

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TRIÂNGULO MINEIRO - UFTM



MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT



PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA DA MATEMÁTICA:
CONTEXTUALIZAÇÃO E PROPOSTAS DE TEMAS PARA A
EDUCAÇÃO BÁSICA**

CARLOS AUGUSTO VENTURA

Uberaba - Minas Gerais

SETEMBRO DE 2024

DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA DA MATEMÁTICA:
CONTEXTUALIZAÇÃO E PROPOSTAS DE TEMAS PARA A
EDUCAÇÃO BÁSICA

CARLOS AUGUSTO VENTURA

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT - UFTM como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rafael Peixoto

Uberaba - Minas Gerais

Setembro 2024

**Catálogo na fonte: Biblioteca da Universidade Federal do
Triângulo Mineiro**

V578d Ventura, Carlos Augusto
Divulgação Científica da Matemática: contextualização e propostas de
temas para a Educação Básica / Carlos Augusto Ventura. -- 2024.
83 p. : il., tab.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional) -- Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, MG,
2024

Orientador: Prof. Dr. Rafael Peixoto

1. Notícias científicas. 2. Matemática. 3. Educação básica. I. Peixoto,
Rafael. II. Universidade Federal do Triângulo Mineiro. III. Título.

CDU 51(07):001.92

Divulgação Científica da Matemática: contextualização e propostas de temas para a Educação Básica

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Matemática, área de concentração Matemática da Universidade Federal do Triângulo Mineiro como requisito parcial para obtenção do título de mestre

Uberaba, 16 de setembro de 2024

Banca Examinadora:

Dr. Rafael Peixoto – Orientador
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Dr. Heron Martins Félix
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

Me. Leandro Martins da Silva
Instituto Federal do Triângulo Mineiro



Documento assinado eletronicamente por **RAFAEL PEIXOTO, Professor do Magistério Superior**, em 26/09/2024, às 13:59, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#) e no art. 34 da [Portaria Reitoria/UFTM nº 215, de 16 de julho de 2024](#).



Documento assinado eletronicamente por **HERON MARTINS FELIX, Professor do Magistério Superior**, em 26/09/2024, às 14:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#) e no art. 34 da [Portaria Reitoria/UFTM nº 215, de 16 de julho de 2024](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leandro Martins da Silva, Usuário Externo**, em 27/09/2024, às 14:14, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#) e no art. 34 da [Portaria Reitoria/UFTM nº 215, de 16 de julho de 2024](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.uftm.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1342218** e o código CRC **2AD87EA2**.

“A nossa maior glória não reside no fato de nunca cairmos, mas sim em levantarmo-nos sempre depois de cada queda.” (Oliver Goldsmith)

Agradecimentos

Agradeço a Deus e à intercessão de Nossa Senhora Aparecida, minha padroeira, que me deram saúde, paciência e perseverança para a conclusão deste que é meu tão sonhado Mestrado em Matemática.

Aos meus pais Agostinho Ventura e Elisabete Aparecida Ortigoso Ventura e meus irmãos Elisângela Ventura dos Santos e Diego César Ventura que sempre apoiam os meus passos, minhas decisões e que sempre me incentivam a todo o momento.

Às minhas sobrinhas Mirella Ventura dos Santos e Manuella Ventura dos Santos que entenderam o fato de eu não estar presente em todos os momentos de grande importância em suas vidas.

Aos amigos de vida, de todos os dias, que sempre estão presentes em minhas conquistas, em especial ao meu amigo querido Alex Melo de Oliveira que nunca mediu esforços para me auxiliar, sempre lendo as minhas ideias e dando vários conselhos.

Aos meus colegas de profissão que contribuíram para minha prática do dia-a-dia como professor, pois eles me orientam, me ensinam e me direcionam.

Aos meus amigos queridos do Grupo Sexteto – Olívia Pita Tavares, Paloma de Lima Amaral, Érika Brinck Gonçalves, Paula Francisca Gomes Rodrigues e Guilherme Pereira Ribeiro que compreenderam minhas dificuldades ao longo do curso e me estenderam as mãos para tornar essa jornada mais serena.

A todos os professores do PROFMAT da UFTM - Universidade Federal do Triângulo Mineiro que lecionaram em nove disciplinas que fizemos neste curso e que foram fundamentais para a realização do mesmo.

Ao meu estimado orientador Dr. Rafael Peixoto que iluminou minhas linhas escritas nas páginas desse trabalho, oportunizando considerações importantes para meu crescimento pessoal e profissional, agradeço pela orientação sabia, apoio incansável e pela dedicação em guiar-me neste estudo.

Que este trabalho possa contribuir, de alguma forma, para o avanço do conhecimento na área e inspirar futuras pesquisas.

*“A tarefa não é tanto ver aquilo que
ninguém viu, mas pensar o que ninguém
ainda pensou sobre aquilo que todo mundo
vê.”*

(Arthur Schopenhauer)

Resumo

O tema da divulgação científica tem ganhado espaço e protagonismo como objeto de pesquisa nos últimos anos. A temática abrange a investigação sobre as formas de divulgação do saber produzido nos espaços acadêmicos para públicos específicos. A partir da análise do desenvolvimento histórico da divulgação científica e dos desafios enfrentados na divulgação científica da matemática nas escolas de educação básica, selecionamos e elencamos um conjunto de temas cujas propriedades apresentam grande potencial para o objetivo de divulgar, despertar a curiosidade, o interesse e o apreço dos estudantes para o conhecimento científico da matemática.

Palavras-chave: Divulgação científica; Matemática; Educação Básica.

Abstract

The theme of scientific dissemination has gained space and prominence as an object of research in the last few years. The theme covers research into ways of disseminating knowledge produced in academic spaces to specific audiences. Based on the analysis of the historical development of scientific dissemination and the challenges faced in the scientific dissemination of mathematics in basic education schools, we selected and listed a set of themes whose properties have great potential for the objective of disseminating, awakening curiosity, interest and students' appreciation for the scientific knowledge of mathematics.

Keywords: Scientific Dissemination; Mathematics; Basic Education.

Sumário

1	Introdução	1
2	Divulgação Científica e popularização da Ciência	4
2.1	Contextualização: o que é divulgação científica	4
2.2	Aspectos históricos da divulgação científica	7
2.3	A divulgação científica no Brasil	14
3	A divulgação científica da Matemática na Educação Básica	19
3.1	A sala de aula, a prática docente e as oportunidades de divulgação científica	20
3.2	O papel do professor na articulação entre a ciência e escola	22
3.3	A divulgação científica da Matemática na escola	24
4	Propostas de temas científicos da Matemática na Educação Básica	28
4.1	Global Positioning System (GPS)	28
4.1.1	Analisando o funcionamento do GPS	29
4.2	A Matemática por trás da verificação do CPF	31
4.3	Código de Barras	34
4.3.1	Analisando o código de Barras	35
4.4	Código Corretores de Erros	37
4.4.1	Verificando o Código do Robô	38
4.5	Criptografia e a Cifra de César	39
4.5.1	Apresentação da Criptografia na educação básica	43
4.6	Cubo Mágico	46
4.6.1	A matemática que pode ser trabalhada em torno do Cubo Mágico .	48
4.7	Geometria Plana, Esférica e Hiperbólica: analisando algumas composições dos triângulos em diferentes tipos de geometrias	50
4.7.1	Curiosidades sobre triângulos nas geometrias Esféricas e Hiperbólicas	51
4.8	Fractais	57
4.8.1	Uso dos fractais na educação básica	59

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Lista de Figuras

4.1	Planeta Terra.	29
4.2	Planeta e satélite B.	29
4.3	Planeta e satélites B e C.	30
4.4	Planeta e satélites B, C e D.	30
4.5	GPS.	31
4.6	CPF	32
4.7	Código de barra.	36
4.8	Quadro da Criptologia.	41
4.9	Cítala Espartana.	42
4.10	Cifra de César.	42
4.11	Cifrário de César.	43
4.12	Tabela de cifragem 1.	45
4.13	Tabela de cifragem 2.	46
4.14	Cubo Mágico.	47
4.15	Diferentes Cubos Mágicos.	48
4.16	Faces do cubo mágico.	48
4.17	Movimentos do cubo mágico.	49
4.18	Lados do Cubo Mágico.	49
4.19	Triângulos equilátero, isósceles e escaleno.	51
4.20	Triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo.	52
4.21	Soma dos ângulos	52
4.22	Triângulo esférico.	53
4.23	Triângulo hiperbólico.	53
4.24	Triângulo trirretângulo.	53
4.25	Triângulo hiperbólico de ângulo 0°	53
4.26	Soma dos ângulos maior que 180°	54
4.27	Soma dos ângulos menor que 180°	54
4.28	Mosaico de triângulos hiperbólicos 1	55
4.29	Mosaico de triângulos hiperbólicos 2	55

4.30	Mosaico de triângulos hiperbólicos 3	56
4.31	Globo terrestre - Latitude e Longitude	56
4.32	Cordilheiras.	57
4.33	Rios e afluentes.	57
4.34	Pulmão - brônquios e bronquíolos.	57
4.35	Curva de Koch.	58
4.36	Floco de Neve de Koch.	58
4.37	Formação do triângulo de Sierpinski	59
4.38	Triângulo equilátero ABC.	60
4.39	Triângulo equilátero DEF.	60
4.40	Triângulo equilátero IGH.	61
4.41	Triângulo equilátero JKL.	61

Lista de Tabelas

4.1	Códigos das regiões	33
4.2	Dígitos e pesos 1.	33
4.3	Dígitos e pesos 2.	34
4.4	Dígitos e fator multiplicativo.	36
4.5	Código da fonte.	38
4.6	Código de canal.	39
4.7	Tabela de cifras.	43
4.8	Tabela de letras e números.	44

1 Introdução

O tema da divulgação científica tem ganhado espaço como objeto de pesquisa nos últimos anos, com uma abordagem voltada geralmente para a investigação sobre as formas de divulgação do saber produzido no ambiente acadêmico para públicos específicos. Essa variedade de públicos exige que o conhecimento científico seja divulgado de formas distintas com vistas a não só alcançar, mas também ser devidamente compreendido por eles. Quando pensada na área de educação em ciências, a divulgação científica tem sido objeto de estudo e publicações em periódicos tanto nacionais e internacionais, apesar de ainda ser escassa a quantidade de pesquisas nessa vertente.

Os esforços e os avanços nas práticas de divulgação científica no Brasil encontram obstáculos quando pensamos nas escolas de educação básica. Pensar os desafios inerentes à inserção das práticas de Divulgação Científica nas escolas implica, quase sempre, no esforço para traçar estratégias que despertem nos estudantes não somente o interesse pelo conhecimento científico, como também os façam perceber as inúmeras possibilidades de apropriação e usos desse conhecimento dentro ou fora do ambiente escolar. As ações de divulgação científica têm muito a contribuir nesse sentido, uma vez que não só o escopo da Universidade se amplia na divulgação dos conhecimentos científicos, mas também as próprias possibilidades da escola de promover ambientes de investigação científica e aprendizagem.

Considerando os desafios enfrentados no ensino de matemática na educação básica, nos deparamos com a necessidade de uma análise mais objetiva sobre as possibilidades de inserção de temas e conhecimentos científicos no ambiente da sala de aula. Levando em conta que o processo de ensino-aprendizagem de matemática continua inserido na lógica de uma educação tradicional, chegamos a uma indagação geral que balizou nossa investigação: “quais temas de cunho científico poderiam ser apresentados nas aulas de matemática de forma acessível, compreensível e interessante?”.

A partir da análise das dificuldades enfrentadas na divulgação científica da matemática nas escolas, selecionamos e elencamos um conjunto de temas cujas características apresentam grande viabilidade para o objetivo de divulgar conhecimentos científicos da matemática, atrair a atenção e despertar a curiosidade, o interesse e o apreço dos estu-

dantes para os temas.

Este trabalho tem por objetivo propor e analisar temas que contribuam para a divulgação de conhecimentos científicos do campo da matemática na educação básica. Para tanto, adotamos a metodologia da pesquisa bibliográfica para analisar o desenvolvimento da divulgação científica ao longo da história, as condições atuais das práticas de divulgação dos conhecimentos científicos no Brasil e, em seguida, o quadro geral da divulgação científica da matemática nas escolas de educação básica.

A partir do estudo bibliográfico, nossa pesquisa se dedicou à análise dos desafios e possibilidades de divulgação científica de determinados temas que envolvem matemática básica na sua compreensão e que geralmente não são difundidos para os alunos das escolas básicas, e temas mais avançados que geralmente são estudados no ambiente acadêmico.

No primeiro capítulo abordamos os aspectos gerais relativos ao surgimento e uso do conceito de divulgação científica visando elucidar, a partir da análise bibliográfica, as nuances presentes em todos os conceitos relativos à popularização da ciência, tais como a difusão científica, a divulgação científica, o jornalismo científico, assim como suas distinções no que tange ao uso correto do conceito e o público-alvo a qual cada prática é especialmente voltada. Em seguida foi feito um breve levantamento da historicidade das práticas de divulgação científica desde o século XV, junto ao qual analisamos as transformações técnico-científicas mais relevantes e que contribuíram de forma determinante não só para a credibilidade da ciência, mas também para a ampliação do seu alcance ao público em geral. Por fim nos atemos de forma mais específica na evolução histórica da divulgação científica no Brasil a partir da chegada da Corte portuguesa em 1808 e a subsequente valorização da atividade científica no Brasil através do surgimento de instituições educacionais, políticas e sociais além de outros fatores responsáveis por sistematizar, organizar e promover o conhecimento científico no Brasil.

No segundo capítulo abordamos o papel do professor como fator de grande contribuição para a divulgação científica na escola na medida em que sua prática possa despertar o interesse dos alunos para a ciência. Ressaltamos também a importância do papel dos professores na execução dos objetivos voltados ao uso do conhecimento científico e a necessidade de reflexão e reivindicação do papel institucional da escola como local privilegiado da divulgação científica. Pelo ponto de vista pedagógico, o que se busca de forma concomitante às práticas de divulgação científica é permitir mais autonomia para o aluno na construção e apropriação dos conhecimentos científicos e contribuir para a desmistificação da matemática com uma matéria escolar desinteressante e de difícil compreensão. Analisando a bibliografia sobre o tema, abordamos alguns projetos de sucesso na realização da divulgação científica na escola de educação básica, com destaque especial para aquelas direcionadas à divulgação da matemática.

No último capítulo, a partir da análise das dificuldades enfrentadas na divulgação científica da matemática nas escolas, selecionamos e elencamos um conjunto de oito temas cujas características apresentam grande viabilidade para o objetivo de divulgar conhecimentos científicos da matemática, atrair a atenção e despertar a curiosidade, o interesse e o apreço dos estudantes para a matemática. Abordamos neste capítulo, os temas GPS, CPF, Código de barras, Códigos corretores de erros, Criptografia, Cubo mágico, Triângulos em diferentes geometrias e Fractais, de forma a introduzir estes conceitos para os alunos da escola básica, sem o aprofundamento matemático, mas com o propósito de mostrar, de uma maneira simples e acessível, como a matemática está presente em nosso cotidiano e muitas das vezes não a percebemos.

Identificamos, através da análise dos temas selecionados, novas perspectivas para o ensino da matemática que permitem não só levar à educação básica o conhecimento científico neles contidos, como também oferecem a oportunidade de desmistificar a aprendizagem da matemática, tradicionalmente considerada difícil para maioria dos estudantes. Constatamos ainda, através dos procedimentos descritos sobre as características dos temas, a viabilidade para o ensino de noções elementares da matemática na educação básica, e, junto a isso, o estímulo à curiosidade gerada pelos temas também se apresenta como uma estratégia à divulgação científica, uma vez que muitos deles estão presentes na realidade cotidiana dos estudantes.

2 Divulgação Científica e popularização da Ciência

Neste capítulo abordaremos aspectos gerais relativos ao surgimento e uso do conceito de divulgação científica. Trataremos, a princípio, de elucidar a partir da análise bibliográfica, as nuances presentes em todos os conceitos relativos à popularização da ciência, tais como a difusão científica, a divulgação científica, o jornalismo científico, assim como suas distinções no que tange ao uso correto do conceito e o público-alvo a qual cada prática é especialmente voltada.

Em seguida, realizaremos um breve levantamento da historicidade das práticas de divulgação científica desde o século XV, analisando as transformações técnico-científicas mais relevantes e que contribuíram de forma determinante não só para a credibilidade da ciência, mas especialmente para a ampliação do seu alcance ao público em geral.

Na terceira parte deste capítulo nos ateremos de forma mais específica na evolução histórica da divulgação científica no Brasil a partir da chegada da Corte portuguesa em 1808. Abordaremos, a partir de então, a valorização da atividade científica no país através da criação de instituições de ensino, do jornalismo científico, de personalidades que se dedicaram à defesa e ampliação da ciência, assim como de instituições políticas e sociais criadas com o objetivo de sistematizar, organizar e promover o conhecimento científico no Brasil.

2.1 Contextualização: o que é divulgação científica

O tema da divulgação científica tem ganhado espaço e protagonismo como objeto de pesquisa nos últimos anos. A temática incide, quase sempre, na investigação sobre as formas de divulgação do saber produzido no ambiente acadêmico para públicos específicos. Essa variedade de públicos exige que o conhecimento científico seja divulgado de formas distintas com vistas a não só alcançar, mas também ser devidamente compreendido por eles. Para Nascimento e Junior (2010), quando pensada na área de educação em ciências, a divulgação científica tem sido objeto de estudo e publicações em periódicos tanto nacionais

e internacionais, apesar de ainda ser escassa a quantidade de pesquisas nessa vertente.

Trataremos inicialmente de destacar a diferença entre o conceito de divulgação e os demais conceitos utilizados com a finalidade de expressar o fenômeno da popularização do conhecimento científico. Foi possível constatar, através da análise bibliográfica, uma variedade de conceitos muitas, vezes usados como sinônimos de divulgação científica ao longo do tempo.

O termo comunicação científica possui em si mesmo uma generalidade que abrange uma variedade de termos específicos, tais como difusão científica, divulgação científica, popularização da ciência, jornalismo científico e disseminação científica. Todos esses termos tratam de atividades cuja finalidade é levar o conhecimento científico a determinados grupos (CARIBÉ, 2015).

Albagli (1996) discorre sobre a diferença entre divulgação, difusão e comunicação científica, destacando ainda a maior frequência do primeiro na literatura.

Divulgação científica é um conceito mais restrito do que difusão científica e um conceito mais amplo do que comunicação científica. Difusão científica refere-se a ‘todo e qualquer processo usado para a comunicação da informação científica e tecnológica’. Ou seja, a difusão científica pode ser orientada para especialistas (nesse caso, é sinônimo de disseminação científica), quanto para o público leigo em geral (aqui tem o mesmo significado de divulgação). Já a comunicação da ciência e tecnologia significa ‘comunicação de informação científica e tecnológica, transcrita em códigos especializados, para um público seletivo formado por especialistas’ (ALGABLI, 1996).

A distinção entre os conceitos contribui para o entendimento mais claro sobre quais públicos-alvo se destinam tais práticas. Como esclarece Albagli (1996), quando divulgado no interior da comunidade acadêmica para e entre seu público especializado, a difusão do conhecimento científico adquire um caráter disseminador, ao passo que quando nos referimos ao amplo acesso ao conhecimento científico pelo público em geral, seja ele leigo ou não, o sentido de divulgação é melhor aplicado.

Tratando da diferença entre comunicação e divulgação científica, Moriconi Valerio e Ribeiro Pinheiro (2008) pontuam que a comunicação científica é a forma de estabelecer diálogo entre o público acadêmico especializado, ao passo que a divulgação científica visa levar a produção científica ao público diversificado.

Os conceitos de difusão, disseminação e divulgação também encontram entre si distinções significativas apontadas por Bueno (1985). O conceito de difusão possui maior amplitude por se tratar de qualquer atividade de veiculação de informações científicas sem, contudo, voltar-se para públicos específicos. Por conta disso, a difusão incorpora em si mesma o sentido dos demais conceitos de menor amplitude, como divulgação e disseminação científica, e pode ainda ser dividida em difusão para especialistas e difusão

para o público-geral. Quanto à disseminação, suas atividades voltam-se especificamente para grupos selecionados, formados por especialistas ligados ou não aos conhecimentos específicos que estejam sendo veiculados. Neste caso, a disseminação pode ser dividida em “intrapares”, quando voltada para especialistas da mesma área de estudo, ou “extrapares”, se voltadas para especialistas fora da área de estudo (BUENO, 1985, p. 1420-1421).

Já sobre a divulgação científica, Bueno (1985) esclarece que sua atividade abrange a veiculação da informação científica ao público em geral, contudo, a informação passa por um processo de recodificação no qual a linguagem especializada é, de certa forma, convertida a uma linguagem não especializada como forma de tornar acessível o conteúdo científico ao grande público.

A divulgação científica, muitas vezes denominada de popularização ou vulgarização da ciência, tem sido reduzida à veiculação de informações de ciência e tecnologia pela imprensa, isto é, faz-se coincidir a amplo conceito de divulgação científica com um segmento representativo do chamado jornalismo científico (BUENO, 1985, p. 1422).

Ao tratar da relação entre divulgação científica e jornalismo, Bueno (1985) ainda ressalta que a segunda pode ser compreendida como uma variação da primeira. Quanto às suas raízes históricas, divulgação científica e o jornalismo científico tem, na invenção da imprensa de Gutenberg, no século XVI, um ponto de partida em comum. A invenção de Gutemberg permitiu a difusão das ideias num século ainda marcado pelo cerceamento do pensamento por parte da Igreja, numa época em que a veiculação dessas ideias e informações estavam ainda concentradas nos representantes das classes privilegiadas (MAIA; GOMES, 2006).

