompanharem uma série de televisão, sem que precisem esperar por uma legenda ou dublagem. Outros, por gostarem de um cantor ou banda internacional, descobrem riquíssimos detalhes acerca de uma cultura distante da sua. Desenvolver estratégias que levem os alunos a descobrirem seus próprios motivos para aprender com prazer, é uma coisa que educadores precisam aprender, e urgente.

Encontrar prazer em estudar está associado às nossas motivações interiores, e despertar esses interesses é peça fundamental para o sucesso dos sistemas de educação. Pensando como educador, sinto-me impulsionado a acreditar numa revolução nas formas de se ensinar e aprender, e acredito que podemos utilizar o que de melhor há nos jogos com o intuito de avivarmos o processo de educar, promovendo o melhor de cada um.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é compreender algumas possibilidades do emprego de jogos como metodologia auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem. Para tal, apresentamos um estudo bibliográfico sobre a Teoria do *Flow* e os jogos sobre sua perspectiva. Apresentamos alguns exemplos bem-sucedidos de jogos destinados ao ensino e aprendiza-

gem, e jogos criados com objetivos diversos e que têm sido utilizados como instrumentos facilitadores para a construção de conhecimento.

Além disso, buscamos compreender elementos fundamentais de *game design*, com o objetivo de projetar um minijogo que tenha por finalidade estimular habilidades básicas inerentes à Álgebra, mais especificamente no contexto de equações polinomiais do primeiro grau.

1.3 Organização da dissertação

Para compreendermos como se dá o uso das estruturas presentes nos jogos a contextos e aplicações diversas, acreditamos ser importante entender a relação entre os humanos e os jogos ao longo da história. Para isso, apresentaremos no Capítulo 2 fatos históricos envolvendo o surgimento e o desenvolvimento dos jogos, analógicos e digitais, que nos levarão a perceber a importância dada aos jogos em diferentes culturas.

Buscando entender o que é, e como se dá o processo de gamificação, discutimos no Capítulo 3 os principais fatores que influenciam a motivação e satisfação por efetuar uma tarefa. À luz da Teoria do *flow*, observamos nos jogos características que favorecem que uma pessoa se empenhe satisfatoriamente em uma atividade.

Entendendo que a busca e construção do conhecimento possa e deva ocorrer em momentos diversos, como é o caso dos jogos, discutimos no Capítulo 4 conceitos relacionados à aprendizagem tangencial. Nele, buscamos compreender a possibilidade de utilizar jogos que não sejam estritamente educacionais para fins didáticos.

Apresentamos no Capítulo 5 os elementos mais utilizados em *game design*, relacionando as mecânicas empregadas com as dinâmicas desejadas. Observamos as diferentes percepções acerca de um jogo, quando entendemos os papéis distintos dos jogadores e desenvolvedores, que devem atentar-se sobre a importância de empregar corretamente e ajustar as mecânicas para a satisfação dos usuários.

Tendo discutido a gamificação aplicada aos processos educacionais, refletimos no Capítulo 6 acerca da formação acadêmica do docentes de Matemática da educação básica. Além disso, discorreremos sobre os desafios para o ensino de Álgebra, mais especificamente para as Equações Polinomiais do 1º Grau. Buscamos entender as causas de alguns erros comumente cometidos pelos estudantes, bem como os conceitos matemáticos envolvidos. Tendo em vista ainda a importância da formação Matemática do professor de Matemática,

apresentamos os principais conceitos envolvidos acerca do estudo de Grupos, que estruturam as técnicas utilizadas para solucionar uma equação.

Com o objetivo de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de equações, apresentamos no Capítulo 7 o projeto de criação e desenvolvimento de um “jogo sério”. Utilizando uma narrativa de mistério e aventura, o projeto destina-se ao desenvolvimento de habilidades para a compreensão e resolução de equações polinomiais do primeiro grau.

Entendendo que os processos educacionais requerem formação e aprimoramento constante, não seria diferente com a gamificação voltada para a aprendizagem. Com isso em mente, evidenciamos no Capítulo 8 nossas considerações finais acerca dos estudos apresentados ao longo dessa dissertação, bem como nossas perspectivas para trabalhos futuros.

2 Os jogos e a humanidade

Presentes nas sociedades há milhares de anos, assim como a fala e a necessidade de contar, os jogos acompanham o desenvolvimento das culturas e civilizações. Atribuídos a povos da Mesopotâmia e Egito, os registros mais antigos têm data estimada de 5000 a.C., e mostram que não são, de forma alguma, um passatempo ou diversão exclusivos do homem contemporâneo. Exemplos disso são os jogos de tabuleiro Senet (Figura 2.1) e Jogo Real de Ur, conhecidos como “jogos da passagem de vida”, considerados uma maneira de garantir a felicidade eterna, salvando do tédio quem com eles fosse sepultado (Figura 2.2).

Figura 2.1: Tabuleiro de Senet – O jogo de mesa mais popular do Egito Antigo, era praticado amplamente por todas as classes sociais e está documentado desde as primeiras dinastias.



Fonte: Fascínio Egito [8]

Em seu livro intitulado *Homo Ludens*, Huizinga [9] defende que a necessidade de brincar, divertir-se e jogar é inerente não só aos humanos, mas também presente em outras formas de vida animal, como nos cães. O autor em questão compreende os jogos como atividades voluntárias que respeitam limites de espaço, tempo e possuem regras bem estabelecidas, aceitas e indispensáveis. Entretanto, diferentemente de tarefas executadas esperando-se uma premiação ou remuneração, os jogos possuem fim em si mesmos, executar a tarefa é a própria gratificação. Dessa forma, uma ocasião em que se participa por obrigação, não pode ser considerada um jogo. Para assim ser reconhecido, é imprescindível o caráter voluntário, visível em crianças e animais, que brincam ou jogam porque querem.

Figura 2.2: Rainha Nefertiti jogando Senet – Nos túmulos do Egito Antigo surgem cenas nas quais o morto joga contra um adversário invisível, como é o caso da rainha Nefertiti.



Fonte: Fascínio Egito [8]

Assim como o desenvolvimento de habilidades básicas, como a fala, os jogos surgem na infância como algo da natureza humana. Aparecem nas mais diversas e simples ações, como brincar de não pisar nas linhas de uma calçada, ou pisar apenas nas listras brancas de uma faixa de pedestres, conforme ilustra a Figura 2.3. Ainda, destinados ao público infantil, diversos jogos e brincadeiras visam treinar e refinar habilidades motoras, importantes para o desenvolvimento da criança, mas sem assemelharem-se a um treinamento ou aula de educação física.

Vemos aqui espaço, tempo e regras estabelecidas, de tal forma que o meio físico envolvido só é um componente desse jogo no momento em que esse jogo está sendo jogado.

Figura 2.3: Atravessando na faixa de pedestres – Voluntariamente criamos desafios em tarefas comuns e rotineiras, como pisar em uma única cor ao andar sobre a calçada, ou não pisar em suas linhas ou rachaduras.



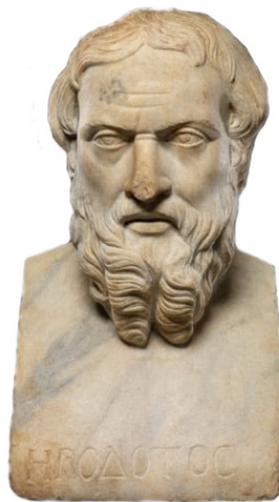
Fonte: Elaborado pelo autor

Uma boneca, carrinho ou mesmo uma cadeira só serão componentes do cenário de um jogo no espaço e período determinados pelas regras estabelecidas. Dessa forma, um conjunto de cadeiras enfileiradas não passa disso ao terminar o jogo. Porém, durante o jogo, juntamente com a fantasia envolvida, pode representar uma locomotiva puxando vagões.

Em um jogo, assim como no teatro, um jogador pode ser qualquer pessoa ou coisa, mas deve respeitar as regras estabelecidas. O jogo se mostra como manifestação cultural, mas é considerado por Huizinga [9] mais antigo que a própria cultura, uma vez que animais se divertem mediante um ritual composto por regras, atitudes e gestos, antes mesmo da humanidade desenvolver senso cultural.

Apesar de diversos jogos levarem o indivíduo a experienciar momentos de não-seriedade, Huizinga [9] reforça que de maneira alguma significa dizer que o jogo não seja algo sério. Há aproximadamente 2500 anos, Heródoto [10] (Figura 2.4) já expunha a importância dos jogos para as pessoas e sociedades, relatando situações em que jogar não era apenas um ato de diversão, mas poderia estar atrelado a alcançar objetivos específicos.

Figura 2.4: Heródoto – Historiador grego, descreve o uso de jogos pelos moradores de Lídia para superarem um período de escassez de alimentos.



Fonte: The Metropolitan Museum of Art [10]

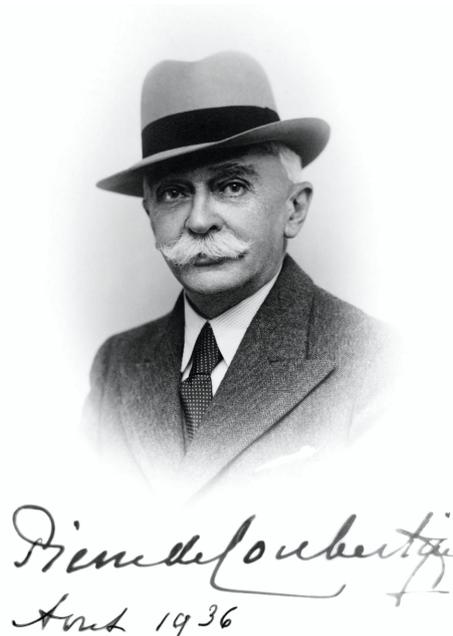
Dentre tais relatos, destaca-se o caso da escassez de alimentos na Lídia, que com duração de 18 anos, levou os cidadãos a alimentarem-se dia sim, dia não, sendo que o dia sem alimentação era passado em maratonas de jogos que exigiam concentração, raciocínio e estratégias [11]. Ao final desse grande período, os cidadãos lidianos deixaram para o mundo jogos e instrumentos como os dados e as bolas de gude, além de uma demonstração

da aplicabilidade dos jogos a um contexto que não fosse somente a diversão.

Considerando apenas esse relato, poderíamos ter a ideia de que os jogos podem ser aplicados com o objetivo de distorcer ou fugir da realidade. Entretanto, o número crescente de jogadores é incongruente com os dados da fome e outros males em suas regiões. Dessa forma, se compreendermos o ato de jogar apenas como uma forma de escapar de uma realidade cheia de problemas e desafios, não seria essa uma conclusão acertada, uma vez que o jogador se insere voluntariamente em um mundo cheio de problemas, adversidades, obstáculos e enfrentamentos.

Desta forma, podemos nos indagarmos os motivos que levam uma pessoa, de forma espontânea e facultativa, a empreender horas jogando em busca de conquistas simbólicas ou virtuais. Assim, buscar compreender as possibilidades do emprego dos jogos a outras situações em que o objetivo final seja maior que a diversão em si. Mais do que distorcer a realidade, podemos nos questionar se seriam os jogos capazes de promover mudanças significativas às sociedades.

Figura 2.5: Charles Freddy Pierre ou Barão de Coubertin – Autor da célebre frase “o importante é competir”.



Fonte: Comitê Olímpico Internacional (COI) [12]

Acreditando no poder transformador dos jogos e do esporte, em novembro de 1892, Charles Freddy Pierre (Figura 2.5), mais conhecido como Barão de Coubertin, apresenta um projeto arrojado e que marcaria a história mundialmente. A restauração dos Jogos

Olímpicos, assim como eram na Grécia Helênica, surge com o objetivo de promover paz e organização no cenário político global [13].

Nesses jogos, as nações e povos se enfrentariam amistosamente, podendo comprovar sua supremacia sem uso da força bruta. Essa proposta carrega consigo a ideia que os antigos gregos tinham acerca dos jogos. Para eles, “os Jogos representavam um momento de trégua nas guerras e conflitos de qualquer ordem para que competidores e espectadores pudessem chegar a Olímpia” (RUBIO [13], 2010, p. 57).

De fato, os Jogos Olímpicos da Era Moderna tornaram-se um sucesso. Apesar dos conflitos ocorridos entre nações após seu surgimento, inúmeras histórias transformadoras e de superação são frequentemente associadas às competições. Esse é um exemplo de utilização do poder revolucionário dos jogos, e pode servir como inspiração para novas aplicações dos jogos à serviço da humanidade.

2.1 Uma revolução digital

Jogos como os anteriormente citados, assim como outros jogos que não necessitam de equipamentos eletroeletrônicos para o seu funcionamento, são conhecidos como jogos analógicos. Aparecendo inicialmente no formato de tabuleiros e posteriormente com cartas, milênios antes do surgimento do sistema de coordenadas cartesianas, diversos jogos utilizavam sistemas de posicionamento para jogadores e itens. Conforme evoluíam, ganharam sistemas de engrenagens e utensílios manuais, que ampliavam a imersão e capacidade de remontar um cenário ou condição. Dessa forma, tais jogos ainda são produzidos e readaptados, movimentando um grande mercado e colecionando títulos de sucesso como o Xadrez (séc. VI), Banco Imobiliário (1935), Pandemic (2008) e Fotossíntese (2017).

Não deixando os jogos analógicos para trás, mas com uma proposta inovadora, na década de 1950 surgem os jogos eletrônicos [15]. Além de oferecerem aos jogadores estímulos visuais e auditivos mais emocionantes, proporcionaram um aumento considerável do fator aleatoriedade, que nos jogos analógicos são restritos a sorteios, como nos dados ou outros sistemas mecânicos.

Criado por Willy Higinbotham, e lançado em 1958, o Tennis Programing, também conhecido como Tennis for Two (Figura 2.6), é considerado por muitos o primeiro jogo eletrônico da história [16]. Desenvolvido a partir de um osciloscópio, o jogo simula a

Figura 2.6: Tennis for Two (1958) – Considerado o primeiro jogo eletrônico desenvolvido.



Fonte: Brookhaven National Laboratory [14]

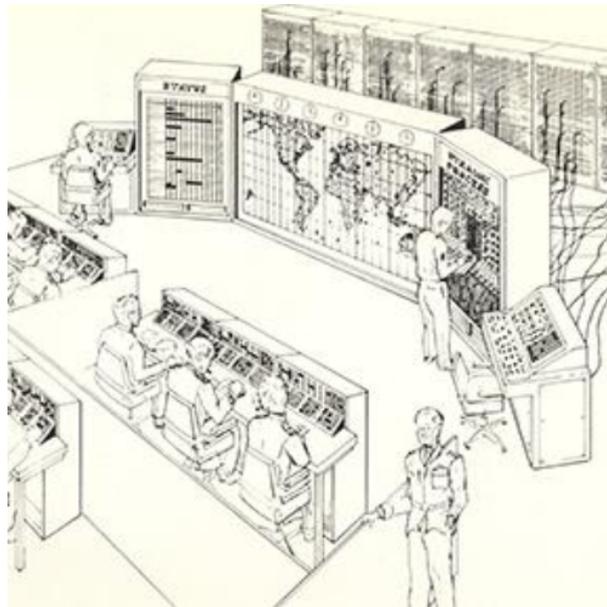
rebatida de uma bola no chão a partir do contato de um ponto de luz com a linha horizontal inferior do equipamento. Nela há também um segmento de reta horizontal para simular a rede, além de duas caixas (que se assemelham aos atuais controles, também conhecidos como *joysticks*) contendo potenciômetros e um botão. Os potenciômetros controlam o ângulo com que a bola é rebatida, e o botão simula a raquete tocando a bola, mandando-a para o outro lado da quadra. [14].

O trabalho de Higinbotham foi precedido por outros aparatos com interações eletrônicas como, por exemplo, o Noughts and Crosses, que é uma versão eletrônica do Jogo da Velha. Desenvolvido Alexander Douglas e publicado em 1952, permitia que jogadores humanos enfrentassem a máquina [15]. Para muitos desenvolvedores e historiadores, esse é o primeiro videogame desenvolvido, mas o fato de não terem sido criados para a diversão em si, faz com que não sejam classificados como jogos

Comparado até mesmo com os jogos mais simples disponíveis para *smartphones*, o Tennis for Two possui uma interação e jogabilidade muito limitadas. Entretanto, é o jogo que precedeu todos os aplicativos e jogos digitais, sejam eles em consoles, microcomputadores ou dispositivos móveis. Tal evolução está intimamente ligada ao desenvolvimento e popularização dos aparelhos televisores, microcomputadores, criação da Internet e dos *smartphones*, que viabilizaram consoles para uso residencial, jogos com gráficos realistas e partidas *online*.

Com produções nos mais variados formatos e dinâmicas, a indústria dos jogos

Figura 2.7: Grand Strategy (1961) – Simulação de computador do conflito global da Guerra Fria, que modela os benefícios do controle de armas.



Fonte: Strong National Museum of Play [17]

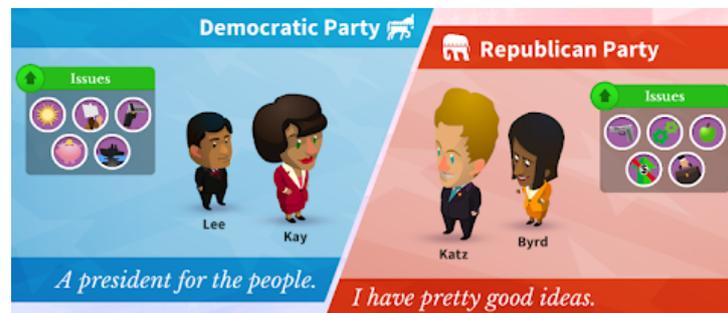
movimenta anualmente bilhões de dólares, além de capitalizar cada vez mais consumidores. Algo que chama a atenção é o fato dos jogos já não mais serem vistos somente como passatempos ou brincadeiras, mas como atividades dispendiosas de tempo e significativas no cotidiano das pessoas. Isso os torna capazes de influenciar e propor mudanças de comportamento no indivíduo e na sociedade como um todo.

Essa mudança de paradigma e expressiva abrangência têm atraído há décadas a atenção de diversos setores da economia, como empresas de *marketing*, promoção à saúde, política e educação. Já na década de 1960 os jogos Grand Strategy (Figura 2.7) e STAGE (Simulation of Total Atomic Global Exchange), tratavam de transmitir a percepção norte-americana da guerra fria, e mostrar a importância do controle de armas.

Percebemos aqui a possibilidade de usar jogos como instrumentos veiculadores de informações, comportamentos e ideais. Quando pensamos em moldar comportamentos e propagar ideias, não nos referimos apenas a um contexto em que se há um inimigo a ser combatido. Também envolto a um cenário político, um exemplo mais recente é o Win The White House (Figura 2.8), que recebeu em 2020 uma versão para as eleições presidenciais norte-americanas, e destina-se a ensinar potenciais eleitores sobre como se dá o processo eleitoral americano, e ampliar a participação nas eleições.

A história vem mostrando que os jogos são capazes de modificar a maneira como um

Figura 2.8: Win the White House (2020) – Criado para educar sobre como funciona o processo eleitoral norte-americano.



Fonte: iCivics [18]

indivíduo interage com os demais, ressignificando sua relação com o meio e as atividades que lhe dão prazer. Dessa forma, não somente o interesse financeiro, mas também a busca pela eficiência e eficácia nos processos, passando pela percepção antropológica do homem contemporâneo, criam um grande nicho para a aplicação dos jogos.

A humanidade sempre esteve em constantes mudanças de pensamentos, paradigmas, dogmas e culturas. Entretanto, o homem contemporâneo, imerso em meio a tecnologias cada vez maiores, tem apresentado mudanças significativas em espaços de tempo cada vez menores. Um exemplo simples do cotidiano é o abandono à leitura de manuais de instruções. Essa mudança cultural é tão grande, que alguns fabricantes já não mais os enviam juntamente aos produtos comercializados.

As gerações mais novas buscam informação de forma diferente das mais antigas. Para elas, compreender o funcionamento e as utilidades de um produto é mais simples e prático através de um vídeo tutorial. Considerando o grande alcance dos jogos, podemos também considerar sua utilização para tal.

Esse é o caso do Astro's Playroom (Figura 2.9), lançado em 2020 e que destina-se a apresentar o videogame Playstation 5, possibilitando aos novos usuários compreenderem as novas funcionalidades inseridas no console. Certamente, ao desembalar o produto desejado por milhões de pessoas, dificilmente a vontade do consumidor será ler um manual de instruções. Dessa forma, a proposta do *game* é possibilitar que o usuário possa jogar o manual de instruções.

Neste ínterim, amplia-se o nicho de mercado dos jogos destinados a fins instrucionais, aprendizagem e divulgação de informação. Essas aplicações não são novidade, tendo figurado alguns títulos de grande sucesso ao longo das últimas décadas. Apresentaremos

Figura 2.9: Jogo Astro's Playroom (2020) [19] – Com aventura e exploração em quatro mundos, onde cada um exibe uma jogabilidade inovadora do controle sem fio DualSense™ do Playstation 5.

(a) Aprendendo a utilizar o *touchpad*



(b) Captando sopro com o microfone



Fonte: *Print* gerado pelo autor (2022)

na seção seguinte alguns títulos destinados a aplicações educacionais.

2.2 Jogos sérios

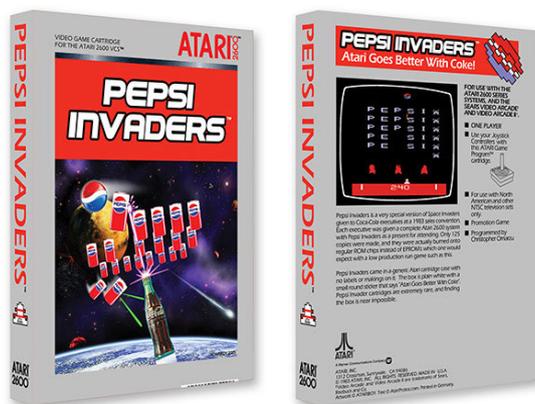
Mesmo que o principal objetivo de um jogo seja a diversão, alguns jogos carregam consigo a intencionalidade de propagar outras sensações e mensagens. Quando a ideia que se pretende vender é publicitária, classificamos tais jogos como *advergames* ou jogos publicitários. O nome é proveniente da junção das palavras *advertisings* (publicidade) e *games*, e os jogos que se enquadram nessa categoria são comumente utilizados para lançar um produto ou reposicionar uma marca.

