UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO (UFCAT)
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE – PROFMAT

THAÍS MARIA FERREIRA

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: sequências didáticas voltadas à melhoria da aprendizagem e ao desenvolvimento do raciocínio lógico

CATALÃO
2024

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, número 1120, - Bairro Setor Universitário, Catalão/GO, CEP 75704-020
Telefone: - - https://www.ufcat.edu.br

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA)

TERMO DE CIÊNCIA E DE AUTORIZAÇÃO (TECA) PARA DISPONIBILIZAR VERSÕES ELETRÔNICAS DE TESES E DISSERTAÇÕES NA BIBLIOTECA DIGITAL DE TESES E DISSERTAÇÕES DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO (UFCAT)

Na qualidade de titular dos direitos de autor, autorizo a Universidade Federal de Catalão (UFCAT) a disponibilizar, gratuitamente, por meio da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD/UFCAT), sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei 9.610/98, o documento conforme permissões assinaladas abaixo, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

O conteúdo das Teses e Dissertações disponibilizado na BDTD/UFCAT é de responsabilidade exclusiva do autor. Ao encaminhar o produto final, o(a) autor(a) e o(a) orientador(a) Ao encaminhar o produto final, o autor(a) e o(a) orientador(a) firmam o compromisso de que o trabalho não contém nenhuma violação de quaisquer direitos autorais ou outro direito de terceiros.

1. Identificação do material bibliográfico

Dissertação ou Tese? **Dissertação**

2. Nome completo do autor: **Thaís Maria Ferreira**

Nome completo do(a) orientador(a): **Tânia MAria Nunes Gonçalves**

3. Título do trabalho

Título: DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: sequências didáticas voltadas à melhoria da aprendizagem e ao desenvolvimento do raciocínio lógico.

4. Informações de acesso ao documento (este campo deve ser preenchido pelo orientador)

Concorda com a liberação total do documento: [X] SIM [ ] NÃO[1]

[1] Neste caso o documento será embargado por até um ano a partir da data de defesa. Após esse período, a possível disponibilização ocorrerá apenas mediante:

a) consulta ao(à) autor(a) e ao(à) orientador(a);

b) novo Termo de Ciência e de Autorização (TECA) assinado e inserido no arquivo da tese ou dissertação.

O documento não será disponibilizado durante o período de embargo.

Casos de embargo:

- Solicitação de registro de patente;

- Submissão de artigo em revista científica;

- Publicação como capítulo de livro;

- Publicação da dissertação/tese em livro.

Obs.: Este termo deverá ser assinado no SEI pelo orientador e pelo autor

Thaís Maria Ferreira

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: sequências didáticas voltadas à melhoria da aprendizagem e ao desenvolvimento do raciocínio lógico

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede – PROFMAT, do Instituto de Matemática e Tecnologia, da Universidade Federal de Catalão (UFCAT), como requisito para obtenção do título de Mestra em Matemática. Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientador(a): Professor(a) Doutor(a) Tânia Maria Nunes Gonçalves

CATALÃO

2024

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do
Programa de Geração Automática do Sistema de Bibliotecas da UFCAT.

Ferreira, Thaís Maria

DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL : sequências didáticas voltadas à melhoria da aprendizagem e ao desenvolvimento do raciocínio lógico / Thaís Maria Ferreira. - 2024.

197, f.

Orientadora: Profa. Dra. Tânia Maria Nunes Gonçalves.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Catalão, Instituto de Matemática e Tecnologia, Catalão, Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede - PROFMAT, Catalão, 2024.

Bibliografia. Apêndice.

Inclui gráfico, lista de figuras, lista de tabelas.

1. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 2. Dificuldades no Ensino da Matemática. 3. Aprendizagem Baseada em Problemas. 4. Sequências Didáticas. I. Gonçalves, Tânia Maria Nunes, orient. II. Título.

CDU 51:37

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CATALÃO
Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, número 1120, - Bairro Setor Universitário, Catalão/GO, CEP 75704-020
Telefone: - - https://www.ufcat.edu.br

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Ata nº 06 da sessão de Defesa de Dissertação de **Thaís Maria Ferreira**, que confere o título de Mestre(a) em **Matemática**, na área de concentração em **Ensino de Matemática**. **Aos sete dias do mês de junho de dois mil e vinte e quatro**, **às 14h00**, por Webconferência via sistema Google Meet (meet.google.com/trh-pygs-vfs), reuniram-se os componentes da banca examinadora, docentes **Prof.ª Dra. Tânia MAria Nunes Gonçalves (PROFMAT/IMTec/UFCAT)**, **orientadora**, Prof.ª Dra. Élida Alves da Silva **(PROFMAT/IMTec/UFCAT)** e **Prof. Dr. Jhone Caldeira Silva (IME/UFG)**, para, em sessão pública, procederem à avaliação da Dissertação intitulada *"DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: atividades didáticas voltadas à melhoria da aprendizagem e ao desenvolvimento do raciocínio lógico"*, de autoria de **Thaís Maria Ferreira**, discente do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da UFCAT. A sessão foi aberta pela presidente, que fez a apresentação formal dos membros da banca. Em seguida, a palavra foi concedida à discente, que procedeu com a apresentação. Terminada a apresentação, cada membro da banca arguiu a examinanda. Terminada a fase de arguição, procedeu-se à avaliação da Dissertação, que foi considerada **aprovada**. Cumpridas as formalidades de pauta, a presidência da mesa encerrou a sessão e, para constar, lavrou-se a presente ata que, depois de lida e aprovada, segue assinada pelos membros da banca examinadora.

Obs.: "Banca Examinadora de Qualificação/Defesa Pública de Dissertação/Tese realizada em conformidade com a Portaria da CAPES nº 36, de 19 de março de 2020, de acordo com seu segundo artigo:

Art. 2º A suspensão de que trata esta Portaria não afasta a possibilidade de defesas de tese utilizando tecnologias de comunicação à distância, quando admissíveis pelo programa de pós-graduação stricto sensu, nos termos da regulamentação do Ministério da Educação."

Novo Título: DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: sequências didáticas voltadas à melhoria da aprendizagem e ao desenvolvimento do raciocínio lógico

---

Documento assinado eletronicamente por **TANIA MARIA NUNES GONCALVES**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/06/2024, às 14:58, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015 .

Documento assinado eletronicamente por **Jhone Caldeira Silva**, **Usuário Externo**, em 07/06/2024, às 14:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015.

Documento assinado eletronicamente por **ELIDA ALVES DA SILVA**, **Professor(a) do Magistério Superior**, em 07/06/2024, às 14:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015 .

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho marca não apenas o encerramento de uma etapa acadêmica, mas também a concretização de um esforço coletivo que merece ser reconhecido e celebrado. Neste momento, expresso minha profunda gratidão a todos aqueles que contribuíram para o sucesso deste trabalho.

Em primeiro lugar, quero expressar minha sincera gratidão a Deus, fonte inesgotável de sabedoria e força. Agradeço pela inspiração constante, pela clareza de pensamento e pela orientação divina que permearam cada passo deste percurso acadêmico.

À minha amada família, que sempre esteve ao meu lado, oferecendo apoio incondicional e encorajamento. Agradeço por serem a base sólida que sustentou meus sonhos e aspirações. Cada conquista é também de vocês, e sou imensamente grato por todo o amor e suporte ao longo desta jornada.

À minha dedicada orientadora, Tânia Maria Nunes Gonçalves, cuja orientação sábia e paciência foram cruciais para o desenvolvimento deste trabalho. Seu comprometimento com a excelência acadêmica e seu incentivo constante foram fundamentais para o meu crescimento como estudante e pesquisadora. Suas contribuições foram inestimáveis, e sou profundamente grato por sua orientação.

À Universidade Federal de Catalão - PROFMAT, que me proporcionou um ambiente propício para o aprendizado, crescimento e pesquisa. Agradeço por oferecer recursos, oportunidades e um corpo docente excepcional que enriqueceram minha jornada acadêmica.

A todos os professores, colegas de classe e amigos que compartilharam conhecimentos, experiências e desafios ao longo desta trajetória, meu sincero agradecimento.

Este trabalho não é apenas meu, mas de todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para o meu desenvolvimento acadêmico. Cada palavra escrita reflete não apenas meu esforço, mas a influência positiva daqueles que fazem parte da minha jornada.

RESUMO

Sendo o assunto o ensino da Matemática, percebemos que há um desafio muito grande na aprendizagem dos estudantes. Uma questão que devemos considerar é que muitos estudantes das escolas públicas saem do 5º ano do Ensino Fundamental sem saberem conceitos básicos de Matemática. Baseado nisto, procurou-se identificar quais conteúdos da Matemática os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental têm mais dificuldade em aprender e, a partir dessas informações, propor sequências didáticas para ajudar os professores a sanar essas dificuldades. Para isso, foi aplicado um questionário aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em uma cidade de Minas Gerais, chegando aos tópicos: frações, perímetro, unidades de medida de comprimento, área, unidades de medida de área e probabilidade. Além disso, realizou-se uma revisão da literatura brasileira para identificar trabalhos que contivessem atividades relacionadas a esses tópicos, buscando contribuir de maneira única para o enriquecimento da literatura e, por conseguinte, para o ensino da Matemática nos anos iniciais. Durante a investigação, verificou a inexistência de atividades voltadas para os anos iniciais do Ensino Fundamental na disciplina de Matemática que adotem a metodologia da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP): a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) representa uma abordagem inovadora que fomenta o pensamento lógico e promove uma aprendizagem mais significativa dos conteúdos. Assim, a expectativa é que as sequências didáticas propostas neste trabalho possam conferir maior eficácia às aulas de Matemática, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito inquisitivo e da capacidade de argumentação coerente dos estudantes.

Palavras-chave: Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Dificuldades no Ensino da Matemática. Sequências didáticas. Aprendizagem Baseada em Problemas.

ABSTRACT

Considering the topic of teaching Mathematics, we realize that there is a significant challenge in student learning. One issue we must consider is that many students in public schools leave the 5th grade of Elementary School without knowing basic mathematical concepts. Based on this, an effort was made to identify which mathematical content students in the early years of Elementary School have the most difficulty learning, and from this information, to propose didactic sequences to help teachers address these difficulties. To this end, a questionnaire was administered to teachers in the early years of Elementary School in a city in Minas Gerais, identifying the following topics: fractions, perimeter, units of length measurement, area, units of area measurement, and probability. Additionally, a review of Brazilian literature was conducted to identify works containing activities related to these topics, aiming to uniquely contribute to the enrichment of the literature and, consequently, to the teaching of Mathematics in the early years. During the investigation, it was found that there are no activities aimed at the early years of Elementary School in the subject of Mathematics that adopt the Problem-Based Learning (PBL) methodology: Problem-Based Learning (PBL) represents an innovative approach that fosters logical thinking and promotes more meaningful learning of the content. Thus, the expectation is that the didactic sequences proposed in this work can make Mathematics classes more effective, promoting the development of logical reasoning, inquisitive spirit, and coherent argumentation skills in students.

Keywords: Early Years of Elementary Education. Difficulties in Teaching Mathematics. Didactic Sequences. Problem-Based Learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Na legislação brasileira de hoje, a educação brasileira não é voltada somente ao desenvolvimento de conteúdos, ela também procura formar cidadãos críticos, capazes de mudar a si e a sociedade na qual estão inseridos. É inclusiva, procurando desenvolver os estudantes de forma integral, garantindo a igualdade e a equidade de conhecimentos para todos.

A Matemática possui um papel importante nessa nova formação escolar, “seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.” (Brasil, 2017, p. 265). Assim, a educação brasileira atual trata a Matemática como uma disciplina que vai além de regras, fórmulas e contas a serem repetidas e decoradas.

O ensino da Matemática deve contemplar práticas investigativas e o trabalho colaborativo, desenvolvendo nos estudantes o raciocínio lógico, o saber trabalhar em equipe, saber ganhar e perder, entre outros valores, tornando-os mais preparados para os desafios da vida adulta.

No entanto, as escolas brasileiras, especialmente as públicas, não estão conseguindo colocar em prática tudo o que se espera desse novo jeito de ensinar Matemática. As dificuldades dos estudantes começam nos anos iniciais, arrastando-se pelos anos finais do Ensino Fundamental, sendo potencializadas no Ensino Médio, fato comprovado por todos os resultados de provas que avaliam a educação brasileira, como o Sistema Mineiro de Avaliação e Equidade da Educação Pública (SIMAVE), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa).

Portanto, vivenciamos um momento crítico com o ensino da Matemática na qual é importante salientar os anos iniciais do Ensino Fundamental, pois é nessa etapa que se iniciam as dificuldades dos estudantes, logo, é por essa etapa que devemos começar por melhorar o ensino da Matemática.

Após quase vinte anos de trabalho nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, em escolas públicas estaduais de Minas Gerais, ensinando Matemática, foi possível ver essas dificuldades de perto. Os estudantes chegam a essas etapas escolares sem conhecerem a tabuada e, muitos deles, sem saberem as quatro operações básicas, dificultando todo o seu desenvolvimento matemático.

Desses vinte anos de profissão, grande parte deles foi em duas escolas que possuem os anos iniciais do Ensino Fundamental, o que permitiu vivenciar as dificuldades encontradas pelos professores em ministrar a disciplina de Matemática. Vale ressaltar, que todos esses professores sempre tiveram muito empenho e preocupação com a qualidade de ensino que ofertavam a seus estudantes e procuravam ajuda, quando necessário.

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases (LDB):

> Art. 62. A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura plena, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nos cinco primeiros anos do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade normal. (Brasil,1996, p.42)

Muitos profissionais que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, são formados em Pedagogia. O curso de Pedagogia é um curso muito amplo. Quem é formado em Pedagogia, está apto a dar aulas, a ser supervisor e orientador escolar entre outras atividades. Um curso que fornece tantas habilidades a um profissional não consegue aprofundar no ensino da Matemática: o seu conteúdo é visto de forma restrita,

> Dá-se mais ênfase ao "saber ensinar" os conteúdos, sem preocupação com sua ampliação e aprofundamento; os cursos de formação de professores polivalentes geralmente caracterizam-se por não tratar ou tratar apenas superficialmente dos conhecimentos sobre os objetos de ensino com os quais o futuro professor irá trabalhar. (Curi, 2004, p.20).

No entanto, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) exige dos professores um conhecimento um pouco mais profundo sobre a Matemática para que as habilidades sejam consolidadas na sua totalidade pelos estudantes: "a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações." (Brasil, 2017, p.276). Sendo assim, os professores precisam estar familiarizados com os conteúdos da matriz curricular de Matemática que serão ensinados, o que nem sempre acontece.

Somando-se dificuldades encontradas na formação dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, tem-se a vulnerabilidade social de alguns estudantes. A fome, os abusos, a desestrutura e a violência familiar são alguns dos problemas enfrentados pelos estudantes, atrapalhando seu desempenho escolar.

Rapoport e Silva (2013) diz que, de acordo com os estudos conduzidos por Vygotski, crianças criadas em ambientes desfavoráveis, expostas a práticas violentas dentro da família e com escasso estímulo parental, frequentemente experimentam um desenvolvimento prejudicado. Elas também são suscetíveis a serem influenciadas por mediações negativas presentes no ambiente ao seu redor. As autoras afirmam ainda que "a probabilidade de crianças que vivem em ambientes conturbados apresentarem alterações no comportamento e baixo rendimento escolar é maior do que para crianças que se desenvolvem em um ambiente estável." (Rapoport; Silva, 2013, p. 4).

O presente trabalho nasce de todas essas dificuldades e problemas enfrentados pelas escolas e por seus profissionais. Devido à angústia dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental com os resultados insatisfatórios e a vontade de potencializar suas aulas de Matemática, procurou-se responder à pergunta: Quais conteúdos da Matemática os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental têm mais dificuldade em aprender? E assim, responder aos seguintes objetivos específicos:

1) Conhecer a legislação brasileira que rege os anos iniciais do Ensino Fundamental identificando o que se espera para a disciplina de Matemática para essa etapa escolar;
2) Investigar as estratégias de ensino mais eficazes para abordar os conteúdos matemáticos com os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, levando em consideração diferentes estilos de aprendizagem e necessidades individuais;
3) Produzir sequências didáticas que possam ajudar os professores a sanar essas dificuldades.

Para isso foi realizada uma pesquisa exploratória com os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas estaduais de uma cidade de Minas Gerais. Dessa pesquisa foi possível compreender o perfil dos professores entrevistados e os conteúdos que, segundo eles, oferecem maiores dificuldades de aprendizagem aos estudantes.

Com base nos resultados dessa pesquisa, resolveu-se providenciar mais recursos aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para o desenvolvimento matemático dessa etapa escolar, de modo a ajudá-los a desenvolver nos estudantes, o que é proposto pela BNCC para a Matemática escolar:

> Na Matemática escolar, o processo de aprender uma noção em um contexto, abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolve capacidades essenciais, como formular, empregar, interpretar e avaliar – criar, enfim –, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem. (Brasil, 2017, p. 277)

Esses recursos consistem em sequências didáticas elaboradas com base na metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas que se apresenta como uma metodologia de ensino eficaz, favorecendo o desenvolvimento de conceitos e a formação de atitudes positivas, melhorando o desempenho acadêmico dos estudantes do Ensino Fundamental.

O Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG) afirma que:

> Um dos principais objetivos do ensino de Matemática, em qualquer nível, é o de desenvolver habilidades para a solução de problemas. Esses problemas podem advir de diferentes situações que exijam o domínio da linguagem matemática e da construção de argumentos que permitam ao aluno elaborar propostas concretas a partir dos conhecimentos adquiridos ao longo do ensino fundamental. No primeiro caso, é necessária uma boa competência de uso da linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente. No segundo caso, quer dizer que, problemas interessantes que despertam a curiosidade dos alunos, podem surgir dentro do próprio contexto matemático quando novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo de imaginação e de investigação. (Minas Gerais, 2018, p. 257).

Desde o começo do presente trabalho houve uma preocupação em auxiliar os professores com as dificuldades encontradas com o ensino da Matemática. Portanto, a função principal desta dissertação é contribuir com a melhoria da qualidade de ensino. Acredita-se que conhecer as dificuldades apresentadas pelos estudantes e apresentar sequências didáticas inovadoras que dão aos professores o suporte que eles precisam, é o primeiro passo para alcançar o que é proposto para o ensino da Matemática com esse novo olhar da educação brasileira.

Assim, nos próximos capítulos serão abordados o ensino da Matemática no atual contexto, as expectativas para os anos iniciais do Ensino Fundamental, os desafios associados ao ensino matemático, bem como as abordagens inovadoras utilizadas para lecionar a disciplina.

Abordar-se-ão, também, a trajetória do trabalho, o Currículo Referência de Minas Gerais, suas Unidades Temáticas e o currículo básico comum de Matemática por ano escolar, bem como as dificuldades encontradas na aprendizagem de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o perfil simplificado dos professores participantes e os tópicos matemáticos que provaram ser mais desafiadores para os estudantes.

Para finalizar fornecer-se-ão informações detalhadas sobre a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas, as sequências didáticas e as considerações finais do estudo.

A seguir, serão discutidos detalhadamente diversos aspectos relacionados ao ensino da Matemática no contexto contemporâneo, incluindo as perspectivas e metas estabelecidas para os anos iniciais do Ensino Fundamental, os obstáculos enfrentados no ensino dessa disciplina, assim como as estratégias inovadoras adotadas para facilitar a sua transmissão e compreensão.

2. O ENSINO DA MATEMÁTICA NO CONTEXTO ATUAL

Conforme anteriormente mencionado, o cenário educacional da disciplina de Matemática depara-se com uma série de desafios. Nesse sentido, este capítulo abordará a maneira como o ensino da Matemática poderia ser abordado no contexto contemporâneo.

Inicialmente, serão discutidas as responsabilidades inerentes ao papel do educador nesse contexto, visto que estes desempenham um papel fundamental na aprimoração da qualidade do ensino matemático. Subsequentemente, serão apresentadas reflexões acerca das estratégias pedagógicas, a integração de abordagens lúdicas e tecnológicas, bem como a relevância de explorar novos métodos para instruir a disciplina matemática.

No que diz respeito aos diferentes tipos de estudantes, é importante que o professor seja capaz de identificar suas peculiaridades e desenvolver estratégias didáticas adequadas a cada um deles. Estudantes visualizam e aprendem matemática de formas diversas e cabe ao professor compreender os diferentes perfis de seus estudantes, a fim de adaptar a linguagem, explicação de exemplos e adaptação de episódios para contextualização de problemas.

Já no que diz respeito às novas tecnologias e metodologias, é necessário que o professor esteja atualizado e invista no uso dessas ferramentas, sobretudo por serem capazes de explorar mais facilmente abordagens atraentes e recursos interativos para os estudantes (Delmiro, 2022).

O processo de aprendizagem, em geral, é indissociável da necessidade de diversificar. No contexto da disciplina de Matemática, isso pode ser feito com o uso de elementos lúdicos, atividades diversificadas e interdisciplinaridade.

Finalmente, é necessária uma reconhecida valorização da profissão de professor, que exige melhorias na remuneração e nas condições de trabalho. Isso certamente auxiliaria na motivação e na qualidade do desempenho dos profissionais de educação, com reflexos diretos na qualidade do ensino e na formação de estudantes mais preparados para os desafios da vida.

Em linhas gerais, o ensino da matemática é um tema de muitas reflexões, no qual se deve considerar o avanço das tecnologias e as constantes mudanças culturais e profissionais diante das metodologias de ensino.

De acordo com Silva, Souza e Medeiros (2020) é de extrema necessidade adequar as práticas pedagógicas à realidade dos estudantes, com intuito de atingir tanto os objetivos do ensino quanto os da aprendizagem. Para os autores, ser capaz de propor situações em que os estudantes realmente aprendam os tópicos da disciplina como parte integrante do cotidiano, e não apenas como conteúdos administrados no ambiente escolar, é a parte mais desafiadora do ensino atual.

Segundo Andrade (2013) os fatores externos, tais como os fatores políticos, sociais, culturais e econômicos e os fatores internos, como conhecimentos de uma área em específico agem diretamente na forma como as disciplinas se estruturam. Assim, a sociedade atual tem demandado um ensino muito mais dinâmico, no qual os estudantes sejam os sujeitos do aprendizado e o professor apenas o mediador da interação entre estudante e conhecimento. Isso se dá pela necessidade de se ter indivíduos críticos, que sejam capazes de realizar práticas colaborativas e que estejam aptos a encontrar respostas pertinentes a situações diversas (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980).

É importante considerar as práticas pedagógicas e os métodos de ensino em relação ao contexto atual. Deve-se refletir sobre a prática profissional a fim de incorporar novas fontes de conhecimento que atendam às exigências do cenário educacional contemporâneo.

Desta forma, é essencial reconhecer a discrepância entre o ensino tradicional e o ensino que se espera na atualidade, que pode resultar em conflitos entre professores e estudantes, devido aos métodos obsoletos que focam na memorização de conteúdo, em vez de uma aprendizagem enriquecedora que leve o estudante a aplicar o que aprendeu em outras áreas de sua vida. Por isso, é imprescindível que as aulas sejam bem preparadas e pensadas para estimular o aprendizado do estudante, não só em relação às habilidades matemáticas, mas também em seu processo cognitivo e crítico.

Isso torna-se necessário visto os resultados divulgados por diversas organizações. Assim, os resultados divulgados em dezembro de 2023 pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa), indicaram que 73% dos estudantes brasileiros de 15 anos possuem um nível de aprendizado em matemática abaixo do básico. Os resultados levam em consideração padrões da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que é uma referência de qualidade em educação.

Quanto aos resultados da avaliação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), dados de 2017 e 2019, estes evidenciam que a qualidade do ensino da Educação Básica permanece sem cumprir as metas projetadas (Brasil, 2020). Ainda, de acordo com a Fundação Lemann (2021), resultados de aprendizagem do Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB (2019), indicam que apenas 47% das crianças brasileiras no final do 5º ano do Ensino Fundamental possuem aprendizagem adequada. Acrescentando a este cenário a pandemia durante os anos de 2020 e 2021, os resultados divulgados pelo MEC e INEP em setembro de 2022 mostram uma queda no desempenho acadêmico em Matemática, onde a proficiência caiu de 228 para 217 pontos.

Para melhorar a aprendizagem dos estudantes, é importante ensinar matemática de forma inclusiva e voltada para a transformação social, de acordo com especialistas Silva, Lima e Gitirana (2019). Práticas pedagógicas que consideram o estudante como protagonista do processo podem levar a bons resultados em diferentes temas e conceitos (Pinto; Pires, 2019).

As operações matemáticas aprendidas nas séries iniciais são fundamentais para a compreensão de outros temas no futuro (Gil, 2008; Kremer, 2010). É importante que haja uma apropriação coerente dessa base teórica para que a aprendizagem possa ser significativa fora do ambiente escolar e desperte a curiosidade do estudante (Silva; Lima; Gitirana, 2019; Moreira, 2011).

As situações-problemas experienciadas no cotidiano das crianças podem ser facilmente associadas à matemática, porém elas muitas vezes não conseguem resolver essas situações na escola. Por isso, é necessário contextualizar o conteúdo de matemática levando em conta as experiências e atividades diárias das crianças, para que possam realizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com eficiência nas séries iniciais.

Diante dessa circunstância, a subsequente seção enfatizará o que se espera do ensino da Matemática nos primeiros anos do ciclo fundamental, uma vez que é nesse período que os estudantes lançam os fundamentos para o posterior desenvolvimento do entendimento conceitual.

2.1 EXPECTATIVAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A aprendizagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental desempenha um papel importante no desenvolvimento educacional das crianças. Essa fase inicial é fundamental, pois estabelece as bases essenciais para o domínio de conceitos matemáticos mais avançados no futuro.

De acordo com o Currículo Básico Comum (CBC) os objetivos da matemática do ensino fundamental são: utilizar os conhecimentos matemáticos para compreender e transformar o mundo, desenvolver o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e a capacidade de resolver problemas. Do mesmo modo, observar as relações quantitativas e qualitativas de forma sistemática, utilizando diferentes conhecimentos matemáticos. Selecionar, organizar e produzir informações relevantes para interpretá-las e avaliá-las criticamente e resolver situações-problema validando suas estratégias e resultados, utilizando diferentes formas de raciocínio e processos matemáticos.

Também são objetivo da Matemática: comunicar-se matematicamente com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso de diferentes representações. Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e outras áreas curriculares, bem como entre conceitos abstratos e suas aplicações em situações cotidianas e desenvolver a autoestima e a perseverança na busca por soluções, interagindo de forma cooperativa com seus pares, aprendendo e respeitando o modo de pensar e trabalhar em equipe.

Dessa forma, no final dos anos iniciais do Ensino Fundamental espera-se que os estudantes sejam proficientes no uso do sistema numérico, tenham conhecimento dos conceitos fundamentais de adição, subtração, multiplicação e divisão, capacidade de realizar cálculos mentais e resolver problemas matemáticos mais complexos, além de dominar conceitos básicos sobre grandezas, medidas, espaço, forma e tratamento de dados em gráficos e tabelas.

Para isso, é fundamental que haja uma reflexão sobre a importância da prática pedagógica: o professor deve combinar teoria e prática em seus métodos de ensino. Durante o processo educativo, o docente deve estar aberto às diferentes abordagens de aprendizagem, de forma a incorporar as melhores práticas educativas e ajudar seus estudantes a ultrapassar limites no desenvolvimento do letramento matemático. A BNCC destaca que o

> Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso. (Brasil, 2017, p. 264)

Espera-se que o ensino da Matemática nesse estágio proporcione uma abordagem prática e concreta, conectando os conceitos matemáticos às experiências cotidianas das crianças. Isso não apenas torna a aprendizagem mais significativa, mas também demonstra a relevância da Matemática em situações do dia a dia, promovendo o interesse e a motivação dos estudantes.

O desenvolvimento de habilidades matemáticas desde cedo está correlacionado positivamente com o desempenho acadêmico global. Estabelecer uma base sólida em Matemática nos anos iniciais não apenas facilita a compreensão de conceitos mais avançados nas séries subsequentes, mas também promove um interesse duradouro pela disciplina.

A escola oferece um ambiente especial para a aprendizagem, no qual a criança e o sucesso da educação dependem da postura do professor, da família e outros fatores tanto internos quanto externos.

A matemática é fundamental para que as pessoas possam participar criticamente na sociedade. Para isso, é necessário desenvolver habilidades que permitam reconfigurar conceitos e processos, fomentando criatividade, habilidades para resolver problemas e a lógica matemática. Na próxima seção serão levantados alguns dos problemas enfrentados com o ensino da Matemática.

2.2 O ENSINO DA MATEMÁTICA E ALGUNS DE SEUS PROBLEMAS

Os problemas comuns enfrentados em escolas atualmente incluem dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizado de Matemática. Entre essas dificuldades, destacam-se a falta de motivação dos estudantes para aprender, o desinteresse pela maioria dos conteúdos, a ineficácia das abordagens tradicionais e a dificuldade de associar os conteúdos de matemática às outras disciplinas e às necessidades do cotidiano (Masola, 2014; Masola; Allevato, 2014, 2016; Masola; Vieira; Allevato, 2016).

A aprendizagem matemática deve ser uma jornada de descoberta, onde os estudantes exploram conceitos, fazem conexões e, em grande parte, aplicam o conhecimento a situações do mundo real. No entanto, o ensino da Matemática tornou-se a memorização de fórmulas e procedimentos sem a compreensão dos princípios fundamentais.

A falta de compreensão limita essa exploração e prejudica a capacidade do estudante de transferir o aprendizado para novos contextos. Além disso, a matemática é uma disciplina que se baseia em conceitos progressivos; uma falta de compreensão nos estágios iniciais pode criar lacunas que dificultam a compreensão de tópicos mais avançados.

O Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM – National Council of Teachers of Mathematics) representa a principal entidade dedicada ao estudo da Matemática, contando com membros nos Estados Unidos e no Canadá. Para este conselho,

> De facto, a aprendizagem sem compreensão tem se revelado um problema persistente desde, pelo menos, a década de 30 e tem sido objeto de uma diversidade de debates e pesquisas, realizadas por psicólogos e educadores ao longo dos anos [...]. A aprendizagem da Matemática [...] exige compreensão e capacidade de aplicar procedimentos, conceitos e processos. No século vinte e um, deverá esperar-se que todos os alunos compreendam e sejam capazes de aplicar seus conhecimentos em Matemática (NCTM, 2007, p. 21).

Para Rangel e Alves (2017) no contexto atual, é evidente que os estudantes enfrentam dificuldades na aprendizagem de Matemática, e em alguns casos, isso se deve à maneira como os professores ensinam, o que pode ser resultado de falhas em sua formação inicial. Essas lacunas podem incluir falta de conhecimento pedagógico e matemático, muitas vezes os professores concentram apenas na transmissão de conteúdo, negligenciando a importância de abordagens didáticas e metodológicas que são fundamentais para a construção do conhecimento do estudante.

Conforme descrito por Lima (2007), o educador que trabalha nos anos iniciais é identificado como professor polivalente, capaz de apropriar-se do conhecimento básico das diferentes áreas que compõem a base comum curricular nacional dos anos do Ensino Fundamental, por outras palavras, são aqueles professores graduados em cursos de Pedagogia ou Normal Superior, capacitados a ministrar quaisquer matérias dos anos iniciais.

Apesar da formação desses professores ser focada em todas as disciplinas, grande parte dos cursos superiores têm investido na oferta de disciplinas focadas na formação matemática desses estudantes, enfatizando questões metodológicas. Entretanto, são disciplinas com cargas reduzidas e que são consideradas ineficientes para o que se propõem.

Nacarato, Mengali e Passos (2019) indicam que seria natural declarar que os futuros professores foram expostos a práticas de ensino de matemática atuais, visto que a formação se deu em tempos de reformas curriculares. Entretanto, além da formação estar longe das tendências atuais, elas carregam marcas profundas de sentimentos negativos sobre a matemática, o que causa bloqueios à futura prática de ensinar a disciplina.

Ainda conforme os autores, é fundamental que os professores possuam uma variedade de conhecimentos que contemplem saberes do conteúdo matemático, saberes pedagógicos do conteúdo matemático e saberes curriculares. Os saberes do conteúdo matemático são especialmente importantes, uma vez que o professor não poderá ensinar conceitos que não domina. No entanto, muitas vezes os cursos de formação inicial não contemplam tais conceitos.

Os saberes pedagógicos do conteúdo matemático contemplam a prática pedagógica do professor ao permitir que ele saiba como trabalhar os conceitos matemáticos de forma efetiva, inclusive integrando diferentes campos da matemática escolar com outras matérias.

Por fim, os saberes curriculares permitem que o professor conheça os diversos recursos disponíveis para o ensino da matemática e consiga avaliar criticamente os materiais didáticos utilizados. Assim, ele poderá oferecer uma prática que vá além da simples reprodução de conteúdo, tornando o aprendizado mais significativo para seus estudantes.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática também reforçam a vulnerabilidade na formação:

> Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática está relacionada ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada. Decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho (Brasil, 1997, p. 22).

Contudo, as dificuldades abrangem diversos outros aspectos. Vejam o que dizem Masola, Vieira e Allevato (2016) sobre os dados referentes ao X e XI Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM):

> (...) de maneira geral os trabalhos publicados no X ENEM (2010) e no XI ENEM (2013), apontam dificuldades relacionadas à falta de habilidades e conhecimentos prévios específicos da Educação Básica, em que, em linhas gerais, foram destacadas: ações ligadas à resolução de problemas (atitude de investigação, validação da resposta, entre outros), à ausência de generalização de ideias, de abstração, de emprego de noções de lógica, de argumentação e justificação, entre outras. Os alunos não demonstram curiosidade, realizam tarefas de forma mecânica, sem reflexão dos significados e dos conceitos, demonstrando falta de autonomia e muita dependência do professor (Masola; Vieira; Allevato, 2016, p. 5)

A falta de base no Ensino Fundamental e a obrigação em decorar fórmulas e regras podem ser barreiras para o aprendizado da Matemática. Como, também, a questão da ansiedade frente à disciplina e os fatores sociais, fatos que merecem investigação, a fim de entender o papel que ocupam em relação ao desempenho dos estudantes em Matemática.

Sousa *et. al.* (2012) identificaram, em suas análises, as dificuldades recorrentes dos estudantes do 5º ano e as principais foram identificar semelhanças e diferenças entre figuras tridimensionais, identificar características de figuras bidimensionais como o tipo de contorno que as delimita, resolver problemas básicos utilizando unidades de medida padronizadas.

Resolver problemas que envolvem cálculo de perímetro de figuras planas, utilizar unidades de medida de tempo e estabelecer relações entre elas, reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, identificar a escrita por extenso de números racionais representados na forma decimal e, por fim, resolver problemas que envolvem noções de porcentagem, também está na lista das dificuldades encontrados por Sousa *et. al.* (2012).

Observa-se que em relação a essas dificuldades recorrentes, identificadas na análise, dois dos problemas estão presentes no campo geométrico, três no campo das grandezas e medidas e três no campo numérico.

Essas dificuldades ainda são básicas, considerando que a maior parte delas são referências para outros aprendizados por exemplo, reconhecer os sistemas de numeração decimal poderá ser problemática para o estudante que sai do 5º ano sem este tipo de aprendizado, o qual terá um grande desafio ao chegar no próximo ano, onde serão aprofundados os conceitos de frações. São ensinamentos necessários que os estudantes e professores devem se esforçar para aprender e ensinar.

É fundamental que o professor possua capacidade para criar alternativas às sequências tradicionais de ensino, utilizando atividades mais criativas e lógicas, a fim de motivar seus estudantes e proporcionar um processo pedagógico fundamental para a produção e compreensão do conhecimento matemático.

Segundo Parateli *et. al.* (2005), é fundamental apresentar situações que permitam ao estudante estabelecer relações e propriedades matemáticas antes de introduzir o formalismo matemático. Dessa forma, o conhecimento é construído gradualmente, a partir do pensamento matemático e, posteriormente, do raciocínio lógico e dedutivo, o que justifica a construção das atividades pedagógicas utilizadas na introdução dos conteúdos trazidas neste trabalho.

As ações de ensino e aprendizagem possuem conexões significativas dentro do âmbito educacional, sendo que muitas vezes o papel do professor é ensinar enquanto o do estudante é aprender. Na atualidade, é fundamental que professor e estudante estabeleçam relações próximas e que gerem resultados benéficos para ambos. É importante que o professor tenha um papel de facilitador, mediador e transformador, utilizando as tecnologias da informação e comunicação em consonância com o mundo moderno. Já o estudante, deve estar preparado para solucionar problemas práticos e eficientes, conectando suas aprendizagens com o seu cotidiano (Pontes, 2019).

Assim, a próxima seção discutirá sobre as novas metodologias de aprendizagem utilizadas no ensino da Matemática, para tornar a disciplina mais atraente e acessível aos estudantes.

2.3 AS NOVAS FORMAS DE ENSINAR MATEMÁTICA

As metodologias de ensino e aprendizagem são influenciadas pelas mudanças na sociedade e nas estruturas organizacionais. Há diferenças significativas na maneira como as pessoas são ensinadas atualmente em comparação com o passado, seja há um século, seja no início da educação no Brasil.

No passado, o ensino tradicional era prevalente, com o professor como a fonte do conhecimento, e os estudantes tinham que se comportar de acordo com as normas estabelecidas (Saviani, 2009). Atualmente, percebemos um aumento na interação entre professores e estudantes em sala de aula, reconhecendo que a aprendizagem é um processo construtivo e colaborativo, que não centraliza o poder somente no professor (Moura; Portela; Lima, 2020).

Essa percepção teve origem no Brasil no século passado, por intermédio do movimento da Escola Nova, sob a liderança de intelectuais que preconizavam o ensino ativo através de instrumentos que envolviam os discentes no processo de aprendizado. Hoje, muitas metodologias são utilizadas com o intuito de favorecer o ensino-aprendizagem dos estudantes, como jogos, tecnologias digitais, sala invertida, Aprendizagem Baseada em Problemas. Não faz parte desse trabalho falar de todas as metodologias citadas, no entanto, serão abordadas, de forma suscinta, as tecnologias digitais, jogos e Aprendizagem Baseada em Problemas.

A tecnologia se configura como uma instrumentação cujo desígnio primordial consiste em colaborar com o processo educacional em ambiente escolar. Com sua evolução incessante impera a necessidade de concebê-la como um componente inalienável do panorama educativo, uma vez que os discentes mantêm uma interação diária com a mesma.

Nesse contexto, torna-se necessário que a instituição de ensino esteja sintonizada com a conjuntura social, visando assim coadjuvar na formação do indivíduo, alicerçada em seus princípios, habilidades e padrões comportamentais almejados. Para tanto, a sala de aula pode ser munida de uma variedade de dispositivos tecnológicos que propiciem apoio ao processo de aprendizagem.

As redes digitais são uma das alternativas para a introdução de tecnologias na educação. Elas representam espaços virtuais ou ciberespaços, nos quais pessoas se conectam com distintos objetivos. Contudo, não podem ser vistas apenas como mais uma ferramenta a ser incluída em salas de aula, mas como possíveis inovações capazes de transformar múltiplos contextos educacionais. Vale ressaltar que as redes digitais constam como uma das metas do Plano Nacional de Educação (PNE). No entanto, para Kenski (2015), muitas escolas e instituições de ensino superior ainda enfrentam a falta de recursos tecnológicos digitais, como computadores e acesso à internet, o que impacta diretamente no processo de ensino e aprendizagem.

Desta forma, o repensar as práticas pedagógicas, de forma a inserir as tecnologias digitais, bem como, o posicionamento pedagógico colaborativo, participativo e interativo, configuram-se como possibilidades de ensino e aprendizagem na cultura educacional atual.

Nesse sentido, os professores poderão utilizar-se das tecnologias disponíveis para ensinar determinados conceitos e procedimentos, como no ensino de Matemática, possibilitando que os estudantes aprendam através dos softwares, aplicativos e demais recursos tecnológicos. Em concordância com Mendes (2009), o uso dos softwares educativos permite ao estudante compreender e aprender os conceitos por meio da interação, visualização e da ação de fazer o que é proposto.

Para Bona (2009), os projetos de softwares educacionais contêm diversas opções teóricas de ensinar e aprender, que são diferenciadas pelo tipo de ambiente educacional oferecido em menor ou maior grau, pela interatividade, pela participação e pelo controle na construção do conhecimento.

Como exemplo, nos softwares de concepção comportamentalista, o estudante atua de forma passiva em sua aprendizagem, onde há a presença de telas e mensagens em que o estudante realiza repetições, controladas por ele. O estudante é estimulado, mas não há preocupação com o processo de raciocínio, são utilizados reforços positivos, mas caso haja falha, o estudante não consegue refletir e reconstruir sua resposta. Já os softwares de concepção construtivistas a aprendizagem é interativa, onde o estudante é o centro do processo, tornando-o um ser ativo, onde o conhecimento do estudante e suas características próprias de aprendizado são levados em conta.

O uso dos jogos como recurso didático está cada vez mais presente no ensino atual. Nele, o estudante se envolve de forma ativa, desenvolvendo sua autoconfiança, e ainda sai daquela rotina passiva de sala de aula; além disso, mesmo o mais simples dos jogos, como o jogo da memória, faz com que os estudantes desenvolvam habilidades e competências que favorecem o processo de aprendizagem. Segundo Grando (2000), nos jogos, a resolução de problemas é envolvida pela necessidade de elaborar e testar estratégias, levantar hipóteses, pensar sobre as ações do oponente, e registrar e analisar as etapas.

Por fim, dentre as metodologias ativas a Aprendizagem Baseada em Problemas destaca-se por se tratar de uma abordagem educacional focada na obtenção de conhecimento significativo por meio da resolução de problemas. A meta é integrar o embasamento teórico com a aplicação prática promovendo uma aprendizagem dinâmica e simultânea. Para Souza e Dourado (2015):

> A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) surge como uma dessas estratégias de método inovadoras em que os estudantes trabalham com o objetivo de solucionar um problema real ou simulado a partir de um contexto. Trata-se, portanto, de um método de aprendizagem centrado no aluno, que deixa o papel de receptor passivo do conhecimento e assume o lugar de protagonista de seu próprio aprendizado por meio da pesquisa. (Souza; Dourado, 2015, p. 182).