José Reis, renomado cientista e expoente da divulgação e do jornalismo científico no Brasil, não distingue divulgação científica de jornalismo científico (MAIA; GOMES, 2006).

Por divulgação entende-se aqui o trabalho de comunicar ao público, em linguagem acessível, os fatos e os princípios da ciência, dentro de uma filosofia que permita aproveitar o fato jornalisticamente relevante como motivação para explicar os princípios científicos, os métodos de ação dos cientistas e a evolução das ideias científicas. Aquele fato jornalisticamente interessante não ocorre todos os dias. Cabe, porém, ao divulgar tornar interessante aos fatos que ele mesmo vai respingando no noticiário. E se tiver habilidade, fará isso até com fatos antigos, que ele trará novamente à vida (REIS apud MASSARANI E ALVES, 2019, p. 56-57).

Numa abordagem mais ampla e contrária à noção similaridade entre os dois conceitos, Bueno (2010) argumenta que a divulgação científica vai além do jornalismo científico e da esfera midiática, abarcando outras atividades, tais como palestras, livros didáticos,

espetáculos teatrais, entre outros.

Outro aspecto relevante na análise das diferenças entre os conceitos de comunicação e divulgação científica incide nos tipos de discursos utilizados. A comunicação científica não requer a necessidade da decodificação do discurso especializado, uma vez que ele se volta para um público capaz de compreender a ampla variedade de conceitos, expressões e jargões técnicos difundidos e utilizados entre si (BUENO, 2010).

A divulgação científica, contudo, diferencia-se neste aspecto pela necessidade da decodificação do discurso produzido, pois seu público-leigo, não alfabetizado cientificamente, não se encontra apto à compreensão dos termos técnicos utilizados na produção do conhecimento científico. Além disso, o uso de recursos linguísticos no processo de decodificação da informação esbarra no dilema entre a preservação da integridade dos conceitos e termos técnicos, e a necessidade de uma comunicação efetiva a partir da realidade sociocultural do público em geral (BUENO, 2010).

2.2 Aspectos históricos da divulgação científica

A transmissão de conhecimentos nas sociedades humanas adquiriu diferentes formas e expressões ao longo do tempo. Antes mesmo da Revolução Científica no século XVI transformar profundamente as bases filosóficas sobre a constituição, produção e comunicação do conhecimento, a disseminação dos saberes constituídos já acontecia desde a Antiguidade nas sociedades greco-romanas.

Na Antiguidade, a produção do conhecimento se deu através da filosofia grega e debruçou-se sobre uma variedade de temas que, posteriormente, deram lugar a sólidas áreas do conhecimento científico, tais como a biologia, sociologia, astronomia, física, entre outras. Ainda que permeada pelo sincretismo entre o conhecimento filosófico e os mitos, foi a civilização grega que permitiu, no ambiente democrático da pólis, o surgimento de espaços públicos para a atividade cívica, para diálogo e debate político, através do quais o pensamento filosófico se desenvolveu.

A filosofia pré-socrática iniciou sua investigação sobre os princípios e a constituição da natureza, num forte processo de rompimento com a tradição mítica e comprometimento com a valorização da atividade racional. A filosofia clássica perpetuada nas produções de Platão e Aristóteles igualmente ofereceram ao mundo abordagens e respostas à ampla gama de conhecimentos sobre o mundo natural. Consagradas instituições de ensino da época, como a Academia e o Liceu, permitiram o livre desenvolvimento da racionalidade humana e a disseminação do pensamento filosófico.

Já o período medieval presenciou não só o declínio da tradição filosófica de investigação da natureza e do homem, como também a disseminação do saber racional

encontrou forte resistência pelas imposições da Igreja Católica, a partir da qual o pensamento filosófico se desenvolve numa estreita relação entre as verdades reveladas pela religião e o saber racional da Antiguidade, e cuja finalidade destinava-se tão somente à reafirmação da fé cristã.

O período histórico subsequente foi marcado pelo revolucionário e complexo conjunto de transformações conhecidas como Renascimento Cultural. Nesse momento se constata um retorno às bases racionais do conhecimento. A valorização da razão como bússola para as reflexões e investigações humanas sobre a natureza e o ser humano contrastam drasticamente com período anterior marcado pelo condicionamento do pensamento racional às determinações religiosas da Igreja Católica. Os contornos da investigação científica pautados na experiência e na observação da realidade ficam mais claros com as descobertas de expoentes como Galileu Galilei e na defesa do método científico através das obras de René Descartes e Francis Bacon.

Marcados pelo Iluminismo, os séculos XVII e XVIII percebem um momento mais promissor na disseminação do conhecimento científico, especialmente defendido por filósofos como Voltaire, enquanto que a fertilidade no desenvolvimento de teorias no âmbito das ciências naturais, e, no século seguinte, das ciências humanas, mostra ao mundo a confiabilidade no método científico de produção dos conhecimentos.

Contudo, é no transcorrer do século XVI que a divulgação científica ganha contornos mais precisos, uma vez que o desenvolvimento científico se vê atrelado ao desenvolvimento dos meios de comunicação. A Ciência se desenvolveu nesse período de forma concomitante à invenção da imprensa, numa época em que cartas, monografias e livros, escritos em latim, eram o padrão de comunicação entre os indivíduos (BURKETT, 1990; CALVO HERNANDO, 2006; TOMÁS, 2005; ZIMAN, 1981; apud MUELLER; CARIBÉ, 2010, p. 14).

Maia e Gomes (2006) nos indicam que há indícios de que a divulgação científica tenha se iniciado, no século XV, com a invenção da imprensa de Gutenberg, pois a partir dela as ideias produzidas pela incipiente comunidade científica da época puderam ser levadas a um número maior de pessoas.

Entre 1490 e 1520, a inovação de Gutenberg já havia se estabelecido em vários lugares, e o livro científico impresso passa a fazer parte do panorama editorial europeu. Por exemplo, em 1491, em Veneza, publica-se um compêndio de conhecimentos médicos, intitulado Fascículo de Medicina. Era uma coleção de textos universitários na qual se misturavam conhecimentos de Medicina da Antiguidade e da época medieval com inovações da Renascença. (...) Graças à nova imprensa, tais informações se tornaram disponíveis a estudantes, aprendizes de cirurgião, barbeiros, sangradores e ao público em geral (TOMÁS, 2005; apud MUELLER; CARIBÉ, 2010, p. 14-15).

As mudanças que ocorreram ao longo dos séculos XVII e XVIII foram tais que extrapolavam os limites do desenvolvimento científico, ocorrendo também no campo filosófico, religioso, social, moral e político (MAIA; GOMES, 2006). As transformações na estrutura política e econômica no século XVIII refletidas na Revolução Industrial trouxeram um conjunto de inovações técnicas e científicas que permitiram ampliação da produção e a difusão do modelo industrial pelo mundo. A própria organização social se alterou com a mudança na estrutura urbano-industrial.

A divulgação científica floresce durante a passagem do século XVIII e de suas profundas transformações sócio-políticas. Souza (2011) nos mostra que o caráter atual da divulgação científica vem da articulação ocorrida entre ciência e técnica durante a Revolução Industrial, e que o avanço da industrialização que permitiria o reconhecimento quanto às potencialidades do saber científico-tecnológico; assim, o interesse quanto à ciência e tecnologia cresce, segundo autor, na medida em que ela se torna estratégica nas estruturas econômicas, políticas e culturais pela sua capacidade de melhorar a qualidade de vida nas diversas camadas sociais.

Nesse período a classe média, assim como os demais segmentos sociais que correspondiam à elite econômica da época, passou a encarar a ciência como fonte de interesse e diversão. Surgem tentativas de tradução de obras clássicas de ciências naturais. Émilie du Châtelet (1707-1749) e Voltaire (1694-1778) destacam-se por terem traduzidos do latim para o francês as obras de Isaac Newton, e papel igualmente importante foi realizado por D'Alembert e Diderot com sua *Encyclopédie*, produzida na segunda metade do século XVIII. Esse movimento de valorização do discurso científico foi, inclusive, utilizado pelo Iluminismo no enfrentamento das concepções conservadoras do poder político absolutista da época (MULLER; CARIBÉ, 2010, p. 19).

Maia e Gomes (2006) ressaltam que a grande quantidade de cartas expedidas por cientistas na Inglaterra tornou este país o berço da divulgação científica. A carta, de acordo com Grillo (2013), amplamente utilizada na comunicação entre os indivíduos da época, passou a ser utilizada como veículo de comunicação para a construção dos universais científicos. Ressaltando o caráter intersubjetivo da atividade científica em seus primórdios e sobre como ela estava circunscrita ao limitado grupo de intelectuais da época, Grillo (2013, p. 60) ressalta que, no século XVII, o uso do gênero carta

tinha a função de troca de informações e notícias. Devemos atentar, porém, para o fato de que, em consonância com as sociedades, os gêneros mudam, e, com o desenvolvimento da intimidade familiar no século XVIII, as cartas passaram a ser expressão e reforço da subjetividade burguesa, situação que perdurou até recentemente, antes do advento da internet comercial.

As cartas foram o primeiro método para transmissão de ideias utilizados pelos

cientistas. Tais correspondências eram utilizadas para relatar suas experiências e descobertas mais recentes e circulavam entre seus iguais de modo a serem examinadas e discutidas. Papel importante também era realizado pelas atas ou memórias, produzidas a partir dos encontros, alguns deles secretos, onde realizavam-se experimentos de pesquisa e discutiam-se resultados. A distribuição dessas cartas ou atas acontecia entre amigos que pesquisavam áreas análogas ou de interesse ao que era divulgado (STUMPF,1996).

Tomando como elemento de análise do desenvolvimento da divulgação científica, Mueller e Caribé (2010) apontam para relevância do livro como instrumento importante desse processo ao destacar a obra de Galileu Galilei - "Diálogos sobre os dois sistemas máximos do mundo, ptolomaico e copernicano - de 1632. Segundo as autoras, Galileu, utilizando-se do diálogo entre seus personagens Salviati, Sagredo e Simplicio, procurou atrair atenção do público mais amplo, fato este que podemos considerar bem-sucedido, uma vez que é a partir da popularização dessa obra que se inicia o processo inquisitório da Igreja contra ele.

[...] Até aquela época, a atenção do público leitor de livros de ciência, dos censores e dos defensores da ciência tradicional estava voltada para os denominados "livros de segredos naturais", assim designados para deixar claro que se tratava do mundo natural e não do sobrenatural. Isto é, a atenção não se voltava para obras de matemáticos e de astrônomos, inclusive, os Dialoghi passaram a integrar a lista de livros proibidos pela Igreja Católica, permanecendo como tal até 1822 (MUELLER; CARIBÉ, 2010, p. 19).

Tanto a carta como o livro representaram mecanismos de veiculação do discurso científico importantes para o período, porém, é necessário pontuar a emergência das primeiras revistas científicas que, em pouco tempo, passaria a dominar o processo de veiculação dos conhecimentos científicos na época. Segundo Stumpf (1996, p.1), as revistas científicas surgiram como uma evolução do sistema de comunicação por cartas e atas das reuniões científicas realizadas no período.

Cabe ressaltar que o surgimento das revistas não significou a completa substituição das cartas e atas como veículos de comunicação científica, mas representou uma redefinição do papel que cada canal de divulgação passaria a ter. A carta, por assim dizer, manteve seu caráter de comunicação pessoal entre os cientistas; as atas ou memórias, produzidas a partir dos encontros entre pesquisadores, constituíram-se em documentos de registros dos trabalhos divulgados nessas reuniões. Contudo, a mudança para o novo veículo de comunicação científica só seria concluída no decorrer do século XIX, quando as revistas passariam a contar com a credibilidade suficiente para substituir até mesmo os livros, que até então ainda eram a forma preferida para o registro e veiculação científica (STUMPF, 1996).

O declínio do livro como meio mais importante e completo para a publicação da pesquisa original foi devido a dois tipos de pressão que começaram a ocorrer na comunidade de pesquisadores: o reclamo pela prioridade das descobertas e o custo de sua produção. Essas pressões estavam intimamente ligadas, pois se a primeira foi causada pela demora na publicação das monografias, que comprometiam a prioridade, a segunda foi consequência da extensão desses trabalhos, que dificultavam e oneravam a impressão. Os cientistas primeiramente resolveram esses dois problemas mediante a publicação de suas pesquisas em partes. Assim, os resultados logo apareciam, ficando assegurada a prioridade da descoberta, e o custo não era tão elevado, se comparado com a publicação de um livro muito volumoso (STUMPF, 1996, p.2)

Revistas de interesse geral, cujos temas versavam sobre uma variedade de assuntos em conjunto foram publicadas ainda no final do século XIX, a exemplo da francesa *Journal des savants* (1665) e mais antiga revista científica europeia, e as britânicas *Edinburgh Review* (1802) e *Westminster Review* (1823) (GRILHO, 2013). Ainda no século XIX surgiram novos periódicos, hoje de grande relevância na comunidade científica mundial, como as norte-americanas *American Journal of Science* (1818), *Scientific American* (1845), *Science* (1880) e a inglesa *Nature* (1869) (MAIA; GOMES, 2006).

O decorrer do século XIX foi também marcado pelo gradual processo de especialização da ciência. Ainda que no início do referido século a ciência fosse produzida em domínios científicos gerais, os saberes científicos começavam, já no final do século, a se distanciar em campos específicos. Junto a isso, a comunicação científica se desenvolve de maneira nunca antes vista na Europa Ocidental e na América, fenômeno este diretamente relacionado à conversão dos jornais de opinião em jornais de negócio. Essa nova modalidade jornalística passou a incluir anúncios publicitários e a possuir um caráter empresarial, o que é significativo para o sucesso da difusão científica, uma vez que a lógica mercadológica e o marketing passaram a compor elementos importante que ampliaram esse processo (GRILLO, 2013).

Outro fato de significativa importância para o século XIX é a criação de associações para o progresso da ciência. Sobre essas associações, Mueller e Caribé (2010, p. 10) nos afirmam que

Delas participavam tanto acadêmicos e cientistas profissionais quanto leigos, e competiam às associações desenvolver ações de divulgação científica voltadas à sociedade em geral, por meio da imprensa. Com o objetivo de aliar ciência e sociedade, essas entidades promoviam reuniões anuais em cidades mais distantes, com a apresentação de palestras e conferências sobre temas variados. No entanto, com o decorrer dos anos, as conferências passaram a ser dominadas por cientistas que expunham suas descobertas, de modo a transformá-las em mais um canal de comunicação entre os integrantes da comunidade científica.

Com o processo de especialização científica já em curso, uma distinção mais clara

incide sobre os círculos de produção científica, pois percebe-se uma maior delimitação das diferenças entre os cientistas de tempo integral, totalmente dedicados à pesquisa, e os não cientistas interessados em ciência, bem como também fica mais clara a distinção entre comunicação científica e os meios de popularização da ciência (ALBAGLI, 1996). Junto a isso, o jornalismo científico ganha destaque no contexto histórico da passagem para o século XX.

O turbulento período entre guerras, ainda que terrível sob diversos prismas, contribuiu para o desenvolvimento do jornalismo como meio de comunicação da ciência, uma vez que a própria ciência estava sendo praticada para o esforço de guerra. Após o fim da Grande Guerra (1914-1918), o jornalismo científico nos Estados Unidos, lugar onde ele encontrou campo fértil, e também na Europa, passou a se interessar em explicar não só as novas tecnologias da época, como também no que trabalhavam os cientistas (MAIA; GOMES, 2006).

O interesse do público leigo pelos assuntos científico cresce após o período de guerras, assim como o espaço na mídia destinado aos assuntos científicos. Muitas pesquisas de opinião foram realizadas no sentido de conhecer o público interessado pela informação científica. Contudo, ainda que o jornalismo científico tenha aumentado a popularização da ciência, muitas críticas eram destinadas a esse formato de comunicação, algumas delas divergindo sobre se a sua realização deveria ser feita por profissionais da comunicação ou por cientistas propriamente ditos. Outras críticas trataram do teor ideológico no jornalismo científico, destacando aspectos tais como a tendência dos jornais em enfatizar o mito da ciência, ou seja, colocando-a como poder supremo, a neutralidade científica, isto é, os estudos dos fenômenos de forma independente aos aspectos políticos e socioculturais, e ainda o preconceito dentro do âmbito científico ao valorizar as ciências naturais e tecnologias em detrimento das ciências humanas e sociais. Apesar disso, o potencial do jornalismo científico o manteve como o veículo mais tradicional da divulgação científica para o grande público (ALBAGLI, 1996).

Outro papel significativo no desenvolvimento histórico da divulgação científica foi atribuído aos museus. O fenômeno museológico desempenha, desde meados do século XV, parte importante no processo de democratização do acesso público à produção científica. Segundo Souza (2011. p. 262) "a exposição é o meio pelo qual o museu estabelece sua inter-relação com a sociedade, através da operacionalização do objeto musealizado e dos empregos de aparatos infocomunicacionais, teóricos e técnicos [...]". Os museus, ao longo da história, diferenciaram-se quando à tipologia e funções, a exemplo dos museus de história, artísticos e científicos.

Não pretendemos aqui nos ater sobre as diferenças conceituais entre os tipos de museus e suas funções, mas ressaltar a contribuição dessas instituições, em especial aos

museus de ciência, no processo de divulgação do conhecimento científico. Quanto ao museu de ciência, Loureiro (2003, p. 88-89) nos esclarece que

O museu de ciência contemporâneo tem sua origem no colecionismo praticado durante os séculos XV e XVI, na sistematização das coleções promovida nos "gabinetes de curiosidades", no contexto da ascensão da burguesia como classe hegemônica ao poder, no imperialismo e nas transformações científicas e ideológicas do século XIX. De sua gênese aos dias atuais, a instituição museológica científica percorreria um extenso caminho onde se teriam plasmado e transformado sua identidade e suas funções, de acordo com os contextos sociopolíticos e culturais em que se encontrava inserida. Não obstante as modificações sofridas por tal espaço em seu percurso no tempo, muitas de suas características primordiais permanecem até a atualidade delineando seu perfil e suas funções.

Os museus de ciência também se modificaram ao longo do tempo em suas características e funções, de modo que é possível identificar uma fase ancestral e três subsequentes gerações dos museus de ciência. A fase ancestral, compreendida entre os séculos XVII e XVIII, refere-se aos chamados Gabinetes de Curiosidades, cujo caráter era enciclopedista e dedicava-se à coleção de artefatos. A posterior primeira geração de museus científicos, no século XVIII, compreendia os chamados museus de história natural e utilizam grande quantidade de objetos em suas exposições. Já os museus de segunda geração se inserem na passagem dos séculos XVIII e XIX e estavam voltados à lógica industrial, com exposições de artefatos ligados ao desenvolvimento técnico da indústria na época. Por fim, a terceira geração dos museus de ciência é marcada pelo maior interesse na exposição de ideias do que de artefatos, a exemplo dos centros de ciência, estes mais voltados à educação do público e de caráter mais contemplativo (MCMANUS, 1992, p. 161; apud FERNANDES, 2013, p. 36-37).

O desenvolvimento técnico e tecnológico sobretudo na segunda metade do século XX permitiu ampliar o alcance dos veículos de comunicação em massa tradicionais, como o rádio, a televisão, cinema e imprensa. Contudo, o surgimento da internet é o marco a partir do qual a informação científica se torna acessível como nunca antes. Sites, revistas, museus, enciclopédias, e tantas outras formas de comunicação coabitam a esfera virtual permitindo às sociedades o acesso gratuito e irrestrito à informação no mundo globalizado (MUELLER; CARIBÉ, 2010). O desenvolvimento técnico e científico atrelado ao processo de globalização permitiu, inclusive, que a divulgação científica ganhasse uma nova feição a partir da substituição das revistas científicas impressas pelas virtuais.

Os periódicos eletrônicos desenvolveram-se como alternativas aos periódicos impressos que enfrentavam forte descontentamento devido às dificuldades enfrentadas pelos cientistas, algumas delas apontadas por Muller (2000 apud BOMFÁ; CASTRO, 2004, p.

1) referentes aos altos custos das publicações, custo para aquisição de revistas, demora nas publicações, inacessibilidade a revistas e artigos, entre outros. Não se trata de uma completa substituição do meio eletrônico pelo convencional impresso, mas de uma coexistência complementar entre ambos. Esse processo acompanha o rápido desenvolvimento da internet, de modo que a partir de 1993 começam a surgir propostas de periódicos eletrônicos para a facilitação do acesso à produção científica (BOMFÁ; CASTRO, 2004). Ao ressaltar a potencialidade que os periódicos eletrônicos possuem na ampliação da difusão científica, Moriconi Valério e Ribeiro Pinheiro (2008, p. 160), postulam que

Versões eletrônicas dos periódicos científicos impressos, bem como periódicos científicos exclusivamente eletrônicos, são cada vez mais comuns na grande rede, cópias fiéis, espelhos ou não, do formato em papel, proporcionando o aumento da visibilidade da ciência e ampliando a audiência (...).

Para as autoras, as informações científicas, por meio das redes eletrônicas, permitiriam mais do que a comunicação voltada ao público acadêmico.

[...] Supomos haver aproximação, ou mesmo convergência de públicos, acadêmico e não acadêmico, em relação à literatura científica publicada eletronicamente, quer seja em sites ou periódicos científicos eletrônicos, conformando uma nova composição de audiência para a ciência. Essa aproximação ou convergência de públicos – como nos parece adequado denominar -, graças às redes eletrônicas, permite, por outro lado, maior visibilidade e reconhecimento da importância da ciência, favorecendo a conscientização da sociedade em relação à maior participação na formulação de políticas públicas de ciência e tecnologia para o desenvolvimento (MORICONI VALÉRIO; RIBEIRO PINHEIRO, 2008, p. 160-161).

