

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ – UTFPR
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT**

LUANA ENGELER FELIPPI

**MATRIZES E SUAS POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS NO ENSINO MÉDIO:
UM ESTADO DA ARTE**

PATO BRANCO

2024

LUANA ENGELER FELIPPI

**MATRIZES E SUAS POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS NO ENSINO MÉDIO:
UM ESTADO DA ARTE**

**Matrixes and their methodological possibilities in high school: A state of the
art**

Dissertação apresentada como requisito para
obtenção do título de Mestre Profissional em
Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR).

Orientadora Profa. Dra. Cleonis Viater Figueira.

PATO BRANCO

2024



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Pato Branco**



LUANA ENGELER FELIPPI

MATRIZES E SUAS POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS NO ENSINO MÉDIO: UM ESTADO DA ARTE.

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática.

Data de aprovação: 12 de Abril de 2024

Dra. Cleonis Viater Figueira, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Elida Maiara Velozo De Castro, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Liceia Alves Pires, Doutorado - Universidade Estadual do Paraná (Unespar)

Dr. Romel Da Rosa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 12/04/2024.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida e por me dar forças e saúde, sendo possível realizar este trabalho.

À minha família, pelo apoio incondicional, pela torcida e energias positivas. Sou imensamente grata por acreditarem em mim, mais do que eu mesma acreditei.

A todos os professores que, durante as aulas, compartilharam seus conhecimentos e contribuíram para minha formação acadêmica e crescimento intelectual. Em especial, à minha orientadora, Cleonis, pela dedicação, paciência e orientação ao longo deste trabalho.

À Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) que, na busca da melhoria do ensino de matemática na Educação Básica, viabilizou a implementação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Agradeço de forma geral a todos que de alguma forma contribuíram para esta pesquisa e para o meu desenvolvimento acadêmico e pessoal.

RESUMO

FELIPPI, Luana Engeler. **Matrizes e suas possibilidades metodológicas no Ensino Médio: Um estado da arte**. 54 f. Dissertação - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2024.

A presente pesquisa apresenta o estado da arte dos últimos cinco anos sobre o uso das metodologias de ensino de Matemática em relação às matrizes. Foi conduzido um estudo com base em trabalhos selecionados de três plataformas de pesquisa: o banco de dissertações do PROFMAT, os anais do ENEM no site da SBEM e o Portal da CAPES. A seleção desses trabalhos foi realizada através do uso de filtros e leitura criteriosa, identificando a presença de expressões tais como 'matrizes', 'ensino de matrizes' e 'metodologias de ensino de Matemática'. Após a seleção, foi realizado um processo de identificação das metodologias de ensino de Matemática utilizadas no contexto das matrizes. A pesquisa incluiu 31 trabalhos que abordaram algumas metodologias, tais como história da matemática, investigação matemática, etnomatemática, modelagem matemática, tecnologias digitais e jogos. Dentre essas, destacou-se o uso das tecnologias no ensino das matrizes, sendo identificada em 26 publicações, representando 83,9% do total. As principais atividades abordadas nos trabalhos com uso de tecnologias, envolvem uso de aplicativos, softwares e planilhas eletrônicas para realizar cálculos com matrizes, utilização de vídeos aula e construção de imagens digitais.

Palavras-chave: matrizes; ensino; metodologias em Matemática.

ABSTRACT

FELIPPI, Luana Engeler. **Matrices and their methodological possibilities in high school: A state of the art.** 54 f. Dissertation - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2024.

This research presents the state of the art over the last five years on the use of Mathematics teaching methodologies in relation to matrices. A study was conducted based on works selected from three research platforms: the PROFMAT dissertation bank, the ENEM annals on the SBEM website and the CAPES Portal. The selection of these works was carried out through the use of filters and careful reading, identifying the presence of expressions such as 'matrices', 'matrices teaching' and 'Mathematics teaching methodologies'. After selection, a process was carried out to identify the Mathematics teaching methodologies used in the context of the matrices. The research included 31 works that addressed some methodologies, such as history of mathematics, mathematical investigation, ethnomathematics, mathematical modeling, digital technologies and games. Among these, the use of technologies in teaching matrices stood out, being identified in 26 publications, representing 83.9% of the total. The main activities covered in the work using technology involve the use of applications, software and electronic spreadsheets to perform calculations with matrices, the use of video lessons and the construction of digital images.

Keywords: matrices; teaching; methodologies in Mathematics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esquema da resolução de problemas.....	22
Figura 2 – Esquema modelagem matemática.....	24
Quadro 1 – Fases da investigação Matemática.....	30
Quadro 2 – Relação dos trabalhos selecionados.....	33
Quadro 3 – Relação das metodologias de ensino utilizadas.....	39
Figura 3 – Metodologias usadas nos trabalhos selecionados no site PROFMAT.....	43
Figura 4 - Metodologias usadas nos trabalhos selecionados no site SBEM.....	44
Figura 5 - Metodologias usadas nos trabalhos selecionados no site CAPES...	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Trabalhos selecionados das dissertações do PROFMAT.....	31
Tabela 2 – Trabalhos selecionados dos Anais do Encontros Nacionais de Educação Matemática no site da SBEM.....	32

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
DCE	Diretrizes Curriculares de Educação
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SEED	Secretaria de Estado da Educação e do Esporte
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	11
1.1.	Justificativa para a escolha do tema	11
1.2.	Objetivos	13
1.1.1.	Objetivo Geral	13
1.1.2.	Objetivos específicos	13
1.3.	Procedimentos Metodológicos	13
2.	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1.	Matrizes e seu contexto histórico	16
2.2.	Conceitos e definições	17
2.3.	Metodologias de Ensino de Matemática	18
2.3.1.	Resolução de Problemas	19
2.3.2.	Modelagem Matemática	21
2.3.3.	História da Matemática	23
2.3.4.	Etnomatemática	24
2.3.5.	Mídias Tecnológicas	25
2.3.6.	Jogos	27
2.3.7.	Investigação Matemática	28
3.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	30
3.1.	Investigação e processo de seleção	30
3.2.	Processo de análise das metodologias aplicadas	36
3.3.	Metodologias presentes nos trabalhos acadêmicos selecionados	37
4.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
	REFERÊNCIAS	47

1. INTRODUÇÃO

1.1. Justificativa para a escolha do tema

De acordo com Anton e Rorres (2012, p. 581), as matrizes podem ser vistas como “objetos matemáticos de vida própria, existindo uma teoria rica e importante associada a elas, que tem uma grande variedade de aplicações práticas”. É o estudo de matrizes e tópicos relacionados que constitui a área matemática denominada ‘Álgebra Linear’.

O uso do conceito de matrizes pode passar despercebido em nosso cotidiano devido ao seu uso corriqueiro. A importância do estudo de matrizes vai além da Matemática, de forma geral, uma matriz é a primeira entrada para trabalhar com organização de dados e planilhas eletrônicas, úteis em diversas áreas como Engenharia, Medicina, Economia, Computação, entre outras.

Contudo, podemos observar a aplicabilidade de uma matriz em coisas simples, como apresentações de pesquisas, tabelas de comparação de preços, ao olhar notas escolares, identificar um elemento químico na tabela periódica e a classificação do seu time do coração. Alguns autores apresentam alguns exemplos da aplicabilidade das matrizes, como na organização numérica encontradas em jornais e revistas em forma de tabelas, com linhas e colunas (IEZZI, 2013), no processamento de imagens digitais e edição de fotos (ALMEIDA, 2021), cálculos financeiros e registros de comunicação entre aeroportos e em planos de viagens (SMOLE e DINIZ, 2016).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) discorrem que a aprendizagem na área da Matemática indica a compreensão de conhecimentos que explicam o funcionamento do mundo, assim como propiciam a realização de ações de intervenção na realidade do aluno. Essas competências podem ser desenvolvidas quando o conceito de matrizes é ensinado de forma contextualizada (BRASIL, 2001).

Segundo os PCN o educando deve entender princípios, métodos e estratégias matemáticas, e utilizá-los em várias situações, tanto no contexto das ciências e tecnologia quanto nas atividades do dia a dia (BRASIL, 2001). Entretanto, essas orientações nem sempre se cumprem em sala de aula, dado que, muitas vezes, os

conteúdos são abordados de forma dita tradicional, ou seja, o professor apresenta sua aula de forma expositiva, enquanto os alunos disciplinadamente devem segui-lo e resolver exercícios (SAVIANI, 2008).

Nesta perspectiva, o ensino tradicional não permite que o assunto seja explorado de forma satisfatória, discutindo sua aplicabilidade. Apenas, ocorre em alguns contextos, que se apresenta a definição e utiliza-se suas propriedades decorrentes e conceito, operações e afins, de forma mecânica, para resolver exercícios.

Acreditamos, como Magalhães, Rocha e Varizo (2016), que o ensino tradicional já não seja mais adequado. É importante proporcionar aos alunos uma percepção do pensamento matemático e uma experiência prática da matemática como ciência, contribuindo para o desenvolvimento do conhecimento científico. A aprendizagem deve ir além da simples aplicação de conceitos e procedimentos, é necessário envolver os alunos no processo de ensino e buscar diferentes formas de desenvolver conhecimentos, sem restringir-se a uma abordagem única.

Freire (1997) colabora com essa ideia, dissertando sobre a importância de se adotar formas de ensino que possibilitem melhores resultados.

Algumas metodologias, principalmente as tradicionais, não fazem a interação do conteúdo com o cotidiano do aluno, utilizando-se somente métodos tradicionais de repetição e memorização sem considerar o aprendizado extraclasse e provocando cada vez mais a aversão pela matéria/disciplina (FREIRE, 1997, p.11).

Os PCN vêm enfatizando a introdução de métodos que sejam facilitadores do processo de ensino e aprendizagem. De acordo com o documento, a Matemática é uma disciplina fundamental e deve ser acessível a todos. A democratização do ensino da Matemática deve ser uma meta prioritária do trabalho docente (BRASIL, 1997).

De fato, nos últimos anos as Diretrizes Curriculares de Matemática (DCE) orientam para que os professores ensinem a disciplina utilizando alguma das metodologias, a saber: resolução de problemas, etnomatemática, história da Matemática, modelagem Matemática, uso de mídias tecnológicas e investigação Matemática (PARANÁ, 2008). As metodologias de ensino devem ser utilizadas de acordo com as necessidades e de acordo com o contexto e conteúdo trabalhado.