Dessa forma, o uso de jogos, softwares, e outras novas formas de ensino são consideradas maneiras de possibilitar a elaboração de estratégias e planejamento de ações. Sendo assim, a utilização destas metodologias pode levar os estudantes a desenvolver habilidades matemáticas que antes seriam ensinadas da forma tradicional, onde a porcentagem de aprendizado seria bem menor. O ensino da matemática deve se desenvolver conforme o mundo ao redor vai se reestruturando, trazendo melhorias tanto para os estudantes quanto para os professores.

Frente ao contexto abordado neste capítulo sobre o ensino da Matemática, este trabalho oferece uma contribuição significativa para aprimorar a qualidade do ensino, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na disciplina de Matemática. A próxima seção descreve a trajetória desta monografia, apresentando os passos que foram seguidos até alcançar o produto final que são as sequências didáticas.

3. A TRAJETÓRIA PERCORRIDA

A presente pesquisa é quantitativa e exploratória e buscou responder quais os conteúdos da disciplina de Matemática os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental possuem maior dificuldade em aprender. Baseando-se na análise desses dados, confeccionaram-se sequências didáticas com base na metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas.

O objetivo desse trabalho é contribuir para a melhoria da qualidade do ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, potencializando as aulas dos professores. Para que a pesquisa fosse realizada, primeiramente o trabalho passou pela aprovação da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE/MG) e em seguida, pela aprovação do Comitê de Ética.

Com as aprovações em mãos, conduziu-se uma pesquisa documental em documentos oficiais brasileiros, para conhecer a matriz curricular da disciplina de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como para conhecer as provas institucionais que avaliam, essa disciplina, nessa etapa escolar. Paralelamente, buscou-se entender as práticas que poderiam aprimorar a qualidade do ensino.

Em seguida, foi construído um questionário com treze perguntas que abrangiam questões sobre o perfil dos professores e o conteúdo da disciplina de Matemática. Este questionário foi aplicado aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas de uma cidade de Minas Gerais.

Com a análise dos dados obtidos, foi possível identificar os conteúdos da disciplina de Matemática com os quais os estudantes dos anos iniciais do Ensino fundamental apresentam maiores dificuldades, na visão dos professores, assim como compreender o perfil dos professores participantes.

Com base nas respostas, realizou-se uma pesquisa bibliográfica, no Google Acadêmico, para encontrar atividades práticas e pedagógicas relacionadas as dificuldades de aprendizagem. Durante a pesquisa, encontraram-se muitos trabalhos que envolviam jogos, tecnologias digitais e materiais manipuláveis, usados sobretudo com o objetivo de consolidar os conhecimentos adquiridos. Surpreendentemente, durante a busca, não se deparou com atividades que usassem o método de ensino ABP nos anos iniciais do Ensino Fundamental: esse método, além de produzir uma aprendizagem significativa, também pode ser usado para o desenvolver a competência específica da matemática – desenvolvimento do raciocínio lógico e do espírito inquisitivo, e capacidade de argumentar coerentemente, presente na BNCC. Dessa forma, com o intuito de apresentar uma abordagem inovadora, optou-se por utilizar essa metodologia na elaboração das sequências didáticas apresentadas neste trabalho.

Após a definição da metodologia a ser adotada, realizou-se uma pesquisa bibliográfica mais aprofundada sobre a Aprendizagem Baseada em Problemas. Para finalizar o processo, foram desenvolvidas as sequências didáticas que compõem este trabalho.

Considerando toda a trajetória percorrida na elaboração deste trabalho, é o momento de expor os resultados alcançados. Seguindo sua ordem cronológica, o próximo capítulo será dedicado ao Currículo Referência de Minas Gerais que foi o documento que norteou a formulação do questionário e que apresentou as diretrizes a serem seguidas. Subsequentemente, os capítulos abordarão: a análise dos dados colhidos nos questionários, a metodologia ABP e as sequências didáticas desenvolvidas.

4. O CURRÍCULO REFERÊNCIA DE MINAS GERAIS E AS UNIDADES TEMÁTICAS DE MATEMÁTICA

O CRMG é o documento orientador da educação em Minas Gerais e visa a educação inclusiva, igualitária e democrática. Dessa forma, o CRMG pretende diminuir as desigualdades entre as redes de ensino e garantir uma educação de qualidade e uma formação plena para todas as crianças e adolescentes do estado. Nele estão presentes os objetos de ensino, as unidades temáticas e as habilidades de cada disciplina para cada ano escolar. O CRMG foi apresentado como sendo um

> documento elaborado a partir dos fundamentos educacionais expostos na nossa Constituição Federal (CF/1988), na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96), no Plano Nacional de Educação (PNE/2014), na Base Nacional Comum Curricular (BNCC/2017) e a partir do reconhecimento e da valorização dos diferentes povos, culturas, territórios e tradições existentes em nosso estado. (Minas Gerais, 2018, p. 13)

O CRMG atende todo o território de Minas Gerais, colocando o estudante em todas as idades como centro da aprendizagem, assim, ao finalizar o Ensino Básico, espera-se que os estudantes:

> - Valorizem e utilizem os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva;
> - Exercitem a curiosidade intelectual e recorra à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas;
> - Valorizem e as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico cultural;
> - Utilizem as diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artísticas, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos, além de produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo;
> - Compreendam, utilizem e criem tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva;
> - Valorizem a diversidade de saberes e vivências culturais, apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade;

> - Argumentem com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta;
> - Conheçam, apreciem e cuidem de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas;
> - Exercitem a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, suas identidades, suas culturas e suas potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
> - Ajam com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (Minas Gerais, 2018, p. 10-11).

Diante disso, o CRMG expõe o que ensinar, porque ensinar e quando ensinar propondo as habilidades que devem ser desenvolvidas em cada etapa escolar, de forma gradual e crescente a cada etapa vencida.

Na disciplina de Matemática, "em todas as Unidades Temáticas, em relação à delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades, considera-se que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano" (Minas Gerais, 2018, p. 660). Assim, é importante que os professores conheçam o CRMG em sua totalidade para que as habilidades não sejam trabalhadas de forma fragmentada e separada.

No CRMG os objetos de conhecimento da disciplina de Matemática foram divididos em cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. A Unidade Temática Números desenvolve o pensamento numérico. Desde a infância, as crianças percebem a utilidade dos números e operações no dia a dia, como em números de telefone, idade e calendário. Nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, é importante que o trabalho com números seja baseado em contextos significantes, como o reconhecimento de diferentes tipos de números, suas representações e classificações.

As atividades nesta idade visam a resolução de problemas envolvendo contagem, medidas e operações, além da leitura e escrita de números naturais e racionais, ordenação e realização de cálculos, com verificação dos resultados.

> No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa em relação a essa temática é que os estudantes resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações; que argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. Além disso, espera-se o desenvolvimento de habilidades referentes à leitura, escrita e ordenação de números naturais e números racionais, por meio de identificação e compreensão de características do sistema de

> numeração decimal, sobretudo o valor posicional dos números. (Minas Gerais, 2018, p. 662)

Na Unidade Temática Álgebra há uma preparação para o trabalho algébrico mais profundo. “Nos Anos Iniciais é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e de aprendizagem como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade.” (Minas Gerais, 2018, p. 663).

A Unidade Temática Geometria possui maior ênfase na geometria das transformações e tem como objetivos a localização e movimentação, bem como a compreensão das formas geométricas. Isso envolve a observação de semelhanças e diferenças, a análise e o reconhecimento de formas em diferentes dimensões, e a compreensão de propriedades dos objetos e suas posições relativas.

Os conceitos geométricos são importantes para desenvolver um pensamento organizado sobre o mundo, e contribuem para a aprendizagem de números e medidas. Ao final do 5º ano, o estudante deve ser capaz de entender as três dimensões do espaço e identificar as propriedades e classificações de figuras geométricas.

O professor deve oferecer situações que permitam ao estudante compreender e representar o mundo em que vive, identificando a sua localização, movimentação e as formas dos objetos. A criança aprende geometria enquanto observa, compara e manipula objetos, descobrindo formas, dimensões e classificações importantes para o entendimento dos conceitos básicos de geometria.

Na Unidade Temática Grandezas e Medidas, o objetivo é quantificar e medir para compreender e organizar o mundo. Para abordar esse tema, o professor deve propor atividades práticas e úteis, já que as Grandezas e Medidas estão presentes em quase todas as atividades da vida em sociedade.

É essencial que o estudante saiba reconhecer as diferentes situações em que precisa lidar com grandezas físicas, entendendo os atributos que serão medidos e o significado da medida. As competências e habilidades nesse tema incluem compreender que é possível convencionar medidas e utilizar instrumentos convencionais ou não para medir diversos atributos. As atividades pedagógicas devem ser dinâmicas e interativas, promovendo a interação entre os estudantes e o ambiente em que vivem.

> No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, a expectativa é que os estudantes reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número. Além disso, os estudantes devem

> ser capazes de resolver problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área e capacidade de volume, sem o uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medidas padronizadas mais usuais. (Minas Gerais, 2018, p. 664)

Por fim, a Unidade Temática Probabilidade e Estatística está relacionada com a habilidade de ler, interpretar e analisar dados. É fundamental que as crianças desenvolvam habilidades nessas áreas para poderem compreender informações comunicadas por tabelas e gráficos - instrumentos essenciais para a compreensão do mundo atual.

> No que concerne ao estudo de noções de **Probabilidade**, a finalidade, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, está centrada no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os estudantes compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis [...]. Com relação à **Estatística**, os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos estudantes. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos estudantes. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões. (Minas Gerais, 2018, p. 664 – 665).

Em seguida, será apresentado o currículo da disciplina de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

4.1 CURRÍCULO BÁSICO COMUM DE MATEMÁTICA POR ANO ESCOLAR

Após conhecer o CRMG e as unidades temáticas de Matemática presentes nele, o foco é o currículo básico comum de Matemática por ano escolar dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Figura 1: Progressão das habilidades

UNIDADE TEMÁTICA	PROGRESSÃO DE HABILIDADES			
	4º ANO	5º ANO	6º ANO	7º ANO
NÚMEROS	(EF04MA01) Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem de dezenas de milhar.	(EF05MA01)Ler, escrever e ordenar números naturais até a ordem das centenas de milhar com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal.	(EF06MA01) Comparar, ordenar, ler e escrever números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.	(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem aplicação de algoritmos.

Fonte: Elaboração própria de acordo com MEC, 2017.

Fonte: (Minas Gerais, 2018, p. 656)

Observe, acima, o exemplo retirado do CRMG. Ao se fazer uma análise das habilidades ano após ano percebemos que a mesma habilidade aparece em todos os anos escolares, porém, com um grau de dificuldade maior, ou seja, há uma progressão das habilidades trabalhadas. Desse modo é importante que os professores conheçam e entendam o CRMG para a disciplina de Matemática em sua totalidade e não fiquem presos somente nas habilidades de sua etapa escolar. É necessário conhecer o que foi trabalhado antes para poder desenvolver a progressão das habilidades de forma efetiva e eficiente.

Pensando nisso, nos intertítulos abaixo, serão apresentados um condensado de todas as habilidades matemáticas que os estudantes devem desenvolver ano após ano. Se o leitor desejar aprofundar no assunto, o CRMG apresenta de forma detalhada, nas páginas 668 a 699, as Unidades Temáticas, os objetos de conhecimento e as habilidades específicas relacionadas à disciplina de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

4.1.1 Currículo básico comum para o 1º ano do Ensino Fundamental

As habilidades matemáticas de cada Unidade Temática, que devem ser desenvolvidas no primeiro ano do Ensino Fundamental, são apresentadas nesta seção, conforme o CRMG (2018).

A Unidade Temática "Números" abrange diversos aspectos, desde a história da Matemática até a prática de contagem, promovendo uma compreensão profunda dos números até 100. Os estudantes desenvolverão habilidades essenciais, como leitura, escrita, e comparação de números naturais. Além disso, serão guiados na construção de fatos básicos de adição e subtração, utilizando material manipulável.

Na Unidade Temática "Álgebra", os estudantes serão incentivados a identificar, comparar e organizar objetos, utilizando atributos como cor, forma e medida. A descrição de padrões e regularidades, especialmente em sequências recursivas, desenvolverá a habilidade de identificar elementos ausentes, promovendo o raciocínio lógico.

A Unidade Temática "Geometria" foca na compreensão espacial, reflexão de figuras tridimensionais, identificação de formas planas, e exploração de formas geométricas na natureza.

Em "Grandezas e Medidas", os estudantes aprenderão a comparar comprimentos, capacidades e massas, além de utilizar unidades não padronizadas para mensurar essas grandezas. A exploração do tempo, dinheiro, e medidas cotidianas equipará os estudantes para enfrentar desafios práticos.

Na unidade de "Probabilidade e Estatística", os estudantes serão introduzidos ao conceito de probabilidade, leitura de dados em tabelas e gráficos, coleta e organização de informações, e condução de pesquisas.

Portanto, ao final do primeiro ano, os estudantes devem ser capazes de compreender e aplicar os conceitos matemáticos básicos. Isso inclui a habilidade de contar, identificar e comparar detalhes, além de considerar e descrever formas geométricas simples e noções de Probabilidade e Estatística.

4.1.2 Currículo básico comum para o 2º ano do Ensino Fundamental

As habilidades matemáticas de cada Unidade Temática, que o CRMG (2018) destaca como essenciais para o segundo ano do Ensino Fundamental, são apresentadas nesta seção.

Na Unidade Temática "Números", os estudantes desenvolverão uma ampla gama de habilidades matemáticas, incluindo a identificação de números pares e ímpares, localização de números na reta numérica, associação de termos quantitativos, comparação e ordenação de números até a ordem de centenas, estimativas, cálculos mentais, construção de fatos básicos de adição e subtração, operações com números naturais e a compreensão das regras do Sistema de Numeração Decimal.

Na Unidade Temática "Álgebra", os estudantes serão desafiados a descrever padrões e regularidades em sequências recursivas, desenvolvendo habilidades para identificar elementos ausentes nesses padrões.

A Unidade Temática "Geometria" abrange a identificação e registro de localização e movimentação no espaço, construção de roteiros e plantas, reconhecimento de figuras geométricas tridimensionais e planas, estabelecimento de relações entre formas geométricas e objetos do mundo físico.

Em "Grandezas e Medidas", os estudantes desenvolverão habilidades de cálculo de ordens de grandeza, utilização de instrumentos de medidas convencionais e não convencionais, medição e comparação de comprimentos, massas e capacidades, reconhecimento de unidades de tempo, utilização do calendário e conhecimento do sistema monetário brasileiro.

Na unidade de "Probabilidade e Estatística", os estudantes avaliarão eventos aleatórios, interpretarão informações de pesquisas apresentadas em tabelas e gráficos, conduzirão pesquisas próprias e interpretarão os resultados.

No segundo ano do Ensino Fundamental o desenvolvimento das habilidades deve ser feito de maneira gradual, envolvendo atividades práticas, jogos e situações do cotidiano para tornar o aprendizado significativo e motivador para os estudantes.

4.1.3 Currículo básico comum para o 3º ano do Ensino Fundamental

As habilidades matemáticas de cada Unidade Temática, que devem ser desenvolvidas no terceiro ano do Ensino Fundamental de acordo com o CRMG (2018), são apresentadas nesta seção.

Na Unidade Temática "Números", os estudantes desenvolvem habilidades matemáticas, incluindo leitura e escrita de números naturais até a ordem de unidade de milhar, compreensão de números romanos, operações fundamentais como adição, subtração, multiplicação e divisão até a quarta ordem, resolução de problemas contextualizados e associação de ideias fracionárias a quocientes de divisões.

A Unidade Temática "Álgebra" foca no desenvolvimento de habilidades para identificar padrões em sequências numéricas, descrever regras subjacentes a essas sequências, aplicar conhecimentos de regras para determinar elementos ausentes e compreender conceitos de igualdade nas operações de adição e subtração.

Na Unidade Temática "Geometria", os estudantes utilizam esboços, croquis e maquetes para representar movimentação no espaço, associam figuras geométricas a objetos do mundo físico, classificam figuras planas, reconhecem figuras congruentes e utilizam malhas quadriculadas para identificar padrões.

Em "Grandezas e Medidas", as habilidades incluem a seleção adequada de unidades e instrumentos de medida, a compreensão da relação entre o resultado da medida e a unidade escolhida, a estimativa, medição e comparação de grandezas como comprimento, tempo, capacidade e massa, a interpretação de relógios analógicos e digitais, e o uso do sistema monetário brasileiro.

Na unidade de "Probabilidade e Estatística", os estudantes desenvolvem a capacidade de reconhecer possíveis resultados em eventos aleatórios, resolver problemas com dados apresentados em tabelas e gráficos, conduzir investigações com variáveis categóricas, estruturar informações em listas, tabelas e gráficos, e interpretar resultados estatísticos.

Em resumo, o CRMG para o terceiro ano do ensino fundamental estabelece uma base sólida de habilidades matemáticas, abrangendo números, operações, medidas, geometria e interpretação de dados. O foco não está apenas na aquisição de conhecimento, mas também no desenvolvimento de habilidades de raciocínio e na aplicação da matemática no mundo real.

4.1.4 Currículo básico comum para o 4º ano do Ensino Fundamental

Nesta seção, são delineadas as competências matemáticas de cada Unidade Temática que, conforme o CRMG (2018), são recomendadas para serem desenvolvidas no quarto ano do Ensino Fundamental.

A Unidade Temática "Números" destaca o desenvolvimento de habilidades como a compreensão de números naturais até centenas de milhar e números romanos até mil, a exploração do sistema de numeração decimal, operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) até à quinta ordem, resolução de problemas contextualizados e o entendimento das relações entre números racionais e a representação decimal.

Na unidade de "Álgebra", os estudantes aprimoram habilidades ao reconhecer e explicar padrões em sequências numéricas, identificar conjuntos onde divisões geram restos idênticos, compreender as relações inversas entre operações básicas, e entender a invariabilidade da igualdade nas operações de adição e subtração.

A Unidade Temática "Geometria" explora habilidades como reconhecer retas e ângulos, explicar movimentos e posicionamentos no espaço, associar figuras tridimensionais às suas representações bidimensionais, identificar simetrias e utilizar termos espaciais, como direita e esquerda.

Na unidade de "Grandezas e Medidas", os estudantes desenvolvem habilidades ao realizar medições de comprimentos, massas, capacidades, perímetros e áreas, interpretar e anotar medidas de tempo, entender conceitos como temperatura, registrar variações diárias de temperatura e resolver desafios relacionados a transações e consumo ético.

A Unidade Temática "Probabilidade e Estatística" abrange habilidades como reconhecer eventos prováveis no cotidiano, analisar informações em tabelas e gráficos, elaborar textos sintetizando análises estatísticas e conduzir pesquisas envolvendo variáveis categóricas e numéricas, utilizando tecnologias digitais quando necessário.

No quarto ano do Ensino Fundamental, as habilidades de matemática desempenham um papel importante no desenvolvimento cognitivo e na preparação para o aprendizado matemático mais avançado, por isso, o ensino da Matemática deve ser prático, desafiador e contextualizado.

Os estudantes devem ser incentivados a explorar, questionar e relacionar conceitos matemáticos com situações reais.

4.1.5 Currículo básico comum para o 5º ano do Ensino Fundamental

Nesta seção apresentam-se as habilidades matemáticas de cada Unidade Temática que, segundo o CRMG (2018), devem ser desenvolvidas no quinto ano do Ensino Fundamental.

Na Unidade Temática de "Números", as habilidades matemáticas são direcionadas para a compreensão do sistema de numeração decimal, incluindo números naturais e racionais. Os estudantes adquirem competências em operações fundamentais, como adição, subtração, multiplicação e divisão, tanto com números naturais quanto racionais. A ênfase é dada à compreensão das frações, sua representação na reta numérica, e o uso prático de porcentagens na vida cotidiana, incluindo situações de educação financeira.

Na unidade de "Álgebra", as habilidades incluem o entendimento da igualdade em diversas operações, resolução de problemas envolvendo equações, compreensão de proporcionalidade direta e resolução de questões relacionadas à divisão desigual. Os estudantes desenvolvem a capacidade de traduzir problemas do cotidiano para expressões matemáticas.

A Unidade Temática "Geometria" concentra-se na localização de objetos em um plano, utilizando representações como mapas e coordenadas cartesianas. Além disso, explora a relação entre representações bidimensionais e tridimensionais de figuras geométricas, identificando características e propriedades específicas.

Dentro da unidade de "Grandezas e Medidas", os estudantes desenvolvem habilidades em cálculos de perímetros e áreas, compreensão das medidas de grandezas como comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade. A investigação aborda conceitos como a relação entre perímetros e áreas, assim como a mensuração de volumes associados a sólidos geométricos.

Na última unidade, "Probabilidade e Estatística", os estudantes são capacitados para exibir potenciais ocorrências em experimentos aleatórios, calcular probabilidades, analisar e compreender informações estatísticas em diferentes formatos, e conduzir investigações que incluem variáveis categóricas e numéricas, apresentando resultados de forma clara e sintética.

O quinto ano do Ensino Fundamental é um momento essencial na jornada matemática dos estudantes, pois é quando muitas das habilidades fundamentais são solidificadas.

Através da incorporação das competências, os estudantes não apenas adquirem uma base matemática sólida, mas também fortalecem suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, capacitando-os para enfrentar os desafios do mundo real.

Após tomar-se ciência das habilidades matemáticas que os estudantes devem adquirir ao longo dos anos iniciais, apresenta-se no Capítulo 5, os dados obtidos nos questionários aplicados aos professores participantes da pesquisa.

5. DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA - ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Nesta seção apresenta-se uma pesquisa exploratória, realizada junto a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas estaduais de um município de Minas Gerais, com o intuito de determinar as maiores dificuldades de aprendizagem encontradas pelos estudantes desses anos escolares na disciplina de matemática. Para identificar essas dificuldades foi aplicado um questionário a professores de escolas estaduais do estado de Minas Gerais, amparado pelo Termo de Anuência da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais e Termos de Consentimento Livre e Esclarecido dos professores.

O questionário e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido foram dentro de um envelope para cada professor participante da pesquisa e foram recolhidos dentro do mesmo envelope. Do universo de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas estaduais desse município de Minas Gerais, vinte e sete receberam o envelope.

Desses professores, três entregaram o envelope faltando o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, um entregou o envelope completo, porém, no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido não marcou a opção se permite ou não a divulgação dos dados na pesquisa, três professores entregaram o envelope completo, porém, disseram não permitir a divulgação dos dados nesta pesquisa, e vinte professores entregaram o envelope completo e disseram permitir a divulgação dos dados na pesquisa.

Assim, por respeito à vontade dos professores participantes, trabalhou-se somente com as respostas dos vinte professores que concordaram na divulgação dos dados apresentados por eles, o que corresponde aproximadamente a 74,07% dos participantes.

Foram obtidos dados de identificação e contato, dados sobre a formação acadêmica e experiência profissional, e dados sobre os conteúdos de Matemática que os estudantes têm mais dificuldade em aprender, segundo os professores. Esse questionário encontra-se no Apêndice.

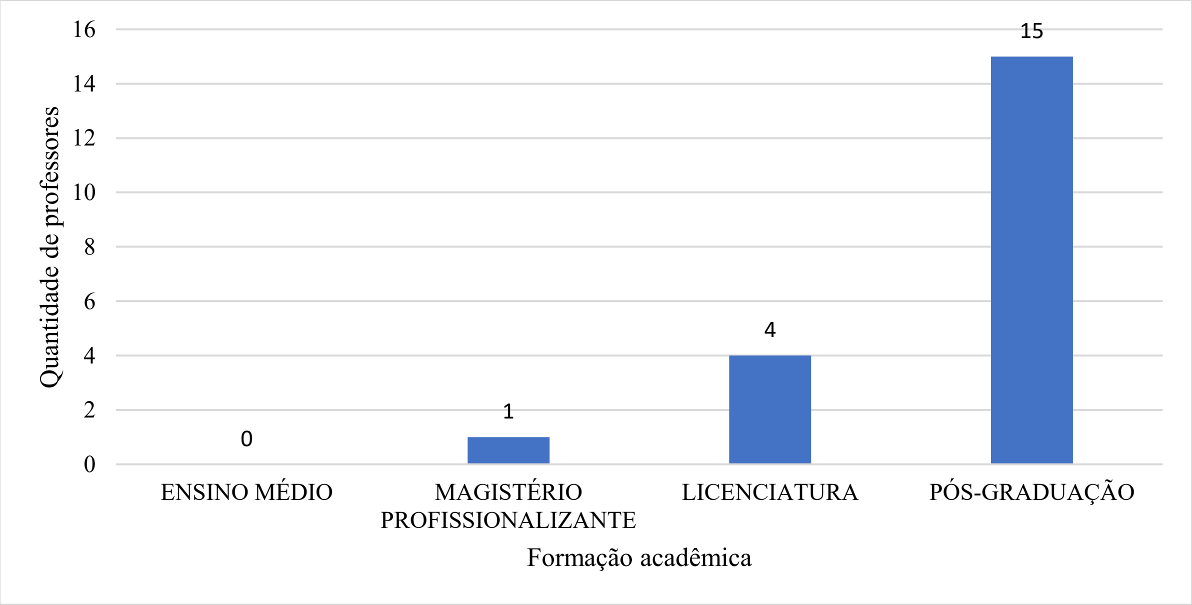
Com base nos dados colhidos dos questionários, apresenta-se a seguir um perfil simplificado dos professores participantes e um resumo das maiores dificuldades encontradas pelos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental com respeito aos conteúdos de Matemática.

5.1 PERFIL SIMPLIFICADO DOS PROFESSORES PARTICIPANTES

Fazendo a análise dos vinte questionários, foi possível perceber que 75% dos professores possuem pós-graduação em variadas áreas, conforme podemos ver no Gráfico 1: educação especial, psicopedagogia, supervisão, orientação e inspeção foram citadas por eles.

Além disso, 60% disseram ser licenciados em Pedagogia, 20% disseram ser licenciados em Normal Superior, 5% disseram possuir somente curso profissionalizante e 15% não especificaram em qual área possuíam licenciatura.

Gráfico 1: Maior formação acadêmica obtida pelos professores participantes da pesquisa



Fonte: (Autoria própria)

Tabela 1: Relação entre tempo de serviço e quantidade de professores

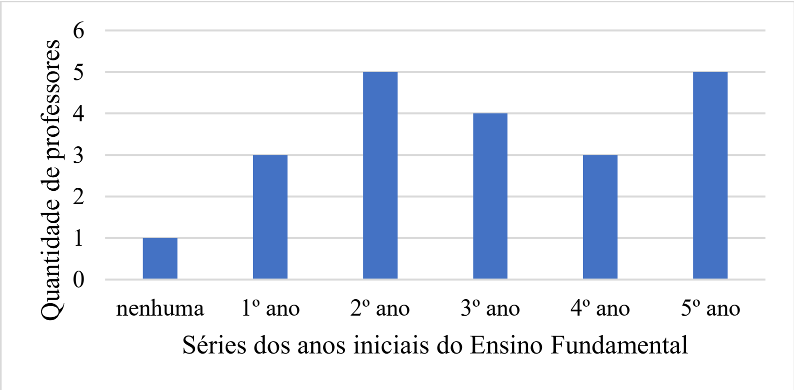
Tempo de serviço, em anos	Quantidade de professores em relação ao tempo de serviço nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Quantidade de professores em relação ao tempo de serviço no 5º ano do Ensino Fundamental.
0 ⊢ 1	1	7
1 ⊢ 10	0	11
10 ⊢ 20	7	2
20 ⊢ 30	9	0
30 ⊢ 40	3	0

Fonte: (Autoria própria)

Quanto ao tempo de experiência dos professores nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pode-se observar na Tabela 1 que, 95% dos professores têm mais de 10 anos de experiência em sala de aula e 60% tem mais de 20 anos de experiência. Desses professores, somente 10% possuem mais de 10 anos de experiência no 5º ano do Ensino Fundamental e nenhum deles possui mais de 20 anos no 5º ano do Ensino Fundamental.

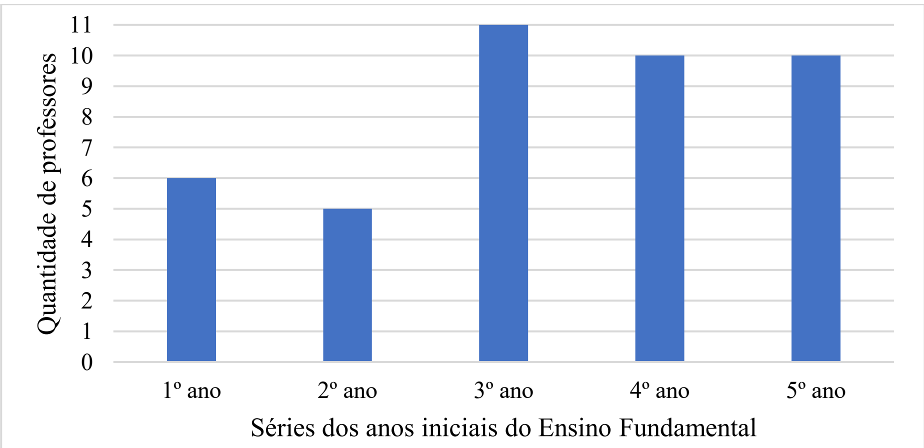
Segundo os dados colhidos, os professores participantes, em 2023, lecionaram nos anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme ilustrado no Gráfico 2. Pode-se observar um total de 21 professores, isso é devido ao fato de um dos professores ter selecionado mais de uma opção. Além disso, também pode-se verificar que alguém escolheu a opção nenhuma: esse participante não deve ser regente de uma turma, provavelmente exerce outra função como por exemplo, sala de recurso, professor de apoio ou mesmo professor eventual.

Gráfico 2: Séries dos anos iniciais do Ensino Fundamental em que os participantes lecionam em 2023



Fonte: (Autoria própria)

Gráfico 3: Anos que os professores preferem lecionar nos anos iniciais do Ensino Fundamental (os professores podiam escolher mais de uma opção)



Fonte: (Autoria própria)

Quando perguntados sobre qual ou quais séries dos anos iniciais do Ensino Fundamental mais gosta de lecionar, dado que no questionário os professores podiam optar por escolher mais de um ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, verificou-se que a maioria dos professores preferem lecionar no 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, conforme pode-se observar no Gráfico 3.

As tabelas e os gráficos nos mostram que a maior parte dos professores participantes da pesquisa possuem formação superior, pois 95% dos profissionais possuem graduação ou pós-graduação, são experientes na prática em sala de aula nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois, 60% dos profissionais possuem mais de 20 anos de serviço, o 5º ano apareceu como a série dos anos iniciais que prefere trabalhar em 50% dos questionários, porém, apenas 10% dedicaram seu trabalho ao 5º ano do Ensino Fundamental por mais de 10 anos.

Analisando os questionários e fazendo uma análise mais profunda dos 50%, ou seja, dos 10 entrevistados que citaram o 5º ano dos anos iniciais como série preferida para lecionar, foi possível perceber que 60% possuem mais de 20 anos de serviço. Também foi possível concluir que 80% dos professores estão lecionando, neste ano, na série que citou como favorita para trabalhar, o que é um indicativo que trabalham com mais satisfação.

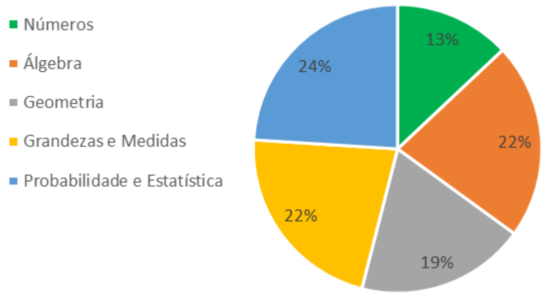
5.2 TÓPICOS DE MATEMÁTICA QUE APRESENTAM MAIORES DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM

Nesta seção foram analisados os dados, colhidos nos questionários, referentes às maiores dificuldades encontradas em Matemática pelos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, do ponto de vista dos professores.

Segundo os dados colhidos dos questionários, foi possível ranquear as Unidades Temáticas da disciplina de Matemática, da mais difícil para a menos difícil de aprender/ensinar, conforme ilustrado no Gráfico 4.

Esse ranqueamento foi feito com base nas Unidades Temáticas mais votadas pelos professores participantes. Mais precisamente, do total de vinte professores, treze citaram a unidade Probabilidade e Estatística como sendo uma das unidades difíceis, doze citaram a Álgebra e Grandezas e Medidas, dez citaram a Geometria, e sete citaram Números.

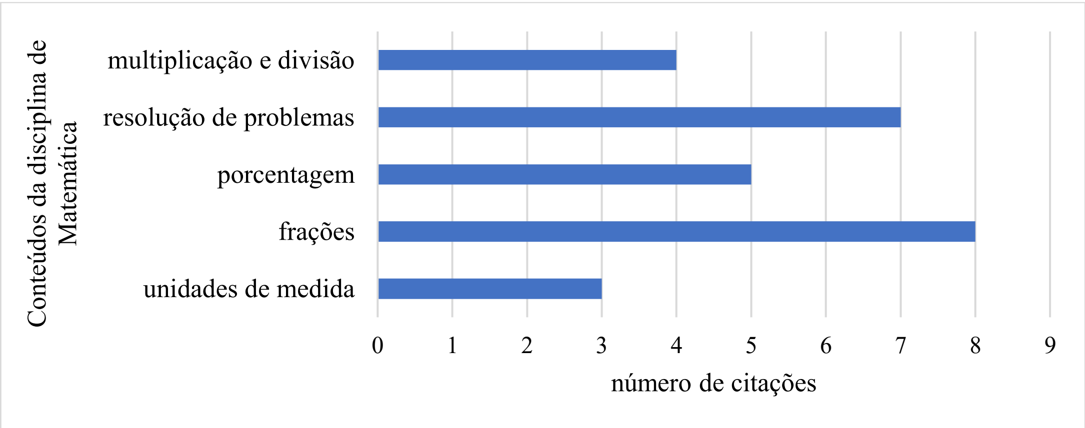
Gráfico 4: Unidades temáticas com maior dificuldade dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental



Fonte: (Autoria própria)

Analisando os questionários, quanto aos conteúdos da disciplina de Matemática que os estudantes apresentam maiores dificuldades, verificou-se os seguintes conteúdos: multiplicação e divisão, resolução de problemas, porcentagem, fração e unidades de medida, apresentados no Gráfico 5. Esses conteúdos receberam mais de dois votos.

Gráfico 5: Conteúdos da disciplina de Matemática com maiores dificuldades de aprendizagem



Fonte: (Autoria própria)

Além dos conteúdos apresentados no Gráfico 5, também foram citados uma ou duas vezes: números até 100, registro de quantidade, adição e subtração, quatro operações, múltiplos e divisores, cálculos, números decimais, todos referentes à Unidade Temática Números; sequência numérica oral e escrita, equivalência entre operações, ambos da Unidade Temática Álgebra; retas, ângulos, polígonos, sólidos geométricos, todos da Unidade Temática Geometria; área e perímetro, da Unidade Temática Grandezas e Medidas; gráficos e tabelas, da Unidade Temática Probabilidade e Estatística. Do Gráfico 5 podemos observar que dos cinco conteúdos mais citados, quatro deles pertencem à Unidade Temática de Números e um deles pertence à Unidade Temática Grandezas e Medidas.

Os professores participantes foram também questionados sobre quais Unidades Temáticas da disciplina de Matemática eles gostariam de estudar em cursos de formação: isso encontra-se resumido na Tabela 2. O tema mais citado foi Grandezas e Medidas.

Tabela 2: Unidades temáticas da disciplina de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental escolhidos pelos professores para uma formação [1]

Unidades Temáticas	Número de vezes citados pelos professores
Números	7
Álgebra	7
Geometria	8
Grandezas e Medidas	12
Probabilidade e Estatística	6

Fonte: (Autoria própria)

Quanto aos conteúdos da disciplina de Matemática que os professores participantes gostariam de ver abordados em curso de formação, encontra-se na Tabela 3.

Tabela 3: Conteúdos da disciplina de Matemática mais citados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para uma formação [2]

Conteúdos citados	Quantidade de vezes citados
Unidades de medidas	4
Frações	3
Porcentagem	2
Sólidos Geométricos	2

Fonte: (Autoria própria)

Além dos conteúdos apresentados na Tabela 3 também foram citados uma única vez os conteúdos: resolução de problemas, construção de fatos básicos da adição e subtração, sistema de numeração decimal, sistema de numeração romana, ordens e classes, multiplicação e divisão, retas, ângulos, polígonos, números naturais.

[1] Na escolha da Unidade Temática os professores participantes da pesquisa podiam votar em mais de uma opção.

[2] Os conteúdos citados na Tabela 3 foram aqueles que tiveram dois ou mais votos, por isso, a soma não totaliza 20 votos. Além disso, os professores participantes da pesquisa podiam citar mais de um conteúdo da disciplina de Matemática para a formação.

Das Tabelas 2 e 3, pode-se verificar que os conteúdos que os professores mais gostariam de ver incorporados em um curso de formação sobre Matemática, unidades de medida, pertence justamente à Unidade Temática mais votada.

Como no 5º ano do Ensino Fundamental são realizadas provas externas para avaliar o desempenho escolar dos estudantes, resolveu-se questionar os professores participantes sobre os conteúdos de Matemática que os estudantes possuem maiores dificuldades em aprender no momento de se prepararem para essas avaliações.

Dos dados colhidos, verificou-se que os conteúdos de Matemática que os estudantes têm maiores dificuldades de aprender são: frações, porcentagens, cálculos com as quatro operações, área, perímetro, transformação de unidades de medidas e números decimais.

Fazendo um resumo do que foi apresentado nesta seção tem-se que: a Unidade Temática citada pelos professores como a maior dificuldade dos estudantes foi Probabilidade e Estatística; os conteúdos citados como maiores dificuldades para os estudantes, aos olhos dos professores, se encaixaram na Unidade Temática Números.

A Unidade Temática mais votada para ser incorporada em um curso de formação para os professores foi Grandezas e Medidas; o conteúdo mais citado pelos professores para ser incluso em um curso de formação foi unidades de medidas, que se encaixa na Unidade Temática Grandezas e Medidas.

Tal como foi mencionado anteriormente, a partir das informações obtidas nos questionários apresentados neste capítulo, foi conduzida uma revisão bibliográfica. Com base nessa revisão, optou-se por adotar a metodologia ABP para orientar a elaboração das sequências didáticas. Assim, no capítulo subsequente expor-se-á esse método de ensino, destacando suas principais características e seu modo de funcionamento.

6. APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: O QUE DIZEM OS ESTUDIOSOS SOBRE O TEMA

A metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), em inglês Problem-Based Learning (PBL), é considerada uma metodologia ativa. As metodologias ativas são estratégias de ensino que buscam estimular a aprendizagem autônoma e participativa dos estudantes, envolvendo-os em situações reais e desafiadoras. No contexto desse modelo, o professor assume um papel secundário, permitindo que os estudantes desempenhem um papel protagonista em seu próprio processo de aprendizado.

A utilização de metodologias ativas colaborativas desempenha um papel indispensável na promoção da aprendizagem significativa dos estudantes. Isso enfatiza a noção de que considerar a educação nos dias atuais implica adotar as melhores técnicas de aprendizado e recursos lúdicos disponíveis (Brasil, 2017). Nesse contexto, a abordagem da Aprendizagem Baseada em Problemas aparece como uma das metodologias ativas utilizadas no processo de ensino e aprendizagem.

Para Souza e Dourado (2015) a ABP emerge como uma metodologia inovadora, contrastando com os modelos tradicionais de ensino apoiados em abordagens consideradas convencionais. Nesses últimos, o professor ocupa o centro do processo de transmissão de conhecimento, enquanto os estudantes desempenham o papel de receptores que simplesmente recebem e memorizam as informações transmitidas.

Mas o que é a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas? A ABP é considerada

> [...] uma estratégia de ensino inovadora que coloca os alunos numa situação não só de aprenderem ciência mas também de aprenderem a fazer ciência (de uma forma integrada, contextualizada e cooperativa) e de aprenderem a aprender, desenvolvendo, assim, diversas competências relevantes para o cidadão comum. Contudo, pelo facto de se tratar de uma estratégia centrada no aluno e na aprendizagem, ela é pouco estruturada e flexível, requer uma grande alteração no papel do professor, nas actividades de aprendizagem e na forma de implementação das mesmas, na organização da aula e na gestão de espaços e recursos, e constitui um desafio para quem tenta implementar este tipo de ensino. (Leite; Afonso, 2001, p. 258).

De acordo com Lopes, Silva Filho e Alves (2019), a ABP é uma estratégia instrucional que se organiza ao redor da investigação de problemas do mundo real e visa a expandir o conhecimento e aprimorar as habilidades em trabalho coletivo, cooperativo e colaborativo, iniciadas por meio de situações-problema hipotéticas, segundo Borochovicius (2020).

No entanto, o ensino que valoriza o cotidiano e o pessoal não é bem visto por todos. Segundo Martins e Duarte (2010, p. 38) “o professor deixa de ser um mediador entre o estudante e o patrimônio intelectual mais elevado da humanidade, para ser um organizador de atividades que promovam o que alguns chamam de negociação de significados construídos no cotidiano dos estudantes”.

Para Borochovicius (2020) embora a ABP destaque atividades centradas no estudante, valorize a autoavaliação e tenha sido concebido originalmente como uma abordagem autodirigida, é primordial ressaltar que o professor desempenha o papel de mediador em todo o processo. Assim, compreende-se que o método não deve ser categorizado como estritamente autodirigido.

A ABP tem suas raízes em várias correntes de pensamento filosófico, estabelecendo conexões com diversos fundamentos teóricos. Contudo, mesmo diante dessa diversidade de influências, Savin-Bader e Major (2004) afirmam que o método se desenvolveu em um momento crucial da progressão do ensino e da aprendizagem e é uma prática pedagógica válida e já estabelecida em várias nações, especialmente no Ensino Superior (Savin-Bader; Major, 2004 *apud* Borochovicius, 2020, p. 20).