Como descrito, a divulgação científica se transformou e evoluiu a partir de inúmeros mecanismos e instrumentos técnicos de veiculação da informação ao público geral, num gradual processo que se concentrou, inicialmente, na comunicação entre iguais, os próprios cientistas, mas que posteriormente se ampliou para as camadas populares cujo interesse pelo conhecimento científico crescia vertiginosamente. Um interesse despertado pelas potencialidades na melhoria da qualidade de vida, pelas indagações, questionamentos e revoluções na forma de pensar e compreender a realidade nas mais diversas esferas de investigação proporcionadas pela atividade científica.

2.3 A divulgação científica no Brasil

No período colonial não se pode encontrar indícios de atividades ligadas à divulgação científica propriamente dita, uma vez que esta ainda se desenvolvia de forma

rudimentar no contexto europeu da época.

Contudo, as cartas, principal veículo de comunicação no período colonial, marcam um movimento inicial e também rudimentar de divulgação a partir da ação dos jesuítas. As cartas e livros escritas por esses agentes históricos descreviam a natureza em suas características gerais, mesmo que tais análises fossem fortemente carregadas de uma visão aristotélica de natureza e mantivessem uma lógica de pensamento etnocentrista em relação aos povos nativos. Esses escritos, não somente de jesuítas, mas também de outros profissionais da época, como professores e comerciantes, permitiram uma maior circulação das informações descritivas sobre elementos naturais do território (FIORAVANTI, 2022).

A divulgação científica se inicia de fato no Brasil durante o século XIX, e percorreu um longo caminho a partir da chegada da Corte portuguesa ao Brasil e a posterior criação de instituições de ensino superior e os primeiros jornais que, já naquela época, divulgavam, ainda que em menor escala, vários artigos de cunho científico (PAIXÃO, 2020). Esse movimento incipiente reflete um salto quantitativo em relação ao período anterior, compreendido entre o século XVI ao XVIII, que, segundo Maia e Gomes (2006) foi marcado pela proibição da publicação de livros na colônia, o que tornou a atividade científica praticamente inexistente naquele período da história brasileira.

Com a chegada da família real, fundaram-se a imprensa régia e os estudos superiores. Com objetivo de defender o território e suas fronteiras, foram criados os cursos de engenharia e de medicina na Real Academia Militar no Rio de Janeiro (1810) e na Bahia. Até 1821, o controle da imprensa real priorizava a impressão de livros científicos destinados aos estudantes das escolas superiores: a maioria deles eram traduções de livros de medicina, química, farmácia, física, astronomia e matemática (GRILLO, 2013, p. 71).

Ao refletir sobre os divulgadores do conhecimento científico durante o período no início do século XIX, Trentim (2018) analisa o pragmatismo do saber científico pela necessidade, por parte dos divulgadores, sejam eles autores, tradutores ou editores, em oferecer à sociedade brasileira os conhecimentos científicos com o objetivo de promover o desenvolvimento nacional frente às nações europeias. Contudo, o autor também indaga sob a impossibilidade dessa empreitada sem a presença de uma massa crítica capaz de analisar, compreender, criar ou adequar o conhecimento científico oferecido na época.

Já Paixão (2020), salienta que durante o século XIX a divulgação científica fora impulsionada através por estrangeiros residentes ou brasileiros que estudaram fora do país, fato que possui vinculação direta com a segunda revolução industrial na Europa, pois, a partir desta, viu-se uma intensificação das atividades de divulgação científica. Nesse contexto cresce o interesse pela ciência no Brasil, assim com a quantidade de periódicos e a publicação de artigos tanto nacionais quanto estrangeiros.

A partir de 1874, com a ligação telegráfica do Brasil, os jornais passaram a divulgar notícias mais atualizadas sobre descobertas científicas. Nos vinte anos seguintes surgiram várias revistas com a intenção de difundir a ciência [...]. (PAIXÃO, 2020, p. 90).

Dois períodos no transcorrer do século XIX para o XX foram marcantes para atividades de divulgação científica no Brasil. O primeiro compreende os anos entre 1865 e 1880, quando publicações no Rio de Janeiro, São Paulo e outros estados passaram a conter uma maior quantidade de temas ligados à ciência. O segundo momento corresponde a década de 1920, quando um grupo de cientistas ligados à Academia Brasileira de Ciências e à Associação Brasileira de Educação promoveram diversas iniciativas de levar a ciência ao público geral (ESTEVES; MASSARANI; MOREIRA, 2006).

O século XX se inicia sem que houvesse solidez na pesquisa científica no país, mas o Rio de Janeiro já vislumbra, nesse período, um cenário favorável de crescimento das atividades de divulgação científica promovida pelas ações de ilustres, dentre os quais Osório de Almeida, Edgard Roquette-Pinto e Teodoro Ramos, que buscaram aumentar a difusão da ciência no país; e movimento importante de contribuição à divulgação científica também corresponde ao surgimento de institutos de pesquisa, como a Universidade de São Paulo (USP) em 1934, o Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq) em 1971, A Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC) em 1948, o Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT) em 1985, além de museus e centros de ciência em todo o Brasil (MAIA; GOMES, 2006).

Papel de tremenda relevância à divulgação científica foi desempenhado pelo trabalho de José Reis, como ressalta Grillo (2013, p. 77):

O médico, pesquisador, educador e jornalista José Reis é considerado o patrono da divulgação científica no Brasil. Ele foi um dos fundadores da SBPC que tem, como um de seus propósitos, a discussão da função social da ciência. Em abril de 1947, José Reis passou a produzir artigos para os jornais Folha da manhã, Folha da tarde e Folha da noite, que viriam a se fundir para formar o jornal Folha de S. Paulo [...]

Ainda hoje, uma das inúmeras críticas à cultura acadêmica é a de que o conhecimento científico produzido nas universidades e centros de pesquisa em todo o país permanece atrelado ao estigma do elitismo acadêmico, de modo que a produção científica de dentro das universidades manter-se-ia exclusiva a esses grupos e espaços privilegiados do saber. Não pretendemos aqui elencar argumentos que venham a desmistificar estigmas, contudo, é possível constatar o avanço gradual no transcorrer dos séculos XIX e XX nas atividades de popularização do conhecimento científico e sua transposição para além dos muros das universidades. A atividade de divulgação científica vem crescendo demasiadamente desde então, assim como o interesse do público geral pela produção científica.

Como apontam Moriconi Valério e Ribeiro Pinheiro (2008, p. 162).

Revistas como *Ciência e Cultura*, e *Ciência Hoje*, já tradicionais, e a mais recentes *ComCiência*, *Superinteressante* e, bem mais recente, a edição brasileira da *Scientific American*, revelam, no Brasil, o crescente interesse pela ciência por parte de outros públicos que não o da comunidade científica. (...)

No atual mundo globalizado é de amplo conhecimento a quantidade de veículos de comunicação por onde o saber científico não só chega a um número maior de pessoas como também sua comunicação acontece de forma mais acessível e compreensível para a assimilação de seus conteúdos. Não é segredo afirmar que a internet, associada aos já tradicionais e novos meios de comunicação em massa, teve grande papel nas iniciativas de democratização da ciência ao público geral. Um vasto número de canais nas plataformas digitais como o youtube se dedicam exclusivamente à divulgação de conteúdos científicos a um público cada vez mais interessado. Bons exemplos são o *Manual do Mundo*, *Ciência Todo Dia*, *Nerdologia*, entre tantos outros. Os podcasts, que ganharam amplo espaço e popularidade nas mídias sociais, também desempenham uma grande força na divulgação de temas científicos, alguns de grande destaque, como o *PodSerCiência*, *Dragões de Garagem*, *Fronteiras da Ciência*, entre tantos outros.

Mas apesar do império da veiculação de informações pelas mídias digitais, não podemos desconsiderar o papel da TV no amplo processo de divulgação dos conhecimentos científicos, pois, apesar do surgimento de diversas mídias e da importância e espaço destinado a elas na vida social, não se pode negar a influência que ainda exerce a TV como formadora de opiniões, assim como a significativa quantidade de conteúdos produzidos para a televisão estarem abertamente disponíveis na internet em plataformas como o youtube (SCHMIEDECKE; PORTO, 2015).

Contudo, mesmo que os avanços na divulgação científica sejam amplamente discutidos em sua relação com o desenvolvimento históricos dos meios de comunicação, ainda há dificuldades e limitações à ampliação da divulgação científica, o que nos leva a uma conclusão preliminar de que há ainda um longo caminho a ser percorrido. Como aponta Esteves, Massarani e Moreira (2006, p. 67):

Embora a dimensão histórica da divulgação científica no Brasil seja objeto de um número cada vez maior de estudos acadêmicos nos últimos anos, a literatura disponível sobre o tema ainda é incompleta e permite compor um panorama apenas fragmentário da maneira como evoluíram ao longo dos anos as iniciativas realizadas no país para levar a ciência ao grande público. Alguns períodos foram estudados com maior detalhamento, mas ainda há muitas lacunas para que se possa compor um quadro histórico completo dessas iniciativas.

Os esforços e o avanços nas práticas de divulgação científica no Brasil encontram

obstáculos também quando pensamos na apropriação do conhecimento científico pelas instituições de ensino básico. Ainda que muito tenha se avançado na questão, trabalhamos com a hipótese de que o alcance da contínua produção científica às escolas de ensino básico parece ainda hoje encontrar barreiras sólidas, quando não intransponíveis, muitas vezes ligadas à estrutura sócio-política e à precariedade ou inexistência de uma contínua formação docente de qualidade em muitos lugares no país.

3 A divulgação científica da Matemática na Educação Básica

Apesar da aparente desconexão entre os espaços típicos de divulgação científica – universidades, museus, centros de pesquisa etc – e o espaço escolar, uma investigação mais aprofundada sobre o tema pode nos mostrar que a relação entre esses ambientes pode ser bem mais estreita se analisada pela perspectiva educacional, uma vez que os próprios espaços de divulgação científica possuem também capacidade de promover educação através da produção de conhecimento.

Para Watabe e Kamura (2015), é daí que surge a defesa sobre as ações de divulgação científica complementares ao ensino básico, nas quais se busca, através da inserção de práticas pedagógicas como apresentação de filmes, uso de revistas científicas, feiras de ciências, olimpíadas escolares, um novo sentido no papel social da divulgação científica.

Pensar os desafios inerentes à inserção das práticas de Divulgação Científica nas escolas de ensino básico implica, quase sempre, no esforço para traçar estratégias que despertem nos estudantes não somente o interesse pelo conhecimento científico, como também os façam perceber as inúmeras possibilidades de apropriação e usos desse conhecimento dentro ou fora do ambiente escolar.

Torna-se extremamente necessário, segundo nosso entendimento, a criação e revitalização dessas estratégias como forma de atualizar e ampliar as práticas de ensino-aprendizagem na educação básica com a inserção dos conhecimentos científicos produzidos nos espaços tradicionalmente privilegiados – universidades públicas e privadas, institutos de pesquisa, laboratórios etc.

Ressaltamos aqui a importância do papel dos professores na execução dos objetivos voltados ao uso do conhecimento científico e a necessidade de reflexão e reivindicação do papel institucional da escola como local privilegiado da divulgação científica. Quanto à reflexão, os desafios são múltiplos e envolvem não somente a carência de recursos materiais, tecnológicos ou até mesmo de infraestrutura adequada, mas também barreiras na formação docente que impedem a implementação de ações que favoreçam a apropriação e o uso dos conhecimentos científicos em sala de aula.

3.1 A sala de aula, a prática docente e as oportunidades de divulgação científica

Outro ponto importante é que quando se fala em ações de divulgação científica no ensino básico, devemos também considerar seu potencial para incentivar os alunos a pensar em seus futuros caminhos profissionais, sejam eles diretamente voltados para a pesquisa científica ou que envolvam, mesmo que indiretamente, o pensar e fazer científicos. Como nos indica Caldas e Crispino (2018, p. 680):

Ao considerar carreiras científicas, o estudante tende a acreditar em uma imagem estereotipada do cientista, reforçada pela midiaticização de um personagem genial, que obtém seus resultados individualmente, e que é avesso às questões burocráticas e outras obrigações inerentes de sua função. Assim, ações educativas, que familiarizem e aproximem os estudantes da realidade destas carreiras, beneficiam as decisões que serão tomadas para o futuro, e que refletirão nos índices sociais, educacionais e econômicos.

A desmitificação, neste ponto, é essencial para tornar o ambiente científico profissional um espaço para ser enxergado como alcançável na perspectiva dos estudantes. Trata-se aqui, como afirmam os autores, de derrubar a alcunha de gênio solitário do cientista e, a partir daí, permitir que os alunos possam visualizar a atividade científica também como possibilidade de carreira profissional.

Essa aproximação com o mundo científico poderia ser vivenciada por meio de exposições, palestras, minicursos, oficinas, e muitas outras ferramentas possíveis de inserção da divulgação científica na educação formal. Como formas de ampliar a divulgação e motivar jovens e adultos a ingressarem nos campos científicos e tecnológicos, há muitos anos já é realidade em países desenvolvidos, como os Estados Unidos, a existência de Centros de pesquisa, Jardins Botânicos, Museus, palestras em teatros ou casa de espetáculos com a presença de cientistas renomados (CALDAS, CRISPINO, 2018).

Pelo ponto de vista pedagógico, o que se busca de forma concomitante às práticas de divulgação científica, é contribuir para a transformação contínua na relação ensino-aprendizagem na medida em que possamos dar mais autonomia para o aluno na construção e apropriação dos conhecimentos científicos. É válido ressaltar que, sem acesso ao conhecimento científico e suas constantes atualizações, essa apropriação não acontece. Mas o acesso, a interpretação e manutenção desse conhecimento necessitam, a nosso ver, estarem acompanhadas de metodologias ativas que permitam que os alunos participem de forma autônoma, sendo protagonistas na construção e apropriação dos conhecimentos.

No modelo tradicional, há muito enraizado e ainda existente em grande parte da realidade educacional brasileira, o papel de mero espectador exercido pelos alunos impede

que eles possam fazer o que é fundamental – questionamento, análise, indagação e prática – ao exercício do pensamento científico. Tratando da necessidade de superação do modelo tradicional, Gallon, Silva, Nascimento e Filho (2019, p. 183) nos indica que:

A escola precisou abrir suas portas a essas transformações, abandonando aos poucos um ensino transmissivo, baseado na educação bancária (ainda que persista em muitos contextos educacionais), e caminhando no sentido de um ensino participativo, considerando o interesse e as diferentes realidades desses educandos, permitindo o protagonismo do estudante como prioridade nos processos de ensino e aprendizagem.

No cotidiano escolar, é bastante corriqueiro durante as horas de trabalho pedagógico coletivo (htpc) relatos sobre alunos que fazem intervenções durante a aula para compartilhar notícias e dados científicos com que tiveram conhecimento nas mídias sociais ou em outros veículos de comunicação. A curiosidade de um aluno que ouve uma notícia científica que chamou a sua atenção, acaba encontrando no ambiente da sala de aula, uma oportunidade para relatar o que leu ou ouviu e para compreender, mais profundamente, o conteúdo da notícia com o auxílio do professor. Tratamos aqui de oportunidade de ação que, muitas vezes, são desperdiçadas em prol da execução de planos de aulas muitas vezes engessados em aulas expositivas.

Essa curiosidade natural, acreditamos, pode ser direcionada e ampliada se, através da prática docente, ela for estimulada com práticas que visem a pesquisa e o manuseio das informações científicas. Trata-se de um movimento inevitável vindo de uma geração de jovens estudantes que se mantém constantemente conectados ao longo do dia.

Ainda que muitos professores estejam presos a um currículo conteudista, é quase impossível ignorar a quantidade de notícias e informações trazidas pelos estudantes por meio dos seus smartphones, ou do que assistiram em algum seriado televisivo ou um certo elemento que faz parte de algum game novo o qual ele está jogando, ou um artigo científico que encontrou durante uma pesquisa para um trabalho da escola (GALLON, SILVA, NASCIMENTO, FILHO, 2019, P. 184).

Contudo, muitas vezes, tais momentos são desperdiçados por não se saber, pela perspectiva do professor, o que se fazer com aquela informação. Para Gallon, Silva, Nascimento e Filho (2019, p. 184), a própria sala de aula não comporta os processos investigativos necessários ao aprofundamento do conteúdo científico para cada estudante, fazendo com que surjam cada vez mais projetos ou programas no ambiente escolar que estimulem a criatividade associada a uma metodologia de pesquisa com objetivo de aprimorar e orientar a criatividade dos alunos.

3.2 O papel do professor na articulação entre a ciência e escola

Pensamos no papel do professor, nesse caso, como fator de grande contribuição para a divulgação científica na escola na medida em que sua prática possa despertar o interesse dos alunos para a ciência. Nesse sentido, as estratégias são várias e podem incluir não somente o uso de fontes científicas nos planos de aula, como também a inserção da dimensão lúdica, a depender da série escolar. Miola e Afonso (2022, p. 5), nos apresenta que

Um recurso pouco trabalhado “a mídia para crianças”, percebemos que aliada ao universo educativo, pode ser um grande aliado na alfabetização científica das crianças, desenhos animados, séries e filmes com enfoque na ciência, pode contribuir com alunos, despertando curiosidades pelo mundo dos cientistas. Por ser este recurso muito atrativo, relacionado ao ambiente lúdico e divertido (MIOLA, AFONSO, 2022, p. 5).

Uma variedade de outros recursos pode ter amplo benefícios nos espaços escolares. É comum algumas escolas realizarem assinaturas de revistas de divulgação científica que, muitas vezes, ficam em estantes de bibliotecas, mas que apresentariam ótimos resultados dentro da sala de aula. O uso de textos científicos, devidamente trabalhados de forma cuidadosa pelos professores, pode ser bastante útil no propósito de instigar nos alunos o interesse pela ciência, desde que conceitos técnicos sejam ser trabalhados sem gerar desinteresse pelo assunto. (MIOLA, AFONSO, 2022).

Se analisarmos as possibilidades de ação a partir das oportunidades e recursos que a escola pode oferecer para a divulgação científica, a formação docente é, muitas vezes, um grande empecilho. Não temos aqui a intenção de questionar a qualidade da formação nos cursos de licenciatura pelo país, muito menos a qualidade da formação dos próprios professores em exercício na educação básica, mas somente chamar a atenção para uma realidade na qual, não raro, a própria prática científica não fora devidamente incentivada ou trabalhada durante o tempo em que estiveram no processo de graduação em suas universidades.

Uma das ferramentas de incentivo à ciência nos cursos de graduação é a iniciação científica (IC). Na IC, alunos da graduação desenvolvem projetos de pesquisa sob orientação de professor da universidade como meio de introduzir e estimular o pensamento científico em sua formação. Contudo, muitos professores, pelos mais diversos motivos, não tiveram essa prática de iniciação em seu processo de graduação.

A iniciação científica deve ser um processo contínuo que envolva alunos e professores para além do espaço formal de ensino e aprendizagem. O envolvimento do aluno nas atividades de iniciação científica não se relaciona somente com a formação acadêmica e sua progressividade. Relaciona-se também com a formação profissional, já que o trabalho de pesquisa diz respeito à busca de soluções de problemas e aumento da criatividade e criticidade, tanto quanto a produção de conhecimentos. Neste contexto, a iniciação científica tem a ver com a problematização, com o perguntar permanente e com o trabalho qualitativo que o professor e os alunos realizam (PADRÃO, 2019, p. 73).

Padrão (2019, p. 71) em pesquisa cujo objetivo fora investigar o papel do professor que atua como agente social na co-produção da Divulgação Científica, nos aponta ainda que:

Quando a iniciação científica não faz parte do currículo acadêmico, percebe-se a importância desses espaços de aproximação entre campo científico e escola; trazê-lo para a prática docente se torna árduo e improvável.

Contudo, ainda que muitos docentes não tenham realizado iniciação científica em seus processos formativos, buscá-la é possível em outros momentos, podendo ser iniciada inclusive no início da docência, como indica Padrão (2019, p. 73):

De fato, algumas professoras não tiveram em sua formação atividades que vislumbrem a iniciação científica, fazendo suas travessias acadêmicas e profissionais de maneira singular. Dessa forma, percebe-se que a travessia não acontece de forma linear, ela traz a característica do sujeito que está percorrendo, podendo ser iniciada no ensino básico, na graduação ou no início da docência, quando a oportunidade de conhecer novos caminhos desperta a vontade de fazer a travessia do aprendizado em direção à fronteira de encontro e troca, da alteridade.

O caminho, sem dúvida, é desafiador na medida em que ele passa pela autocrítica e pela reavaliação das práticas e experiências dos professores. Acreditamos que dessa autocrítica se beneficiam tanto a escola quanto os próprios docentes, uma vez que ela abre margem para o incentivo à formação continuada, podendo, inclusive, contar ou demandar apoio institucional necessário.

Obviamente, a trajetória percorrida na prática docente é, em grande parte, subjetiva, muitas vezes solitária e diretamente condicionada pelas nossas experiências e aspirações como profissionais da educação. Porém, é imprescindível que os professores possam dispor de recursos para se equiparem e se prepararem para o uso da linguagem, conhecimentos e desafios que a ciência nos cobra dentro e fora da sala de aula.