Diante disso, surgiu a inquietação sobre o ensino das matrizes e por conseguinte a curiosidade em investigar quais metodologias mais aparecem na

literatura quando se trata do ensino de matrizes e quais propostas são apresentadas buscando explorar o potencial dessas diferentes metodologias para o ensino desse conteúdo.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Geral

Realizar um levantamento bibliográfico na produção acadêmica, publicada nos últimos cinco anos em três repositórios: banco de dissertações do: PROFMAT, anais de evento da Sociedade Brasileira de Matemática (SBEM) e banco de teses e dissertações da CAPES, que abordem o tema referente ao uso das Metodologias de Ensino de Matemática no ensino de matrizes.

1.2.2. Objetivos específicos

- Realizar pesquisa bibliográfica em trabalhos acadêmicos relacionados com o tema Metodologias de Ensino de Matemática e matrizes na janela dos anos 2019 a 2023, incluindo estes anos;
- Identificar as principais características que compõem as Metodologias de Matemática na contemporaneidade;
- Classificar os trabalhos encontrados nos repositórios escolhidos dentro da janela de tempo com respeito às metodologias de ensino as propostas existentes de cada metodologia sobre o ensino de matrizes;
- Elaborar análise comparativa entre as propostas apresentadas;

1.3. Procedimentos Metodológicos

Este trabalho tem um viés de pesquisa qualitativa. Isso se justifica por causa da análise acerca do que cada metodologia aborda sobre o conteúdo de matrizes e a relação que se pretende estabelecer entre as informações encontradas.

Para Ludke e Andre (2011) uma característica da pesquisa qualitativa é que os dados obtidos geram um material rico em informações, possibilitando ao pesquisador melhor compreensão do problema estudado.

Além disso, a pesquisa se denomina como estado da arte. De acordo com Ferreira (2002), houve um considerável avanço na produção de pesquisas amplamente reconhecidas como "estado da arte" ou "estado do conhecimento". Esses estudos, tipicamente de natureza bibliográfica, compartilham o desafio comum de mapear e discutir a produção acadêmica em diversos campos do conhecimento. Eles buscam entender quais aspectos e dimensões têm sido enfatizados em diferentes épocas e lugares, e em que contexto foram desenvolvidas dissertações de mestrado, teses de doutorado, artigos em periódicos e apresentações em congressos e seminários.

Ainda de acordo com a mesma autora, essas pesquisas também são conhecidas por adotarem uma metodologia descritiva e inventariante da produção acadêmica e científica relacionada ao tema em questão. Elas investigam esse fenômeno à luz de categorias e facetas específicas, as quais são caracterizadas em cada trabalho individual e no conjunto deles. Essas categorias e facetas fornecem uma estrutura analítica que permite uma compreensão mais profunda do tema em estudo.

Dessa forma, realizar uma pesquisa de estado da arte envolve examinar e resumir as descobertas, teorias, metodologias e tendências mais recentes em um campo específico de estudo. De forma geral, faz um mapeamento sobre o assunto em trabalhos que tratam do tema, reunindo as informações que outras pesquisas científicas obtiveram.

Após a definição do tema de estudo, delimitadas os objetivos a serem investigadas e apresentados os objetivos, a pesquisa segue para o levantamento dos trabalhos que tratam do ensino de matrizes.

Assim, passa-se à busca de trabalhos relacionados com o tema em três repositórios de arquivos digitais: Dissertações do PROFMAT, Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e no Catálogo de Teses e Dissertações no Portal da CAPES.

A seleção dos trabalhos se deu a partir da busca pelas palavras-chave: "Matrizes" e "Ensino de Matrizes". Foram selecionados para análise, os trabalhos que

abordam o tema e foram publicados nos últimos cinco anos, isto é, entre os anos 2019 a 2023, inclusive.

Os trabalhos selecionados foram analisados individualmente, avaliando como o ensino de matrizes é abordado na proposta de cada um. A partir disso, foi construído um quadro a fim de organização dos trabalhos por ano e por sites de busca e as informações compiladas para realizar as considerações finais.

No segundo capítulo apresenta-se o referencial teórico, incluindo o conceito de matrizes, seu contexto histórico e uma descrição sobre as metodologias no ensino de Matemática: resolução de problemas, modelagem matemática, história da matemática, investigação matemática, etnomatemática, mídias tecnológicas e jogos.

O terceiro capítulo apresenta os resultados da pesquisa e as considerações realizadas a partir deles.

No quarto capítulo são realizadas as conclusões do estudo e na sequência descritas as referências usadas.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Matrizes e seu contexto histórico

A introdução formal do conceito de matriz, de acordo com Bernardes (2016) foi introduzida pelo matemático inglês James Joseph Sylvester, em 1850, no artigo “Um livro de memórias sobre a teoria das matrizes”, publicado no Philosophical Magazine, o qual foi dedicado a um problema de natureza geométrica. Já no século XIX, no ano de 1858, o então amigo de Sylvester, Arthur Cayley (1863 – 1895), por meio do seu estudo sobre transformações lineares, chegou na noção de matriz através dos determinantes como uma maneira de expressar as equações:

$$\begin{aligned} X1 &= ax + by \\ Y1 &= cx + dy \end{aligned}$$

De acordo com Boyer (1996), as matrizes ficam subentendidas desde o ano de 250 a.C no livro chinês Chui-Chang Suan (Nove Capítulos sobre a Arte Matemática), sendo que no capítulo 8 deste livro apresenta problemas envolvendo equações lineares. Para Reis (2023) no antigo oriente, por volta do século II a.C, apareceram os primeiros indícios do surgimento de sistemas de equações lineares, originando o estudo dos determinantes e de matrizes.

Segundo Prezotti (2014) a forma de representação de sistemas lineares eram por varas de bambu em esquemas de diagram, o qual fez com que os chineses utilizassem a resolução de sistemas lineares utilizando varas para representar os coeficientes e fazendo o método de eliminação, conhecido hoje como o método de eliminação de Gauss.

As matrizes surgem da necessidade de um método para a resolução de sistemas lineares, pois os chineses haviam apenas pensado em um método de resolução, contudo só depois de Cayley esse método foi desenvolvido. Cayley foi um matemático britânico do século XIX que fez contribuições importantes em várias áreas da matemática. Ele observa a importância das matrizes como uma maneira de representar sistemas de equações lineares de forma mais organizada e manipulável. Ele desenvolveu a teoria das matrizes como uma ferramenta para resolver esses sistemas de equações de forma mais eficiente. Suas contribuições incluíram a

definição de operações básicas com matrizes, como adição, multiplicação e determinantes, que são fundamentais para resolver sistemas de equações lineares.

Em 1812 a palavra “determinante” foi usada pela primeira vez por Augustin Louis Cauchy na geometria, seguindo a ideia de determinante de um sistema linear e não de uma matriz.

2.2. Conceitos e definições

A seguir serão definidos alguns conceitos referentes aos conteúdos abordados no ensino de matrizes, tem-se por base de lezzi (2013).

O que será apresentado a seguir, é um referência para que o leitor acompanhe o trabalho, contudo a narrativa não vai abranger o assunto com profundidade, pois não é o objetivo deste trabalho.

Definição de matriz: Dados dois números, m e n , naturais e não nulos, chama-se matriz m por n (indica-se $m \times n$) toda tabela M formada por números reais distribuídos em m linhas e n colunas.

Em uma matriz A qualquer, como segue abaixo, cada elemento é indicado por a_{ij} , no qual o índice i indica a linha e o índice j a coluna que o elemento pertence.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Existem alguns tipos de matrizes consideradas especiais por apresentarem uma utilidade maior:

- *Matriz linha:* é uma matriz $1 \times n$, isto é, possui uma única linha;
- *Matriz coluna:* é uma matriz $m \times 1$, isto é, possui uma única coluna;
- *Matriz nula:* possui todos os elementos iguais a zero;
- *Matriz quadrada de ordem n :* uma matriz do tipo $n \times n$, isto é, possui o número de linhas igual ao número de colunas;
- *Matriz diagonal:* uma matriz quadrada em que os elementos que não pertencem a diagonal principal são zero;
- *Matriz identidade:* Uma matriz diagonal em que os elementos da diagonal principal são iguais a 1.

Podemos definir algumas operações com as matrizes, como adição, matriz oposta e transposta, diferença, produto de um escalar por uma matriz, produto de matrizes, etc.

Os determinantes são partes cruciais na teoria das matrizes. Iezzi (2013) define determinante de uma matriz M o número que podemos obter operando com os elementos de M .

Para o leitor interessado em conhecer ou aprofundar esses conceitos, indica-se o livro usado nesta pesquisa, isto é, Iezzi (2013) e também Anton (2012), os quais estão especificados nas referências do trabalho.

2.3. Metodologias de Ensino de Matemática

Os estudos em Educação Matemática levaram a conceber novos métodos de ensino além da aula expositiva. Neste contexto, as metodologias de ensino compreendem modelos utilizados pelos educadores a fim de proporcionar às estudantes formas diferentes de aprender os conteúdos.

A Secretaria de Estado da Educação e do Esporte (SEED), por meio das Diretrizes Curriculares Estaduais do Paraná (DCN) orienta os professores da rede pública de ensino que utilizem algumas metodologias para ensinar sua disciplina. As principais indicações são: resolução de problemas, modelagem Matemática, etnomatemática, história da Matemática, uso de mídias tecnológicas, jogos e investigação Matemática (PARANÁ, 2008).

Não se pode adotar uma única metodologia de ensino e julgar adequada em todas as situações. As metodologias devem ser utilizadas de acordo com as necessidades e características dos estudantes, adaptando-as de acordo com o contexto e conteúdo trabalhado.

As metodologias se articulam a fim de trabalhar em prol da formação do pensamento matemático do estudante, deixando a matemática mais contextualizada com o cotidiano. Por isso, deve existir uma organização para articular as metodologias que sejam coerentes e significativas para o aluno (PARANÁ, 2018).

As subseções a seguir descreverão as metodologias citadas anteriormente de acordo com o ponto de vista de vários autores.

2.3.1. Resolução de Problemas

Os estudos acerca dessa metodologia tiveram impulso no século XX, principalmente com estudos realizados por George Polya, o qual sistematiza o passo a passo para resolver um problema de maneira concisa, direta e eficiente. Ele divide o problema em quatro etapas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto (POLYA, 2006).