Um exemplo de *advergame*, que alavancou uma ação de *marketing* da Coca-Cola em 1983, é o PEPSI Invaders (Figura 2.10). Lançado pela Atari e inspirado no Space Invaders, o jogo propõe que o jogador destrua as letras da palavra PEPSI, associando o produto a alienígenas invasores.

Além desses, uma outra categoria de jogos também se propõe a algo além da diversão, são os jogos sérios. Tais aplicações têm por objetivo o aprendizado, aperfeiçoamento de algum conhecimento, desenvolvimento de uma habilidade ou mudança de comportamento.

Podemos perceber o emprego dos jogos sérios já em crianças passando pela primeira infância. A cultura patriarcal ainda predominante no Brasil, mesmo que sem ter conhecimento acerca dos jogos sérios, os empregam para moldar o comportamento das crianças. Quando comumente as meninas são incentivadas a brincar de “casinha”, expressa-se a intencionalidade de treiná-las para no futuro se tornarem “donas de casa”. Já os meninos, que são esperados como provedores financeiros de uma futura família, são incentivados a

Figura 2.10: Pepsi Invaders (1983) – Nesse *advergame* os invasores são associados à marca adversária da Coca-Cola, e para vencer, os jogadores devem eliminar as letras que formam a palavra PEPSI.



Fonte: ATARI 2600 [20]

dirigir seus carros e manusear ferramentas. Disso, originaram expressões como

“você é uma boneca”, “você é minha boneca”, “é a bonequinha do papai e da mamãe”, entre outras que colocavam a menina/mulher em condição de “perfeição”. Talvez por isso as pessoas vivam, ou pelo menos tentam viver, “brincando de boneca(o)”, ou melhor dizendo “brincando de ser boneca(o).” (SILVA [21], 2020, p. 260)

Cada vez mais comuns nos formatos digitais, os jogos sérios estão presentes desde simuladores de direção nas autoescolas a *softwares* que auxiliam crianças a passarem por tratamentos contra câncer e a superarem o medo de se vacinarem. Outro cenário onde os jogos sérios são aplicados é nos simuladores de voo utilizados pelas agências espaciais e treinamentos militares.

Destacamos ainda a crescente aplicação dos jogos sérios nas escolas e sistemas de ensino. Tais aplicações oferecem ao estudante a possibilidade de uma experiência intensa e realista. Com diversos títulos gratuitos ou de valores acessíveis, são capazes de simular fatos históricos e acontecimentos com incrível riqueza de detalhes e emoções. Um exemplo é o PeaceMaker (Figura 2.11), lançado em 2007, é inspirado em eventos reais dos conflitos entre israelenses e palestinos, leva o jogador a liderar a busca por uma solução pacífica [23].

Apesar do frequente preconceito e até mesmo certo receio apresentado com relação à Matemática, jogos baseados em conceitos fundamentais dessa ciência já se tornaram febre dentre jovens. Esse é o caso do jogo 2048 (Figura 2.12a), lançado em 2014, contabilizou

Figura 2.11: PeaceMaker (2007) – Desafia o jogador a ter sucesso como líder onde outros falharam, permitindo experimentar a alegria de trazer a paz ao Oriente Médio ou a agonia de mergulhar a região no desastre.



Fonte: Impact Games [23]

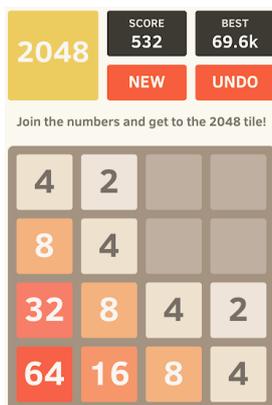
dezenas de milhões de *downloads* nos primeiros doze meses. Podendo ser jogado casualmente ou com o objetivo de estudar potências de 2 e suas decomposições, o formato de *minigame* e o fato de ser um aplicativo gratuito favoreceram sua rápida popularização.

De fato, o número crescente de pessoas com acesso à Internet e equipamentos eletroeletrônicos viabilizam o surgimento e democratização de jogos sérios aplicados ao ensino. Entretanto, muito antes de tamanha popularização, a indústria de jogos já apresentava em seus catálogos títulos destinados à aprendizagem de objetos de conhecimento. Um exemplo é o Basic Math (Matemática Básica, Figura 2.12b), que tem por finalidade treinar operações matemáticas fundamentais. Lançado para o Atari 2600 em 1977, devido ao grande sucesso dentre crianças e pais, e aprovação de professores, foi relançado em 1980 com o nome Fun With Numbers (Diversão com Números, nome pelo qual ficou também conhecido). Além das diversas cópias não oficiais, o sucesso do *game* extrapolou os limites da Atari, figurando coletâneas para videogames como PlayStation 2 e Xbox.

Figura 2.12: Jogos 2048 e Basic Math.

(a) 2048 (2014)

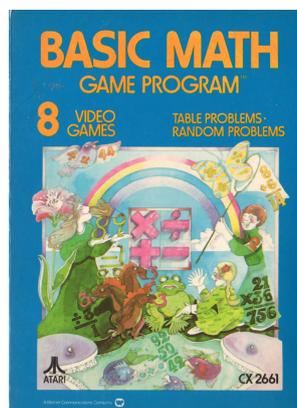
Jogo casual que permite abordar conceitos matemáticos como potenciação e fatoração.



Fonte: Solebon Apps [24]

(b) Basic Math (1977)

É um exemplo de jogo educacional voltado para a Matemática.



Fonte: ATARI Mania [25]

Dentre as inúmeras aplicabilidades, um dos pontos mais interessantes ao utilizarmos jogos sérios, é a possibilidade de simular situações de risco, sem ter que vivenciá-las no mundo físico. Como exemplo, simular um acidente termonuclear permite ao jogador-aluno adquirir experiência perante à essa situação de risco, sem ter passado por ela. Esse é o caso do Chemical Risk (Risco Químico, Figura 2.13), que tem como principal objetivo trabalhar e conscientizar acerca de conceitos de biossegurança [26].

Figura 2.13: Jogo Chemical Risk (2016) – Para ensinar biossegurança, o jogo simula um acidente químico em um ambiente laboratorial.



Fonte: Brazilian Journals [26]

O jogo de produção nacional, foi divulgado em 2016 e nasceu da parceria de professores da Universidade de São Paulo, que defendem que

Através das dinâmicas dos jogos digitais, é perfeitamente possível viabilizar simulações de acidentes químicos em ambientes laboratoriais, proporcionando a aplicação e consolidação, por parte do aluno-jogador, dos conceitos aprendidos em sala de aula. (ALBUQUERQUE et al. [26], 2016, p. 3)

Figura 2.14: Jornada do Acolhimento (2021) – O jogo tem objetivo de educar acerca da importância da saúde mental, e busca estabelecer um diálogo sobre depressão e suicídio para o cotidiano das pessoas.



Fonte: O Movimento Falar Inspira Vida [27]

Os jogos sérios têm se mostrado eficazes em treinamentos, quando comparados a modelos tradicionais de instrução. Como consequência disso, um número cada vez maior de segmentos experimentam seu emprego. Seja no mundo corporativo ou para auxiliar no

combate a traumas psicológicos, como é o caso do Jornada do Acolhimento, lançado no Brasil em 2021 como parte da campanha Setembro Amarelo. Idealizado por O Movimento Falar Inspira Vida, tem como objetivo educar as pessoas sobre a importância de se dar atenção e cuidar da saúde mental, Figura 2.14.

Com o objetivo de compreender possibilidades de aplicações dos jogos a contextos educacionais, na próxima seção destacaremos o seu emprego voltado ao ensino de Matemática.

2.2.1 Jogos Sérios e o Ensino de Matemática

A utilização de jogos em contextos educacionais vai além de simplesmente fazer uma aula diferente ou divertida, mas capaz de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que “os jogos digitais educativos se inserem em novos contextos de aprendizagem assumindo o seu papel como ferramentas que possibilitam a aprendizagem.” (HOFFMANN [28], 2016, p. 4). Para Santos e Junior [29], os jogos digitais podem agregar valor aos processos de ensino e aprendizagem, e independente da disciplina ou objeto de conhecimento, são capazes de estimular o desenvolvimento do raciocínio lógico e pensamento cognitivo.

O ato de jogar estimula a imaginação e auxilia jovens em sua integração com grupos e melhoria da autoestima. A maneira mais eficiente de levar uma criança a desenvolver e encontrar sua autoexpressão é por meio de jogos [30].

“O jogo por meio do lúdico pode ser desafiador e sempre vai gerar uma aprendizagem que se prolonga fora da sala de aula, fora da escola, pelo cotidiano e acontece de forma interessante e prazerosa. Jogando a criança, o jovem ou mesmo o adulto sempre aprende algo, sejam habilidades, valores ou atitudes, portanto, pode-se dizer que todo jogo ensina algo. Isso não significa que tudo que o jogo ensina é bom.” (FALKEMBACH [30], 2006, p. 2)

O lúdico possui a capacidade de mexer com o imaginário e aguçar a curiosidade. Dessa forma, ao jogar, incorporamos uma outra personagem e vivenciamos uma história, fato ou situação de forma imersiva. Sendo capazes de melhorar a interação professor-conteúdo-aluno, melhorando resultados e desempenho dos estudantes,

“o uso de jogos digitais para o ensino da Matemática se torna extremamente atraente por proporcionar aos jogadores a aquisição de habilidades que são de fundamental importância para a compreensão dos assuntos abordados nesta disciplina.” (SANTOS e JUNIOR [29], 2014, p. 5)

Um desafio matemático que seja apresentado em forma de jogo, estimulará o estudante a se sentir dentro da situação problema, dando significado à necessidade de que seja solucionado. O uso de jogos para a educação mexe com as emoções e atribuem sentido em realizar determinada ação. Entretanto, utilizar jogos em uma atividade didática não assegura sucesso, e a prática deve estar associada a metodologias que estimulem a troca de ideias, comunicação, pensamento crítico e lógico [29].

Os jogos digitais voltados ao ensino de Matemática são novidade se comparados aos jogos analógicos empregados há décadas. Apesar de grande aceitação e validação pedagógica, os jogos analógicos caem cada vez mais no esquecimento dos professores e comunidade escolar como um todo [29]. A aceitação crescente das aplicações digitais favorece para que práticas empregadas com sucesso anteriormente sejam deixadas de lado. Nesse contexto, SANTOS e JUNIOR [29] defendem ser interessante criar versões digitais desses jogos, uma vez que grande parte dos jogos digitais voltados ao ensino não contemplam os requisitos para que possam ser utilizados em aula, uma vez que não apresentam equilíbrio entre o lúdico e o objeto de conhecimento a ser trabalhado.

“Sendo assim acreditamos que a virtualização dos jogos tradicionais, ou seja, a criação de versões digitais multiplataforma para os jogos tradicionais, já usados com sucesso comprovado no ensino da Matemática, seja uma solução computacional e pedagógica, adequada esta situação, por proporcionar aos jovens em idade escolar e aos seus professores, um meio pelo qual possam ter acessos aos conteúdos visto em sala de aula, de um modo lúdico e descontraído, ao mesmo tempo, sem perder seu caráter pedagógico, de modo ainda, que possa se fazer presente de forma efetiva no cotidiano dos jovens, que terão a disposição à colaboração pedagógica e psicológica dos jogos educativos, de forma uma forma prazerosa e espontânea por meio de versões digitais destes jogos.” (SANTOS e JUNIOR [29], 2014, p. 9)

Acreditamos que desenvolver versões digitais de jogos pedagógicos já validados há décadas seja algo interessante e importante. Ainda, acrescentamos a possibilidade de um trabalho integrado e colaborativo entre desenvolvedores de jogos e professores, a fim de que os jogos digitais desenvolvidos com fins pedagógicos encontrem o equilíbrio entre o lúdico e os objetos de conhecimentos em questão.

3 Gamificação

Em sua essência, os jogos são projetados para proporcionar momentos de diversão e entretenimento. Seus elementos os tornam atrativos e levam o jogador a concentrar-se somente no ato de jogar. Quando empregamos as mecânicas, dinâmicas e estratégias presentes nos jogos em atividades que não são necessariamente um jogo, estamos implementando um processo de gamificação, tal como definido por Deterding et al. [31].

A gamificação pode ser aplicada em diversas áreas, como *marketing* e vendas, promoção à saúde e qualidade de vida, administração, logística e educação. Tal método pode elevar o envolvimento e motivação dos estudantes, favorecendo um melhor desempenho acadêmico e levar a mudanças comportamentais, conforme nos descrevem Kim et al. [32]. Além disso, a natureza lúdica inerente nos jogos e processos gamificados pode fazer da gamificação importante aliada aos métodos de ensino e aprendizagem.

3.1 Teoria do *Flow*

O nível de envolvimento, satisfação, adrenalina e estresse dedicados a uma atividade pode alterar em um indivíduo a percepção do tempo em que esteve envolvido com ela. Não raro, ao nos dedicarmos a tarefas satisfatórias como ler um bom livro, ouvir uma boa música ou conversar com um amigo, temos a sensação de que “o tempo passou mais rápido”. Além disso, é comum indivíduos sentirem-se extremamente envolvidos e satisfeitos ao realizar tarefas que para muitos seriam desagradáveis.

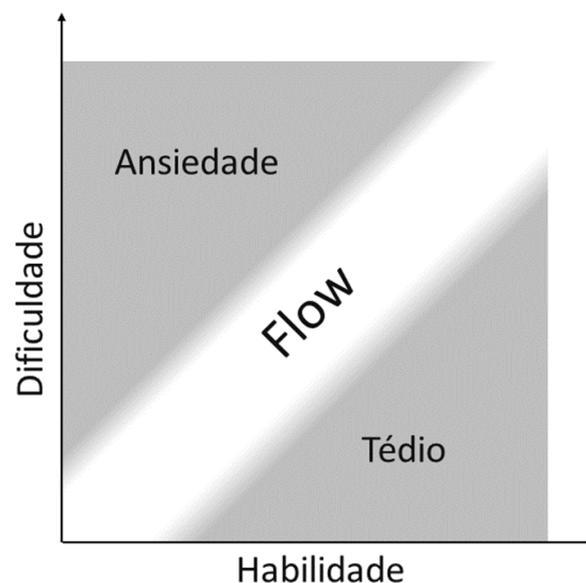
Observando isso, Csikszentmihaly [4] dedicou-se a pesquisar o que seria necessário para que uma pessoa se sentisse feliz e realizada ao executar uma atividade. Por anos empenhou-se a entrevistar pessoas que conseguiam sentir-se satisfeitas em diversos afazeres. Percebeu que, apesar das características e sensações inerentes a cada situação, todos os entrevistados relataram que ao vivenciarem tais experiências, não mais percebiam o “tempo passando” e que o “tempo fluiu” sem que percebessem ou se esforçassem. Em virtude de relatarem esse “fluxo de tempo”, Csikszentmihaly [4] passou a descrever tais acontecimentos

como “experiências ótimas” ou *Flow* (“fluxo” em português).

Percebeu ainda que, apesar de não relatarem grande esforço para desempenharem as atividades que os levam a vivenciar o *flow*, em geral, tais afazeres exigiam grande esforço físico e, ou, intelectual, representando verdadeiros desafios. Além disso, as motivações para exercerem tal atividade sempre eram intrínsecas ao sujeito, e nunca são desempenhadas por obrigação. Contudo, concentrados no processo ao invés dos resultados, mente e corpo se uniam, proporcionando momentos de grande satisfação, plenitude e felicidade.

Csikszentmihaly [4] compreende o estado de fluxo como uma experiência autotélica, uma vez que esse estado de profundo envolvimento com a tarefa em mãos, a ponto de nada mais importar, a não ser a própria atividade em si, leva a pessoa a não se preocupar com recompensas futuras, pois o próprio fazer é a recompensa. Porém, para atingir e manter o estado de fluxo, é necessário que o indivíduo se depare com desafios possíveis de serem concluídos. Se o desafio for demasiado face às habilidades do indivíduo, ele será levado para um estado de ansiedade e preocupação, não alcançando uma experiência ótima. Caso seja pouco desafiado frente às suas aptidões, sentir-se-á relaxado e tedioso. Assim, para atingir e manter o estado de *flow*, deve haver certo equilíbrio entre os desafios propostos pela tarefa e as habilidades do indivíduo, conforme ilustra a Figura 3.1.

Figura 3.1: Estado de *Flow*.



Fonte: Adaptado de Csikszentmihaly [33] (2014, p. 28)

Para a manutenção do foco, além do constante reajuste entre desafios e habilidades, é importante que as tarefas tenham objetivos bem definidos e *feedbacks* imediatos. Isso

realimentará sua concentração, mantendo a satisfação na execução da atividade. Nesse ciclo, o indivíduo sente-se no controle de suas próprias ações, esquecendo-se dos problemas. Assim, a sensação de distorção do tempo é vivenciada, justificando o termo *Flow*, conforme Csikszentmihaly [4].

Esse envolvimento emocional do indivíduo com a atividade, reforçado por metas bem estabelecidas e *feedbacks* rápidos, bem como ampliação dos desafios propostos ao atingir novas habilidades, são características comuns aos jogos, sejam eles eletrônicos ou não. Explorando universos fictícios, fantásticos, estranhos e maravilhosos, eles imergem o jogador em novas formas de sentir e interagir com o mundo. Repletos de reforços positivos e surpresas, são capazes de bloquear o jogador de distrações e interferências externas, levando-o a momentos de extrema concentração e foco, podendo atingir o *Flow*.

[...] os designers de jogos estão obcecados em criar esse estado. Eles estão sempre procurando maneiras para que o jogador se sinta bem com o jogo. É uma busca constante em imergi-lo no sistema apenas para guiá-lo, perfeitamente, para o altamente valoroso estado de flow. (ZINCHERMANN & CUNNINGAHM [35], 2011, p. 17, tradução nossa)

3.2 Zona de Fluxo Proximal

Analisando os estados mentais de uma pessoa sob o ponto de vista da Teoria do *Flow*, um indivíduo pode encontrar-se ansioso, apático, tedioso ou em fluxo. Dentre esses estados, Kim et al. [32] ressaltam que o fluxo é o que favorece a aprendizagem, uma vez que nele o indivíduo encontra-se completamente concentrado e despreocupado de outros afazeres.

De posse da Teoria do *Flow*, analisemos a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) proposta por Vygotsky [36], onde as potencialidades do estudante podem ser atingidas a partir da mediação do professor. Nessa teoria, um sujeito pode encontrar-se na Zona de Desenvolvimento Potencial, que é o estágio onde lhe faltam as habilidades que servem de sustentação para atingir o aprendizado pleno da tarefa em questão. Dessa forma, expô-lo a essa atividade apenas causará estresse e frustração. Um sujeito pode encontrar-se também na Zona de Desenvolvimento Real, que é o estado em que já possui pleno domínio da tarefa proposta, e faz-se necessário um ajuste nos desafios propostos.

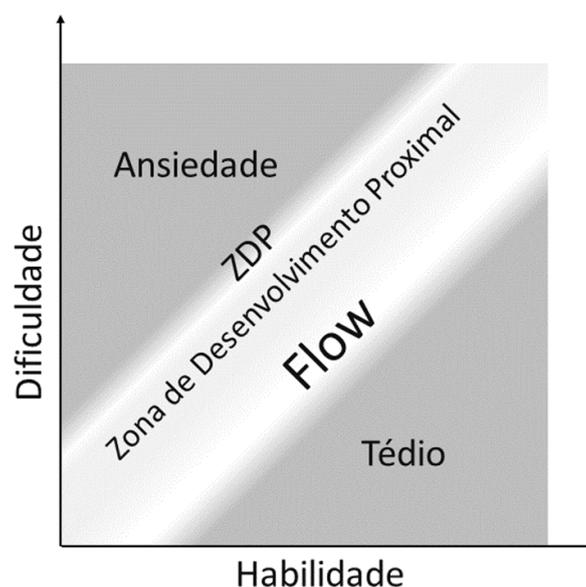
Entretanto, caso o estudante se localize na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), onde ainda não tem domínio da tarefa em mãos, mas possui as habilidades

necessárias para bem compreendê-la, a mediação de um docente pode levá-lo ao estado em que terá adquirido tal habilidade. Esse momento em que o mediador auxilia o estudante a alcançar sua meta, assemelha-se ao momento em que se entra no estado de *flow* partindo-se de um estado de ansiedade.

Dessa forma, Basawapatna et al. [34] propõem considerarmos o termo Zona de Fluxo Proximal. Nela, um indivíduo que se encontra ansioso por estar sujeito a uma tarefa que requer habilidades além das que ele possui, pode ser levado a alcançar tais habilidades a partir da mediação docente, saindo, portanto, do estado ansioso e entrando em fluxo, favorecendo seu aprendizado.

No caso de considerarmos uma atividade gamificada que tenha um bom ajuste entre desafios propostos e habilidades, o instrumento de mediação será o próprio jogo em si, uma vez que apresentará ao jogador tarefas compatíveis com seus níveis atuais de habilidades. Assim, apesar do *flow* ser algo autotélico, e consequentemente individual, o processo pode ser mediado por agentes externos, humanos ou não, com o objetivo de atingir uma nova habilidade. Com essa percepção, entre a ansiedade e o estado de *flow*, se localiza a ZDP, que auxilia a entrada em um estado de experiência ótima. A Figura 3.2 ilustra a relação entre a Zona de Fluxo Proximal e a Teoria do *Flow*.

Figura 3.2: Zona de Fluxo Proximal.



Fonte: Adaptado de Basawapatna et al. [34] (2013, p. 70)

3.3 Engajamento e motivação

A partir de uma abordagem não cognitiva dos processos de ensino aprendizagem, Csikszentmihalyi [33] defende a ideia de que o insucesso nos processos de ensino e aprendizagem, em geral, é ocasionado pelo desinteresse por parte do estudante, e pelas faltas de envolvimento, entusiasmo, afeto, emoção e motivação, e não por déficit intelectual ou cognitivo. Assim, apesar de concordar com as analogias feitas entre a estrutura cerebral e a arquitetura dos computadores, argumenta que diferentemente das máquinas, um estudante não pode ser “inicializado” a partir de um simples comando, a não ser que se disponha a participar de tal processo.