3.3 A divulgação científica da Matemática na escola

Partindo do pressuposto de que um dos grandes desafios para professores de matemática da educação básica é tornar sua área de conhecimento mais interessante e atrativa para seus alunos, acreditamos no potencial que a divulgação científica tem como instrumento didático e pedagógico para desmistificar a matemática para os alunos da educação básica.

No modelo tradicional calcado na educação bancária (FREIRE, 1987), o ensino de matemática sofre, assim como as outras disciplinas, do estigma de ser uma matéria escolar chata, decorativa ou de difícil compreensão. A explicação expositiva, quando desvinculada de práticas de inserção ativa do estudante em seu processo de aprendizagem, contribui grandemente para essa visão negativa da matemática.

Em lugar de comunicar-se, o educador faz 'comunicados' e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizam e repetem. Eis aí a concepção 'bancária' da educação, em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los. Margem para serem colecionadores ou fichadores das coisas que arquivam. No fundo, os grandes arquivadores são os homens, nesta (na melhor das hipóteses) equivocada concepção 'bancária' da educação. (FREIRE, 1987, p. 33).

O método tradicional, portanto, gera certo grau de sofrimento aos alunos na medida em que exige processos intensos de memorização e repetição mecânica de fórmulas que, muitas vezes, mostram-se desconexas de seus cotidianos. O resultado dessa forma de ensinar e da fobia matemática gerada por ela é o maior distanciamento dos alunos em relação à matemática. (GONÇALVES, SANTOS, 2019).

Analisando a bibliografia sobre o tema, selecionamos projetos de sucesso na realização da divulgação científica na escola de educação básica, com destaque especial para aquelas direcionadas à divulgação da matemática. Santos e Gomes (2019), em pesquisa divulgada no XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática, elencam, utilizando o Guia de Centros e Museus de Ciência do Brasil, uma variedade de ações voltadas para a divulgação científica, com recorte especial para as ações itinerantes realizadas na região nordeste.

Os projetos que se enquadram na classificação Ciência Móvel estão vinculados a universidades, institutos de pesquisa, secretarias de educação municipais e estaduais, e outras instituições particulares, que destinam algum investimento para a popularização da ciência. Segundo o Guia que analisamos, disponibilizado em 2015, desde a última edição publicada em 2010, o Brasil passou de 20 para 32 projetos em funcionamento, dos quais oito são da região nordeste. (SANTOS; GOMES, 2019, p. 4).

Dos projetos itinerantes analisados, tiveram destaque: Caravana Notáveis Cientistas Pernambucanos; Laboratório de Divulgação Científica – Ilha da Ciência; Ciência Móvel – Espaço da Ciência; Ciência Móvel – Museu Itinerante; Ciência na Estrada – Educação e Cidadania; Ciência sobre rodas: buzão da ciência no agreste e no sertão; Caminhão com Ciência. O mapeado realizado pelos autores permitiu uma melhor compreensão da importância dessas ações para a divulgação científica no Brasil através da aproximação entre seus diferentes públicos e agentes. (SANTOS; GOMES, 2019)

Outro caso cuja análise merece destaque é o projeto de extensão universitária “A Caravana da Matemática”, realizado por bolsistas e professores do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJR). Criado em 2018, o projeto surgiu com o objetivo de divulgar o conhecimento matemático para além do ambiente universitário. De forma itinerante, o projeto realiza visitas nas escolas de ensino básico, oferecendo um leque de atividades, dentre elas palestras e oficinas para estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. (RIBEIRO et al., 2021)

Destacamos que o Projeto, em sua primeira versão, ambicionava apresentar temas da matemática trabalhada no ensino superior, aos estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio a partir de temas mais avançados estudados nas licenciaturas e bacharelados. Tal ambição tem sido gradativamente estruturada para que futuramente a equipe envolvida possa levar para esses segmentos escolares temas que raramente são abordados no cotidiano da sala de aula de Matemática. (MOTTA et. al., 2019, p. 147)

A Caravana da Matemática já havia realizado visitas a 66 escolas de Juiz de fora e região, contemplando mais de 3500 alunos, além de eventos nos espaços universitários e espaços abertos ao público geral. Em decorrência da pandemia do Covid-19, o projeto precisou se adaptar aos ambientes virtuais para continuar atuando e cumprindo com o seu objetivo. A sua presença nas redes permitiu ao projeto não somente continuar atuação junto às escolas, como também ampliar a abrangência de seu público, antes limitado por questões geográficas e orçamentárias. (RIBEIRO et al, 2021)

Projetos como A Caravana da Matemática seguem na esteira de outros projetos igualmente bem-sucedidos na divulgação da matemática nas escolas, alguns de abrangência nacional, como as Olimpíadas Brasileiras das Escolas Públicas (OBMEP) e o Programa de Iniciação Científica Jr. da OBMEP (PIC), que se mostraram extremamente eficazes na descoberta de novos talentos na matemática e na formação cidadã dos estudantes nas redes de ensino em todo o país. (MOTTA et. al., 2019).

Apesar do público-alvo do projeto – estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Médio, professores, familiares e gestores escolares –, os benefícios puderam ser percebidos em outras frentes e sujeitos. O contato entre os professores das escolas

de ensino básico e os professores da UFJF permitiu aos primeiros a buscarem iniciativas para projetos de ensino alternativo para sua prática docente, bem como despertaram a busca pela formação continuada. Professores da UFJF e graduandos envolvidos no projeto também se beneficiam grandemente do contato direto e da experiência adquirida com a realidade escolar. (MOTTA et. al., 2019).

Constatamos que a problemática do público-alvo foi determinante para o sucesso obtido com as atividades do projeto, inclusive para os benefícios colaterais não previstos, mas igualmente satisfatórios do ponto de vista da cooperação e construção da relação entre a universidade e a escola. Quanto a isso, Santos e Gomes (2019, p. 6) ressaltam que:

A delimitação do público-alvo é fundamental para a organização das atividades expositivas, itinerantes ou não, a fim de que o visitante se sinta interessado e possa interagir com os experimentos, monitores e outros visitantes. Essa delimitação condiciona também a linguagem a ser utilizada, procurando mostrar que a matemática pode ser divertida e interessante, buscando desconstruir aquela imagem de área do conhecimento difícil e que poucos compreendem.

Projeto semelhante foi realizado no Estado de Alagoas, onde a parceria entre a Secretaria de Estado a Ciência do Estado de Alagoas (SECT) e a Secretaria de Estado da Educação (SEE/ALL) resultou na criação de uma caravana itinerante que desde 2008 percorreu diversos municípios de Alagoas durante a Semana de Ciências e Tecnologia. Com uma linguagem lúdica, o projeto coordenado pela professora Lenilda Austrelino e intitulado “Caravana Itinerante de Ciência e Tecnologia” promove uma gama de atividades nas escolas com o objetivo de divulgar a ciência de forma divertida como forma de atrair o interesse do público escolar. (MARTINS; LIRA; FERREIRA, 2010).

A caravana itinerante conta com uma programação bastante diversificada. As atividades envolvem oficinas e eventos especiais, tais como show de química, física, biologia, matemática, além atividades no campo da astronomia, como observação do céu noturno, lançamento de foguetes, entre outras. O Show da Matemática, presente na caravana, é um projeto coordenado pelos professores Ricardo Lisboa Martins e Margarida Maria Santos Lira que no Laboratório de Educação Matemática e Letramento Darci Ferreira Gomes da SEE, em Alagoas. (MARTINS; LIRA; FERREIRA, 2010).

Constatamos, a partir do exposto, que as práticas de divulgação científica analisadas evidenciam o esforço realizado por cientistas, professores, estudantes, órgãos públicos e outros atores em construir uma ponte viável e duradoura entre as universidades e as escolas de ensino básico. A construção dessas vias de circulação entre o que é produzido nos ambientes propriamente científicos e o ambiente escolar passa necessariamente pela criatividade na elaboração de estratégias, metodologias, planos de ação e reflexões que

permitam, especialmente em relação ao ensino da matemática, despertar a curiosidade, a vontade e o apreço pelo conhecimento científico nas escolas – lugares onde ainda se nutre a crença de que é impossível, para a grande maioria, gostar de aprender matemática.

4 Propostas de temas científicos da Matemática na Educação Básica

Considerando os desafios enfrentados no ensino de matemática na educação básica, nos deparamos com a necessidade de uma análise mais objetiva sobre as possibilidades de inserção de temas e conhecimentos científicos no ambiente da sala de aula. Levando em conta que o processo de ensino-aprendizagem de matemática continua inserido na lógica de uma educação tradicional, chegamos a uma indagação geral que balizou nossa investigação: “como apresentar e inserir temas de cunho científico nas aulas de matemática de forma acessível, compreensível e interessante?”.

A partir desse questionamento e posterior análise das dificuldades enfrentadas na divulgação científica da matemática nas escolas, selecionamos e elencamos um conjunto de oito temas cujas características apresentam grande viabilidade para o objetivo de não somente divulgar conhecimentos científicos da matemática, mas também atrair a atenção e despertar a curiosidade, o interesse e o apreço dos estudantes para a matemática. Selecionamos temas que são amplamente estudados e difundidos no ambiente acadêmico, porém com pouco reflexo na educação básica.

Abordamos nessa pesquisa oito temas selecionados, suas características e potencialidades de introdução no ensino de matemática na educação básica: 1 - GPS, 2 - CPF, 3 - Código de Barras; 4 - Códigos Corretores de Erros; 5 - Criptografia e a Cifra de César; 6 - Cubo mágico; 7 - Triângulos em Diferentes Geometrias; 8 – Fractais.

4.1 Global Positioning System (GPS)

GPS, sigla para *Global Positioning System* (*Sistema de Posicionamento Global*), é uma tecnologia desenvolvida pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos em 1973 com funções inicialmente militares. O objetivo da tecnologia atendia a necessidades militares diversas, dentre elas a de que aeronaves e embarcações militares pudessem determinar sua exata localização em qualquer ponto do planeta. O GPS se popularizou quando sua tecnologia, atualmente controlada pelo EUA, fora difundida para o uso civil, ainda que

com menor precisão. O sistema é composto por um conjunto de 24 satélites que orbitam o planeta há mais de 20 mil quilômetros acima do nível mar; os satélites emitem sinais captados por receptores na Terra, o que permite que ofereçam uma localização precisa de qualquer ponto na superfície do planeta. (ALVES, 2006).

Consideramos o estudo das características e funcionamento do GPS como uma oportunidade para trabalhar conceitos de geometria plana e espacial, focando os estudos em geometria analítica, tais como: circunferência, ponto central, raio, diâmetro, cordas, planos e superfícies esféricas, coordenadas cartesianas, coordenadas geográficas e até mesmo conceito de escalas.

Na exemplificação proposta abaixo, trabalhamos com uma abordagem bidimensional. Acreditamos que tal abordagem permita uma análise mais objetiva do funcionamento do GPS dada a facilidade para a visualização dos círculos e suas intersecções.

4.1.1 Analisando o funcionamento do GPS

A princípio temos representado na figura 4.1 um ponto A cuja localização na superfície da Terra deverá ser determinada. Um satélite B , representado na figura 4.2, ao emitir um sinal, define uma circunferência (c) e terá a função de determinar a localização do ponto A ao longo de um raio \overline{AB} . Nesse caso, a localização do ponto A não é precisa, uma vez que ele pode estar em qualquer parte ao longo da circunferência (c) do satélite B .

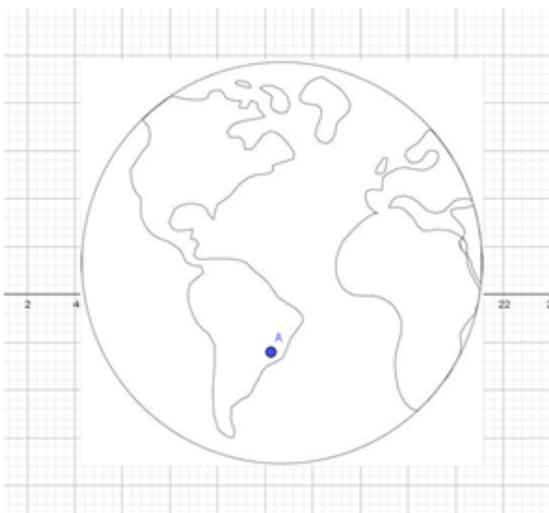


Figura 4.1: Planeta Terra.

Fonte: Elaborado pelo autor.

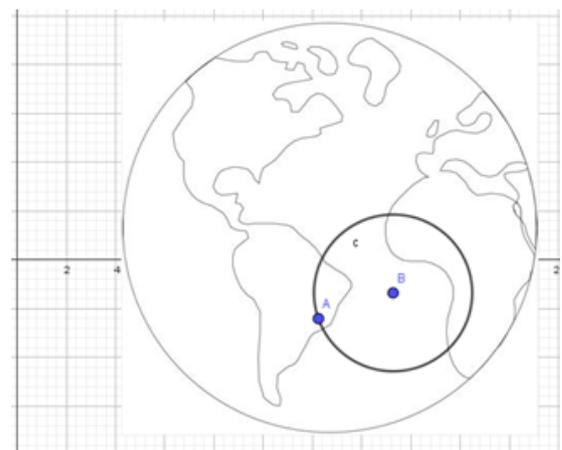


Figura 4.2: Planeta e satélite B.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como mostra a figura 4.3, a presença de um satélite C , ao emitir um sinal, delimita uma circunferência (d) e permite que a localização do ponto A seja então demarcada pela

intersecção das circunferências c e d . A partir disso, é possível inferir que o ponto A possa ser encontrado em um dos dois pontos de intersecção das circunferências (c) e (d). Portanto, a localização exata do ponto A requer a presença de um terceiro satélite (D).

Como mostra a figura 4.4, o satélite D , ao emitir um sinal, delimita a circunferência (e), cuja intersecção com as circunferências (c) e (d) permite definir a localização precisa do ponto A . Esse processo é conhecido em geometria como Trilateração 2D.

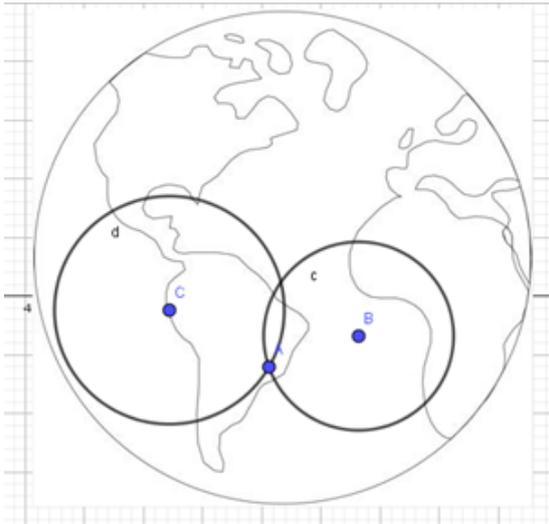


Figura 4.3: Planeta e satélites B e C.

Fonte: Elaborado pelo autor.

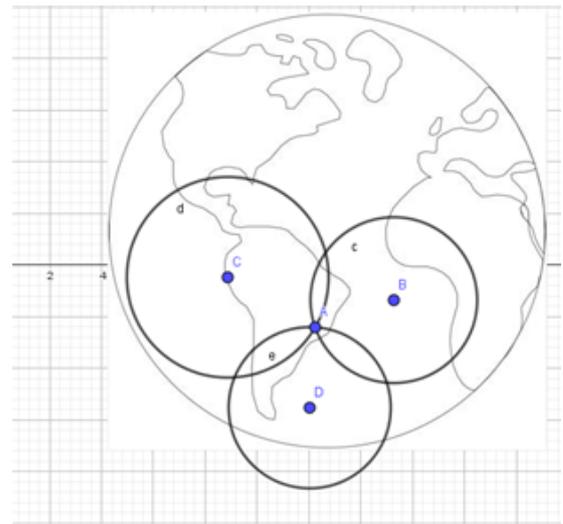


Figura 4.4: Planeta e satélites B, C e D.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Contudo, considerando a realidade tridimensional em que vivemos, vale salientar que seria necessário um quarto satélite para então delimitar a localização exata do ponto A , como pode ser verificado na figura 4.5 a seguir:

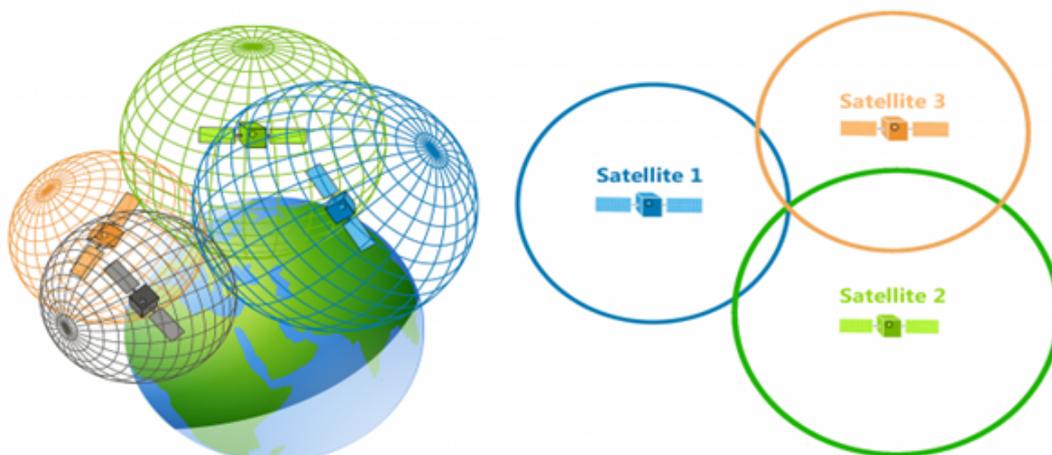


Figura 4.5: GPS.

Fonte: <https://gisgeography.com/trilateration-triangulation-gps/>

A atividade proposta prevê a todo instante a atuação direta dos alunos com o tema a partir da observação das formas, identificação de elementos da circunferência, medições de distância, verificação das intersecções das circunferências e posteriores questionamentos sobre a definição de localizações. Ao garantir a interação direta do aluno com o conteúdo, a atividade mostra-se bastante eficaz no processo de ensino-aprendizagem de geometria analítica, uma vez que ela acontece mediada na relação entre o aluno e o professor.

Para o desenvolvimento deste tema, nossa pesquisa foi embasada pelos trabalhos de Alves (2006); Lima (2013); Sampaio (2023); Sobreira (2023); Lima, Pezente, Ferreira, Dal Col (2023).

4.2 A Matemática por trás da verificação do CPF

Ao longo do tempo, diversos números de registro foram criados para os mais diversos fins, e hoje estão presentes na vida de todos os cidadãos brasileiros, tais como o RG, CPF, Título Eleitoral, dentre outros. Muitos desses registros apresentam sequências numéricas que exigem memorização para o uso e acesso a uma diversidade de serviços públicos e privados. Nesse sentido, consideramos o CPF, dada a sua presença na vida dos cidadãos brasileiros desde os primeiros anos de vida, uma boa oportunidade didática para a divulgação e ensino da matemática nas escolas.

Gerenciado pela Receita Federal, órgão responsável pelo armazenamento de informações cadastrais de todos os cidadãos inscritos, o CPF é um número de identificação

formado por onze dígitos, sendo único e intransferível para cada pessoa. Devidamente regularizado, é usado para uma diversidade de funções envolvendo análise de crédito, solicitações de empréstimos e aberturas de contas, bem como o acesso a serviços públicos básicos.

Ensinar a formação e composição numérica do CPF na educação básica permite aos alunos trabalharem expressões numéricas, posições relativas de algarismos, além das operações básicas, tais quais multiplicação, soma e subtração. Trata-se de uma abordagem viável e didática para turmas a partir do Ensino Fundamental II.

O CPF é composto de 11 algarismos dos quais os nove primeiros são organizados em grupos de três dígitos separados por pontos. A partir dessa organização é possível, inclusive, estimular a percepção dos alunos para a comparação com o conteúdo de ordens e classes numéricas. Os dois últimos dígitos do CPF são separados por um hífen e possuem uma função específica.

Temos o seguinte exemplo:



Figura 4.6: CPF

Fonte: <https://telesintese.com.br/cpf-sera-unico-documento-exigido-para-acesso-a-servicos-do-governo/>

Os dois números após o hífen são chamados de dígitos verificadores e servem para constatar a autenticidade do número diante da Receita Federal. O último dígito da sequência dos nove primeiros corresponde a um grupo de zero a nove números que indica a região onde o CPF foi emitido, como indicado na tabela 4.1:

1	Distrito Federal, Goiás, Mato Grosso, Mato Grosso do Sul e Tocantins
2	Amazonas, Pará, Roraima, Amapá, Acre e Rondônia
3	Ceará, Maranhão e Piauí
4	Paraíba, Pernambuco, Alagoas e Rio Grande do Norte
5	Bahia e Sergipe
6	Minas Gerais
7	Rio de Janeiro e Espírito Santo
8	São Paulo
9	Paraná e Santa Catarina
0	Rio Grande do Sul

Tabela 4.1: Códigos das regiões

O primeiro dígito verificador constata a validação do CPF através do seguinte procedimento: multiplica-se os nove primeiros algarismos da esquerda para a direita, por pesos de 10 a 2, conforme a tabela 4.2.

	Dígito	-	Dígito	Dígito								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		verificador 1	verificador 2
Dígitos	3	2	8	2	0	4	6	3	8	-	3	5
Pesos	10	9	8	7	6	5	4	3	2			

Tabela 4.2: Dígitos e pesos 1.