A metodologia da resolução de problema propõe que as ideias matemáticas sejam extraídas a partir de um problema proposto de forma intencional relacionado com os conteúdos que se deseja trabalhar. De acordo com os PCN, a resolução de problemas é considerada uma orientação para a aprendizagem, pois a partir dessa metodologia se podem aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1997).

Dante (1988) relata em sua tese de Livre Docência, que os objetivos da resolução de problemas são:

- Fazer o aluno pensar de forma produtiva;
- Desenvolver o raciocínio do educando;
- Preparar o aluno para novas situações;
- Dar oportunidade para que os alunos se envolvam com aplicações de Matemática;
- Deixar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;
- Equipar o aluno com estratégias e procedimentos para analisar e resolver situações;
- Promover alfabetização matemática aos cidadãos.

O ponto de partida não é uma definição ou conteúdo, mas sim o próprio problema, o qual não deve ser apresentado na forma de um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou procedimento operatório (BRASIL, 1997). A motivação natural está no estudo de problemas reais, os quais podem surgir, por exemplo, de um simples anúncio de venda de imóvel, por exemplo, e a partir dele trabalhar com escala, área, perímetro, custos, sólidos geométricos, confecção de maquetes e tudo aquilo que a motivação permitir (OLIVEIRA, 2012).

O aluno deve ser levado a interpretar o enunciado e estruturar a situação que lhe é apresentada. Podem ser construídas aproximações sucessivas ao conceito necessário para a resolução e, em outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros problemas. Essa prática exige transferências, retificações e rupturas (BRASIL, 1997).

A compreensão do problema é crucial para o entendimento do que precisa ser feito. O aluno deve ser capaz de identificar as partes principais do problema como incógnita, dados e a condicionante. (POLYA, 2006, p.5). A compreensão do problema está dividida em dois estágios: familiarização e aperfeiçoamento da compreensão (POLYA, 1995).

Após a compreensão deve ser estabelecido um plano, a fim de desenvolver a ideia do que ser feito para que seja determinada a incógnita da situação-problema. Nesta etapa são necessários alguns conhecimentos prévios para auxiliar na resolução ou então problemas já resolvidos anteriormente para utilizar como base (POLYA, 2006, p.7).

A partir do plano estabelecido é momento da execução, executando o passo a passo estabelecido. Porém essa não é a última etapa, já que todo o processo deve ser revisado. Fazendo um retrospecto da resolução completa, reexaminando e reconsiderando o resultado final e o caminho que levou até estes, o conhecimento será consolidado e sua capacidade de resolver problemas aperfeiçoada. (POLYA, 2006, p.12).

De acordo com PCN (1997), a abordagem de conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de situações em que os alunos precisem desenvolver estratégias para resolver. Durante o processo, eles constroem um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático é construído e articulado com outros conceitos, por meio de retificações e generalizações.

Allevato e Onuchic (2021) apresentam um esquema da metodologia de resolução de problemas:

Figura 1: Esquema da resolução de problemas



FONTE: Allevato e Onuchic (2021, p.51)

2.3.2. Modelagem Matemática

De acordo com Bassanezi (1994, p. 1) “a Modelagem Matemática é a ação de fazer modelos através da construção do conhecimento e da pesquisa”. Os alunos participam do processo de forma ativa e podem relacionar conceitos matemáticos com a vida cotidiana, em outras palavras, consiste em traduzir uma situação em que vivemos para a linguagem matemática, chamada de modelo.

Bassanezi discorre o que seria um modelo matemático:

[...] modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas. (BASSANEZI, 2002, p. 20).

Para Biembengut e Hein (2002) as etapas características de um processo de Modelagem Matemática são:

- Identificação do problema real;
- Formulação do problema matemático;
- Obtenção da solução matemática do modelo;
- Interpretação da solução;

- Comparação com a realidade;
- Apresentação dos resultados.

Bassanezi (2002) classifica a modelagem matemática em cinco etapas: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação. A experimentação acontece no primeiro contato com a situação problema, na etapa de abstração é feita a seleção das variáveis, a problematização, a formulação de hipóteses e simplificação. Na resolução são construídas expressões, funções e figuras que expressem a realidade estudada. Na validação o modelo proposto é aceito ou não, e na etapa de modificação o modelo é ajustado de acordo com os primeiros resultados obtidos durante a resolução e validação.

A modelagem matemática proporciona ao aluno abertura para pensar, criar e procurar suas próprias alternativas de solução, e então estabelecer relações. Essa metodologia de ensino pode ser vista como um caminho para despertar o interesse por conceitos matemáticos ainda não estudados, por meio do estudo de situações problemas através da pesquisa, enquanto aprende a arte de modelar (BIEMBENGUT e HEIN, 2002).

[...] o ponto de vista que me parece de fundamental importância e que representa o verdadeiro espírito da matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em outro contexto, novo, isto é, a transferência de aprendizado resultante de uma certa situação para a situação nova é um ponto crucial do que se poderia chamar aprendizado da matemática, e talvez o objetivo maior do seu ensino (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 44).

Biembengut (1999) apresenta um esquema de modelagem matemática.

Figura 2: Esquema Modelagem Matemática



FONTE: BIEMBENGUT (1999)

Barbosa (2003) resume a modelagem como um ambiente de aprendizagem, o qual permite que os alunos questionem e investiguem situações reais com o auxílio da Matemática, além de contribuir para o desenvolvimento de sociedades democráticas.

2.3.3. História da Matemática

A História da Matemática é uma metodologia de ensino de Matemática que surge para possibilitar a interdisciplinaridade. Ela proporciona riqueza de informações e pode atribuir significados aos conteúdos estudados. De acordo com D'Ambrosio (1999) um dos maiores erros cometidos na educação é a desvinculação da Matemática das outras atividades humanas.

O mesmo autor, ainda considera que a História da Matemática ajuda a entender a herança cultural de determinado povo, e com isso os alunos apresentam maior interesse pela Matemática.

Ao apresentar a matemática como uma criação humana e uma preocupação cultural em diferentes momentos históricos, e apresentar problemas relacionados com a história da Matemática, o professor proporciona o desenvolvimento do pensamento crítico no aluno, fazendo-o enxergar sua importância historicamente e o instigando no conhecimento dessa ciência como campo do conhecimento que se encontra em plena construção (GULIN E ROSÁRIO, 2014).

De acordo com Paraná (2006), o ensino de Matemática é uma construção de conhecimentos baseados em uma visão histórica, por meio de conceitos que são apresentados, discutidos, construídos e reconstruídos. Isso influencia na construção do pensamento e na existência do ser humano, por meio das ideias e da tecnologia.

Em relação a aprendizagem, Mendes (2006) discorre sobre como a História da Matemática pode contribuir.

O uso da história como recurso pedagógico tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da Matemática que permita uma ressignificação do conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos [...]. (MENDES, 2006, p.84).

Para Oliveira (2012) a História da Matemática permite realizar uma análise da construção das noções básicas dos conceitos, fazendo com que os alunos aumentem sua compreensão sem a necessidade de memorização de conceitos e definições. Os fatos históricos proporcionam entendimento a respeito da dimensão histórica dos assuntos, o que motiva e desperta o interesse dos alunos.

Diante do exposto, concordamos com Mendes (2006), o qual ressalta que a História da Matemática deve ser utilizada durante as aulas, principalmente na realização de atividades que introduzem os conceitos matemáticos. Essa prática proporcionará a percepção dos alunos em relação ao caráter investigatório presente na disseminação de conceitos ao longo do desenvolvimento histórico. Não se trata de abordar a história pela história, mas sim de envolver o estudante de forma ativa e o fazer vivenciar o aprendizado da história da construção dos conhecimentos.

2.3.4. Etnomatemática

A etimologia da palavra “etnomatemática” é descrita por D’Ambrosio (2005) como segue: Etno – ambiente natural, social, cultural e imaginário, Matema – explicar, conhecer, aprender e Tica – modos, estilos, artes, técnicas.

Essa metodologia surgiu por volta da década de 1970 com o professor Ubiratan D’Ambrósio. Ele propôs programas educacionais que enfatizaram as matemáticas produzidas por diversas culturas. Cada povo desenvolve uma maneira de representar esse conhecimento, por meio de pinturas, rabiscos e construções. Em sua obra mais

conhecida, D'Ambrosio (2005), encontram-se teses e dissertações defendidas no Brasil e exterior com foco na etnomatemática.

A etnomatemática significa “o conjunto de artes, técnicas de explicar e de entender, de lidar com o ambiente social, cultural e natural, desenvolvido por distintos grupos culturais”. Essa metodologia tem como premissa maior a consideração pelos conhecimentos trazidos pelo estudante, colocando-o como protagonista da construção do seu conhecimento, tendo como ponto de partida aquilo que ele trás como vivência (D'AMBRÓSIO, 2008, p.8).

Entende-se, portanto, que a etnomatemática permite e valorize a diversidade cultural das práticas Matemáticas em diferentes grupos sociais e culturais ao redor do mundo.

2.3.5. Mídias Tecnológicas

Discussões em torno das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) na Educação, os currículos, os documentos legais e a BNCC tem dado destaque cada vez maior ao uso dessas ferramentas como motivadores do processo investigativo, assim como grande aliada para o processo de ensino e aprendizagem.

Para compreender a influência da TIC na Educação, é válido explorar o conceito de tecnologia e sua interação com os seres humanos. Soffner (2013) e Cupani (2016) destacam que qualquer recurso que amplie as capacidades humanas pode ser considerado tecnologia. Portanto, desde os utensílios rudimentares feitos de pedras e ossos utilizados na Pré-História até os modernos óculos que usamos hoje podem ser categorizados como tecnologia. No âmbito das definições de tecnologia, estas podem ser reconhecidas em quatro manifestações distintas: "como objetos, como um modo de conhecimento, como uma forma específica de atividade e como volição (ou seja, como uma determinada atitude humana perante a realidade)" (CUPANI, 2016, p. 16).

Nos anos 1990, com o avanço das tecnologias digitais e a viabilidade de incorporar esses recursos à educação, surge uma nova terminologia: as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). As TIC derivam da fusão das tecnologias de informação, anteriormente denominadas como informática, e das tecnologias de comunicação, previamente referidas como telecomunicações e mídia eletrônica. Elas

abrangem a aquisição, o armazenamento, o processamento e a distribuição de informações por meio de dispositivos eletrônicos e digitais, como rádio, televisão, telefone e computadores (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 45).