Existem, também, desafios e obstáculos associados à implementação da ABP no contexto educacional. Para Souza e Dourado (2015) destacam-se a insegurança inicial diante da mudança de método, a limitação de tempo, a inadequação do currículo – onde os conteúdos de aprendizagem podem ser abordados de maneira variada em diferentes disciplinas, resultando em alguns professores adotando a ABP e outros não. Portanto, é necessário realizar uma análise detalhada das relações entre os conteúdos. Além disso, outros desafios incluem a restrição de recursos financeiros, desafios na avaliação, e a falta de habilidades específicas por parte dos professores tutores.

Souza e Dourado (2015) ressaltam que a ABP requer mais tempo para construção do conhecimento, o que pode gerar insegurança nos estudantes. A inadequação do currículo pode causar desequilíbrio na aprendizagem, enquanto a limitação de recursos financeiros prejudica a obtenção de materiais e bibliografia necessários (Souza; Dourado, 2015)

Ainda segundo Souza e Dourado (2015), a avaliação, parte integrante do processo, envolve autoavaliação e avaliação entre pares. Isso gera apreensão entre os envolvidos. Por fim, os autores destacam a importância do professor tutor possuir habilidades específicas para facilitar efetivamente o processo de aprendizagem na ABP, nomeadamente, conhecer essa metodologia (Souza; Dourado, 2015).

Apesar dos desafios subjacentes ao método ABP, segundo uma revisão sistemática da literatura efetuada por Merritt *et al.* (2017), o uso do método ABP com estudantes do Ensino Fundamental nas disciplinas de ciências mostrou-se eficaz na melhoria do rendimento acadêmico, incluindo retenção de conhecimento e desenvolvimento conceitual. Posto isso, e o fato de não ter encontrado na literatura brasileira atividades baseadas no método ABP direcionadas aos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, torna-se importante suprir essa falta. Portanto, define-se na seção 6.1 o método ABP.

6.1 APRENDIZAGEM BASEADA EM PROBLEMAS: CARACTERÍSTICAS E ETAPAS

Existem várias definições similares sobre o método ABP. Em geral, a Aprendizagem Baseada em Problemas representa uma estratégia educacional empregada para abordar situações-problema complexas, fundamentadas em cenários da vida real. Em tal abordagem, pequenos grupos assumem o papel de partes interessadas na resolução do problema, sob a supervisão de um professor orientador. (Lopes *et al*., 2011*apud* Silva *et al*., 2015).

Dessa forma, é possível afirmar que três características principais estão presentes na ABP:

> - Envolve os estudantes como **parte interessada** em uma **situação-problema**;
> - Organiza o currículo ao redor desses problemas holísticos, espelhados no mundo real, permitindo ao estudante **aprender de uma forma significativa e articulada**; e
> - Cria um ambiente de aprendizagem no qual os **professores orientam o pensamento e guiam a pesquisa** dos alunos, facilitando níveis profundos de entendimento da situação problema apresentada. (Lopes; Silva Filho; Alves, 2019, p. 49).

A ABP fundamenta-se na resolução de problemas. Portanto, a formulação eficiente de um problema ou situação-problema desempenha um papel essencial no êxito dessa abordagem. Esses problemas precisam ser elaborados com objetivos claramente definidos e, sempre que possível, ancorados em exemplos do cotidiano. Além disso, é importante que esses desafios estimulem os conhecimentos prévios dos estudantes.

Lopes *et al.* (2011, p. 1276) afirma que “uma das características marcantes de uma situação-problema é desafiar o aprendiz para agir no intuito de transpor um obstáculo e realizar uma aprendizagem.” Além disso, para Souza e Dourado (2015), a ABP segue uma estrutura fundamental orientada por princípios gerais que possibilitam sua adaptação às particularidades de cada nível escolar, curso universitário e disciplina.

Essa estrutura é dividida em ciclos de aprendizagem, como mostra a figura abaixo. O primeiro momento consiste em elaborar e examinar a questão apresentada, a segunda fase do ciclo de aprendizado (autoestudo) é marcada pela aprendizagem individual e autônoma. Na fase subsequente, os estudantes se reúnem novamente, desta vez com informações novas e distintas, as quais devem ser aplicadas, compartilhadas, discutidas e avaliadas, visando à obtenção de uma ou mais novas conclusões pelo grupo (Lopes; Silva Filho; Alves, 2019).

Figura 2: Ciclos de aprendizagem da ABP

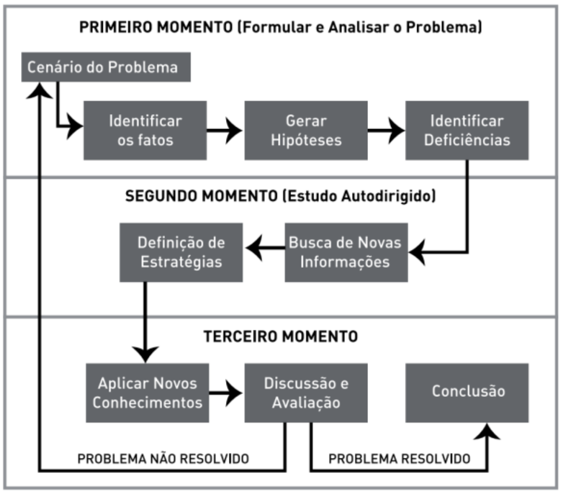


Figura 1 - O ciclo de aprendizagem na ABP (modificado de Hmelo-Silver, 2004).

Fonte: (Lopes; Silva Filho; Alves, 2019, p. 51)

O método ABP inicia o processo de aprendizagem ativando conhecimentos preexistentes, que são compartilhados no grupo e guiam os períodos de estudo individual.

Durante as discussões em grupo, os conhecimentos recentemente adquiridos individualmente são confrontados com as ideias dos outros membros do grupo. A avaliação e a tomada de decisões sobre os melhores caminhos são atividades coletivas, culminando no compartilhamento global do conhecimento.

A integração de ciclos de estudos independentes com momentos coletivos de debate e avaliação não apenas motiva os estudantes, mas também cria um ambiente propício para a análise crítica, levando o grupo a soluções mais elaboradas e fundamentadas (Lopes; Silva Filho; Alves, 2019).

Alguns autores, como Berbel (1998), dividem o ciclo de aprendizagem em sete etapas

> 1. Leitura do problema, identificação e esclarecimento de termos desconhecidos; 2. Identificação dos problemas propostos pelo enunciado; 3. Formulação de hipóteses explicativas para os problemas identificados no passo anterior (os alunos se utilizam nesta fase dos conhecimentos de que dispõem sobre o assunto); 4. Resumo das

> hipóteses; 5. Formulação dos objetivos de aprendizado (trata-se da identificação do que o aluno deverá estudar para aprofundar os conhecimentos incompletos formulados nas hipóteses explicativas); 6. Estudo individual dos assuntos levantados nos objetivos de aprendizado; 7. Retorno ao grupo tutorial para rediscussão do problema frente aos novos conhecimentos adquiridos na fase de estudo anterior. (Berbel, 1998, p. 147).

Outros autores trazem o ciclo de aprendizagem em cinco etapas, como é o caso de Lopes, Silva Filho e Alves (2019, p. 144). Eles definem as etapas em: "1) estabelecimento de relações com o problema; 2) estabelecimento de uma estrutura ou plano de trabalho para a resolução do problema; 3) construção de abordagens do problema; 4) reequacionamento do problema; 5) elaboração e apresentação dos produtos."

A primeira etapa, denominada "estabelecimento de relações com o problema", consiste em apresentar a situação-problema aos estudantes e motivá-los sobre o tema que será estudado, para isso podem ser utilizados textos, vídeos, desenhos.

Na segunda etapa, denominada "estabelecimento de uma estrutura ou plano de trabalho para a resolução do problema", os estudantes são encarregados de discernir as informações já conhecidas acerca do problema, aquelas que estão fora de seu domínio de conhecimento e as que demandam aprofundamento. A partir disso, buscam ideias de como realizar suas investigações.

A terceira etapa, denominada "construção de abordagens do problema", intercala momentos em grupo e momentos de pesquisa individual. O objetivo é desenvolver um processo ou método objetivo e eficaz para resolver o problema apresentado, por meio da realização de atividades de aprendizagem colaborativas e solidárias.

A quarta etapa, denominada "reequacionamento do problema", acontece em grupo. Cada grupo apresenta suas respostas aos demais colegas da sala, fazem uma autoavaliação do processo, definem o que deu certo e o que pode ser melhorado.

Na quinta etapa, denominada "elaboração e apresentação dos produtos", acontece a avaliação que se concentra nos diversos elementos da aprendizagem, abrangendo suas dimensões cognitivas, afetivas e relacionais.

Ao longo de todas as fases, o professor assume o papel de tutor, oferecendo suporte aos estudantes no processo de ensino e aprendizagem. Sua atuação inclui mediar debates, auxiliar os estudantes a manterem o foco na situação-problema, estimular o surgimento de ideias, supervisionar e orientar integralmente o processo.

O método ABP, conforme definido por Berbel (2015) não foi aplicado pela autora. Ela expõe os ciclos do método ABP através de observações e estudos de como esse método vem sendo adotada em escolas de Medicina da UNESP Botucatu, na FAMEMA-Marília, na UEL-Londrina, entre outras instituições do país.

No entanto, o método ABP, conforme definido pelos autores Lopes, Silva Filho e Alves (2019), foi aplicada em uma turma composta por 16 estudantes do Ensino Médio que estavam simultaneamente matriculados na Habilitação Técnica em Análises Clínicas da Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio (EPSJV), uma instituição técnico-científica vinculada à Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz).

O propósito da utilização da ABP foi capacitar os estudantes a adquirirem competências fundamentais em Química e Bioquímica, assim como em técnicas laboratoriais relevantes para a formação em análises clínicas. Para tanto, foram abordados dois temas principais: primeiro, os efeitos tóxicos dos pesticidas organofosforados e carbamatos na saúde humana; e segundo, a avaliação da atividade da enzima acetilcolinesterase no plasma sanguíneo como indicador da exposição humana a esses pesticidas.

As etapas estudadas pelos autores precedentes, indicaram ser eficientes segundo Berbel (2015) e Lopes, Silva Filho e Alves (2019) em seus estudos de caso para o Ensino Médio e para o Ensino Superior, no entanto, como dito anteriormente, não foi encontrado, na literatura brasileira, trabalhos que aplicassem a ABP nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, não há uma validação definitiva da eficácia das etapas do ciclo de aprendizagem para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Existe uma pesquisa por Drake e Long (2009) sobre a eficácia da ABP com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental na disciplina de Ciência. Nessa pesquisa adotou-se um modelo da ABP baseada no desenho curricular, dada a maturidade dos estudantes do 4º ano. Esse modelo é mais indicado para essa faixa etária: os problemas apresentam mais estrutura e o professor pode orientar o raciocínio dos estudantes de modo a manter o espírito inquisitivo deles, propiciando assim uma aprendizagem significativa.

Para elas a proposta da Aprendizagem Baseada em Problemas é cativante para professores das redes públicas de ensino, os quais almejam ver seus estudantes se transformarem em aprendizes curiosos, atentos e motivados, capazes de colaborar entre si na resolução de problemas (Drake; Long, 2009).

Dado que no presente trabalho se querem desenvolver atividades didáticas com estudantes do 5º ano, resolveu-se adotar o modelo Drake e Long (2009). Esse modelo inclui quatro etapas:

1. Engajamento: O problema é apresentado aos estudantes e as informações sobre o trabalho são explicadas.

2. Inquérito/Investigação: É determinado quais informações os estudantes já sabem, quais informações eles precisam saber e qual a melhor forma de adquiri-las.
3. Resolução do Problema: Os estudantes analisam as suas opções e decidem sobre uma ação ou decisão.
4. Recapitulação: Os estudantes discutem não apenas o conteúdo que aprenderam e como pode ser útil em novas situações, mas também os processos envolvidos na resolução dos problemas (Drake; Long, 2009).

Na seção 6.2 que segue, justifica-se a necessidade em desenvolver sequências didáticas com base no método ABP.

6.2 ESTUDO BIBLIOGRÁFICO SOBRE A ABP

Durante a pesquisa por trabalhos que abordavam a Aprendizagem Baseada em Problemas foi possível perceber que, no Brasil, existem mais obras direcionadas ao Ensino Médio e ao Ensino Superior. Encontraram-se algumas obras voltadas para os anos finais do Ensino Fundamental e apenas uma para os anos iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, essa obra está voltadas para análise e investigação sobre o tema, não tendo sido encontrado nenhum resultado sobre aplicação dessa metodologia em sala de aula nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Entre todos os trabalhos pesquisados selecionou-se onze para uma revisão mais profunda. Dentre eles haviam um livro (Lopes, Silva Filho e Alves, 2019), oito artigos (Malheiro e Diniz, 2008; Bezerra e Santos, 2013; Melo Júnior e Santos, 2014; Souza e Dourado, 2015; Baccin, Pinto e Coutinho, 2020; Silva *et. al.*, 2020; Viana e Lozada, 2020), uma tese de doutorado (Borochovicius, 2020) e uma dissertação de mestrado (Costa Júnior, 2021).

Os trabalhos selecionados permeiam entre a aplicação da metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas e a revisão bibliográfica sobre o tema, mostrando características, variantes, vantagens e desvantagens da ABP. A seguir, encontra-se a ideia central dessas obras.

Malheiro e Diniz (2008), discutem a implementação bem-sucedida da metodologia de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) em cursos de férias focados na anatomia de animais. Comparando com a abordagem convencional de ensino de Ciências e Biologia em escolas públicas, a ABP demonstrou aumentar a motivação dos estudantes e professores, indicando sua viabilidade no Ensino Médio, apesar das restrições de infraestrutura.

Bezerra e Santos (2013), relatam os resultados de uma pesquisa que investigou a aplicação da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) em uma turma de 4º ano do curso

Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio. A abordagem qualitativa revelou que, apesar de alguns pontos fracos identificados pelos estudantes, a ABP é vista como uma estratégia capaz de aproximar o ensino de Matemática à realidade deles.

Melo Júnior e Santos (2014), relatam uma experiência, em uma escola municipal da Paraíba, focada no 9º ano do Ensino Fundamental e na metodologia de resolução de problemas para o ensino de Matemática. A abordagem busca resgatar situações cotidianas dos estudantes através da investigação matemática, destacando as tendências em Educação Matemática: Modelagem Matemática e Aprendizagem Baseada em Problemas. A conclusão destaca que as abordagens mencionadas são aliadas e eficazes na construção do conhecimento matemático, promovendo uma prática de ensino dialética e protagonizadora.

Souza e Dourado (2015), abordam a crítica à prática tradicional de ensino, onde o professor transmite informações e os estudantes memorizam para responder. Destaca a busca por inovação, com ênfase na ABP, um método que envolve os estudantes na resolução de problemas reais, destacando o papel ativo do estudante na pesquisa.

O livro de Lopes, Silva Filho e Alves (2019), discute a Aprendizagem Baseada em Problemas na Educação em Ciências, destacando que os estudos sobre o tema são incipientes no cenário nacional. O livro foca na caracterização da ABP, destacando o modelo 3C3R, pouco difundido no país, e sua aplicação no Ensino Médio da Educação Profissional Tecnológica e na Formação de Professores.

A estrutura mencionada é fundamentada na integração de vários elementos, incluindo a presença do problema na situação, bem como os componentes centrais (conteúdo, contexto e conexão) e os processuais (pesquisa, raciocínio e reflexão). Os componentes centrais visam garantir que o problema proporcione o conhecimento necessário para atingir os objetivos educacionais. Por outro lado, os componentes processuais visam estimular o envolvimento ativo dos estudantes e promover o desenvolvimento de habilidades cognitivas importantes, como resolução de problemas e aprendizado autodirigido, contribuindo assim para alcançar os resultados desejados na aprendizagem.

Estabelecendo uma conexão entre os componentes centrais e processuais pode-se afirmar que a pesquisa permite que os estudantes adquiram o conhecimento necessário para resolver os problemas propostos. A definição clara de metas específicas e contextos na situação-problema direciona a pesquisa para os conteúdos relevantes, garantindo que os estudantes se concentrem no conhecimento necessário e pertinente ao problema.

Da mesma forma, durante o processo de pesquisa, os estudantes utilizam o raciocínio para interpretar os dados coletados e integrá-los ao contexto profissional ou cotidiano apresentado no problema. Esse processo ajuda a entender como o conhecimento teórico se aplica em situações práticas, melhorando a retenção e aplicação do conteúdo em contextos reais.

E, por fim, a reflexão permite aos estudantes fazer conexões entre conhecimentos prévios e novos, promovendo uma compreensão mais profunda e integrada do conteúdo. Isso auxilia na construção de uma estrutura conceitual sólida e flexível, permitindo que os estudantes apliquem o conhecimento adquirido em diferentes contextos e situações, reforçando a conexão entre diferentes áreas do conhecimento e problemas abordados no currículo.

Baccin, Pinto e Coutinho (2020), investigaram o que vem sendo publicado nos últimos dez anos sobre a formação de professores para os anos iniciais, associada à metodologia de ABP encontrando poucos resultados para essa etapa escolar. Os autores acreditam que a baixa quantidade de publicações pode estar relacionada à pouca familiaridade com a ABP no Brasil, sendo mais comum em cursos de medicina, engenharia e matemática.

Borochovicius (2020), aborda a aplicação da Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino Fundamental, especificamente no 7º ano de uma escola pública no interior de São Paulo. Destaca a falta de estudos sobre o uso da ABP nessa etapa de ensino no Brasil, ressaltando a prática como inovadora e original. A pesquisa revela resultados positivos, como maior proximidade entre professores e estudantes, estímulo à pesquisa e impacto positivo na aprendizagem, apesar de desafios como resistência dos estudantes e infraestrutura precária.

Silva *et al.* (2020), utilizam da revisão sistemática da literatura e destacam a importância da ABP, a variedade de metodologias ativas classificadas como ABP, e esclarece concepções sobre ela. Resultados indicam convergências nas abordagens da ABP, com ênfase na centralidade do estudante, mas também apontam a escassez de experiências no Ensino Fundamental em língua portuguesa, sugerindo a necessidade de expandir os estudos nesse tema.

Viana e Lozada (2020), apresentam uma pesquisa que avaliou a eficácia da ABP no ensino de Probabilidade no Ensino Médio, visando o desenvolvimento de competências e habilidades conforme a BNCC. Os resultados indicam a necessidade de os professores conhecerem a ABP, adaptando-a para a Educação Básica. Concluiu que a aplicação da ABP foi uma experiência valiosa, sugerindo repetição para familiarização dos estudantes com essa metodologia.

Costa Júnior (2021), aborda a implementação da Aprendizagem Baseada em Problemas na disciplina de Matemática, com foco em aulas de Geometria para estudantes do Ensino Fundamental, incluindo a modalidade regular e a Educação de Jovens e Adultos. O estudo envolve uma revisão histórica e filosófica da ABP, destacando sua aplicação em diversas áreas.

A análise dos variados textos indica que a ABP pode ter efeitos positivos sobre a aprendizagem dos estudantes em vários ambientes educacionais no Brasil. As experiências narradas apontam que a ABP desempenha um papel importante no estímulo tanto dos estudantes quanto dos professores.

Estando agora familiarizados com o método de ensino ABP com desenho curricular, passa-se a apresentar as sequências didáticas elaboradas com base nesse método.

7. SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS BASEADAS NA ABP: UM NOVO OLHAR PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Na prática da docência, percebe-se, tanto nos anos finais do Ensino Fundamental, como no Ensino Médio, que existem dificuldades com conteúdos da Matemática que são ministrados nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Como já foi observado no Capítulo 5, pelos dados coletados dos professores participantes, a maioria desses professores recebeu uma formação profissional mais superficial dos conteúdos ensinados nos anos iniciais do Ensino Fundamental (Curi, 2004). Assim, surgiu a ideia de criar sequências didáticas, que pudessem auxiliar os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental a sanar as maiores dificuldades de aprendizagem dos estudantes com tópicos de Matemática.

Para a escolha dos conteúdos abordados nas sequências didáticas desenvolvidas e apresentadas neste capítulo, usaram-se as informações do Capítulo 5, assim como a própria experiência adquirida ao longo da carreira. Assim, as sequências didáticas versarão sobre frações equivalentes, adição e subtração de frações, perímetro e unidade de medida e comprimento, área e unidades de medida de área, e probabilidade de um evento.

Conforme mencionado anteriormente, as sequências didáticas foram elaboradas usando o modelo de ABP relacionado ao desenho curricular de Drake e Long (2009). A escolha desse método de ensino foi baseada: na sua eficácia (Merritt *et al.*, 2017), na capacidade que ele tem de desenvolver o raciocínio lógico (competência específica da Matemática presente na BNCC); e na constatação da não existência, na literatura brasileira, de sequências didáticas, voltadas aos anos iniciais do Ensino Fundamental, que o envolvessem.

Para melhor compreensão, antes de apresentar as sequências didáticas, serão aprofundadas as quatro etapas do modelo de ABP de Drake e Long (2009). É importante ressaltar que, durante a aplicação das sequências as etapas podem ser repetidas quantas vezes forem necessárias para que haja uma aprendizagem significativa.

O primeiro passo é intitulado pelas autoras como *Engajamento*. Nessa fase o professor deve apresentar aos estudantes um problema relevante, ou seja, um problema que justifique a necessidade de aprender um determinado conteúdo de Matemática. Além de despertar o interesse dos estudantes, essa etapa serve também para garantir que eles entenderam o desafio proposto. O interesse dos estudantes pode ser estimulado recorrendo a imagens, vídeos, brincadeiras ou textos.

O segundo passo é denominado *Inquérito* ou *Investigação*. Nessa etapa, os estudantes realizam uma avaliação dos conhecimentos necessários para resolver o problema, identificando o que já sabem e o que precisam saber. O foco é determinar a melhor maneira de adquirir as informações necessárias, incentivando a autonomia na busca de conhecimento.

É sugerido ao professor que promova uma discussão em sala de aula com os estudantes sobre o problema a ser solucionado, solicitando que expressem quais dados do problema podem ser usados para resolvê-lo. Todas as respostas dadas pelos estudantes devem ser anotadas no quadro.

Dada a maturidade dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, é importante nesse estágio que o pensamento dos estudantes seja direcionado pelo professor, usando perguntas, tanto para descobrir os conhecimentos que eles já possuem, como aqueles que precisam ser investigados para resolver o problema.

É importante reiterar que o professor desempenha o papel de tutor durante as atividades. Após coletar as informações fornecidas pelos estudantes, é fundamental que o professor auxilie na organização das ideias e promova uma revisão dos conteúdos que são pré-requisitos para a resolução da situação-problema. Após abordar esses pré-requisitos, o professor, se julgar necessário, pode empregar abordagens lúdicas e materiais manipuláveis para facilitar uma compreensão mais aprofundada.

Na terceira etapa, intitulada *Resolução do Problema*, os estudantes, após terem adquirido as informações relevantes, analisam suas opções e deliberam sobre a ação ou decisão a ser tomada. Essa etapa promove o pensamento crítico e a aplicação prática do conhecimento adquirido.

Nessa etapa, os estudantes devem analisar os caminhos que podem ser seguidos, escolher o caminho mais apropriado e, finalmente, resolver o problema. Durante essa fase, o professor fornece subsídios aos estudantes, auxiliando-os na reflexão sobre o problema e na busca pela resposta.

Aqui, nas sequências desenvolvidas, optou-se por se mesclar as etapas de Investigação e Resolução do Problema: ambas se encontram embutidas nas listas de exercícios.

A última etapa é identificada como *Recapitulação*. Nessa fase final, os estudantes, além de descreverem como chegaram à solução do problema, eles também podem discutir sobre o que aprenderam e como esses novos conhecimentos podem ser úteis em outras situações. Essa reflexão não só consolida o aprendizado, mas também contribui para o desenvolvimento de habilidades metacognitivas, permitindo que os estudantes compreendam e aprimorem suas estratégias de resolução de problemas.

Durante essa fase, o professor deve registrar na lousa os resultados obtidos pelos estudantes. Caso só haja soluções erradas, todas elas devem ser discutidas. No entanto, se encontradas respostas corretas, mesmo essas devem ser debatidas, para evitar que por algum acaso se tenha obtido por sorte a resposta correta. Assim, devem ser analisadas tanto as respostas certas como as erradas, pois é importante que o professor entenda os erros dos estudantes.

Como pode ser observado, a terceira etapa do modelo de ABP empregue nas sequências, Resolução do Problema, é uma dificuldade apontada no estudo apresentado no Capítulo 5. Assim, essa etapa do modelo acabará por ajudar, de forma implícita, a sanar a dificuldade com resolução de problemas.

As sequências didáticas abrangem as seguintes competências gerais da BNCC:

> [...] 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
> [...] 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
> 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
> [...] 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (Brasil, 2017, p. 9-10).

Além disso, as sequências didáticas também abrangem competências específicas da Matemática na BNCC:

> 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
> 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> [...] 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não

> na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (Brasil, 2017, p. 267)

As sequências didáticas devem ser desenvolvidas, preferencialmente, nas séries em que se iniciam os assuntos tratados nelas, no entanto, elas também podem ser aplicadas em séries posteriores, caso o professor perceba que os estudantes não consolidaram completamente o conteúdo quando apresentado nas séries anteriores. Dessa forma, o professor do 5º ano do Ensino Fundamental pode aplicá-las como intervenção pedagógica.

É importante salientar que as atividades foram concebidas levando em consideração os recursos disponíveis nas escolas públicas, a utilização da sala de aula e, quando necessário deixar o espaço tradicional, a exploração de ambientes acessíveis para professores e estudantes, de modo a não interferir no funcionamento de outras áreas do ambiente escolar.

Na ABP é necessário que a avaliação tenha caráter formativo, ou seja, que acompanhe continuamente o desenvolvimento dos estudantes e identifique eventuais obstáculos que possam surgir durante o processo de aprendizagem. Dessa forma, o professor deverá avaliar todo o caminho percorrido pelos estudantes: desde a abordagem à situação-problema até o envolvimento na execução das listas de exercícios, passando pelas reflexões promovidas por eles. As reflexões e as correções do processo devem ser consideradas, já que contribuem para melhorias contínuas e autoconhecimento.

A seguir serão apresentadas sete sequências didáticas. Para cada sequência didática serão mencionados:

- os objetos de conhecimento a serem abordados e a Unidade Temática à qual pertencem;
- o tempo de duração previsto para a aplicação da sequência;
- o ano escolar recomendado para a aplicação da sequência didática;
- os objetivos da aprendizagem;
- as habilidades contempladas pelo CRMG (habilidades essas também presentes na BNCC);
- o material necessário para desenvolver a sequência didática.

Para facilitar a descrição do funcionamento de cada sequência didática, essas serão expostas de acordo com as quatro etapas do modelo de desenho curricular e serão intercaladas com comentários destinados aos professores. Além disso, para auxiliar os professores, é possível encontrar nos Apêndices, todas as listas de exercícios associadas às sequências didáticas, devidamente formatadas.

7.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE FRAÇÕES EQUIVALENTES

Objetos de Conhecimento: Frações equivalentes

Unidade Temática: Números

Duração: Previsão de 2 aulas (módulos de 50 minutos)

Ano escolar: 5º ano do Ensino Fundamental

Objetivos da aprendizagem:

- Identificar frações equivalentes, reconhecendo que representam a mesma quantidade mesmo que tenham denominadores e numeradores diferentes.
- Reconhecer frações equivalentes através de representação geométrica.
- Comparar e ordenar frações.

Habilidades (CRMG):

- (EF05MA04) Identificar frações equivalentes.
- (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

Material Necessário:

Cópias do texto que apresenta a situação-problema e da lista de exercícios (que se encontra no Apêndice B).

Antes de iniciar a sequência didática, o professor deverá dividir a turma em pequenas equipes, de modo a permitir a colaboração entre estudantes. Em seguida, pode iniciar a sequência didática.

Contudo, antes de adentrar, é importante salientar que vários livros didáticos abordam de forma clara os conteúdos de frações equivalentes e comparação de frações, como por exemplo os livros *Matemática Bianchini* de Bianchini (2022), e *Teláris Essencial* de Dante e Viana (2022). Não obstante, seria interessante que em sala de aula o professor introduzisse os tópicos de frações equivalentes e comparação de frações usando problemas motivacionais, problemas esses que impulsionam a necessidade de aprender sobre frações equivalentes e comparação de frações. Essa é a abordagem da presente sequência didática.

1. Engajamento

O professor nesta fase vai apresentar um problema sobre comparação de frações que requer o uso de frações equivalentes. Na apresentação do problema, o professor não deve mencionar nada sobre frações equivalentes e comparação de frações. Isso irá surgir durante a sequência didática, no momento apropriado.

Inicialmente, é entregue aos estudantes o enunciado do problema, que diz o seguinte: "Suponhamos que você tem um irmão e quer descobrir se ele comeu mais bolo que você, pois você gosta muito de bolo e não está disposto a comer menos que ele. Suponhamos que você comeu 4/9 e que ele comeu 5/11. Como deve proceder para descobrir quem comeu mais?"

No caso do problema motivacional apresentado acima, a dificuldade não jaz na pergunta em si, mas sim na sua resolução. Contudo, nem sempre os problemas motivacionais serão simples de compreender e o professor tem sempre que se certificar que todos os estudantes entenderam os problemas, mesmo que ainda não tenham ideia de como proceder.

2. Inquérito/Investigação

Nesta fase, o professor entrega a Lista de Exercícios 1 e conversa com os estudantes, dizendo-lhes que, com as noções de fração e seus significados, de representação geométrica de uma fração e de área de uma figura, e com a resolução das Listas de Exercícios 1 e 2, eles serão capazes de descobrir a ferramenta necessária para responder ao problema. Aqui, o professor deve averiguar que todos os estudantes se lembram dessas noções antes de prosseguir para a próxima fase.

As próximas duas fases serão "visitadas" duas vezes, isso para permitir direcionar o pensamento dos estudantes e evitar que eles percam o foco. Portanto, somente à segunda "visita" à fase de Resolução do Problema, é que os estudantes irão de fato resolver o problema.

3. Resolução do Problema

Nesta primeira "visita" à fase de Resolução do Problema, os estudantes irão descobrir informalmente, com a resolução da Lista de Exercícios 1, a noção de frações equivalentes. O professor deve dar tempo suficiente para os estudantes resolverem a lista: é necessário permitir que os estudantes tenham tempo para refletir, visto que um dos objetivos desta sequência didática é desenvolver o raciocínio lógico. O papel do professor é de facilitador, sem nunca dar respostas.

Ao final da resolução da Lista de Exercícios 1, as equipes deverão entregar os seus trabalhos ao professor, que tomará nota das soluções obtidas no quadro. À medida que o professor vai registrando na lousa os resultados de cada questão, se houver alguma equipe que tenha errado, o professor deve indagar, junto a essa equipe, sobre a forma como chegaram ao resultado. Durante a explicação, é possível que a própria equipe perceba seu erro. Contudo, caso isso não aconteça, o professor pode pedir a uma equipe que acertou, para explicar aos colegas como fizeram para alcançar o resultado. A seguir discute-se sobre a resolução de cada item da Lista de Exercícios 1.

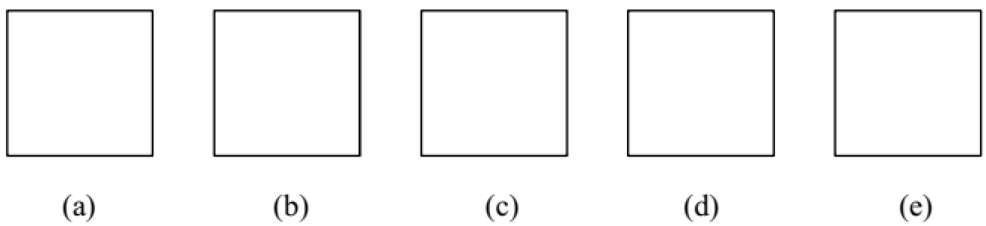
Olhando para as duas primeiras questões da Lista de Exercícios 1, colocadas nas Figuras 3 e 4, é possível observar que essas questões não deverão oferecer muitas dificuldades.

A primeira questão desafia os estudantes a observar e comparar visualmente os quadrados para determinar se são todos iguais em tamanho e forma.

Figura 3: Questão 1 da Lista de Exercícios 1

Questão 1: Considere os quadrados da Figura 1.

Figura 1: Quadrados



Os quadrados são todos iguais? *Resposta*: ____

____

Como chegou a essa conclusão? *Resposta*: ____

____

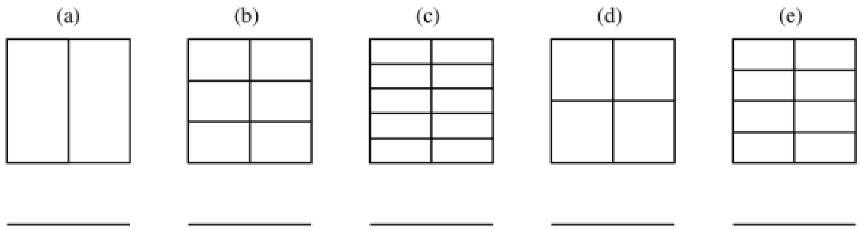
Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 157)

A questão 2 tem como objetivo explorar o entendimento dos estudantes sobre frações e como elas se relacionam com a divisão de formas geométricas.

Figura 4: Questão 2 da Lista de Exercícios 1

Questão 2: Na Figura 2 representamos esses mesmos quadrados, mas cada um deles encontra-se subdividido. Abaixo de cada quadrado, diga em quantas partes iguais cada um deles se encontra dividido.

Figura 2: Quadrados subdivididos



(a) No quadrado da Figura 2a, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____________________

(b) No quadrado da Figura 2b, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____________________

(c) No quadrado da Figura 2c, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____________________

(d) No quadrado da Figura 2d, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____________________

(e) No quadrado da Figura 2e, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____________________

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 157)

Já a questão 3, pode gerar alguns problemas (ver Figura 5). Dadas as questões anteriores, nomeadamente, o fato de saberem que os cinco quadrados possuem a mesma área, é possível que eles respondam 1/2 a todos os itens da questão 3. Se isso acontecer o professor deve dar uma dica: o professor deve ter o cuidado de não providenciar a resposta. Essa dica pode ser: “Por exemplo na Figura 3b, o quadrado está dividido em seis partes, quantas partes estão coloridas em relação ao número total de partes, ou seja, que fração do quadrado está colorida?

Figura 5: Questão 3 da Lista de Exercícios 1

Questão 3: Na Figura 3 representamos os mesmos quadrados subdivididos que na Figura 2, só que aqui umafração do quadrado está colorida de vermelho. Que fração do quadrado está colorida na:

(a) Figura 3a? *Resposta:* ____________________

(b) Figura 3b? *Resposta:* ____________________

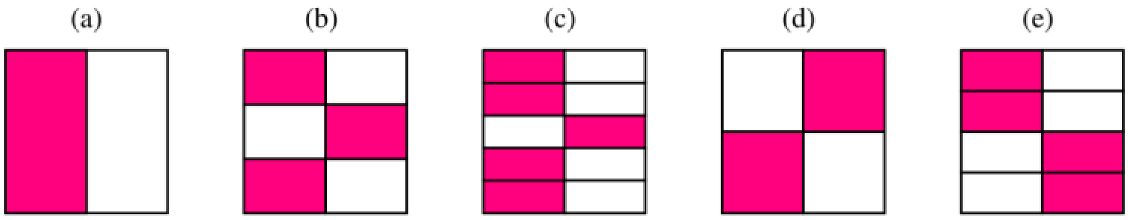
(c) Figura 3c? *Resposta:* ____________________

(d) Figura 3d? *Resposta:* ____________________

(e) Figura 3e? *Resposta:* ____________________

____

Figura 3: Quadrados Coloridos



Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 158)

A priori, a questão 4, apresentada na Figura 6, não causará grandes dificuldades, mas caso os estudantes não consigam visualizar que as áreas coloridas de cada quadrado são iguais, o professor pode sugerir que eles façam as medições das áreas coloridas de cada quadrado, de modo a constatarem se são ou não idênticas.

Figura 6: Questões 4 e 5 da Lista de Exercícios 1

Questão 4: Olhando para os cinco quadrados da Figura 3, a área colorida dos cinco quadrados é a mesma? *Resposta:* ____________________

____

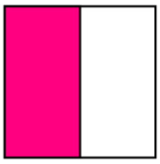
Questão 5: Observando os quadrados da Figura 3 e as respostas às questões 3 (a), 3 (b), 3 (c), 3 (d) e 3 (e), o que a questão 4 e sua resposta parece indicar? *Resposta*: ____________________

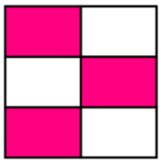
____

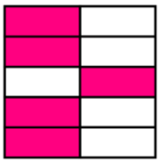
Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 158)

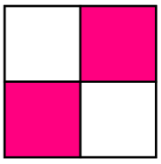
A questão 5 da Lista de Exercícios 1, constante da Figura 6, é a mais difícil. Essa requer que os estudantes façam a junção dos resultados às questões 3 e 4, ou seja, se as frações associadas às partes coloridas dos quadrados 3a, 3b, 3c, 3d e 3e são, respectivamente, 1/2, 3/6, 5/10, 2/4 e 4/8 e se as áreas coloridas dos mesmos cinco quadrados são iguais, então ½ = 3/6 = 5/10 = 2/4 = 4/8.

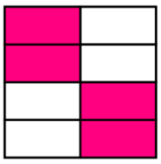
Se os estudantes não tiverem chegado a essa conclusão, o professor deve ajudá-los a deduzir. Pode fazê-lo usando parte do que foi dito acima, ou seja,

se  corresponde a 1/2,

se  corresponde a 3/6,

se  corresponde a 5/10,

se  corresponde a 2/4 e

se  corresponde a 4/8,

o que se pode dizer sobre a relação entre 1/2, 3/6, 5/10, 2/4 e 4/8, sabendo que todos as áreas coloridas dos quadrados acima são iguais?

4. <u>Recapitulação</u>

Nesta primeira “visita” à fase de Recapitulação, o professor distribui a Lista de Exercícios 2 e discute com a turma sobre o que foi descoberto com a Lista de Exercícios 1, aproveitando para introduzir a noção de frações equivalentes – isso foi resumido no topo da Lista de Exercícios 2. O que foi descoberto com a primeira lista vai servir de base para a resolução da segunda, onde os estudantes vão deslindar uma forma prática de achar frações equivalentes, que por sua vez permitirá comparar duas frações.

Esta primeira “visita” à fase de Recapitulação é necessária para garantir que os estudantes não percam o foco. A priori a sequência didática desenvolvida até aqui durará uma aula. O restante da sequência didática deverá ser terminado na próxima aula. Nessa aula, o professor pede às equipes para que resolvam a segunda lista de exercícios, voltando assim à fase de Resolução do Problema.

3. Resolução do Problema

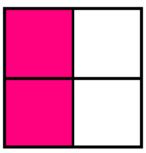
Com base nas representações geométricas de frações, os estudantes viram, na resolução da Lista de Exercícios 1, o que são frações equivalentes. Nesta segunda “visita” à fase de Resolução do Problema, os estudantes irão aprofundar a noção de frações equivalentes, aprender a calculá-las e com base nisso, aprender a comparar frações.

Nesta segunda “visita”, a sequência didática deve desenrolar-se do mesmo modo, ou seja, o professor deve dar tempo aos estudantes para resolverem a lista e deve manter o papel de mentor. Igualmente, ao final da resolução da segunda lista, os estudantes entregam-na ao professor para que ele possa anotar os resultados na lousa, permitindo assim que se possam discutir os resultados, tal como na resolução da primeira lista. A seguir expõem-se os possíveis problemas que possam decorrer com a resolução da segunda lista.

A questão 1 da Lista de Exercícios 2, conforme ilustrado na Figura 7, serve para verificar se os estudantes se lembram como é definida uma fração. Nessa questão colocou-se uma representação geométrica de 2/4, para ajudá-los a se relembrarem. Contudo, se eles não se recordarem, o professor deve incentivá-los a procurar – na realidade isso foi falado na aula anterior, na fase de Inquérito/Investigação.

Figura 7: Questão 1 da Lista de Exercícios 2

Questão 1: Considerando a representação geométrica de $\frac{2}{4}$,



, a que é que correspondem o numerador e o denominador da fração $\frac{2}{4}$? *Resposta:*

____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 159)

As questões 2 e 3, ilustradas nas Figuras 8 e Figura 9, são relativamente simples. O objetivo dessas questões é servir de base à questão 4, presente na Figura 10.

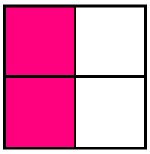
Figura 8: Questão 2 da Lista de Exercícios 2

Questão 2: Se multiplicarmos o numerador e o denominador de $\frac{2}{4}$ por 2, o que se obtém?

Resposta: ____

Represente na própria Figura 1, a solução dessa multiplicação.

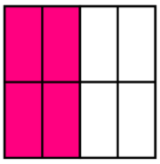
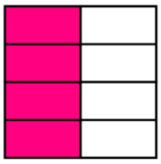
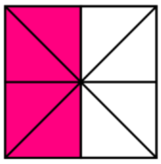
Figura 1: Representação geométrica de $\frac{2}{4}$



____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 159)

O que se espera que os estudantes façam na Figura 1 da questão 2, é acrescentar segmentos de retas, de tal modo que essa fique igual a

 , ou  , ou  ,

por exemplo.

Figura 9: Questão 3 da Lista de Exercícios 2

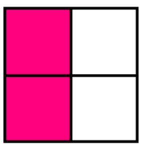
Questão 3: Se dividirmos o numerador e o denominador de $\frac{2}{4}$ por 2, o que se obtém? *Resposta:*

____

O que se deve fazer à Figura 2, para que ela represente a solução dessa divisão? *Resposta:*

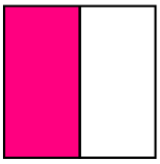
____

Figura 2: Representação geométrica de $\frac{2}{4}$



Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 159)

Na Figura 2 da questão 3, espera-se algo diferente, espera-se que eles digam que retiraram o segmento de reta horizontal que divide o quadrado em dois, conforme o que segue.