Multiplicando-se os dígitos da primeira linha, em sequência, pelos da segunda linha, e depois fazendo a soma dos resultados das multiplicações, teremos a seguinte expressão numérica a ser resolvida:

$$3 \cdot 10 + 2 \cdot 9 + 8 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 0 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 8 \cdot 2 = 195.$$

Resolvendo a expressão numérica, teremos um resultado que deverá ser dividido por 11, e assim observaremos o resto (r) dessa divisão. Por fim, se o resto é 0 ou 1, o dígito verificador será 0; caso contrário o primeiro dígito verificador se dará pela expressão $d = 11 - r$.

No caso do exemplo dado, o resultado da expressão é 195, o resto da sua divisão por 11 é 8, gerando um dígito verificador $D_1 = 11 - 8$. Logo, $D_1 = 3$.

O segundo dígito verificador também constata a validação do CPF através do seguinte procedimento: multiplica-se os nove primeiros algarismos da esquerda para a direita, a partir do segundo, por pesos de 10 a 2, conforme a tabela 4.3.

	Dígito 1	Dígito 2	Dígito 3	Dígito 4	Dígito 5	Dígito 6	Dígito 7	Dígito 8	Dígito 9	-	Dígito verificador 1	Dígito verificador 2
Dígitos	3	2	8	2	0	4	6	3	8	-	3	5
Pesos		10	9	8	7	6	5	4	3		2	

Tabela 4.3: Dígitos e pesos 2.

Multiplicando-se os dígitos da primeira linha, em sequência, pelos da segunda linha, depois soma dos resultados das multiplicações e temos a seguinte expressão numérica a ser resolvida:

$$2 \cdot 10 + 8 \cdot 9 + 2 \cdot 8 + 0 \cdot 7 + 4 \cdot 6 + 6 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 8 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 204.$$

Resolvendo a expressão numérica, teremos um resultado que deverá ser dividido por 11, e assim observaremos o resto r dessa divisão. Por fim, se o resto é 0 ou 1, o segundo dígito verificador será 0; caso contrário o primeiro dígito verificador se dará pela expressão $d = 11 - r$. No caso do exemplo dado o resultado da expressão é 204, o resto da sua divisão por 11 é 6, gerando um dígito verificador $D_2 = 11 - 6$. Logo, $D_2 = 5$.

Os procedimentos descritos acima para a compressão da composição numérica do CPF podem ser trabalhados em sala de aula através de variados recursos metodológicos, tais como a lousa convencional ou salas de informática com uso do Excel. Além de trabalhar noções elementares da aprendizagem da matemática, o tema permite uma percepção mais ampla da sua presença em elementos da realidade cotidiana dos alunos.

Para informações do tema de CPF, nossa pesquisa foi embasada pelo trabalho de Nascimento, Filho, Gomes, Menezes e Silva (2015). Encontramos várias informações na página da Receita federal <https://www.gov.br/pt-br/servicos/consultar-cadastro-de-pessoas-fisicas> e na página <http://clubes.obmep.org.br/blog/a-matematica-nos-documentos-a-matematica-dos-cpfs/> a proposta de algumas atividades voltadas ao tema em questão.

4.3 Código de Barras

O código de barras é um sistema de identificação de produtos baseado num método visual de representação de dados e utilizado para identificação de uma enorme variedade de produtos no mundo. O sistema é constituído por barras pretas e brancas de diferentes larguras que, através de leitores ópticos, são lidos e convertidos em sequências de números e letras.

Joseph Woodland e Bernard Silver foram os responsáveis, em 1952, pela primeira patente registrada de um código de barras. O código possuía uma estrutura diferente do

conhecido retângulo em barras de espessuras variadas amplamente conhecido hoje, sua versão original era constituída por círculos concêntricos de espessura variável. Contudo, o formato não foi bem-aceito e, ao longo de 1970, um formato numérico foi definido e diversas companhias foram contatadas para realizarem propostas para um código adequado. A proposta vencedora foi a IBM, e seu engenheiro, George J. Laurer foi o responsável pela criação do novo código, a partir de então conhecido como código UPC (Universal Product Code). (MILIES, 2008)

O método possui vantagens que o tornaram eficiente, tais como rapidez, baixo risco de erros, rastreamento de produtos, padronização, entre outros. Devido a essas vantagens, o sistema é usado internacionalmente, o que permite que os produtos cadastrados com seus códigos possam ser identificados em diversos países onde o sistema é utilizado. O código é facilmente identificado pelo leitor mediante sua organização em barras claras e escuras, ao passo que se fosse organizado em números, uma série de ambiguidades dificultariam a leitura rápida. Quando a leitura óptica do código de barras é feita, ocorre, em um computador, a sua conversão para números de 0 e 1, dos quais o zero é identificado pelas barras brancas e o um pelas barras pretas. A quantidade de barras determina o número representado.

Atualmente há uma grande variedade de tipos de códigos de barras disponíveis, com diferenças na quantidade de dígitos, nos tipos de produtos a que se destinam e nos países em que são mais utilizados. O código UPC, que possui 12 dígitos, é amplamente usado em países como Estados Unidos e Canadá, enquanto que no Brasil e no mundo o código mais comum é o EAN-13, com 13 dígitos. Outras variações como o EAN-8 (8 dígitos) para embalagens pequenas, EAN/ISBN (13 dígitos) para livros e publicações não periódicas, EAN/ISSN (13 dígitos) para publicações periódicas, EAN/DUN (14 dígitos) para identificações em grandes embalagens, entre tantos outros, denotam o aprimoramento e a eficiência dos códigos de registro de produtos ao longo do tempo. (SILVA, 2013).

4.3.1 Analisando o código de Barras

O tipo de código que analisaremos a seguir é o EAN-13, como mostra a figura 4.7. Os três primeiros dígitos revelam de qual país se origina o produto, neste caso, 789 é o código do Brasil. Os próximos 5 dígitos, 83574, referem-se à empresa responsável pela produção do produto, e os 4 dígitos seguintes, 1789, referem-se ao produto propriamente dito. O último dígito do código é o dígito verificador, e é ele quem determina se o código tem validade ou não, ou seja, se está dentro das normas de exigência. O cálculo por traz da definição do último dígito é o que o torna interessante para a divulgação da matemática na educação básica.



Figura 4.7: Código de barra.

Fonte: <https://images.app.goo.gl/GVet6PzMe6wRFqK16>

O dígito verificador é obtido com os seguintes métodos: da esquerda para a direita, cada dígito é multiplicado por um fator; os dígitos que estão nas posições ímpares são multiplicados por 1 e os dígitos que estão em posições pares são multiplicados por 3. Ao final das multiplicações, deve-se fazer um somatório de todos os dígitos que foram multiplicados por seus fatores, chegando, assim, a um resultado final. O dígito verificador é obtido através da diferença desse resultado final com o seu primeiro sucessor múltiplo de 10. A visualização desse método fica mais claro através da tabela 4.4:

	Dígito 1	Dígito 2	Dígito 3	Dígito 4	Dígito 5	Dígito 6	Dígito 7	Dígito 8	Dígito 9	Dígito 10	Dígito 11	Dígito 12	Dígito 13
Código	7	8	9	8	3	5	7	4	1	7	8	9	2
Fator	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	

Tabela 4.4: Dígitos e fator multiplicativo.

As multiplicações dos dígitos dos códigos de barras pelos fatores multiplicativos 1 ou 3 resultam em um somatório, que para nosso exemplo é:

$$7 \cdot 1 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 1 + 8 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 5 \cdot 3 + 7 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 9 \cdot 3 = 158.$$

Finalmente, o primeiro sucessor desse resultado que é múltiplo de 10 é o 160. Sendo assim, seu dígito verificador é dado pela diferença desses dados, que seria $D = 160 - 158 = 2$. Ou seja, o dígito na décima terceira posição do código de barras é o dígito verificador $D = 2$.

Para o desenvolvimento deste tema, nossa pesquisa foi embasada pelos trabalhos de Milies (2008); Pinto (2014) e Silva (2013).

4.4 Código Corretores de Erros

Transmitir e receber dados é uma parte essencial do cotidiano de cada um de nós, tão necessária para se viver num mundo globalizado quanto a matemática que permite o seu funcionamento. Atualmente, é quase impossível conceber uma realidade que não envolva a transmissão de informações, o que torna imprescindível a preocupação sobre a forma como os dados são transmitidos e a qualidade com que são recebidos. Essa preocupação permitiu o desenvolvimento da teoria dos códigos corretores de erros, cujo objetivo consiste na identificação e correção de erros nas transmissões de dados.

A teoria, publicada em 1948 pelo matemático C. E. Shannon, foi inicialmente desenvolvida por matemáticos nas duas décadas seguintes. Na década de 1970, com o advento da corrida espacial e o aperfeiçoamento e popularização dos computadores, a teoria dos códigos corretores de erros passou a interessar também engenheiros, haja vista os objetivos geopolíticos da época. (HEFEZ; VILLELA; 2002).

A transmissão de informações, atualmente realizada por uma ampla variedade de canais, nem sempre ocorre de forma perfeita. Os dados transmitidos podem conter ruídos, interferências, que podem ocasionar erros na leitura da informação transmitida. A função dos códigos corretores de erros, em última análise, é identificar erros nas transmissões ou na leitura. (MENEGHESSO, 2012). Contudo, é necessário, para isso, codificar a informação inicial e adicionar uma informação redundante, de modo que, ao receber o sinal com ruído, seja possível recuperar a mensagem originalmente transmitida. (MILIES, 2009).

Os códigos corretores de erros podem ser encontrados em inúmeras situações. Um dos exemplos mais simplórios da aplicação desse código é justamente nosso próprio idioma. Como indica Hefez e Villela (2002, p. 1):

[...] formado pelas 23 letras do alfabeto da língua portuguesa, bem como o espaço em branco considerado como uma letra, o c cedilha e as vogais acentuadas, uma palavra da língua portuguesa pode ser considerada como um elemento de A_{27} , onde 27 é o comprimento da palavra mais longa da língua portuguesa. Para não haver repetições desnecessárias, colocam-se todos os espaços em branco do lado direito, omitindo-os na escrita. O fato de a língua portuguesa ser um subconjunto próprio P de A_{27} faz com que esse código seja de certa forma detector e corretor de erros. De fato, suponhamos que, ao escrevermos uma palavra, produzimos a sequência de letras "cathorro". Como este não é um elemento de P , percebe-se imediatamente que houve erro; e, nesse caso, a correção é possível, pois a palavra de P que mais se assemelha a cathorro é "cachorro".

Contudo, para o caso do idioma, o código ainda é ineficiente, pois se palavras como "gato" fossem escritas incorretamente no lugar de outras como "pato" ou "galo", o erro não seria identificado. Note que este procedimento está presente no nosso cotidi-

ano quando fazemos uso de aplicativos de texto/mensagem. Sempre que digitamos uma palavra errada, o corretor ortográfico sugere uma palavra ou uma lista de palavras "mais próxima" da palavra digitada errada.

Os códigos corretores de erros estão presentes nas transmissões de sinal de controles remotos de aparelhos eletrônicos, nos dispositivos de armazenamento de dados, no acesso e emails e contas bancárias, e nos códigos verificadores do CPF (HEFEZ; VILLELA; 2002). Outra aplicação bastante comum é nos códigos de barras, nas simbologias UPC (Código Universal do Produto), EAN-13 e ISBN (Padrão Internacional de Numeração de Livros), cujas numerações apresentam dígito de checagem. (MENGHESSO, 2012).

4.4.1 Verificando o Código do Robô

Para demonstrarmos como uma aplicação dos códigos corretores de erros, apresentaremos o Código do Robô. Esse código permite tanto detectar como corrigir certos tipos de erros na transmissão ou armazenamento de dados. Para entendermos como funciona, vamos utilizar como exemplo um robô que pode se mover sobre um tabuleiro quadriculado e que ao darmos um dos comandos (Leste, Oeste, Norte e Sul), o robô se desloca de uma casa para a outra, e é nessa perspectiva que podemos codificar os comandos como elementos de $\{0, 1\} \times \{0, 1\}$, como indicado na tabela 4.5.

Fonte	Código da fonte
Leste	00
Oeste	01
Norte	10
Sul	11

Tabela 4.5: Código da fonte.

A partir desses comandos, cada código que representa um dos comandos acima

$$(00, 01, 10, 11)$$

é chamado de *código da fonte*. Esses comandos, por exemplo, são transmitidos via rádio e podem sofrer algum tipo de interferência, ao qual chamamos *ruídos*. Assim, supondo que ao enviarmos a mensagem 00 (comando para que o robô vá para Leste), o sinal sofra alguma interferência e o robô receba a mensagem 01 (comando de ir para Oeste). Desta forma, como a mensagem 01 é um comando pertencente ao código do robô, o mesmo se moveria para oeste, e não para leste.

Para evitar que o erro na transmissão transforme a mensagem enviada em um dos comandos existentes, é necessário introduzir redundâncias na codificação da fonte de forma permitir detectar e corrigir erros nas mensagens recebidas.

Então são introduzidos mais dígitos aos códigos que representam os comandos, como na tabela 4.6:

Fonte	Código da fonte	Código de Canal
Leste	00	00000
Oeste	01	01011
Norte	10	10110
Sul	11	11101

Tabela 4.6: Código de canal.

Na recodificação acima, as duas primeiras posições são o código da fonte e nas três posições restantes são redundâncias introduzidas. Este novo código recodificado é chamado de código de canal. Como exemplo, suponhamos que tenha ocorrido um erro na transmissão do código 10110 (norte) e que foi recebido 11110. O código recebido não corresponde a nenhum dos códigos da tabela, portanto, detectamos um erro. Para corrigir esse erro, considera-se a palavra do código de canal “mais próxima” da mensagem recebida, isto é, o comando do código de canal com a menor quantidade de dígitos distintos da mensagem recebida, que neste caso, corresponde a 10110, que é o comando transmitido. Assim, o robô trocaria a mensagem 11110 por 10110, e seguiria para o norte.

Porém, se houvesse mais de um erro cometido na transmissão do comando 10110, como por exemplo, 11111, neste caso, o comando mais próximo seria 11101 (sul). Isto é, no caso deste código do robô, até um erro cometido na transmissão, esse erro pode ser detectado e corrigido, mais que isso, já não pode ser garantido.

Essa é a ideia por trás dos códigos corretores de erros, cuja a matemática é fundamental, que é criar códigos capazes de se autocorrigirem caso hajam erros em suas transmissões. Esse mesmo tipo de código foi utilizado nas naves espaciais Mariner 9 e Voyager, que transmitiram imagens de Marte e Júpiter na década de 70, respectivamente.

Uma atividade que poderia ser proposta aos alunos do ensino básico seria estabelecer um código fonte binário e um código de canal para um robô que além de mover nas quatro direções norte, sul, leste e oeste, este mesmo robô movesse uma câmera que se movimentasse para cima e para baixo.

Para o desenvolvimento deste tema, nossa pesquisa foi embasada pelos trabalhos de Hefez e Villela (2002); Bahia (2010); Meneguesso (2012) e Milies (2011).

4.5 Criptografia e a Cifra de César

Junto ao avanço vertiginoso da tecnologia nas últimas décadas, os fluxos de informação se intensificaram de tal forma que a preocupação cada vez maior com a segurança

no conteúdo e na transmissão dos dados fez da criptografia uma das mais importantes ferramentas no mundo digital.

Em sua etimologia, a palavra criptografia é derivada dos verbetes gregos *kryptós* (oculto) e *graphien* (escrita). De maneira geral, a criptografia é uma área de estudo que compreende um conjunto de técnicas cujo objetivo é tornar secreto o conteúdo de uma informação através de um processo de cifragem. Nesse método, o conteúdo de uma mensagem pode ser codificado de maneira que ela se torne incompreensível para aqueles a quem ela não foi direcionada. A criptografia teve uma importância considerada vital durante os eventos da Segunda Guerra Mundial (1939 – 1945), período no qual a vitória ou a derrota de inúmeras batalhas travadas no continente europeu dependiam da interceptação e decifração de mensagens enviadas via rádio, muitas das quais contendo informações de grande valor estratégico. A criptografia, contudo, possui técnicas remontam à Antiguidade.

Códigos para ocultação de mensagens já eram usados por egípcios há 1.900 a. C., como consta nos hieróglifos encontrados no túmulo de Khnumhotep II, arquiteto do faraó Amenemhet II (ROSSETO, 2018). Cerca de 2500 anos atrás, Heródoto, historiador grego, registrou histórias de mensagens secretas, como a que mudou o curso dos planos de Xerxes, rei persa, quando este decidiu atacar as cidades-estado de Atenas e Esparta. Os planos de Xerxes foram frustrados quando um grego, naquele momento exilado na Pérsia, descobriu os planos de ataque de Xerxes e, por amor à Grécia, resolveu enviar uma mensagem à Esparta avisando do ataque surpresa. Para que sua mensagem não fosse descoberta, o grego, utilizando um sistema de tabuletas de madeira, ocultou a mensagem que denunciava os planos de Xerxes, conseguiu enviá-la em segurança até Esparta e permitiu aos gregos se prevenirem do ataque (SINGH, 2007 apud PAIXÃO, 2020).

Como nos indica Paixão (2020), a criptoanálise, cujo processo implica a decodificação de cifras, é considerada contribuição dos árabes pelo que já conseguiam fazer nessa área ao longo do século IX.

A criptografia se desenvolveu um pouco mais tarde no Ocidente. O primeiro livro que menciona a criptografia aparece apenas no século XIII, na Europa. No século seguinte, o uso dessa ferramenta estava mais difundido, pois cientistas e alquimistas a usavam a fim de manter uma comunicação secreta. Nessa mesma época, desenvolveu-se a criptoanálise ocidental com o uso da análise de frequência, que não se sabe se foi descoberta de forma independente ou se foi fruto dos estudos árabes, que nessa época já estavam mais difundidos. (PAIXÃO, 2020, p. 30).

A história da criptografia nos mostra que a necessidade da qual deriva a sua utilização é tão antiga quanto o próprio surgimento da escrita. É válido considerar que a criptografia, desde o desenvolvimento de suas primeiras técnicas, sempre esteve inserida nos jogos de poder entre Estados-nações. Foi somente nas últimas décadas, devido ao grau

de desenvolvimento das tecnologias de informação e da disseminação da comunicação em massa, que a criptografia se tornou parte de nossas vidas diárias através de necessidades cotidianas, como senhas para operações bancárias ou uso de aplicativos de comunicação instantânea.

A criptografia é uma área que pertence à criptologia, a ciência responsável pelo estudo e sistematização das técnicas da criptografia e da criptoanálise. Derivada do aprimoramento dos conhecimentos da matemática, estatística e linguística, a criptoanálise é segmento voltado ao decifragem de mensagens cifradas sem possuir acesso à cifra. (ROSSETO, 2018).



Figura 4.8: Quadro da Criptologia.

Fonte: ROSSETO (2018)

Os sistemas criptográficos podem ser divididos em simétricos e assimétricos (PIMENTA, 2019). As cifras em criptografia podem ser divididas em dois tipos: as de transposição e as de substituição. Nas cifras de transposição as letras são realocadas, trocando apenas de posição. Um anagrama é uma forma simples de ilustrar esse processo, pois o rearranjo correto das letras pode elucidar a palavra correta. Nas cifras de substituição, a dificuldade de decifrar a mensagem incide em grande parte no tamanho da palavra, uma vez que quanto maior ela for, maiores serão as possibilidades de rearranjo e consequentemente maior será o tempo necessário, dificultando assim a decodificação da mensagem. Um ótimo exemplo histórico desse tipo de cifra é a cítala espartana. (PAIXÃO, 2020)

Muito comum entre os espartanos em ações militares, a cítala espartana ou bastão de Licurgo, consiste numa técnica de comunicação na qual uma tira de tecido com uma informação secreta era enrolada ao longo de um bastão de madeira de uma dada espessura. A mensagem a ser enviada era escrita na tira enrolada ao longo do bastão. Após desenrolada, a tira era enviada ao destinatário. A eficiência do método se dava no fato de que as duas pessoas envolvidas na comunicação tinham bastões da mesma espessura. Quando o receptor recebia a tira, bastava enrolá-la no bastão em sua posse que a mensagem era

relevada, conforme a Figura 4.9.



Figura 4.9: Cítala Espartana.

Fonte: <https://hopefullynoobs.wordpress.com/cifrado-de-la-informacion/>

Já nas cifras de substituição, as letras do alfabeto original são trocadas pelas letras do alfabeto cifrado, e a substituição pode ser do tipo monoalfabética ou polialfabética. Um clássico exemplo de cifra de substituição é a famosa Cifra de César. Como sugere o nome, foi criada por Júlio Cesar, político romano, e utilizada com fins militares por volta de 58 a.C. O método de César se dava na substituição simples de cada letra da mensagem original pela terceira letra do alfabeto cifrado, criando, com isso, palavras sem qualquer significado aparente. Apesar da simplicidade do método, sua eficiência era grande uma vez muitos de seus inimigos não sabiam ler ou acreditavam que as mensagens usavam uma língua desconhecida (ROSSETO, 2018).

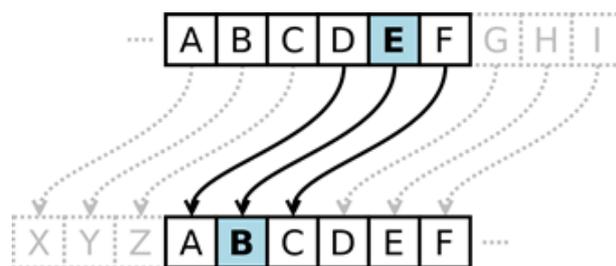


Figura 4.10: Cifra de César.