De acordo com as Paraná (2008), entende-se que mídias tecnológicas são ambientes gerados por aplicativos informáticos, os quais deixam os conteúdos curriculares mais dinâmicos e ainda potencializam o processo pedagógico.

Na definição das competências e habilidades específicas para a área da Matemática, a BNCC enfatiza repetidas vezes a relevância da utilização das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no ensino de conceitos matemáticos e na resolução de problemas que espelham a realidade cotidiana do aluno ou da sociedade em que ele está inserido. Conforme estabelecido pela BNCC, "Vale ressaltar ainda que o uso de tecnologias permite aos alunos aprofundar sua participação ativa nesse processo de resolução de problemas" (BNCC, 2017, p. 528).

Moran (2013) ressalta a presença de novos desafios para os educadores, destacando que a internet e as tecnologias digitais representam meios facilitadores que podem auxiliar na descoberta de abordagens assimilativas, além de disponibilizar inúmeros recursos acessíveis. Muitos desses recursos são softwares gratuitos, os quais podem e devem ser explorados como material didático, oferecendo uma metodologia de ensino. Ao considerar os objetivos delineados nas diretrizes de (PARANÁ, 2008), especialmente no que se refere ao ensino da matemática, torna-se evidente que ferramentas como a internet, software, jogos e outros contribuem de maneira eficaz para o processo de ensino.

É necessário revitalizar as práticas educacionais para que as tecnologias digitais se convertam em instrumentos aproveitáveis nos planejamentos docentes. Mais crucial ainda é garantir que esses planejamentos incorporem atividades voltadas para o desenvolvimento cognitivo, promovendo a autonomia na construção de conceitos. A busca por atribuir significado às ações cotidianas, valorizando a reflexão dos alunos sobre os conceitos em questão, é essencial. Dessa forma, visa-se permitir que os estudantes construam conjecturas que os conduzam a um conhecimento significativo, intrinsecamente conectado à realidade – em outras palavras, uma aprendizagem de significativa relevância (SACHINI, 2020).

O emprego das tecnologias digitais pode simplificar a exploração e manipulação de matrizes, viabilizando visualizações interativas, cálculos automáticos

e a resolução eficiente e precisa de sistemas lineares. Isso amplia as oportunidades de aprendizado e aplicação das matrizes (SACHINI, 2020).

Acredita-se que a incorporação de softwares nas aulas de matemática pode tornar o estudo das matrizes mais interativo e dinâmico. Diante do contexto atual, o conteúdo sobre matrizes não se resume mais apenas à aplicação de regras práticas e cálculos extensos e cansativos com aplicações fictícias, oferecendo agora uma experiência mais significativa para a vida prática (SACHINI, 2020).

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) oferecem suporte ao trabalho do professor, possibilitando que as práticas confirmem significado ao processo de aprendizagem. Isso permite que os educandos construam conceitos de maneira contextualizada, estabelecendo interações com novas abordagens e diversas formas de aprendizado (BRASIL, 2018).

Adicionalmente, as tecnologias proporcionam vantagens educacionais quando incorporadas a metodologias e perspectivas inovadoras na educação. Portanto, é crucial integrá-las à rotina escolar, pois são reconhecidas como ferramentas capazes de criar ambientes de aprendizagem mais significativos (BRASIL, 2018).

2.3.6. Jogos

Diante do cenário educacional atual, que demanda a adoção de novas práticas pedagógicas para enriquecer a experiência dos alunos, os jogos emergem como uma alternativa para ser aplicada em sala de aula.

Para Reis (2023) a finalidade do lúdico é transcender as restrições do ensino mecânico, frequentemente desmotivador. Ele abrange jogos e brincadeiras presentes no universo infanto-juvenil, podendo ser empregado como uma estratégia pedagógica eficaz na sala de aula.

De acordo com a mesma autora, a efetividade dos jogos como ferramenta educacional sobressai-se pela participação ativa do aluno no processo de aprendizagem, impulsionando o desenvolvimento de autoconfiança e protagonismo. Esses aspectos são frequentemente carentes em aulas tradicionais, onde a ênfase está na mera transmissão de conteúdo. Mesmo os jogos mais simples, como os de memória, desempenham um papel significativo no aprimoramento de habilidades e competências que beneficiam o processo de aprendizagem.

Os PCN (BRASIL, 1998) os jogos oferecem uma abordagem cativante para a apresentação de desafios, possibilitando que sejam expostos de maneira atrativa e estimulando a criatividade na formulação de estratégias para resolver problemas e encontrar soluções. Além disso, permitem a simulação de situações-problema que requerem respostas dinâmicas e imediatas.

Alvares (2004) comenta que os jogos educacionais são concebidos com a dual missão de proporcionar entretenimento e facilitar a aquisição de conhecimento. Essas atividades lúdicas são desenvolvidas com o intuito de serem divertidas, ao mesmo tempo em que potencializam a aprendizagem de conceitos, conteúdos e habilidades embutidas no jogo.

O jogo pode ser empregado como uma ferramenta de aprendizagem da matemática. Sua aplicação em sala de aula pode ser eficaz para intensificar a concentração e a atividade mental, contribuindo, assim, para a participação mais envolvente das crianças em atividades matemáticas. Além disso, o fato de possuir regras específicas, que os participantes devem seguir, promove a ordem. Analogamente, no contexto do aprendizado da Matemática, a compreensão da existência de regras gerais e propriedades é de importância fundamental (FREITAS e BITTAR, 2004).

Logo, os jogos são ferramentas ponderosas que buscam promover uma aprendizagem ativa, envolvendo os alunos e estimulando a aquisição de conceitos.

2.3.7. Investigação Matemática

A investigação matemática se embasa na importância de o aluno ter como base um trabalho investigativo. De acordo com Varizo (2007) essa metodologia busca proporcionar aos alunos uma vivência semelhante à do investigador matemático, com o intuito de estimulá-los a se engajarem no estudo da matemática. Isso é feito através do desafio de descobrir conexões matemáticas em contextos específicos, proporcionando aos alunos uma visão autêntica da prática matemática e incentivando o prazer em trabalhar com conteúdos relacionados a Matemática.

As atividades de investigação matemática devem ser consideradas na prática do professor em momentos apropriados. É fundamental que essas atividades estejam integradas ao currículo e que o professor possa conectá-las com outras essenciais para a sala de aula (PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA, 2009).

A atenção do professor durante o processo investigativo abrange principalmente duas áreas. Na vertente matemática, ele incentiva os alunos a pensarem de maneira matemática; na vertente didática, o professor os desafia, apoia e orienta na busca por informações, estimulando a reflexão e a verificação da validade das hipóteses. Nesse processo, a atividade investigativa em sala de aula começa com a observação de uma situação, levando à formulação de conjecturas que são então testadas. Através desses testes, as conjecturas podem ser refutadas, levando a novas conjecturas, ou, quando confirmadas, são refinadas. Quando validadas por meio de demonstração, essas conjecturas podem se tornar propriedades estabelecidas pelo método matemático (MAGALHÃES; ROCHA; VARIZO, 2016).

Dessa forma, a investigação Matemática refere-se ao processo de explorar, descobrir e compreender relações e propriedades Matemáticas.

Apresenta-se o Quadro 1, que resume os processos e fases de uma investigação matemática, começando com o estudo e análise da situação apresentada, seguindo pela formulação de conjecturas, realização de testes e validação.

Quadro 1: Fases da investigação matemática

Estudo e análise da situação matemática	Observação da situação; Organização, relação e interpretação dos dados de uma situação matemática.
Formulação de conjecturas	Elaboração de hipóteses.
Realização de testes	Discussão; Argumentação matemática; Refutação; Estabelecimento da hipótese válida.
Validação da conjectura	Demonstração.

FONTE: Magalhães, Rocha e Varizo (2016)

Na próxima seção, serão abordados os resultados e discussões obtidos durante o estudo, a fim de analisar e interpretar os dados coletados.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Investigação e processo de seleção

A busca pelos trabalhos que constituíram o escopo desta pesquisa foi conduzida em três plataformas de trabalhos acadêmicos: o repositório de arquivos digitais nas dissertações do PROFMAT, os Anais do ENEM disponíveis no site da SBEM, e o Portal de Periódicos da Capes.

A escolha dos dois primeiros sítios se deu devido à sua conexão direta com trabalhos na área de Matemática e pela objetividade e facilidade na busca por arquivos específicos. O último foi selecionado por sua ampla cobertura acadêmica, contendo uma vasta quantidade de dados.

A pesquisa foi iniciada pelo repositório de arquivos digitais nas dissertações do PROFMAT. O site dispõe de três opções de filtros que podem ser utilizados: nome do aluno, título da dissertação e nome/sigla da instituição. Utilizando a palavra chave “Matrizes” em “título da dissertação”, a busca retornou 141 registros, no total, sendo que destes, apenas 45 foram publicados nos últimos 5 anos.

Com os trabalhos selecionados, foi realizada a leitura dos resumos de cada um, a fim de identificar se abordavam algum tipo de metodologia no ensino das matrizes. Os resultados são apresentados na Tabela 1 abaixo.

Tabela 1: Trabalhos selecionados das dissertações do PROFMAT		
Ano da publicação	Quantidade de trabalhos com o termo matrizes	Quantidade de trabalhos que usam metodologias no ensino de matrizes
2019	9	1
2020	9	5
2021	15	8
2022	4	2
2023	8	4
Total	45	20

FONTE: Autoria própria (2024)

O próximo site de busca utilizado foi o da SBEM, especificamente nos anais do ENEM. Aconteceram dois eventos nos últimos 5 anos, um em 2019 e outro em 2022.

O evento de 2019 contou com 25 subeixos, relacionados à Educação Matemática. Os eixos que abordavam assuntos sem relação com o contexto da pesquisa foram descartados da leitura posterior, restando 9 eixos que se enquadram nas especificações da pesquisa, totalizando 562 arquivos no total. Dentro de cada eixo selecionado, foi verificado cada um dos artigos, usando a ferramenta “procurar” e a palavra chave “matriz”. Foram descartados os trabalhos em que matriz tinha outro significado, como matriz curricular, matriz de referência, matriz africana, etc., e selecionados aqueles que continham a palavra matriz dentro do contexto do estudo, sendo selecionados um total de 12 arquivos. Foi realizada a leitura íntegra dos 12 trabalhos e a partir disso, identificados 7 destes que abordam alguma metodologia no ensino de matrizes.