Para completar as afirmações da questão 4 (ver Figura 10), os estudantes deverão ter verificado: da resolução da questão 2 que, quando se multiplica por 2 o numerador e o denominador, isso produz uma duplicação do número de partes coloridas e do número total de partes iguais do quadrado, sem produzir um aumento na área do quadrado e na parte colorida; e da solução da questão 3 que, quando se divide o numerador e o denominador por 2, isso leva a uma redução de metade do número de partes coloridas e do número total de partes iguais do quadrado, sem acarretar em uma diminuição da área do quadrado e sua parte colorida.

Figura 10: Questão 4 da Lista de Exercícios 2

Questão 4: Preencha os espaços em branco das afirmações que seguem:

(a) "Assim, multiplicar o numerador e o denominador de uma fração por um número n, ____________________ o número de subdivisões do objeto original por um fator n, mas ____________________ a relação entre o numerador e o denominador da fração."

(b) "Enquanto que dividir o numerador e o denominador de uma fração por um número n, ____________________ o número de subdivisões do objeto original por um fator n, mas ____________________ a relação entre o numerador e o denominador da fração."

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 160)

As afirmações da questão 4 são uma generalização do que se viu nas questões 2 e 3. Caso os estudantes tenham dificuldade em completar essas frases, o professor pode dizer para eles observarem o que aconteceu com as representações geométricas das questões 2 e 3 depois de multiplicar e dividir, respectivamente, por 2.

A questão 5, presente na Figura 11, é relativamente simples: nela os estudantes irão formalizar o processo para obter frações equivalentes.

Figura 11: Questão 5 da Lista de Exercícios 2

Questão 5: Complete a seguinte frase:

(a) Como na questão 2, ao multiplicarmos o numerador e o denominador por 2 obtivemos

$$\frac{2 \times 2}{4 \times 2} = \frac{4}{8}$$

e na questão 3, ao dividirmos por 2 obtivemos

$$\frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2},$$

e como de (1) sabemos que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ são frações equivalentes basta ________________

ou ____________________ o numerador e o denominador por um mesmo número.

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 160)

As questões 6 e 7, ilustradas na Figura 12, não deverão oferecer dificuldades: elas servem para consolidar o tópico de frações equivalentes.

Figura 12: Questões 6 e 7 da Lista de Exercícios 2

Questão 6: Quanto é

(a) $\frac{1 \, x \, 3}{2 \, x \, 3}$? *Resposta:* ____

O que podemos dizer sobre a relação entre as $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$? *Resposta:* ______________________

(b) $\frac{5 \div 5}{10 \div 5}$? *Resposta:* ____

O que podemos dizer sobre a relação entre as $\frac{5}{10}$ e $\frac{1}{2}$? *Resposta:* ____________________

(c) $\frac{4 \div 2}{8 \div 2}$? *Resposta:* ____

O que podemos dizer sobre a relação entre as $\frac{4}{8}$ e $\frac{2}{4}$? *Resposta:* ______________________

(d) $\frac{1 \, x \, 2}{2 \, x \, 2}$? *Resposta:* ____

O que podemos dizer sobre a relação entre as $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$? *Resposta:* ______________________

____

Questão 7: Com base em tudo o que viu até agora, calcule sete frações equivalentes a $\frac{4}{10}$, sem usar representações geométricas. *Resposta:* ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 160 - 161)

As questões 8, 9, 10 e 11 (ver Figuras 13 e 14) foram projetadas com o intuito de levar os estudantes a elaborar um método que permita comparar frações. A resolução das questões 8 e 9 permitirão determinar como é efetuada a comparação de frações com denominadores idênticos. Se os estudantes não souberem como abordar a questão 8, o professor pode dar a seguinte dica: “O que é que o denominador representa na fração?” Isso já foi respondido na primeira questão da Lista de Exercícios 2: o denominador da fração diz em quantas partes iguais o inteiro está dividido. Com isso, eles deveriam constatar que, esse é o motivo pelo qual é possível efetuar a comparação de frações com denominadores idênticos. Sabendo a resposta à questão 8, a questão 9 é relativamente simples.

Figura 13: Questões 8 e 9 da Lista de Exercícios 2

Questão 8: Quando se pretende comparar duas frações, para determinar qual das duas é a maior, e que essas frações possuem o mesmo denominador, é possível fazer a comparação? Por quê? *Resposta:* ____

____

Questão 9: Quando se comparam duas frações com o mesmo denominador, para determinar o maior, basta comparar o quê? *Resposta:* ______________________________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 161)

Figura 14: Questões 10, 11 e 12 da Lista de Exercícios 2

Questão 10: Na sua opinião, é possível comparar duas frações com denominadores diferentes? Por quê? *Resposta:* ____

____

Questão 11: Com base no que vimos até agora, o que se deve fazer para que a comparação entre duas frações possa ser efetuada? *Resposta:* ______________________________________

____

Questão 12: Tente agora resolver o problema que foi dado no início

(a) Suponhamos que você tem um irmão e quer descobrir se ele comeu mais bolo que você, pois você gosta muito de bolo e não está disposto a comer menos que ele. Suponhamos que você comeu $\frac{4}{9}$ e que ele comeu $\frac{5}{11}$. Como deve proceder para descobrir quem comeu mais? *Resposta:* ____

____

(b) Você ficou bravo com seu irmão? *Resposta:* ______________________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice B, p. 161)

Encontrar as respostas às questões 10 e 11, providenciará os estudantes com um método para comparar frações com denominadores diferentes. Se os estudantes não tiverem ideia sobre como responder à questão 10, é só remetê-los à resposta da questão 8. Caso os estudantes não saibam como responder à questão 11, é só dizer-lhes que: “Dado que da questão 8 sabemos que, para comparar duas frações é necessário que as frações tenham denominadores idênticos, então o que temos que fazer para poder comparar duas frações com denominadores diferentes?”

Finalmente, pode-se resolver o problema que tinha sido dado no início da sequência didática, questão 12, pois agora os estudantes possuem todas as ferramentas necessárias para solucioná-lo, ver Figura 14.

4. Recapitulação

Nesta segunda “visita” à fase de Recapitulação, o professor recapitula tudo o que foi aprendido com a Lista de Exercícios 2, nomeadamente, como se obtêm frações equivalentes, como todas as frações equivalentes possuem a mesma razão entre os seus numeradores e denominadores, como se efetua a comparação de duas frações com denominadores idênticos e com denominadores diferentes. A turma pode ainda discutir sobre as potencialidades das noções que foram abordadas nesta sequência didática.

7.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA QUE PERMITE DEDUZIR A FÓRMULA DA SOMA DE FRAÇÕES

Objeto de Conhecimento: Adição de fração
Unidade Temática: Números
Duração: Previsão de 3 aulas (módulos de 50 minutos)
Ano escolar: 5º ano do Ensino Fundamental

Objetivos da aprendizagem:

- Identificar adição de frações através de representação geométrica.
- Reconhecer adição de frações através de frações equivalentes.
- Somar frações com denominadores iguais e com denominadores diferentes.
- Adicionar frações pelo método cruzado.
- Adicionar frações utilizando o mínimo múltiplo comum.

Habilidades (CRMG):

- (EF05MA26MG) Calcular adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes pela equivalência.

Material Necessário:

Envelopes (o número de envelopes é igual ao número de grupos), círculos de Etileno Vinil Acetato (três círculos, de cores diferentes, para cada envelope), uma cópia das três listas de exercícios (presentes no Apêndice C).

A sequência didática, apresentada nessa seção, foi elaborada com o intuito de introduzir um tópico de Matemática, a adição e subtração de frações. Nela, os próprios estudantes deduzirão o procedimento por detrás das duas operações aritméticas. A sequência didática deverá ser realizada em grupo, dessa forma deve-se dividir a sala em pequenos grupos antes de iniciá-la.

Fazendo uma análise de catorze livros didáticos sobre a forma como abordam o tema, revelou-se que todos, exceto dois: *Pires (2014) e de Munhoz, Nazareth e Toledo (2021)*, usam frações equivalentes para iniciar a adição e subtração de frações. No entanto, não encontramos atividades didáticas que deduzam o algoritmo para soma e subtração de frações. Alguns livros explicam a escolha de frações equivalentes, enquanto outros apenas mencionam o uso sem detalhar o processo. Alguns estudos sugerem jogos e materiais concretos para facilitar a aprendizagem, mas há uma carência de atividades que desenvolvam o raciocínio lógico e a curiosidade, competências essenciais da BNCC.

Diante disso, considera-se a importância de criar uma sequência didática que integre esses aspectos, verificando previamente a existência de atividades baseadas na metodologia ABP e constatando sua ausência. Gonçalves e Ferreira (2023) publicaram um artigo na Revista Educação Matemática Debate referente a essa sequência. No artigo é possível encontrar informações adicionais. O link para acesso é: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/7377.

1. <u>Engajamento</u>

Nesta etapa o professor apresentará aos estudantes a situação-problema referente à adição e subtração de frações. Nesse momento, o professor não deve comentar nada sobre os métodos utilizados para adicionar e subtrair frações. O estudante chegará sozinho a esses métodos.

A situação-problema é: “Nosso desafio é explorar as frações e desvendar os segredos por trás da adição e subtração de frações. Vocês deverão investigar e aprender como se adicionam e subtraem frações e depois deverão descrever como isso é feito.”

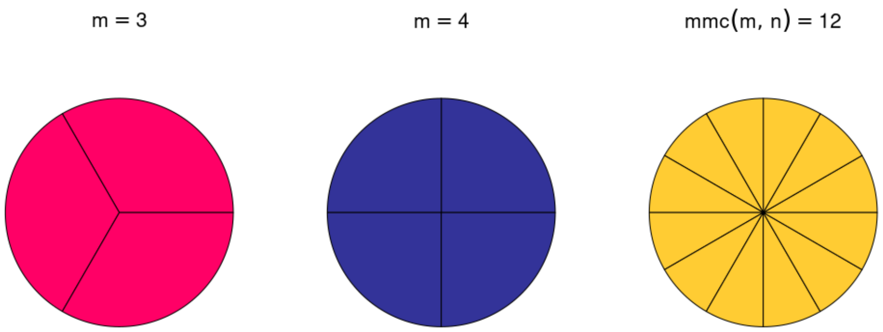
A situação-problema apresentada incentiva os estudantes a se envolverem ativamente na exploração e compreensão das frações, dada a importância de conhecer os métodos de adição e subtração associados a elas. Ao utilizar termos como "explorar" e "desvendar", o desafio cria uma atmosfera de curiosidade e descoberta, motivando os estudantes a se dedicarem ao tema de forma mais envolvente.

2. <u>Inquérito ou Investigação</u>

Nessa fase, o professor entrega, a cada equipe, a primeira lista de exercícios e um envelope numerado com três círculos de Etileno Vinil Acetato – conhecido como EVA, cada um de sua cor.

Esses círculos de EVA são todos do mesmo tamanho, dos quais dois deles estão divididos em m e n setores iguais (m e n podem ser iguais) e o terceiro possui um número de setores idênticos, igual ao mínimo múltiplo comum entre m e n – representado por mmc(m, n). Para facilitar a logística da atividade, os círculos com m setores idênticos foram identificados com a cor vermelha, os círculos com n setores iguais, com a cor azul e os círculos com mmc(m, n) setores idênticos, com a cor amarela. A Figura 15 ilustra um conjunto possível de três círculos, onde m = 3, n = 4 e o mmc(3,4) = 12.

Figura 15: Representação dos Círculos de EVA



Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 9)

Ao finalizar a entrega do material, o professor segue dizendo aos estudantes que com os conhecimentos sobre frações equivalentes, múltiplos e números primos e, com a resolução das listas, eles serão capazes de deduzir como é feita a adição e subtração de frações. Neste momento, será necessário fazer uma revisão sobre frações equivalentes. Trabalhe esse tema com material concreto, como por exemplo, discos de frações, réguas de frações, régua de carpinteiro, material cuisenaire, entre outros. O trabalho com material concreto deixará os estudantes motivados com a sequência didática. Se o professor já tiver aplicado a sequência didática da seção anterior, basta o professor fazer uma breve revisão na lousa. Após revisar os conceitos necessários, avance para as próximas etapas.

As duas etapas seguintes serão repetidas três vezes, correspondendo ao número de listas de atividades nesta sequência didática. Essas etapas têm como objetivo orientar os estudantes na resolução da situação-problema apresentada.

3. Resolução do Problema

Na Lista de Exercícios 1, presente no Apêndice C página 159, os estudantes serão apresentados pela primeira vez à etapa de Resolução do Problema. Aqui, eles irão manipular os círculos fornecidos no envelope e perceberão que é viável realizar a adição de frações através de representações geométricas. Eles também irão compreender que, quando os denominadores das frações são iguais, basta somar seus numeradores mantendo os denominadores inalterados, enquanto para frações com denominadores diferentes, é necessário converter as frações em equivalentes com denominadores comuns.

Os estudantes devem ter tempo suficiente para refletirem e desenvolverem a Lista de Exercícios 1. O professor não deve dar respostas, já que um dos objetivos da sequência didática é desenvolver o raciocínio lógico.

Após concluírem a resolução da lista, as equipes devem submeter seus trabalhos ao professor que registrará as descobertas dos estudantes na lousa. Caso haja equívocos, o professor pede que uma equipe explique sua linha de raciocínio, o que muitas vezes leva os estudantes a identificarem e corrigirem seus próprios erros.

As três primeiras questões da Lista de Exercícios 1, apresentadas na Figuras 16 e 17, não devem oferecer dificuldade aos estudantes. As duas primeiras preparam os estudantes para a resolução da questão 3, que introduz a adição de frações através da manipulação dos círculos contidos nos envelopes, proporcionando uma representação concreta da soma das frações.

Figura 16 – Questões 1, 2 e 3 da Lista de Exercícios 1

Questão 1. Olhando para o círculo vermelho, escrevam a fração correspondente a um setor desse círculo. *Resposta*: ____

Questão 2. Observando o círculo azul, escrevam a fração correspondente a um setor azul. *Resposta*: ____

Questão 3. Com o auxílio do círculo amarelo, descubram a fração correspondente à união de um setor vermelho com um setor azul. *Resposta*: ___________________________

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 10)

Figura 17 – Refazendo as questões 1, 2 e 3 da Lista de Exercícios 1 após a troca de envelopes

Troquem o seu envelope de círculos com o de outra equipe e respondam de novo às Questões 1, 2 e 3. Façam isso até terem esgotado todos os envelopes de círculos. Registrem todos os resultados na Tabela 1.

Tabela 1

Coluna 1: Envelope	**Coluna 2: Fração correspondente a um setor vermelho**	**Coluna 3: Fração correspondente a um setor azul**	**Coluna 4: Fração correspondente à união de um setor vermelho com um setor azul**
1			
⋮			

Fonte: Autoria própria

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 10)

Figura 18 – Preenchimento da Tabela 1 da Lista de Exercícios 1

Tabela 1

Coluna 1: Envelope	**Coluna 2: Fração correspondente a um setor vermelho**	**Coluna 3: Fração correspondente a um setor azul**	**Coluna 4: Fração correspondente à união de um setor vermelho com um setor azul**
1	1/3	1/4	7/12
2	¼	1/6	5/12
3	1/6	4/9	11/18
4	½	1/3	5/6
5	1/3	2/5	11/15
6	1/7	3/7	4/7
7	1/9	4/9	5/9
8	3/4	1/8	7/8
9	1/10	2/5	5/10
10	1/4	1/5	9/20

Fonte: Autoria própria

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 11)

Uma opção de preenchimento da Tabela 1 da Lista de Exercícios 1, está presente na Figura 18.

Entre as questões 4, 5 e 6 (ver Figura 19), a última que deve apresentar maior dificuldade. A questão 4 direciona os estudantes a considerarem o uso de representações geométricas das frações para determinar a adição. A questão 5 incentiva os estudantes a relacionarem as representações visuais das frações com as operações aritméticas, promovendo a conexão entre o concreto e o abstrato no contexto das frações.

Para a questão 6, pode ser necessário que o professor forneça uma dica, como por exemplo: "Considerando que para somar frações com denominadores iguais, basta adicionar os numeradores e manter os denominadores, o que vocês acham que precisam fazer com as frações que possuem denominadores diferentes para que possam ser somadas?"

Figura 19 – Questões 4, 5 e 6 da Lista de Exercícios 1

Questão 4. Com o uso das representações geométricas das frações, podemos determinar a adição de frações? *Resposta*: ____

Questão 5. Observando os valores das frações na Tabela 1, existe alguma tripla de círculos em que a soma das frações pareça ser simples? Explique o porquê. *Resposta*: ____

Questão 6. Quanto à soma das frações que não têm denominadores iguais, o que acham que deve ser feito? *Resposta*: ____

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 10)

4. Recapitulação

Após a conclusão da Lista de Exercícios 1, os estudantes serão apresentados pela primeira vez à fase de Recapitulação. Nesta etapa, o professor distribuirá a Lista de Exercícios 2 e conduzirá uma discussão em sala de aula sobre as lições aprendidas na primeira lista. O professor deve assegurar que os estudantes reconheçam a eficácia da abordagem geométrica na adição de frações e compreendam que, para somar frações com denominadores idênticos, basta adicionar os numeradores, mantendo os denominadores, enquanto para somar frações com denominadores diferentes, é necessário converter as frações em equivalentes com denominadores comuns.

Na primeira abordagem de todas as etapas da sequência didática, está prevista uma aula com duração de 50 minutos, reservando a resolução da Lista de Exercícios 2 para a aula seguinte. Durante a próxima aula, os grupos serão reorganizados, e a sequência didática retomará a fase de Resolução do Problema.

3. Resolução do Problema

A Lista de Exercícios 2, presente no Apêndice C página 161, foi elaborada com base nos conjuntos de círculos mencionados na Tabela 1. Assim, caso o professor decida utilizar círculos com divisões diferentes das indicadas na Tabela 1, será necessário ajustar as questões da lista 2.

Neste estágio, os estudantes terão a oportunidade de revisitar a fase de Resolução do Problema, desta vez utilizando a Lista de Exercícios 2. O objetivo dessa lista é mostrar aos estudantes as diversas maneiras de obter frações equivalentes às frações dadas na soma, evidenciando a relação entre elas. Aqui, os estudantes também precisarão de tempo para analisar e resolver as questões propostas. Da mesma forma que ocorreu com a primeira lista, os estudantes devem entregar a Lista de Exercícios 2 para que o professor possa registrar os resultados no quadro e promover discussões sobre os erros e acertos.

As questões 1, 2 e 3 da Lista de Exercícios 2, apresentadas nas Figuras 20 e 21, destacam a importância do entendimento sobre frações equivalentes e do denominador comum na adição de frações, enfatizam a aplicação desses conceitos, incentivando os estudantes a calcularem as somas das frações de forma completa, promovendo uma compreensão mais profunda do conceito. As três questões não devem oferecer dificuldade aos estudantes.

Figura 20 – Questões 1 e 2 da Lista de Exercícios 2

Questão 1. Dado que, para somar frações, essas precisam ter um denominador comum, escrevam nos respectivos locais da Tabela 2, as 10 menores frações equivalentes não nulas das frações presentes nas colunas 2 e 3 da Tabela 1. Façam isso, apenas para as triplas nas quais os denominadores das frações das colunas 2 e 3 não sejam iguais.

Questão 2. Circulem as frações equivalentes da coluna 2 e da coluna 3, na Tabela 2, que possuam os menores denominadores comuns.

Tabela 2

Coluna 1: Envelope	**Coluna 2: Frações equivalentes às frações da coluna 2 da Tabela 1**	**Coluna 3: Frações equivalentes às frações da coluna 3 da Tabela 1**
1		
⋮		

Fonte: Autoria própria

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 11-12)

Figura 21 – Questão 3 da Lista de Exercícios 2

Questão 3. Com base no que descobriram até agora, calculem as somas das frações que seguem. Não escrevam apenas o resultado final.

1/3 + 1/4 =	1/4 + 1/6 =
1/6 + 4/9 =	1/2 + 1/3 =
1/3 + 2/5 =	1/7 + 3/7 =
1/9 + 4/9 =	3/4 + 1/8 =
2/5 + 1/10 =	1/4 + 1/5 =

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 12)

Figura 22 – Questões 4 e 5 da Lista de Exercícios 2

Questão 4. Para efetuar as adições da Questão 3, qual foi o critério que usaram para escolher as frações equivalentes e por quê? *Resposta*: ____

Questão 5. Poderiam ter escolhido outras frações equivalentes para fazer as somas referidas na Questão 4? Justifique. *Resposta*: ____

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 12)

Figura 23 – Questão 6 da Lista de Exercícios 2

Questão 6. Escrevam os 10 primeiros múltiplos não nulos de cada número indicado na Tabela 3. Note que os números da Tabela 3 coincidem com os denominadores das colunas 2 e 3 da versão preenchida da Tabela 1.

Tabela 3

Número	**Múltiplos**
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Fonte: Autoria própria

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 12)

As questões 4 e 5 (ver Figura 22), consolidam as questões anteriores. A questão 4 avalia a compreensão dos estudantes sobre o conceito de equivalência de frações e como eles aplicam esse conhecimento e a questão 5 levam os estudantes a refletirem sobre a possibilidade de escolher outras frações equivalentes para realizar as mesmas adições discutidas na questão anterior.

Figura 24 – Questões 7 e 8 da Lista de Exercícios 2

Questão 7. Inspecionando a Tabela 3, determine os menores múltiplos comuns entre os pares de números na Tabela 4.

Questão 8. Os mínimos múltiplos comuns (*mmc*) da Tabela 4, coincidem com os menores denominadores comuns das frações equivalentes da Tabela 2? *Resposta*: _________________

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 12)

Figura 25 – Tabela 4 da Lista de Exercícios 2

Tabela 4

Par de números	**Menor múltiplo comum (ou mínimo múltiplo comum)**
3 e 4	
4 e 6	
6 e 9	
2 e 3	
3 e 5	
4 e 8	
5 e 10	
4 e 5	

Fonte: Autoria própria

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 13)

As questões 6, 7 e 8, mostradas nas Figuras 23, 24 e 25, acima, abordam conceitos fundamentais de múltiplos e mínimos múltiplos comuns, bem como sua relação com os denominadores das frações. Esses conceitos serão utilizados para a resolução das questões subsequentes. As questões não deverão apresentar muitas dificuldades aos estudantes.

A questão 9 (Figuras 26 e 27) pede o preenchimento da Tabela 5 envolvendo conceitos de números primos.

Figura 26 – Questão 9 da Lista de Exercícios 2

Questão 9. Preencham a Tabela 5.

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 12 - 13)

Figura 27 – Tabela 5 da Lista de Exercícios 2

Tabela 5

m	***n***	**Fatores primos de *m***	**Fatores primos de *n***	**Fatores primos comuns a *m* e *n***	**Fatores primos que só aparecem em *m***	**Fatores primos que só aparecem em *n***	**Produto dos fatores das 3 colunas anteriores**
3	4						
4	6						
6	9						
2	3						
3	5						
4	8						
10	5						
4	5						

Fonte: Autoria própria

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 13)

As questões 10 e 11 podem apresentar algumas dificuldades aos estudantes e as questões 12 e 13 são as mais difíceis da lista. Todas elas estão apresentadas na Figura 28.

Figura 28 – Questões 10, 11, 12 e 13 da Lista de Exercícios 2

Questão 10. Os valores da última coluna da Tabela 5 coincidem com os mínimos múltiplos comuns da Tabela 4? *Resposta*: ____

Questão 11. Olhando para a Tabela 5, quando *m* e *n* não têm fatores comuns, como podemos dizer que é obtido o mínimo múltiplo comum? *Resposta*:_____________________________

Questão 12. Inspecionando a Tabela 5, quando *m* ou *n* é um múltiplo de *n* ou *m*, respectivamente, como podemos dizer que é obtido o mínimo múltiplo comum? *Resposta*:____

Questão 13. Quando *m* e *n* têm fatores comuns, mas o maior não é um múltiplo do menor, como podemos dizer que é obtido o mínimo múltiplo comum? *Resposta*: __________________

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 12 - 13)

As questões acima exploram conceitos relacionados ao mínimo múltiplo comum e números primos. Para uma melhor compreensão do que é esperado dessas questões, será apresentado o preenchimento da Tabela 5, presente na Figura 29.

Figura 29 – Preenchimento da Tabela 5 da Lista de Exercícios 2

Tabela 5

m	***n***	**Fatores primos de *m***	**Fatores primos de *n***	**Fatores primos comuns a *m* e *n***	**Fatores primos que só aparecem em *m***	**Fatores primos que só aparecem em *n***	**Produto dos fatores das 3 colunas anteriores**
3	4	3	2, 2	Não há	3	2, 2	$3 \times 2 \times 2 = 12$
4	6	2, 2	2, 3	2	2	3	$2 \times 2 \times 3 = 12$
6	9	2,3	3, 3	3	2	3	$3 \times 2 \times 3 = 18$
2	3	2	3	Não há	2	3	$2 \times 3 = 6$
3	5	3	5	Não há	3	5	$3 \times 5 = 15$
4	8	2, 2	2, 2, 2	2, 2	Não há	2	$2 \times 2 \times 2 = 8$
10	5	2,5	5	5	2	Não há	$5 \times 2 = 10$
4	5	2, 2	5	Não há	2, 2	5	$2 \times 2 \times 5 = 20$

Fonte: Autoria própria

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 14)

Na questão 10 espera-se que os estudantes reconheçam se há ou não coincidência entre os valores. Uma resposta correta implicaria uma compreensão precisa dos mínimos múltiplos comuns e da relação entre eles nas tabelas apresentadas. Na questão 11 os estudantes devem demonstrar a compreensão de que, quando m e n não compartilham fatores comuns, o m.m.c. é simplesmente o produto dos dois números.

No que diz respeito à questão 12, caso os estudantes não tenham percebido que quando m ou n é um múltiplo do outro, o mínimo múltiplo comum é simplesmente m ou n, respectivamente, o professor pode solicitar que observem as linhas com m = 4 e n = 8, e m = 10 e n = 5. Quanto à questão 13, o professor pode pedir aos estudantes que examinem as linhas com m = 4 e n = 6, e m = 6 e n = 9, e que se atentam aos títulos das quatro últimas colunas da Tabela 5. Embora essas dicas possam não ter sido suficientes para que os estudantes determinassem os mínimos múltiplos comuns, o papel do professor é incentivar o raciocínio dos estudantes, evitando fornecer as respostas prontas.

4. <u>Recapitulação</u>

Neste momento, a fase de Recapitulação é apesentada pela segunda vez aos estudantes. Ao término da Lista de Exercícios 2, o professor deve transpor os dados das Tabelas 2 a 5 para a lousa, promovendo uma discussão coletiva para verificar se os estudantes alcançaram as respostas corretas. Assim como no primeiro momento da fase de Recapitulação, caso haja alguma informação incorreta nas tabelas, é recomendável pedir a uma equipe que explique o processo utilizado para chegar àquele resultado. Se, após a explicação, o erro persistir, o professor deve fornecer dicas que orientem os estudantes a identificar a falha. Após a análise de todos os resultados, os estudantes podem receber a lista 3.

A segunda abordagem de todas as etapas da sequência didática, tem como previsão uma aula de 50 minutos. Dessa forma, a resolução da Lista de Exercícios 3 provavelmente ficará para a próxima aula, quando os grupos deverão ser reorganizados, e a sequência didática deverá ser retomada da fase de Resolução do Problema.

3. <u>Resolução do Problema</u>

Com a Lista de Exercícios 3, presente no Apêndice C página 164, revisita-se a fase de Resolução do Problema pela terceira vez. Esse conjunto de exercícios aborda a adição de frações com denominadores diferentes, utilizando frações equivalentes, mínimo múltiplo comum e um terceiro método conhecido como produto cruzado. Além disso, as questões práticas presentes na lista exploram esses métodos e questionam se os mesmos processos podem ser aplicados à subtração de frações.

Para a realização da Lista de Exercícios 3, os estudantes precisarão de tempo para analisar e resolver as questões propostas. Assim, como nas duas primeiras listas, os estudantes devem entregar a Lista de Exercícios 3 para que o professor possa registrar os resultados no quadro e promover discussões sobre os erros e acertos. Ao final, os estudantes terão adquirido os conhecimentos necessários para responder à situação-problema.

A questão 1 da Lista de Exercícios 3 é relativamente simples, no entanto, a questão 2 é uma das mais difíceis da lista. Se na questão 2, os estudantes não conseguirem explicar o terceiro processo de adição de frações, o professor deve perguntar como fizeram para achar as frações equivalentes de a/b e c/d. As duas questões estão presentes na Figura 30, abaixo.

As questões 3, 4 e 5 (Figura 31) oferecem uma abordagem diferente para realizar a mesma adição de frações, permitindo que os estudantes pratiquem diferentes técnicas e compreendam a relação entre frações equivalentes e a adição de frações.

Figura 30 – Questões 1 e 2 da Lista de Exercícios 3

Questão 1. Preencham a Tabela 6.

Tabela 6

a/b	***c/d***	***bd***	**Fração equivalente a *a/b* com denominador igual a *bd***	**Fração equivalente a *c/d* com denominador igual a *bd***	**Soma das duas últimas colunas**
1/3	¼				
1/4	1/6				
1/6	4/9				
1/2	1/3				
1/3	2/5				
3/4	1/8				
1/10	2/5				
1/4	1/5				

Fonte: Autoria própria

Questão 2. Baseado no que foi feito na Tabela 6, como podemos fazer a soma de duas frações com denominadores diferentes? *Resposta*: ____

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 15)

Figura 31 – Questões 3, 4 e 5 da Lista de Exercícios 3

Questão 3. Façam a adição de 5/18 com 5/12, usando listagens de frações equivalentes. *Resposta*: ____

Questão 4. Efetuem a mesma adição que na Questão 3, mas agora usando o mínimo múltiplo comum para determinar o denominador das frações equivalentes. *Resposta*: ________________

Questão 5. Efetuem a mesma adição que na Questão 3, mas agora usando a última forma de proceder que viram – conhecida como *produto cruzado*. *Resposta*: ______________________

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 15)

Nas questões 6 e 7 (Figura 32), os estudantes são desafiados a calcularem a adição das frações 3/5 e 2/7 e das frações 3/5 e 3/10 usando três métodos diferentes: listagens de frações equivalentes, o mínimo múltiplo comum e o método do produto cruzado. Essa abordagem oferece uma oportunidade para os estudantes praticarem e compararem os resultados obtidos por meio de diferentes técnicas de adição de frações. Comparar os resultados pode ajuda-los a desenvolverem uma compreensão mais profunda das propriedades das frações e das diferentes estratégias disponíveis para resolver problemas matemáticos.

Figura 32 – Questões 6 e 7 da Lista de Exercícios 3

Questão 6. Calcule 3/5 + 2/7, usando os três métodos. *Resposta*: ________________________

Questão 7. Calcule 3/5 + 3/10, usando os três métodos. *Resposta*: ______________________

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 15)

A questão 8 (Figura 33), convida os estudantes a refletirem sobre os processos de adição de frações apresentados nas listas anteriores e determinar se esses mesmos métodos podem ser aplicados à subtração de frações. Essa questão é a mais difícil da Lista de Exercícios 3, assim, o professor pode sugerir que os estudantes tentem resolver a subtração 1/3 - 1/4, utilizando o método de listagem de frações equivalentes. Como em ocasiões anteriores de reflexão, o professor deve encorajar os estudantes a pensar por si mesmos, evitando fornecer a resposta prontamente.

Figura 33 – Questão 8 da Lista de Exercícios 3

Questão 8. Os processos de adição de frações que vimos nas Listas 1, 2 e 3, podem ser usados para a subtração de frações? Por quê? *Resposta*: ____________________________________

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 15)

Finalizada a Lista de Exercícios 3, os estudantes possuem o conhecimento necessário para responder a situação-problema apresentada no início da sequência didática: “Nosso desafio é explorar as frações e desvendar os segredos por trás da adição e subtração de frações. Vocês deverão investigar e aprender como se adicionam e subtraem frações e depois deverão descrever como isso é feito.” Peça aos grupos que apresentem a resposta da situação-problema para os colegas.

4. <u>Recapitulação</u>

Após a conclusão da Lista de Exercícios 3, a etapa de Recapitulação é retomada pela terceira vez. Nesse momento, após as apresentações dos grupos sobre os métodos utilizados para adicionar e subtrair frações perante os colegas, o professor deve revisar tudo o que foi aprendido: a adição e subtração de frações por meio de listagem de frações equivalentes, o uso do mínimo múltiplo comum e o método do produto cruzado. A classe pode discutir também as dificuldades enfrentadas e as habilidades desenvolvidas ao longo da execução da sequência didática.

7.3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PERÍMETRO

Objetos de conhecimento: Perímetro
Unidade Temática: Grandezas e Medidas
Duração: Previsão de 1 aula (módulo de 50 minutos)
Ano escolar: 4º ano do Ensino Fundamental

Objetivos da aprendizagem:

- Definir o que é perímetro e compreender sua importância.
- Reconhecer que o perímetro é a medida total do contorno de uma figura.
- Aprender a calcular o perímetro de formas básicas, como quadrados, retângulos, triângulos.

Habilidades (CRMG):

- (EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.
- (EF04MA33MG) Calcular perímetro de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparar perímetros de duas figuras sem uso de fórmulas.

Material Necessário:

Cópias do texto da situação-problema e da lista de exercício (presente no Apêndice D).

Esta sequência didática foi criada para introduzir o conceito de perímetro a estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. Durante o processo, os próprios estudantes serão guiados a deduzir a relação entre o perímetro de um polígono e a soma de seus lados. Além disso, a sequência explora o cálculo do perímetro de diversos polígonos e investiga a conexão entre as dimensões dos lados e o perímetro. Ela também promove a aplicação desses conceitos em contextos práticos. A sequência didática deve ser realizada em pequenos grupos, assim a divisão da sala deve ser feita antes de iniciá-la.

1. Engajamento

Nesta fase, é fundamental que o professor motive os estudantes em relação ao tema, buscando despertar o interesse deles na resolução da situação-problema. A metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas sugere a incorporação de situações cotidianas na elaboração dos problemas sempre que viável. Dessa forma, optou-se por uma situação-problema envolvendo jardim e cercas. Comece entregando aos estudantes o texto que apresentará a seguinte situação-problema: "Um jardim tem a forma de um triângulo equilátero com uma medida de contorno de 60 metros. Outro jardim é quadrado e a medida de seu lado é de 15 metros. Qual jardim requer mais cerca para ser totalmente cercado?"

O problema traz uma pergunta direta e clara, porém, é importante que o professor se certifique de que todos os estudantes compreenderam a questão. Desafia os estudantes a aplicarem seus conhecimentos sobre perímetro e formas geométricas, estimulando-os a analisar as características das formas e a pensar em como calcular o perímetro de cada uma delas para resolver o problema.

2. Inquérito ou Investigação

Nesta etapa, o professor distribui a Lista de Exercícios 1, e conversa com os estudantes, explicando que, com as propriedades de triângulos, retângulos e quadrados, com a noção de segmentos de retas e com a resolução das Listas de Exercícios 1, eles serão capazes de descobrir a ferramenta necessária para resolver o problema. Talvez seja necessário o professor revisar essas noções antes de avançar para a próxima etapa. As próximas duas etapas servem para orientar o pensamento dos estudantes e evitar que eles percam o foco.

3. Resolução do Problema

Nesta fase, os estudantes serão guiados pela primeira vez na Resolução do Problema usando a Lista de Exercícios 1. Com a lista eles compreenderão, informalmente, que para calcular o perímetro de um polígono basta somar os lados desse polígono.

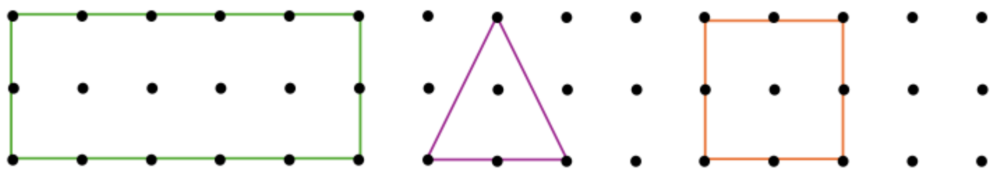
O professor deve dar tempo suficiente para a resolução da Lista de Exercícios 1, orientando seus estudantes sem contar-lhes a resposta. É importante lembrar que o método ABP promove o desenvolvimento do raciocínio lógico e a autonomia do estudante.

No final da resolução da Lista de Exercícios 1, as equipes entregam seus trabalhos ao professor, que registra as soluções no quadro. No momento de reflexão o professor deverá discutir com os estudantes suas respostas. Se houver enganos, o professor solicita que uma equipe explique seu pensamento, proporcionando frequentemente aos estudantes a oportunidade de identificar e corrigir seus próprios erros.

Figura 34 – Questões 1 e 2 da Lista de Exercícios 1

Questão 1: Observe a Figura 1 abaixo.

Figura 1: Polígonos na malha pontilhada



Fonte: (Autoria própria)

Quais polígonos temos desenhado na malha pontilhada? *Resposta*: ______________________

____

Questão 2: Observe somente o retângulo. Quais são suas características? *Resposta*: _________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice D, p. 169)

As questões 1 e 2, apresentadas na Figura 34, são questões fáceis e não apresentarão dificuldades aos estudantes. No entanto, elas preparam os estudantes para as próximas questões. A questão 1 leva os estudantes a perceberem que estamos trabalhando com polígonos diferentes, ao final da sequência eles perceberão que o cálculo do perímetro é igual para diferentes polígonos. Já a questão 2 tem o objetivo de ajudar os estudantes a identificarem que o retângulo possui dois lados opostos paralelos e iguais. Assim, no momento que for pedido para calcular o perímetro de um retângulo eles saberão que o valor do comprimento e da largura serão somados duas vezes.

Figura 35 – Questões 3 a 8 da Lista de Exercícios 1

Questão 3: O lado esquerdo do retângulo é composto por quantos segmentos de reta? *Resposta*: ____

Questão 4: E o lado direito? *Resposta*: ____

Questão 5: O lado de cima do retângulo é composto por quantos segmentos de reta? *Resposta*: ____

Questão 6: E o lado de baixo? *Resposta*: ____

Questão 7: Com base nas questões anteriores e suas respostas, o contorno do retângulo é composto por quantos segmentos de reta? *Resposta*: ____

Questão 8: Se cada segmento de reta mede 1 cm de comprimento, quantos centímetros tem o contorno do retângulo? *Resposta*: ____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice D, p. 169 - 170)

As questões 3 a 8, presentes na Figura 35 são simples, desde que os estudantes saibam o que é um segmento de reta. A questão 9 (ver Figura 36) permite aos estudantes tentarem formalizar a noção de perímetro de retângulo.

Figura 36 – Questão 9 da Lista de Exercícios 1

Questão 9: Baseado no que fez até agora, como acha que é calculado o contorno de um retângulo? *Resposta*: ____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice D, p. 170)

As questões 10 a 13, presentes na Figura 37, servem para os estudantes verificarem que o cálculo do perímetro do quadrado é de certa forma igual ao cálculo do perímetro de um retângulo.

Figura 37 – Questões 10 a 13 da Lista de Exercícios 1

Questão 10: Agora, observe o quadrado. Quais são as características do quadrado? *Resposta*:

____

____

Questão 11: Quantos segmentos de reta possui cada lado do quadrado? *Resposta*: __________

____

Questão 12: Baseado na resposta à questão 11, quantos segmentos de reta possui o contorno do quadrado? *Resposta*: ____

____

Questão 13: Tal como na questão 8, se cada segmento de reta mede 1 cm, quanto mede o contorno do quadrado? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice D, p. 170)

As questões 14 e 15 (Figura 38) reforçam os conhecimentos adquiridos anteriormente. A questão 14 é mais desafiadora porque exige uma compreensão mais profunda. Espera-se que os estudantes percebam que, no caso do perímetro do triângulo, não é possível usar a malha quadriculada para achar o comprimento de todos os lados do triângulo. Assim, essa questão pretende que os estudantes percebam a importância de usar uma unidade de medida padronizada, permitindo, assim, o uso de ferramentas para determinar o comprimento. A questão 15 é mais direta e menos complexa. Espera-se que eles lembrem que podem usar a régua para achar o comprimento dos lados, visto que na questão 8 já se falou que cada segmento de reta mede 1 cm.

Figura 38 – Questões 14 e 15 da Lista de Exercícios 1

Questão 14: Para determinar o contorno do triângulo, você pode calculá-lo do mesmo modo que calculou os contornos do quadrado e do retângulo? Porquê? *Resposta*: ______________

____

Questão 15: Como pode fazer para calcular o contorno do triângulo? *Resposta*: ____________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice D, p. 170)

A questão 16 oferece uma atividade prática para aplicação desse conceito. Enquanto isso, a questão 17 formaliza o conceito de perímetro. As questões 16 e 17 estão apresentadas na Figura 39, abaixo.

Figura 39 – Questões 16 e 17 da Lista de Exercícios 1

Questão 16: Encontre o valor do contorno do triângulo desenhado na malha pontilhada. *Resposta*: ____

____

Questão 17: Baseado nas suas descobertas até agora, complete a frase usando as palavras do quadro.

polígono – soma – contorno – lados

"Podemos afirmar que para encontrar o valor do ____________________ de um polígono, basta encontrar a __________ dos comprimentos dos __________ desse ____________."

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice D, p. 170)

Até este ponto, os estudantes já terão aprendido a calcular o perímetro de polígonos e compreender a relação entre o perímetro e as medidas dos lados de diferentes polígonos. Portanto, estarão preparados para responder à situação-problema apresentada no início da sequência didática. Essa questão inicial é abordada como a questão 18 da Lista de Exercícios 1 e está apresentada na Figura 40.