Fonte: <https://images.app.goo.gl/7XNiV2QqcEesYZR29>

Muitos outros exemplos de cifras simétricas tiveram destaque pela importância histórica mediante o contexto em que se desenvolveram, tais como a Cifra Afim, Atbash Hebraico, Cifrário Vigenère e a Cifra de Hill. Nas cifras assimétricas não é possível usar somente uma chave para decifrar a mensagem, como nas cifras simétricas. Nas assimétricas são necessárias duas chaves, uma privada e outra pública. A RSA é a cifra

assimétrica mais comum utilizada em sistemas digitais que requerem alta segurança, como bancos, e-mails e outras plataformas digitais. DES, ElGamal, CBC e AES são outros exemplos de cifras assimétricas. (PIMENTA, 2019)

4.5.1 Apresentação da Criptografia na educação básica

Quando o assunto é criptografia não podemos deixar de mencionar a Cifra de César que é uma técnica de criptografia bastante simples e provavelmente a mais conhecida de todas, e ao nosso ver recomendável para apresentação na Educação Básica. César usava um sistema simples de substituição de letras, em que cada letra do alfabeto era trocada por uma outra letra do mesmo alfabeto, deslocada em três posições para a direita.



Figura 4.11: Cifrário de César.

Fonte:

<https://radames.manosso.nom.br/bitabit/planilhas/criptografia-de-cesar-em-excel/>

Para exemplificação do processo de cifragem e decifragem de uma mensagem, vamos utilizar a tabela 4.7:

Texto simples	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Texto cifrado	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Texto simples	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Texto cifrado	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Tabela 4.7: Tabela de cifras.

Dessa forma, numa mensagem como “*matemática*” teria a seguinte codificação: “*PDWHPDWLFD*”. É necessária muita atenção no processo de montagem das tabelas de cifragem, uma vez que podem ocorrer erros na tradução das mensagens enviadas. No

caso da Cifra de César, a chave de codificação são as 3 posições deslocadas na substituição das letras.

Existe um processo mais eficaz em torno dos processos de Cifragem e Decifragem da Cifra de César. Para tanto é possível, associar uma tabela de codificação com letras e números, para conseguir um resultado melhor, onde podemos associar várias chaves de deslocamento, pois ao longo do processo e dos anos, várias pessoas poderiam ter conhecimento sobre a chave e assim decifrar os códigos facilmente. Nesse contexto, fez-se necessário, não modificar o método, mas sim usar um processo na qual várias chaves poderiam ser associadas e trocadas conforme a necessidade, local, ou até mesmo com as pessoas com quem seriam usadas.

Para exemplificação do processo de cifragem e decifragem de uma mensagem, utilizaram uma nova tabela, agora com números associados aos caracteres da mensagem:

Texto simples	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
Número	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Texto simples	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
Número	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Tabela 4.8: Tabela de letras e números.

Dessa forma, o processo de cifragem, poderia ser associado a uma fórmula que obedecesse aos seguintes critérios:

$$Y \Rightarrow X + K = 26 \cdot Q + R,$$

onde X é o caractere a ser cifrado (o número correspondente à letra da mensagem original), K é a chave da criptografia e R é o resto da divisão por 26 do número associado ao caractere já adicionado da chave da criptografia. Y é o caractere cifrado, utilizando o número correspondente de R .

Usando o mesmo exemplo anterior, na palavra “*matemática*”, o caractere “*m*” possui correspondência $X = 12$, daí somada à chave da criptografia $K = 3$ resulta em 15 e dividindo esse valor por 26, teremos um quociente 0 e um resto igual $R = 15$. O resto $Y \rightarrow 15$ é correspondente ao caractere cifrado “*p*”.

Já o caractere “*a*” possui correspondência $X = 0$, daí somada à chave da criptografia $K = 3$ resulta em 3 e dividindo esse valor por 26, teremos um quociente 0 e um resto $R = 3$. O resto $Y \rightarrow 3$ é correspondente ao caractere cifrado “*d*”.

O caractere “*e*” possui correspondência $X = 4$, daí somada à chave da criptografia $K = 3$ resulta em 7 e dividindo esse valor por 26, teremos um quociente 0 e um resto $R = 7$. O resto $Y \rightarrow 7$ é correspondente ao caractere cifrado “*h*”. Fazendo o mesmo processo com todos os caracteres, a palavra “*matemática*” fica cifrada como “*pdwhpdwlf d*”.

Uma letra fora dessa palavra usada, por exemplo a letra “z” possui correspondência $X = 25$, daí somada à chave da criptografia $K = 3$ resulta em 28 e dividindo esse valor por 26, teremos um quociente 1 e um resto $R = 2$. O resto $Y \rightarrow 2$ é correspondente ao caractere cifrado “c”.

A figura 4.12 nos mostra o passo a passo do processo:

M	A	T	E	M	Á	T	I	C	A
Para cada caractere é atribuído um número X									
12	0	19	4	12	0	19	8	2	0
Logo depois é adicionada a chave K, neste caso $K = 3$									
15	3	22	7	15	3	22	11	5	3
Estes valores são divididos por 26 para obter o resto R									
15	3	22	7	15	3	22	11	5	3
Após encontrar os restos de cada divisão, encontramos Y									
P	D	W	H	P	D	W	L	F	D

Figura 4.12: Tabela de cifragem 1.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Verifica-se que o processo é simples e após os alunos aprenderem o processo de cifragem, basta saberem aplicarem as operações básicas da Matemática como Adição e Divisão e prestarem atenção quanto ao resto no processo de divisão.

A fórmula usada, trazida no formato do Algoritmo da Divisão, traz uma percepção exata e fixa do processo e também a chave de criptografia K , traz a sua flexibilidade. A exemplo disso, traremos a mesma palavra “MATEMÁTICA” só que agora com a chave $K = 20$.

A figura 4.13 nos mostra o passo a passo do processo:

M	A	T	E	M	Á	T	I	C	A
Para cada caractere é atribuído um número X									
12	0	19	4	12	0	19	8	2	0
Logo depois é adicionada a chave K, neste caso K = 20									
32	20	39	24	32	20	39	28	22	20
Estes valores são divididos por 26 para obter o resto R									
6	20	13	24	6	20	13	2	22	20
Após encontrar os restos de cada divisão, encontramos Y									
G	U	N	Y	G	U	N	C	W	U

Figura 4.13: Tabela de cifração 2.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, a nova codificação da mensagem “MATEMÁTICA”, passa a ser “GUNY-GUNCWU”, com a chave de criptografia $K = 20$.

Esse tópico proposto é bem interessante e nada habitual aos conteúdos que são passados na Educação Básica, ele pede a todo instante a atuação direta dos alunos com as substituições e a resolução das operações que devem ser feitas, ao mesmo tempo a interação direta do aluno com o conteúdo e com o professor pode ser bastante favorável no processo de ensino-aprendizagem de tópicos de matemática não tão comuns na vida deles.

Para o embasamento desse tema de criptografia estudado, fizemos pesquisas com material de alguns autores tais quais podemos citar Paixão (2020); Pimenta (2019) e Rosseto (2018). É possível encontrar uma atividade pronta, que usa a Cifra de César para ser apresentada em algumas séries da Educação Básica, um vídeo com esta atividade pode ser encontrado em <https://www.youtube.com/watch?v=KHryRU9vklI>.

4.6 Cubo Mágico

Muito se fala da importância da dimensão lúdica nas abordagens didático em sala de aula. A inserção de jogos, brincadeiras, puzzles e outras atividades que fogem das metodologias tradicionais é algo amplamente difundido e defendido na literatura, além de largamente aplicado nas salas de aulas nos variados níveis educacionais do país.

Como tentativa de tornar mais interessante suas aulas, o húngaro Ernő Rubik, professor de arquitetura, desenvolveu um cubo de madeira com o propósito de auxiliá-lo no ensino de geometria espacial. Rubik levou cerca de um mês para solucionar o

problema de seu cubo, e a partir daí o Cubo de Rubik, ou cubo mágico, como ficou popularmente conhecido, se tornou um dos brinquedos mais famosos e mais vendidos no mundo. Pensando na viabilidade do uso do cubo mágico como um recurso lúdico, didático e sobretudo científico, constatamos, para além do desafio de sua resolução, a interessante possibilidade de análise da matemática de seu funcionamento.



Figura 4.14: Cubo Mágico.

Fonte: <https://www.oncube.com.br/>

Após a exposição do objeto na feira de brinquedos de Nuremberg, em 1979, o Cubo de Rubik foi patenteado e passou a ser fabricado e lançado ao mercado pela Ideal Toy Company. A partir de então, diversos campeonatos surgiram, assim como seus recordistas, cujas velocidades na resolução do cubo aumentavam cada vez mais. Há mais de 43 quintilhões de combinações possíveis para o cubo mágico. Este número impressionante levou a estudos que permitiram concluir que a solução mais rápida de um cubo mágico é com um número mínimo de 20 movimentos (LARA, 2016), sendo esta quantidade de movimentos conhecido como “Número de Deus”. Atualmente, o recorde de tempo de resolução do cubo mágico é do americano Max Park, que, com 3,13 segundos ultrapassou em 2023 a marca do chinês Yusheng Du. Já com um auxílio de um robô, o recorde de tempo de resolução é de 0.305 segundos, estabelecido em maio de 2024, pela empresa Mitsubishi Electric Corporation.

Ao longo do tempo, o cubo mágico ganhou novas versões, atualmente variando tanto na quantidade de peças quanto no formato em que estão organizadas. Sua versão original e a mais popular é o cubo $3 \times 3 \times 3$, cuja estrutura possui 26 cubos menores e 6 faces, organizados a partir de um cubo interno que permite a movimentação das peças. Demais variações do cubo mágico possuem diferenças quanto à quantidade de peças e formato do objeto, entre eles: cubo $2 \times 2 \times 2$, cubo $4 \times 4 \times 4$, piramix, meganix, skewb, entre outros (RONCOLLI, 2016). Outras variações interessantes quanto à quantidade de peças variam dos cubos $1 \times 1 \times 1$ (menor cubo possível) ao cubo $21 \times 21 \times 21$ (maior cubo).

A figura 4.15 a seguir mostra alguns exemplos de Cubos mágicos:

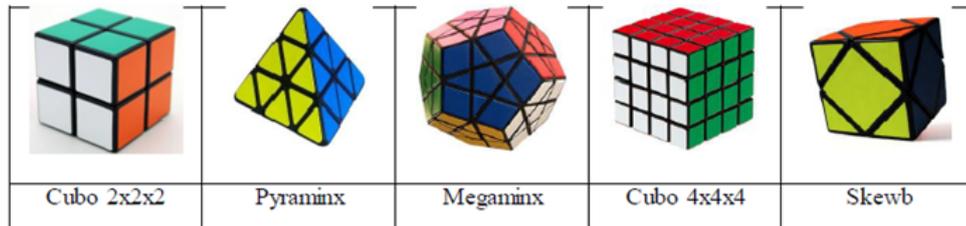


Figura 4.15: Diferentes Cubos Mágicos.

Fonte: RONCOLLI (2016)

4.6.1 A matemática que pode ser trabalhada em torno do Cubo Mágico

O cubo mágico é um sólido geométrico. Através de sua versão original ($3 \times 3 \times 3$) podemos trabalhar com os alunos a figura do hexaedro regular, mostrando suas partes com 8 vértices, 12 arestas, 6 faces e inclusive dar ênfase no Teorema de Euler.

Contudo, existe uma matemática mais abstrata relacionada ao cubo mágico. Podemos associar a ele uma estrutura de Grupo, um tema que é muito estudado na Álgebra, e que está presente nos conjuntos numéricos dos inteiros, dos racionais e dos reais, munidos da operação de adição. Nomeando as faces do cubo conforme a figura 4.16:

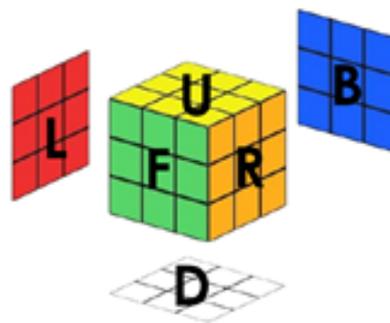


Figura 4.16: Faces do cubo mágico.

Fonte: Elaborado pelo autor

e representando os movimentos de rotações das faces (giro de 90° no sentido horário e anti-horário), como indicado na figura 4.17,

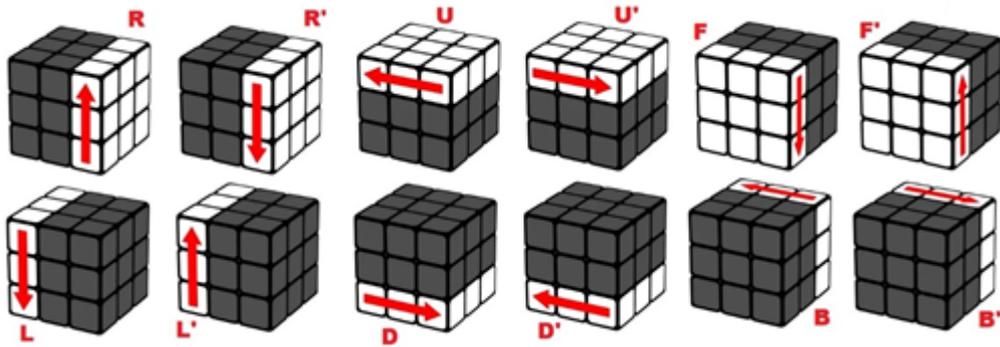


Figura 4.17: Movimentos do cubo mágico.

Fonte: <https://www.oncube.com.br/>

temos que o “Grupo de Rubik”, nome dado a estrutura de grupo do cubo mágico, é formado pelos movimentos das faces, e todas as suas combinações, enquanto a operação deste grupo seria a aplicação das rotações. Por exemplo, o elemento $R * F$ seria uma rotação de 90° no sentido horário do lado direito seguido de uma rotação de 90° no sentido horário da parte da frente. Assim, o Grupo de Rubik é gerado por todas as combinações dos elementos R, F, L, U, B e D .

Desta forma, pode-se utilizar desta estrutura para obter algoritmos capazes de auxiliar na resolução do cubo mágico.

Vejamos agora, de que maneira podemos chegar na quantidade de combinações possíveis do cubo mágico, número este que representa a ordem do grupo de Rubik, ou seja, a quantidade de elementos deste grupo.

Como já citamos, o cubo mágico $3 \times 3 \times 3$ possui 6 faces de cores distintas, e é formado por 26 cubinhos externos, sendo 9 cubinhos em cada face, 6 cubinhos centrais (fixos), 12 cubinhos de arestas e 8 cubinhos de canto.

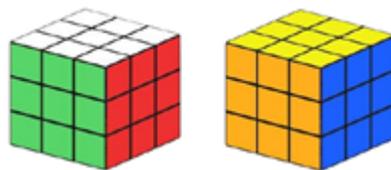


Figura 4.18: Lados do Cubo Mágico.

Fonte: Elaborado pelo autor

Para os 8 cubinhos de canto, temos $8!$ posições possíveis para posicioná-los no cubo. Cada cubinho de canto tem 3 faces, e logo tem 3 orientações diferentes. Portanto temos 38 possibilidades de orientação dos cubinhos de canto. Por conta da geometria do

cubo mágico e de seu mecanismo de funcionamento, não é possível rotacionar apenas um cubinho de canto sem afetar algum outro, assim apenas $1/3$ destas possibilidades terá a orientação correta. Desta forma, isso nos dá $\frac{8! \cdot 3^8}{3}$ combinações possíveis de posicionarmos os cubinhos de canto.

Para os 12 cubinhos de aresta, temos um total de $12!$ posições possíveis. Como cada cubinho de aresta pode ter 2 orientações, então temos 2^{12} possibilidades de orientações dos cubinhos de aresta. Porém, também não é possível rotacionar apenas um cubinho de aresta sem afetar algum outro. Assim, apenas $1/2$ destas possibilidades terá a orientação correta. Logo, temos $\frac{12! \cdot 2^{12}}{2}$ posições possíveis para um cubinho de aresta.

Também não é possível permutar dois cubinhos de canto, e nem dois cubinhos de aresta, sem alterar a posição de outros cubinhos. Assim, apenas $1/2$ das posições do cubo terá posição correta. Portanto, a quantidade de combinações possíveis para o cubo mágico é dada pelo cálculo

$$\frac{8! \cdot 3^8 \cdot 12! \cdot 2^{12}}{3 \cdot 2 \cdot 2} = 43.252.003.274.489.856.000.$$

Para o embasamento desse tema de Cubo Mágico estudado, fizemos pesquisas com material de alguns autores tais quais podemos citar Lara (2020); Roncolli (2016) e Silva (2016). Podemos verificar vários tópicos da Matemática que poderiam ser abordados na Educação Básica com o auxílio do Cubo Mágico, temos um conjunto de 10 vídeos aulas no canal de Rafael Cinoto no youtube - Cubo mágico em sala de aula.

4.7 Geometria Plana, Esférica e Hiperbólica: analisando algumas composições dos triângulos em diferentes tipos de geometrias

O ensino de geometria é de suma importância para a educação básica uma vez que permite aos alunos desenvolver habilidades de descrição, compreensão e representação das diversas formas presentes no mundo que os cercam.

Por quase dois mil anos, a Geometria Euclidiana, assim chamada pelo seu inventor, Euclides de Alexandria, foi tomada como a única geometria possível. Ela é apresentada através de axiomas e postulados, assim chamados devido às informações serem dadas como verdadeiras sem a necessidade de demonstração. Ao longo da história, contudo, o quinto postulado foi motivo para discordâncias, devido as tentativas em demonstrá-lo a partir dos outros postulados. Surge daí então o desenvolvimento de novas geometrias, voltadas as superfícies curvas, chamadas assim de geometrias não-euclidianas. (VOGADO et al;

2020)

Assim, buscando introduzir de maneira simples algumas teorias presentes nas Geometrias Não-Euclidianas, e devido ao fato de o conceito de triângulo ser bastante difundido e estudado na Educação Básica através da Geometria Euclidiana Plana e da Trigonometria, vamos aqui apresentar alguns conceitos e curiosidades a cerca de triângulos na Geometria Esférica e na Geometria Hiperbólica, de forma a motivar os alunos do ensino básico a pesquisarem e estudarem sobre a existência destes espaços.

Para a elaboração deste tema, nos pautamos nas referências Vogado, Lobato, Dias, Barreto, Silva Junior, Pamplona (2020) e (SIMÕES 2022).

4.7.1 Curiosidades sobre triângulos nas geometrias Esféricas e Hiperbólicas

Na Geometria Euclidiana Plana, o conceito de triângulo é apresentado como sendo uma figura geométrica plana formada por três segmentos de reta que se encontram nas extremidades. Sabemos que estes podem ser classificados quanto aos seus lados e ângulos, como ilustrados nas figuras abaixo.

Quanto aos lados:

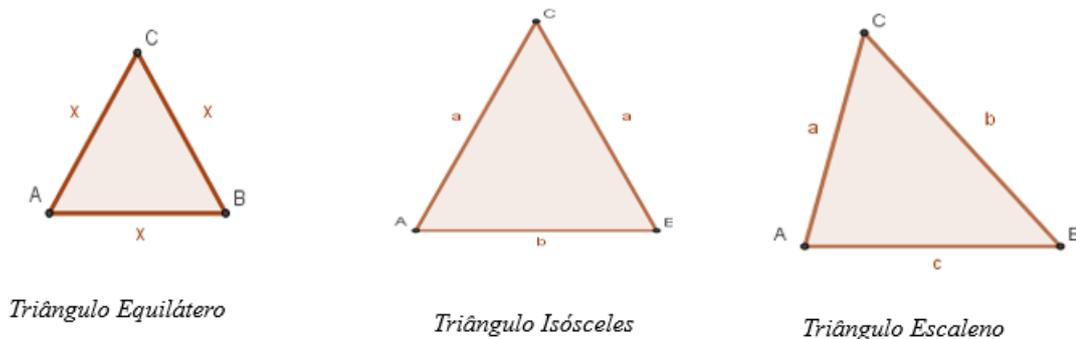


Figura 4.19: Triângulos equilátero, isósceles e escaleno.

Fonte: Elaborado pelo autor

Quanto aos ângulos:

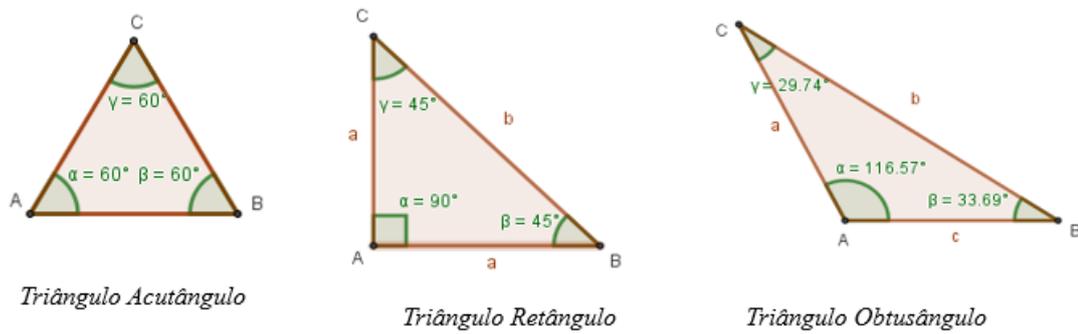


Figura 4.20: Triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo.