Assim sendo, Csikszentmihalyi [33] compreende que a exposição a uma teoria não é processada e transformada em conhecimento por um estudante, a não ser que este esteja disposto a tal. Para o autor, quando uma criança não entende o propósito de estudar um certo conteúdo ou área, talvez sua única motivação pelos estudos seja almejar receber recompensas em um futuro distante 20 ou 30 anos, em que, após formado em uma profissão, passará novamente a adiar momentos de satisfação, vislumbrando o crescimento em sua carreira. Dessa forma, sem que dê sentido presente às tarefas que lhe são apresentadas, juntamente com a sensação de adiar recompensas e satisfações devido a uma tarefa com a qual não se identifica, gerar-se-á a sensação de infelicidade, o que se opõem ao aprendizado. À vista disso, o autor ressalta a importância de o educador atribuir significado a cada ação do estudante, garantindo “que as crianças saibam o porquê estão fazendo algo e por que é importante aprender isso em particular.” (CSIKSZENTMIHALYI [33], 2014, p. 142, tradução nossa).

Ante o exposto, o educador deve se comportar como um agente externo que auxilia o estudante a encontrar motivações para a busca do conhecimento. Certos da importância desse engajamento por parte dos estudantes nos processos de ensino e aprendizagem, a gamificação se mostra como estratégia a ser utilizada pelos docentes, uma vez que “pode ser aplicada a atividades em que é preciso estimular o comportamento do indivíduo” (SILVA [37], 2014, p. 16).

Considerando a importância do engajamento e motivação para o sucesso dos jogos, Zichermann e Cunningham [35] ressaltam que

[...] para entendermos as motivações dos jogadores é necessário questionarmos de onde elas vêm. Em geral, a psicologia divide nossas motivações

em dois grupos: intrínseco e extrínseco. As motivações intrínsecas são aquelas que se derivam do nosso ser e não são necessariamente baseadas no mundo ao nosso redor. Por outro lado, as motivações extrínsecas são impulsionadas principalmente pelo mundo ao nosso redor, como o desejo de ganhar dinheiro ou ganhar um concurso de ortografia. (ZINCHERMANN E CUNNINGHAM [35], 2011, p. 26, tradução nossa)

Por conseguinte, as motivações intrínsecas são responsáveis por fazer com que o indivíduo se envolva “com as coisas por vontade própria, pois elas despertam interesse, desafio, envolvimento e prazer.” (SILVA [37], 2014, p. 16). Em contrapartida, “a motivação externa é energizada puramente pelas demandas e forças que estão fora de si. Podendo incluir ameaças de punição e ofertas de incentivos ou recompensas.” (DETERDING [31], 2011, p. 127, tradução nossa).

Se por um lado recompensas externas, como reforços positivos, podem auxiliar um indivíduo a encontrar motivações intrínsecas, por outro, podem desencadear desinteresse e repugnância por algo. Dessa maneira, Silva et al. [37] preconizam que

O desafio na criação de ambientes e artefatos que exploram a gamificação é saber como estimular efetivamente as duas formas de motivação, tanto no seu relacionamento como separadamente. Para a gamificação a combinação efetiva das motivações intrínseca e extrínseca aumentam o nível de motivação e engajamento. (SILVA et al. [37], 2014, p. 17).

Assim, para estabelecer um ambiente de aprendizado em que o estudante receba estímulos que o levem a vivenciar o prazer em aprender, o docente deve gerenciar as motivações extrínsecas ao discente. Dessa forma, em conjunto com as intrínsecas, guiarão o aluno à descoberta do prazer em aprender, vivenciando os momentos de estudo com bem-estar e satisfação.

Para isso, é necessário que o docente conheça e domine as técnicas que lhe permitam administrar a fluidez desse ambiente de aprendizado. Entretanto, mais que domínio técnico, Csikszentmihalyi [33] ressalta a importância de o professor gostar de aprender. Para o autor, a imagem transmitida pelo docente é de suma importância, uma vez que transparecendo a sua motivação por aprender, o aluno perceberá a possibilidade de receber recompensas intrínsecas e prazer no ato de estudar. O professor deve ter consciência de que os alunos são capazes de discernir

[...] se um adulto que eles conhecem gosta ou não do que ele ou ela está fazendo. Se um professor não acredita em seu trabalho, se não gosta de aprender o que ele está tentando transmitir, o aluno perceberá isso e

concluirá que esse assunto específico não vale a pena ser aprendido, pelo seu próprio bem. (CSIKSZENTMIHALYI [33], 2014, p. 177, tradução nossa).

Dessa forma, a condução de processos educacionais que envolvam professores e estudantes com leveza e satisfação, merece especial atenção. Promover o engajamento, ou uma “[...] experiência intensificada e simultânea de concentração, interesse e prazer pela tarefa em mãos” (SHERNOFF [38], 2013, p. 12, tradução nossa), está intimamente associado a vivenciar uma experiência ótima.

Isso posto, se faz importante compreender como utilizar a gamificação para promover envolvimento e dedicação dos estudantes para com os estudos. Csikszentmihalyi [33] ressalta a importância de explorar nos jogos a possibilidade de aprender com os erros, uma vez que são essenciais para uma educação eficaz. A gamificação dos processos educacionais pode despertar o interesse e ânimo por aprender, uma vez que “todo jogo é estruturado de modo a fazer com que o foco e a atenção sejam na atividade de jogar, apresentando objetivos, regras e *feedbacks* claros. Esses recursos estruturais prendem a atenção do jogador, produzindo uma experiência de fluxo.” (CSIKSZENTMIHALYI [33], 2014, p. 182, tradução nossa).

Com isso em mente, é importante compreender as características presentes na gamificação que favorecem que uma pessoa vivencie uma experiência de fluxo. Por exemplo, o foco e a concentração podem ser estimulados a partir da

[...] antecipação, comunidade, curiosidade, curva de engajamento, desafios, deslumbramento, diversão, justiça, metas e oportunidade, sensações experimentadas pelo usuário ao envolver-se com o jogo. Quanto mais imerso, maior será seu engajamento em permanecer na atividade. (SILVA et al. [37], 2014, p. 68)

Além do foco e concentração, outras características da gamificação podem contribuir para que um indivíduo vivencie uma experiência de fluxo. Como é o caso do êxtase, que pode ser provocado pelo risco e surpresa, ou a motivação intrínseca, que pode ser gerada por metas, descobertas e aumento de nível [37]. Apresentamos na Tabela 3.1 uma relação entre as características presentes ao se vivenciar um estado de fluxo e as propriedades da gamificação.

Percebemos a gamificação como estratégia potencialmente capaz de auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem, principalmente no que tange ao foco, concentração

Tabela 3.1: Conceitos da Gamificação que contribuem para atingir as características do *Flow*.

Características do <i>Flow</i>	Propriedades da Gamificação
Foco / Concentração	Antecipação, comunidade, curiosidade, curva de engajamento, desafios, deslumbramento, diversão, justiça, metas e oportunidade.
Êxtase	Antecipação, conquistas, deslumbramento, diversão, globalidade, interações sociais, justiça, risco, surpresa e tranquilidade (<i>zen</i>).
Clareza / <i>Feedback</i>	Antecipação, controle, dados, escolhas, <i>feedback</i> , história, metas e tempo.
Habilidades	Campanha, desafios, equilíbrio, escolhas, habilidade, justiça e metas.
Crescimento	Competição, curva de aumento de nível, curva de engajamento, imaginação, influência, progressão e recompensas.
Perda da sensação de tempo	Curva de engajamento, diversão, deslumbramento, equilíbrio, experiência do usuário, globalidade, história, interações sociais e justiça.
Motivação intrínseca	Antecipação, autoexpressão, conquistas, curiosidade, curva de aumento de nível, descobertas, diversão, justiça, longevidade, metas, oportunidade, recompensas e <i>status</i> .

Fonte: Elaborado pelo autor, com base em Silva et al. [37] (2014, p. 67)

e motivação. À vista disso, a implementação da gamificação aos processos de ensino e aprendizagem não requer a criação de uma nova estrutura para promover motivação e engajamento, mas sim, a compreensão de como adaptar as técnicas e ferramentas comumente empregadas nos jogos às práticas pedagógicas.

4 Aprendizagem tangencial

Quando o objetivo é desenvolver o interesse de um sujeito por algo novo, uma estratégia é utilizar gatilhos que o façam associar o desconhecido às boas sensações vivenciadas em outras experiências. Ocorrendo isso, ampliam-se as chances de surgir um interesse voluntário, intrínseco, pelo assunto recém descoberto. Esses estímulos são utilizados com maestria em propagandas publicitárias, e podem abrir para a educação uma nova porta para o despertar do interesse e autonomia dos estudantes.

À vista disso, surge o conceito de Aprendizagem Tangencial, que se apoia na possibilidade da construção de conhecimentos ocorrer em momentos onde um objeto de conhecimento não esteja em evidência. A ideia de que o aprendizado se dá exclusivamente em momentos formais dedicados ao estudo, e com tarefas para isso propostas, além de ser errônea, têm a capacidade de afastar alguns estudantes de desenvolverem o interesse por algumas áreas do conhecimento.

Buscando desenvolver o interesse por um conhecimento ou área, o emprego da Aprendizagem Tangencial faz com que o estudante tenha contato com um conhecimento, mas sem perceber a intencionalidade do aprendizado [39]. Para isso, jogos, filmes, livros, *podcasts* e redes sociais podem ser utilizados por professores. Ainda, esse aprendizado pode ocorrer sem a condução docente, mas devido aos próprios interesses de um indivíduo.

Sem perderem a capacidade de serem divertidos, os jogos podem figurar como objetos e métodos facilitadores ao aprendizado. Seu emprego correto pode estimular no estudante o interesse por pesquisar acerca de um assunto desconhecido, ou mesmo que não era de seu interesse.

Mesmo que não evidencie ou apresente explicitamente um conhecimento, um jogo pode ter sucesso como ferramenta de aprendizagem, por levar estudantes a realizarem pesquisas acerca de curiosidades e cenas presentes no *game*. Ainda, alguns apresentam propositalmente informações insuficientes, exigindo do jogador pesquisas em outras fontes, conforme apresenta Leite [40]. Dessa forma, os jogadores uma vez impactados, vivenciarão a

experiência de pesquisar por vontade própria, caracterizando assim a estratégia empregada como uma metodologia ativa.

Jogos assim desenvolvidos, fazem com que seus adeptos, à medida que avancem em sua busca por informações e conhecimentos, desenvolvam autonomia e prazer por estudar um tema. Isso se dá, uma vez que toda a motivação nasce do próprio indivíduo. É possível que esses jogadores não se dêem conta de sua importância para o aprendizado, visto que a maior parte dos conhecimentos possam ter sido adquiridos em fontes externas. E isso é interessante, pois continuam a vê-los apenas como diversão. Porém, do ponto de vista pedagógico, esses games afloram a motivação para a busca de um novo conhecimento.

Sabendo da importância de que os usuários possam continuar a enxergar esses jogos como entretenimento, é necessário prezar pela diversão. Caso haja exagero de informações apresentadas em um jogo com fins educacionais, corre-se o risco de assemelhá-lo mais a uma lista de exercícios do que com uma atividade divertida e espontânea. Dessa forma, um jogo assim estruturado não conterà o nível de informações expressas em um livro ou manual. Seu papel é auxiliar no surgimento do interesse por um assunto.

Como exemplo, a um estudante que não se interessa por Matemática, o convite para que dedique uma tarde para jogar um jogo educacional dessa área do conhecimento, dificilmente será bem recebido. Porém, o convite para simplesmente jogar um jogo de aventura, tem grandes chances de ser aceito. Assim, o grande desafio aos desenvolvedores é encontrar estratégias para tornar pedagógico um jogo que aparentemente não o seja.

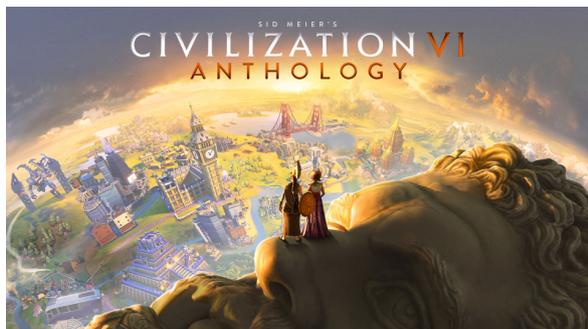
E é o que alertam Portnow e Floyd [43] a desenvolvedores sobre o risco de perder-se o caráter divertido de um jogo ao trabalhar nele objetos de conhecimento. Para os autores, um jogo educacional não necessita e nem pode evidenciar demasiadamente um conteúdo, pois caso um assunto ou matéria receba grande destaque, poderá causar o desinteresse por jogar. Dessa forma, sem que chame ou desvie a atenção dos jogadores, possibilitarão que pessoas que não dominem ou não se sentem atraídas diretamente por determinado assunto, possam jogar e se divertir tanto quanto simpatizantes.

Entretanto, o fato de não haver referências explícitas a um conteúdo ao longo do jogo, não impede que este se torne uma ferramenta educacional eficaz. Dessa forma, surge o termo “aprendizagem tangencial”, apresentado por Portnow e Floyd [43]. Para os autores, os conteúdos educacionais de um jogo devem ser apresentados como anexos, como em telas não jogáveis, não interferindo diretamente na jogabilidade ou compreensão do jogo.

Jogos assim estruturados, muitas vezes levam jogadores a envolverem-se em seu enredo, descobrir novos assuntos e aprender conteúdos sem que se deem conta de que o entretenimento possa ser classificado como educacional. Por exemplo, destacamos os jogos Civilization VI (Figura 4.1a) e The Procession to Calvary (Figura 4.1b), que, envolvendo os jogadores em seu enredo, apresentam notas e conceitos relativos à história geral, artes, geografia e política, mas podem ser jogados por pessoas que não necessariamente são amantes desses temas.

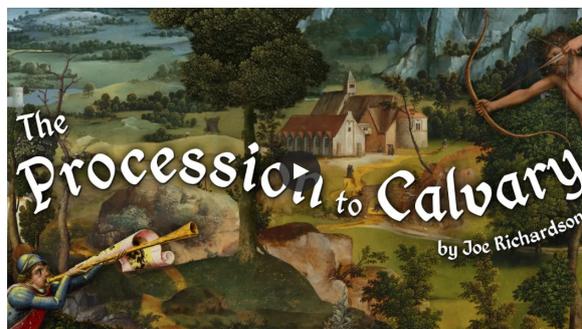
Figura 4.1: Civilization VI Anthology e Procession to Calvary.

(a) Civilization VI (2016) – Coloca o jogador no papel de comandar cidades, países e até mesmo o planeta, utilizando a força bruta ou desenvolvendo diplomacia.



Fonte: Epic Games Store [41]

(b) The Procession to Calvary (2020) – Uma aventura pitoresca, montada com pinturas renascentistas e música clássica, que se passa no período após Guerra Santa.



Fonte: Google Play Store [42]

Apesar do conceito de aprendizagem tangencial surgir fazendo referências a jogos, seu emprego ocorre em situações como assistir filmes, séries e livros de ficção, que muitas vezes carregam uma bagagem histórica e conceitual. Assim, como ocorre com os jogos, a ideia é que o processo de aprendizado extrapole a ferramenta em questão.

Entretanto, juntamente com a curiosidade e vontade por adquirir um novo aprendizado, surge o risco de encontrar informações em fontes não confiáveis. O momento tão informatizado, como o vivenciado nos dias atuais, permite a publicação e propagação de informações inverídicas e errôneas. Assim, ao empregar a aprendizagem tangencial como instrumento pedagógico, corre-se o risco de exposição a um aprendizado de coisas incorretas.

Além disso,

podem fazer falta aos aprendizes *feedback*, orientação, mediadores e debates para a avaliação e reflexão sobre as informações encontradas no processo da aprendizagem tangencial. (WEXELL-MACHADO e MATTAR [44], 2017, p. 2)

Dessa forma, caso a aprendizagem tangencial ocorra mediada por um professor, é importante que ele forneça caminhos e rotas para as pesquisas. Entretanto, devemos nos lembrar que essa aprendizagem poderá ocorrer sem esse intermédio, e no caso de jogos, os próprios idealizadores podem fornecer direções para pesquisas e consulta a material teórico confiável. Utilizando a Internet a favor da aprendizagem, podemos lembrar que diferentemente de décadas atrás, os jogos eletrônicos em sua maioria possuem páginas eletrônicas. Nelas, além de material destinado à divulgação, pode-se disponibilizar informações adicionais acerca do *game*. Dessa forma, a divulgação de material extra poderá auxiliar nesse processo, dando maior credibilidade e assertividade ao aprendizado.

No próximo capítulo discutiremos acerca dos aspectos dos jogos que favorecem uma experiência mais satisfatória e emocionante para os jogadores.

5 *Game design*

O estudo do *design* de jogos tem como foco principal viabilizar uma experiência envolvente e divertida ao jogador. Para tal, os desenvolvedores valem-se de estruturas que estabelecem elementos e técnicas, que combinadas e bem ajustadas, podem levar o jogador a uma completa imersão. No caso do desenvolvimento de jogos com fins pedagógicos, não é diferente.

Com o objetivo de proporcionar uma experiência imersiva e satisfatória, faz-se necessário compreender o público alvo e o tipo de jogo que se deseja produzir. No caso de um jogo sério, há a possibilidade de uma exposição maior às informações relativas ao objeto de estudo em questão. Dessa forma, uma narrativa mais complexa e elementos voltados exclusivamente ao entretenimento são incluídos ou não, ficando a cargo dos idealizadores.

Quando a estratégia pedagógica passa pela aprendizagem tangencial, diferentemente de um jogo sério, elementos voltados ao entretenimento e diversão são de suma importância. Isso se dá, uma vez que a estratégia de uma aprendizagem tangencial vislumbra que o jogador/ estudante busque elementos e informações externos ao jogo.

Assim, definida a metodologia a ser empregada, desenvolvedores valem-se de estruturas que alicerçam a implementação de um *game*. Diferentemente de uma receita, tais arranjos não são resposta ou garantia do sucesso de um jogo. Porém, auxiliam os criadores a verificar e dosar os elementos que comumente estão presentes nas aplicações.

Dentre tais estruturas, a MDA (do inglês: *Mechanics, Dynamics e Aesthetics*) é a mais popular dentre os desenvolvedores de jogos. Apresentamos essa estrutura na seção seguinte.

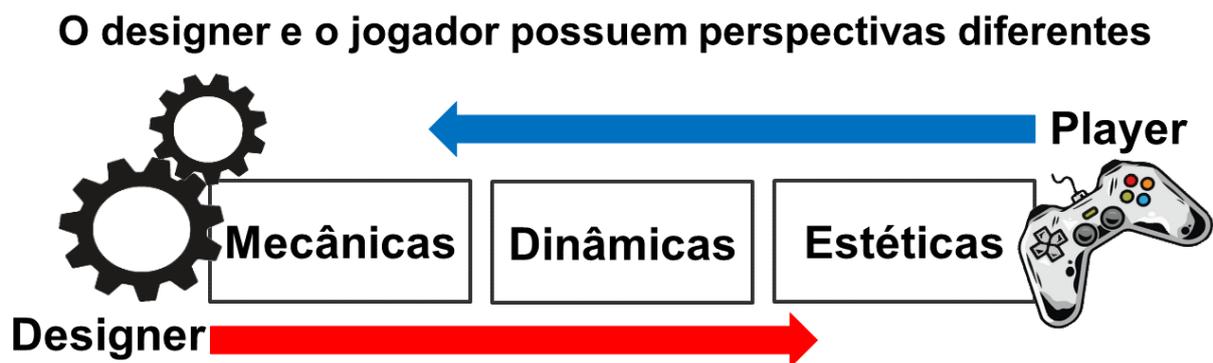
5.1 Estrutura MDA

Apresentada no artigo MDA: *A formal Approach to Game Design and Game Research* [45], tem como elementos chave as mecânicas, dinâmicas e estéticas de um jogo, e prima para que ao longo do processo produtivo, os *designers* trabalhem a partir da estética

que será apresentada ao jogador, buscando as dinâmicas e mecânicas que irão gerar esse resultado [46].

A estrutura MDA facilita enxergar um jogo por diferentes ângulos. Ao iniciar um projeto, os criadores têm em mente o que gostariam que os jogadores executassem ou experienciassem em cada etapa ou estágio. Dessa forma, possuem uma espécie de ‘mapa’ a ser trilhado pelos usuários. Assim, à medida que implementa esse projeto, torna palpável o que já havia concebido mentalmente. Dizemos, portanto, que um desenvolvedor compreende um jogo pela perspectiva das mecânicas, ou dos mecanismos de controle, pois tem conhecimento dos objetivos a todo momento (Figura 5.1).

Figura 5.1: Estrutura MDA – Sugere a *designers*, mesmo que acessem os jogos do ponto de vista de suas mecânicas e estruturas mais técnicas, compreendam o ponto de vista dos jogadores, que se dá a partir das estéticas.



Fonte: Elaborado pelo autor, adaptado de Hunicke, LeBlanc e Zubek [45] (2004, p. 2)

Conhecendo as mecânicas envolvidas em um projeto, os desenvolvedores devem ter sempre em mente que os jogadores não possuem tal ‘mapa’ e demais informações acerca da jogabilidade do *game* desenvolvido. Assim sendo, entender um jogo sob a perspectiva dos jogadores se faz de suma importância aos *designers*. Além disso, compreender o perfil do público alvo é imprescindível, pois assim as interações adotadas poderão favorecer o surgimento de motivações intrínsecas e conseqüentemente um maior envolvimento.

Os jogadores, experimentam e enxergam os jogos sob a perspectiva de suas estéticas como trilha sonora, narrativa, gráficos. A estética está ligada à satisfação por jogar, em “um processo semelhante ao da contemplação artística”(ROCHA et al. [47], 2006, p. 1). Nesse meio, dinâmicas conectam os dois pontos de vista, e são responsáveis pela interação dos jogadores com as mecânicas envolvidas.