Figura 40 – Questão 18 da Lista de Exercícios 1

Questão 18: Tente agora resolver o problema dado no início:

(a) Um jardim tem a forma de um triângulo equilátero com uma medida de contorno de 60 metros. Outro jardim é quadrado e a medida de seu lado é de 15 metros. Qual jardim requer mais cerca para ser totalmente cercado? *Resposta*: ________________________

____

____

(b) Você ficou surpreso com a resposta? Justifique. *Resposta*: ______________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice D, p. 171)

Espera-se que os estudantes percebam que o triângulo equilátero possui 60 metros de perímetro e que o quadrado também possui a mesma medida de perímetro. Logo, os dois jardins possuem a mesma quantidade de cerca.

4. Recapitulação

Na fase de Recapitulação o professor deve discutir o que foi aprendido com a Lista de Exercícios 1 e introduzir o conceito de perímetro. Escreva no quadro as respostas dadas pelos grupos e dê a eles a oportunidade de fazer suas próprias correções. O professor deve assegurar que todos os estudantes compreenderam que para calcular o perímetro de um polígono basta somar os comprimentos de seus lados.

7.4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO

Objetos de conhecimento: Unidades de medida de comprimento
Unidade Temática: Grandezas e Medidas
Duração: Previsão de 3 aulas (módulos de 50 minutos)
Ano escolar: 4º ano do Ensino Fundamental

Objetivos da aprendizagem:

- Associar o cálculo do perímetro às unidades de medida, como centímetros, metros, quilômetros, etc.
- Conhecer as unidades de medida de comprimento e a equivalência entre elas.

Habilidades (CRMG):

- (EF03MA19X) Estimar, medir e comparar comprimentos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (metro, centímetro e milímetro) e diversos instrumentos de medida, através de experiências e utilização de materiais manipuláveis.
- (EF04MA20) Medir e estimar comprimentos (incluindo perímetros), massas e capacidades, utilizando unidades de medida padronizadas mais usuais, valorizando e respeitando a cultura local.

Material Necessário:

Cópias da situação-problema e das listas de exercícios (presentes no Apêndice E), pedaços de barbantes com 1 metro de comprimento e 1 decímetro de comprimento para cada grupo, réguas, trenas ou fitas métricas.

Essa sequência didática utiliza do conceito aprendido na sequência didática anterior para introduzir as unidades de medidas de comprimento. Dessa forma, para o professor que achar interessante, pode-se primeiramente aplicar a sequência didática *7.3 Sequência Didática sobre Perímetro*, para depois aplicar esta sequência didática. O intuito desta sequência é mostrar aos estudantes as unidades de medida usadas para medir comprimento, a importância de usar medidas adequadas e a equivalência entre elas.

Para a resolução das listas de exercícios serão necessários pedaços de barbante medindo 1 metro de comprimento e pedaços medindo 1 decímetro de comprimento, réguas, trenas ou fitas métricas. O intuito é calcular o perímetro de objetos que temos na sala de aula, como porta, lousa, mesa, janelas, entre outros e assim, introduzir as unidades de medida de comprimento.

É importante que no momento da realização da sequência didática o professor já tenha analisado o espaço da sala de aula e tenha escolhido quais objetos serão utilizados para o cálculo. O ideal é escolher objetos que meçam quantidades em metro e em decímetro e que, ao somar os lados o resultado também dê quantidade em metro e quantidade em decímetro como por exemplo 1,10 m x 0,80 m ou 2,40 m x 1,20 m.

Divida os estudantes em grupos, de tal modo que, a quantidade de grupos seja a quantidade de objetos escolhidos e inicie a sequência didática.

1. <u>Engajamento</u>

Para envolver os estudantes no tema, esta fase será abordada por meio de tirinha. As crianças têm grande afinidade com tirinhas devido à abordagem humorística do tema. A tirinha selecionada neste contexto incentiva os estudantes a refletirem sobre as unidades de medida padrão.

Embora a tirinha seja compreensível, responder às perguntas relacionadas a ela requer conhecimento sobre unidades de medida de comprimento e sua conversão. Portanto, os estudantes podem entender o enredo da tirinha, mas enfrentam dificuldades para responder às questões sem esse conhecimento prévio. Esse conhecimento eles possuirão ao final da sequência didática.

Comece apresentando a seguinte situação-problema: “Leia a tirinha abaixo. Qual unidade de medida de comprimento é indicada para medir alturas? Escreva a altura do Caco usando essa unidade de medida de comprimento. Ao mudar a unidade de medida para milímetros, Caco ficou mais alto? Por quê?”

Figura 41: Tirinha sobre unidades de medida de comprimento

Fonte: (http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-atividades-e-haja-unidades-de-medida/)

2. Inquérito ou Investigação

Nesta etapa, o professor distribui a Lista de Exercícios 1, os pedaços de barbantes de um metro de comprimento, e atribui o objeto, no qual será medido o perímetro, a cada grupo. Em seguida, conversa com os estudantes, explicando que, utilizando o conceito de perímetro e com a resolução das Listas de Exercícios 1, 2, 3 e 4, eles serão capazes de descobrir a ferramenta necessária para resolver o problema.

Talvez seja necessário o professor revisar o conceito de perímetro ou, como sugerido anteriormente, aplicar a sequência didática 7.3 apresentada neste trabalho antes de avançar para a próxima etapa, além de revisar frações e operações inversas (multiplicação e divisão).

As próximas duas etapas serão repetidas quatro vezes, uma para cada lista de exercícios nesta sequência didática. O propósito dessas etapas é guiar os estudantes na resolução da situação-problema apresentada.

3. Resolução do Problema

Nesta etapa, utilizando a Lista de Exercícios 1, os estudantes serão orientados pela primeira vez na Resolução do Problema. A primeira lista apresenta uma progressão lógica, da identificação do desafio na medição até a compreensão da necessidade de unidades de medidas diferentes. Essa abordagem prática, aliada à reflexão e à criatividade, enriquece a compreensão dos estudantes sobre o uso adequado das unidades de medida em situações específicas.

Iniciando a Lista de Exercícios 1, a questão 1 reforça o conceito de perímetro preparando os estudantes para medir os objetos. A questão 1, apresentada na Figura 42, não deve trazer dificuldades aos estudantes.

Figura 42 – Questão 1 da Lista de Exercícios 1

Questão 1: Como devemos proceder para calcular o perímetro do objeto? *Resposta*: _________
____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 169)

Figura 43 – Questões 2 e 3 da Lista de Exercícios 1

Questão 2: Utilize do barbante de 1 metro de comprimento, fornecido ao grupo, para tentar medir os lados do objeto. Após tentarem medir o objeto, quais foram as dificuldades que vocês encontraram? *Resposta*: ____
____

Questão 3: Se as tentativas não derem certo, encontre outra maneira e tente calcular o perímetro do objeto. Descreva como vocês fizeram isso. Vocês conseguiram medir o perímetro dessa outra forma? *Resposta*: ____
____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 172)

As questões 2 e 3 são mostradas na Figura 43, acima. Como os objetos escolhidos possuem lados que medem provavelmente mais que um metro os grupos, na questão 2, perceberão que não é possível medir, com exatidão, os lados dos objetos utilizando o pedaço de barbante de 1 metro, pois os lados são maiores ou menores que esse pedaço.

Diante desse impasse, a questão 3 estimula a imaginação dos estudantes na tentativa de medir o perímetro de forma alternativa. Talvez alguns grupos virem o barbante de tal modo que parte do barbante fique em um lado do objeto e parte do barbante fica em outro lado do objeto. Talvez tentem juntar os pedaços que sobram de cada lado do objeto para completar o pedaço de barbante de um metro, entre outras possibilidades. O fato é que os estudantes perceberão que mesmo com as tentativas eles não conseguirão medir exatamente o perímetro dos objetos, pois a soma dos lados também pode não ser um número exato em metros.

A questão 4 (Figura 44) fará os estudantes entenderem que, para medirem com exatidão o perímetro, precisarão de um barbante menor que aquele que lhes foi entregue. A pergunta estimula os estudantes a aplicarem os conceitos previamente aprendidos e a desenvolverem habilidades de resolução de problemas, promovendo o pensamento crítico e a criatividade.

Figura 44 – Questão 4 da Lista de Exercícios 1

Questão 4: O que faltou para conseguir calcular o valor exato dos lados e, consequentemente, o perímetro do objeto? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 172)

4. Recapitulação

Após a conclusão da Lista de Exercícios 1, os estudantes serão encaminhados pela primeira vez à fase de Recapitulação. Ao final da resolução da Lista de Exercícios 1, o professor deverá discutir com os estudantes os métodos que utilizaram para medir o perímetro do objeto atribuído ao grupo. É importante que os estudantes tenham consciência de que o método proposto na primeira lista de atividades não é adequado e que é necessário usar pedaços de barbantes de tamanhos diferentes para medir o perímetro com precisão.

Após essa compreensão, o professor deverá dizer aos estudantes que eles receberão um pedaço de barbante de 1 decímetro de comprimento e que, junto com o outro que mede um metro, poderão medir os objetos. Peça que utilizem os dois barbantes para responder às perguntas da Lista de Exercícios 2.

3. Resolução do Problema

Nesta etapa, revista pela segunda vez, os estudantes utilizando a Lista de Exercícios 2, conhecerão desde a aplicação prática das unidades de medida até a reflexão sobre a escolha dessas unidades de medidas para diferentes contextos. A segunda lista de atividades ensina aos estudantes conceitos fundamentais sobre medição e promove o desenvolvimento de habilidades matemáticas práticas e reflexivas.

As questões 1, 2 e 3 (ver Figura 45, abaixo) são relativamente fáceis, pois os estudantes possuem ferramentas suficientes para resolvê-las. A questão 1 incentiva os estudantes a usarem os barbantes para calcular os lados do objeto. A explicação esperada pode revelar as dificuldades iniciais na medição e destacar a importância do desafio proposto.

A questão 2 procura saber quanto medem os lados do objeto e como chegaram a esses valores. Essa questão visa avaliar a compreensão dos estudantes sobre a medição dos lados, incentivando a explicação dos processos utilizados. Enquanto isso, a questão 3 explora a medição do perímetro do objeto. Solicita uma explicação sobre o processo adotado pelos estudantes para chegar a esse resultado, promovendo uma análise mais abrangente da atividade.

Figura 45 – Questões 1, 2 e 3 da Lista de Exercícios 2

Questão 1: Utilizando os dois pedaços de barbante tente calcular o comprimento dos lados do objeto. Explique o que aconteceu? *Resposta*: ____

____

Questão 2: Quanto medem os lados do objeto? Como chegaram a esses valores? *Resposta*: ____

____

Questão 3: Quanto mede o perímetro desse objeto? Explique como chegou a esse resultado. *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 173)

Figura 46 – Questões 4, 5 e 6 da Lista de Exercícios 2

Questão 4: Qual a importância de ter unidades de medida diferentes (metro e decímetro) nesta atividade? *Resposta*: ____

____

Questão 5: Observando o comprimento dos dois barbantes entregues ao grupo, essas duas unidades de medidas de comprimento (metro e decímetro) são as mais indicadas para medirem pequenos comprimentos, como de um lápis ou de uma borracha? Explique por quê. *Resposta*:

____

____

Questão 6: Observando o comprimento dos dois barbantes entregues ao grupo, essas duas unidades de medidas de comprimento (metro e decímetro) são as mais indicadas para medirem grandes comprimentos, como a distância entre duas cidades? Explique por quê. *Resposta*:

____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 173)

A questão 4 questiona sobre a relevância de ter unidades de medida diferentes (metro e decímetro) na atividade. Espera-se que os estudantes reflitam sobre a aplicação prática dessas unidades e a questão 5 avalia a capacidade dos estudantes em aplicar conceitos aprendidos sobre metro e decímetro. Busca entender se reconhecem a adequação dessas unidades para pequenas medições e exige uma justificativa. A questão 6 é similar à questão 5, mas aplicada a grandes comprimentos. Incentiva a reflexão sobre a escala e a escolha adequada de unidades para diferentes situações. As questões 4, 5 e 6 estão apresentadas na Figura 46.

A questão 7 (Figura 47) formaliza a importância de diferentes unidades de medida, busca uma síntese do aprendizado, incentivando os estudantes a refletirem sobre o que aprenderam até o momento na atividade. Pode abranger tanto conceitos específicos como uma visão geral sobre unidades de medida.

Figura 47 – Questão 7 da Lista de Exercícios 2

Questão 7: Analisando o que foi aprendido até o momento, o que podemos concluir sobre as unidades de medidas de comprimento? *Resposta*: ____________________________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 173)

4. Recapitulação

Os estudantes serão encaminhados pela segunda vez à fase de Recapitulação, após terminarem a Lista de Exercícios 2. No final da resolução da lista, o professor deverá fazer uma roda de conversa com os estudantes e eles devem discutir sobre suas decisões e conclusões. Se houver erros, o professor solicita que uma equipe explique seu raciocínio, oferecendo aos estudantes a oportunidade de identificar e corrigir seus próprios equívocos.

A roda de conversa é uma ferramenta pedagógica valiosa para os estudantes perceberem os erros cometidos nas atividades. Primeiramente, ela cria um ambiente colaborativo e inclusivo, onde os estudantes se sentem à vontade para expressar suas ideias e opiniões sem medo de julgamento. Isso encoraja a participação ativa e a troca de experiências entre os colegas.

Durante a roda de conversa, os estudantes têm a oportunidade de discutir abertamente sobre as atividades realizadas, compartilhando os diferentes raciocínios e abordagens utilizadas por cada grupo. Esse processo permite que eles reconheçam os erros cometidos, não apenas nos resultados finais, mas também nos métodos empregados para chegar a esses resultados.

Além disso, quando o professor solicita que uma equipe explique seu raciocínio em caso de erros, isso promove a reflexão crítica e o pensamento metacognitivo nos estudantes. Eles são desafiados a analisar e justificar suas escolhas, identificando onde podem ter cometido equívocos e como podem corrigi-los.

Para finalizar, o professor deve ir à lousa e mostrar as unidades de medidas de comprimento, comece pelo metro, escreva as unidades de medida de comprimento menores que o metro, em seguida, escreva as unidades de medida de comprimento maiores que o metro. Após apresentar as unidades de medidas de comprimento e mostrar sua importância, o professor deverá entregar, aos estudantes, a Lista de Exercícios 3.

Espera-se que todo o processo referente a Lista de Exercícios 1 e a Lista de Exercícios 2 durem cerca de 50 minutos, dessa forma, a resolução da Lista de Exercícios 3 ficará para a próxima aula. Ao final dessa lista os estudantes terão conhecimento suficiente para resolver a situação-problema apresentada no início da sequência didática.

3. Resolução do Problema

A fase de Resolução do Problema será abordada pela terceira vez. Nesta etapa, os estudantes compreenderão a equivalência entre as unidades de medida de comprimento e aprenderão o método para converter unidades de medida maiores em menores. Essa lista possui mais questões que as demais listas e necessitará da sala de informática para concluí-la. É importante frisar que o professor deve dar tempo para os estudantes pensarem, discutirem e responderem às questões.

As questões 1, 2 e 3 estão presentes na Figura 48, abaixo. A primeira questão da Lista de Exercícios 3 inicia o processo com uma abordagem prática, pedindo aos estudantes que utilizem uma régua ou fita métrica para dividir um metro em decímetros. Este tipo de atividade manual facilita a compreensão tangível das unidades de medida e suas divisões, tornando o aprendizado mais concreto.

A questão 2 reforça o aprendizado anterior ao questionar quantos decímetros há em um metro. A repetição de conceitos em diferentes formas é crucial para solidificar o conhecimento e garantir que os estudantes compreendam a relação fundamental de 1 metro = 10 decímetros.

A questão 3 avança o conceito ao explorar múltiplos de metros, exigindo que os estudantes apliquem o conhecimento de forma incremental. Perguntar quantos decímetros há em dois ou três metros ajuda a generalizar o processo de conversão, demonstrando que a relação é constante.

Figura 48 – Questões 1, 2 e 3 da Lista de Exercícios 3

Questão 1: Com o auxílio de uma régua, trena ou fita métrica e dos dois pedaços de barbantes entregues ao grupo, responda: se dividirmos o barbante de um metro em dez partes do mesmo tamanho, quantos barbantes de um decímetro caberão nele? *Resposta*: ____________________

____

Questão 2: De acordo com a resposta da questão 1, um metro vale quantos decímetros? *Resposta*: ____

____

Questão 3: Dois metros valem quantos decímetros? E três metros? *Resposta*: _______________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 174)

A questão 4, presente na Figura 49, generaliza o processo de conversão de metros para decímetros, incentivando os estudantes a entenderem que a transformação segue um padrão fixo de multiplicação por 10. Essa questão pode ser desafiadora aos estudantes, especialmente para aqueles que tiverem dificuldades em encontrar padrões ou regras gerais.

Figura 49 – Questão 4 da Lista de Exercícios 3

Questão 4: Observando as três questões anteriores, responda: como é possível transformar medidas em metros para decímetros? *Resposta*: ______________________________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 174)

As questões 5 e 6 introduzem frações para representar decímetros em relação a metros. Este é um conceito matemático mais avançado, pois os estudantes precisam entender que um decímetro é uma décima parte de um metro e aplicar isso a múltiplos de decímetros. A utilização de frações ajuda a conectar conceitos de medição com aritmética fracional.

Já a questão 7 explora a conversão inversa, mostrando que para transformar decímetros em metros, é necessário dividir por 10, consolidando o entendimento das operações de conversão.

Dentre as questões 5, 6 e 7, apresentadas na Figura 50, a questão 6 deve apresentar dificuldades aos estudantes. Aqui, os estudantes precisam aplicar o conceito de frações para representar múltiplos de decímetros em relação ao metro. Se os estudantes não estiverem confortáveis com frações ou não compreenderem completamente a relação entre metros e decímetros, essa questão pode ser difícil. Por isso, a importância da revisão do conteúdo de frações.

Figura 50 – Questões 5, 6 e 7 da Lista de Exercícios 3

Questão 5: Pensemos agora no processo contrário: que fração do metro representa um decímetro? *Resposta*: ____

____

Questão 6: Que fração do metro representa dois decímetros? E três decímetros? *Resposta*: ____

____

Questão 7: Como é possível transformar medidas em decímetros para metros? *Resposta*: _____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 174)

As questões 8 e 9, apresentadas na Figura 51, reforçam o que foi aprendido até o momento. A questão 8 oferece prática adicional em conversões, tanto de metros para decímetros quanto de decímetros para metros. A prática repetitiva em diferentes formatos reforça o aprendizado e assegura que os estudantes possam realizar conversões com confiança.

Já a questão 9, leva os estudantes a pensar criticamente sobre a equivalência de diferentes unidades de medida, enfatizando que, independentemente da unidade usada, a medida física não muda. Este é um conceito chave para a compreensão de unidades de medida e suas aplicações.

Figura 51 – Questões 8 e 9 da Lista de Exercícios 3

Questão 8: Vamos treinar o que aprendemos até o momento: 5 metros valem quantos decímetros? 20 decímetros valem quantos metros? *Resposta*: ____________________________

____

Questão 9: Baseado nas suas conclusões, existe uma diferença entre uma medida de 3 metros e outra de 30 decímetros? Por quê? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 174)

A questão 10, ver Figura 52, introduz os prefixos das unidades de medida e seu significado, preparando os estudantes para entenderem as relações entre diferentes unidades. Esta questão requer que os estudantes façam uma pesquisa sobre os prefixos das unidades de medida de comprimento e preencham uma tabela. Se eles não estiverem familiarizados com os prefixos ou não souberem onde encontrar essa informação, podem encontrar dificuldades em responder adequadamente.

Dessa forma, o professor deve sugerir fontes confiáveis de pesquisa, como livros didáticos, sites de educação ou enciclopédias online. Ensine os estudantes a buscar informações específicas e a sintetizá-las de forma clara e concisa.

Figura 52 – Questão 10 da Lista de Exercícios 3

Questão 10: O prefixo deci, significa décima parte, sabendo que decímetro é igual a deci + metro, logo, decímetro significa décima parte do metro. Faça uma pesquisa sobre os prefixos das outras unidades de medida de comprimento e preencha a Tabela 1.

Tabela 1

Unidade de medida de comprimento	Prefixo	Significado do prefixo	Significado da palavra	Quantas vezes é maior (ou menor) que o metro
quilômetro				
hectômetro				
decâmetro				
metro	----------------	-----------------------	----------------------	---------------------
decímetro	deci	décima parte	décima parte do metro	10 vezes menor
centímetro				
milímetro				

Fonte: (Autoria própria)

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 175)

As questões 11 e 12 estão presentes na Figura 53 e focam em unidades de medida maiores que o metro, como quilômetros, hectômetros e decâmetros. Estas questões pedem que os estudantes apliquem os prefixos aprendidos para converter entre estas unidades e metros. A aplicação de multiplicação em conversões reforça a compreensão dos fatores de multiplicação associados a cada prefixo.

A questão 11 aplica os prefixos das unidades de medida em conversões entre unidades maiores que o metro, consolidando a compreensão das relações de multiplicação. A questão 12 identifica os fatores de multiplicação necessários para converter unidades maiores que o metro em metros, reforçando a aplicação dos prefixos.

Figura 53 – Questões 11 e 12 da Lista de Exercícios 3

Questão 11: Observando, na Tabela 1, as unidades de medidas maiores que metro, responda:

(a) 1 quilômetro vale quantos metros? *Resposta*: ______________________________

(b) 1 hectômetro vale quantos metros? *Resposta*: ______________________________

(c) 1 decâmetro vale quantos metros? *Resposta*: ______________________________

(d) 5 quilômetros valem quantos metros? *Resposta*: ____________________________

(e) 7 hectômetros valem quantos metros? *Resposta*: ____________________________

(f) 2 decâmetros valem quantos metros? *Resposta*: _____________________________

Questão 12: Na questão 11, para obter a quantidade em metros, por quanto foi multiplicado o número de unidades de medida:

(a) quilômetro? *Resposta*: ____

(b) hectômetro? *Resposta*: ____

(c) decâmetro? *Resposta*: ____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 175)

Figura 54 – Questões 13 e 14 da Lista de Exercícios 3

Questão 13: Observando, na Tabela 1, as unidades de medidas menores que metro, responda:

(a) 1 metro vale quantos decímetros? *Resposta*: ______________________________

(b) 1 metro vale quantos centímetros? *Resposta*: _____________________________

(c) 1 metro vale quantos milímetros? *Resposta*: ______________________________

(d) 6 metros valem quantos decímetros? *Resposta*: ____________________________

(e) 8 metros valem quantos centímetros? *Resposta*: ___________________________

(f) 3 metros valem quantos milímetros? *Resposta*: ____________________________

Questão 14: Na questão 13, por quanto foi multiplicado o número de metros para obter as unidades de medida:

(a) decímetro? *Resposta*: ____

(b) centímetro? *Resposta*: ____

(c) milímetro? *Resposta*: ____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 176)

As questões 13 e 14 (ver Figura 54, acima) complementam as questões anteriores, focando em unidades menores que o metro. Estas questões levam os estudantes a entender que o metro, sendo uma unidade de medida maior, pode ser dividido em unidades menores. Eles devem perceber que ao medir comprimentos, contabiliza-se quantas vezes essas unidades menores cabem dentro da unidade maior. Por isso, multiplicamos o número de metros pelo número de vezes que a unidade menor cabe dentro do metro.

4. Recapitulação

A fase Recapitulação aparece pela terceira vez e o professor deve discutir com os estudantes as respostas dadas por eles. O professor deve ir ao quadro e registrar as respostas trazidas pelos grupos e identificar acertos e erros. À medida que os acertos forem aparecendo o professor deve reforçar os conceitos trabalhados e, à medida que aparecerem erros, o professor deve dar oportunidades aos estudantes de identificarem esses erros e corrigi-los.

Os estudantes devem compreender o processo trazido nas conversões de unidades de medida maiores para unidades de medidas menores. Todo o processo referente a Lista de Exercícios 3 deve durar uma aula de 50 minutos.

3. Resolução do Problema

A fase de Resolução do Problema será revisitada pela quarta vez. Com a Lista de Exercícios 4, os estudantes aprofundarão na equivalência entre as unidades de medida de comprimento, conhecendo o método para converter unidades de medidas menores para maiores.

Os estudantes necessitarão de tempo para pensarem, discutirem e responderem às questões, dessa forma o professor deverá disponibilizar esse tempo a eles. Ao finalizar a Lista de Exercícios 4, os estudantes concluirão o tema e conseguirão responder ao problema inicial.

As questões 1 e 2, ver figura 55, referem-se ao processo contrário das questões 11 a 14, trazidas na Lista de Exercícios 3, que tratavam de converter unidades de medida de maior comprimento para unidades de medida de menor comprimento. A questão 1 traz a operação inversa da multiplicação, que é a divisão, e mostra como ela se aplica nas conversões entre unidades de medida.

Já a questão 2 pratica conversões inversas entre unidades de medida, reforçando o uso da divisão para transformar unidades menores em unidades maiores. Esta questão envolve a aplicação de operação inversa (divisão) para converter unidades menores em unidades maiores.

Se os estudantes não estiverem confortáveis a divisão, podem ter dificuldades em resolver essa questão.

Por isso, o professor deve recapitular o conceito de operações inversas, enfatizando que a divisão é a operação inversa da multiplicação, antes de iniciar as listas de exercícios.

Figura 55 – Questões 1 e 2 da Lista de Exercícios 4

Questão 1: Nas questões 11 a 14, da lista de exercícios anterior, convertemos as unidades grandes em unidades de medida pequenas, agora faremos o processo contrário. Comecemos pelo seguinte: qual a operação inversa da multiplicação? *Resposta*: ______________________

____

Questão 2: Analisando as questões 12 e 14 e com a resposta da questão 15, o que devemos fazer para transformarmos:

(a) Metros em quilômetros? *Resposta*: ____

(b) Metros em hectômetros? *Resposta*: ____

(c) Metros em decâmetros? *Resposta*: ____

(d) Decímetro em metro? *Resposta*: ____

(e) Centímetro em metro? *Resposta*: ____

(f) Milímetro em metro? *Resposta*: ____

____

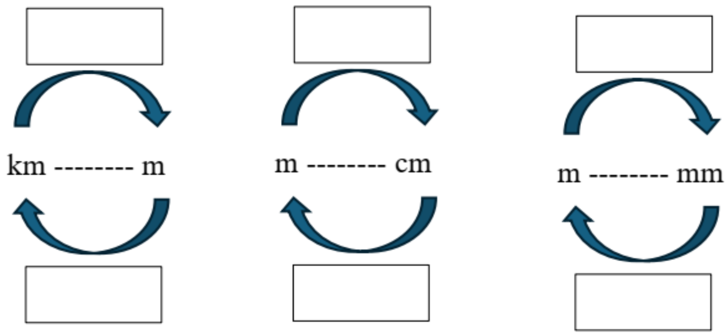
Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 177)

As questões 3, 4 e 5 (Figura 56) finalizam a Lista de Exercícios 4, consolidando o que foi aprendido até o momento. A questão 3 consolida o entendimento das relações entre as unidades de medida de comprimento mais usuais, utilizando de diagramas. Isso pode ser especialmente útil para estudantes que aprendem melhor através de representações gráficas. A questão 4 estimula a reflexão sobre a importância das unidades de medida no cotidiano e mostra como o entendimento delas é fundamental em diversas situações práticas.

A questão 5 traz o problema inicial da sequência didática. Ela aplica os conceitos de unidades de medida em um contexto humorístico, incentivando os estudantes a relacionarem o aprendizado teórico com situações reais e divertidas.

Figura 56 – Questões 3, 4 e 5 da Lista de Exercícios 4

Questão 3: Com base nas análises realizadas até o momento, preencha os retângulos com as operações necessárias para realizar as transformações entre as unidades de medida de comprimento.



Questão 4: Em que contextos do dia a dia é importante entender a relação entre metro, quilômetro, centímetro e milímetro? Como essa compreensão pode ser valiosa em atividades práticas, como planejar trajetos ou fazer compras? *Resposta*: ___________________________

____

Questão 5: Vamos falar sobre a tirinha! Depois de ler a tirinha, responda:

(a) Qual unidade de medida de comprimento é indicada para medir alturas? *Resposta*: ____

____

(b) Escreva a altura do Caco usando essa unidade de medida de comprimento. *Resposta*: __

____

(c) Ao mudar a unidade de medida para milímetros, Caco ficou mais alto? Por quê? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice E, p. 177)

Em conclusão, as questões trazidas nas Listas de Exercícios 3 e 4 foram estruturadas para construir progressivamente o conhecimento dos estudantes sobre unidades de medida de comprimento. Elas começam com conceitos básicos e avançam para aplicações práticas e análises críticas, proporcionando um aprendizado abrangente e completo.

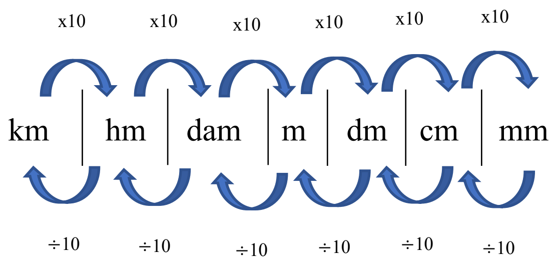
As dificuldades esperadas, como a generalização de padrões e a aplicação de operações inversas, são abordadas através de práticas repetitivas e variadas, bem como através da utilização de representações visuais e contextos práticos. Essa abordagem holística garante que os estudantes não apenas memorizem as conversões, mas também compreendam profundamente os conceitos subjacentes e saibam aplicá-los em diversas situações.

4. Recapitulação

A fase Recapitulação aparece pela quarta vez sendo necessário discutir com os estudantes as respostas obtidas por eles. Do mesmo, como ocorrido na lista de exercícios anterior, o professor deve ir ao quadro e registrar as respostas trazidas pelos grupos e identificar acertos e erros. O professor deve reforçar os acertos trazidos pelos grupos e dar oportunidades aos estudantes de identificarem seus erros e corrigi-los.

O professor deve associar o que foi aprendido com as duas últimas listas de exercícios para que os estudantes tenham uma visão geral da conversão das unidades de medida de comprimento. Para finalizar o professor deve mostrar na lousa a equivalência entre as unidades de medida de comprimento.

Figura 57: Equivalência entre Unidades de Medida de Comprimento



Fonte: Autoria própria

Essa última lista está prevista para durar um horário de 50 minutos. O interessante seria o professor programar a aplicação dessa sequência didática, de tal modo que, essas duas últimas aulas fossem geminadas. Isso promoveria uma aprendizagem mais significativa aos estudantes sobre o conteúdo.

7.5 SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE ÁREA

Objetos de conhecimento: Área

Unidade Temática: Grandezas e Medidas

Duração: Previsão de 2 aulas (módulos de 50 minutos)

Ano escolar: 4º ano do Ensino Fundamental

Objetivos da aprendizagem:

- Compreender o significado e a definição de área como a medida da extensão de uma superfície bidimensional.
- Conhecer as fórmulas para calcular a área de formas geométricas comuns, como quadrados, retângulos.

Habilidades (CRMG):

- (EF04MA34MG) Construir a ideia de área a partir de recobrimento de superfícies (ladrilhagem) com figuras planas.
- (EF04MA21) Medir, comparar e estimar área de figuras planas desenhadas em malha quadriculada, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de área.

Material Necessário:

Cópias da Lista de Exercícios (apresentada no Apêndice F), cópias da situação-problema, um tangram quadriculado para cada grupo e régua.

Esta sequência didática tem como objetivo introduzir a fórmula da área do retângulo aos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. As perguntas da lista de exercício foram elaboradas para orientar os estudantes na exploração do conceito de área, desde a contagem de quadradinhos até à expressão da fórmula e à compreensão das relações entre dimensões e área. Além disso, visa promover a aplicação desses conceitos em contextos práticos.

Para atingir esse objetivo, a sequência didática utilizará o Tangram, um jogo chinês composto por sete peças que possibilita a formação de figuras e desenhos. Os jogos são parte integrante do cotidiano das crianças, estimulando a imaginação e o interesse deles. É importante destacar que o Tangram é frequentemente utilizado em aulas que abordam o tema área. Aqui, os estudantes verão a noção de área de forma informal.

A sequência didática será realizada em pequenos grupos, sendo recomendável a divisão da sala antes do início da atividade para garantir uma participação mais ativa e colaborativa de todos os estudantes.

1. Engajamento

Nesta etapa, o professor irá apresentar a situação-problema aos estudantes. O problema envolve comparação entre áreas com o uso do cálculo de áreas. No 4º ano do Ensino Fundamental, os estudantes já possuem um conceito inicial de área com o uso de malha quadriculada. Assim, a sequência aqui apresentada pretende fortalecer esse conhecimento e introduzir o uso de fórmulas.

Comece entregando aos estudantes o texto que apresentará a seguinte situação-problema: "Ana está redecorando seu quarto e quer comprar um tapete novo. Ela encontrou dois tapetes que gosta, mas precisa saber qual deles é maior para cobrir melhor o chão do quarto. O primeiro tapete tem a forma de um retângulo com 6 metros de comprimento e 4 metros de largura. O segundo tapete é quadrado, com cada lado medindo 5 metros. Qual tapete tem a maior área e por quê?"

O problema apresentado envolve a comparação de áreas entre um retângulo e um quadrado, situado em um contexto onde Ana precisa escolher um tapete para seu quarto. Ele proporciona uma oportunidade para os estudantes aplicarem conceitos de área de forma prática e relevante, estimulando o raciocínio lógico e o pensamento crítico. Ao fornecer um contexto claro e variar as formas geométricas, o problema promove uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, tornando-o uma ferramenta eficaz de aprendizagem.

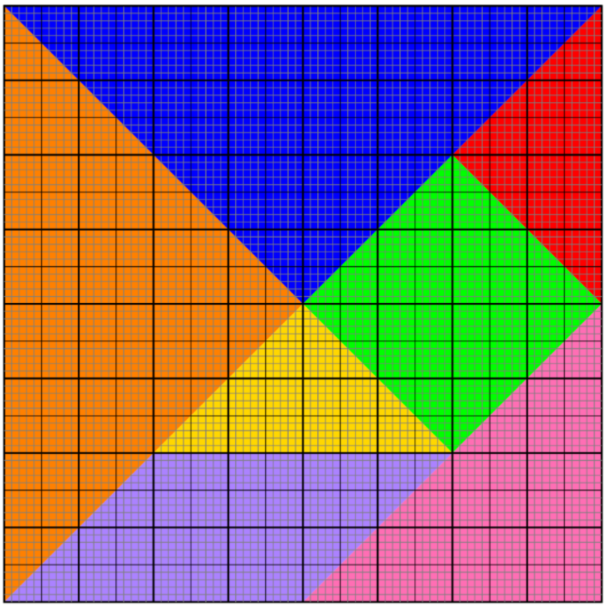
Após apresentar a situação-problema aos estudantes e o professor verificar que eles compreenderam o problema, começa a próxima etapa.

2. Inquérito ou Investigação

Nesta fase, o professor distribui a Lista de Exercícios 1 e um Tangram quadriculado (Figura 58) para cada equipe. O Tangram quadriculado pode ser construído em folhas sulfite, cartolina ou papel cartão.

Em seguida, o professor conduz uma discussão com os estudantes explicando que, ao explorarem conceitos de formas geométricas e suas características, bem como o cálculo de área em malha quadriculada e o uso do Tangram, juntamente com a resolução da Lista de Exercício 1, eles estarão capacitados a encontrar a solução para o problema apresentado. É fundamental que o professor revise esses conteúdos com os estudantes antes de avançar para a próxima etapa. As próximas duas etapas têm o intuito de direcionar o pensamento dos estudantes.

Figura 58: Tangram Quadriculado



Fonte: Autoria própria

3. Resolução do Problema

Na fase Resolução do Problema os estudantes aprofundarão o conceito de área através da malha quadriculada e aprenderão a fórmula da área do retângulo e, consequentemente, do quadrado. Em geral, as questões da Lista de Exercícios 1 proporcionam uma abordagem abrangente e progressiva para o estudo de áreas com o Tangram, incentivando os estudantes a aplicarem seus conhecimentos matemáticos de maneira prática e criativa. Leva os estudantes desde de conceitos básicos de medição e soma de áreas para a generalização de fórmulas e aplicação em problemas práticos.

Ao utilizar o Tangram, os estudantes são incentivados a visualizar e manipular figuras geométricas, o que facilita a compreensão dos conceitos abstratos de área. A prática repetitiva com diferentes peças e configurações reforça a aprendizagem e garante que os estudantes possam aplicar o conhecimento de maneira flexível e criativa.

O professor deve dar tempo adequado para a resolução da Lista de Exercícios 1 e, em seguida, promover uma discussão sobre as respostas dos estudantes. Durante esse debate, os estudantes podem revisar seus acertos e erros, reforçando o que entenderam corretamente e corrigindo eventuais equívocos.

A questão 1, presente na Figura 59, pretende ser divertida e estimular o raciocínio dos estudantes.

Figura 59 – Questão 1 da Lista de Exercícios 1

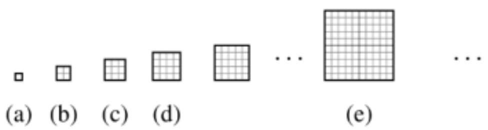
Questão 1: Com as peças todas do Tangram, construa um quadrado e ilustre a seguir a imagem obtida. *Resposta:*

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 179)

Em princípio, os estudantes não deverão encontrar muitas dificuldades com a questão 2, Figura 60, pois pode ser resolvida recorrendo simplesmente à contagem dos quadrados. Contudo, é possível que alguns estudantes se lembrem que quando estudaram o produto de dois números naturais, esse produto podia ser feito usando uma malha quadriculada e, portanto, para determinar o número de quadrados do tipo (e) necessários para cobrir o quadrado do Tangram, basta fazer o produto de 8 (quadrados da base) com 8 (quadrados na altura).

Figura 60 – Questão 2 da Lista de Exercícios 1

Questão 2: Observando o quadrado formado por todas as peças do Tangram, podemos observar que é composto por diversos tipos de quadrados, conforme ilustrado na Figura 1.



Usando o quadrado (e) da Figura 1, quantos quadrados desses são necessários para cobrir a totalidade do quadrado formado por todas as peças do Tangram? *Resposta*: ________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 179)

Figura 61 – Questões 3 e 4 da Lista de Exercícios 1

Questão 3: Como você determinaria a área de cada peça do Tangram? *Resposta*: ____________

____

Questão 4: Quantos quadrados, do tipo (e) da Figura 1, são necessários para cobrir cada uma das peças do Tangram? Coloque as suas respostas na Tabela 1.

Tabela 1

Peça do Tangram	Número de quadrados
Triângulo grande laranja	
Triângulo grande azul	
Triângulo pequeno vermelho	
Triângulo pequeno amarelo	
Triângulo médio rosa	
Paralelogramo lilás	
Quadrado verde	

Fonte: (Autoria própria)

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 179 - 180)

As questões 3 e 4 estão presentes na Figura 61. A questão 3 é mais desafiadora, pois os limites de cada peça do Tangram não coincidem com as linhas da malha quadriculada. Se os estudantes estiverem com dificuldade aqui, o professor pode dar uma dica. Pode dizer-lhes para eles dividirem o quadrado (e) da Figura 1 ao meio, ao longo de uma diagonal, dado que assim obtêm dois triângulos, cuja soma de suas áreas é exatamente igual à área do quadrado. Já a questão 4 consiste na implementação do que os estudantes cogitaram na questão 3: a dificuldade jaz nessa última.

As questões 5 a 7, presentes na Figura 62, são perguntas cujas respostas são obtidas fazendo uma simples contagem dos quadrados e, portanto, não são difíceis. Além disso, com as questões 5 e 6 pretendia-se que os estudantes percebessem que as áreas desses retângulos podem ser obtidas usando a soma das áreas de cada uma de suas peças constituintes.

As questões 8 a 11 (Figura 63) foram construídas com o intuito de levar os estudantes a descobrirem que a área de um retângulo é correspondente ao produto dos comprimentos de seus lados, ou seja, para orientá-los a descobrir a resposta à questão mais desafiadora, questão 11.

Figura 62 – Questões 5, 6 e 7 da Lista de Exercícios 1

Questão 5: Construa um retângulo com um triângulo médio e dois triângulos pequenos do Tangram. Quantos quadrados, do tipo (e) da Figura 1, são necessários para cobrir a área total desse retângulo? *Resposta*: ____

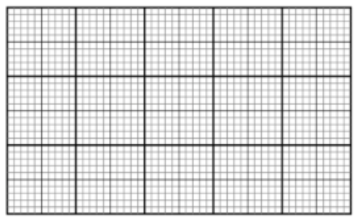
____

Questão 6: Construa um retângulo com um triângulo grande, um triângulo médio e dois triângulos pequenos do Tangram. Quantos quadrados, do tipo (e) da Figura 1, são necessários para cobrir a área total desse retângulo? *Resposta*: ______________________________

____

Questão 7: Considere o retângulo da Figura 2.

Figura 2



Quantos quadrados, do tipo (e) da Figura 1, são necessários para cobrir a totalidade do retângulo da Figura 2? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 180)

Figura 63 – Questões 8, 9, 10 e 11 da Lista de Exercícios 1

Questão 8: O lado do quadrado do tipo (e) da Figura 1 tem comprimento de 1 cm. Quantos centímetros mede a base do retângulo na Figura 2? Quantos centímetros mede a sua altura? *Resposta*: ____

____

Questão 9: Determine o produto dos comprimentos da base e da altura do retângulo, obtidos na questão 8. *Resposta*: ____

____

Questão 10: Os valores obtidos nas questões 7 e 9 são iguais? *Resposta*: _________________

____

Questão 11: Com base nas suas respostas às questões 7 a 10, como acha que se calcula a área de um retângulo? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 181)

As questões 12 a 15, Figura 64, foram elaboradas para que os estudantes percebessem que as medições dependem da precisão da ferramenta usada para fazer a medição.

Figura 64 – Questões 12, 13, 14 e 15 da Lista de Exercícios 1

Questão 12: Com o uso de régua, diga quanto medem os lados do retângulo construído na questão 5. *Resposta*: ____

____

Questão 13: Com o uso de régua, diga quanto medem os lados do retângulo construído na questão 6. *Resposta*: ____

____

Questão 14: Se multiplicar a base e a altura do retângulo, obtido na questão 12, quanto é o valor do produto? Esse produto é muito próximo do valor obtido na questão 5? Por que não é igual? *Resposta*: ____

____

Questão 15: Se multiplicar a base e a altura do retângulo, obtido na questão 13, quanto é o produto dessas? Esse produto é muito próximo do valor obtido na questão 6? Por que não é igual? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 181)

A questão 16, na Figura 65, reforça o entendimento de que a fórmula para a área do retângulo (base x altura) também se aplica a quadrados, uma vez que são casos especiais de retângulos.