Fonte: Elaborado pelo autor

Um dos teoremas mais importantes ensinados da Geometria Euclidiana Plana, é que a soma dos três ângulos internos de quaisquer triângulos são sempre 180° , isto é, $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

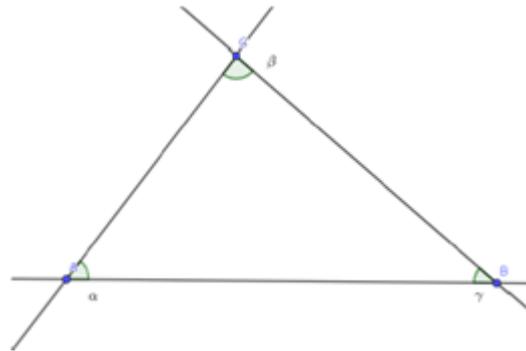


Figura 4.21: Soma dos ângulos

Fonte: Elaborado pelo autor

Dito isso, nos triângulos da Geometria Euclidiana, a existência de ângulos retos (de 90°) e ângulos obtusos (maiores que 90°) são limitados a apenas um. É a partir dessa limitação que vem as suas classificações como Triângulos Retângulos e Obtusângulos.

Já nas geometrias não-euclidianas, essa percepção é modificada. O conceito de triângulo é semelhante ao visto na geometria plana, como sendo uma figura geométrica formada por três “segmentos” que se encontram nas extremidades, porém estes segmentos são “curvos” na geometria esférica e hiperbólica, conforme podemos observar nas figuras 4.22 e 4.23.

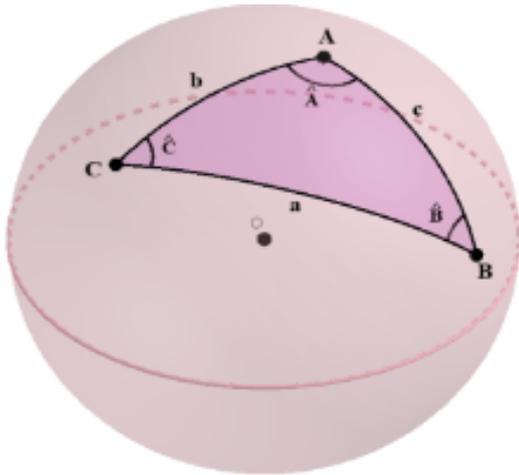


Figura 4.22: Triângulo esférico.

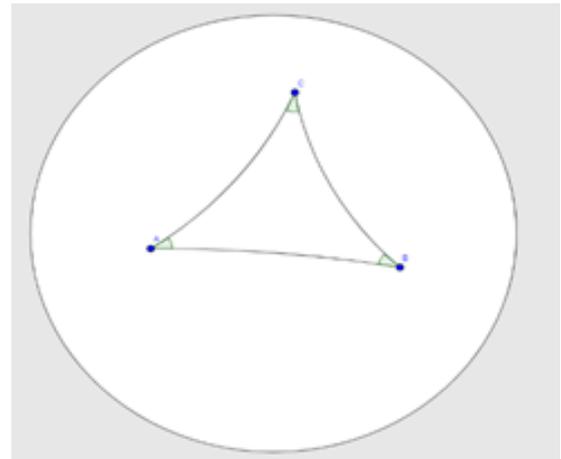


Figura 4.23: Triângulo hiperbólico.

Fonte: SIMÕES (2022).

Assim como na geometria plana, os triângulos nas geometrias esféricas e hiperbólicas também podem ser classificados com relação aos seus lados e seus ângulos. Contudo, devido a geometria destes espaços, alguns fatos curiosos ocorrem nestas geometrias, como é o caso dos triângulos “Trirretângulos” na geometria esférica, isto é, um triângulo com três ângulos retos, e os triângulos “generalizados” da geometria hiperbólica, triângulos estes que podem ter os três ângulos iguais a 0° , conforme as figuras 4.24 e 4.25.

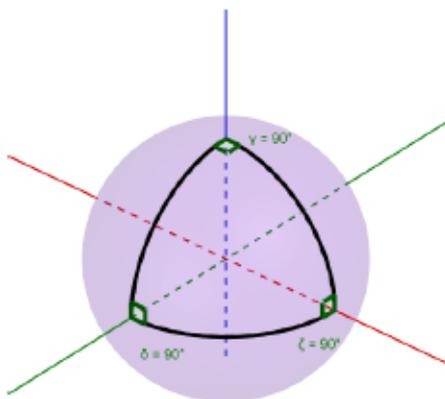


Figura 4.24: Triângulo trirretângulo.

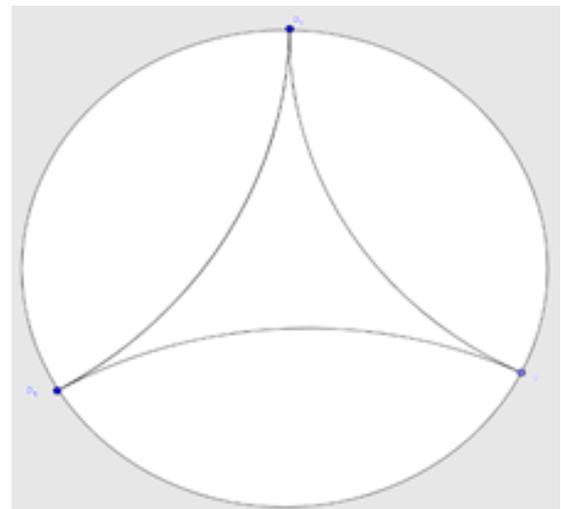


Figura 4.25: Triângulo hiperbólico de ângulo 0° .

Fonte: SIMÕES (2022).

Segue assim, que na geometria esférica, a soma dos ângulos internos de um triângulo esférico varia entre 180° e 540° , isto é, $180^\circ < \alpha + \beta + \gamma \leq 540^\circ$.

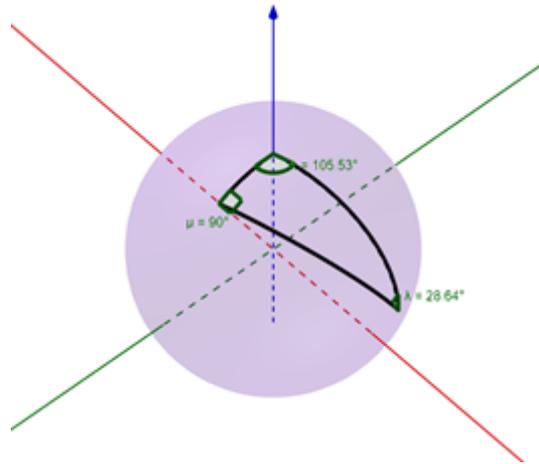


Figura 4.26: Soma dos ângulos maior que 180°

Fonte: SIMÕES (2022).

Enquanto que na geometria hiperbólica, a soma dos ângulos internos de um triângulo hiperbólico varia entre 0° e 180° , ou seja, $0^\circ \leq \alpha + \beta + \gamma < 180^\circ$



Figura 4.27: Soma dos ângulos menor que 180°

Fonte: SIMÕES (2022).

Alguns mosaicos interessantes podem ser feitos utilizando triângulos hiperbólicos, como as figuras 4.28, 4.29 e 4.30.

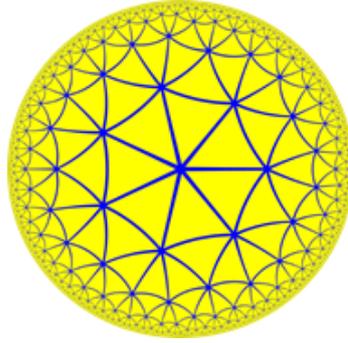


Figura 4.28: Mosaico de triângulos hiperbólicos 1

Fonte: https://es.wikipedia.org/wiki/Tri%C3%A1ngulo_hiperb%C3%B3lico

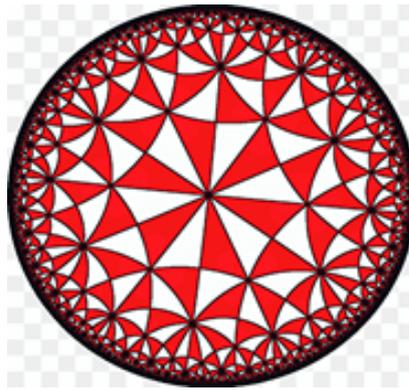


Figura 4.29: Mosaico de triângulos hiperbólicos 2

Fonte: <https://images.app.goo.gl/axR2ni5ZYbbgARX66>

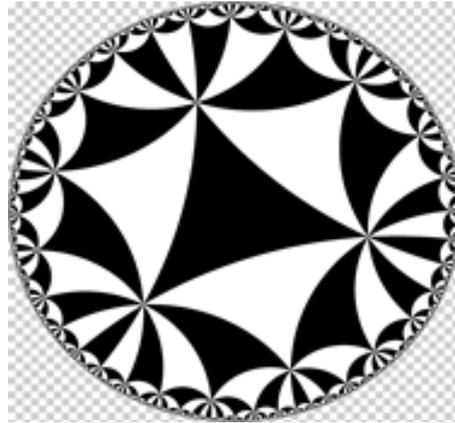


Figura 4.30: Mosaico de triângulos hiperbólicos 3

Fonte: <https://images.app.goo.gl/vydDMpaQ1Vxz5myX8>

Existem várias situações em que a geometria esférica pode ser aplicada, não somente na matemática como também na física, na astronomia, na cartografia, na geografia, na navegação, entre outras, e nesse contexto, associações com o globo terrestre sempre são feitas. Conceitos geográficos como paralelos, meridianos, latitude, longitude e fusos-horários estão baseados em importantes ideias geométricas que, nos conduzem a uma melhor compreensão dos conceitos e propriedades abordadas em geometria.

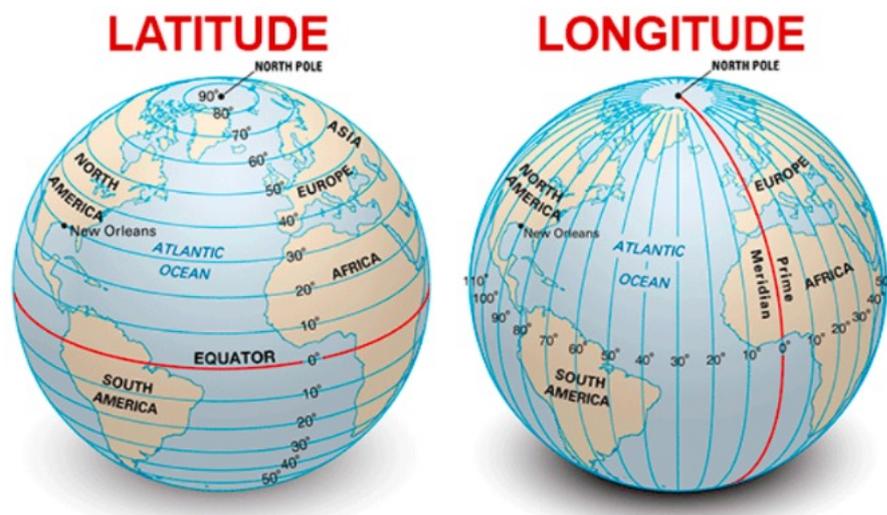


Figura 4.31: Globo terrestre - Latitude e Longitude

Fonte: <https://dex.descomplica.com.br/materiais-e-tv-uee/materiais-e-tv-uee-8c9a03/turma-de-agosto-cartografia/explicacao/1>

Um tema que trabalhamos anteriormente na seção 4.1, o GPS se utiliza das propriedades da geometria esférica para precisar qualquer ponto sobre a superfície da Terra. Mesmo em condições climáticas críticas a navegação de aviões e navios é muito segura pela alta precisão de localização espacial deste aparelho.

4.8 Fractais

Ao longo da história, a observação da natureza permitiu ao homem vislumbrar formas e estruturas que frequentemente se repetem em padrões ordenados e distribuídos numa propriedade geométrica conhecida por autossimilaridade. Padrões assim podem ser encontrados numa ampla variedade de elementos naturais, como nas estruturas dos galhos de uma árvore, no desenho de uma cordilheira, nas faixas costeiras de um país, nas nervuras de uma folha ou na ordem das pétalas das flores.

O corpo humano é também um ótimo exemplo, pois algumas das suas estruturas orgânicas possuem uma natureza fractal, a exemplo do aparelho digestivo, pulmonar e o sistema circulatório, dentro dos quais é possível observar padrões organizados em ondulações ou ramificações em partes menores que se concentram em grande quantidades num volume pequeno (CRUZ, 2014).

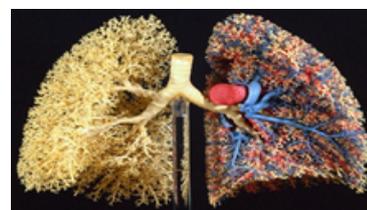
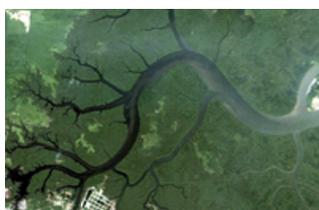
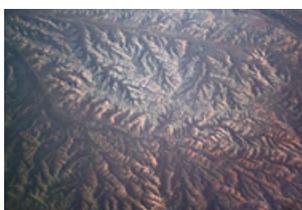


Figura 4.32: Cordilheiras. Figura 4.33: Rios e afluentes. Figura 4.34: Pulmão - brônquios e bronquíolos.

Fonte: Imagens da internet¹

Em matemática, a complexa organização geométrica dessas estruturas ficou conhecida como fractais e a sua geometria, estudada de forma sistematizada desde a década de 1970 ajudou a descrever uma diversidade de padrões, contribuindo de forma ativa em diversas áreas do conhecimento.

¹Figura 4.32:<https://hypescience.com/fractais-o-que-sao/>
 Figura 4.33: <https://br.pinterest.com/pin/285415695108588689/visual-search/?surfaceType=flashlight>
 Figura 4.34: <https://sarauparatodos.wordpress.com/2014/09/20/fractal-rizoma/>

[...] seu uso tem ocorrido em diversas áreas da ciência, tecnologia e arte. Como por exemplo, na Biologia ajuda a compreender o crescimento das plantas; na Física, possibilita o estudo de superfícies intrincadas (distribuição das galáxias); na Engenharia e nas comunicações telefônicas (ruídos); na Medicina para detecção de núcleos atípicos e também é utilizada na Geografia, no estudo de erosões, distribuição dos afluentes de um rio e na formação das nuvens. (HELING; PRANKE; ROCHA, 2011, p. 4)

As tentativas de provar o quinto postulado de Euclides levaram ao surgimento das chamadas geometrias não-euclidianas na primeira metade do século XIX e com isso se desenvolvem os primeiros teoremas dessa nova geometria com Carl Friedrich Gauss (CRUZ, 2014). Dessa forma, a geometria de fractais tem seu início com Benoit Mandelbrot, que em 1975 cunha o termo “fractal” para denominar elementos sem forma definida que, mesmo estudados desde meados do século XIX, não podiam ser explicados pela geometria convencional.

Exemplo notório e um dos primeiros fractais geométricos descritos, a Curva de Koch (Figura 4.35), criado pelo matemático sueco Helge von Koch num artigo publicado em 1904, descreve as iterações realizadas a partir de um segmento de reta, no qual retira-se o terço médio do seguimento inicial substituindo-o, em seguida, por dois novos segmentos, formando um triângulo equilátero sem a base. Esse processo pode ser realizado em cada um dos quatro novos segmentos criados e suas iterações podem ser repetidas infinitamente. A partir da Curva de Koch é possível produzir outro fractal, conhecido como Floco de Neve de Koch (Figura 4.36). Nesta nova versão, o processo é o mesmo, contudo, em vez de realizar iterações a partir de um segmento de reta, o processo é feito nos três segmentos de um triângulo equilátero. (Horobinski e Furtado, 2019)

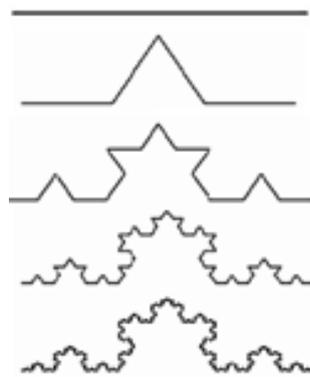


Figura 4.35: Curva de Koch.



Figura 4.36: Floco de Neve de Koch.

Fonte: Imagens da internet²

²Figura 4.35: <https://teoriadacomplexidade.wordpress.com/teoria-fractal/>

Figura 4.36: https://www.researchgate.net/figure/The-formation-of-the-pattern-in-compliance-with-the-fractal-structure_fig21_255572940

Outro conhecido exemplo de fractal é o triângulo de Sierpinski (figura 4.37). Seu nome faz referência a Waclaw Sierpinski, matemático polonês e o primeiro a pensar e a descrever a estrutura auto-semelhante dessa forma. De forma geral, é possível obter o triângulo de Sierpinski a partir de um triângulo equilátero inicial; a partir da junção dos pontos médios de cada lado desse triângulo, quatro novos triângulos são formados. Ignorando o triângulo central, o processo pode ser repetido infinitamente sobre cada novo triângulo gerado.



Figura 4.37: Formação do triângulo de Sierpinski

Fonte: <https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/3272289-sierpinski-triangulo-evolucao-etapas-construcao-sierpinski-gaxeta>

Acreditamos que a geometria fractal oferece um grande potencial para a divulgação científica da matemática através da curiosidade despertada pelo fascínio visual das formas fractais. A possibilidade de trabalhar com fractais naturais, ou seja, formas que possam ser encontradas no dia a dia, oferece a chance para os alunos de um olhar mais cuidadoso e atento para a compreensão destes incríveis padrões visuais. Pensada como estratégia para a educação básica, a geometria fractal pode ser trabalhada na abordagem de conteúdos como álgebra, cálculo, modelagem matemática e nos números complexos (FRINHANI et al; 2015). O trabalho com fractais na sala de aula permite ainda associar conceitos matemáticos como área, volume, perímetro, progressões, entre outros (HELING; PRANKE; ROCHA, 2011).

4.8.1 Uso dos fractais na educação básica

Ainda que muitos materiais didáticos não trabalhem diretamente com o conceito de fractais na Educação Básica, é possível encontrar figuras ilustrativas com exemplos de fractais naturais ou padrões artificiais que permitem a abordagem do tema em sala de aula. (BALDOVINOTTI, 2011)

Propomos, através do exemplo ilustrado a seguir, a construção de triângulos equiláteros a partir dos pontos médios dos seus lados, realizando iterações e produzindo infinitos triângulos equiláteros. O processo assemelha-se à formação do triângulo de Sierpinski,

com a diferença de que as iterações ocorrem nos lados dos triângulos centrais. Neste exemplo, o conteúdo disciplinar trabalhado é a soma de termos infinitos de uma progressão geométrica. A partir disso, nosso objetivo se volta para a divulgação dos fractais através da demonstração da construção de novas formas pelas divisões dos segmentos de retas dos triângulos.

Na figura 4.38, temos um triângulo equilátero ABC . Este triângulo foi construído com lado 8 e, portanto, tem um perímetro de 24. Na figura 4.39, utilizando o mesmo triângulo ABC da figura 4.38, foram construídos novos triângulos equiláteros a partir dos pontos médios do triângulo ABC . Vê-se que o ponto D é o ponto médio do lado AB , o ponto E é o ponto médio do lado BC e o ponto F é o ponto médio do lado AC . Novos triângulos equiláteros surgiram a partir da figura inicial, todos eles com mesmas medidas. Os lados dos novos triângulos possuem metade dos valores dos lados do triângulo inicial ABC e, conseqüentemente, seus lados valem 4 e seus perímetros 12. Para a construção de novos triângulos, as iterações serão as mesmas, focando agora no triângulo central DEF .

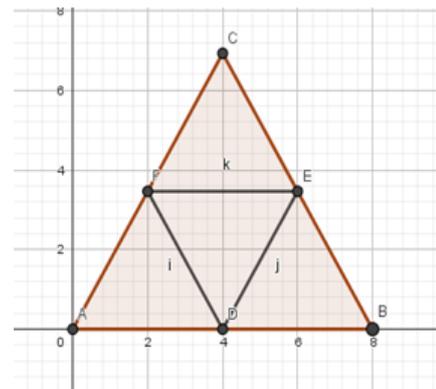
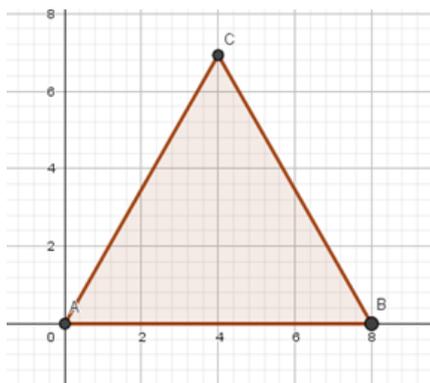


Figura 4.38: Triângulo equilátero ABC .

Figura 4.39: Triângulo equilátero DEF .

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 4.40, vemos a construção de novos triângulos equiláteros a partir do triângulo DEF . Estes novos triângulos foram construídos com lado 2 e, portanto, terá um perímetro de 6; o processo de iteração foi o mesmo. Observa-se que o ponto G é o ponto médio do lado DE , o ponto H é o ponto médio do lado FE e o ponto I é o ponto médio do lado FD . Focando no triângulo IGH , observamos na figura 4.41 que o processo de iteração continuará o mesmo, possibilitando a construção de novos triângulos equiláteros a partir do triângulo IGH . Estes novos triângulos foram construídos com lado 1 e, portanto, terá um perímetro de 3. Para a construção de novos triângulos, o processo de iteração se repetirá infinitamente.