Do ponto de vista do *designer*, a mecânica dá origem ao comportamento dinâmico do sistema, que por sua vez leva a experiências estéticas. Da perspectiva do jogador, a estética dá o tom, que nasce em dinâmicas observáveis e eventualmente, mecânicas operáveis. (HUNICKE [45], 2004, p. 2, tradução nossa)

Apresentamos na Tabela 5.1 as definições dos elementos que compõem a estrutura MDA, e buscaremos nas subseções seguintes compreender cada um deles.

Tabela 5.1: Estrutura MDA

Mecânicas (<i>Mechanics</i>)	São os componentes que asseguram o funcionamento do jogo, permitindo que um designer guie as ações de um jogador, que vão desde pular, atirar e coletar itens a personalização de avatares, publicação de resultados obtidos em redes sociais à compra e troca de bens virtuais.
Dinâmicas (<i>Dynamics</i>)	São as formas de um jogador interagir com as mecânicas do jogo, e dizem respeito às possibilidades de reação ao ser exposto a cada situação. Um jogo pode ter como dinâmicas conquistas, <i>status</i> e competição.
Estéticas (<i>Aesthetics</i>)	Resultante da interação entre mecânicas e dinâmicas, e diz respeito às emoções experienciadas pelo jogador. As estéticas estão diretamente ligadas à beleza de um jogo e ao prazer por jogar.

Fonte: Elaborado pelo autor, com base em Zichermann e Cunningham [35] (2011, p. 36)

5.1.1 Mecânicas

As mecânicas são os componentes que asseguram o funcionamento de um jogo, e é a partir delas que um designer guiará as ações de um jogador. Dessa forma, um jogador saberá se está evoluindo ou não, ou se o caminho que está sendo percorrido é correto. São elas que indicam se um tipo de item deve ser coletado, ou se é perigoso e não pode ser tocado. Exemplos comuns de mecânicas utilizadas na grande maioria dos jogos são os sistemas de pontuação, níveis, tabelas de classificação, desafios e missões.

Algumas mecânicas são tão marcantes, que combinadas, basicamente definem o estilo de um jogo. Esse é o caso dos jogos conhecidos como “jogos de plataforma”¹, que utilizam como mecânicas básicas andar, correr, pular para subir ou desviar de obstáculos, além e pegar itens coletáveis como estrelinhas ou moedas. Como exemplos desses *games* de plataforma podemos citar o Super Mario Maker 2 e o Rayman Legends (Figura 5.2).

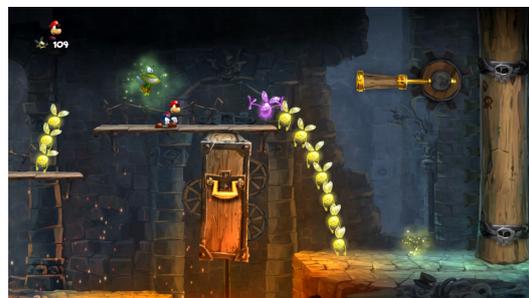
¹Jogos de plataforma possuem uma perspectiva unilateral, onde o jogador se desloca lateralmente na tela, ao mesmo tempo que desvia de obstáculos, enfrenta inimigos e coleta itens [50].

Figura 5.2: Jogos de plataforma – Utilizam como mecânicas básicas andar, correr, pular para subir ou desviar de obstáculos, além coletar itens como estrelinhas ou moedas.

(a) Super Mario Maker 2 (2019) [48].



(b) Rayman Legends (2013) [49].



Fonte: *Print* gerado pelo autor (2022)

Em resumo, as mecânicas são as regras do jogo, mas o termo ‘regras’ pode dar a sensação de uma lista com instruções impressas. Face a isso, desenvolvedores optam por usar o termo mecânicas, uma vez que ficam escondidas dos jogadores [51]. Além disso, não requerem que os usuários tenham conhecimento prévio acerca delas no momento em que iniciam um jogo. Para Adams e Dormans [51], os videogames ensinam aos jogadores as regras enquanto jogam.

5.1.2 Dinâmicas

Um usuário se interage com um jogo a partir de suas experiências sensoriais e emocionais, que são promovidas pelos sons, imagens, tato e demais formas possíveis que um sistema possa lhe retornar *feedback*. Assim, dizemos que um jogador interage com um jogo pela perspectiva das estéticas. E com ângulos de visão diferentes, *designers* e *players* são conectados pelas dinâmicas do sistema, que são as formas de interagir com o programa que controla o jogo. Dessa forma, as dinâmicas têm por objetivo proporcionar as estéticas e sensações a partir da interação com determinada mecânica. Em um jogo cuja dinâmica desejada seja provocar a sensação de realizações, é comum utilizar mecânicas como a conquista de pontos e bens virtuais. Ainda, apresentar a evolução do jogador permitindo com que suba de nível ao completar conquistas.

Nos jogos de plataforma, a coleta de itens está relacionada à dinâmica de ‘coleção’, e geralmente, permitem que o jogador troque tais itens por vidas. Além dessa dinâmica, é comum apresentar mapas do território conquistado, o que leva à dinâmica de ‘conquista’ (Figura 5.3).

Figura 5.3: Mapa do território conquistado – Apresentar mapas do território conquistado promove a dinâmica de “conquista”.

(a) Yoshi Crafted World (2019) [52].



(b) Donkey Kong Country: Tropical Freeze (2014) [53].



Fonte: *Print* gerado pelo autor (2022)

O jogo de simulação Animal Crossing (Figura 5.4), promove a dinâmica de “expressão própria” oferecendo ao jogador a possibilidade de criar seu avatar. A importância da autoexpressão vai além da satisfação e identificação do jogador, e pode contribuir para romper preconceitos, como exemplificado na Figura 5.4a, que apresenta um avatar com vitiligo. Nesse jogo, a possibilidade de um jogador visitar a ilha construída por outra pessoa, lhe oferecer presentes e também presentear a outros moradores de sua ilha, proporciona a dinâmica de “altruísmo” (Figura 5.4b).

Figura 5.4: Animal Crossing New Horizons (2020) [54].

(a) A possibilidade de criar seu próprio avatar favorece a dinâmica “expressão própria”. (b) Presenteando outros jogadores e personagens motiva a dinâmica “altruísmo”.



Fonte: *Print* gerado pelo autor (2022)

5.1.3 Estéticas

Quando nos referimos às estéticas de um jogo, estamos literalmente nos referindo aos seus aspectos de beleza, ritmo e harmonia. A estética dos jogos tem o poder de lançar sobre os jogadores uma espécie de ‘feitiço’, capaz de fascinar e cativar [9], e está

diretamente ligada à interface jogador-programa e ao prazer de jogar, apresentando ao usuário um *feedback* de suas interações com as mecânicas envolvidas.

Uma boa estética leva a uma maior imersão no jogo, tornando o ato de jogar uma experiência mais satisfatória. Por outro lado, a desaprovação do padrão estético

pode fazer com que uma pessoa repudie um game ou até uma classe inteira de games por não gostar das mensagens visuais passadas. Os mecanismos da mente humana para lidar com desaprovação são ainda mais fortemente passionais que aqueles envolvidos com o processo de aprovação. (ROCHA et al. [47], 2006, p. 4).

Os aspectos visuais representam grande parte dos elementos estéticos recebidos por um jogador. Assim, os gráficos, figuras e menus informativos estão diretamente associados à estética de um jogo. Além disso, a capacidade de processamento do console ou máquina que executará um programa poderá interferir em suas qualidades estéticas. Isso fica claro ao compararmos os gráficos de duas versões do Pac-Man, apresentadas na Figura 5.5.

Figura 5.5: Gráficos Pac-Man – As novas gerações de videogames permitem gráficos mais detalhistas, e com qualidades cada vez maiores. Podemos verificar isso ao compararmos os gráficos do Pac-Man com o Pac-Man Championship Edition 2 Plus.

(a) Pac-Man (1980) [55].



(b) Pac-Man Championship Edition 2 Plus (2018) [56].



Fonte: *Print* gerado pelo autor (2022)

As novas gerações de consoles, computadores e *smartphones* além de permitirem gráficos mais complexos e bem trabalhados, possibilitam uma melhor qualidade dos sons que compõem um jogo. As trilhas sonoras presentes nos *games* atuais em nada se comparam aos bipes monofônicos dos primeiros fliperamas ou videogames de 8 *bits*, que eram composições curtas e sujeitas a um *loop* frequente, e com pouco sincronismo com as ações e imagens apresentadas na tela [57].

Essa atenção dada aos efeitos e trilhas sonoras aumentam a imersão ao jogar,

“transformando o som num elemento chave para uma boa experiência de jogo, também chamada de jogabilidade” (PEREIRA e SANCHES [58], 2021, p. 2). Em decorrência disso, diversos jogos são mundialmente reconhecidos por suas trilhas marcantes, como é o caso do Tetris e Super Mario Bros.

Além da notável evolução dos sons, elementos como *joysticks* e poltronas que vibram conforme eventos ocorridos no jogo, permitem uma experiência mais satisfatória para deficientes auditivos, além de sensações mais completas para as pessoas que possuem audição.

Juntos, todos esses recursos culminam na possibilidade de narrativas mais completas, fazendo os jogos serem vistos sob um outro olhar. Se nos primórdios *studios* compravam licenças de filmes para transformá-los em jogos, hoje já ocorre o processo inverso. Isso nos mostra o quão completas e envolventes estão as estéticas de um *game* (Figura 5.6).

Figura 5.6: Jogos que viraram filmes –

Baseado nos filmes da franquia Mortal Kombat, o filme de 2021 mostra a luta de guerreiros para manter o planeta seguro das forças do mal.

(a) Jogo Mortal Kombat 11 (2019) [59].

(b) Filme Mortal Kombat (2021) [60].



SONIC: O filme tem como protagonista o porco-espinho azul, que luta para derrotar um cientista louco que deseja dominar o mundo.

(c) SONIC Forces (2017) [61].

(d) SONIC: O Filme (2020) [62].



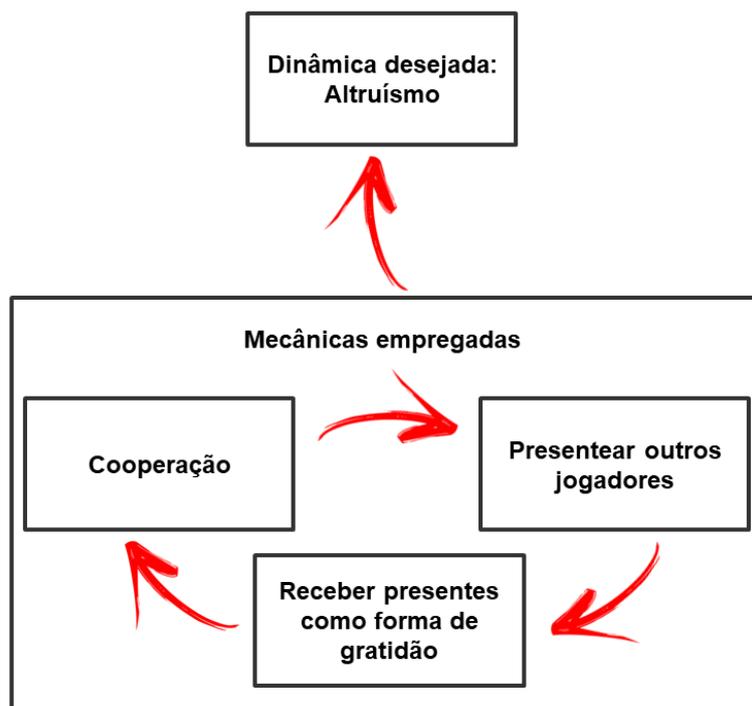
Fonte: *Print* gerado pelo autor (2022)

5.2 Relação entre dinâmicas desejadas e mecânicas aplicadas

Embora sejam comumente utilizadas de forma indiscriminada, as Mecânicas e Dinâmicas de um jogo constituem elementos distintos, que se comunicam ou interagem constantemente. “Mecânica é a ferramenta usada para criar jogos, enquanto a dinâmica é a forma como os jogadores interagem com as experiências do jogo” (ZINCHERMANN e CUNNINGHAM [35], 2011, p. 77). Em suma, para se proporcionar uma certa dinâmica, demanda-se a implementação de uma ou mais mecânicas, uma vez que “a dinâmica refere-se às finalidades e a mecânica aos meios” (CLEMENTI [64], 2014, p. 76).

Como exemplo, para se promover a dinâmica de altruísmo, pode-se utilizar as mecânicas de presentear e receber presentes. Isso se dá uma vez que ao ser presenteado por outro usuário, o jogador sente-se incentivado a retribuir o gesto, realimentando o sentimento e vontade de auxiliar aos demais. Juntamente a essas mecânicas, atividades colaborativas podem proporcionar a experiência de altruísmo. A Figura 5.7 ilustra a relação entre as mecânicas utilizadas com o objetivo de promover a dinâmica altruísmo.

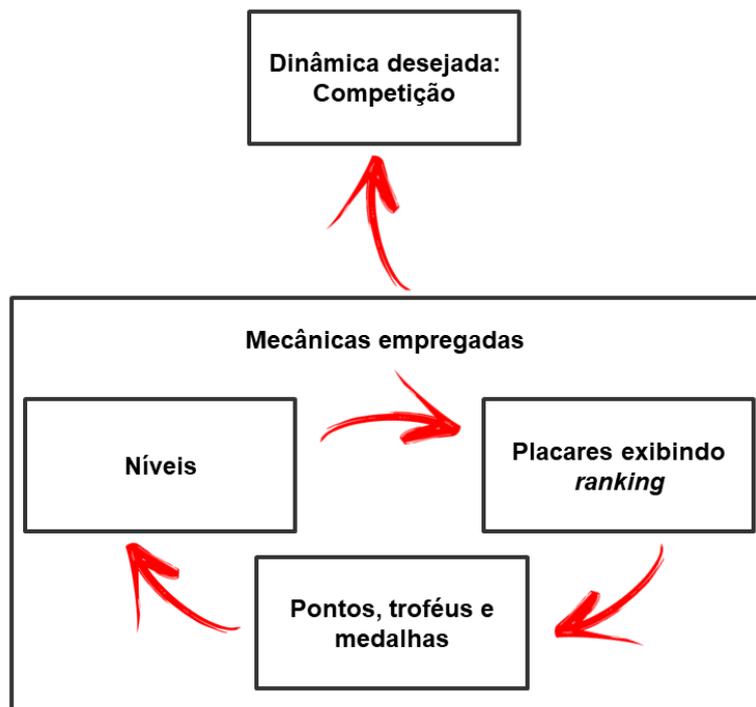
Figura 5.7: Mecânicas utilizadas para promover altruísmo.



Fonte: Elaborado pelo autor, com base em Busarello [63] (2016, p. 93-111)

Se o objetivo for promover a competição, é importante observar que jogadores competitivos sentem-se motivados ao verem placares e *rankings*. Quando são os líderes, a sensação vivenciada os estimulam a esforçarem-se mais para manter a liderança. Quando outros jogadores estão na liderança, sua motivação está em ultrapassar o adversário. Dessa forma, quando o objetivo é promover a dinâmica de competição, as mecânicas de placares exibindo *ranking*, pontos, troféus, medalhas e níveis são comumente utilizadas. A Figura 5.8 ilustra a relação entre as mecânicas utilizadas com o objetivo de promover a dinâmica competição.

Figura 5.8: Mecânicas utilizadas para promover competição.

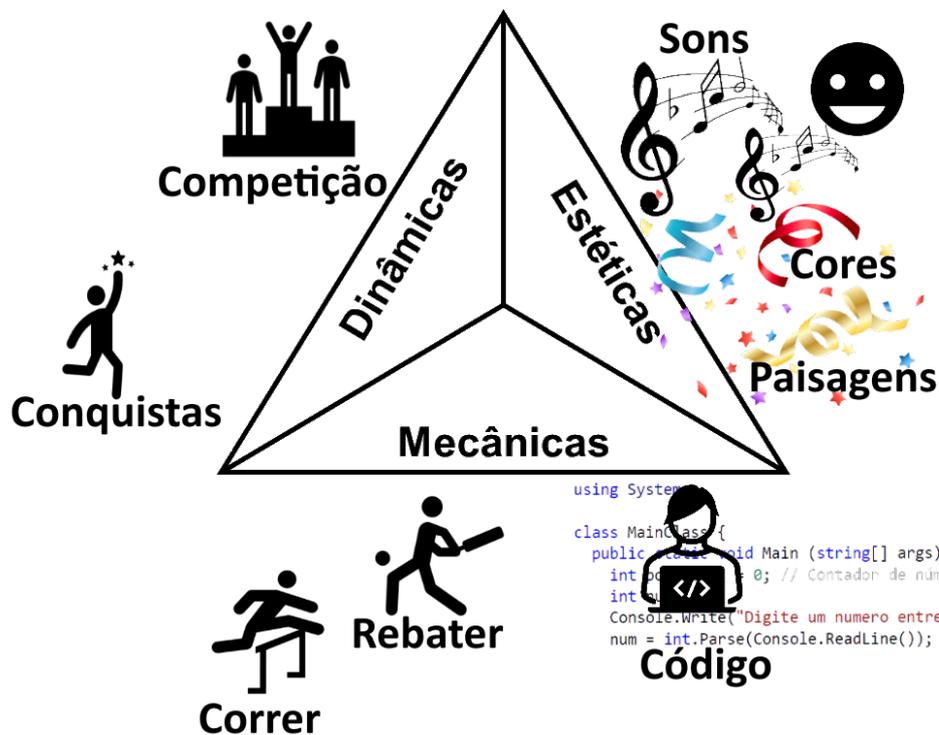


Fonte: Elaborado pelo autor, com base em Busarello [63] (2016, p. 93-111)

Os elementos que compõem a estrutura MDA, devem se relacionar de forma sistêmica e equilibrada, a fim de produzir os efeitos esperados ao jogador, e alcançar esse equilíbrio está diretamente ligado à capacidade de proporcionar experiências agradáveis ao jogador. Essa harmonia, pela perspectiva da teoria do *flow*, se equivale ao ajuste das dificuldades apresentadas face as habilidades de um jogador. As dinâmicas que controlam o jogo devem ajustar-se às aptidões do jogador, para que esse seja retroalimentado com as emoções positivas causadas pelas estéticas (Figura 5.9).

Pensando nesse equilíbrio em um jogo educacional sério, um game que apresente ao jogador desafios maiores que seu conhecimento momentâneo, poderá surtir o efeito de

Figura 5.9: Equilíbrio entre mecânicas, dinâmicas e estéticas.



Fonte: Elaborado pelo autor, com base em Kim et al. [32] (2018, p. 60)

bloquear o interesse por determinado assunto. O interessante nesse caso, é que o jogo aja na Zona de Fluxo Proximal, a fim de proporcionar momentos de aprendizagem. Caso contrário, apesar da intencionalidade, o jogo dificilmente irá colaborar pedagogicamente.

Percebemos, portanto, a importância de compreender esses elementos a fim de atingir o equilíbrio necessário ao sucesso de um jogo. Um excelente projeto pode se traduzir em fracasso, caso um ajuste entre os elementos não seja minimamente alcançado. Inserir um título dentre os jogos mais difíceis do mundo pode não ser interessante, uma vez que a impossibilidade de concluir uma tarefa ou missão não leva uma pessoa a vivenciar o estado de *flow*. Por outro lado, um jogo extremamente fácil para as habilidades esperadas em determinado público, farão desse jogo algo sem graça e conseqüentemente sem diversão.

As dificuldades apresentadas em um jogo vão muito além das mecânicas escolhidas. Jogos como *Sudoku*, utilizam como mecânica preencher entradas de matrizes, não exigindo grande coordenação motora. Já no Xadrez, a mecânica básica é mover as peças pelo tabuleiro 8×8 , e certamente, estudar o movimento de uma peça é mais complexo que o ato em si. Assim, a complexidade de um jogo não é definida por sua mecânica, que mesmo simples pode estruturar *games* complexos, ou vice-versa.

Ao definir as mecânicas que serão empregadas em um projeto, os desenvolvedores devem atentar-se sobre o estilo do jogo a ser produzido, e das tecnologias disponíveis nos consoles ou aparelhos a que se destinam. Isso nos mostra uma limitação, mas ao mesmo tempo vislumbramos novas possibilidades à medida que novos equipamentos são disponibilizados no mercado. Apresentamos na Tabela 5.2 alguns dos elementos mais utilizados nos jogos, relacionando as dinâmicas desejadas às mecânicas comumente empregadas para sua ocorrência.

Tabela 5.2: Dinâmicas desejadas × Mecânicas aplicadas.

Elementos dos Jogos	
Dinâmicas desejadas	Mecânicas aplicadas
Realizações	Pontos, bens virtuais, subir de nível e completar conquistas.
Status	Níveis.
Conquistas	Reconhecimento público, troféus, medalhas e mapas de território conquistado.
Expressão própria	Bens virtuais e personalização de avatares.
Competição	Placares e exibição pública de novos níveis alcançados.
Altruísmo	Presentear outros jogadores com brindes virtuais, o que incentivará o outro jogador a retribuir a oferta.

Fonte: Elaborado pelo autor, com base em Busarello [63] (2016, p. 93-111)

Todos os elementos apresentados buscam o pleno envolvimento e satisfação ao jogar. Para tal, é necessário que o jogo faça sentido, e “que diga respeito à realidade do público a que se destinam” (VIANNA [65], 2013, p. 18). Conhecer o público ao qual o jogo se destina é de suma importância. Entender suas motivações e interesses é o que permite desenvolver aplicações com as quais o indivíduo irá se identificar.

6 Álgebra e ensino

O formalismo inerente do método axiomático faz com que de forma elegante e rigorosa, a Matemática seja continuamente construída na academia, prezando pela clareza e lógica [66]. Entretanto, tamanha retidão não é cognoscível a estudantes do ensino básico, além de não ser o foco desse período da vida estudantil. A forma com que essa ciência é construída não se assemelha à realidade da grande maioria dos estudantes.