Os anais do evento de 2022 contavam com 821 trabalhos no total, os quais precisavam ser baixados e por isso não foi possível utilizar filtros de busca. Dessa forma, inicialmente todos os títulos foram analisados e então separados aqueles que utilizavam o termo matrizes ou tratavam do ensino da Matemática. Depois, foi realizada a leitura dos resumos dos títulos selecionados e então separados 4 trabalhos para a leitura íntegra da obra, sendo que um deles foi descartado por não abordar nenhuma metodologia, totalizando então 3 trabalhos no ano de 2022.

A Tabela 2 exibe os resultados obtidos da pesquisa realizada no site da SBEM, fornecendo uma visão geral das informações encontradas.

Tabela 2: Trabalhos selecionados dos Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática no site da SBEM

Ano da publicação	Quantidade de trabalhos de usam metodologias no ensino de matrizes
2022	3
2019	7

FONTE: Autoria própria (2024)

O terceiro e último site de busca foi o Portal de Periódicos da Capes. Inicialmente foi inserida a palavra chave “Matrizes”, retornando um total de 31386

resultados. Aplicando o filtro para os últimos 5 anos e área do conhecimento em educação, tivemos um total de 199 trabalhos. Separamos apenas os trabalhos escritos na língua portuguesa, totalizando 94 resultados. Destes, foram olhados os títulos de cada um, e realizada a leitura do resumo e do texto completo quando identificado alguma ideia sugestiva de que se tratava do assunto abordado. Apenas 1 trabalho foi selecionado por abordar as metodologias no ensino de matrizes, sendo este publicado no ano de 2020.

O Quadro 2 lista os 31 trabalhos que atendem aos critérios estabelecidos: abordam o ensino de matrizes utilizando alguma metodologia e foram publicados nos últimos 5 anos em um dos bancos de dados definidos previamente.

Quadro 2: Relação de trabalhos selecionados

Identificação	Título do trabalho	Autores	Ano	Banco de dados
T1	Matrizes e economia: o modelo econômico de Leontief	Maria Zesiglécia Santos de Souza Teles	2023	PROFMAT
T2	Uma proposta de sequência didática com a utilização da história da matemática no ensino de matrizes	Taise da Silva Reis	2023	PROFMAT
T3	Uma proposta para o ensino de vetores no novo ensino médio usando álgebra linear: matrizes-linha e suas propriedades	Marcos Filipe de Oliveira Brito	2023	PROFMAT
T4	O uso do software r no estudo das matrizes	Claudiana Gomes Nogueira	2023	PROFMAT
T5	Sistemas lineares e matrizes em planilhas eletrônicas	João Vitor Teixeira Cotrim	2022	PROFMAT
T6	Uma proposta de atividade gamificada para o ensino de matrizes	Sergio Rodrigo Pereira	2022	PROFMAT

T7	A matemática das imagens digitais: uma abordagem para o ensino de matrizes na educação básica	Augusto Ribeiro de Almeida	2021	PROFMAT
T8	Matrizes e sistemas lineares no ensino médio	Valmire de Aguiar	2021	PROFMAT
T9	O uso de grafos como motivação para o ensino de matrizes	Francisco Rafael Caceres	2021	PROFMAT
T10	Aplicações de matrizes e sistemas lineares utilizando o scilab e o geogebra	Natália Aparecida Sylvestrino Pereira Santiago	2021	PROFMAT
T11	Metodologias ativas no ensino remoto emergencial (ere). Exemplo de aplicação para o estudo de matrizes no ensino médio	Gilsimar Batista Dos Santos	2021	PROFMAT
T12	O uso da planilha do geogebra no ensino de matrizes, determinantes e sistemas lineares	Wellington Ferreira da Silva	2021	PROFMAT
T13	Aplicação das matrizes na biologia e economia com o uso do software maxima	Gleice Assis Sá	2021	PROFMAT
T14	Transformações geométricas como aplicações no ensino de matrizes via geogebra	Brunna Carolyn do Vale Doutor Colado	2021	PROFMAT
T15	Algoritmos como ferramenta no ensino de matrizes	Pedro Araujo Kalile	2020	PROFMAT
T16	Transformações geométricas e matrizes: uma proposta de ensino com base na sala de aula invertida	Luciana Zanchettin	2020	PROFMAT

T17	Ensinando matrizes, sistemas lineares e determinantes por meio do matrixcalculator	Cristiane Martins Fernandes Tavares	2020	PROFMAT
T18	Uma proposta para o ensino de matrizes utilizando a metodologia sala de aula invertida	Luciana Sachini	2020	PROFMAT
T19	Abordagens para contextualização no ensino de matrizes na educação básica	Jordan Gustavo da Silva	2020	PROFMAT
T20	A utilização do software octave na interpretação geométrica das operações com matrizes no ensino médio	João Rodrigues da Silva Neto	2019	PROFMAT
T21	Pixel Art: Simetria, transformações e matrizes	Fábio Vinícius Silva dos Santos, Fernando Celso Villar Marinho	2022	SBEM
T22	A plataforma digital Kahoot! Em uma atividade diagnóstica gamificada no contexto da matemática	Thiago Novaes Silva	2022	SBEM
T23	O trabalho com Temáticas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio	Bárbara Elisa Kranz, Clarissa de Assis Olgin	2022	SBEM
T24	O desenho universal para a aprendizagem e os saberes docentes na licenciatura em Matemática	Admur Severino Pamplona, Wanderleya Nara Gonçalves Costa	2019	SBEM

T25	Enlaces entre modelagem matemática, estágio supervisionado e educação do campo: relato de uma experiência formativa	Matheus Cardoso da Cunha, Débora Regina Wagner	2019	SBEM
T26	Ensaio: análise fílmica de um vídeo produzido por estudantes de licenciatura em matemática	Marcelo Batista de Souza, Marcelo de Carvalho Borba	2019	SBEM
T27	Matemática computacional e sistemas lineares: o uso do scilab para implementação do método Gauss-seidel	Elvira Carmen Farias Agra Leite, Amanda Gabrielly da Silva Barbosa, Me. Joab dos Santos Silva, Dr. Jonathas Jerônimo Barbosa	2019	SBEM
T28	Robótica Educacional aplicada ao ensino de matrizes: desenvolvendo o pensamento computacional e as habilidades socioemocionais	Gisele Ribeiro Pereira, Charles Soares Pimentel, Jorge Luiz de Araujo Monteiro	2019	SBEM
T29	Um inventário dos aplicativos educacionais móveis disponíveis para o ensino da álgebra	Fernanda Meredyk, Ângela Taborda Ribas, Marcelo Souza Motta	2019	SBEM
T30	A importância dos jogos para a quebra da mecanização do ensino de matemática	Paloma Esther Soares Ramirez, Lais Santos Brasil, Gisela Maria da Fonseca Pinto	2019	SBEM

T31	Formação Profissional Integrada ao Ensino Médio: um estudo de caso com estudante surdo	Marimar Da Silva, Hagar de Lara Tiburcio de Oliveira	2020	CAPES
-----	--	--	------	-------

FONTE: Autoria própria (2024)

Com base no Quadro 2, reconhecemos que o site do PROFMAT foi responsável por 64,52% do total de dados encontrados, seguido pelos Anais do ENEM, disponíveis no site da SBEM, que representaram cerca de 32,26% dos trabalhos. Por último, o portal da CAPES contribuiu com 3,22% dos trabalhos encontrados.

Com isso, foi possível notar que sites de busca como o PROFMAT e SBEM foram mais produtivos para a pesquisa, fornecendo um maior número de dados. Isso pode ser explicado pelo fato de que esses sites se concentram especificamente em trabalhos relacionados ao ensino de Matemática, ao contrário do Portal da CAPES, que abrange trabalhos de diversas áreas.

3.2. Processo de análise das metodologias aplicadas

A fim de identificarmos quais metodologias são utilizadas no ensino de matrizes, considerou-se todas aquelas mencionadas ou utilizadas durante o texto, na descrição do desenvolvimento ou proposta de práticas pedagógicas, visto que alguns trabalhos reuniram mais de uma metodologia de ensino, e todas elas foram consideradas.

Para identificar a metodologia que prevalece no ensino de matrizes em cada trabalho selecionado, primeiramente foi realizada uma leitura do resumo a fim de identificar os objetivos de cada estudo. Em seguida, conhecido o objetivo, buscou-se realizar a leitura do texto na íntegra a fim de identificar indícios da metodologia utilizada. Os indícios são características que permitem definir a metodologia referida.

Por exemplo, na resolução de problemas se destaca a busca de uma declaração clara de um problema ou questão a ser solucionada.

No contexto da utilização da investigação matemática é a busca por afirmações que revelem a intenção de explorar e descobrir novos conceitos matemáticos, por meio

de demonstrações, provas matemáticas ou construções de teoremas realizadas pelos autores.

A modelagem Matemática, por sua vez, envolve observar como a Matemática é utilizada para descrever, explicar e prever fenômenos do mundo real.

No que se refere às mídias tecnológicas são indicadas por inserções de tecnologias digitais, como softwares, aplicativos, simulações, etc., em suas pesquisas. Um aspecto característico desses trabalhos é que a identificação é favorecida quando os autores usam termos como “tecnologia”, “uso de softwares”, “ferramentas digitais”, entre outros relacionados ao tema.

Por fim, para identificar a utilização da etnomatemática em trabalhos acadêmicos, buscou-se por abordagens que exploram a relação entre a Matemática e a “cultura” e “saberes locais”.

Após esse processo de reconhecimento inicial, de uma nova leitura cuidadosa, buscou-se investigar as particularidades sobre o modo como é realizada a condução do uso de cada metodologia, em contextos especificados, para o ensino de matrizes.

3.3. Metodologias presentes nos trabalhos acadêmicos selecionados

Uma relação das metodologias abordadas por cada trabalho selecionado pode ser visualizada a seguir, no Quadro 3.

Quadro 3: Relação das metodologias de ensino utilizadas

Identificação	Ano	Banco de dados	Metodologias abordadas
T1	2023	PROFMAT	- Modelagem Matemática; - Tecnologias da informação.
T2	2023	PROFMAT	- História da Matemática; - Jogos.
T3	2023	PROFMAT	Tecnologias da informação.
T4	2023	PROFMAT	- História da Matemática; - Tecnologias da informação.