Figura 65 – Questão 16 da Lista de Exercícios 1

Questão 16: A fórmula obtida por você também funciona para o quadrado? Por quê? *Resposta*:

____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 181)

As questões 17 e 18, Figura 66, aplicam diretamente a fórmula para calcular a área, reforçando a prática e a confirmação do conceito.

Figura 66 – Questões 17 e 18 da Lista de Exercícios 1

Questão 17: Calcule a área do quadrado utilizando a fórmula. *Resposta*: __________________

____

Questão 18: Imagine que você queira encontrar a área de um retângulo que tem 10 unidades de largura e 12 unidades de comprimento. Como você poderia usar a fórmula para calcular a área desse retângulo? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 181)

Figura 67 – Questão 19 da Lista de Exercícios 1

Questão 19: Agora, responda a situação-problema apresentada para vocês.

Ana está redecorando seu quarto e quer comprar um tapete novo. Ela encontrou dois tapetes que gosta, mas precisa saber qual deles é maior para cobrir melhor o chão do quarto. O primeiro tapete tem a forma de um retângulo com 6 metros de comprimento e 4 metros de largura. O segundo tapete é quadrado, com cada lado medindo 5 metros. Qual tapete tem a maior área e por quê? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice F, p. 182)

A questão 19, Figura 67, traz o problema apresentado no início da sequência didática. Ela transfere o conhecimento adquirido para um contexto do mundo real, ajudando os estudantes a verem a relevância dos conceitos aprendidos em situações cotidianas.

4. <u>Recapitulação</u>

A etapa de Recapitulação é vista após a conclusão da Lista de Exercícios 1. Nesse momento, após as apresentações dos grupos é fundamental que o professor conduza um debate reflexivo para revisar as respostas e aprofundar a compreensão dos conceitos abordados: definição de área e a fórmula da área do retângulo. A classe pode discutir também as dificuldades enfrentadas e as habilidades desenvolvidas ao longo da execução da sequência didática.

7.6 SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE UNIDADES DE MEDIDA DE ÁREA

Objeto de conhecimento: Unidades de medida de área
Unidade Temática: Grandezas e Medidas
Duração: Previsão de 3 aulas (módulos de 50 minutos)
Ano escolar: 5º ano do Ensino Fundamental

Objetivos da aprendizagem:

- Compreender o metro quadrado como a unidade padrão internacional para medir áreas.
- Estabelecer relações entre o metro quadrado e as demais unidades de medida de área.

Habilidades (CRMG):

- (EF05MA19A) Resolver problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.

Material Necessário:

Quadrados medindo 1 m^2 e 1 dm^2 feitos de cartolina, papel cartão ou EVA, cópias das listas de exercícios (apresentadas no Apêndice G) e da situação-problema.

Esta sequência didática aproveita o conhecimento adquirido na sequência anterior para introduzir as unidades de medida de área. Para os professores interessados, sugere-se começar com a sequência *7.5 Sequência Didática sobre Área* e depois seguir com esta. O objetivo é familiarizar os estudantes com as unidades de medida de área, destacando a importância do uso de medidas apropriadas e sua equivalência.

Para resolver os exercícios propostos, serão utilizados quadrados com área de 1 metro quadrado e quadrados com área de 1 decímetro quadrado, que deverão ser confeccionados em cartolina, papel cartão ou Etileno Vinil Acetato (EVA). A intenção é calcular a área de espaços dentro da escola, proporcionando uma introdução prática às unidades de medida de área.

Para iniciar a atividade o professor deverá, primeiramente, selecionar alguns espaços da escola que meçam um valor em metros quadrados mais um valor em decímetros quadrados. Esses espaços serão utilizados pelos estudantes para medirem suas áreas.

Os espaços podem ser mesas do refeitório, partes da quadra de esportes ou a própria sala de aula. É importante que possuam espaços que não sejam áreas inteiras em metros quadrados, procure espaços que meçam, por exemplo, 1,5 m^2 ou 2,4 m^2 entre outras possibilidades.

Divida os estudantes em grupos, de tal modo que, a quantidade de grupos seja a quantidade de objetos escolhidos e inicie a sequência didática.

1. Engajamento

Nesta fase o professor irá apresentar a situação-problema sobre unidades de medida de área que requer o conceito de área. Para isso, entregue os quadrados que medem 1 m^2 de área, os quadrados que medem 1 dm^2 e apresente o espaço que foi selecionado para o grupo.

Após as apresentações entregue a seguinte situação-problema: "Ana tem um lindo jardim retangular no quintal de sua casa. O jardim tem 4 metros de comprimento e 3 metros de largura. Ana também tem um pequeno canteiro de flores dentro do jardim. O canteiro é quadrado e cada lado do canteiro mede 50 centímetros.

a) Qual é a área total do jardim em metros quadrados?
b) Qual é a área do canteiro de flores em centímetros quadrados?
c) Quantos canteiros de flores do mesmo tamanho cabem no jardim?"

Certifique-se que todos compreenderam a situação-problema e siga para a próxima fase.

2. Inquérito ou Investigação

Nesta etapa, o professor distribui a Lista de Exercícios 1 e discute com os estudantes, explicando que ao concluírem as listas 1 e 2, terão adquirido o conhecimento necessário para resolver o problema proposto. O professor também deve dizer que, em um primeiro momento eles utilizarão somente o quadrado de um metro quadrado de área e que, o outro quadrado, deve ser utilizado somente no momento que for pedido na lista de exercícios.

Antes de prosseguir para a próxima fase, o professor pode revisar o conceito de área ou, como sugerido anteriormente, seguir a sequência didática 7.5 previamente apresentada neste trabalho e relembrar as unidades de medida de comprimento.

As etapas intituladas *"Resolução do Problema"* e *"Recapitulação"* serão repetidas duas vezes devido ao número de listas nesta sequência didática. Cada lista de exercícios revisitará essas duas etapas para orientar os estudantes na solução da situação-problema apresentada.

3. <u>Resolução do Problema</u>

Na fase de Resolução do Problema os estudantes resolverão as Listas de Exercícios. Nesse primeiro momento eles resolverão as quatorze questões trazidas na Lista de Exercícios 1, que trabalham de maneira integrada para desenvolver a compreensão dos estudantes sobre a importância de diferentes unidades de medida de área.

Elas começam com conceitos básicos, passam por aplicações práticas, introduzem unidades menores para melhorar a precisão e terminam com reflexões sobre a aplicação prática e a importância dessas unidades. Este processo gradual e estruturado garante que os estudantes não só aprendam a calcular áreas, mas também compreendam profundamente por que e como escolher a unidade de medida mais apropriada para diferentes situações.

O professor deve dar aos estudantes, tempo necessário para refletirem sobre as questões e respondê-las. Importante ressaltar que o professor deve deixar os estudantes chegarem às respostas sozinhos, sua função é orientar as ideias trazidas pelos grupos. Ao finalizar a Lista de Exercícios 1, o professor deverá debater as respostas trazidas pelos grupos.

As cinco primeiras questões, Figura 68, são estruturadas para ajudar os estudantes a compreenderem por que a unidade de medida de área é o metro quadrado.

Na questão 1, ao definir o que significa calcular área, os estudantes começam a entender que estamos falando sobre a quantidade de espaço dentro de uma figura bidimensional. Esta questão estabelece a base teórica necessária para compreender que a área é uma medida bidimensional.

A questão 2 pede para medir fisicamente o lado do quadrado, isso ajuda os estudantes a fazerem a conexão entre a medida linear (metros) e como isso se aplica a uma superfície. A questão estabelece a necessidade de uma unidade de medida consistente e mostra que o lado do quadrado é medido em metros, uma unidade linear.

A questão 3 mostra que multiplicar as medidas dos lados do quadrado (metros x metros) resulta em metros quadrados, mostrando claramente a conversão de unidades lineares para unidades de área. Ela ajuda os estudantes a visualizarem como a multiplicação de duas medidas lineares gera uma medida de área.

Na questão 4 é pedido aos estudantes que expliquem o que significa "metro quadrado", isso reforça a definição e solidifica o entendimento de que um metro quadrado é a área de um quadrado com lados de um metro de comprimento. Esse exercício de definição ajuda a fixar o conceito na memória dos estudantes.

Na questão 5, ao calcular a área e fornecer a resposta em metros quadrados, os estudantes praticam a aplicação prática do conceito que aprenderam.

Figura 68 – Questões 1 a 5 da Lista de Exercícios 1

Questão 1: O que significa calcular área? *Resposta*: ________________________________

____

O professor entregou a vocês um quadrado e disse que ele mede um metro quadrado de área. Vamos descobrir por quê?

Questão 2: Utilizando uma régua, fita métrica ou trena, calculem o valor do lado desse quadrado. Qual resultado encontrado por vocês? (Escreva o valor e a unidade de medida utilizada). *Resposta*: ____

____

Questão 3: Para calcular a área desse quadrado, precisamos multiplicar os comprimentos dos seus lados, que estão medidos em metros. Qual será o resultado de multiplicar metro por metro, ou seja, calcular metro x metro? *Resposta*: ____

____

Questão 4: Após as análises feitas, o que significa metro quadrado? *Resposta*: ______________

____

Questão 5: Como vocês já compreenderam a unidade de medida que deve ser usada no cálculo da área desse quadrado, calculem a área fornecendo o valor e a unidade de medida. *Resposta*:

____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 183)

As questões 6, 7 e 8, apresentada na Figura 69, ajudam os estudantes a entenderem as limitações e adequações das unidades de medida. A questão 6 ensina os estudantes a aplicarem a unidade de medida disponível (um quadrado de um metro quadrado) para medir um espaço maior e incentiva o pensamento crítico sobre como dividir o espaço e usar o quadrado de maneira eficiente.

Na questão 7 é provável que os estudantes percebam que não podem medir partes menores do espaço com o quadrado de um metro quadrado, especialmente porque há medidas em decímetros envolvidas. Nessa os estudantes devem discutir o que faltou para obter uma medida exata, possivelmente mencionando a necessidade de unidades menores para medir frações de metros.

Na questão 8 os estudantes devem perceber que usar um quadrado de um metro quadrado para medir um espaço pequeno, como uma caixa de lápis, seria impraticável. Eles devem explicar por que essa unidade de medida é inadequada para espaços pequenos e sugerir unidades mais apropriadas.

Figura 69 – Questões 6, 7 e 8 da Lista de Exercícios 1

Após descobrirem o porquê de dizer "*quadrado com um metro quadrado de área*", voltemos a medição da área do espaço destinado ao grupo.

Questão 6: Utilizando o quadrado, tentem medir a área do espaço destinado ao grupo. Como vocês farão para medir essa área? *Resposta*: ____

____

Questão 7: Vocês conseguiram encontrar o valor exato da área? O que faltou? *Resposta*: ______

____

Questão 8: Imaginem que precisamos medir a área de um espaço muito pequeno, como uma caixa de lápis. O que aconteceria se tentássemos usar apenas o quadrado de um metro quadrado de área? Seria prático ou eficiente? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 183 - 184)

Figura 70 – Questões 9, 10 e 11 da Lista de Exercícios

Agora vocês receberão um quadrado que mede um decímetro quadrado de área. Esse quadrado, junto com o outro que mede um metro quadrado de área, vão ajudar vocês a medirem a área do espaço destinado ao grupo. Use os dois quadrados para responderem às perguntas abaixo.

Questão 9: Vocês receberam um quadrado de um decímetro quadrado de área. O que isso significa? O que é um decímetro quadrado? *Resposta*: ________________________________

____

Questão 10: Agora, utilizando dos dois quadrados tentem medir a área do espaço destinado ao grupo. Como a introdução do quadrado com um decímetro quadrado de área facilitou a medição do espaço? O que mudou em relação à primeira tentativa? Resposta: _____________________

____

Questão 11: Vocês conseguiram medir, com precisão, a área destinada ao grupo? Se sim, qual foi o resultado? Resposta: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 184)

As questões 9, 10 e 11 (ver Figura 70) trabalham juntas para ajudar os estudantes a compreenderem a importância e a aplicabilidade de diferentes unidades de medida de área. Estas questões ajudam os estudantes a desenvolver uma compreensão profunda de como diferentes unidades de medida podem ser usadas juntas para obter medições precisas. Elas também ensinam a importância de escolher a unidade de medida apropriada para a tarefa e a habilidade de combinar unidades para melhorar a precisão.

A questão 9 ensina os estudantes o conceito de um decímetro quadrado como unidade de medida de área e introduz a conversão de unidades e a relação entre metros quadrados e decímetros quadrados.

Na questão 10, os estudantes precisam entender como combinar as medições com as duas unidades para obter uma área mais precisa. Eles devem utilizar o quadrado de um metro quadrado para cobrir a maior parte do espaço e o quadrado de um decímetro quadrado para medir os espaços menores que sobram.

Na questão 11, os estudantes devem consolidar suas habilidades de medição e aplicação das duas unidades de área. Eles devem somar as áreas medidas com cada unidade para obter o valor total da área.

As três questões finais, 12, 13 e 14 (ver Figura 71) são críticas para ajudar os estudantes a refletirem e consolidarem o que aprenderam durante a atividade. Elas incentivam a conexão entre teoria e prática, a aplicação do conhecimento em situações reais, e a síntese do aprendizado principal.

Figura 71 – Questões 12, 13 e 14 da Lista de Exercícios 1

Questão 12: Como a experiência com a atividade influencia a maneira como vocês percebem a escolha da unidade de medida ao medir a área de um espaço? *Resposta*: ____________________

____

Questão 13: Vocês conseguem pensar em situações reais em que o conhecimento e o uso de diferentes unidades de medida de área seriam essenciais? Escrevam quais são essas situações. *Resposta*: ____

____

Questão 14: Qual foi o principal aprendizado que vocês tiraram dessa atividade em relação ao uso e à importância de diferentes unidades de medida de área? *Resposta*: __________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 184)

A questão 12 incentiva a reflexão sobre a importância da escolha de unidades de medida apropriadas, baseando-se na experiência prática. A questão 13 estimula a aplicação do conhecimento em cenários reais, mostrando a relevância do aprendizado no mundo além da sala de aula. Já a questão 14 pede uma síntese do principal aprendizado, garantindo que os estudantes possam articular claramente as lições mais importantes sobre unidades de medida de área.

4. Recapitulação

Ao concluírem a Lista de Exercícios 1, os estudantes serão direcionados para a fase de Recapitulação. Nesta etapa, o professor conduzirá uma discussão em grupo com os estudantes, onde cada equipe terá a oportunidade de compartilhar suas decisões e conclusões. Caso haja algum erro, o professor solicitará que uma equipe explique seu raciocínio, proporcionando aos estudantes a chance de identificar e corrigir seus próprios equívocos. Essa abordagem visa promover a reflexão crítica e o aprendizado colaborativo entre os estudantes.

A discussão em sala de aula proporciona uma plataforma para os estudantes explorarem ideias, compartilharem perspectivas e aprimorarem suas habilidades. Ao discutir questões, os estudantes não apenas aprofundam seu entendimento do conteúdo, mas também desenvolvem habilidades essenciais para o sucesso acadêmico e profissional.

Através da discussão, os estudantes aprendem a comunicar suas ideias de forma clara e coerente, a pensar criticamente sobre as informações apresentadas e a colaborar efetivamente com os colegas. Além disso, a discussão em grupo permite que os estudantes identifiquem e corrijam equívocos, promovendo uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

Após discutir as respostas dos grupos e perceber que os estudantes compreenderam a necessidade de unidades de medidas diferentes do metro quadrado, mostre na lousa as unidades de medida de área, comece pelo metro quadrado, escreva as unidades de medida de área menores que o metro quadrado, termine escrevendo as unidades de medida de área maiores que o metro quadrado. Em seguida, entregue a Lista de Exercícios 2. A resolução da nova lista ficará para a próxima aula, pois todo o processo envolvendo as quatro primeiras etapas tem previsão para durar uma aula de 50 minutos.

3. Resolução do Problema

Na segunda visita à fase de Resolução do Problema, os estudantes são introduzidos à Lista de Exercícios 2, proporcionando uma compreensão mais profunda da equivalência entre as unidades de medida de área e sua relação com as unidades de medida de comprimento.

Iniciando a análise da Lista de Exercícios 2, as questões 1 a 5, apresentadas na Figura 72, fornecem uma abordagem sistemática e progressiva para ensinar e reforçar a compreensão da conversão de unidades de área entre metros quadrados e decímetros quadrados.

Figura 72 – Questões 1 a 5 da Lista de Exercícios 2

Questão 1: Se dividirmos o quadrado de 1 metro de lado em quadradinhos de 1 decímetro de lado, quantos quadradinhos caberão dentro dele? Utilize o quadrado de 1 metro quadrado de área e desenhe os quadradinhos menores dentro dele.

____

Questão 2: Quantos quadradinhos de 1 decímetro de lado são necessários para preencher um quadrado de 1 metro de lado? *Resposta*: ____

____

Questão 3: Responda as perguntas:

(a) Qual é a área de um quadrado de 1 metro de lado em decímetros quadrados? *Resposta*: ____

(b) Se um espaço mede 1,5 metros quadrados, quantos decímetros quadrados ele tem? *Resposta*: ____

____

Questão 4: Explique como você converte uma área de metros quadrados para decímetros quadrados. Use exemplos para ajudar na explicação. *Resposta*: __________________________

____

Questão 5: Pratique as conversões:

(a) Converta 5 metros quadrados para decímetros quadrados? *Resposta*: ______________

(b) Converta 20 metros quadrados para decímetros quadrados? *Resposta*: _____________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 185)

A questão 1 estimula os estudantes a pensarem sobre o processo de conversão de unidades de área entre metros quadrados e decímetros quadrados. A resposta deve envolver dividir a área do metro quadrado pela área do decímetro quadrado para determinar o número de vezes que um decímetro quadrado cabe dentro do metro quadrado.

A questão 2 reforça a relação entre metro quadrado e decímetro quadrado, consolidando o conhecimento adquirido na questão anterior. A resposta deve ser uma expressão que indique a relação entre metro quadrado e decímetro quadrado, baseada na conclusão da questão anterior.

Na questão 3, os estudantes devem aplicar o conhecimento sobre a conversão de unidades de área em diferentes contextos. Cada subquestão requer que eles apliquem a relação entre metro quadrado e decímetro quadrado para áreas simples e mistas.

Na questão 4, eles devem explicar o processo de conversão de metros quadrados para decímetros quadrados utilizando a relação estabelecida nas questões anteriores. Os estudantes devem lembrar da relação entre metro quadrado e decímetro quadrado. Para finalizar, na questão 5, os estudantes devem aplicar a relação de conversão entre metros quadrados e decímetros quadrados.

Figura 73 – Questões 6 a 11 da Lista de Exercícios 2

Questão 6: Se dividíssemos o metro quadrado em cem partes do mesmo tamanho, que fração do metro quadrado representa um decímetro quadrado? Utilize o desenho feito na questão 1 para ajudar na explicação. *Resposta*: ____

____

Questão 7: Represente em frações do metro quadrado:

(a) Dois decímetros quadrados. *Resposta*: ______________________________________

(b) Três decímetros quadrados. *Resposta*: ______________________________________

____

Questão 8: Descreva o processo para transformar medidas em decímetros quadrados para metros quadrados? Use exemplos para ajudar na explicação. *Resposta*: ___________________

____

Questão 9: Explique por que, ao converter medidas de área de decímetros quadrados para metros quadrados, é necessário dividir por 100. Use exemplos. *Resposta*: _________________

____

Questão 10: Pratique as conversões:

(c) Converta 500 decímetros quadrados para metros quadrados? *Resposta*: ____________

(d) Converta 2000 decímetros quadrados para metros quadrados? *Resposta*: ___________

____

Questão 11: Considere a diferença entre uma área de 4 metros quadrados e outra de 400 decímetros quadrados. Explique a diferença e como isso afeta a interpretação prática da área. *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 185 - 186)

As próximas seis questões (ver Figura 73) abordam a conversão de decímetros quadrados para metros quadrados.

A questão 6 visa ajudar os estudantes a compreender a relação entre metros quadrados e decímetros quadrados visualmente e conceitualmente. A inclusão de um desenho na resposta da questão torna mais claro que 1 decímetro quadrado é 1/100 de um metro quadrado.

A questão 7 reforça a compreensão das frações, mostrando que múltiplos decímetros quadrados podem ser expressos como frações de um metro quadrado. A questão 8 solicita que os estudantes expliquem o processo de conversão, consolidando o conhecimento teórico e prático. Pedir exemplos ajuda a garantir que os estudantes não apenas memorizem o processo, mas entendam a lógica por trás dele.

A questão 9 verifica se os estudantes compreendem o motivo matemático e lógico para a conversão entre unidades. Já a questão 10 dá prática direta na conversão de unidades, reforçando o processo aprendido e a questão 11 verifica a compreensão profunda da conversão de unidades e sua aplicação prática. Ela pode ser difícil para estudantes que ainda não internalizaram totalmente a relação entre metros e decímetros quadrados.

Nesse momento da atividade, é feita uma explicação de como as unidades de medida de área se relacionam com as unidades de medida de comprimento. Nas próximas questões, os estudantes começam a entender a equivalência entre todas as unidades de medida de área. Até o momento, foram expostas apenas as conversões entre metro quadrado e decímetro quadrado.

A questão 12, Figura 74 fornece uma explicação teórica sobre a relação entre unidades de medida de comprimento e área, destacando a necessidade de multiplicar a equivalência de comprimento duas vezes para obter a equivalência de área.

Figura 74 – Questão 12 da Lista de Exercícios 2

Questão 12: Considere o que foi explicado e termine de preencher a Tabela 1, que mostra como o metro quadrado se compara com as demais unidades de medida de área.

Tabela 1

Unidade de medida de comprimento	Equivalência em relação ao metro	Unidade de medida de área	Equivalência em relação ao metro quadrado
quilômetro	1 000 vezes maior	quilômetro quadrado	1 000 x 1 000 = 1 000 000 vezes maior
hectômetro	100 vezes maior	hectômetro quadrado	
decâmetro	10 vezes maior	decâmetro quadrado	
metro	---------------------	metro quadrado	---
decímetro	10 vezes menor	decímetro quadrado	10 x 10 = 100 vezes menor
centímetro	100 vezes menor	centímetro quadrado	
milímetro	1 000 vezes menor	milímetro quadrado	

Fonte: (Autoria própria)

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 187)

Figura 75 – Questões 13 a 16 da Lista de Exercícios 2

Questão 13: Observando, na Tabela 1, as unidades de medidas de área maiores que o metro quadrado, respondam:

(a) Quantos metros quadrados tem em 1 quilômetro quadrado? *Resposta*: ______________

(b) Quantos metros quadrados tem em 1 hectômetro quadrado? *Resposta*: ______________

(c) Quantos metros quadrados tem em 1 decâmetro quadrado? *Resposta*: ______________

Questão 14: Complete as frases:

(a) Para transformar quilômetro quadrado em metro quadrado multiplico por __________.

(b) Para transformar hectômetro quadrado em metro quadrado multiplico por __________.

(c) Para transformar decâmetro quadrado em metro quadrado multiplico por __________.

Questão 15: Observando, na Tabela 1, as unidades de medidas de área menores que o metro quadrado, respondam:

(a) Quantos decímetros quadrados tem em 1 metro quadrado? *Resposta*: ______________

(b) Quantos centímetros quadrados tem em 1 metro quadrado? *Resposta*: ______________

(c) Quantos milímetros quadrados tem em 1 metro quadrado? *Resposta*: ______________

Questão 16: Complete as frases:

(a) Para transformar metro quadrado em decímetro quadrado multiplico por __________.

(b) Para transformar metro quadrado em centímetro quadrado multiplico por __________.

(c) Para transformar metro quadrado em milímetro quadrado multiplico por __________.

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 187 - 188)

As questões 13 a 16, apresentadas na Figura 75, fornecem exercícios de conversão direta entre diferentes unidades de área, começando com unidades maiores que o metro quadrado (quilômetro quadrado, hectômetro quadrado, decâmetro quadrado) e depois passando para unidades menores (decímetro quadrado, centímetro quadrado, milímetro quadrado).

Apresenta uma progressão lógica de exercícios que permite aos estudantes praticar a conversão entre diferentes unidades de área. A divisão das questões por grupos de unidades maiores e menores facilita a compreensão e a aprendizagem.

As questões 17 e 18 (ver Figura 76) desafiam os estudantes a aplicarem seus conhecimentos de conversão de unidades de área em situações práticas do mundo real, como expressar a área de um terreno em metros quadrados e converter uma medida de área de metros quadrados para centímetros quadrados. Oferece problemas práticos que requerem a aplicação dos conceitos aprendidos em situações do dia a dia, ajudando os estudantes a verem a relevância dos conceitos de área na vida cotidiana.

Figura 76 – Questões 17 e 18 da Lista de Exercícios 2

Questão 17: Se você tem um terreno com 0,5 quilômetro quadrado de área, como expressaria essa medida em metros quadrados? Considere a equivalência entre quilômetros quadrados e metros quadrados. *Resposta*: ____

____

Questão 18: Se uma sala tem 30 metros quadrados, como você expressaria essa medida para centímetros quadrados? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 188)

Figura 77 – Questões 19 e 20 da Lista de Exercícios 2

Questão 19: Desafio!

Aprendemos que, ao transformar uma área maior em uma área menor, multiplicamos por um número. Da mesma forma, quando realizamos o processo inverso, ou seja, ao transformar uma área menor em uma área maior, dividimos por um número. Complete as frases abaixo, considerando essa inversão.

(a) Para transformar metro quadrado em quilômetro quadrado, dividimos por _________.
(b) Para transformar metro quadrado em hectômetro quadrado, dividimos por __________.
(c) Para transformar metro quadrado em decâmetro quadrado, dividimos por __________.
(d) Para transformar decímetro quadrado em metro quadrado, dividimos por ___________.
(e) Para transformar centímetro quadrado em metro quadrado, dividimos por ___________.
(f) Para transformar milímetro quadrado em metro quadrado, dividimos por ___________.

____

Questão 20: Ana está costurando almofadas para sua sala. Cada almofada ocupa uma área de 1600 centímetros quadrados, como expressaria essa medida em metros quadrados? *Resposta*:

____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 188)

As questões 19 e 20, mostradas na Figura 77, introduzem um desafio adicional ao pedir aos estudantes que completem frases sobre a inversão do processo de conversão de unidades de área e resolvam um problema do mundo real relacionado a esses conceitos. Estimula os estudantes a pensarem criticamente sobre o processo de conversão de unidades de área e fornece uma aplicação prática desses conceitos em um contexto do mundo real.

Figura 78 – Questões 21 e 22 da Lista de Exercícios 2

Questão 21: Imagine que um arquiteto precise converter medidas de centímetros quadrados para metros quadrados ao planejar o design de uma sala. Como a compreensão da equivalência entre essas unidades é essencial para garantir precisão nas dimensões do espaço? Vocês conseguem citar outras situações reais em que essas conversões são importantes? *Resposta*: ___

____

Questão 22: Agora, responda ao problema inicial: Ana tem um lindo jardim retangular no quintal de sua casa. O jardim tem 4 metros de comprimento e 3 metros de largura. Ana também tem um pequeno canteiro de flores dentro do jardim. O canteiro é quadrado e cada lado do canteiro mede 50 centímetros.

a) Qual é a área total do jardim em metros quadrados? *Resposta*: ___________________

____

b) Qual é a área do canteiro de flores em centímetros quadrados? *Resposta*: ___________

____

c) Quantos canteiros de flores do mesmo tamanho cabem no jardim? *Resposta*: _______

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice G, p. 189)

As questões 21 e 22 são apresentadas na Figura 78. A questão 21 pede aos estudantes que reflitam sobre a importância da compreensão das conversões de unidades de área em situações do mundo real e os desafia a pensar em outras situações em que essas conversões seriam úteis. Estimula os estudantes a considerarem a aplicabilidade prática dos conceitos aprendidos e promove o pensamento crítico.

A questão 22 é a situação-problema apresentada no início da sequência didática. Ela apresenta um problema do mundo real que requer o uso dos conceitos de unidades de área para resolver. Oferece uma aplicação prática dos conceitos aprendidos e desafia os estudantes a aplicarem seus conhecimentos em uma situação específica.

4. <u>Recapitulação</u>

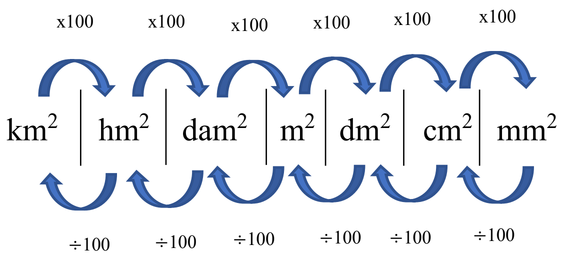
Nesta passagem pela fase Recapitulação, o professor deve anotar no quadro as respostas trazidas pelos grupos e discutir com os estudantes os acertos e os erros encontrados, de forma a reforçar tudo o que foi aprendido.

Para questões que envolvem medições ou cálculos, o professor pode realizar atividades práticas em sala de aula, como usar materiais manipuláveis ou realizar experimentos, para verificar as respostas dos estudantes de forma visual e tangível.

Após corrigir as questões, o professor pode revisar os conceitos-chave abordados nas questões, fornecendo exemplos adicionais e esclarecendo dúvidas dos estudantes.

Para finalizar, ele deve apresentar na lousa a equivalência entre as unidades de medidas de área. Explique que assim como o metro quadrado é cem vezes maior que o decímetro quadrado, o quilômetro quadrado é cem vezes maior que o hectômetro quadrado, que é cem vezes maior que o decâmetro quadrado, e assim por diante, até chegarmos no milímetro quadrado.

Figura 79: Equivalência entre Unidades de Medida de Área



Fonte: Autoria própria

Essa última lista está planejada para ocupar dois períodos de aula de 50 minutos cada. Seria vantajoso para o professor organizar a implementação dessa sequência didática de forma que essas duas últimas aulas estejam conectadas. Isso facilitaria uma aprendizagem mais profunda e significativa para os estudantes em relação ao conteúdo abordado.

7.7 SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PROBABILIDADE DE UM EVENTO

Objetos de conhecimento: Probabilidade de um evento

Unidade Temática: Probabilidade e Estatística

Duração: Previsão de 2 aulas (módulos de 50 minutos)
Ano escolar: 5º ano do Ensino Fundamental

Objetivos da aprendizagem:

- Compreender o conceito fundamental de probabilidade como uma medida numérica que quantifica a chance de ocorrência de um evento.
- Reconhecer e identificar eventos equiprováveis, compreendendo que todos os eventos têm a mesma probabilidade de ocorrer.
- Utilizar corretamente fórmulas básicas de probabilidade, como P(A) = (número de casos favoráveis) / (número total de casos possíveis), para calcular a probabilidade de eventos simples.
- Aplicar o conhecimento de probabilidade em situações do cotidiano, resolvendo problemas que envolvam eventos equiprováveis e eventos não equiprováveis.

Habilidades (CRMG):

- (EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
- (EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Material Necessário:

Cartões de papel com as palavras "vermelho", "azul", "amarelo" e "verde", caixas de papelão e cópias das Listas de Exercícios (apresentadas no Apêndice H).

Essa sequência didática possibilitará aos professores introduzir o conceito de probabilidade de um evento, eventos equiprováveis e a fórmula simples para calcular a probabilidade de um evento ocorrer.

Para começar a atividade, os professores devem preparar caixas contendo dez cartões nas cores vermelha, azul, amarela e verde, sendo um vermelho, dois azuis, três amarelos e quatro verdes. O professor deve ter cartões extras, pois no meio da Lista de Exercícios 1 será solicitado que os grupos troquem cartões com o professor para garantir quantidades iguais de cada cor. A sequência didática deve ser realizada em grupos, portanto, o professor deve dividir os estudantes em grupos de 4 ou 5 membros.

1. Engajamento

Nesta etapa o professor apresentará a situação-problema para os estudantes que abrange probabilidade de um evento e eventos equiprováveis.

Primeiramente entregue o enunciado do problema: "Estamos organizando uma festa muito especial chamada 'Festa das Cores'. Nessa festa, a decoração é feita com uma incrível variedade de balões, cada um colorido de forma vibrante. Nela temos 10 balões vermelhos, 10 balões azuis, 5 balões amarelos e 5 balões verdes, tornando a festa uma verdadeira explosão de cores e diversão. Ao término da festa, a professora distribuirá os balões entre os estudantes de forma aleatória. Você será o primeiro a receber um balão. Qual é a probabilidade de você receber um balão da cor vermelha? Todas as cores têm a mesma chance de serem distribuídas?"

Depois disso, o professor lê o problema em voz alta e verifica se todos os estudantes compreenderam o que foi solicitado. Em seguida, avança para a próxima etapa.

2. Inquérito ou Investimento

Nesta fase o professor entrega as caixas com os cartões e a Lista de Exercícios 1. Em seguida, expõe aos estudantes que ao final das duas listas, eles terão as informações necessárias para resolver o problema proposto. Nesta etapa, é importante que o professor verifique se todos os estudantes da turma têm conhecimento sobre frações. Se algum estudante não tiver, o professor deve revisar esse conteúdo.

As outras duas fases serão revistas duas vezes mediante o número de listas existentes. Nelas os estudantes adquirem informações necessárias para resolverem o problema, incentivando a autonomia na busca pelo conhecimento.

3. Resolução do Problema

Na fase Resolução do Problema, os estudantes serão guiados, com a Lista de Exercícios 1, através dos conceitos básicos de probabilidade, inclusive eventos equiprováveis, coleta de dados, e análise de frequências, que são fundamentais em estatística e probabilidade. Dessa forma, os estudantes precisam de tempo suficiente para resolver a lista e compreender os conceitos trazidos nela e o professor deve fornecer esse tempo a eles.

No final, as Listas de Exercícios 1 devem ser entregues ao professor para que ele possa registrar no quadro as respostas dadas pelos grupos e, assim, aprofundar as questões certas e, analisar e corrigir as questões erradas.

Figura 80 – Questões 1, 2 e 3 da Lista de Exercícios 1

Questão 1: Quantos cartões estão presentes na caixa? Quais são as cores desses cartões e suas respectivas quantidades? *Resposta*: ____

____

Questão 2: Retire um cartão da caixa entregue ao grupo e anote na Tabela 1 a cor escrita no cartão. Repita esse processo dez vezes, sempre colocando na caixa o cartão retirado anteriormente.

Tabela 1

Jogada	**Cor escrita no cartão**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Fonte: (Autoria própria)

Questão 3: Por que é importante colocar novamente o cartão retirado anteriormente na caixa antes de cada nova retirada? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 190)

As questões 1, 2 e 3, Figura 80, se concentram em estabelecer uma base inicial para o experimento de probabilidade com a caixa de cartões coloridos.

A questão 1 introduz o conceito de contagem e classificação, fundamentos importantes para a compreensão de probabilidades. Ensina aos estudantes a identificar e organizar dados iniciais, que são essenciais para cálculos posteriores. Também desenvolve habilidades básicas de contagem e categorização.

A questão 2 introduz a amostragem com reposição e a prática de registro de dados. Mostra aos estudantes como coletar e registrar dados de forma sistemática, habilidades fundamentais em estudos estatísticos e experimentos científicos. A repetição reforça a prática de registro e observação.

A questão 3 explica a importância da reposição na manutenção de probabilidades constantes. Ensina conceitos fundamentais de amostragem probabilística e a importância de condições constantes para análise precisa. Isso ajuda os estudantes a entender por que os métodos de coleta de dados importam.

Figura 81 – Questões 4, 5 e 6 da Lista de Exercícios 1

Questão 4: Registre, na Tabela 2, a frequência de cada cor registrada na Tabela 1.

Tabela 2

Cor	**Frequência**
Amarelo	
Azul	
Verde	
Vermelho	

Fonte: (Autoria própria)

Após as dez retiradas, qual cor foi registrada com mais frequência na Tabela 1? E com menos frequência? *Resposta*: ____

____

Questão 5: Vamos analisar a chance de retirar as cores da caixa.

- Na caixa temos ________ cartões na cor amarelo em um total de ______ cartões.
- Na caixa temos ________ cartões na cor azul em um total de ______ cartões.
- Na caixa temos ________ cartões na cor verde em um total de ______ cartões.
- Na caixa temos ________ cartões na cor vermelho em um total de ______ cartões.

a) De acordo com a análise, qual cor tem maior chance de ser retirada? E menor chance? *Resposta*: ____

b) A resposta foi a mesma da questão 4? Se não, o que você acha que pode ter acontecido? *Resposta*: ____

____

Questão 6: Como as frequências registradas na Tabela 2 se relacionam com a quantidade inicial de cartões de cada cor na caixa? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 190 - 191)

A questão 4 desenvolve habilidades de análise crítica e interpretação de dados. Promove a compreensão de variações naturais em pequenos conjuntos de dados.

A questão 5 analisa as chances de retirar cada cor da caixa. Ajuda os estudantes a entenderem a diferença entre teoria e prática e a interpretar desvios. Essa questão pode ser mais desafiadora para os estudantes, peça para eles pensarem na quantidade de cartões de cada cor em relação ao total de cartões.

A questão 6 reforça a compreensão de como os dados iniciais influenciam os resultados observados. Ajuda a construir uma base sólida para a interpretação estatística e análise de frequências. As questões estão apresentadas na Figura 81.

A questão 7 procede-se uma reestruturação dos cartões presentes na caixa, fazendo com que as probabilidades de sair qualquer cor seja a mesma. A questão 8 ajuda os estudantes a compreenderem que, quando as quantidades são iguais, as chances de retirar cada cor se tornam iguais, ilustrando eventos equiprováveis. Essa questão pode ser desafiadora para os estudantes. Assim, o professor pode pedir para que eles considerem como a chance de retirar cada cor muda quando todas as cores têm o mesmo número de cartões. A Figura 82, mostra as questões 7 e 8.

Figura 82 – Questões 7 e 8 da Lista de Exercícios 1

Agora, troque seus cartões com o professor de forma que fiquem com dois cartões de cada cor.

Questão 7: Nessa nova formação da caixa, quantos cartões estão presentes na caixa, quais são as cores desses cartões e suas respectivas quantidades? *Resposta*: ________________________

____

Questão 8: Como você acha que a troca de cartões com o professor afetará a chance de sair cada cor? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 191)

A questão 9 ajuda os estudantes a entenderem como a distribuição igualitária de condições pode simplificar a análise probabilística. Reforça a aplicação prática dos conceitos teóricos de probabilidade. A questão 10 traz a coleta de dados com a nova distribuição (quantidades iguais) demonstrando na prática que, com eventos equiprováveis, as frequências observadas devem se aproximar das probabilidades teóricas. As questões 9 e 10 estão na Figura 83.

A questão 9 é uma das mais difíceis da lista, pois, requer o cálculo de probabilidades com a nova distribuição de cartões, aplicando a compreensão de eventos equiprováveis. Uma dica seria: lembre-se de que, com um número igual de cartões de cada cor, a chance de tirar qualquer cor é a mesma. Como você pode usar isso para calcular a chance de retirar um cartão de cada cor?

Figura 83 – Questões 9 e 10 da Lista de Exercícios 1

Questão 9: Qual é a chance de retirar um cartão das cores amarela, azul, verde e vermelha, considerando a nova composição? *Resposta*: ____

____

Questão 10: Retire um cartão da caixa, sem olhar, e anote na Tabela 3 a cor escrita no cartão. Repita esse processo oito vezes, sempre colocando na caixa o cartão retirado anteriormente.

Tabela 3

Jogada	**Cor escrita no cartão**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Fonte: (Autoria própria)

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 192)

A questão 11 analisa se as previsões se confirmam, reforça a compreensão de eventos equiprováveis e como as frequências devem refletir as probabilidades teóricas com um número suficiente de tentativas. Na questão 12 a comparação entre as distribuições inicial e igualitária demonstra claramente o conceito de eventos equiprováveis, mostrando como a equalização das quantidades de cada cor leva a probabilidades iguais. As duas questões estão representadas na Figura 84 e envolvem eventos equiprováveis. No entanto, pode ocorrer dos estudantes não conseguirem visualizar esses eventos ao retirarem os cartões apenas oito vezes. Nesse caso, sugira aos estudantes que retirem mais cartões até que a quantidade de retiradas de cada cor fique bem próxima.

Essas duas questões são consideradas como difíceis para os estudantes. Para a questão 11, uma dica seria pedir aos estudantes para comparar os seus resultados com o que você esperava. Se eles são diferentes, pense em fatores que poderiam ter influenciado os resultados. Por exemplo, como o número de tentativas pode afetar a precisão das frequências observadas?

Para a questão 12 o professor pode dizer: pense em como a distribuição inicial e a nova distribuição mudam as chances de cada cor. Como isso se relaciona com a ideia de que eventos iguais têm a mesma chance de ocorrer?

Figura 84 – Questões 11 e 12 da Lista de Exercícios 1

Questão 11: Após as oito retiradas, suas conclusões das questões 8 e 9 se confirmaram? Se não, o que acha que pode ter acontecido? *Resposta*: ______________________________________

____

Questão 12: Como a nova distribuição de cartões influencia as chances em comparação com a situação inicial? Explique como as chances iguais se relaciona com essa distribuição. *Resposta*:

____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 192)

4. <u>Recapitulação</u>

Nesse primeiro momento da fase Recapitulação, o professor, redigirá no quadro as respostas dos estudantes. A correção encoraja os estudantes a refletirem sobre seu processo de aprendizado. Eles têm a oportunidade de analisar onde cometeram erros, entender por que ocorreram e considerar como podem evitar esses erros no futuro. É importante que o professor permita que os estudantes corrijam seus próprios erros, isso não apenas reforça o aprendizado, mas também promove habilidades essenciais para o sucesso acadêmico e pessoal, como responsabilidade, autonomia, reflexão e persistência.