Dessa forma, barreiras de desinteresse são levantadas, e alicerçam bloqueios ao aprendizado. Apesar da elegância axiomática, é importante ressaltar que os indivíduos apresentam maior capacidade de se envolverem em coisas que façam sentido com a sua realidade. Pensando no ensino da Matemática, apresentar e desenvolver conhecimentos que se comuniquem e façam sentido para o estudante têm um papel importante.

À vista disso, cabe aos docentes o papel de mediar um diálogo entre a linguagem acessível aos estudantes e os conceitos abstratos, bem como de evidenciar a presença dos objetos de conhecimento estudados à realidade do aluno. Certamente, o rigor exigido por um professor da escola básica difere bastante do estabelecido na academia. Isso leva por vezes a discussões sobre o quanto de Matemática esse docente deve saber. Em alguns casos, essa discussão é deixada de lado pelas instituições de ensino superior, que ofertam ao licenciando um “nível de Matemática” raso e pouco embasado teoricamente.

Entretanto, o fato de um professor da educação básica, em suas práticas docentes, não tratar conteúdos de forma rigorosa, não impede, e não significa que este não os deva conhecer com relativa profundidade. Acreditamos que além de boa didática, a transformação da qualidade do ensino básico passa pela formação acadêmica do professor de Matemática.

6.1 A formação Matemática do professor

Certamente o estudante de licenciatura e futuro professor de Matemática na educação básica necessita de uma boa formação técnica. Precisa também desenvolver uma

boa didática, que ao contrário do que muitos defendem, não consiste apenas em adquirir experiência na sala de aula. Alcançar equilíbrio em sua formação, poderá livrar o professor de frases como: “sabe muito, mas só pra ele”.

Em “O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?”, Fiorentini e Oliveira [67] levantam a questão da existência de matemáticas, e não apenas ‘A Matemática’, que é conhecida como a estudada em nível acadêmico pelos matemáticos profissionais.

Por essa perspectiva, pensando na formação do professor, precisamos compreender quais são essas matemáticas, para então entendermos qual, ou quais devem ser estudadas nos cursos de licenciatura. Assim, indagam qual “Matemática estamos falando, quando dizemos que o professor precisa saber bem a Matemática para ensiná-la?” (FIORENTINI e OLIVEIRA [67], 2013, p. 3), questionando ainda quais são as práticas que podem contribuir para formar o professor.

Os autores analisam a formação fundamental para o docente em Matemática, a partir do papel social do educador, destacando três concepções distintas:

A primeira perspectiva parte do princípio de que a prática do professor de matemática pode ser vista como essencialmente prática, bastando a ele apenas o domínio do conhecimento matemático que é o objeto de aprendizagem. Entende que a arte de ensinar se aprende ensinando, isto é, na prática, não havendo necessidade de uma formação formal ou teórica acerca das relações entre matemática, aluno e professor. (FIORENTINI e OLIVEIRA [67], 2013, p. 4)

Assim, defendem que essa prática é marcada por uma abordagem algorítmica e com pouco significado, onde a Matemática clássica é o centro das atenções. Entretanto, o professor deve buscar ir além da produtividade do conteúdo, viabilizando o crescimento intelectual e humano que a disciplina pode ofertar ao estudante. Essa forma se assemelha muito à Matemática estudada em cursos preparatórios para vestibulares e concursos, onde não se almeja um crescimento intelectual, humano e nenhuma forma didática, mas a repetição e automatismo.

Do ponto de vista da inserção no mercado de trabalho, essa formação muitas vezes é suficiente, uma vez que educar também virou mercado. Logo, o conteudismo dominante, onde o professor como detentor do conhecimento expõe um conteúdo, ainda consegue espaço. Um professor assim egresso da universidade, caso não se abra a reciclagem no que se refere a metodologias, possivelmente empregará sem fim o método “cuspe e giz”.

Na segunda concepção destacada, a prática de ensino é vista como um

[...] campo de aplicação de conhecimentos produzidos, sistematicamente, pela pesquisa acadêmica. Para essa concepção de prática, faz-se necessário o futuro professor ter, primeiramente, uma sólida imersão teórica tanto em termos de conhecimentos matemáticos quanto das ciências educativas e dos processos metodológicos de ensino de matemática (ênfatisando mais a dimensão didática do que a pedagógica). A aplicação desses conhecimentos na prática educativa viria somente mais tarde, mediante um processo de treinamento profissional. Os cursos de licenciatura, sob o modelo 3 + 1, se assentam sobre essa concepção, sendo o último ano destinado ao treinamento ou à aplicação do que foi aprendido nos anos anteriores. (FIORENTINI e OLIVEIRA [67], 2013, p. 5)

Uma formação nos moldes descritos anteriormente, promove um distanciamento que impede que o graduando amadureça como docente ao longo do curso, tendo apenas um curto período para assimilar a prática docente ao que foi estudado nos anos anteriores. Esse modelo de estrutura curricular escancara um sério problema vivenciado em muitas universidades, onde aos departamentos destinados à educação cabem apenas anexar uma carga horária mínima à grade curricular.

Os autores elencam ainda uma terceira concepção acerca dos currículos destinados à formação docente. Tal modelo abre-se a perceber a Matemática também como ferramenta de transformação social, levando-a ao contexto e realidade de vida do estudante.

[...] a prática pedagógica da matemática é vista como prática social, sendo constituída de saberes e relações complexas que necessitam ser estudadas, analisadas, problematizadas, compreendidas e continuamente transformadas. Isso requer uma prática formativa que tenha como eixo principal de estudo e problematização as múltiplas atividades profissionais do educador matemático. (FIORENTINI e OLIVEIRA [67], 2013, p. 5)

Compreendemos ser uma estrutura interessante, pois entende que a prática docente não está apenas vinculada à Matemática acadêmica, mas também a outras matemáticas, distintas daquela praticada pelo bacharel, uma vez que considera o eixo social dos estudantes, cria significados, demonstrações e acordos cabíveis a cada nível de ensino. Entretanto, ressaltamos a importância dessa prática não levar o estudante, e futuro professor a compreender a Matemática apenas no nível em que lecionará.

Acreditamos que o professor de Matemática lotado na educação básica deve ter uma formação consistente em Matemática. Esse conhecimento deve lhe servir de suporte para desempenhar satisfatoriamente sua prática docente. Entretanto, entendemos que essa

formação não deve estar separada de sua formação didática. Tanto se fala na escola sobre multidisciplinaridade, interdisciplinaridade e pluralidade de saberes. Entretanto, percebe-se facilmente a dificuldade dos docentes e dos currículos que os formam em concretizar uma união entre formação técnica e didática.

O domínio desses conhecimentos certamente proporcionará condições para o professor explorar e desenvolver, em aula, uma matemática significativa, isto é, uma matemática que faça sentido aos alunos, ao seu desenvolvimento intelectual [...].(FIORENTINI e OLIVEIRA [67], 2013, p. 8)

Ter uma boa formação didática e pedagógica não exige o professor de possuir um bom conhecimento técnico. Porém, sendo também a educação superior sujeita ao mercado e estatísticas, alguns currículos privam seus estudantes de um contato mais profundo com a disciplina que lecionarão. Certamente isso se reflete na qualidade da educação básica, que no Brasil abriga parcela significativa de profissionais sem formação adequada.

Independente da qualidade da formação obtida por um egresso da universidade, uma formação continuada é imprescindível. Lamentavelmente, a realidade financeira e de trabalho de grande parte dos profissionais da educação se tornam um desafio a essa educação constante.

Pensando nos impactos positivos que a capacitação continuada do docente pode proporcionar à educação, diversos órgãos e instituições voltaram suas atenções para a formação dos profissionais que já atuam na educação básica. À vista disso, a Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), que com o apoio do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), ofertam desde 2011 o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Tal programa contribui para alcançar a Meta 16 do Plano Nacional de Educação (PNE [68]), que propõem a formação de pelo menos 50% dos professores da educação básica ao nível de pós-graduação em suas áreas de atuação.

O PROFMAT tem como objetivo proporcionar formação matemática aprofundada e relevante para a docência na Educação Básica, visando dar ao egresso qualificação certificada para o exercício da profissão de professor de Matemática. (PROFMAT [69], 2017, p. 3)

Dessa forma, um professor que trabalhe os primeiros conceitos relativos à Álgebra, deve compreender esse ramo da Matemática de forma mais profunda que apenas o domínio

de técnicas e algoritmos. Com um conhecimento sólido, além de segurança na mensagem transmitida, esse profissional será capaz de elevar o nível das discussões e ampliar as possibilidades de recursos didáticos.

Sendo objetivo do jogo em desenvolvimento fornecer um primeiro contato com as ideias relativas à igualdade e Álgebra, mais especificamente equações polinomiais do 1º grau, na próxima seção apresentaremos um breve estudo dos conteúdos envolvidos. Assim, dentro da Álgebra, definiremos o que é um grupo e estudaremos seus aspectos mais gerais, buscando compreender como essa estrutura está presente na escola básica. Além disso, discutiremos sobre algumas perspectivas acerca do ensino de Álgebra na educação básica.

6.2 Grupos

Na vida cotidiana estamos habituados a utilizar sistemas algébricos que possuem operações bem definidas. Empregamos o Conjunto dos Números Naturais (\mathbb{N}) para os processos de contagem, utilizamos Conjunto dos Números Inteiros (\mathbb{Z}) e o Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q}) quando desejamos fazer comparações, e o Conjunto dos Números Reais (\mathbb{R}) quando desejamos medir algo. Em todos esses conjuntos, as operações de adição e multiplicação estão bem definidas. Nessa seção, estudaremos os grupos e veremos que tais estruturas são construídas sobre uma única operação. A partir de sua definição, buscaremos entender as características e propriedades mais elementares dessa estrutura algébrica, apresentaremos exemplos e discutiremos suas características. Para isso, utilizaremos como referência Gallian [70].

6.2.1 Definição de grupo

Um conjunto não vazio G juntamente com uma operação binária \star é um grupo se satisfizer as propriedades:

1. Associatividade $(a \star b) \star c = a \star (b \star c), \quad \forall a, b, c \in G$
2. Elemento neutro $\exists e \in G \quad \text{tal que} \quad \forall a \in G \quad \text{temos} \quad a \star e = e \star a = a$
3. Inverso $\forall a \in G, \quad \exists a^{-1} \in G \quad \text{tal que} \quad a \star a^{-1} = a^{-1} \star a = e$

Assim, um conjunto G , numérico ou não, que com uma operação \star verifique essas três condições, será chamado de grupo, e o denotamos por (G, \star) ou simplesmente G , desde que a operação em questão esteja clara. Dentre os grupos, alguns se destacam devido

ao fato de suas operações serem comutativas. Classificamos tais grupos como abelianos, em homenagem a Niels H. Abel (1802 – 1829). Antes de apresentarmos alguns exemplos, definiremos os grupos abelianos.

Definição 6.1: Grupo Abelianos

Dizemos que um grupo G é **abeliano** se para quaisquer dois elementos que tomarmos em G , a operação entre eles for comutativa, ou seja:

$$\forall a, b \in G \quad \text{temos} \quad a \star b = b \star a.$$

Vejamos alguns exemplos de grupos.

Exemplo 6.2.1:

- $(\mathbb{Z}, +)$: Conjunto dos inteiros com a operação de adição.

Esse grupo além de ser fechado para a soma e satisfazer a propriedade associativa, tem como elemento neutro o 0 (zero), pois para todo número inteiro a , temos

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

Temos também que, para todo número inteiro a , seu inverso aditivo é $-a$, que também pertence aos inteiros e

$$a + (-a) = (-a) + a = 0.$$

Além disso, o conjunto dos números inteiros com a operação de adição é um grupo abeliano, uma vez que a soma de inteiros é comutativa.

- (\mathbb{Q}^*, \cdot) : Conjunto dos racionais não nulos com a operação de multiplicação.

Satisfaz as condições de fechamento e associatividade, e tem o número 1 como elemento neutro, uma vez que se $\frac{m}{n}$ é um racional não nulo, temos

$$1 \cdot \frac{m}{n} = \frac{m}{n} \cdot 1 = \frac{m}{n}.$$

Além disso, todo elemento desse conjunto possui um inverso multiplicativo, uma vez

que

$$\frac{m}{n} \cdot \frac{n}{m} = \frac{mn}{nm} = 1.$$

Como a multiplicação de racionais é comutativa, o conjunto dos racionais não nulos, munido com a operação de multiplicação, é um grupo abeliano.

- $GL(2, \mathbb{R}) = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0 \right\}$: Conjunto das matrizes 2×2 com entradas reais e determinante não nulo, juntamente com a operação de multiplicação de matrizes convencional.

Conhecido como Grupo Linear Geral, satisfaz o fechamento e é associativo, tendo como elemento neutro a matriz identidade

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

pois para toda matriz $A \in GL(2, \mathbb{R})$ tem-se

$$I_2 \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = A \cdot I_2 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = A.$$

Como as matrizes desse conjunto possuem determinante não nulo, são invertíveis, para toda matriz $A \in GL(2, \mathbb{R})$ existe uma matriz $A^{-1} \in GL(2, \mathbb{R})$ tal que

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_2.$$

Sendo

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

uma matriz com determinante não nulo, sua inversa é

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{d}{ad - bc} & \frac{-b}{ad - bc} \\ \frac{-c}{ad - bc} & \frac{a}{ad - bc} \end{bmatrix}.$$

Além disso, A^{-1} pertence ao conjunto das matrizes 2×2 com determinante não nulo, uma vez que seu determinante é

$$\det A^{-1} = \frac{d}{ad - bc} \cdot \frac{a}{ad - bc} - \left(\frac{-c}{ad - bc} \right) \cdot \left(\frac{-b}{ad - bc} \right) = \frac{1}{ad - bc} \neq 0.$$

O Grupo Linear Geral é um grupo não abeliano, uma vez que o produto de matrizes não é comutativo. Como exemplo, tomemos as matrizes

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

que pertencem a $GL(2, \mathbb{R})$, mas o produto entre elas não é comutativo.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Vejamos também alguns exemplos de estruturas que não constituem um grupo.

Exemplo 6.2.2:

- $(\mathbb{N}, -)$: Conjunto dos Naturais com a operação de subtração.

Uma operação binária no Conjunto dos Números Naturais leva o produto cartesiano $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ em \mathbb{N} , verificando-se assim o fechamento. Dessa forma, a operação de subtração não é uma operação binária em \mathbb{N} , uma vez que não há fechamento. Para verificarmos isso, tomemos os naturais 1 e 2.

$1 - 2 = -1$, que não é um número natural, contrariando o fechamento. Além disso, a operação de subtração não é associativa. Para verificarmos, tomemos os naturais 1, 2 e 4.

$$(4 - 2) - 1 = 1 \quad \neq \quad 4 - (2 - 1) = 3.$$

- $(\mathbb{Z}, -)$: Conjunto dos Inteiros com a operação de subtração.

Apesar de possuir a propriedade do fechamento, esse não é um grupo, uma vez que essa operação não é associativa. Vejamos

$$(1 - 1) - 1 = -1,$$

$$1 - (1 - 1) = 1.$$

- (\mathbb{Z}, \cdot) : Conjunto dos Inteiros com a operação de multiplicação.

Embora verifique-se o fechamento e a associatividade, esse não é um grupo, pois com exceção do 1, que é o elemento neutro da multiplicação, e do -1 , que é o seu próprio inverso, os elementos de \mathbb{Z} não possuem inverso no conjunto dos inteiros. Por exemplo, o inverso multiplicativo de 2 é $\frac{1}{2}$, que não pertence a \mathbb{Z} .

- (\mathbb{Q}, \cdot) : Conjunto dos Racionais com a operação de multiplicação.

Ainda que haja fechamento e associatividade, não se trata de um grupo, porque o zero não possui inverso multiplicativo.

6.2.2 Propriedades dos grupos

A Matemática por vezes é tratada apenas como uma ciência instrumental. Essa compreensão pode levar educadores e estudantes a um tratamento meramente algoritmizado e mecânico. Entretanto, apesar de sua utilidade notória às demais ciências, entendemos que enxergá-la apenas como ferramenta pode reforçar práticas de ensino e aprendizagem pouco profundas.

Assim, ressaltamos a importância do professor compreender as teorias que embasam os objetos de conhecimento por ele lecionados. Com isso em mente, e já conhecendo alguns exemplos de grupos, apresentaremos algumas propriedades gerais sobre essa estrutura. Entre elas, o cancelamento e a unicidade do elemento neutro e do inverso, que são conceitos fundamentais para uma boa compreensão do que é, e como solucionar uma equação.

Para isso, sejam (G, \star) um grupo cujo elemento neutro é e , e $a \in G$ um elemento desse grupo.

Proposição 6.2 (Cancelamento): Em um grupo, é válido o cancelamento à direita e à esquerda, ou seja,

$$b \star a = c \star a \quad \Rightarrow \quad b = c,$$

$$a \star b = a \star c \quad \Rightarrow \quad b = c.$$

Demonstração. Suponhamos que $b \star a = c \star a$ e seja a^{-1} o inverso de a . Multiplicando ambos os membros à direita por a^{-1} , passamos a ter

$$(b \star a) \star a^{-1} = (c \star a) \star a^{-1}.$$

Pela associatividade, temos

$$b \star (a \star a^{-1}) = c \star (a \star a^{-1}).$$

Pela propriedade do inverso, temos

$$b \star e = c \star e.$$

Pela propriedade do elemento neutro, concluímos

$$b = c.$$

Dessa forma, fica provado que

$$b \star a = c \star a \quad \Rightarrow \quad b = c.$$

Analogamente, se $a \star b = a \star c$, multiplicamos à esquerda ambos os membros por a^{-1} , e obtemos

$$a^{-1} \star (a \star b) = a^{-1} \star (a \star c).$$

Por associatividade, temos

$$(a^{-1} \star a) \star b = (a^{-1} \star a) \star c.$$

Pelo inverso, temos

$$e \star b = e \star c.$$

Pelo elemento neutro podemos concluir

$$b = c.$$

Assim, concluímos a validade do cancelamento à direita e do cancelamento à esquerda. \square

Proposição 6.3 (Unicidade do elemento neutro): O elemento neutro de um grupo G é único.

Demonstração. Nossa estratégia nessa demonstração será supor que existem dois elementos neutros, e concluiremos que na verdade são iguais.

Suponhamos que e e e' sejam elementos neutros de G . Dessa forma, temos para todo $a \in G$ que

$$a \star e = a \quad \text{e} \quad a \star e' = a.$$

Logo, temos

$$a \star e = a \star e'.$$

Pelo cancelamento à esquerda, temos:

$$e = e'.$$

Provando assim que o elemento neutro é único. \square

Proposição 6.4 (Unicidade do inverso): Em um grupo, o inverso de um elemento é único.

Demonstração. Suponhamos, por absurdo, que b e c são dois inversos distintos de um elemento a . Logo,

$$a \star b = e \quad \text{e} \quad a \star c = e.$$

Podemos então afirmar que

$$a \star b = a \star c.$$

Utilizando o cancelamento à esquerda, temos

$$b = c.$$

Portanto, ao assumir a existência de dois inversos, vemos que eles são iguais.

Concluímos assim que o inverso é único. \square

O resultado acima nos diz que em um grupo o inverso de um elemento é único. Entretanto, um elemento pode ter inversos diferentes dependendo do grupo.

Por exemplo, em $(\mathbb{Z}, +)$ o inverso do elemento 1 é -1 . Já em (\mathbb{Q}^*, \cdot) o número 1 é o seu próprio inverso.

6.3 Ensino de Álgebra

Apesar de não ser necessário, e completamente inviável abordar a teoria de grupos na educação básica, a compreensão de alguns de seus resultados se faz importante. Quando o objeto de conhecimento em questão é equações, não raro, professores da educação básica relacionam a dificuldade de aprendizado com o fato dos alunos aplicarem algoritmos e cancelamentos que não compreendem.

Pensando em equações como uma igualdade entre duas sentenças matemáticas onde há pelo menos um valor desconhecido [72], a compreensão e apropriação de métodos para solucioná-las passa pelo entendimento do significado de igualdade.

Em Matemática, a noção de igualdade desempenha um papel fundamental, tendo um significado muito mais próximo de “equivalência” do que de “identidade”. Na identidade matemática existe uma coincidência total entre dois objetos – um objeto só é idêntico a si mesmo. Em contrapartida, a igualdade ou equivalência matemática é sempre relativa apenas a uma certa propriedade. (PONTE [72], 2009, p. 92)

Compreender os princípios de equivalência entre duas sentenças matemáticas permite que um estudante solucione equações sem que tenha de decorar “regras práticas”. O princípio aditivo que afirma que ao somar ou subtrair um mesmo valor aos dois lados de uma igualdade, essa igualdade se manterá, frequentemente não é apresentado, “passando a ser substituído pela regra prática de transposição que nos permite mudar um termo de membro trocando-lhe o sinal.” (PONTE [72], 2009, p. 95). Já o princípio multiplicativo em alguns momentos é enunciado afirmando que se um valor está multiplicando de um lado da igualdade, ele poderá passar para o outro lado da igualdade dividindo, e vice-versa.

Apesar da funcionalidade de tais “regras práticas”, que aqui chamaremos de “passa pra lá”, apresentadas como uma verdade que deve ser aceita sem questionamentos, tendem a reforçar nos estudantes a ideia de que a Matemática consiste em um aglomerado de regras que pouco fazem sentido [72], mas proporcionam cancelamentos que levam rapidamente à resolução. Entretanto, sem um real entendimento dos conceitos que asseguram a funcionalidade de tais métodos práticos, estudantes podem ser levados a cometer erros

como os descritos nos exemplos a seguir.

$$\begin{aligned} 2 \cdot x &= 26 \\ \Rightarrow x &= 26 - 2 \\ \Rightarrow x &= 24. \end{aligned}$$

Esse exemplo ilustra pensamentos do tipo: “como o 2 é positivo, ele ‘passa pra lá’ negativo”.

Acreditamos que a real compreensão da lógica representada pelo símbolo de igualdade e das operações inversas, juntamente com os princípios aditivo e multiplicativo, pode auxiliar na eliminação de erros como o descrito acima, permitindo ao estudante um entendimento consistente das ideias relativas à igualdade e incógnitas. Assim, tendo em mente tais conceitos, mesmo que não os descreva na resolução, um estudante que for solucionar a equação dada no exemplo acima poderia ter a seguinte linha de raciocínio:

“Como 2 vezes um número resulta em 26, e o inverso multiplicativo de 2 é $\frac{1}{2}$, é interessante multiplicar ambos os membros por $\frac{1}{2}$ ”.