T5	2022	PROFMAT	• Tecnologias da informação.
T6	2022	PROFMAT	• História da Matemática; • Resolução de problemas; • Tecnologias da informação; • Jogos.
T7	2021	PROFMAT	• Tecnologias da informação.
T8	2021	PROFMAT	• Modelagem Matemática.
T9	2021	PROFMAT	• Tecnologias da informação; • Modelagem Matemática.
T10	2021	PROFMAT	• Resolução de problemas; • Tecnologias da informação.
T11	2021	PROFMAT	• Resolução de problemas.
T12	2021	PROFMAT	• Tecnologias da informação.
T13	2021	PROFMAT	• Tecnologias da informação; • Modelagem Matemática.
T14	2021	PROFMAT	• Tecnologias da informação.
T15	2020	PROFMAT	• Tecnologias da informação; • Resolução de problemas; • Modelagem Matemática.
T16	2020	PROFMAT	• Tecnologias da informação.
T17	2020	PROFMAT	• Tecnologias da informação.

T18	2020	PROFMAT	• Tecnologias da informação.
T19	2020	PROFMAT	• Tecnologias da informação.
T20	2019	PROFMAT	• Tecnologias da informação.
T21	2022	SBEM	• Tecnologias da informação.
T22	2022	SBEM	• Tecnologias da informação.
T23	2022	SBEM	• Tecnologias da informação.
T24	2019	SBEM	• Jogos.
T25	2019	SBEM	• Modelagem Matemática
T26	2019	SBEM	• Tecnologias da informação.

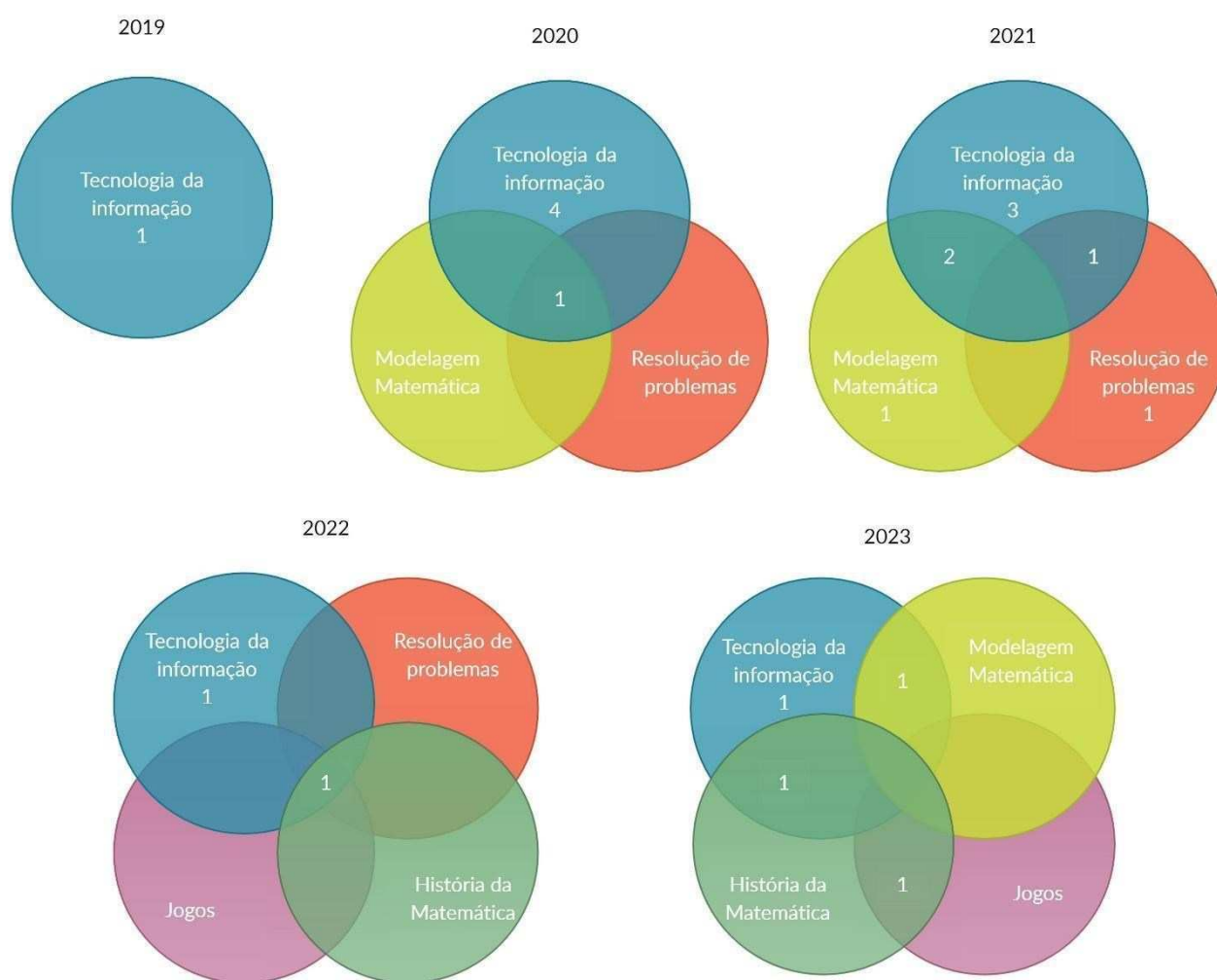
T27	2019	SBEM	• Tecnologias da informação.
T28	2019	SBEM	• Tecnologias da informação.
T29	2019	SBEM	• Tecnologias da informação.
T30	2019	SBEM	• Jogos; • Tecnologias da informação.
T31	2020	CAPES	• Tecnologias da informação.

Para facilitar o entendimento e a visualização, os dados da tabela anterior foram representados em forma de diagramas, conhecidos como diagramas de Venn.

Um diagrama de Venn é uma representação gráfica que ilustra as relações entre conjuntos de itens. Ele é composto por círculos sobrepostos, onde cada círculo representa um conjunto específico de elementos. Os elementos compartilhados entre os conjuntos são representados nas áreas de sobreposição dos círculos. Ele fornece uma representação visual intuitiva que ajuda a identificar a inclusão mútua de elementos em conjuntos, a exclusão e a sobreposição entre eles. Ao leitor interessado, recomenda-se a leitura de Graça Martins (2014).

As publicações selecionadas no site do PROFMAT são apresentadas na Figura 3.

Figura 3: Metodologias usadas nos trabalhos selecionados no site PROFMAT



FONTE: Autoria própria (2024)

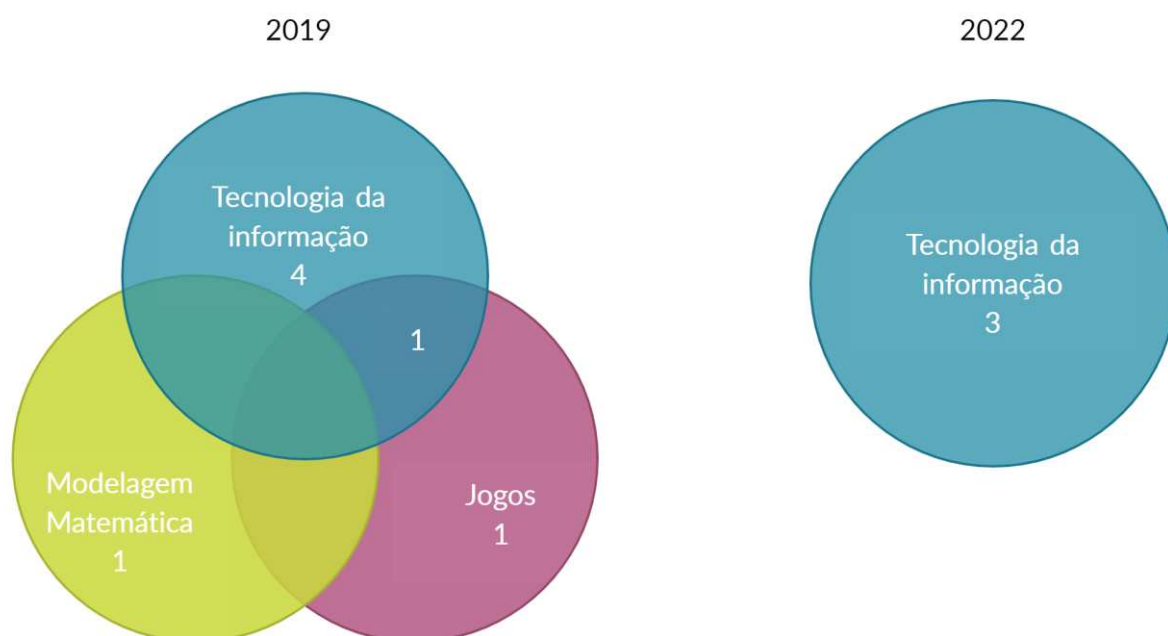
Podemos observar, na Figura 3, que no ano de 2019, foi selecionado apenas 1 trabalho, o qual faz uso de tecnologia da informação. No ano de 2020, foram escolhidos 5 trabalhos. Dentre estes, 4 utilizam exclusivamente tecnologia da informação, enquanto 1 aborda três metodologias: tecnologia da informação, resolução de problemas e modelagem matemática. Em 2021, há 8 trabalhos selecionados. Destes, 3 fazem uso somente de tecnologia da informação, 1 utiliza exclusivamente resolução de problemas, 1 utiliza exclusivamente modelagem matemática, 1 faz uso de resolução de problemas e tecnologia da informação, e 2 utilizam modelagem matemática e tecnologia da informação. No ano de 2022, temos 2 trabalhos, sendo que 1 é exclusivamente de tecnologia da informação, e o outro faz uso de quatro metodologias: resolução de problemas, história da matemática, jogos e tecnologia da informação. Por último, em 2023, foram selecionados 4 trabalhos. Dentre estes, 1 utiliza somente tecnologia da informação, 1 aborda modelagem

matemática e tecnologia da informação, 1 utiliza história da matemática e tecnologia da informação, e 1 aborda jogos e história da matemática.

É notável que a utilização de tecnologias de informação se sobressai nas demais metodologias, visto que quando esta não é abordada como única metodologia de ensino, é utilizada como parte da prática pedagógica, em conjunto com outras. Nota-se que de vinte trabalhos, em apenas três não se aborda a utilização de tecnologias no ensino de matrizes.

A Figura 4 apresenta as publicações selecionadas no site da SBEM e as metodologia abordadas por elas.