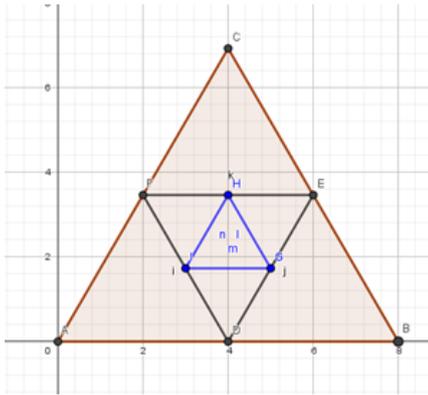


Figura 4.40: Triângulo equilátero IGH.

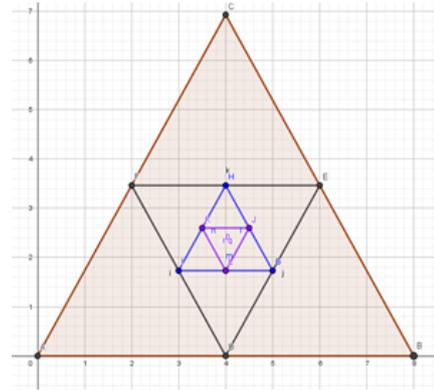


Figura 4.41: Triângulo equilátero JKL.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A princípio, temos então construções de vários triângulos equiláteros. As formações no triângulo ABC têm perímetro 24, no triângulo DEF o perímetro 12, no triângulo IGH o perímetro 6, no triângulo JKL o perímetro 3, produzindo, deste modo, figuras com as mesmas propriedades infinitamente.

Na educação básica, caso se fosse feita uma indagação sobre a soma dos perímetros de todos os triângulos construídos infinitamente, é possível imaginar que qualquer professor(a) de matemática ou estudante respondesse que se tratava da teoria de soma de termos de uma progressão geométrica infinita. Seria relativamente simples usar as fórmulas matemáticas para resolvermos o problema dado, no qual, em se tratando de perímetros, teríamos $a_1 = 24$, $a_2 = 12$, $a_3 = 6$, $a_4 = 3$, A razão, que por muitas vezes chamamos de iteração, seria $q = 1/2$. A soma de todos os perímetros de todos os triângulos equiláteros criados seria obtido pela fórmula das somas dos termos infinitos de uma progressão geométrica

$$S_{\infty} = 24 + 12 + 6 + 3 + \dots = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{24}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{24}{\frac{1}{2}} = 24 \cdot 2 = 48.$$

A divulgação de fractais permite que se vá além, pois oferece uma leitura e aplicação diferente para os mesmos conteúdos já trabalhados em sala de aula.

Para o embasamento do tema de Fractais, fizemos pesquisas com material de alguns autores tais quais podemos citar Baldovinotti (2011); Cruz (2024); Heling, Pranke e Rocha (2024); Horobinski e Furtado (2019); Frinhani, Oliveira, Brito e Borges (2015). Podemos verificar nesta vídeo aula (<https://www.youtube.com/watch?v=ZyqlfaZbvxc>), uma aplicabilidade de Fractais em sala de aula.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A disseminação do conhecimento pela humanidade se fez através de variados instrumentos técnicos ao longo do tempo. O advento da escrita foi um marco fundamental para que o ser humano pudesse levar adiante suas ideias e percepções da natureza. Contudo, foi somente na primeira metade do século XVI, a partir da invenção de imprensa de Gutenberg, que a disseminação do conhecimento produzido numa era de grandes revoluções intelectuais e quebras de paradigmas alcançou eficiência inédita.

O mundo atualmente é regido pelos aparatos técnicos e tecnológicos que sustentam a produção e a disseminação do conhecimento científico, hoje intensamente integrado em nossas vidas. A Ciência, entretanto, ainda encontra barreiras sólidas na divulgação da produção de seus conhecimentos e na compreensão do público em geral sobre a sua importância e aplicabilidade nas esferas econômica, social e cultural da humanidade.

Um bom reflexo dessas dificuldades pode ser visto na educação básica, onde se encara a dificuldade de inserção e identificação da produção científica por parte dos estudantes. Ações de divulgação científica vem sendo feitas a partir de inúmeros espaços, sejam eles físicos, como as universidades e museus, ou virtuais, como as plataformas digitais. Tais iniciativas têm cumprido, nos últimos anos, importante missão nos esforços de transpor as fronteiras dos espaços acadêmicos para levar ao público geral a produção científica numa linguagem compreensível, interessante e inspiradora.

Partindo do pressuposto de que um dos grandes desafios para o ensino de matemática na educação básica é tornar sua área de conhecimento mais interessante e atrativa para seus alunos, acreditamos no potencial que a divulgação científica tem como instrumento para desmistificar os conhecimentos científicos da matemática nas escolas. A análise dos temas selecionados nesta pesquisa nos permitem concluir que os procedimentos descritos para a verificação da matemática por trás dos mesmos podem ser trabalhados em sala de aula através de variados recursos metodológicos.

A partir dos procedimentos sugeridos na análise dos temas, identificamos a oportunidade de oferecer uma nova perspectiva para o estudo da matemática diante da exposição de determinados temas. Códigos de Barras, CPF, GPS e o Cubo Mágico são elementos de fácil acesso na realidade cotidiana dos alunos. A curiosidade sobre os processos ma-

temáticos que os envolvem permite a prática efetiva da divulgação científica, como também desperta o interesse pela investigação da matemática em outros elementos.

A abordagem sobre a criptografia permite aos estudantes da educação básica o exercício da identificação de padrões e estimula a criatividade para a elaboração de códigos, o que se verifica também na análise dos Códigos Corretores de Erros e o Código do Robô. O trabalho com triângulos de diferentes geometrias e o estudo dos fractais permitem a manipulação de formas simples e a compreensão mais didática de suas estruturas.

Portanto, esses temas oferecem a possibilidade para que sejam trabalhadas noções elementares de aprendizagem da matemática e permitem uma percepção mais ampla e interessada da sua presença na realidade cotidiana dos alunos.

Num mundo no qual estudantes se mantêm frequentemente conectados, ensinar matemática e promover a divulgação científica nessa área é um desafio para o qual nossos esforços como educadores ainda em muito se distanciam de um patamar satisfatório. A Ciência é feita todos os dias, e novos canais de comunicação entre ela e a educação básica precisam ser construídos e fortalecidos constantemente. É nesse sentido que esta pesquisa se propõe como uma contribuição a mais nesses esforços.

Referências Bibliográficas

A Matemática nos Documentos: A Matemática dos CPF´s. Clubes de Matemática da OBMEP. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/a-matematica-nos-documentos-%20a-matematica-dos-cpfs>. Acesso em: 1 out. 2024.

AFONSO, Dieine Jaqueline; MIOLA, Adriana. A divulgação científica como instrumento na formação continuada de professores de matemática. In: Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais. Brasília(DF) Online, 2022. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/474487-A-DIVULGACAO-CIENTIFICA-COMO-INSTRUMENTO-NA-FORMACAO-CONTINUADA-DE-PROFESSORES-DE-MATEMATICA>. Acesso em: 20 ago. 2023.

ALBAGLI, S. Divulgação científica: informação científica para a cidadania? *Ci. Inf*, Brasília, v. 25, n. 3, p. 396-404, set./dez. 1996.

ALVES, Sérgio. A matemática do GPS. *Revista do Professor de Matemática*, v. 59, p. 17-19, 2006, Tradução. Acesso em: 20 fev. 2024.

BAHIA, Flaviano. Um primeiro curso sobre códigos corretores de erros. In: I Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional, Universidade São João del-Rei, 2010.

BALDOVINOTTI, Nilson Jorge. Um estudo de fractais geométricos na formação de professores de matemática. 2011. 204 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2011.

BOMFÁ, C. R. Z.; CASTRO, J. E. E. Desenvolvimento de revistas científicas em mídia digital: o caso da Revista Produção Online. *Ciência Da Informação*, 33(2), 39-48, 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ci/a/SMytSNqLPdvgh4YQ5KYQphH/#>. Acesso em: 02 ago. 2023.

BUENO, W. C. Comunicação científica e divulgação científica: aproximações e rupturas conceituais. *Inf. Inf.*, Londrina, v. 15, n. esp, p. 1 -12, 2010. Disponível em:

<https://www.pbcib.com/index.php/pbcib/article/view/11932>). Acesso em: 02 ago. 2023.

BUENO, W. C. Jornalismo científico: conceito e funções. *Ciência e Cultura*, p. 1421–1427, 1985. Disponível em: <http://biopibid.ccb.ufsc.br/files/2013/12/Jornalismo-cient%C3%Adfico-conceito-e-fun%C3%A7%C3%A3o.pdf>). Acesso em: 02 ago. 2023.

CALDAS, J.; CRISPINO, L. C. B. Formação e vocação: palestras de divulgação científica para a educação básica na Amazônia. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, v. 35, n. 2, p. 678-688, ago. 2018.

CARIBÉ, R. de C. do V. Comunicação científica: reflexões sobre o conceito. *Informação & Sociedade*, [S. l.], v. 25, n. 3, p. 89–104, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufpb.br/ojs2/index.php/ies/article/view/23109>). Acesso em: 02 ago. 2023.

CARIBÉ, R. C. V.; MUELLER, S. P. M. Comunicação científica para o público leigo: breve histórico. *Informação & Informação*, Londrina, v. 15, n. esp, p. 13 - 30, 2010.

CINOTO, Rafael. (MONTAR CUBO MÁGICO). Como usar o cubo mágico em sala de aula. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=loJPI35xxRM&list=PLFhwle3piJ-F_OXOockQntEs9OkIVRdDq). Acesso em: 1 out. 2024.

Consultar Cadastro de Pessoa Física (CPF) na Receita Federal. Gov.br, 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/pt-br/servicos/consultar-cadastro-de-pessoas-fisicas>). Acesso em: 1 out. 2024.

CORRÊA, A. C.; SCHUCH JÚNIOR, V. F. Uma proposta alternativa de avaliação: o estabelecimento de níveis de divulgação científica. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior*, Campinas; Sorocaba, SP, v. 5, n. 1, 2000. Disponível em: <https://periodicos.uniso.br/avaliacao/article/view/1090>). Acesso em: 02 ago. 2023.

CRUZ, G. P. Fractais: padrões complexos de incrível beleza. Disponível em: <https://www.unifafibe.com.br/revistasonline/arquivos/revistafafibeonline/sumario/16/30032011205623.pdf>). Acesso em: 10 mar. 2024.

ESTEVES, Bernardo; MASSARANI, Luisa Medeiros; MOREIRA, Ildeu de Castro. Ciência para todos e a divulgação científica na imprensa brasileira entre 1948 e 1953. *Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência*. São Paulo, v.4, n.1, p.63-85, jan./jun. 2006.

FERNANDES, Raniel da Conceição. Os objetos nos museus de ciências: entre originais e substitutos. 2013. 101 f. Monografia (Bacharelado em Museologia)—Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

FERREIRA, L. N. A.; QUEIROZ, S. L. Textos de divulgação científica no ensino de ciências: uma revisão. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.5, n.1, p.3-31, maio 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37695>. Acesso em: 02 ago. 2023.

FIORAVANTI, C. H. Divulgação científica no período colonial brasileiro: as cartas jesuíticas. *Journal of Science Communication – América Latina*, 2022. Disponível em: https://jcomal.sissa.it/article/pubid/JCOMAL_0502_2022_A05/. Acesso em: 02 ago. 2023.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*, 17^a. ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1987.

FRINHANI, P. E. et. al. *Pensar Acadêmico*, BRITO, I. F.; Manhuaçu, MG, v. 13, n. 2, p. 43-49, Julho-Dezembro, 2015.

GALLON, M.; SILVA, J.; NASCIMENTO, S.; ROCHA FILHO, J. Feiras de ciências: uma possibilidade à divulgação e comunicação científica no contexto da educação básica. *Revista Insignare Scientia - RIS*, v. 2, n. 4, p. 180-197, 19 dez. 2019.

GONÇALVES, H. J. L.; SANTOS, E. F. Discussões curriculares sobre a interface arte e matemática a partir de uma perspectiva crítica e criativa. In: SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da (org.). *Artes em educação matemática*. Porto Alegre: Fi, 2019. cap. 4, p. 81-105. ISBN 978-85-5696-642-1.

GRILLO, S. V. C. Divulgação científica: linguagens, esferas e gêneros. 2013. Tese (Livre Docência em Filologia e Língua Portuguesa) - Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013. doi:10.11606/T.8.2015.tde-04112015-181038. Acesso em: 2023-08-02.

HEFEZ, A.; VILELA, M.L.T. Códigos Corretores de Erros. IMPA, Série de Computação e Matemática, Rio de Janeiro, 2002.

HELING, G. I.; PRANKE, A.; ROCHA, K. M. A importância de trabalhar a geometria dos fractais nos cursos de formação de professores de matemática. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife. *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, 2011. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1321/819. Acesso em: 05 mai. 2024.

HOROBINSKI, Danyelle; FURTADO, Jéssica Gomes. Percorrendo a Curva de Koch. 2019. Licenciatura em Matemática - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

LARA, Robson Guimarães de Miranda. Álgebra e o cubo de Rubik. 2016. 66 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2016.

LIMA, Davi Dantas. Desvendando a matemática do GPS. 2013. 49 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Sergipe, São Cristóvão, 2013.

LIMA, Victor Rigoni; PEZENTE, Abraão; GUSMÃO, Douglas; DAL COL, Alcebiades. Atividade didática envolvendo o funcionamento do GPS. *Professor de Matemática Online*, v. 11, p. 205-214, 2023.

LORENZETTI, C. S.; RAICIK, A. C.; DAMASIO, F. Divulgação científica: para quê? Para quem? — Pensando sobre a história, filosofia e natureza da ciência em uma revisão na área de educação científica no Brasil. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, [S. l.], p. e29395, 1–27, 2021. DOI: 10.28976/1984-2686rbpec2021u14871513. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/29395>. Acesso em: 05 ago. 2023.

LOUREIRO, José Mauro Matheus. Museu de ciência, divulgação científica e hegemonia. *Ciência da Informação*, Brasília, v. 32, n. 1, p. 88-95, jan./abr. 2003. Disponível em: <https://revista.ibict.br/ciinf/article/view/1022>. Acesso em: 05 ago. 2023.

MARTINS, R. L.; Margarida Lira; Darci Ferreira. Show de matemática: uma experiência em caravana. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. *X ENEM*, 2010.

MASSARANI, Luisa Medeiros; ALVES, Juliana Passos. A visão de divulgação científica de José Reis. *Ciência e Cultura*, São Paulo, v. 71, n. 1, p. 56-59, jan. 2019.

MAIA, K.; GOMES, Ana Cecília Aragão. Para pensar o fazer e a pesquisa em jornalismo científico e divulgação científica. In: XXIX Congresso Brasileiro de Ciências da Comunicação, 2006, Brasília. *Anais do XXIX Congresso Brasileiro de Ciências da Comunicação*, 2006.

MENEGHESSO, Carla. Códigos corretores de erros. Monografia, UFSCAR, São Carlos, p.61, 2012.

MILIES, C. P. A matemática dos códigos de barras. *Revista Professor de Matemática*, v. 65, p. 46-53, 2008.

MILIES, C. P. Breve introdução à teoria dos códigos corretores de erros. *Colóquio de Matemática da Região Centro-Oeste*, SBM, 2009.

VALERIO, Palmira Moriconi; PINHEIRO, Lena Vania Ribeiro. Da comunicação científica à divulgação. *Transinformação*, [S. l.], v. 20, n. 2, 2008. Disponível em: <https://periodicos.puc-campinas.edu.br/transinfo/article/view/6255>. Acesso em: 02 ago. 2023.

MOTTA, B.; BATISTA, R. B.; KISTEMANN JR, M. A.; MAZORCHE, S. R. Caravana da matemática (UFJF): a matemática que vai até você!!!. In: Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva. (Org.). *Artes em Educação Matemática*. 1ed. Porto Alegre: Fi, 2019, v. 1, p. 143-180.

NASCIMENTO, Bruno Alves R.; FILHO, Maurício Botto; GOMES, Victor Gois; MENEZES, Hian Kalled A.; SILVA, Afra Natali M. Breve história do cadastro de pessoa física – CPF e sua relação com a teoria dos números. *Caderno de Graduação - Ciências Exatas e Tecnológicas - UNIT - SERGIPE*, [S. l.], v. 2, n. 3, p. 125–135, 2015. Disponível em: <https://periodicos.grupotiradentes.com/cadernoexatas/article/view/2027>. Acesso em: 10 nov. 2023.

NASCIMENTO, T. G.; JUNIOR, M. F. R. A produção sobre divulgação científica na área de educação em ciências: referenciais teóricos e principais temáticas. *Investigações em Ensino de Ciências*, v.15, n.1, pp. 97-120, 2010.

PADRÃO, Maria Regina Araújo de Vasconcelos. A divulgação científica na fronteira entre espaço escolar e campo científico: o papel do professor da escola básica. 2019. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação)—Universidade de Brasília, Brasília, 2019.

PAIXÃO, Jéssica Shayanne da. Criptografia: história, atividades e divulgação científica. 2020. Dissertação (Mestrado em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020. doi:10.11606/D.55.2020.tde-09112020-182912. Acesso em: 2024-04-20.

PIMENTA, Michael Dayves Pereira. Teoria da informação: aplicação da criptografia via linguagem de programação e um estudo de métodos esteganográficos. 2019. 65 f. TCC (Doutorado) - Curso de Licenciatura de Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2019.

- PINTO, Marcelo Cabalero Alves; LOT, P. Código de barras: um estudo de múltiplos casos. Monografia apresentada à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, do Curso de Engenharia de Produção da Universidade São Francisco. Campinas, 2014.
- RIBEIRO, Beatriz Casulari da Motta; BATISTA, Reginaldo Braz; MAZORCHE, Sandro Rodrigues; LOUZA JUNIOR, Nelson Dantas; ROSA, Valéria Mattos da; AVELAR, Geovanna Vilela; SOUZA, Letícia Naves de; SANTOS, Sara Cristina dos. Caravana da matemática: uma experiência de divulgação científica em redes sociais. In: CNMAC 2021 XL Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2021.
- RONCOLLI, G. A. Cubo mágico: uma ferramenta pedagógica nas aulas de matemática. 2016. 45 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de São João Del-Rei, São João Del-Rei, 2016.
- ROSSETO, C. K. Criptografia como recurso didático: uma proposta metodológica aos professores de matemática. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional - Profmat) — Universidade Estadual Paulista, 2018.
- SANTOS, J. C. T.; GOMES, L.P.S. Divulgação científica e popularização da matemática: ações itinerantes da região nordeste. In: XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática, 2019, Ilhéus. *XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática*, 2019. v. 1.
- SAMPAIO, Carlos Eduardo Francisco. Aplicação de sistemas de equações lineares ao funcionamento do GPS. 2023. 70 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2023.
- SCHMIEDECKE, W. G.; PORTO, P. A. A história da ciência e a divulgação científica na TV: subsídios teóricos para uma abordagem crítica dessa aproximação no ensino de ciências. *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, [S. l.], v. 15, n. 3, p. 627–643, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4332>. Acesso em: 10 set. 2023.
- SELMAT UNESP. Fractais no Ensino Médio: uma proposta didática. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=ZyqlfaZbvxc>. Acesso em: 1 out. 2024.
- SILVA, Alecio Soares et al. O cubo mágico: aplicações do algoritmo euclidiano da divisão. *Anais IX EPBEM...* Campina Grande: Realize Editora, 2016. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/26463>. Acesso em: 10/05/2024.
- SILVA, Valeska Aparecida Rodrigues da. Propostas de utilização de códigos de barras como recurso didático para o ensino da matemática. 2013. 44 f. Dissertação (Mestrado

Profissional em Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2013.

SIMÕES, Laercio Oliveira. Estudo de triângulos nas geometrias plana, esférica e hiperbólica. 2022. 121 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura de Matemática, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2022.

SOBREIRA, Tiago Leitão. Um caminho para motivação de estudos de conceitos matemáticos. 2023. 76 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2023. DOI: <http://doi.org/10.14393/ufu.di.2023.444>.

STUMPF, I. R. C. Passado e futuro das revistas científicas. *Ciência da Informação*, Brasília, v. 25, n.3, p. 383-386, 1996. Disponível em: <https://revista.ibict.br/ciinf/article/view/637>. Acesso em: 10 out. 2023.

TICHERS. Como criptografar uma mensagem utilizando a Cifra de César. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=KHryRU9vIkI>. Acesso em: 1 out. 2024.

TRENTIN, Paulo Henrique. Apontamentos e reflexões preliminares acerca da divulgação de conhecimento científico no final do século XVIII e início do século XIX. *História da Ciência e Ensino: Construindo Interfaces*, v. 18, p. 111-124, 2018.

VIANA DE SOUZA, Daniel M. Ciência para todos? A divulgação científica em museus. *Ciência da Informação*, Brasília, DF, v. 40 n. 2, p. 256-265, maio/ago., 2011. Disponível em: <https://revista.ibict.br/ciinf/article/view/1314>. Acesso em: 10 set. 2023.

VOGADO, Gilberto Emanuel Reis et al. A geometria hiperbólica e o reflexo de sua utilização para alunos do ensino médio. *Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento*, Ano 05, Ed. 09, Vol. 03, pp. 99-118, setembro de 2020. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/geometria-hiperbolica>. Acesso em: 15 junho. 2024.

WATANABE, Graciella; KAWAMURA, Maria Regina. Um sentido social para a divulgação científica: perspectivas educacionais em visitas a laboratórios científicos. *Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 8, p. 209-235, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2015v8n1p209>. Acesso 10 ago. 2023.