Dessa forma, passaríamos a ter

$$\begin{aligned} 2 \cdot x &= 26 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot x &= \frac{1}{2} \cdot 26 \\ \Rightarrow \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot 2\right)}_{\text{inversos}} \cdot x &= \frac{1}{2} \cdot 26 \\ \Rightarrow 1 \cdot x &= 13. \end{aligned}$$

Portanto, um aluno que compreenda a essência do sinal de igualdade entre duas sentenças, perceberá que ao multiplicar ambos os membros por um mesmo valor, essa igualdade se manterá. Além disso, sendo o produto de números reais comutativo, tanto faz de qual lado cada membro será multiplicado.

Compreendemos que omitir passos da resolução não é algo ruim, desde que o aluno tenha plena consciência do que está por trás de cada operação realizada. Assim, nada impede que ele, mentalmente, multiplique ambos os membros por $\frac{1}{2}$ ou divida ambos por 2, ocultando detalhes da resolução. Entretanto, essa resolução sucinta não pode ser resultado da crença de que esse número “passou para o outro lado”, como num passe de mágica.

Assim, omitindo-se as propriedades que justificam a veracidade da resolução, teríamos:

$$\begin{aligned} & 2 \cdot x = 26 \\ \Rightarrow & \quad x = \frac{26}{2} \\ \Rightarrow & \quad x = 13. \end{aligned}$$

Além dos erros cometidos por automatizar um “passa pra lá” sem haver compreensão dos processos envolvidos, frequentemente falhas ocorrem devido a cancelamentos que não podem ser aplicados, por não fazerem nenhum sentido. Apresentamos abaixo um exemplo disso.

$$\begin{aligned} & 2 \cdot x + \frac{1}{2} = 5 \\ \Rightarrow & \quad \cancel{2} \cdot x + \frac{1}{\cancel{2}} = 5 \\ \Rightarrow & \quad x + 1 = 5 \\ \Rightarrow & \quad x = 4. \end{aligned}$$

Esse exemplo apresenta um caso claro da aplicação incorreta de um cancelamento. Tal corte faria sentido apenas se tivéssemos o produto de dois números que são inverso multiplicativo um do outro. Também envolvendo frações, apresentamos abaixo um erro que pode ocorrer ao cancelar uma parcela do numerador com o denominador.

$$\begin{aligned} & \frac{6+x}{2} = 5 \\ \Rightarrow & \quad \frac{\cancel{6}+x}{\cancel{2}} = 5 \\ \Rightarrow & \quad 3+x = 5 \\ \Rightarrow & \quad x = 2. \end{aligned}$$

Com o intuito de evitar esse equívoco, o aluno poderia ser orientado a refletir sobre como somar frações com mesmo denominador, verificando que

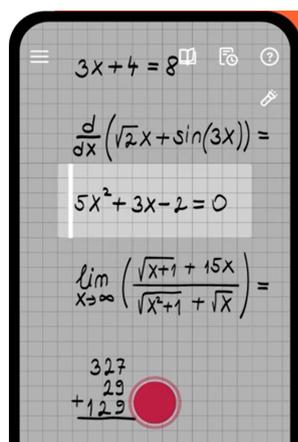
$$\begin{aligned} \frac{6+x}{2} &= \frac{6}{2} + \frac{x}{2} \\ \Rightarrow &= \frac{6}{2} + \frac{x}{2} \\ \Rightarrow &= 3 + \frac{x}{2}. \end{aligned}$$

Acreditamos que erros como os descritos acima ocorram com frequência devido ao fato de uma rasa compreensão dos conceitos algébricos que estruturam os métodos para solucionar uma equação. Por isso, destacamos a importância de “que os alunos tenham uma percepção de onde vêm essas regras práticas e qual a sua justificativa.” (PONTE [72], 2009, p. 95).

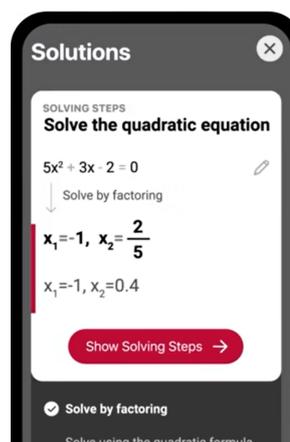
Com o objetivo de eliminar tais equívocos e apresentar soluções coerentes, alunos têm buscado auxílio em aplicativos como o Photomath (Figura 6.1). Tal programa é capaz de solucionar equações e apresentar os passos da resolução, bastando para isso permitir com a câmera do dispositivo escaneie a equação desejada.

Figura 6.1: Aplicativo Photomath (2015) – É capaz de digitalizar uma equação ou expressão utilizando a câmera de dispositivos como *smartphones* e *tablets*, apresentando uma solução detalhada quase que instantaneamente.

(a) Escaneando uma equação.



(b) Solução apresentada na tela.



Fonte: Photomath [71]

Compreendemos que o uso de tais ferramentas pode ser útil ao aprendizado, desde que não se resume em transcrever para o caderno a solução apresentada. Entretanto, entendemos que exigir de um estudante do ensino fundamental maturidade suficiente para bem empregá-las pode ser arriscado. O uso de

[...] tecnologias favorecem o trabalho com diferentes formas de representa-

ção – promovendo o desenvolvimento da noção de variável e a visualização das formas simbólicas das funções. Representam, por isso, recursos de grande valor para a aprendizagem da Álgebra. No entanto, só por si, o seu uso não garante a aprendizagem dos alunos. (PONTE [72], 2009, p. 17)

Ademais, solucionar um problema ou uma equação carrega consigo a tarefa de raciocinar e descobrir qual operação realizar em cada momento, como a montagem de um quebra-cabeças. Dessa forma, ao dizer para o estudante a sequência de passos que deve ser executada, o privamos de desenvolver tais habilidades.

Assim, permitir ao estudante que experimente e tire suas próprias conclusões, levantando conjecturas e formalizando estratégias pessoais para a resolução de problemas, carrega consigo benefícios que vão além do conteúdo em questão. Dessa forma, o estudo de equações, assim como demais objetos de conhecimento presentes na Matemática, deve fomentar a capacidade de argumentar e discernir sobre algo, levantar hipóteses e descobrir estratégias e técnicas, e não apenas reproduzir receitas pré-fabricadas.

Portanto, ao se deparar com uma equação, mais do que empregar métodos e algoritmos decorados, o estudante deve ser capaz de refletir acerca da sentença em questão, descobrindo uma sequência coerente e útil de operações. Assim, o estudo de Álgebra na escola básica deve consistir em muito mais que dominar técnicas para solucionar equações, indo além da manipulação de símbolos.

Contudo, sabemos da importância exacerbada dada aos processos avaliativos. Frequentemente, isso leva a treinar os estudantes para executarem de forma mecânica e automatizada tarefas em que deveriam desfrutar da possibilidade de conectar ideias e levantar hipóteses. De fato, mensurar o desempenho de um grupo de estudantes no que diz respeito à solução final ou valor numérico de um problema, é extremamente mais fácil do que compreender o nível atingido por cada um deles para abstrair, descobrir e suscitar hipóteses.

Por isso, a compreensão das ideias relativas ao inverso e elemento neutro de uma operação, bem como os princípios aditivo e multiplicativo, favorecem o estudo de equações sem cair no erro de apenas treinar o estudante de forma mecânica. Como temos o propósito de desenvolver um jogo para o ensino de equações polinomiais do 1^o grau, compreendemos a importância de apresentar as propriedades ao estudante, sem que necessite memorizar técnicas.

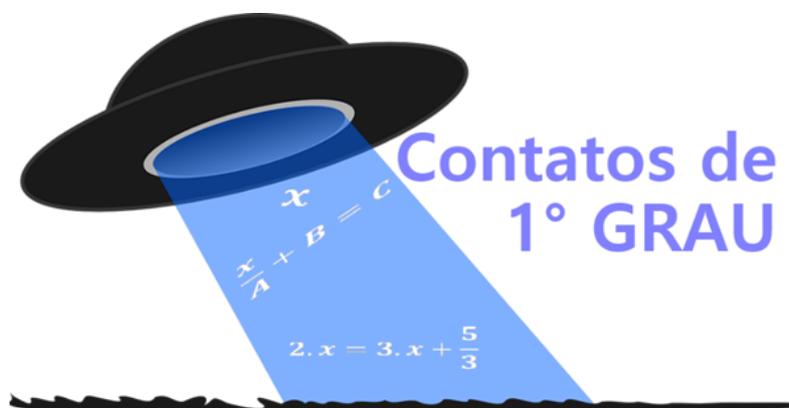
Assim, no capítulo seguinte descrevemos o projeto do jogo Contatos de 1^o Grau,

que consiste de um jogo sério para o ensino de equações polinomiais do 1º grau.

7 Jogo em desenvolvimento

Convencidos dos benefícios da gamificação aos processos de ensino e aprendizagem, e levando em conta o que foi discutido nos Capítulos 5 e 6 propomos a criação do jogo sério Contatos de 1º GRAU (Figura 7.1). Ele tem por finalidade auxiliar o ensino e aprendizagem de conceitos básicos de igualdade e equações. Entretanto, não considerando a gamificação como solução universal para os desafios inerentes dos processos de ensino e aprendizagem, com o jogo em questão não pretendemos substituir nenhum método didático, mas sim, apresentar um instrumento que possibilite o emprego concomitante aos já empregados.

Figura 7.1: Jogo Contatos de 1º GRAU.



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao longo do processo de produção, mantemos o objetivo de constituir uma ferramenta de fácil aplicabilidade e mecânicas simples, acessíveis mesmo a professores e estudantes com pouca experiência, utilizando ferramentas digitais e, ou processos gamificados, além de não exigir grande coordenação motora. Vislumbrando um instrumento para auxiliar professores do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental II, em especial lotados nas escolas públicas, definimos que o jogo em questão deveria ser disponibilizado nas plataformas de aplicativos móveis e computador de forma gratuita.

Dessa maneira, o jogo a ser desenvolvido constituir-se-ia em um *puzzle* casual, ne-

cessitando, portanto, de pouco *hardware*, podendo ser aplicável inclusive em equipamentos portáteis e ser jogado em curtos espaços de tempo, como o período de uma aula. Para sua implementação, planejamos utilizar a *game engine Unity* [73], pois além de ser uma ferramenta versátil para a construção de jogos em 2D e 3D, é gratuita e amplamente utilizada na indústria de games, possuindo vasta documentação e possibilidade de desenvolvimento para múltiplas plataformas.

Ao longo de sua especificação, buscamos fundamentos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC [74]), que em sua competência dois, específica ao ensino de Matemática, afirma a importância de

Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. (BNCC [74], 2018, p. 267)

Ainda, a BNCC [74] compreende o estudo da Matemática como importante instrumento para o desenvolvimento do raciocínio lógico e espírito investigativo, bem como para adquirir habilidade de produzir argumentos convincentes, inclusive com o uso de ferramentas digitais, apresentando na competência cinco a necessidade de

Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. (BNCC [74], 2018, p. 267)

Dessa forma, entendemos a importância do jogo fomentar e permitir a experimentação, levando o jogador a descobrir suas próprias metodologias para a resolução de equações do primeiro grau com uma incógnita, sem a utilização de algoritmos.

Certos da importância “do papel heurístico das experimentações na aprendizagem Matemática” (BNCC [74], p. 265), o projeto objetiva fornecer aos seus usuários a possibilidade de testar, experienciar, verificar, investigar, errar e acertar, em busca de bem compreender os conceitos mais básicos acerca de igualdades e equações. Dessa forma, assimilando empiricamente as propriedades aditiva e multiplicativa aplicadas a uma equação do primeiro grau, o jogador é conduzido a descobrir seus próprios métodos e caminhos para resolução de tais problemas.

Assim sendo, Contatos de 1^o GRAU tem o objetivo de auxiliar no desenvolvimento da habilidade de

(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas. (BNCC [74], 2018, p. 303)

Apesar da competência descrita acima não explicitar, é importante salientar que a igualdade não se altera ao multiplicar ou dividir ambos os membros por um número não nulo. Assim, compreendendo os princípios aditivo e multiplicativo, com o jogo esperamos que possa também ser capaz de

(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax+b=c$, fazendo uso das propriedades da igualdade. (BNCC [74], 2018, p. 307)

Na seção seguinte, apresentaremos os elementos de *game design* que compõem a proposta do jogo Contatos de 1º Grau, e sua relação com a teoria estudada no presente trabalho.

7.1 *Design* do jogo

Certos da importância do engajamento e da motivação nos processos de ensino e aprendizagem, e dos benefícios proporcionados pela gamificação, no projeto do jogo Contatos de 1º Grau buscamos utilizar estruturas do *game design* que favorecessem o engajamento e motivação dos usuários, além de favorecer reflexões sobre propriedades matemáticas envolvidas ao solucionar uma equação. Dessa forma, as teorias apresentadas nos capítulos 3, 4, 5 e 6 serviram de base para definir os elementos presentes no projeto.

A proposta do jogo é levar o jogador a descobrir empiricamente os princípios aditivo e multiplicativo, utilizados para solucionar uma equação polinomial do 1º grau. Assim, mais que treinar solucionar equações mecanicamente, objetiva favorecer que os jogadores compreendam o que estrutura cada passo da resolução de uma equação. Entretanto, refletindo sobre as possibilidades de uma aprendizagem tangencial, apesar de se tratar de um jogo sério, nesse projeto procuramos não evidenciar demasiadamente o objeto de conhecimento.

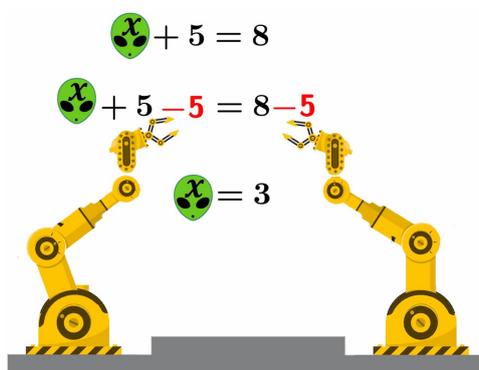
Apresentamos a seguir elementos que compõem o projeto.

7.1.1 A narrativa

O jogo se passa em uma narrativa de mistério e aventura, num cenário futurista onde terráqueos se preparavam para defenderem-se de uma possível invasão alienígena. Entretanto, ao contrário do esperado, a invasão deu-se de forma virtual, ao invés de física, quando *hacker's* alienígenas invadiram os sistemas de computador do planeta Terra e implantaram um vírus até então desconhecido.

O vírus capaz de excluir e ocultar números dos sistemas numéricos, causando grande caos e prejuízo, foi nomeado por cientistas da computação como “Abduction Virus”. Em meio ao grande tumulto e desespero, esses cientistas descobriram que os números poderiam ser recuperados ao efetuar operações matemáticas que desfizessem os efeitos do vírus. Assim, desenvolveram o “Operations Machine” (Figura 7.2), antivírus semiautomático, que conectando um humano ao sistema operacional dos computadores, permitia que atuasse nos programas de forma similar a um braço robótico manuseando objetos.

Figura 7.2: Operations Machine.



Fonte: Elaborado pelo autor

Operando o antivírus e com criatividade para solucionar problemas, o jogador deverá recuperar os elementos de alguns conjuntos numéricos. Uma vez que os números ocultos estão escondidos em equações, para obter sucesso em sua jornada o jogador precisa desenvolver as habilidades relativas aos princípios aditivo e multiplicativo, para assim restabelecer a ordem no planeta.

Com o objetivo de tornar a saga mais envolvente, os desafios são apresentados em níveis crescentes de dificuldade. Além disso, uma batalha é travada diretamente com um dos alienígenas, que ao perceber que o jogador está próximo de recuperar um conjunto numérico, implementa um novo código ao vírus, capaz de limitar algumas das ações do antivírus, como por exemplo, impedir que seja capaz de efetuar uma determinada operação

matemática, e desafios que consistem em escrever uma equação que modela ou descreve um problema.

Com essa narrativa e enredo, o jogo pretende levar ao jogador a experienciar desafios, diversão, conquistas, controle, escolhas, metas e imaginação, podendo assim favorecer com que atinja características do *flow* como foco, concentração, êxtase, habilidades, crescimento, perda de sensação de tempo e motivação intrínseca.

Apresentamos na Tabela 7.1 as estruturas da gamificação presentes no jogo que podem contribuir para que o jogador atinja o estado de *flow*.

Tabela 7.1: Conceitos da Gamificação que contribuem para atingir as características do *Flow* presentes no jogo Contatos de 1º Grau.

Características do <i>Flow</i>	Propriedades da Gamificação
Foco / Concentração	Desafios e diversão.
Êxtase	Conquistas e diversão.
Clareza / <i>Feedback</i>	Controle, escolhas, <i>feedback</i> e história.
Habilidades	Desafios e metas.
Crescimento	Imaginação e recompensas.
Perda da sensação de tempo	Diversão e história.
Motivação intrínseca	Conquistas, curva de aumento de nível, descobertas, diversão, recompensas.

Fonte: Elaborado pelo autor

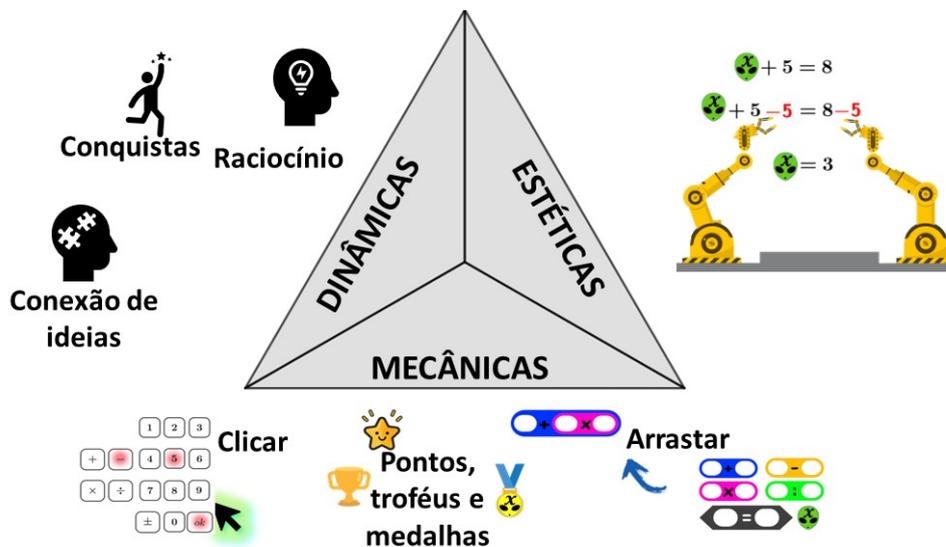
7.1.2 Mecânicas, dinâmicas e estéticas

Com base na estrutura MDA, buscamos estabelecer equilíbrio entre as dinâmicas, mecânicas e estéticas presentes no jogo (Figura 7.3), que preza por uma jogabilidade simples e requer pouca coordenação motora. No que se refere à jogabilidade, utiliza como mecânica básica clicar sobre botões de um teclado virtual, configurando assim as ações que a “Operations Machine” realizará nos dois lados de uma equação. Além de clicar sobre botões, a mecânica de arrastar e encaixar blocos é utilizada quando o jogador é desafiado a escrever equações que descrevem problemas enunciados com palavras.

Além das mecânicas que envolvem interação motora do jogador, o jogo apresenta sistemas de pontuação, troféus e medalhas e mapa de conquistas, o que leva a alimentar características do *flow* como êxtase, clareza e *feedback*, crescimento e motivação intrínseca.

Com as mecânicas descritas, o jogo busca promover a dinâmica de conquistas, uma

Figura 7.3: Estrutura MDA do jogo Contatos de 1º Grau.



Fonte: Elaborado pelo autor

vez que ao solucionar problemas que envolvam equações construídas em determinado conjunto numérico, recebe premiações, *feedback* e amplia o território conquistado. Outras dinâmicas utilizadas são o raciocínio e a conexão de ideias, uma vez que o jogador deve buscar compreender que para solucionar equações deve utilizar dos princípios aditivo e multiplicativo, configurando assim a “Operations Machine”.

Com as mecânicas e dinâmicas descritas, o jogo busca representar graficamente os processos utilizados para solucionar uma equação. Essa representação se dá por meio de um braço robótico virtual que executa uma mesma operação aos dois membros de uma igualdade, permitindo-se assim solucionar as equações apresentadas, caracterizando a estética do jogo.

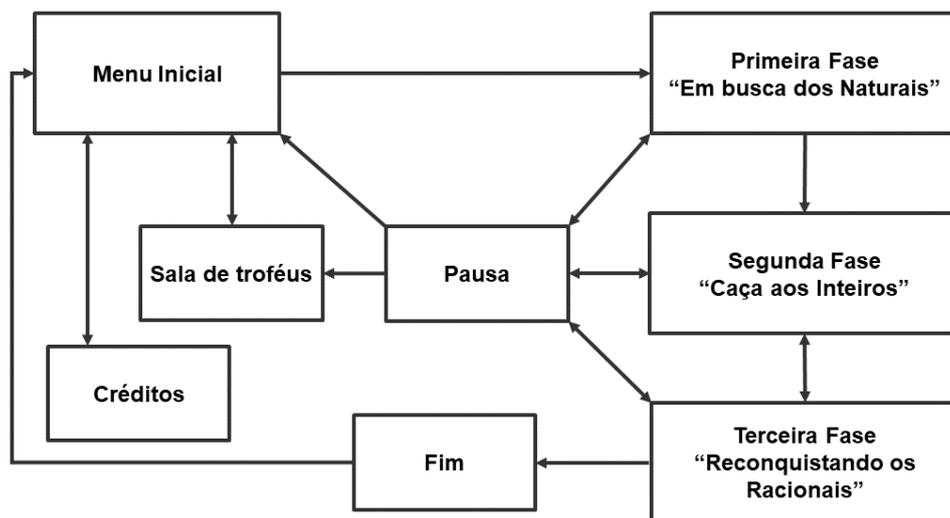
As mecânicas, dinâmicas e estéticas utilizadas permitem que um jogador, mesmo sem compreender os princípios mais básicos sobre igualdades, possa operar o braço robótico. Assim, empiricamente perceberá que ao realizar uma mesma operação aos dois membros da igualdade, obtém-se uma equação equivalente à anterior.