Figura 4: Metodologias usadas nos trabalhos selecionados no site SBEM



FONTE: Autoria própria (2024)

A partir da Figura 4, percebe-se que foram selecionados 7 trabalhos no ano de 2019, destes 4 fazem uso exclusivo da tecnologia da informação, 1 faz uso exclusivo de modelagem matemática, 1 faz uso exclusivo de jogos e 1 usa jogos e tecnologia da informação. No ano de 2022 foram selecionados 3 trabalhos, sendo que todos usam exclusivamente a metodologia de tecnologia da informação.

Assim como no site do PROFMAT, as publicações que abordam alguma metodologia de ensino de matrizes no site SBEM apresentam destaque para o uso de tecnologias da informação, sendo que dos dez trabalhos selecionados, apenas dois não usam tecnologias em suas práticas pedagógicas.

Por fim, no site da CAPES é selecionado apenas um trabalho, o qual aborda o uso de tecnologias da informação para o ensino de matrizes, como mostra a Figura 5.

Figura 5: Metodologias usadas nos trabalhos selecionados no site CAPES



FONTE: Autoria própria (2024)

É percebido que o uso de tecnologias da informação é utilizado em 26 dos 31 trabalhos selecionados, isto é, aproximadamente 83,9% das publicações que abordam alguma metodologia no ensino de matrizes utilizam algum tipo de tecnologia.

Não é de se surpreender que esta seja a metodologia mais utilizada no ensino de matrizes, assim como é possível que estas mesmas conclusões sejam feitas com outros conteúdos, já que as tecnologias estão presentes em nosso cotidiano de maneira cada vez mais intensa. Desde o uso de smartphones e computadores até dispositivos inteligentes em nossas casas, como assistentes virtuais e eletrodomésticos conectados à internet, a tecnologia permeia diversas áreas de nossas vidas, facilitando tarefas, proporcionando entretenimento e conectando pessoas ao redor do mundo.

Olhando mais detalhadamente cada trabalho que utiliza essa metodologia, pode-se identificar atividades que envolvem o uso de softwares matemáticos, aplicativos de celulares e planilhas eletrônicas para cálculos de operações com matrizes e utilização de vídeos aulas.

Um exemplo é o trabalho de Neto (2019) intitulado como: “A utilização do software Octave na interpretação geométrica das operações com matrizes no Ensino Médio”. Nesta dissertação, o autor introduz o software Octave aos alunos, abordando

de forma dialogada o conteúdo de matrizes. Além disso, demonstra uma funcionalidade para plotar gráficos do Octave, exemplificando como as matrizes e suas operações podem ser aplicadas em animações e representações 2D. Explora-se a representação de polígonos por meio de matrizes, evidenciando como as operações matriciais interagem com esses polígonos, proporcionando uma visão inicial sobre a criação de animações computacionais. Em seguida, são apresentados os comandos básicos do Octave, seguidos por uma atividade de encerramento na qual os próprios alunos, utilizando um computador, realizam atividades relacionadas ao tema abordado.

A segunda metodologia mais utilizada foi a modelagem matemática. Essa metodologia foi abordada nos trabalhos como uma forma de moldar situações do cotidiano dos alunos e deixar o conteúdo de matrizes mais acessível e com significado no contexto da aprendizagem.

Outras metodologias utilizadas foram os jogos e a resolução de problemas. Quanto à resolução de problemas, esta é apresentada nos textos assim como diz sua proposta. Já em relação aos jogos, pode-se identificar variações em relação ao uso de jogos digitais com uso de tecnologia e jogos confeccionados em material concreto, ambos com a finalidade de facilitar o ensino das matrizes.

Além destas, ainda algumas publicações abordaram a história da matemática como metodologia para o ensino de matrizes. Esta é citada nos textos como fundamental para que o estudante compreenda os conceitos e a teoria, de acordo com o apanhado histórico e descobertas ao longo do tempo.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As matrizes, bem como, todo o conhecimento em Álgebra Linear, são estruturas fundamentais em Matemática e têm aplicações em diversas áreas. No entanto, sua compreensão pode ser desafiadora para os estudantes quando sua abordagem é embasada em sua natureza abstrata e nos cálculos envolvidos.

As Metodologias de Ensino desempenham papel relevante na aprendizagem em Matemática, pois trazem significado, contexto, e historicidade aos conceitos e atividades propostos pelo professor em sua prática docente.

Este estado da arte examina a produção acadêmica mais recente sobre a utilização das metodologias no ensino de matrizes, com foco em resolução de problemas, história da Matemática, modelagem Matemática, jogos, tecnologias e investigação Matemática. Destacamos as tendências metodológicas predominantes e as atividades mais utilizadas na metodologia em destaque.

A pesquisa pelos trabalhos foi conduzida em três sites de trabalhos acadêmicos: no repositório de arquivos digitais das dissertações do PROFMAT, nos Anais do ENEM disponíveis no site da SBEM, e no Portal de Periódicos da Capes.

Inicialmente foi possível constatar que os sites de busca PROFMAT e SBEM foram mais produtivos para a pesquisa, fornecendo um maior número de dados quando comparados com o portal da CAPES.

Foram selecionados 31 trabalhos relacionados com alguma das metodologias de ensino abordadas nesta pesquisa. O site do PROFMAT foi responsável por 64,52% do total de dados encontrados, seguido pelos Anais do ENEM, disponíveis no site da SBEM, que representaram cerca de 32,26% dos trabalhos. Por último, o portal da CAPES contribuiu com 3,22% dos trabalhos encontrados.

A fim de identificarmos quais metodologias são utilizadas no ensino de matrizes, considerou-se todas aquelas mencionadas ou utilizadas durante o texto, na descrição do desenvolvimento ou proposta de práticas pedagógicas, visto que alguns trabalhos reuniram mais de uma metodologia de ensino, e todas elas foram consideradas.

É notável que a utilização de tecnologias de informação se sobressai nas demais metodologias, visto que quando esta não é abordada como única metodologia de ensino, é utilizada como parte da prática pedagógica, em conjunto com outras abordagens e tendências de ensino.

No mundo contemporâneo, o uso de tecnologias no dia a dia se tornou uma realidade quase que inevitável e onipresente. Desde o momento em que acordamos até a hora de dormir, estamos rodeados e interagindo com uma variedade de dispositivos e aplicativos que facilitam e enriquecem nossas vidas de diversas maneiras.

Um ponto a ser observado é que durante quatro dos cinco anos que compuseram a janela de estudo, foi abrangido o contexto da pandemia da COVID-19, como tema motivador, gerador de contexto e base para a modelagem de entes matemáticos, e, principalmente, no qual a tecnologia se mostrou uma grande aliada para a realização de reuniões, encontros virtuais, aulas online, compras pela internet, entre outras atividades. Durante esse período, muitos recursos tecnológicos foram (re)descobertos, adaptados, ressignificados e, após o fim da pandemia, muitas dessas ferramentas continuaram sendo utilizadas devido às grandes vantagens que proporcionam.

Para trabalhos futuros, sugere-se realizar uma pesquisa acerca da utilização de metodologias ativas no ensino de matrizes, pois foi percebido várias menções sobre esse assunto durante a realização desta busca bibliográfica.

Além disso, sugere-se complementar este trabalho utilizando um intervalo de tempo maior, a fim de identificar se a tecnologia é algo recente utilizado na educação, ou se já vem sendo usada há bastante tempo.

As metodologias “Investigação Matemática” e “Etnomatemática” não foram identificadas em nenhum trabalho, no período e sítios estudados.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, Valmiré; ALBANI, Vinícius Viana Luiz. **Matrizes e sistemas lineares no ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Florianópolis, 2021, 101 p. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6283&id2=171054293>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática**. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et. al. (org.) *Resolução de Problemas: teoria e prática*. 2 ed. Jundiaí: Paco, 2021. p. 40- 62.

ALMEIDA, Augusto Ribeiro de. **A Matemática das imagens digitais: uma abordagem para o ensino de matrizes na Educação Básica**. Dissertação (mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional). São Paulo/SP, 2021. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6666&id2=171054420>. Acesso em: 02 de jan. 2024.

ALVARES, A. M. T. **Mais jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro**. Universidade Católica de Santos: Disponível em: <https://books.google.com.br/books/about/Inform2004>.

ANTON, Howard. **Álgebra linear com aplicações**. 10. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

BIEMBENGUT, M.S. **Modelagem matemática e implicações no ensino aprendizagem de Matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2002.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática na sala de aula**. *Perspectiva*, v. 27, n. 98, p. 65–74, 2003.

BASSANEZI, R. **Modeling as a teaching-learning strategy**. *For the learning of mathematics*, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, 1994.

BASSANEZI, R. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática : uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BERNARDES, A. C.da S. **História e Ensino de matrizes**: Promovendo reflexões sobre o discurso matemático. Dissertação (Universidade Federal do Rio de Janeiro), Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <<https://www.cos.ufrj.br/uploadfile/publicacao/2606.pdf>>. Acesso em 08 de dez. 2023.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. 126p.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. ensino de 5ª a 8ª séries. Ministério da Educação Secretaria de Educação Fundamental, Brasília-DF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros curriculares nacionais/ Matemática**. Brasília: A Secretaria. MEC/SEF, 2001. 3ª ed. 142 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRITO, Marcos Filipe de Oliveira. **Uma proposta para o ensino de vetores no Novo Ensino Médio usando Álgebra Linear**: matrizes-linha e suas propriedades. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), Goiânia, 2023. 98 f. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6985&id2=171056271>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

CACERES, Francisco Rafael. **O uso de grafos como motivação para o ensino de matrizes**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Centro de Ciências exatas e tecnológicas, Cascavel, 2021. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6394&id2=171055074>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

COLADO, Brunna Caroliny do Vale Doutor. **Transformações Geométricas como Aplicações no Ensino de Matrizes via Geogebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas, Barra do Bugres – MT, 2021. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6006&id2=171053968>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

COTRIM, João Vitor Teixeira. **Sistemas lineares e matrizes em planilhas eletrônicas**. 61. il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista - BA, 2022. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6970&id2=171056022>. Acesso em: 27 de dez. 2024.

CUNHA, Matheus Cardoso da; WAGNER, Débora Regina. **Enlaces entre modelagem matemática, estágio supervisionado e educação do campo**: relato de uma experiência formativa. Cuiabá – MT, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIII ENEM), julho de 2019. Disponível em: <<https://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em: 27 de dez. 2024.