Após a correção das questões o professor deve ir a lousa e explicar o que é probabilidade e eventos equiprováveis para reforçar o que foi aprendido com a Lista de Exercícios 1. No entanto, não deve comentar sobre a fórmula da probabilidade de um evento ocorrer porque esse é o conteúdo que será trabalhado na próxima lista. A Lista de Exercícios 1 e a correção acontecerá em um horário de 50 minutos, assim a Lista de Exercícios 2 ficará para a próxima aula.

3. <u>Resolução do Problema</u>

No segundo momento da fase Resolução do Problema, as questões da Lista de Exercícios 2 abordam diversos aspectos relacionados à compreensão e aplicação do conceito de probabilidade, desde definições básicas até a formulação de uma fórmula geral. Elas estimulam os estudantes a pensarem criticamente sobre como calcular probabilidades e como esses conceitos se aplicam a diferentes situações do mundo real.

No final, o professor recolhe a lista de exercícios, como aconteceu com a Listas de Exercícios 1 e apresenta as respostas dos grupos para possíveis correções.

As questões 1, 2 e 3 (Figura 85) estabelecem uma base sólida, introduzindo e definindo o conceito de probabilidade e fornecendo uma compreensão inicial de como calcular e representar probabilidades.

Figura 85 – Questões 1, 2 e 3 da Lista de Exercícios 2

Questão 1: Analisando o que foi aprendido até o momento, responda: o que você entende por probabilidade em termos simples? Como você descreveria a chance de um evento ocorrer? *Resposta*: ____

____

Questão 2: Vimos na questão 5 da lista de exercícios anterior que a quantidade de cartões verdes em relação ao total de cartões era 4 em 10, ou seja, a probabilidade de sair o cartão da cor verde é de 4 em 10. Se tivéssemos uma caixa com 5 cartões vermelhos e 3 cartões azuis, como você expressaria a chance de escolher um cartão vermelho? E de escolher um cartão azul? *Resposta*:

____

____

Questão 3: Considerando a questão anterior, como você representaria a chance de escolher um cartão vermelho como uma fração? Justifique. *Resposta*: ____________________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 193)

A questão 1 introduz os estudantes ao conceito fundamental de probabilidade, que é essencial para a compreensão de todos os conceitos subsequentes. Ao descrever a probabilidade em termos simples, os estudantes desenvolvem uma base sólida e intuitiva para entender a chance de um evento ocorrer.

A questão 2 reforça a compreensão de como a quantidade relativa de um evento (cartões de uma cor) afeta sua probabilidade. Já a questão 3 enfatiza a habilidade de converter uma definição intuitiva de probabilidade em uma expressão matemática formal, uma competência essencial em probabilidade e estatística. Justificar a fração ajuda os estudantes a entender a lógica por trás dos cálculos probabilísticos.

Figura 86 – Questões 4, 5 e 6 da Lista de Exercícios 2

Questão 4: Imagine uma caixa contendo 1 cartão laranja, 2 cartões rosas, 3 cartões brancos e 4 cartões pretos. Na Tabela 1, represente a probabilidade de sair cada cor, mostrando a quantidade de cartões em relação ao total de cartões na coluna 3 e a probabilidade como uma fração na coluna 4.

Tabela 1

Cor	**Quantidade de cartões**	**Probabilidade (tantos cartões em total de cartões)**	**Probabilidade (usando fração)**
Branco			
Laranja			
Preto			
Rosa			
	Total de cartões:		

Fonte: (Autoria própria)

Questão 5: Observando os casos anteriores, como você acha que podemos definir uma fórmula geral para calcular a probabilidade de um evento? *Resposta*: ____________________________
____

Questão 6: Se tivermos uma caixa com 15 cartões, sendo 6 vermelhos, 5 azuis, 2 amarelos e 2 verdes, como você usaria a fórmula para calcular a probabilidade de escolher um cartão azul? *Resposta*: ____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 193 - 194)

A questão 4 ajuda os estudantes a organizar dados de maneira sistemática e a calcular probabilidades para múltiplos eventos. A questão 5 ensina-os a derivar fórmulas a partir de exemplos específicos, generalizando conceitos aprendidos. Esta habilidade de abstração é crucial para a resolução de problemas mais complexos em matemática e ciências, no entanto, é um processo difícil para os estudantes. Aqui, provavelmente, o professor precisará intervir e dar uma dica, sem contar a resposta. Ele pode dizer: "Pense nos exemplos anteriores e tente generalizar a maneira como calculamos a probabilidade. Qual foi o processo de divisão utilizada?"

A questão 6 reforça a aplicação prática da fórmula geral, consolidando a habilidade dos estudantes de usar fórmulas matemáticas para resolver problemas. A prática com diferentes conjuntos de dados também ajuda a desenvolver flexibilidade na aplicação de conceitos teóricos. Essas três questões são mostradas na Figura 86.

Figura 87 – Questões 7 e 8 da Lista de Exercícios 2

Questão 7: Agora, imagine uma caixa que possui cartões brancos e pretos, sendo 5 cartões de cada cor. Represente na Tabela 2, a probabilidade de ocorrer uma dessas cores, usando a fórmula.

Tabela 2

Cor	**Quantidade de cartões**	**Probabilidade (usando a fórmula)**	**Probabilidade (simplificando a fração)**
Branco			
Preto			

Fonte: (Autoria própria)

a) Observando a probabilidade de cada cor ocorrer, o que podemos afirmar? Qual o nome dado para probabilidades que possuem chances iguais de ocorrer? *Resposta*: ________________
____

b) Observando a probabilidade com a fração simplificada, qual relação podemos fazer entre o denominador e a quantidade de cores? *Resposta*: ___________________________________
____

c) Observando a probabilidade com a fração simplificada, qual relação podemos fazer entre o numerador e a quantidade de cor escolhida para o cálculo? *Resposta*: __________________
____

Questão 8: Com base nas observações da questão anterior, como a equiprobabilidade afeta a fórmula? *Resposta*: ____
____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 194)

As questões 7 e 8 (Figura 87) transfere o uso da fórmula para eventos equiprováveis e são as duas questões mais difíceis da Lista de Exercícios 2.

A questão 7 introduz formalmente o conceito de eventos equiprováveis, que é fundamental em muitos problemas de probabilidade. A comparação de probabilidades iguais reforça a compreensão da igualdade de chances e prepara os estudantes para entender a simetria em distribuições de probabilidade. O professor pode dizer: "Quando as probabilidades são iguais para todas as opções, como isso se reflete nas frações? Pense no que significa ter uma chance igual para cada cor."

Caso os estudantes ainda não consigam resolver a questão, o professor pode dar dicas para cada letra da questão. A letra a) define e identifica eventos equiprováveis. Uma dica aos estudantes seria: "Pense no que significa quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer. Como isso se reflete na probabilidade?"

A letra b) relaciona a fração simplificada com a quantidade total de cores. Uma dica seria: "Observe como a fração representa a parte do total. O que o denominador nos diz sobre a totalidade das opções?". A letra c) relaciona o numerador da fração simplificada com a quantidade específica de uma cor. A dica pode ser: "Considere como o numerador indica o número de maneiras pelas quais o evento escolhido pode ocorrer. Como isso se relaciona com o total de eventos possíveis?"

A questão 8 solidifica a compreensão de eventos equiprováveis, mostrando como a igualdade de chances afeta os cálculos de probabilidade. Esta questão também ajuda os estudantes a ver a conexão entre teoria e prática, e como ajustes nas condições iniciais afetam os resultados probabilísticos. Uma dica dada pelo professor pode ser: "Considere como os valores colocados na fórmula de probabilidade muda (ou não muda) quando todos os eventos têm a mesma chance de ocorrer. Como a igualdade de chances influencia a fórmula?"

Figura 88 – Questões 9 a 12 da Lista de Exercícios 2

Questão 9: Você tem uma caixa de lápis de cor com 12 lápis. Quatro deles são vermelhos, 3 são azuis, 2 são pretos e 3 são roxos. Se você fechar os olhos e pegar um lápis aleatoriamente, qual é a chance de pegar um lápis azul? E qual é a chance de pegar um lápis vermelho? *Resposta*: ____

____

Questão 10: Suponha que temos um saco com 10 fichas numeradas de 1 a 10. Qual é a probabilidade de pegar uma ficha com um número ímpar? *Resposta*: ____________________

____

Questão 11: Se você tem um baralho de cartas, qual é a probabilidade de tirar um Ás? *Resposta*:

____

Questão 12: Imagine que temos uma caixa cheia de bolinhas coloridas. Na caixa, há 4 bolinhas brancas, 4 azuis, 4 pretas e 4 verdes. Qual a probabilidade de escolher uma bolinha azul da caixa? *Resposta*: ____

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 194 - 195)

As questões 9 a 12 (Figura 88) apresentam uma variedade de cenários para aplicação do conceito de probabilidade, envolvendo diferentes contextos como bolinhas coloridas, lápis de cor, fichas numeradas e cartas de baralho.

A questão 13, Figura 89, traz a situação-problema do início da sequência didática. Nesse momento, os estudantes já possuem conhecimento suficiente para resolvê-la.

Figura 89 – Questão 13 da Lista de Exercícios 2

Questão 13: Chegou o momento de resolvermos o problema trazido no início da sequência didática. Vamos lá!

Estamos organizando uma festa muito especial chamada 'Festa das Cores'. Nessa festa, a decoração é feita com uma incrível variedade de balões, cada um colorido de forma vibrante. Nela temos 10 balões vermelhos, 10 balões azuis, 5 balões amarelos e 5 balões verdes, tornando a festa uma verdadeira explosão de cores e diversão. Ao término da festa, a professora distribuirá os balões entre os estudantes de forma aleatória. Você será o primeiro a receber um balão. Qual é a probabilidade de você receber um balão da cor vermelha? Todas as cores têm a mesma chance de serem distribuídas? *Resposta*: ____________________________________

____

Fonte: Arquivo da autora (ver Apêndice H, p. 195)

4. Recapitulação

Durante a fase de Recapitulação, ao revisitar o conteúdo, o professor tem a tarefa de escrever no quadro as respostas fornecidas pelos estudantes. Este momento de correção é essencial, pois oferece aos estudantes a oportunidade de analisar suas respostas e promover uma reflexão aprofundada sobre o que aprenderam. Identificar erros e compreender as razões que levaram a esses erros permite que os estudantes consolidem seu conhecimento e aprimorem a compreensão dos conceitos abordados.

Receber *feedback* imediato sobre suas respostas é uma ferramenta poderosa para os estudantes, pois ajuda-os a corrigir mal-entendidos e a solidificar seu conhecimento. O *feedback* fornecido pelo professor durante a correção é crucial, pois orienta os estudantes, destacando tanto seus acertos quanto as áreas que necessitam de melhorias.

O processo de correção, quando os estudantes são incentivados a corrigir seus próprios erros, promove a autonomia e a responsabilidade. Ao aprender a reconhecer e corrigir suas falhas, os estudantes desenvolvem habilidades valiosas que são úteis não apenas no ambiente escolar, mas ao longo de toda a vida. A repetição e a revisão dos exercícios durante a correção também desempenham um papel importante no reforço do conteúdo aprendido. Este reforço é fundamental para a retenção a longo prazo das informações e para a preparação dos estudantes para futuras avaliações.

As questões da Lista de Exercícios 2 formam uma progressão lógica, levando os estudantes de uma compreensão básica e intuitiva de probabilidade a uma aplicação mais sofisticada e abstrata dos conceitos. Cada questão constrói sobre os conhecimentos adquiridos nas anteriores, preparando os estudantes para enfrentar desafios mais complexos e desenvolver uma compreensão profunda e holística de probabilidade.

Além disso, abordam uma variedade de contextos, desde caixas de bolinhas até baralhos e fichas numeradas, proporcionando aos estudantes a oportunidade de aplicar a fórmula básica de probabilidade. Essas situações práticas estimulam a compreensão do conceito e sua aplicação em diferentes cenários.

O professor deve destacar a importância de entender o contexto de cada situação apresentada, pois isso influencia diretamente na determinação dos eventos desejados e no cálculo da probabilidade. O professor deve incentivar os estudantes a compartilharem suas estratégias e raciocínios durante a correção em sala de aula, promovendo um ambiente colaborativo de aprendizado. O professor deve identificar e abordar conceitos específicos que podem ter gerado confusão, como a contagem total de elementos no espaço amostral.

Ao abordar esses pontos, o professor pode fornecer uma correção abrangente e promover uma compreensão mais profunda do conceito de probabilidade entre os estudantes.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou trazer um apoio aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, especialmente, aos professores do 5º ano dessa etapa escolar. O ensino da Matemática traz uma ansiedade e, em algumas vezes, angústia a esses professores que veem os resultados referentes a essa disciplina serem desastrosos. Existe uma cobrança enorme por parte das instâncias maiores para a melhoria desses resultados e pouco apoio e ajuda a esses profissionais.

Com base na experiência escolar com professores do 5º ano do ensino fundamental, adquirida ao trabalhar em duas escolas que possuem essa etapa escolar, foi possível perceber, ao conversar com eles, uma sobrecarga significativa. Nesta fase, os professores precisam revisar e corrigir deficiências nos conteúdos ensinados em anos anteriores, além de transmitir aos estudantes os conteúdos específicos dessa série.

A contribuição deste trabalho para a melhoria dessa situação foi a confecção de algumas sequências didáticas que segue a metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) para introduzir um tópico. Com o apoio dos professores dos anos iniciais que participaram desta pesquisa e responderam ao questionário descobriu-se os conteúdos da disciplina de Matemática que os estudantes possuem maior dificuldade de aprender e, diante dos dados obtidos, foi possível produzir essas atividades pedagógicas.

Durante o processo de escrita desse trabalho percebeu-se que não seria possível preparar sequências didáticas referentes a todos os conteúdos ou unidades temáticas citadas pelos professores, assim a escolha dos temas foi feita observando dois pontos: os conteúdos ou unidades temáticas citadas como grandes dificuldades dos estudantes e quais os conteúdos ou unidades temáticas os professores gostariam de ter uma formação.

Com isso, chegou-se nas atividades: sobre frações equivalentes, sobre adição e subtração de frações, sobre perímetro e unidades de medida de comprimento, sobre área e unidades de medida de área e sobre probabilidade de um evento. Mesmo não sendo possível preparar sequências didáticas de todos os conteúdos citados pelos professores, essas que foram produzidas podem servir de inspiração para a construção, por parte do professor, de outras sequências que possam auxiliá-lo na introdução de um tópico.

Após os estudos realizados no Google Acadêmico, notou-se que nenhum trabalho apresentava atividades didáticas, com base na ABP, relacionados aos tópicos escolhidos por essa pesquisa. A opção pelo modelo ABP ocorreu por se acreditar na sua eficácia, contribuindo para aprimorar o desempenho acadêmico dos estudantes do Ensino Fundamental, a retenção de conhecimento, o desenvolvimento conceitual e as atitudes.

Os estudantes não estão conseguindo compreender os conceitos matemáticos por traz de cada tema mostrado a eles e, consequentemente, não conseguem abstrair e nem utilizá-los em outras situações tornando o aprendizado fragmentado. Daí a importância de uma introdução bem feita, se o professor conseguir sanar esse problema do entendimento dos conceitos iniciados com os estudantes certamente a qualidade do ensino da Matemática irá melhorar.

É essencial considerar que a Matemática é uma disciplina que se baseia na construção do conhecimento em etapas sucessivas, e, portanto, é de extrema importância abordar as dificuldades dos estudantes de maneira sistemática e progressiva.

Como não houve tempo hábil para a aplicação das sequências didáticas em sala de aula, não é possível afirmar se elas ajudarão a sanar as deficiências existentes, no entanto, acredita-se que a utilização do método Aprendizagem Baseada em Problemas desenvolve nos estudantes o raciocínio lógico, desperta o interesse e envolve toda a sala na construção de novas habilidades, fornecendo uma base sólida para o desenvolvimento de habilidades matemáticas posteriores.

É importante frisar que a educação matemática é um processo contínuo e, como tal, este trabalho não pretende resolver todos os desafios, mas sim fornecer uma contribuição importante para a melhoria do ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ao fortalecer a base matemática dos estudantes desde o início, esses serão preparados para um sucesso duradouro ao longo de sua jornada educacional.

Portanto, esta dissertação representa apenas o início de uma jornada mais ampla na melhoria da educação matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Espera-se que as sequências didáticas aqui desenvolvidas sejam um recurso valioso para professores e que continue a evoluir e melhorar com o tempo. Acredita-se que, por meios de esforços colaborativos e compromisso constante com a excelência no ensino, pode-se oferecer aos estudantes um ensino da Matemática mais acessível, eficaz e inclusivo.

Concluindo, a educação matemática é um campo em constante evolução, e as necessidades dos estudantes podem mudar ao longo do tempo, por isso, são importantes a pesquisa contínua e o desenvolvimento de estratégias de ensino eficaz. A educação matemática é um campo dinâmico e desafiador, mas também repleto de oportunidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, Cíntia Cristiane de. **O ensino da matemática para o cotidiano**. 2013. 48 f. Monografia (Especialização) - Curso de Pós Graduação em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino, Polo UAB do Município de Paranavaí, Modalidade de Ensino A Distância, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2013.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia educacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980. 625 p.

BACCIN, Bruna Ambros; PINTO, Luiza Frigo; COUTINHO, Renato Xavier. A formação de professores para os anos iniciais e a metodologia de aprendizagem baseada em problemas: o que dizem as produções acadêmicas. **Research, Society And Development**, [S.L.], v. 9, n. 11, p. 1-24, 3 dez. 2020. Research, Society and Development. http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i11.10532.

BERBEL, Neusi Aparecida Navas. A problematização e a aprendizagem baseada em problemas: diferentes termos ou diferentes caminhos?. **Interface - Comunicação, Saúde, Educação**, [S.L.], v. 2, n. 2, p. 139-155, fev. 1998. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s1414-32831998000100008.

BEZERRA, Nilra Jane Filgueira; SANTOS, Rossiter Ambrósio Dos. Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) como estratégia para a organização do trabalho docente em matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas, 11.,2013, Curitiba, PR. **Anais do XI Encontro de Educação Matemática**. Curitiba-PR, 18 a 21 de julho de 2013.

BONA, Berenice de Oliveira. Análise de softwares educativos para o ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Experiências em Ensino de Ciências**, Carazinho, RS, v. 4, n. 1, p. 35-55, ago. 2009.

BOROCHOVICIUS, Eli. **Problem-based learning no ensino fundamental: uma pesquisa colaborativa**. 2020. 203 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, Pontifícia Universidade Católica de Campinas, Campinas, 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Censo da educação básica 2020: resumo técnico [recurso eletrônico]** – Brasília: Inep, 2021. 70 p.: il.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Plano Nacional de Educação PNE 2014-2024**: Linha de Base. – Brasília, DF: Inep, 2015.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Notas sobre o Brasil no Pisa 2022**. Brasília, DF: Inep, 2023.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Dispõe sobre as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**: seção 1, Brasília, DF, ano 134, n. 248, p. 1-9, 23 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC** versão final. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** – Brasília: MEC/SEF, 1997.

COSTA JÚNIOR, Raimundo Jorge da. **Uso do PBL no ensino de geometria do ensino fundamental**. 2021. 68 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Instituto de Matemática da Universidade de Alagoas, Universidade Federal de Alagoas, Alagoas, 2021.

CURI, Edda. **Formação de professores polivalentes: uma análise dos conhecimentos para ensinar matemática e das crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. 2004. 278 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

DELMIRO, Carlos; FELÍCIO, Milínia; BORGES NETO, Hermínio. Sequência FEDATHI e H5P para a promoção do ensino de matemática. **Anais da X Bienal de Matemática da Sociedade Brasileira de Matemática**, Belém: SBM, p. 1678-1697, 2022.

DRAKE, Kay N.; LONG, Deborah. Rebecca’s in the Dark: a comparative study of Problem-Based Learning and Direct Instruction/Experiential Learning in two 4th-grade classrooms. **Journal Of Elementary Science And Education.** Macomb, v. 21, n. 1, p. 1-16, 2009. Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ849707.pdf. Acesso em: 28 set. 2023.

FUNDAÇÃO LEMANN. **QEDu é atualizado com dados do Saeb 2019.** Disponível em: https://fundacaolemann.org.br/noticias/qedu-e-atualizado-com-dados-do-saeb-2019. Acesso em: 26 jan. 2023.

GIL, Kátia Henn**. Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra**. 2008. 120 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

GONÇALVES, Tânia Maria Nunes; FERREIRA, Thaís Maria. Atividade didática sobre a adição e subtração de frações embasada na metodologia Aprendizagem Baseada em Problemas. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 7, n. 13, p. 1-19, 15 dez. 2023. Universidade Estadual de Montes Claros (UNIIMONTES). http://dx.doi.org/10.46551/emd.v7n13a25.

GRANDO, Regina Célia. **O Conhecimento Matemático e o Uso de Jogos na Sala de Aula**. 2000. 224 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2000.

KENSKI, Vani Moreira. Educação e internet no Brasil**. Cadernos Adenauer**, Rio de Janeiro, v.16, n.3, p. 133-150, 2015.

KREMER, Karla Araújo. **Dificuldades da aprendizagem de Matemática.** 2010. 37 f. Curso de Pós-Graduação Lato Sensu. Especialização em Psicopedagogia – Universidade Cândido Mendes, Rio de Janeiro, 2010.

LEITE, Laurinda; AFONSO, Ana Sofia. Aprendizagem Baseada em Problemas: características, organização e supervisão. In: XIV Congresso de ENCIGA, 48, 2001, Santiago de Compostela. **Boletín das Ciencias.** Santiago de Compostela: Enciga, 2001. p. 253-260.

LIMA, Vanda Moreira Machado. **Formação do professor polivalente e os saberes docentes: um estudo a partir de escolas públicas.** 2007. 65 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

LOPES, Renato Matos; SILVA FILHO, Moacelio Veranio; ALVES, Neila Guimarães (org.). **Aprendizagem Baseada em Problemas**: fundamentos para a aplicação no ensino médio e na formação de professores. Rio de Janeiro: Publiki, 2019. 198 p.; ebook.

LOPES, Renato Matos *et al*. Aprendizagem baseada em problemas: uma experiência no ensino de química toxicológica. **Química Nova**, [S.L.], v. 34, n. 7, p. 1275-1280, 2011. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/s0100-40422011000700029.

MALHEIRO, João Manoel da Silva; DINIZ, Cristowam Wanderley Picanço. Aprendizagem Baseada em Problemas no Ensino de Ciências: mudando atitudes de estudantes e professores. **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Amazônia, v. 4, n. 8, p. 1-10, jul. 2007. Semestral.

MARTINS, Lígia Márcia; DUARTE, Newton (org.). **Formação de professores**: limites contemporâneos e alternativas necessárias. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. 191 p.

MASOLA, Wilson de Jesus. **Dificuldades de aprendizagem matemática dos alunos ingressantes na educação superior nos trabalhos do X Encontro Nacional de Educação Matemática.** 2014. 161 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2014.

MASOLA, Wilson de Jesus.; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior. **Revista Brasileira de Ensino Superior**, [S.L.], v. 2, n. 1, p. 64-74, 30 mar. 2016. Complexo de Ensino Superior Meridional S.A.. http://dx.doi.org/10.18256/2447-3944/rebes.v2n1p64-74.

MASOLA, Wilson de Jesus.; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Matemática: o "calcanhar de Aquiles" de alunos ingressantes na Educação Superior.** 2014. 31 f. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2014.

MASOLA, Wilson de Jesus; VIEIRA, Gilberto; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Ingressantes na Educação superior e suas Dificuldades em Matemática: uma Análise das Pesquisas Publicadas nos Anais dos X e XI ENEMs. **Revista Brasileira de Ensino Superior - SBEM/SBEM-SP**, v. 2, n. 1, p. 64 – 74, 2016.

MENDES, Rozi Mara. **Avaliação da interface de desenvolvimento de materiais educacionais digitais no ambiente HyperCAL online**. 2009. 252 p. Dissertação (Mestrado em Design) – Programa de Pós-Graduação em Design (PGDESIGN), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

MELO JÚNIOR, José Firmino; SANTOS, Rodiney Marcelo Braga Dos. Modelagem Matemática: uma abordagem da Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). In: Congresso Nacional de Educação. 1, 2014, Campina Grande-PB, **Anais do I CONEDU**. Campina Grande – PB: Realize Editora, 18 a 20 de setembro de 2014.

MERRITT, Joi; LEE, Mi Yeon; RIBEIRO, Peter; KINACH, Barbara M. Problem-based learning in K-8 Mathematics and Science Education: a literature review. Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning, v. 11, n. 2, 2017.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo Básico Comum – CBC**. Belo Horizonte, 2014.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo Referência de Minas Gerais – CRMG**. Belo Horizonte, 2018.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem Significativa:** a teoria e textos complementares. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011. 180 p.

MOURA, Ana Célia Clementino; PORTELA, Aliny da Silva; LIMA, Alverbênia Maria Alves de. Uma experiência de aprendizagem cooperativa no curso de Letras. **Ensino em Perspectivas**, Fortaleza, v. 1, n. 2, p. 1-12, 2020. 12 p.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. 144 p.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Tradução da Associação de Professores de Matemática. Lisboa: APM, 2007.

PARATELLI, Conceição Aparecida *et al*. A escrita no processo de aprender matemática, **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 23-30, 2005. 82 p.

PINTO, Daniel Mira Rodrigues; PIRES, Maria Auxiliadora Lisboa Moreno. O ensino da matemática e sua função na formação do indivíduo e de sua cidadania na educação. **REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 14, n. 32, p.118-130. 2019. 13p.

PONTES, Edel Alexandre Silva. A Capacidade de Gerar Soluções Eficientes e Adequadas no Processo Ensino e Aprendizagem de Matemática, **Revista Psicologia & Saberes**, vol. 8, no. 10, p. 193-205, 2019. 13 p.

RANGEL, Darlan Murente; ALVES, Antônio Maurício Medeiros. A formação da professora polivalente e sua prática pedagógica no ensino de matemática. **VII Congresso Internacional De Ensino De Matemática**, Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2017.

RAPOPORT, Andrea; SILVA, Sabrina Boeira da. Desempenho escolar de crianças em situação de vulnerabilidade. **Revista Educação em Rede: Formação e Prática Docente**, Cachoeirinha/RS, v. 2 n. 2, p. 1-26, 2013.

SAVIANI, Dermerval. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**, [S.L.], v. 14, n. 40 jan./abr. 2009.

SILVA, Ana Gisnayane Souza; SOUSA, Francisco Jucivânio Félix; MEDEIROS, Jarles Lopes de. O ensino da matemática: aspectos históricos. **Research, Society and Development**, [S.L.], v. 9, n. 8. e488985850, 2020. Research, Society and Development. http://dx.doi.org/10.33448/rsd-v9i8.5850.

SILVA, Josias Pedro da; LIMA, Iranete Maria da Silva; GITIRANA, Verônica. Ensinar matemática à luz de uma perspectiva crítica: algumas reflexões. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 6, n. 3, p. 207-228, 2019.

SILVA, Katia Alexandra de Godoi *et al*. Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) no Ensino Fundamental: uma revisão sistemática de literatura. **Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas**, [S.L.], v. 21, n. 3, p. 244-249, 17 dez. 2020. Editora e Distribuidora Educacional. http://dx.doi.org/10.17921/2447-8733.2020v21n3p244-249.

SOUZA, Clarilza Prado de *et al*. Dificuldades recorrentes dos alunos do 5º ano do ensino fundamental em Matemática. **Estudos em Avaliação Educacional**, [S.L.], v. 23, n. 53, p. 198-221, 30 dez. 2012. Fundacao Carlos Chagas. http://dx.doi.org/10.18222/eae235320121921.

SOUZA, Iara Maria Costa de; FREITAS, Maria Cecília Martínez Amaro. A Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL) aliada ao ensino de ciências no 5° do ensino fundamental I. **IX Mostra Científica do Curso de Pedagogia**, [S.L.], v. 5, n. 2, p. 1-17, 16 dez. 2020. Anual.

SOUZA, Samir Cristino de; DOURADO, Luis. Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP): um método de aprendizagem inovador para o ensino educativo. **Holos**, [S.L.], v. 5, p. 182-200, 1 out. 2015. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN). http://dx.doi.org/10.15628/holos.2015.2880.

VIANA, Sidney Leandro da Silva; LOZADA, Claudia de Oliveira. Aprendizagem baseada em problemas para o ensino de probabilidade no Ensino Médio e a categorização dos erros apresentados pelos estudantes. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, p. 1-28, 9 maio 2020. Universidade Estadual de Montes Claros (UNIIMONTES). http://dx.doi.org/10.24116/emd.e202017.

LISTA DE APÊNDICE

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Universidade Federal de Catalão
Unidade Acadêmica de Matemática e Tecnologia
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Questionário para Professores do Ensino Fundamental – Anos Iniciais

1. Nome completo:____

2. Escolas onde trabalha:____
____
____
____

3. Qual a sua formação acadêmica? (marcar todas as opções que representam sua formação):

( ) Ensino Médio
( ) Magistério Profissionalizante
( ) Licenciatura. Especificar ____
( ) Bacharelado. Especificar ____
( ) Pós-Graduação. Especificar ____
( ) Mestrado. Especificar ____
( ) Doutorado. Especificar ____

4. Quantos anos você tem de experiência, como professor, nos anos iniciais do Ensino Fundamental? ___________
   ____

5. Este ano você está lecionando em quais séries dos anos iniciais?

( ) Nenhuma
( ) 1º ano
( ) 2º ano
( ) 3º ano
( ) 4º ano
( ) 5º ano

6. Do tempo que você leciona nos anos iniciais do Ensino Fundamental, quantos deles você dedicou ao 5º ano do Ensino Fundamental? ____

7. Dentre as séries dos anos iniciais do Ensino Fundamental em qual, ou quais, você mais gosta de lecionar? _____
____
____

8. De acordo com a sua experiência em sala de aula, das cinco Unidades Temáticas estabelecidas na BNCC para a disciplina de Matemática, qual (ou quais) os alunos possuem maior dificuldade na aprendizagem?

( ) Números
( ) Álgebra
( ) Geometria
( ) Grandezas e Medidas
( ) Probabilidade e Estatística

9. De acordo com sua experiência em sala de aula, qual (ou quais) conteúdo(s) da disciplina de Matemática, os alunos possuem maior dificuldade na aprendizagem? ____

____

____

____

____

10. Se você pudesse escolher dentre as cinco Unidades Temáticas definidas para a disciplina de Matemática uma formação para potencializar suas aulas, qual (ou quais) você escolheria?

( ) Números
( ) Álgebra
( ) Geometria
( ) Grandezas e Medidas
( ) Probabilidade e Estatística

11. Se você pudesse escolher dentre os conteúdos da disciplina de Matemática para receber uma formação para potencializar suas aulas, qual (ou quais) você escolheria? ____

____

____

____

____

As próximas perguntas deverão ser respondidas apenas por professores que lecionam ou já lecionaram no 5º ano do Ensino Fundamental.

12. O 5º ano do Ensino Fundamental realiza avaliações externas todos os anos. De acordo com sua experiência em sala de aula, quais as maiores dificuldades encontradas pelos alunos, no conteúdo de Matemática, no momento da preparação para essas avaliações? Pode selecionar várias opções simultaneamente.

( ) Identificar a localização / movimentação de objeto em mapas, croquis e outras representações gráficas.
( ) Identificar propriedades comuns e diferenças entre poliedros e corpos redondos, relacionando figuras tridimensionais com suas planificações.
( ) Identificar propriedades comuns e diferenças entre figuras bidimensionais pelo número de lados e / ou pelos tipos de ângulos.

( ) Identificar quadriláteros observando as posições relativas entre seus lados (paralelos, concorrentes, perpendiculares).
( ) Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e / ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.
( ) Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não.
( ) Resolver problemas do quotidiano utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, L/mL.
( ) Estabelecer relações entre unidades de medida de tempo.
( ) Estabelecer relações entre o horário de início e término e / ou o intervalo da duração de um evento ou acontecimento.
( ) Num problema, estabelecer trocas entre cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro, em função de seus valores.
( ) Resolver problema envolvendo o cálculo do perímetro de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
( ) Resolver problema envolvendo o cálculo ou estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.
( ) Reconhecer e utilizar características do sistema de numeração decimal, tais como agrupamentos e trocas na base 10 e princípio do valor posicional.
( ) Identificar a localização de números naturais na reta numérica.
( ) Reconhecer a decomposição de números naturais nas suas diversas ordens.
( ) Reconhecer a composição e a decomposição de números naturais em sua forma polinomial.
( ) Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.
( ) Calcular o resultado de uma multiplicação ou divisão de números naturais.
( ) Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da adição ou subtração: juntar, alteração de um estado inicial (positiva ou negativa), comparação e mais de uma transformação (positiva ou negativa).
( ) Resolver problema com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação ou divisão: multiplicação comparativa, ideia de proporcionalidade, configuração retangular e combinatória.
( ) Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.
( ) Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.
( ) Resolver problema utilizando a escrita decimal de cédulas e moedas do sistema monetário brasileiro.
( ) Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.
( ) Resolver problema com números racionais expressos na forma decimal envolvendo diferentes significados da adição ou subtração.
( ) Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 75%, 100%).
( ) Ler informações e dados apresentados em tabelas.
( ) Ler informações e dados apresentados em gráficos (particularmente em gráficos de colunas).

13. e-mail:____

APÊNDICE B – LISTA DE EXERCÍCIOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA FRAÇÕES EQUIVALENTES.

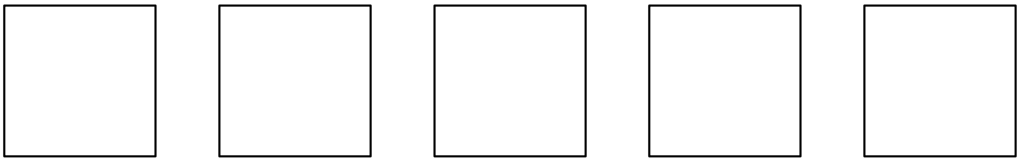
LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Nome: ____

____

Questão 1: Considere os quadrados da Figura 1.

Figura 1: Quadrados



(a) (b) (c) (d) (e)

Os quadrados são todos iguais? *Resposta*: ________________________________

____

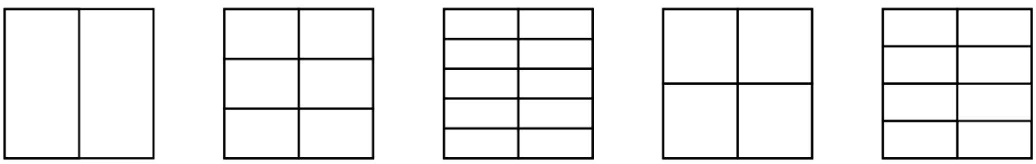
Como chegou a essa conclusão? *Resposta*: ________________________________

____

Questão 2: Na Figura 2 representamos esses mesmos quadrados, mas cada um deles encontra-se subdividido. Abaixo de cada quadrado, diga em quantas partes iguais cada um deles se encontra dividido.

Figura 2: Quadrados subdivididos

(a) (b) (c) (d) (e)



__________ __________ __________ __________ __________

(a) No quadrado da Figura 2a, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____

(b) No quadrado da Figura 2b, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____

(c) No quadrado da Figura 2c, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____

(d) No quadrado da Figura 2d, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____

(e) No quadrado da Figura 2e, a que fração do quadrado corresponde uma de suas partes?
Resposta: ____

Questão 3: Na Figura 3 representamos os mesmos quadrados subdivididos que na Figura 2, só que aqui umafração do quadrado está colorida de vermelho. Que fração do quadrado está colorida na:

(a) Figura 3a? *Resposta:* ____

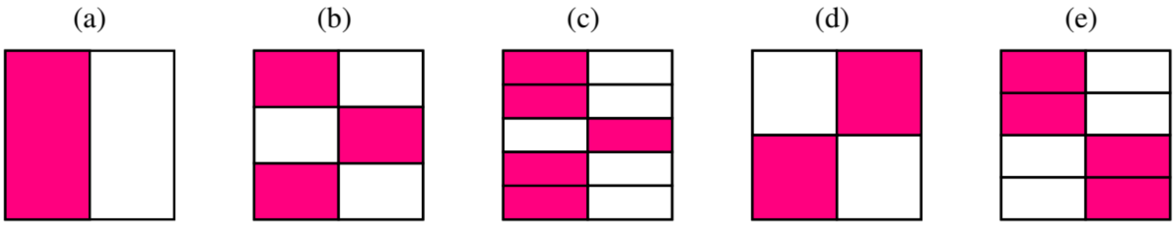
(b) Figura 3b? *Resposta:* ____

(c) Figura 3c? *Resposta:* ____

(d) Figura 3d? *Resposta:* ____

(e) Figura 3e? *Resposta:* ____

Figura 3: Quadrados Coloridos



Questão 4: Olhando para os cinco quadrados da Figura 3, a área colorida dos cinco quadrados é a mesma? *Resposta:* ____

Questão 5: Observando os quadrados da Figura 3 e as respostas às questões 3 (a), 3 (b), 3 (c), 3 (d) e 3 (e), o que a questão 4 e sua resposta parece indicar? *Resposta*: ____________________

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

Nome: ____

____

Das nossas respostas da Lista de Exercícios 1, verificamos que os quadrados da Figura 3 são exemplos derepresentações geométricas das frações

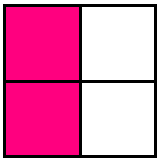
$$\frac{1}{2}, \quad \frac{3}{6}, \quad \frac{5}{10}, \quad \frac{2}{4} \quad \text{e} \quad \frac{4}{8}.$$

Além disso, verificamos através das representações geométricas que essas frações representam todas amesma parte de um todo, ou seja,

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}.$$

A essas frações chamamos de *frações equivalentes*.

Questão 1: Considerando a representação geométrica de $\frac{2}{4}$,



, a que é que correspondem o numerador e o denominador da fração $\frac{2}{4}$? *Resposta:*

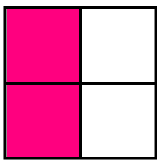
____

____

Questão 2: Se multiplicarmos o numerador e o denominador de $\frac{2}{4}$ por 2, o que se obtém? *Resposta:* ____

Represente na própria Figura 1, a solução dessa multiplicação.

Figura 1: Representação geométrica de $\frac{2}{4}$



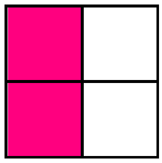
____

Questão 3: Se dividirmos o numerador e o denominador de $\frac{2}{4}$ por 2, o que se obtém? *Resposta:*

____

O que se deve fazer à Figura 2, para que ela represente a solução dessa divisão? *Resposta:* ____

Figura 2: Representação geométrica de $\frac{2}{4}$



Questão 4: Preencha os espaços em branco das afirmações que seguem:

(a) "Assim, multiplicar o numerador e o denominador de uma fração por um número *n*, ____________________ o número de subdivisões do objeto original por um fator *n*, mas ____________________ a relação entre o numerador e o denominador da fração."

(b) "Enquanto que dividir o numerador e o denominador de uma fração por um número *n*, ____________________ o número de subdivisões do objeto original por um fator *n*, mas ________________________ a relação entre o numerador e o denominador da fração."

Questão 5: Complete a seguinte frase:

(a) Como na questão 2, ao multiplicarmos o numerador e o denominador por 2 obtivemos

$$\frac{2 \times 2}{4 \times 2} = \frac{4}{8}$$

e na questão 3, ao dividirmos por 2 obtivemos

$$\frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2},$$

e como de (1) sabemos que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ são frações equivalentes basta __________________ ou ____________________ o numerador e o denominador por um mesmo número.

Questão 6: Quanto é

(a) $\frac{1 \, x \, 3}{2 \, x \, 3}$? *Resposta:* ____

O que podemos dizer sobre a relação entre as $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$? *Resposta:* ________________________

(b) $\frac{5 \div 5}{10 \div 5}$? *Resposta:* ____

O que podemos dizer sobre a relação entre as $\frac{5}{10}$ e $\frac{1}{2}$? *Resposta:* ________________________

(c) $\frac{4 \div 2}{8 \div 2}$? *Resposta:* ____

O que podemos dizer sobre a relação entre as $\frac{4}{8}$ e $\frac{2}{4}$? *Resposta:* ______________________

(d) $\frac{1 \, x \, 2}{2 \, x \, 2}$? *Resposta:* ____

O que podemos dizer sobre a relação entre as $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$? *Resposta:* ______________________

____

Questão 7: Com base em tudo o que viu até agora, calcule sete frações equivalentes a $\frac{4}{10}$, sem usar representações geométricas. *Resposta:* ______________________________________

____

Questão 8: Quando se pretende comparar duas frações, para determinar qual das duas é a maior, e que essas frações possuem o mesmo denominador, é possível fazer a comparação? Por quê? *Resposta:* ____

____

Questão 9: Quando se comparam duas frações com o mesmo denominador, para determinar o maior, basta comparar o quê? *Resposta:* ____

____

Questão 10: Na sua opinião, é possível comparar duas frações com denominadores diferentes? Por quê? *Resposta:* ____

____

Questão 11: Com base no que vimos até agora, o que se deve fazer para que a comparação entre duas frações possa ser efetuada? *Resposta:* ___________________________________

____

Questão 12: Tente agora resolver o problema que foi dado no início

(a) Suponhamos que você tem um irmão e quer descobrir se ele comeu mais bolo que você, pois você gosta muito de bolo e não está disposto a comer menos que ele. Suponhamos que você comeu $\frac{4}{9}$ e que ele comeu $\frac{5}{11}$. Como deve proceder para descobrir quem comeu mais? *Resposta:* ____

____

(b) Você ficou bravo com seu irmão? *Resposta:* _________________________________

____

APÊNDICE C – LISTAS DE EXERCÍCIOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA QUE PERMITE DEDUZIR A FÓRMULA DA SOMA DE FRAÇÕES.