7.1.3 As fases

O jogo é dividido em três fases, e em cada uma delas as soluções das equações pertencem a um dado conjunto numérico. Dispondo de determinadas operações matemáticas, deverá configurar a “Operations Machine” com o objetivo de encontrar equações equivalentes, chegando à solução das equações apresentadas. Apesar de em cada uma

das fases buscar soluções que pertençam a um determinado conjunto, a todo momento o jogador realizará operações no Conjunto dos Números Racionais. A Figura 7.4 apresenta a estrutura de navegação entre as telas.

Figura 7.4: Estrutura de navegação entre as telas.



Fonte: Elaborado pelo autor

Como o jogo destina-se aos primeiros contatos com as noções de igualdade, compreendemos que o foco dos desafios deve ser dado aos passos para a resolução das equações, e não à complexidade dos cálculos. Na primeira fase, intitulada “Em busca dos Naturais”, contando com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, o jogador deverá solucionar equações e recuperar para os computadores os números naturais que foram ocultos pelo vírus.

Ao perceber o sucesso do jogador nessa fase, um dos alienígenas implementa ao código do “Abduction Virus” um comando que afeta o antivírus, danificando o botão que permite operar com a subtração. Dessa maneira, ao passar da primeira para a segunda fase, a máquina não mais dispõe da subtração.

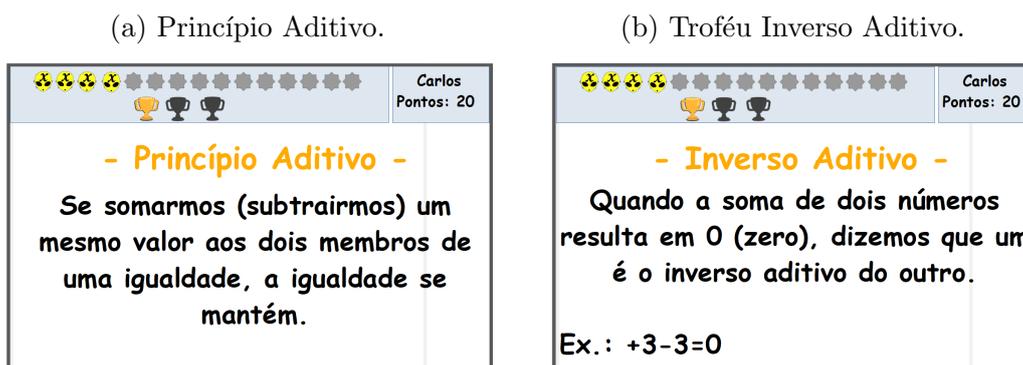
Chegando à fase “Caça aos Inteiros”, contando com as operações de adição, multiplicação e divisão, o jogador deverá solucionar as equações a fim de recuperar números inteiros que foram ocultos pelo vírus. Como não mais conta com a operação de subtração, as estratégias utilizadas pelo jogador passarão pela compreensão de inverso aditivo.

A transição da segunda fase para a terceira e última, de nome “Reconquistando os Racionais”, é marcada pela perda da operação de divisão. Isso se dá após um dos alienígenas implementar ao código do vírus um comando que desconfigura a operação de

divisão na “Operations Machine”, levando o jogador a trabalhar e compreender a ideia de inverso multiplicativo.

Seguindo a mesma estrutura das fases anteriores, ao final dessa etapa, o jogador terá recuperado os números racionais que haviam sido perdidos devido ao vírus alienígena. Assim, os computadores do planeta Terra voltam a operar normalmente, restabelecendo a ordem. Em busca de manter o engajamento, o jogo apresenta níveis de dificuldade que variam, além de exibir sua pontuação atualizada e um sistema de conquistas. E a fim de sistematizar os conceitos utilizados ao longo das tarefas, em dados momentos a teoria envolvida é apresentada ao jogador de forma sucinta. As telas contendo as pequenas notas sobre um assunto, ilustram momentos não jogáveis, proporcionando a oportunidade de um aprendizado tangencial, conforme apresentado na Figura 7.5.

Figura 7.5: Aprendizagem Tangencial em momentos não jogáveis.



Fonte: Elaborado pelo autor

Também com o objetivo de proporcionar engajamento e motivação por meio de desafios, ao concluir uma fase, antes que tenha acesso à próxima, o jogador é desafiado pelo alienígena que faz alterações nos códigos do vírus. Comportando-se como uma espécie de *miniboss*, o alienígena desafia o jogador a escrever equações que representem problemas descritos em palavras. Esses desafios são chamados de “Equacionando”, e utilizam as mecânicas arrastar e encaixar blocos, além de digitar no teclado virtual.

Pensando na facilidade de escrita proporcionada por conectar e encaixar peças, os blocos a serem arrastados são inspirados no *layout* do Scratch, que

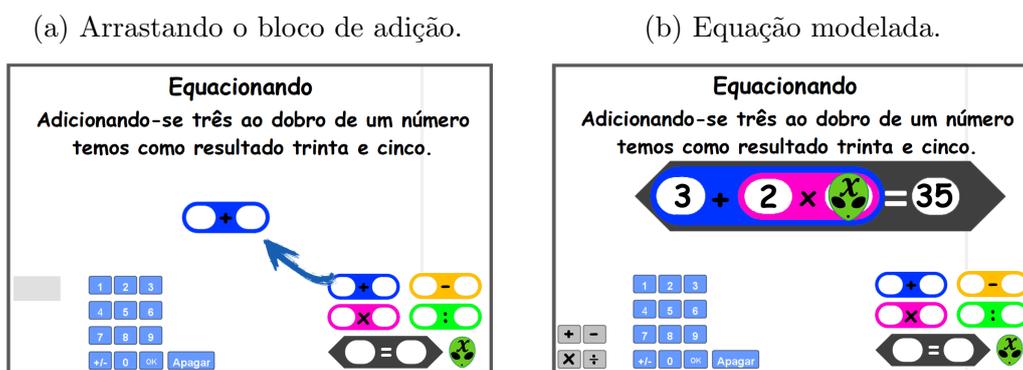
[...] é um software livre desenvolvido no MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) que se constitui como uma linguagem de programação visual e permite ao usuário construir interativamente suas próprias histórias, animações, jogos, simuladores, ambientes visuais de aprendizagem, músicas e arte. Os comandos são visualizados por meio de blocos que são

arrastados para uma área específica e conectados, formando a programação do ambiente”. (SÁPIRAS, VECCHIA e MALTEMPI [75], 2015, p. 979).

A ideia de apresentar um *miniboss* que faça desafios em um formato diferente dos propostos ao longo das fases, tem por objetivo levar o jogador perceber a utilidade das equações para solucionar problemas em cenários diversos da vida cotidiana.

A Figura 7.6 ilustra a modelagem do problema: “Adicionando-se três ao dobro de um número, temos como resultado trinta e cinco”. Utilizando os blocos de encaixe, o jogador deverá escrever a equação $3 + 2x = 35$, ou uma equivalente.

Figura 7.6: Equacionando problemas – Utilizando as mecânicas de arrastar e encaixar blocos, e digitar no teclado virtual, o jogador deve escrever a equação que modele o problema descrito.



Fonte: Elaborado pelo autor

Apresentamos a seguir particularidades e características de cada uma das fases.

Primeira fase: Em busca dos Naturais

Nessa fase, para solucionar as equações e limpar os sistemas do vírus invasor, a máquina antivírus conta com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. É importante ressaltar que as operações de subtração e divisão não são operações binárias no Conjunto dos Naturais. Portanto, a todo momento o jogador trabalhará no Conjunto dos Números Racionais, com a particularidade de que as equações apresentadas no presente estágio possuem soluções naturais.

A fase está subdividida em cinco níveis organizados em sequência, e com grau crescente de dificuldade. Em cada um desses, o jogador deverá solucionar as equações apresentadas fazendo uso da “Operations Machine”. As equações serão geradas aleatoriamente, seguindo parâmetros apresentados na Tabela 7.2, onde também estão descritas as

conquistas a serem desbloqueadas em cada estágio da fase.

Tabela 7.2: Estrutura da primeira fase, com $a, b, c \in \mathbb{N}$ – A tabela apresenta a estrutura das equações apresentadas em cada nível e as conquistas obtidas pelo jogador ao concluir cada um dos níveis.

Nível	Equações	Conquistas a desbloquear
1	$x + a = b$	Operação inversa da adição
2	$x - a = b$	Operação inversa da subtração + Troféu Princípio Aditivo
3	$a \cdot x = b$	Operação inversa da multiplicação
4	$\frac{x}{a} = b$	Operação inversa da divisão + Troféu Princípio Multiplicativo
5	$a \cdot x + b = c$	Craque das Equações com Números Naturais

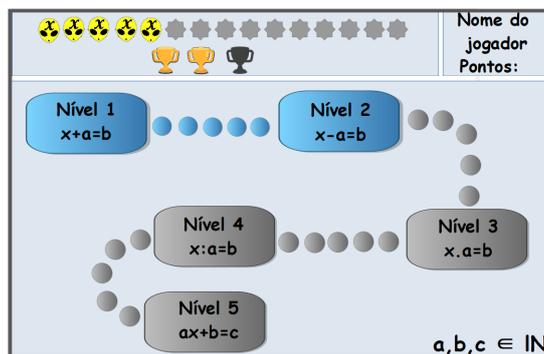
Fonte: Elaborado pelo autor

Algumas das equações apresentadas são possíveis de serem solucionadas utilizando a máquina antivírus apenas uma única vez, como é o caso dos quatro primeiros níveis. Já o quinto e último nível dessa fase requer que a máquina seja utilizada pelo menos duas vezes em sequência, para que possa chegar à solução da equação em questão. Mesmo nos casos em que seja possível utilizar a máquina uma única vez, o jogador poderá efetuar mais de uma operação em sequência. Com isso, o jogo tem o objetivo de levar o jogador a descobrir empiricamente uma sequência de procedimentos que o levam à solução de forma mais rápida e menos trabalhosa.

Caso o jogador chegue à solução de uma equação com um número mínimo de operações, receberá três estrelas e uma pontuação extra. Caso utilize uma operação a mais que mínimo necessário, receberá duas estrelas e a pontuação relativa ao item. Um jogador que alcance a resolução utilizando dois ou mais passos que o mínimo necessário, receberá apenas uma estrela, bem como a pontuação do item. Caso efetue uma operação que não o leve a uma equação equivalente, como multiplicar ambos os membros por zero, será direcionado a uma tela não jogável que apresente o erro cometido, perdendo os pontos relativos ao item em caso de reincidência.

Um jogador passará ao próximo nível sempre que alcançar a marca de cinco acertos consecutivos, e poderá acompanhar seu progresso e a estrutura das equações trabalhadas em um mapa, como apresentado na Figura 7.7. Além disso, o mapa permite que o jogador volte e jogue novamente os níveis já desbloqueados.

Figura 7.7: Mapa da primeira fase.



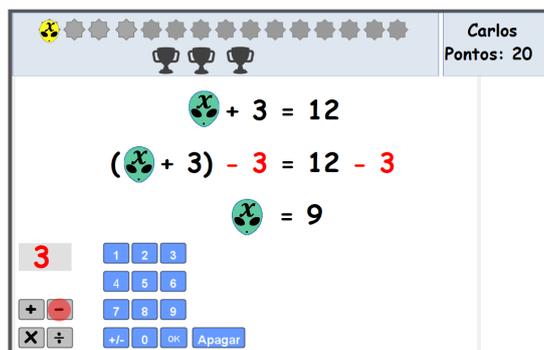
Fonte: Elaborado pelo autor

Apresentamos abaixo um exemplo de equação do primeiro nível, onde o jogador será direcionado a trabalhar com o princípio aditivo.

$$x + 3 = 12.$$

Nesse exemplo, a ideia é que o jogador perceba experimentalmente que ao subtrair três unidades de ambos os lados da equação, descobrirá o valor da incógnita, tratada no jogo por valor ou número desconhecido. Caso assim proceda, verificará em sua tela a resolução da equação, conforme apresentado abaixo e na Figura 7.8

$$\begin{aligned} & x + 3 = 12 \\ \Rightarrow & x + 3 - 3 = 12 - 3 \\ \Rightarrow & x = 9. \end{aligned}$$

Figura 7.8: Resolvendo a equação $x + 3 = 12$.

Fonte: Elaborado pelo autor

Entretanto, caso opte por uma operação diferente da apresentada acima, como por exemplo dividir ambos os membros por três, verificará em sua tela a equação equivalente após realizar tal operação, conforme apresentado abaixo.

$$\begin{aligned}x + 3 &= 12 \\ \Rightarrow (x + 3) \div 3 &= (12) \div 3 \\ \Rightarrow \frac{x}{3} + 1 &= 4.\end{aligned}$$

Mesmo que assim proceda, nada impede que chegue à resolução. Porém, para isso realizará um número maior de operações. Nesse exemplo, após dividir ambos os membros por três, e não chegando à solução prontamente, o jogador poderá subtrair uma unidade aos dois membros, e em sequência multiplicar ambos os membros por três, conforme apresentamos abaixo.

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} + 1 &= 4 \\ \Rightarrow \frac{x}{3} + 1 - 1 &= 4 - 1 \\ \Rightarrow \frac{x}{3} &= 3 \\ \Rightarrow \frac{x}{3} \cdot 3 &= 4 \cdot 3 \\ \Rightarrow x &= 9.\end{aligned}$$

Ainda utilizando o princípio aditivo, no segundo nível o jogador irá encontrar equações em que deverá somar aos dois membros um mesmo valor, como

$$x - 4 = 15.$$

Nesse exemplo, caso some quatro unidades aos dois membros, encontrará a solução da equação dada, e verá em sua tela a resolução da seguinte forma

$$\begin{aligned}x - 4 &= 15 \\ \Rightarrow x - 4 + 4 &= 15 + 4 \\ \Rightarrow x &= 19.\end{aligned}$$

Assim como no exemplo anterior, caso opte por realizar uma operação que não leve diretamente à solução, também verificará em sua tela a equação equivalente obtida a

partir da operação efetuada, e poderá chegar à resolução da equação, mesmo que para isso tenha que realizar mais operações em sequência. Como em cada um dos dois primeiros níveis o jogador deverá utilizar o princípio aditivo, ao final terá desbloqueado as conquistas “Operação inversa da adição” e “Operação inversa da subtração”, além de receber o troféu “Princípio Aditivo”.

Nesses dois primeiros níveis, como a proposta é somar ou subtrair um mesmo valor aos dois membros, o jogador somente será levado a empregar o princípio multiplicativo caso efetue alguma operação que não gere o cancelamento do número que está sendo somado ou subtraído da incógnita. Já nos níveis três e quatro, o jogo apresentará equações que, para serem solucionadas, o jogador necessariamente deverá aplicar o princípio multiplicativo, que consiste em multiplicar ou dividir ambos os membros por um mesmo número não nulo. Apresentamos a seguir um exemplo de equação que aparecerá ao jogador no terceiro nível.

$$x \cdot 5 = 30.$$

Nesse exemplo, um jogador que divida os dois membros por cinco, chegará à solução da equação, como apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} & x \cdot 5 = 30 \\ \Rightarrow & (x \cdot 5) \div 5 = (30) \div 5 \\ \Rightarrow & x = 6. \end{aligned}$$

No quarto nível, o jogador encontrará equações do tipo $x \div a = b$, onde a e b são números naturais. A proposta é que ele perceba experimentalmente que poderá multiplicar ambos os membros por a . Apresentamos abaixo um exemplo de equação presente nesse nível.

$$x \div 15 = 9.$$

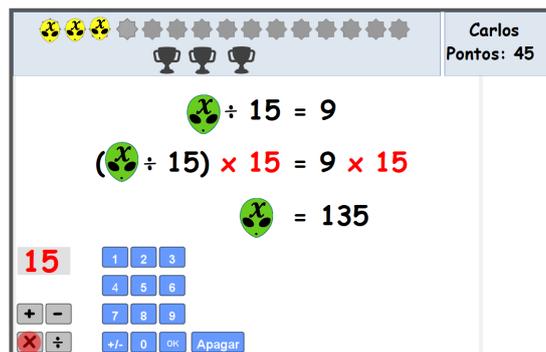
Assim como ocorre nos demais níveis, o jogador poderá realizar mais operações do que o mínimo necessário. Mas caso perceba que ao multiplicar ambos os membros dessa equação por 15, chegará diretamente à sua solução, terá solucionado o problema com o menor número possível de operações, e verá em sua tela a resolução abaixo

$$x \div 15 = 9$$

$$\Rightarrow (x \div 15) \cdot 15 = (9) \cdot 15$$

$$\Rightarrow x = 135.$$

Figura 7.9: Resolvendo a equação $x \div 15 = 9$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Como a mecânica básica do jogo consiste em clicar sobre botões para escolher uma operação e o valor com que essa operação será realizada nos dois membros da igualdade, para multiplicar ambos os membros da equação anterior por 15, o jogador deverá escolher primeiramente a operação de multiplicação, clicando no botão “×”. Em seguida, deverá clicar respectivamente nos botões “1” e “5”, configurando para que ambos os membros sejam multiplicados por 15. Por fim, deverá pressionar “OK”, para que a operação seja efetuada aos dois membros da igualdade, conforme apresentado na Figura 7.9.

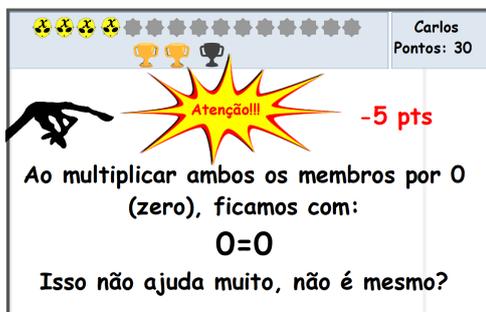
Como nos níveis três e quatro o jogador se depara com equações que o levam a empregar o princípio multiplicativo, ao final deles, receberá o troféu “Princípio Multiplicativo”. Os troféus conquistados podem ser vistos na “Sala de troféus”, acompanhados de uma breve explicação da teoria.

Trabalhando com o princípio multiplicativo, podem ocorrer erros como multiplicar ou dividir ambos os membros por zero. É importante observar, que caso o jogador divida ou multiplique ambos os membros por 0 (zero), não chegará a uma equação equivalente que possa continuar a fazer operações. Nesses casos, verificará em sua tela uma mensagem de erro em uma tela não jogável, conforme ilustram as Figuras 7.10a e 7.10b.

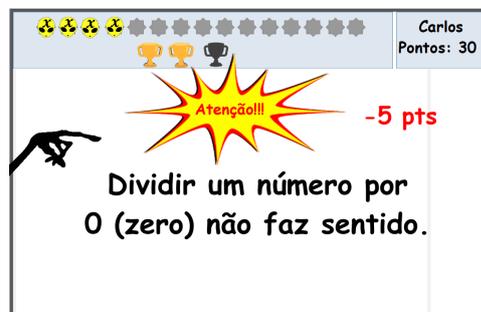
Caso o jogador some 0 (zero) aos dois membros ou multiplique ambos por 1 (um), apesar de não ter cometido nenhum erro, uma mensagem aparecerá em sua tela sinalizando que o 0 (zero) é o elemento neutro da soma, e que o número 1 (um) é o elemento neutro

Figura 7.10: Mensagem apresentada ao multiplicar ou dividir ambos os membros de uma equação por zero.

(a) Multiplicar ambos os membros por zero.



(b) Dividir ambos os membros por zero.

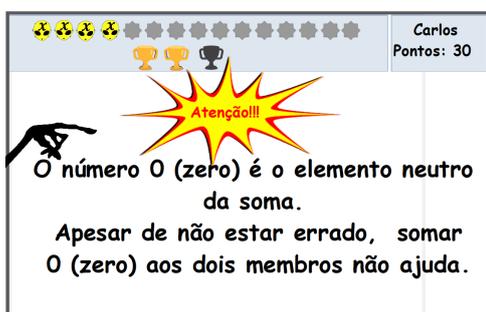


Fonte: Elaborado pelo autor

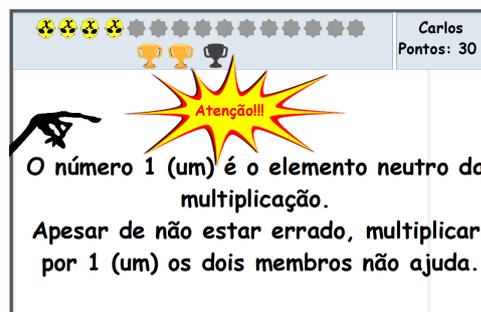
da multiplicação, conforme Figuras 7.11a e 7.11b.

Figura 7.11: Elemento neutro da soma e da multiplicação.

(a) Somar zero aos dois membros.



(b) Multiplicar os dois membros por um.



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao concluir essa fase, o jogador será direcionado à fase “Caça aos Inteiros”, podendo voltar à primeira fase ou qualquer dos níveis anteriores sempre que desejar. Caso jogue novamente algum dos estágios anteriores, receberá pontos pelas equações resolvidas corretamente, além de ser desafiado a solucionar problemas mais complexos.

Segunda fase: Caça aos Inteiros

Nessa fase o jogador é desafiado a solucionar equações cujas soluções são números inteiros. Comparada à primeira fase, a principal diferença é que agora o jogador não mais dispõe da operação de subtração, o que faz as ideias relacionadas ao inverso aditivo e elemento neutro da adição ficarem em evidência. Sem que seja citado, isso busca causar a reflexão de que o Conjunto dos Números Inteiros é um grupo com relação à soma, visto que

além do fechamento e associatividade da soma, verificamos a existência de um elemento neutro, que é o 0 (zero), e todo elemento desse conjunto possui um inverso aditivo.

Sua estrutura e jogabilidade são similares à fase anterior, e apresentamos na Tabela 7.3 a estrutura das equações presentes em cada um dos seus cinco níveis, bem como as conquistas a serem desbloqueadas em cada um dos níveis.