CUPANI, Alberto. **Filosofia da Tecnologia**: um convite. 3 ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2016.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação matemática. Campinas: Sammus, 1986.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A História da Matemática**: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Unesp, 1999, p. 97-115.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **O programa Etnomatemático**: Uma síntese. Acta Scientia, v.10, n.1, Jan/jun.2008.

D'AMBRÓSIO, U. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99 – 120, 2005. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n1/a08v31n1.pdf>>. Acesso em: 20 fev. 2024.

FERREIRA, N. S. de A. As pesquisas denominadas “Estado da Arte”. Rev. Educação & Sociedade, ano XXIII, nº79, Agosto de 2002. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/es/a/vPsyhSBW4xJT48FfrdCtqfp/?format=pdf>>. Acesso em: 20 de abr. 2024.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática**: Percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, 2012.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: Saberes Necessários à Prática Educativa. São Paulo: Editora Paz e Terra, 1997.

FREITAS, J. L. M. D.; BITTAR, M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2004.

GIL, Antonio Carlos, **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**, São Paulo: Atlas, 1994.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 5. Ed. São Paulo: Atlas, 2010.

Graça Martins, E. **Diagrama de Venn**. Revista de Ciência Elementar, 2(01), 2014.

GULIN, Amarilda de Cácia; ROSÁRIO, Raimundo Ronilson Leal. **História da Matemática e sua contribuição na compreensão do uso cotidiano dessa ciência**. Unidade didática (PDE – 2014/2015), Curitiba, 2014. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos/pde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_pdp_amarilda_de_cacia_gulin.pdf>. Acesso em: 12 de nov. 2023.

IEZZI Gelson, 1939 - **Fundamentos de matemática elementar**, 4 : sequências, matrizes, determinantes e sistemas / Gelson Iezzi, Samuel Hazzan. -- 8. ed. --

São Paulo : Atual, 2013.

KALILE, Pedro Araújo. **Algoritmos como ferramenta no ensino de matrizes**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5788&id2=171053270>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

KRANZ, Bárbara Elisa; OLGIN, Clarissa de Assis. **O trabalho com Temáticas de Interesse para o Currículo de Matemática do Ensino Médio**. Edição virtual, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIV ENEM), julho de 2022. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/483892-O-TRABALHO-COM-TEMATICAS-DE-INTERESSE-PARA-O-CURRICULO-DE-MATEMATICA-DO-ENSINO-MEDIO>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

LEITE, Elvira Carmen Farias Agra; BARBOSA, Amanda Gabrielly da Silva; SILVA, Me. Joab dos Santos; BARBOSA, Dr. Jonathas Jerônimo. **Matemática computacional e sistemas lineares: o uso do scilab para implementação do método Gauss-seidel**. Cuiabá – MT, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIII ENEM), julho de 2019. Disponível em: <<https://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MAGALHÃES, Ana Paula de A. S; ROCHA, Luciana Parente; VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. **A investigação Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática**. São Paulo - SP, 2016.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John A; VÁLDES, Juan E. Nápoles. **A história como agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MEREDYK, Fernanda; RIBAS, Ângela Taborda; MOTTA, Marcelo Souza. **Um inventário dos aplicativos educacionais móveis disponíveis para o ensino da álgebra**. Cuiabá – MT, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIII ENEM), julho de 2019. Disponível em: <<https://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

NETO, João Rodrigues da Silva. **A utilização do software Octave na interpretação geométrica das operações com matrizes no ensino médio**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal Rural do semi-árido, Mossoró – RN, 2019. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=4614&id2=160252002>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

NOGUEIRA, Claudiana Gomes. **O uso do software R no estudo das matrizes**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -

Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023. 71 p. Disponível em: <https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=7132&id2=171056242>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

OLIVEIRA, Inês Barbosa de. **O currículo como criação cotidiana**. São Paulo: DP et alii Editora, 2012. 136 p.

PAMPLONA, Admur Severino; COSTA, Wanderleya Nara Gonçalves. **O desenho universal para a aprendizagem e os saberes docentes na licenciatura em Matemática**. Cuiabá – MT, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIII ENEM), julho de 2019. Disponível em: <<https://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede pública do Estado do Paraná** - DCE, 2006.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

PARANÁ. Secretaria Estadual de Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Curitiba: SEED/PR, 2008. Disponível em: <https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2019-12/dce_mat.pdf>. Acesso em: 21 de dez. 2023.

PARANÁ, SEED. **CREP (Currículo da Rede Estadual Paranaense)**. 2018. Disponível em: <https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2021-05/crep_matematica_2021_anos finais.pdf>. Acesso em: 28 de jan. 2024.

PEREIRA, Gisele Ribeiro; PIMENTEL, Charles Soares; MONTEIRO, Jorge Luiz de Araujo. **Robótica Educacional aplicada ao ensino de matrizes**: desenvolvendo o pensamento computacional e as habilidades socioemocionais, Cuiabá – MT, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIII ENEM), julho de 2019. Disponível em: <<https://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

PEREIRA, Sérgio Rodrigo. **Uma proposta de atividade gamificada para o ensino de matrizes**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Maranhão – São Luís, 2022. Disponível em: <https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=6672&id2=171054897>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro, 1995.

PONTE, J. P.; BROCADO, J. ; OLIVEIRA, Hélia. **Investigação Matemática na sala de aula**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.

PREZOTTI, P. R. F. **Uma proposta de ensino dos temas sistemas lineares e determinantes**. Universidade Federal do Espírito Santo: Editora UNICAMP, 2014.

RAMIREZ, Paloma Esther Soares; BRASIL, Lais Santos; PINTO, Gisela Maria da Fonseca. **A importância dos jogos para a quebra da mecanização do ensino de matemática**. Cuiabá – MT, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIII ENEM), julho de 2019. Disponível em: <<https://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

REIS, Taise da Silva. **Uma proposta de sequência didática com a utilização da história da matemática no ensino de matrizes**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Cruz das Almas, BA, 2023. 60f. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=7205&id2=171056698>. Acesso em: 04 de jan. 2024.

SÁ, Gleice Assis. **Aplicação das matrizes na biologia e economia com o uso do software máxima**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Fundação Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho – RO, 2021. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6070&id2=171053938>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

SANTIAGO, Natália Aparecida Sylvestrino Pereira. **Aplicações de matrizes e sistemas lineares utilizando o scilab e o geogebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Três Lagoas/MS, 2021. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6343&id2=171054587>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

SANTOS, Fábio Vinícius Silva dos; MARINHO, Fernando Celso Villar. **Pixel Art: Simetria, transformações e matrizes**, Edição virtual, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIV ENEM), julho de 2022. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/484079-PIXEL-ART--SIMETRIA-TRANSFORMACOES-E-MATRIZES>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

SANTOS, Gilsimar Batistados. **Metodologias ativas no ensino remoto emergencial (ERE)**. Exemplo de aplicação para o estudo de matrizes no ensino médio. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Ilhéus, BA: UESC, 2021. 53f. Disponível em: <https://sca.profmatsbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6230&id2=171053446>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

Saviani, D. (2008). *Escola e Democracia – Polêmicas do Nosso Tempo*. Campinas

S.P. Editora Autores Associados.

SEED, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública do Estado do Paraná.** – DCE, 2007.

SACHINI, Luciana. **Uma proposta para o ensino de matrizes utilizando a metodologia sala de aula invertida.** Dissertação (mestrado) - Universidade Federal da Fronteira Sul. Chapecó. 2020. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5691&id2=171053598>. Acesso em: 21 de dez. 2023.

SILVA, Jordan Gustavo da. **Abordagens para contextualização no ensino de matrizes na educação básica.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Estadual do Piauí, Teresina – PI, 2020. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5636&id2=171053086>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

SILVA, Marimar Da; OLIVEIRA, Hagar de Lara Tiburcio de. **Formação Profissional Integrada ao Ensino Médio:** um estudo de caso com estudante surdo, Revista Educação Especial | v. 33, Santa Maria, 2020. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/educacaoespecial/article/view/39507/pdf>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

SILVA, Thiago Novaes. **A plataforma digital Kahoot! Em uma atividade diagnóstica gamificada no contexto da matemática.** Edição virtual, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIV ENEM), julho de 2022. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/476506-A-PLATAFORMA-DIGITAL-KAHOOT-EM-UMA-ATIVIDADE-DIAGNOSTICA-GAMIFICADA-NO-CONTEXTO-DA-MATEMATICA>>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

SILVA, Welington Ferreira da. **O uso da planilha do geogebra no ensino de matrizes, determinantes e sistemas lineares.** Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Sinop/MT, 2021. Disponível em: <https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=6232&id2=171054611>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo.** 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

SOFFNER, Renato. **Tecnologia e Educação:** um diálogo Freire-Papert. Tópicos Educacionais: UFPE, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jan. 2013.

SOUZA, F. B. D.; SABINO, E. R. **Abordagem histórica e conceitual sobre os sistemas lineares e sua relação com matrizes e determinantes.** Atena Editora, v. 2, 2017.

SOUZA, Marcelo Batista de; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Ensaio:** análise fílmica de um vídeo produzido por estudantes de licenciatura em matemática. Cuiabá – MT, Encontro Nacional de Educação Matemática (XIII ENEM), julho de 2019. Disponível em: <<https://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/enem>>. Acesso em:

12 de dez. 2024.

TAVARES, Cristiane Martins Fernandes. **Ensinando matrizes, sistemas lineares e determinantes por meio do matrixcalculator**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Juazeiro – BA, 2020. Disponível em: <https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=5551&id2=170150369>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

TELES, Maria Zesiglécia Santos de Souza. **Matrizes e economia: o modelo econômico de Leontief**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Cruz das Almas, BA, 2023. 104f. Disponível em: <https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=7185&id2=171056694>. Acesso em: 12 de dez. 2024.

VARIZO, Zaíra da Cunha Melo. **Investigação Matemática: Uma metodologia para a aprendizagem da matemática**. Conferência realizada no Centro de Ensino e Pesquisa Aplicada a Educação. Universidade Federal de Goiás. Digitalizada, em 8.12.2007.

ZANCHETTIN, Luciana. **Transformações geométricas e matrizes: uma proposta de ensino com base na sala de aula invertida**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Centro de Ciências Naturais e Exatas, Santa Maria – RS, 2020. Disponível em: <https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=5645&id2=171053482>. Acesso em: 12 de dez. 2024.