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Nome: ____

____

Questão 1: Olhando para o círculo vermelho, escrevam a fração correspondente a um setor desse círculo. *Resposta*: ____

____

Questão 2: Observando o círculo azul, escrevam a fração correspondente a um setor azul. *Resposta*: ____

____

Questão 3: Com o auxílio do círculo amarelo, descubram a fração correspondente à união de um setor vermelho com um setor azul. *Resposta*: ______________________________

____

Troquem o seu envelope de círculos com o de outra equipe e respondam de novo às Questões 1, 2 e 3. Façam isso até terem esgotado todos os envelopes de círculos. Registrem todos os resultados na Tabela 1.

Tabela 1

Coluna 1: Envelope	Coluna 2: Fração correspondente a um setor vermelho	Coluna 3: Fração correspondente a um setor azul	Coluna 4: Fração correspondente à união de um setor vermelho com um setor azul
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 10)

Questão 4: Com o uso das representações geométricas das frações, podemos determinar a adição de frações? *Resposta*: ____

____

Questão 5: Observando os valores das frações na Tabela 1, existe alguma tripla de círculos em que a soma das frações pareça ser simples? Explique porquê. *Resposta*: ___________

____

Questão 6: Quanto à soma das frações que não têm denominadores iguais, o que acham que deve ser feito? *Resposta*: ____

____

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

Nome: ____

____

Questão 1: Dado que, para somar frações, essas precisam ter um denominador comum, escrevam nos respectivos locais da Tabela 2, as 10 menores frações equivalentes não nulas das frações presentes nas colunas 2 e 3 da Tabela 1. Façam isso, apenas para as triplas nas quais os denominadores das frações das colunas 2 e 3 não sejam iguais.

____

Questão 2: Circulem as frações equivalentes da coluna 2 e da coluna 3 na Tabela 2, que possuam os menores denominadores comuns.

Tabela 2

Coluna 1: Envelopes	Coluna 2: Frações equivalentes às frações da coluna 2 da Tabela 1	Coluna 3: Frações equivalentes às frações da coluna 3 da Tabela 1
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 12)

____

Questão 3: Com base no que descobriram até agora, calculem as somas das frações que seguem. Não escrevam apenas o resultado final.

1/3 + 1/4 =

1/6 + 4/9 =

1/3 + 2/5 =

1/9 + 4/9 =

2/5 + 1/10 =

1/4 + 1/6 =

1/2 + 1/3 =

1/7 + 3/7 =

3/4 + 1/8 =

1/4 + 1/5 =

Questão 4: Para efetuar as adições da Questão 3, qual foi o critério que usaram para escolher as frações equivalentes e por quê? *Resposta*: ____

____

Questão 5: Poderiam ter escolhido outras frações equivalentes para fazer as somas referidas na Questão 4? Justifique. *Resposta*: ____

____

Questão 6: Escrevam os 10 primeiros múltiplos não nulos de cada número indicado na Tabela 3. Note que os números da Tabela 3 coincidem com os denominadores das colunas 2 e 3 da versão preenchida da Tabela 1.

Tabela 3

Número	Múltiplos
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 13)

____

Questão 7: Inspecionando a Tabela 3, determine os menores múltiplos comuns entre os pares de números na Tabela 4.

Tabela 4

Par de números	Menor múltiplo comum (ou mínimo múltiplo comum)
3 e 4	
4 e 6	
6 e 9	
2 e 3	
3 e 5	
4 e 8	
5 e 10	
4 e 5	

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 13)

Questão 8: Os mínimos múltiplos comuns (*mmc*) da Tabela 4, coincidem com os menores denominadores comuns das frações equivalentes da Tabela 2? *Resposta*: ________________

____

Questão 9: Preencham a Tabela 5.

Tabela 5

m	n	Fatores primos de *m*	Fatores primos de *n*	Fatores primos de m e *n*	Fatores primos que só aparecem em *m*	Fatores primos que só aparecem em *n*	Produto dos fatores das 3 colunas anteriores
3	4						
4	6						
6	9						
2	3						
3	5						
4	8						
10	5						
4	5						

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 14)

____

Questão 10: Os valores da última coluna da Tabela 5 coincidem com os mínimos múltiplos comuns da Tabela 4? *Resposta*: ____

____

Questão 11: Olhando para a Tabela 5, quando *m* e *n* não têm fatores comuns, como podemos dizer que é obtido o mínimo múltiplo comum? *Resposta*: ________________________

____

Questão 12: Inspecionando a Tabela 5, quando *m* ou *n* é um múltiplo de *n* ou *m*, respectivamente, como podemos dizer que é obtido o mínimo múltiplo comum? *Resposta*: ___

____

Questão 13: Quando *m* e *n* têm fatores comuns, mas o maior não é um múltiplo do menor, como podemos dizer que é obtido o mínimo múltiplo comum? *Resposta*: ________________________

____

LISTA DE EXERCÍCIOS 3

Nome: ____

____

Para adicionar frações, começamos por verificar se os denominadores são iguais. Se sim, basta somar os numeradores e manter os denominadores. Se os denominadores são diferentes, devemos procurar frações equivalentes com denominadores iguais para que a adição seja possível. Para isso, descobrimos que existem duas formas de proceder: listam-se as frações equivalentes e procuram-se entre elas as frações equivalentes com denominadores comuns (normalmente escolhem-se aquelas com menor denominador comum); ou determinamos o mínimo múltiplo comum entre os denominadores das frações e esse será o denominador das frações equivalentes que necessitamos para efetuar a soma das frações. Ainda existe uma outra forma de proceder, a qual iremos descobrir.

Questão 1: Preencham a Tabela 6.

Tabela 6

a/b	*c/d*	*bd*	Fração equivalente a *a/b* com denominador igual a *bd*	Fração equivalente a *c/d* com denominador igual a *bd*	Soma das duas últimas colunas
1/3	1/4				
1/4	1/6				
1/6	4/9				
1/2	1/3				
1/3	2/5				
3/4	1/8				
1/10	2/5				
1/4	1/5				

Fonte: (Gonçalves; Ferreira, 2023, p. 16)

Questão 2: Baseado no que foi feito na Tabela 6, como podemos fazer a soma de duas frações com denominadores diferentes? *Resposta:* ____

____

Questão 3: Façam a adição de 5/18 com 5/12, usando as listagens de frações equivalentes. *Resposta*: ____

____

Questão 4: Efetuem a mesma adição que na Questão 3, mas agora usando o mínimo múltiplo comum para determinar o denominador das frações equivalentes. *Resposta*: ________

____

Questão 5: Efetuem a mesma adição que na Questão 3, mas agora usando o último forma de proceder que viram – conhecida como *produto cruzado*. *Resposta*: ____________________

____

Questão 6: Calcule 3/5 + 2/7, usando os três métodos. *Resposta*: _________________________

____

Questão 7: Calcule 3/5 + 3/10, usando os três métodos. *Resposta*: ________________________

____

Questão 8: Os processos de adição de frações que vimos nas Listas 1, 2 e 3, podem ser usados para a subtração de frações? Por quê? *Resposta*: ____

____

APÊNDICE D – LISTA DE EXERCÍCIOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PERÍMETRO.

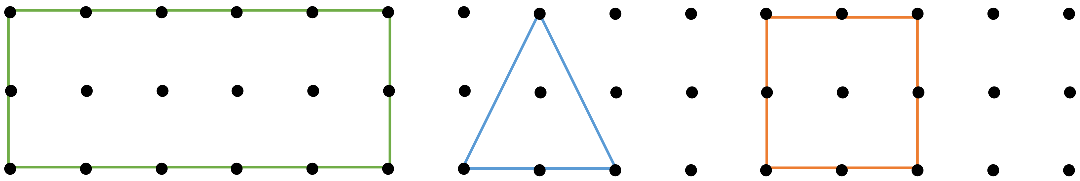
LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Nome: ____

____

Questão 1: Observe a Figura 1 abaixo.

Figura 1: Polígonos na malha pontilhada



Fonte: (Autoria própria)

Que polígonos estão representados na malha pontilhada? *Resposta*: ________________________

____

Questão 2: Observe somente o retângulo. Quais são suas características? *Resposta*: __________

____

Questão 3: O lado esquerdo do retângulo é composto por quantos segmentos de reta? *Resposta*:

____

____

Questão 4: E o lado direito? *Resposta*: ______________________________________

____

Questão 5: O lado de cima do retângulo é composto por quantos segmentos de reta? *Resposta*:

____

____

Questão 6: E o lado de baixo? *Resposta*: ____________________________________

____

Questão 7: Com base nas questões anteriores e suas respostas, o contorno do retângulo é composto por quantos segmentos de reta? *Resposta*: ______________________________

____

Questão 8: Se cada segmento de reta mede 1 cm de comprimento, quantos centímetros tem o contorno do retângulo? *Resposta*: ____

____

Questão 9: Baseado no que fez até agora, como acha que é calculado o contorno de um retângulo? *Resposta*: ____

____

Questão 10: Agora, observe o quadrado. Quais são as características do quadrado? *Resposta*:

____

____

Questão 11: Quantos segmentos de reta possui cada lado do quadrado? *Resposta*: ___________

____

Questão 12: Baseado na resposta à questão 11, quantos segmentos de reta possui o contorno do quadrado? *Resposta*: ____

____

Questão 13: Tal como na questão 8, se cada segmento de reta mede 1 cm, quanto mede o contorno do quadrado? *Resposta*: ____

____

Questão 14: Para determinar o contorno do triângulo, você pode calculá-lo do mesmo modo que calculou os contornos do quadrado e do retângulo? Porquê? *Resposta*: ________________

____

Questão 15: Como pode fazer para calcular o contorno do triângulo? *Resposta*: ______________

____

Questão 16: Encontre o valor do contorno do triângulo desenhado na malha pontilhada. *Resposta*: ____

____

Questão 17: Baseado nas suas descobertas até agora, complete a frase usando as palavras do quadro.

polígono – soma – contorno –

"Podemos afirmar que para encontrar o valor do _____________________ de um polígono, basta encontrar a ___________ dos comprimentos dos ___________ desse _____________."

Questão 18: Tente agora resolver o problema dado no início:

(a) Um jardim tem a forma de um triângulo equilátero com uma medida de contorno de 60 metros. Outro jardim é quadrado e a medida de seu lado é de 15 metros. Qual jardim requer mais cerca para ser totalmente cercado? *Resposta*: ________________________

____

(b) Você ficou surpreso com a resposta? Justifique. *Resposta*: __________________________

____

APÊNDICE E – LISTAS DE EXERCÍCIOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO.

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Nome: ____

____

Questão 1: Como devemos proceder para calcular o perímetro do objeto? *Resposta*: _________

____

Questão 2: Utilize do barbante de 1 metro de comprimento, fornecido ao grupo, para tentar medir os lados do objeto. Após tentarem medir o objeto, quais foram as dificuldades que vocês encontraram? *Resposta*: ____

____

Questão 3: Se as tentativas não derem certo, encontre outra maneira e tente calcular o perímetro do objeto. Descreva como vocês fizeram isso. Vocês conseguiram medir o perímetro dessa outra forma? *Resposta*: ____

____

Questão 4: O que faltou para conseguir calcular o valor exato dos lados e, consequentemente, o perímetro do objeto? *Resposta*: ____

____

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

Nome: ____

____

Questão 1: Utilizando os dois pedaços de barbante tente calcular o comprimento dos lados do objeto. Explique o que aconteceu? *Resposta*: ____

____

Questão 2: Quanto medem os lados do objeto? Como chegaram a esses valores? *Resposta*: ____

____

Questão 3: Quanto mede o perímetro desse objeto? Explique como chegou a esse resultado. *Resposta*: ____

____

Questão 4: Qual a importância de ter unidades de medida diferentes (metro e decímetro) nesta atividade? *Resposta*: ____

____

Questão 5**:** Observando o comprimento dos dois barbantes entregues ao grupo, essas duas unidades de medidas de comprimento (metro e decímetro) são as mais indicadas para medirem pequenos comprimentos, como de um lápis ou de uma borracha? Explique por quê. Resposta**:**

____

____

Questão 6: Observando o comprimento dos dois barbantes entregues ao grupo, essas duas unidades de medidas de comprimento (metro e decímetro) são as mais indicadas para medirem grandes comprimentos, como a distância entre duas cidades? Explique por quê. Resposta:

____

____

Questão 7: Analisando o que foi aprendido até o momento, o que podemos concluir sobre as unidades de medidas de comprimento? Resposta: ____________________________________

____

LISTA DE EXERCÍCIOS 3

Nome: ____

____

Questão 1: Com o auxílio de uma régua, trena ou fita métrica e dos dois pedaços de barbantes entregues ao grupo, responda: se dividirmos o barbante de um metro em dez partes do mesmo tamanho, quantos barbantes de um decímetro caberão nele? *Resposta*: ____________________

____

Questão 2: De acordo com a resposta da questão 1, um metro vale quantos decímetros? *Resposta*: ____

____

Questão 3: Dois metros valem quantos decímetros? E três metros? *Resposta*: _______________

____

Questão 4: Observando as três questões anteriores, responda: como é possível transformar medidas em metros para decímetros? *Resposta*: ______________________________________

____

Questão 5: Pensemos agora no processo contrário: que fração do metro representa um decímetro? *Resposta*: ____

____

Questão 6: Que fração do metro representa dois decímetros? E três decímetros? *Resposta*: ____

____

Questão 7: Como é possível transformar medidas em decímetros para metros? *Resposta*: _____

____

Questão 8: Vamos treinar o que aprendemos até o momento: 5 metros valem quantos decímetros? 20 decímetros valem quantos metros? *Resposta*: ___________________________

____

Questão 9: Baseado nas suas conclusões, existe uma diferença entre uma medida de 3 metros e outra de 30 decímetros? Por quê? *Resposta*: _______________________________________

____

Vamos expandir nossos estudos e analisar como o metro se relaciona com outras unidades de medida de comprimento. Para iniciarmos essa análise, faremos uma pesquisa sobre os prefixos das palavras que denominam as unidades de medidas. Conhecer os significados dos prefixos das palavras ajudarão vocês a lembrarem a equivalência entre o metro e as demais unidades de medida de comprimento. Vamos começar!

Questão 10: O prefixo deci, significa décima parte, sabendo que decímetro é igual a deci + metro, logo, decímetro significa décima parte do metro. Faça uma pesquisa sobre os prefixos das outras unidades de medida de comprimento e preencha a Tabela 1.

Tabela 1

Unidade de medida de comprimento	Prefixo	Significado do prefixo	Significado da palavra	Quantas vezes é maior (ou menor) que o metro
quilômetro				
hectômetro				
decâmetro				
metro	----------------	-----------------------	----------------------	---------------------
decímetro	deci	décima parte	décima parte do metro	10 vezes menor
centímetro				
milímetro				

Fonte: (Autoria própria)

Questão 11: Observando, na Tabela 1, as unidades de medidas maiores que metro, responda:

(a) 1 quilômetro vale quantos metros? *Resposta*: ______________________________________

(b) 1 hectômetro vale quantos metros? *Resposta*: ______________________________________

(c) 1 decâmetro vale quantos metros? *Resposta*: ______________________________________

(d) 5 quilômetros valem quantos metros? *Resposta*: ____________________________________

(e) 7 hectômetros valem quantos metros? *Resposta*: ____________________________________

(f) 2 decâmetros valem quantos metros? *Resposta*: _____________________________________

____

Questão 12: Na questão 11, para obter a quantidade em metros, por quanto foi multiplicado o número de unidades de medida:

(a) quilômetro? *Resposta*: ____

(b) hectômetro? *Resposta*: ____

(c) decâmetro? *Resposta*: ____

____

Questão 13: Observando, na Tabela 1, as unidades de medidas menores que metro, responda:

(a) 1 metro vale quantos decímetros? *Resposta*: ____

(b) 1 metro vale quantos centímetros? *Resposta*: ____

(c) 1 metro vale quantos milímetros? *Resposta*: ____

(d) 6 metros valem quantos decímetros? *Resposta*: ______________________________________

(e) 8 metros valem quantos centímetros? *Resposta*: _____________________________________

(f) 3 metros valem quantos milímetros? *Resposta*: ______________________________________

____

Questão 14: Na questão 13, por quanto foi multiplicado o número de metros para obter as unidades de medida:

(a) decímetro? *Resposta*: ____

(b) centímetro? *Resposta*: ____

(c) milímetro? *Resposta*: ____

____

LISTA DE EXERCÍCIOS 4

Nome: ____

____

Questão 1: Nas questões 11 a 14, da lista de exercícios anterior, convertemos as unidades grandes em unidades de medida pequenas, agora faremos o processo contrário. Comecemos pelo seguinte: qual a operação inversa da multiplicação? *Resposta*: ______________________

____

Questão 2: Analisando as questões 12 e 14 e com a resposta da questão 15, o que devemos fazer para transformarmos:

(a) Metros em quilômetros? *Resposta*: ____

(b) Metros em hectômetros? *Resposta*: ____

(c) Metros em decâmetros? *Resposta*: ____

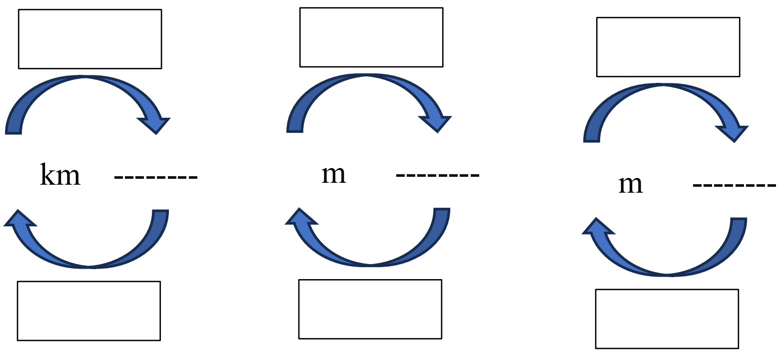
(d) Decímetro em metro? *Resposta*: ____

(e) Centímetro em metro? *Resposta*: ____

(f) Milímetro em metro? *Resposta*: ____

____

Questão 3: Com base nas análises realizadas até o momento, preencha os retângulos com as operações necessárias para realizar as transformações entre as unidades de medida de comprimento.



____

Questão 4: Em que contextos do dia a dia é importante entender a relação entre metro, quilômetro, centímetro e milímetro? Como essa compreensão pode ser valiosa em atividades práticas, como planejar trajetos ou fazer compras? *Resposta*: ___________________________

____

Questão 5: Vamos falar sobre a tirinha! Depois de ler a tirinha, responda:

(a) Qual unidade de medida de comprimento é indicada para medir alturas? *Resposta*: _______

____

(b) Escreva a altura do Caco usando essa unidade de medida de comprimento. *Resposta*: ______

____

(c) Ao mudar a unidade de medida para milímetros, Caco ficou mais alto? Por quê? *Resposta*:

____

____

APÊNDICE F – LISTA DE EXERCÍCIOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE ÁREA.

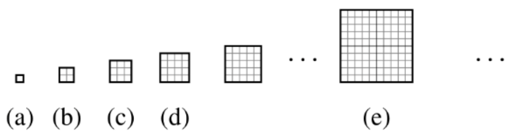
<u>LISTA DE EXERCÍCIOS 1</u>

Nome: ____

____

Questão 1: Com as peças todas do Tangram, construa um quadrado e ilustre a seguir a imagem obtida. *Resposta:*

Questão 2: Observando o quadrado formado por todas as peças do Tangram, podemos observar que é composto por diversos tipos de quadrados, conforme ilustrado na Figura 1.



Usando o quadrado (e) da Figura 1, quantos quadrados desses são necessários para cobrir a totalidade do quadrado formado por todas as peças do Tangram? *Resposta*: ________________

____

Questão 3: Como você determinaria a área de cada peça do Tangram? *Resposta*: _____________

____

Questão 4: Quantos quadrados, do tipo (e) da Figura 1, são necessários para cobrir cada uma das peças do Tangram? Coloque as suas respostas na Tabela 1.

Tabela 1

Peça do Tangram	Número de quadrados
Triângulo grande laranja	
Triângulo grande azul	
Triângulo pequeno vermelho	
Triângulo pequeno amarelo	
Triângulo médio rosa	
Paralelogramo lilás	
Quadrado verde	

Fonte: (Autoria própria)

Questão 5: Construa um retângulo com um triângulo médio e dois triângulos pequenos do Tangram. Quantos quadrados, do tipo (e) da Figura 1, são necessários para cobrir a área total desse retângulo? *Resposta*: ____

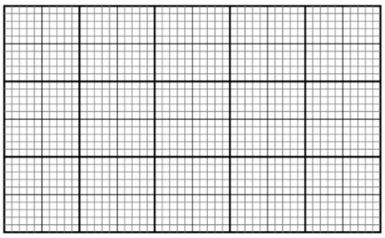
____

Questão 6: Construa um retângulo com um triângulo grande, um triângulo médio e dois triângulos pequenos do Tangram. Quantos quadrados, do tipo (e) da Figura 1, são necessários para cobrir a área total desse retângulo? *Resposta*: ____________________________________

____

Questão 7: Considere o retângulo da Figura 2.

Figura 2



Quantos quadrados, do tipo (e) da Figura 1, são necessários para cobrir a totalidade do retângulo da Figura 2? *Resposta*: ____

____

Questão 8: O lado do quadrado do tipo (e) da Figura 1 tem comprimento de 1 cm. Quantos centímetros mede a base do retângulo na Figura 2? Quantos centímetros mede a sua altura? *Resposta*: ____

____

Questão 9: Determine o produto dos comprimentos da base e da altura do retângulo, obtidos na questão 8. *Resposta*: ____

____

Questão 10: Os valores obtidos nas questões 7 e 9 são iguais? *Resposta*: __________________

____

Questão 11: Com base nas suas respostas às questões 7 a 10, como acha que se calcula a área de um retângulo? *Resposta*: ____

____

Questão 12: Com o uso de régua, diga quanto medem os lados do retângulo construído na questão 5. *Resposta*: ____

____

Questão 13: Com o uso de régua, diga quanto medem os lados do retângulo construído na questão 6. *Resposta*: ____

____

Questão 14: Se multiplicar a base e a altura do retângulo, obtido na questão 12, quanto é o valor do produto? Esse produto é muito próximo do valor obtido na questão 5? Por que não é igual? *Resposta*: ____

____

Questão 15: Se multiplicar a base e a altura do retângulo, obtido na questão 13, quanto é o produto dessas? Esse produto é muito próximo do valor obtido na questão 6? Por que não é igual? *Resposta*: ____

____

Questão 16: A fórmula obtida por você também funciona para o quadrado? Por quê? *Resposta*:

____

____

Questão 17: Calcule a área do quadrado utilizando a fórmula. *Resposta*: __________________

____

Questão 18: Imagine que você queira encontrar a área de um retângulo que tem 10 unidades de largura e 12 unidades de comprimento. Como você poderia usar a fórmula para calcular a área desse retângulo? *Resposta*: ____

____

Questão 19: Agora, responda a situação-problema apresentada para vocês.

Ana está redecorando seu quarto e quer comprar um tapete novo. Ela encontrou dois tapetes que gosta, mas precisa saber qual deles é maior para cobrir melhor o chão do quarto. O primeiro tapete tem a forma de um retângulo com 6 metros de comprimento e 4 metros de largura. O segundo tapete é quadrado, com cada lado medindo 5 metros. Qual tapete tem a maior área e por quê? *Resposta*: ____

____

APÊNDICE G – LISTAS DE EXERCÍCIOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE UNIDADES DE MEDIDA DE ÁREA.

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Nome: ____

____

Questão 1: O que significa calcular área? *Resposta*: ________________________________

____

O professor entregou a vocês um quadrado e disse que ele mede um metro quadrado de área. Vamos descobrir por quê?

Questão 2: Utilizando uma régua, fita métrica ou trena, calculem o valor do lado desse quadrado. Qual resultado encontrado por vocês? (Escreva o valor e a unidade de medida utilizada). *Resposta*: ____

____

Questão 3: Para calcular a área desse quadrado, precisamos multiplicar os comprimentos dos seus lados, que estão medidos em metros. Qual será o resultado de multiplicar metro por metro, ou seja, calcular metro x metro? *Resposta*: ____________________________________

____

Questão 4: Após as análises feitas, o que significa metro quadrado? *Resposta*: ______________

____

Questão 5: Como vocês já compreenderam a unidade de medida que deve ser usada no cálculo da área desse quadrado, calculem a área fornecendo o valor e a unidade de medida. *Resposta*:

____

____

Após descobrirem o porquê de dizer "*quadrado com um metro quadrado de área*", voltemos a medição da área do espaço destinado ao grupo.

Questão 6: Utilizando o quadrado, tentem medir a área do espaço destinado ao grupo. Como vocês farão para medir essa área? *Resposta*: ____________________________________

____

Questão 7: Vocês conseguiram encontrar o valor exato da área? O que faltou? *Resposta*: ______

____

Questão 8: Imaginem que precisamos medir a área de um espaço muito pequeno, como uma caixa de lápis. O que aconteceria se tentássemos usar apenas o quadrado de um metro quadrado de área? Seria prático ou eficiente? *Resposta*: ____

____

Agora vocês receberão um quadrado que mede um decímetro quadrado de área. Esse quadrado, junto com o outro que mede um metro quadrado de área, vão ajudar vocês a medirem a área do espaço destinado ao grupo. Use os dois quadrados para responderem às perguntas abaixo.

Questão 9: Vocês receberam um quadrado de um decímetro quadrado de área. O que isso significa? O que é um decímetro quadrado? *Resposta*: _________________________________

____

Questão 10: Agora, utilizando dos dois quadrados tentem medir a área do espaço destinado ao grupo. Como a introdução do quadrado com um decímetro quadrado de área facilitou a medição do espaço? O que mudou em relação à primeira tentativa? Resposta: ______________________

____

Questão 11: Vocês conseguiram medir, com precisão, a área destinada ao grupo? Se sim, qual foi o resultado? Resposta: ____

____

Questão 12: Como a experiência com a atividade influencia a maneira como vocês percebem a escolha da unidade de medida ao medir a área de um espaço? *Resposta*: ___________________

____

Questão 13: Vocês conseguem pensar em situações reais em que o conhecimento e o uso de diferentes unidades de medida de área seriam essenciais? Escrevam quais são essas situações. *Resposta*: ____

____

Questão 14: Qual foi o principal aprendizado que vocês tiraram dessa atividade em relação ao uso e à importância de diferentes unidades de medida de área? *Resposta*: __________________

____

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

Nome: ____

____

Questão 1: Se dividirmos o quadrado de 1 metro de lado em quadradinhos de 1 decímetro de lado, quantos quadradinhos caberão dentro dele? Utilize o quadrado de 1 metro quadrado de área e desenhe os quadradinhos menores dentro dele.

____

Questão 2: Quantos quadradinhos de 1 decímetro de lado são necessários para preencher um quadrado de 1 metro de lado? *Resposta*: ____

____

Questão 3: Responda as perguntas:

(a) Qual é a área de um quadrado de 1 metro de lado em decímetros quadrados? *Resposta*: ____

(b) Se um espaço mede 1,5 metros quadrados, quantos decímetros quadrados ele tem? *Resposta*: ____

____

Questão 4: Explique como você converte uma área de metros quadrados para decímetros quadrados. Use exemplos para ajudar na explicação. *Resposta*: ___________________________

____

Questão 5: Pratique as conversões:

(a) Converta 5 metros quadrados para decímetros quadrados? *Resposta*: __________________

(b) Converta 20 metros quadrados para decímetros quadrados? *Resposta*: ________________

____

Questão 6: Se dividíssemos o metro quadrado em cem partes do mesmo tamanho, que fração do metro quadrado representa um decímetro quadrado? Utilize o desenho feito na questão 1 para ajudar na explicação. *Resposta*: ____

____

Questão 7: Represente em frações do metro quadrado:

(a) Dois decímetros quadrados. *Resposta*: ____

(b) Três decímetros quadrados. *Resposta*: ____

____

Questão 8: Descreva o processo para transformar medidas em decímetros quadrados para metros quadrados? Use exemplos para ajudar na explicação. *Resposta*: ____________________

____

Questão 9: Explique por que, ao converter medidas de área de decímetros quadrados para metros quadrados, é necessário dividir por 100. Use exemplos. *Resposta*: __________________

____

Questão 10: Pratique as conversões:

(a) Converta 500 decímetros quadrados para metros quadrados? *Resposta*: ________________

(b) Converta 2000 decímetros quadrados para metros quadrados? *Resposta*: _______________

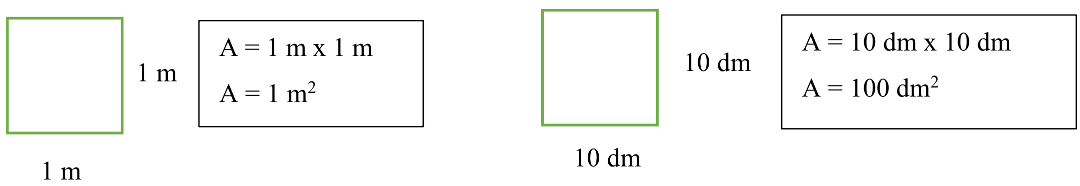
____

Questão 11: Considere a diferença entre uma área de 4 metros quadrados e outra de 400 decímetros quadrados. Explique a diferença e como isso afeta a interpretação prática da área. *Resposta*: ____

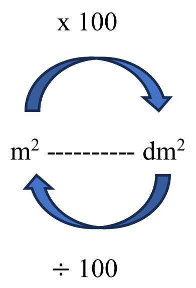
____

Para entender melhor como as unidades de medida de área se relacionam com as unidades de medida de comprimento, vamos preencher a tabela abaixo. Primeiro, lembre-se que a área é o resultado de multiplicar a largura pelo comprimento. Quando transformamos unidades de comprimento para unidades de área, precisamos multiplicar a equivalência duas vezes. Por exemplo, como o decímetro é 10 vezes menor que o metro, o decímetro quadrado é 10 x 10 vezes menor que o metro quadrado. Vejam os quadrados abaixo:

(a) (b)



O quadrado (a) possui 1 m de lado enquanto o quadrado (b) possui 10 dm de lado. Os dois quadrados são iguais, pois, 1 m = 10 dm. Calculando a área percebemos que 1 m^2 = 100 dm^2. Isso se deve ao fato de termos multiplicado 10 x 10, como mencionado acima. Então, o decímetro quadrado é cem vezes menor que o metro quadrado. Logo, se queremos transformar metros quadrados em decímetros quadrados multiplicamos por 100, ou, pensando no inverso, se queremos transformar decímetros quadrado em metros quadrados dividimos por 100.



Questão 12: Considere o que foi explicado e termine de preencher a Tabela 1, que mostra como o metro quadrado se compara com as demais unidades de medida de área.

Tabela 1

Unidade de medida de comprimento	Equivalência em relação ao metro	Unidade de medida de área	Equivalência em relação ao metro quadrado
quilômetro	1 000 vezes maior	quilômetro quadrado	1 000 x 1 000 = 1 000 000 vezes maior
hectômetro	100 vezes maior	hectômetro quadrado	
decâmetro	10 vezes maior	decâmetro quadrado	
metro	---------------------	metro quadrado	---
decímetro	10 vezes menor	decímetro quadrado	10 x 10 = 100 vezes menor
centímetro	100 vezes menor	centímetro quadrado	
milímetro	1 000 vezes menor	milímetro quadrado	

Fonte: (Autoria própria)

Questão 13: Observando, na Tabela 1, as unidades de medidas de área maiores que o metro quadrado, respondam:

(a) Quantos metros quadrados tem em 1 quilômetro quadrado? *Resposta*: ___________________

(b) Quantos metros quadrados tem em 1 hectômetro quadrado? *Resposta*: ___________________

(c) Quantos metros quadrados tem em 1 decâmetro quadrado? *Resposta*: ____________________

____

Questão 14: Complete as frases:

(a) Para transformar quilômetro quadrado em metro quadrado multiplico por _______________.

(b) Para transformar hectômetro quadrado em metro quadrado multiplico por ______________.

(c) Para transformar decâmetro quadrado em metro quadrado multiplico por _______________.

____

Questão 15: Observando, na Tabela 1, as unidades de medidas de área menores que o metro quadrado, respondam:

(a) Quantos decímetros quadrados tem em 1 metro quadrado? *Resposta*: ___________________

(b) Quantos centímetros quadrados tem em 1 metro quadrado? *Resposta*: _________________

(c) Quantos milímetros quadrados tem em 1 metro quadrado? *Resposta*: ___________________

Questão 16: Complete as frases:

(a) Para transformar metro quadrado em decímetro quadrado multiplico por ________________.

(b) Para transformar metro quadrado em centímetro quadrado multiplico por _______________.

(c) Para transformar metro quadrado em milímetro quadrado multiplico por ________________.

Questão 17: Se você tem um terreno com 0,5 quilômetro quadrado de área, como expressaria essa medida em metros quadrados? Considere a equivalência entre quilômetros quadrados e metros quadrados. *Resposta*: ____

Questão 18: Se uma sala tem 30 metros quadrados, como você expressaria essa medida para centímetros quadrados? *Resposta*: ____

Questão 19: Desafio!

Aprendemos que, ao transformar uma área maior em uma área menor, multiplicamos por um número. Da mesma forma, quando realizamos o processo inverso, ou seja, ao transformar uma área menor em uma área maior, dividimos por um número. Complete as frases abaixo, considerando essa inversão.

(a) Para transformar metro quadrado em quilômetro quadrado, dividimos por _____________.

(b) Para transformar metro quadrado em hectômetro quadrado, dividimos por ______________.

(c) Para transformar metro quadrado em decâmetro quadrado, dividimos por _______________.

(d) Para transformar decímetro quadrado em metro quadrado, dividimos por _______________.

(e) Para transformar centímetro quadrado em metro quadrado, dividimos por _______________.

(f) Para transformar milímetro quadrado em metro quadrado, dividimos por _______________.

Questão 20: Ana está costurando almofadas para sua sala. Cada almofada ocupa uma área de 1600 centímetros quadrados, como expressaria essa medida em metros quadrados? *Resposta*:

Questão 21: Imagine que um arquiteto precise converter medidas de centímetros quadrados para metros quadrados ao planejar o design de uma sala. Como a compreensão da equivalência entre essas unidades é essencial para garantir precisão nas dimensões do espaço? Vocês conseguem citar outras situações reais em que essas conversões são importantes? *Resposta*: ___

____

Questão 22: Agora, responda ao problema inicial: Ana tem um lindo jardim retangular no quintal de sua casa. O jardim tem 4 metros de comprimento e 3 metros de largura. Ana também tem um pequeno canteiro de flores dentro do jardim. O canteiro é quadrado e cada lado do canteiro mede 50 centímetros.

a) Qual é a área total do jardim em metros quadrados? *Resposta*: _______________________

   ____

b) Qual é a área do canteiro de flores em centímetros quadrados? *Resposta*: ______________

   ____

c) Quantos canteiros de flores do mesmo tamanho cabem no jardim? *Resposta*: ___________

____

APÊNDICE H – LISTAS DE EXERCÍCIOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE PROBABILIDADE DE UM EVENTO.

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Nome: ____

____

Questão 1: Quantos cartões estão presentes na caixa? Quais são as cores desses cartões e suas respectivas quantidades? *Resposta*: ____

____

Questão 2: Retire um cartão da caixa entregue ao grupo e anote na Tabela 1 a cor escrita no cartão. Repita esse processo dez vezes, sempre colocando na caixa o cartão retirado anteriormente.

Tabela 1

Jogada	**Cor escrita no cartão**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Fonte: (Autoria própria)

Questão 3: Por que é importante colocar novamente o cartão retirado anteriormente na caixa antes de cada nova retirada? *Resposta*: ____

____

Questão 4: Registre, na Tabela 2, a frequência de cada cor registrada na Tabela 1.

Tabela 2

Cor	Frequência
Amarelo	
Azul	
Verde	
Vermelho	

Fonte: (Autoria própria)

Após as dez retiradas, qual cor foi registrada com mais frequência na Tabela 1? E com menos frequência? *Resposta*: ____

____

Questão 5: Vamos analisar a chance de retirar as cores da caixa.

- Na caixa temos ________ cartões na cor amarelo em um total de ______ cartões.
- Na caixa temos ________ cartões na cor azul em um total de ______ cartões.
- Na caixa temos ________ cartões na cor verde em um total de ______ cartões.
- Na caixa temos ________ cartões na cor vermelho em um total de ______ cartões.

a) De acordo com a análise, qual cor tem maior chance de ser retirada? E menor chance? *Resposta*: ____

b) A resposta foi a mesma da questão 4? Se não, o que você acha que pode ter acontecido? *Resposta*: ____

____

Questão 6: Como as frequências registradas na Tabela 2 se relacionam com a quantidade inicial de cartões de cada cor na caixa? *Resposta*: ____

____

Agora, troque seus cartões com o professor de forma que fiquem com dois cartões de cada cor.

Questão 7: Nessa nova formação da caixa, quantos cartões estão presentes na caixa, quais são as cores desses cartões e suas respectivas quantidades? *Resposta*: _________________________

____

Questão 8: Como você acha que a troca de cartões com o professor afetará a chance de sair cada cor? *Resposta*: ____

____

Questão 9: Qual é a chance de retirar um cartão das cores amarela, azul, verde e vermelha, considerando a nova composição? *Resposta*: ____

____

Questão 10: Retire um cartão da caixa, sem olhar, e anote na Tabela 3 a cor escrita no cartão. Repita esse processo oito vezes, sempre colocando na caixa o cartão retirado anteriormente.

Tabela 3

Jogada	**Cor escrita no cartão**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Fonte: (Autoria própria)

Questão 11: Após as oito retiradas, suas conclusões das questões 8 e 9 se confirmaram? Se não, o que acha que pode ter acontecido? *Resposta*: ____

____

Questão 12: Como a nova distribuição de cartões influencia as chances em comparação com a situação inicial? Explique como as chances iguais se relaciona com essa distribuição. *Resposta*:

____

____

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

Nome: ____
____

Questão 1: Analisando o que foi aprendido até o momento, responda: o que você entende por probabilidade em termos simples? Como você descreveria a chance de um evento ocorrer? *Resposta*: ____
____

Questão 2: Vimos na questão 5 da lista de exercícios anterior que a quantidade de cartões verdes em relação ao total de cartões era 4 em 10, ou seja, a probabilidade de sair o cartão da cor verde é de 4 em 10. Se tivéssemos uma caixa com 5 cartões vermelhos e 3 cartões azuis, como você expressaria a chance de escolher um cartão vermelho? E de escolher um cartão azul? *Resposta*:
____
____

Questão 3: Considerando a questão anterior, como você representaria a chance de escolher um cartão vermelho como uma fração? Justifique. *Resposta*: ______________________________
____

Questão 4: Imagine uma caixa contendo 1 cartão laranja, 2 cartões rosas, 3 cartões brancos e 4 cartões pretos. Na Tabela 1, represente a probabilidade de sair cada cor, mostrando a quantidade de cartões em relação ao total de cartões na coluna 3 e a probabilidade como uma fração na coluna 4.

Tabela 1

Cor	**Quantidade de cartões**	**Probabilidade (tantos cartões em total de cartões)**	**Probabilidade (usando fração)**
Branco			
Laranja			
Preto			
Rosa			
	Total de cartões:		

Fonte: (Autoria própria)

Questão 5: Observando os casos anteriores, como você acha que podemos definir uma fórmula geral para calcular a probabilidade de um evento? *Resposta*: ____________________________
____

Questão 6: Se tivermos uma caixa com 15 cartões, sendo 6 vermelhos, 5 azuis, 2 amarelos e 2 verdes, como você usaria a fórmula para calcular a probabilidade de escolher um cartão azul? *Resposta*: ____

____

Questão 7: Agora, imagine uma caixa que possui cartões brancos e pretos, sendo 5 cartões de cada cor. Represente na Tabela 2, a probabilidade de ocorrer uma dessas cores, usando a fórmula.

Tabela 2

Cor	**Quantidade de cartões**	**Probabilidade (usando a fórmula)**	**Probabilidade (simplificando a fração)**
Branco			
Preto			

Fonte: (Autoria própria)

a) Observando a probabilidade de cada cor ocorrer, o que podemos afirmar? Qual o nome dado para probabilidades que possuem chances iguais de ocorrer? *Resposta*: ______________

____

b) Observando a probabilidade com a fração simplificada, qual relação podemos fazer entre o denominador e a quantidade de cores? *Resposta*: ______________________________

____

c) Observando a probabilidade com a fração simplificada, qual relação podemos fazer entre o numerador e a quantidade de cor escolhida para o cálculo? *Resposta*: ________________

____

Questão 8: Com base nas observações da questão anterior, como a equiprobabilidade afeta a fórmula? *Resposta*: ____

____

Questão 9: Você tem uma caixa de lápis de cor com 12 lápis. Quatro deles são vermelhos, 3 são azuis, 2 são pretos e 3 são roxos. Se você fechar os olhos e pegar um lápis aleatoriamente, qual é a chance de pegar um lápis azul? E qual é a chance de pegar um lápis vermelho? *Resposta*: ____

____

Questão 10: Suponha que temos um saco com 10 fichas numeradas de 1 a 10. Qual é a probabilidade de pegar uma ficha com um número ímpar? *Resposta*: ____________________

____

Questão 11: Se você tem um baralho de cartas, qual é a probabilidade de tirar um Ás? *Resposta*:
____

Questão 12: Imagine que temos uma caixa cheia de bolinhas coloridas. Na caixa, há 4 bolinhas brancas, 4 azuis, 4 pretas e 4 verdes. Qual a probabilidade de escolher uma bolinha azul da caixa? *Resposta*: ____
____

Questão 13: Chegou o momento de resolvermos o problema trazido no início da sequência didática. Vamos lá!

Estamos organizando uma festa muito especial chamada ‘Festa das Cores’. Nessa festa, a decoração é feita com uma incrível variedade de balões, cada um colorido de forma vibrante. Nela temos 10 balões vermelhos, 10 balões azuis, 5 balões amarelos e 5 balões verdes, tornando a festa uma verdadeira explosão de cores e diversão. Ao término da festa, a professora distribuirá os balões entre os estudantes de forma aleatória. Você será o primeiro a receber um balão. Qual é a probabilidade de você receber um balão da cor vermelha? Todas as cores têm a mesma chance de serem distribuídas? *Resposta*: ____________________________________
____