Tabela 7.3: Estrutura da segunda fase, com $a, b, c \in \mathbb{Z}$ –
A tabela apresenta a estrutura das equações apresentadas em cada nível e as conquistas obtidas pelo jogador ao concluir cada um dos níveis.

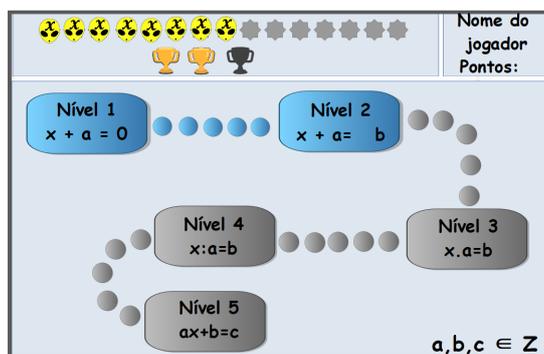
Nível	Equações	Conquistas a desbloquear
1	$x + a = 0$	A soma de opostos é nula
2	$x + a = b$	Troféu Princípio Aditivo
3	$a \cdot x = b$	Se $a \neq 0$, então $a \div a = 1$
4	$\frac{x}{a} = b$	Se $a \neq 0$, então $a \cdot (x \div a) = x$
5	$a \cdot x + b = c$	Craque das Equações com Números Inteiros

Fonte: Elaborado pelo autor

Outro ponto a se observar é que a partir dessa fase, ao inserir um valor numérico, o jogador deve expressar o sinal desse número. Dessa forma, para solucionar a equação $x + 5 = 13$, o jogador deverá escolher a operação de soma, e digitar o número -5 , para que assim a máquina some -5 aos dois membros.

A conclusão dessa fase levará o jogador à terceira e última, mas deixando-lo livre para navegar pelo mapa e jogar novamente qualquer um os níveis já desbloqueados (Figura 7.12).

Figura 7.12: Mapa da segunda fase.



Fonte: Elaborado pelo autor

Terceira fase: Reconquistando os Racionais

A terceira fase propõe ao jogador equações que devem ser solucionadas utilizando apenas as operações de adição e multiplicação. Dessa forma, as ideias de inverso aditivo e inverso multiplicativo podem ser exploradas, uma vez que todo racional possui um inverso aditivo, e todo racional não nulo possui um inverso multiplicativo.

Dessa maneira, sem que seja evidenciado, o jogo busca levar o jogador a compreender que os Conjunto dos Racionais é um grupo com relação à operação de adição, uma vez que além do fechamento e associatividade, existe um elemento neutro da soma, que é o 0 (zero), e todo racional possui um inverso aditivo.

Além disso, poderá perceber que com exceção do 0 (zero), todo racional possui um inverso multiplicativo, e sendo a multiplicação associativa e fechada nos racionais, e tendo como elemento neutro o 1 (um), o Conjunto dos Racionais não nulos é um grupo com relação à multiplicação. Dessa forma, mesmo que o jogo não mencione ideias relativas à Teoria de Grupos, é possível que os jogadores compreendam algumas de suas características.

Apresentamos na Tabela 7.4 a estrutura das equações presentes em cada um dos quatro níveis dessa fase, bem como as conquistas obtidas pelo jogador ao passar por cada um desses níveis. Assim como nas duas fases anteriores, essa se encerra em um confronto com o *miniboss*, que apresenta problemas que devem ser traduzidos em equações utilizando os blocos de montar.

Tabela 7.4: Estrutura da terceira fase, com $a, b, c \in \mathbb{Q} -$

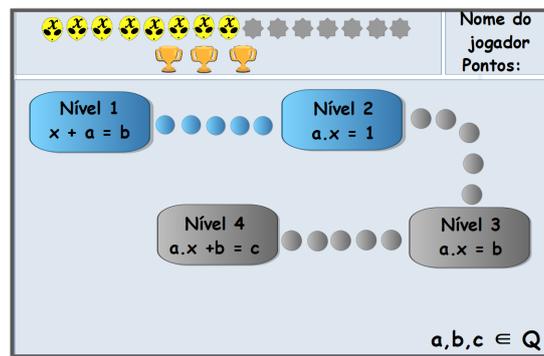
A tabela apresenta a estrutura das equações apresentadas em cada nível e as conquistas obtidas pelo jogador ao concluir cada um dos níveis.

Nível	Equações	Conquistas a desbloquear
1	$x + a = b$	Inverso Aditivo
2	$a \cdot x = 1$	Troféu Inverso Multiplicativo
3	$a \cdot x = b$	O produto de inversos multiplicativos é 1
4	$a \cdot x + b = c$	Craque das Equações com Números Racionais

Fonte: Elaborado pelo autor

O jogo se encerra ao vencer os desafios propostos pelo *miniboss*, e parabenizando o jogador por ter restabelecido a ordem no planeta Terra. O mapa de conquistas (Figura 7.13) permite que o jogador possa transitar e jogar novamente qualquer dos níveis, caracterizando o jogo como um *minigame* casual.

Figura 7.13: Mapa da terceira fase.



Fonte: Elaborado pelo autor

8 Considerações finais

Iniciamos esse trabalho crentes na capacidade de diversão e envolvimento que os jogos podem proporcionar a um usuário. Além disso, também tínhamos conhecimento de jogos destinados ao aprendizado. Entretanto, compreendemos que gamificar um processo não é sinônimo de empregar um jogo com fins educacionais. Nesse contexto, compreendemos que a gamificação consiste em empregar as estruturas de um jogo a fim de impulsionar ações que não são necessariamente um jogo.

O estudo da gamificação apoia-se em teorias que estudam fatores facilitadores de momentos de alegria e prazer, como os evidenciados na teoria do *flow*. E quando destinada ao estudo e aprendizagem, juntamente com a Zona de Fluxo Proximal, contribuem para um processo mais pleno e com maior fluidez. Além disso, a forma com que a gamificação é empregada pode favorecer o uso de metodologia ativas, como é o caso da aprendizagem tangencial.

Entretanto, assim como ocorre com outras metodologias e estratégias didáticas, o emprego correto da gamificação requer formação docente. Por isso, discutimos sobre formação do professor de Matemática, que deve abranger mais do que os aspectos técnicos da disciplina, mas também integrar teorias educacionais ao longo do processo formativo. Assim, compreendemos que apesar da experiência em sala de aula ser de suma importância para o professor, a didática não se constrói apenas com o exercício da profissão docente, mas também, ao ser estudada teoricamente, e reciclada com frequência. Por isso, defendemos que o estudo de teorias relativas às metodologias e práticas didáticas devem receber especial atenção nos currículos que formam professores.

Com o objetivo de desenvolver um jogo sério voltado para o ensino e aprendizagem de equações polinomiais do 1º grau, elencamos erros comumente cometidos por estudantes, e levantamos abordagens não mecanicistas que possam favorecer uma melhor compreensão desse objeto de conhecimento. Debates sobre a importância da ação empírica do estudante em busca de reconhecer estratégias e métodos, para assim favorecer uma

compreensão mais profunda desses conceitos. Com isso, destacamos o papel do professor como um mediador dos conhecimentos, que orienta o estudante na busca por informações confiáveis, ao invés de um simples transmissor de conteúdos.

Dando continuidade ao presente trabalho, desejamos implementar o jogo proposto e disponibilizá-lo de forma gratuita para uso em aparelhos móveis e computadores. Entretanto, como o projeto descrito nesse trabalho se refere às mecânicas e jogabilidade, não tratando especificamente das estéticas do jogo, entendemos que para sua implementação seja necessário uma pesquisa mais profunda desse assunto. Isso nos permitirá especificar melhor itens como paletas de cores, disposição de objetos, sons e a trilha sonora, que são de fundamental importância para a manutenção da atenção [76].

Além disso, uma vez que a ideia do jogo é proporcionar um ambiente acolhedor e não excludente no que se refere à Matemática, é importante que tenhamos esse mesmo cuidado com relação a outras barreiras que possam existir. Assim, percebemos a importância de discutir as estéticas de modo a proporcionar maior conforto aos usuários e não causar nenhum tipo de exclusão ou aversão aos jogadores [77] [78].

Ao longo dessa pesquisa, percebemos a carência de estudos empíricos que retratem o sucesso ou não de um jogo educacional, e isso vai além das impressões de professores e alunos, relatando se uma atividade foi divertida ou não. À vista disso, após a implementação de uma primeira versão do jogo, e baseando-se na Metodologia para Avaliação da Qualidade de um Software Educacional (MAQSEI [79]), compreendemos a necessidade de aplicá-lo e verificar pontos a serem melhorados e calibrados. A partir dos testes e ajustes, pretendemos desenvolver um estudo de caso que apresente possibilidades de aprendizagem proporcionadas por ele. Dando continuidade ao projeto, ainda pretendemos desenvolver extensões que possibilitem trabalhar igualdades e equações, aumentando-se o grau das equações polinomiais e, ou alterando o conjunto numérico. Uma outra possibilidade é trabalhar com grupos de matrizes e suas relações com objetos geométricos.

Por último, esse trabalho esclarece para nós que para empregar com êxito a gamificação nos processos de ensino e aprendizagem, não é necessário desenvolver um jogo ou projeto. Isso porque a replicação e adaptação de ideias empregadas anteriormente por outros profissionais são de grande valor. Por isso, compreendemos a importância de incentivar e replicar boas práticas, bem como a publicação de trabalhos que relatem casos de aplicação.

Referências

- 1 MORALES, E. A. E. Las artes liberales: Trivium & cuadrivium. Quito, Ecuador, B.: R.: L.: S.: Eloy Alfaro No. 24, 2020. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 2 BORÉM, F. Entre a arte e a ciência: reflexões sobre a pesquisa em performance musical. *SEMINÁRIO NACIONAL DE PESQUISA EM PERFORMANCE MUSICAL*, v. 1, p. 142–148, 2000. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 3 JOSEPH, I. M. *O trivium: as artes liberais da lógica, da gramática e da retórica*. [S.l.]: É Realizações Editora Livraria e Distribuidora LTDA, 2018. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 4 CSIKSZENTMIHALYI, M. *Flow: The psychology of optimal experience*. [S.l.]: Harper & Row New York, 1990. v. 1990. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 5 SOFTWARE, B. *Carmen Sandiego*. Disponível em: <https://www.carmensandiego.com/home>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 6 Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. *Atlas Geográfico Escolar*. 2009. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 7 GOOGLE. *Em que lugar do Google Earth está Carmen Sandiego?* 2019. Disponível em: <https://earth.google.com/web/@51.501146,-0.142504,5a,647d,35y,-75h,45t,0r>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 8 EGITO, F. *O Jogo Senet*. Disponível em: <https://www.fascinioegito.sh06.com/senet.htm>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 9 HUIZINGA, J. *Homo ludens ills 86*. [S.l.]: Routledge, 2014. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 10 RAWLINSON, G. et al. *The History of Herodotus: A New English Version*. [S.l.]: J. Murray, 1862. v. 1. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 11 MCGONIGAL, J. *A realidade em jogo*. [S.l.]: Editora Best Seller, 2017. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 12 (COI, C. O. I. *Pierre de Coubertin*. Disponível em: <https://olympics.com/ioc/pierre-de-coubertin>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 13 RUBIO, K. Jogos olímpicos da era moderna: uma proposta de periodização. *Revista Brasileira de Educação Física e Esporte*, SciELO Brasil, v. 24, p. 55–68, 2010. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.

- 14 LABORATORY, B. N. *The First Video Game?* 2008. Disponível em: <<https://www.bnl.gov/about/history/firstvideo.php>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 15 BELLI, S.; RAVENTÓS, C. L. A brief history of videogame. *Athenea Digital: Revista de Pensamiento e Investigacion Social*, n. 14, p. 159–179, 2008. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 16 NYITRAY, K. J. William alfred higinbotham: Scientist, activist, and computer game pioneer. *IEEE Annals of the History of Computing*, IEEE Computer Society, v. 33, n. 2, p. 96–101, 2011. Disponível em: <<https://muse.jhu.edu/article/449252>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 17 PLAY, S. N. M. of. *Video Game History Timeline*. 1961. Disponível em: <https://www.museumofplay.org/video_games/>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 18 ICIVICS. *Win The White House versão 1.2.1*. 2020. Disponível em: <<https://www-icivics.org/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 19 ENTERTAINMENT, S. I. *Astro's Playroom*. 2020. Disponível em: <<https://www.playstation.com/pt-br/games/astros-playroom/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 20 ATARI, I. *PEPSI Invaders*. 1983. Disponível em: <http://www.atari2600.com.br/Atari/Roms/0WVI/Pepsi_Invaders>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 21 SILVA, L. O. d. Ponto de vista sobre brincar com bonecas (os) e brincar de ser boneca (o). *Revista Psicopedagogia*, Associação Brasileira de Psicopedagogia, v. 37, n. 113, p. 259–261, 2020. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 22 OGILVY; LOBO. *VR VACCINE*. 2017. Disponível em: <<https://lobo.cx/vaccine/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 23 JÚNIOR, C. S. et al. O jogo peacemaker como ferramenta educacional para professores de geografia, história, inglês, sociologia e filosofia: Uma análise interdisciplinar a partir do conflito entre israel e palestina. 01 2015. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 24 APPS, S. *2048 versão 4.8.4*. 2022. Disponível em: <<https://www.solebon.com/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 25 ATARI. *Basic Math*. 1977. Disponível em: <http://www.atarimania.com/game-atari-2600-vcs-basic-math_7309.html>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 26 ALBUQUERQUE, C. N. de et al. Chemical risk: Criação de um jogo didático para o ensino de biossegurança. *Revista de Graduação USP*, v. 1, n. 2, p. 69–74, 2016. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 27 VIDA, O. M. F. I. *Jornada do Acolhimento – Inspirando o Cuidado com a Depressão*. 2021. Disponível em: <<https://game-jornada-acolhimento.virtualplanet.tech/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 28 HOFFMANN, L. F.; BARBOSA, D. N. F.; MARTINS, R. L. Aprendizagem baseada em jogos digitais educativos para o ensino da matemática. *Anais XV Seminário Internacional de Educação–FEEVALE*, 2016.

- 29 SANTOS, W. O. dos; JUNIOR, C. G. da S. Uso de jogos no ensino da matemática: Uma análise entre os jogos tradicionais e os jogos digitais, baseada em pesquisa e mapeamento dos materiais encontrados na web. 2014.
- 30 FALKEMBACH, G. A. M. O lúdico e os jogos educacionais. *CINTED-Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, UFRGS*, 2006.
- 31 DETERDING, S. et al. From game design elements to gamefulness: defining “gamification”. In: *Proceedings of the 15th international academic MindTrek conference: Envisioning future media environments*. [S.l.: s.n.], 1994. p. 9–15. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 32 KIM, S. et al. *Gamification in Learning and Education: Enjoy Learning Like Gaming*. [S.l.]: Springer, 2018. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 33 CSIKSZENTMIHALYI, M. *Applications of flow in human development and education*. [S.l.]: Springer, 2014. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 34 BASAWAPATNA, A. R. et al. The zones of proximal flow: guiding students through a space of computational thinking skills and challenges. In: *Proceedings of the ninth annual international ACM conference on International computing education research*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 67–74. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 35 ZICHERMANN, G.; CUNNINGHAM, C. *Gamification by design: Implementing game mechanics in web and mobile apps*. [S.l.]: O’Reilly Media, Inc., 2011. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 36 VYGOTSKY, L. S. The development of higher psychological functions. *Soviet Psychology*, Taylor & Francis, v. 15, n. 3, p. 60–73, 1977. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 37 SILVA, A. R. L. da et al. *Gamificação na educação*. [S.l.]: Pimenta Cultural, 2014. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 38 SHERNOFF, D. J. *Optimal learning environments to promote student engagement*. Springer, 2013. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 39 LEITE, B. S. *Tecnologias no ensino de química: teoria e prática na formação docente*. 2015. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 40 LEITE, B. S. *Aprendizagem tangencial no processo de ensino e aprendizagem de conceitos científicos: um estudo de caso*. 2016. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 41 GAMES, F. *Civilization VI Anthology*. 2021. Disponível em: <http://www.epicgames.com/store/pt-BR/p/sid-meiers-civilization-vi-anthology-edition>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 42 RICHARDSON, J. *The Procession to Calvary*. 2020. Disponível em: <http://joerichardson.games/theprocession/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 43 PORTNOW, J.; FLOYD, D. *Tangential learning concept for learning contents in videogames*. E-Innova BUCM, 2008. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.

- 44 WEXELL-MACHADO, L. E.; MATTAR, J. Aprendizagem tangencial: Revisão de literatura sobre os usos contemporâneos do conceito. *Rio de Janeiro: Revista EducaOnline*, v. 11, 2017. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 45 HUNICKE, R.; LEBLANC, M.; ZUBEK, R. Mda: A formal approach to game design and game research. In: SAN JOSE, CA. *Proceedings of the AAAI Workshop on Challenges in Game AI*. [S.l.], 2004. v. 4, n. 1, p. 1722. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 46 BOND, J. G. *Introduction to Game Design, Prototyping, and Development: From Concept to Playable Game with Unity and C*. [S.l.]: Addison-Wesley Professional, 2014. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 47 ROCHA, D. et al. Avaliação estética de games. In: *BRAZILIAN SYMPOSIUM ON COMPUTER GAMES AND DIGITAL ENTERTAINMENT, SBGames*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 5. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 48 NINTENDO. *Super Mario Maker 2*. 2019. Disponível em: <https://supermariomaker.nintendo.com/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 49 UBISOFT. *Rayman Legends*. 2013. Disponível em: <https://www.ubisoft.com/pt-br/game/rayman/legends>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 50 PAIVA, C. A.; SILVEIRA, R. M. Jogos digitais de entretenimento e o estímulo da inteligência lógico-matemática de gardner. *SBGames*, 2021. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 51 ADAMS, E.; DORMANS, J. *Game mechanics: advanced game design: New Riders*. [S.l.]: New Riders Games, 2012. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 52 NINTENDO. *Yoshi Crafted World*. 2019. Disponível em: https://www.nintendo.com/pt_BR/games/detail/yoshis-crafted-world-switch/>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 53 NINTENDO. *Donkey Kong Country: Tropical Freeze*. 2014. Disponível em: https://www.nintendo.com/pt_BR/games/detail/donkey-kong-country-tropical-freeze-switch/>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 54 NINTENDO. *Animal Crossing New Horizons*. 2020. Disponível em: https://www.nintendo.com/pt_BR/games/detail/animal-crossing-new-horizons-switch/>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 55 ATARI. *Pac-Man*. 1980. Disponível em: <https://www.atari.com/atari-games/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 56 NINTENDO. *Pac-Man Championship Edition 2 Plus*. 2016. Disponível em: <https://www.nintendo.com/store/products/pac-man-championship-edition-2-plus-switch/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 57 COLLINS, K. In the loop: Creativity and constraint in 8-bit video game audio. *Twentieth-century music*, Cambridge University Press, v. 4, n. 2, p. 209–227, 2007. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.

- 58 PEREIRA, V. A.; SANCHES, J. G. S. Estudo de clima musical como elemento de imersão no game. *SBGames*, 2021. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 59 STUDIOS, N.; ENTERTAINMENT, S.; QLOC. *Mortal Kombat 11*. 2019. Disponível em: <https://www.warnerbros.com.br/filmes/mortal-kombat>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 60 BROS, W. *Mortal Kombat (Filme 2021)*. 2021. Disponível em: <https://www.warnerbros.com.br/filmes/mortal-kombat>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 61 SEGA. *SONIC Forces*. 2017. Disponível em: <https://www.sega.com/search-games?title=sonic+forces>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 62 PARAMOUNT. *SONIC: O Filme*. 2020. Disponível em: https://play.google.com/store/movies/details/Sonic_O_Filme?id=q19uqNZ0CMA.P&hl=en_US&gl=US>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 63 BUSARELLO, R. I. *Gamification: princípios e estratégias*. [S.l.]: Pimenta Cultural, 2016. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 64 CLEMENTI, J. A. et al. Diretrizes motivacionais para as comunidades de prática baseadas na gamificação. 2014. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 65 VIANNA, Y. et al. *Gamification, Inc. Como reinventar empresas a partir de jogos*. [S.l.]: MJV Press,, 2013. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 66 LAKATOS, I. *A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações*. [S.l.]: Zahar, 1978.
- 67 FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. d. C. C. d. O lugar das matemáticas na licenciatura em matemática: que matemáticas e que práticas formativas? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, SciELO Brasil, v. 27, p. 917–938, 2013. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 68 BRASIL. *Plano Nacional de Educação (PNE) 2014-2024 Linha de base*. Brasília, 2015. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 69 PROFMAT. *PROFMAT: Uma reflexão e alguns resultados*. Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 70 GALLIAN, J. A. *Contemporary abstract algebra*. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2021. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 71 PHOTOMATH. *Photomath versão 8.4.0*. 2022. Disponível em: <https://photomath.com/en/>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 72 PONTE, J. P. d.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no ensino básico*. [S.l.]: DGIDC, 2009.
- 73 UNITY. Disponível em: <https://unity.com/pt>>. Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 74 BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2016. Acesso em: 25 abril de 2020. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.

- 75 SÁPIRAS, F. S.; VECCHIA, R. D.; MALTEMPI, M. V. Utilização do scratch em sala de aula using scratch in the classroom. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 17, n. 5, p. 973–988, 2015. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 76 KIRAN, F. Exploring effects of background music in a serious game on attention by means of eeg signals in children. 2020. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 77 KAO, D.; HARRELL, D. F. Exploring the impact of avatar color on game experience in educational games. In: *Proceedings of the 2016 CHI Conference Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1896–1905. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 78 NORTON, M. I. et al. Color blindness and interracial interaction: Playing the political correctness game. *Psychological Science*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 17, n. 11, p. 949–953, 2006. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.
- 79 ATAÍDE, A. P. R. et al. Maqsei-uma metodologia de avaliação de qualidade de software educacional infantil. In: *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação-SBIE)*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 1, n. 1, p. 356–365. Disponível em: [link](#). Acesso em: 26 de abril de 2022.