TATIANE DO NASCIMENTO SILVA FERREIRA

Uso da Metodologia Sala de Aula Invertida para o Ensino de Potenciação e Radiciação

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

2025

TATIANE DO NASCIMENTO SILVA FERREIRA

Uso da Metodologia Sala de Aula Invertida para o Ensino de Potenciação e Radiciação

"Dissertação apresentada como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro."

Orientador: Profª. Elba Orocia Bravo Asenjo

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
2025

TATIANE DO NASCIMENTO SILVA FERREIRA

Uso da Metodologia Sala de Aula Invertida para o Ensino de Potenciação e Radiciação

"Dissertação apresentada como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro."

Aprovada em 17 de Junho de 2025.

Giselle Ribeiro de Az. S. Strey

Profª. Giselle Ribeiro de Azeredo Silva Strey
D.Sc. - SEDU/ES

Prof. Rafael Brandão de Rezende Borges
D.Sc. - UENF

Prof. Roger Ruben Huaman Huanca
D.Sc. - UENF

Profª. Elba Orocia Bravo Asenjo
D.Sc. - UENF
(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho à Santa Mãe de Deus, minha doce mãe Maria, sob o título de Nossa Senhora do Rosário de Pompeia, que me socorre em todas as minhas necessidades.

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a Deus, porque *“Dele, por ele e para ele são todas as coisas. A ele a glória por toda a eternidade! Amém.”* (Rom 11, 36).

Agradeço aos meus amados pais Jorge Gomes da Silva (*in memorian*) e Maria Lúcia do Nascimento Silva (a Sirley), meus maiores incentivadores e apoiadores. Meu querido pai vibrou muito quando soube que fui aprovada no ENA, hoje não está aqui para me dar um abraço, mas tenho certeza que estaria muito feliz e querendo saber o dia da formatura. Minha mãezinha é minha fortaleza, minha maior inspiração na vida.

Aos meus filhos, Isadora do Nascimento Silva Ferreira, que nasceu no dia da primeira prova do professor Nelson, e Ítalo do Nascimento Siva Ferreira, que chegou dois anos depois, meu agradecimento por serem o motivo para eu não recuar diante das dificuldades.

Ao meu marido, Fábio da Silva Ferreira, por me ensinar que era necessário correr atrás dos meus objetivos. Por toda paciência, ajuda e cuidado comigo e com nossos filhos.

Às minhas irmãs, Maria Auxiliadôra Silva de Souza, a primeira a se encantar com a Matemática na família, Tereza Cristina do Nascimento Silva (*in memorian*), a primeira a se encantar com o ofício de ser professor, e Heliane do Nascimento Silva, a que despertou em meu coração o sonho adormecido de fazer mestrado, meu eterno agradecimento, respeito e admiração.

Aos meus sobrinhos Cristiane de Souza Merelles, Mariana de Souza Malaquias, Elaine da Silva Teixeira Nunes, Alair Victor Silva de Andrade, Filipe da Silva Teixeira Nunes e Alice da Silva Teixeira Nunes, e, enfim, a toda minha família, meu especial agradecimento, pois eu jamais conseguiria sem vocês.

Meus sinceros agradecimentos à Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), ao PROFMAT e à UENF pela valiosa oportunidade de crescimento profissional. Estendo minha gratidão a todos os professores do PROFMAT-UENF, em especial ao professor Ausberto Silverio Castro Vera, que além de transmitir seus conhecimentos, gentilmente me auxiliou com o LaTeX, ao professor Oscar Alfredo Paz La Torre, ao professor Luis Henrique Zeferino. Registro meu reconhecimento ao ex-coordenador, professor Rigoberto Gregorio Sanabria Castro, sempre muito solícito, e ao coordenador professor Nelson Machado Barbosa, cuja dedicação e empatia são dignas de destaque.

À minha orientadora, professora Elba Orocia Bravo Asenjo, deixo minha profunda gratidão pelo acolhimento desde o início desta caminhada. Sua paciência, compreensão, disposição em me ouvir e ajudar foram essenciais, assim como a confiança, as orientações valiosas e o conhecimento generosamente partilhado. Mais do que uma orientadora, encontrei alguém que me apoiou e buscou me entender, o que foi fundamental para que este trabalho se concretizasse.

Aos amigos de curso, Fernando Simão Regly, Marcelle Dutra França Fernandes, Marcelo de Souza Santana, Paulo Victor da Silveira Amaral, Ramon Chagas Santos, Sabrina da Silva Menezes e Tayná Monteiro Coelho Freitas minha gratidão pelo companheirismo. Ninguém saltou a mão de ninguém.

Ao amigo Allan Petrilo Machado do Carmo, presente de Deus na minha vida, serei eternamente grata pela companhia e as boas conversas nessas estradas. Você não sabe o quanto foi especial para mim poder contar com a sua companhia.

À amiga Aline Mazza Vizula, agradeço imensamente pelo empréstimo dos livros, suas valiosas contribuições e apoio irrestrito.

À diretora da E. M. Santa Maria, Marcella Cardoso Monteiro de Barros, o meu muito obrigada, por todo apoio e incentivo. Agradeço à amiga, ex-professora, e colega de trabalho Iolanda Barros dos Reis, bem como todos os amigos desta escola, cuja colaboração tem contribuído significativamente para a minha prática profissional.

Ao diretor do C. E. Governador Roberto Silveira, Antonio Francisco Degli Esposti de Oliveira, pelo suporte e encorajamento, e a todos os amigos do colégio que torceram por mim, em especial, Marcus Vinicius Bastos da Silva, pela inspiração.

. Registro minha gratidão à todos os meus ex-professores, destacando a querida Maria Martha Rozeira, professora de Química no Ensino Médio, que deixou uma marca importante em minha vida acadêmica e pessoal inspirando-me com seu exemplo de dedicação e motivando-me a acreditar no meu próprio potencial.

Aos meus alunos, ex-alunos e futuros alunos pela troca de saberes.

À amiga, Maria Eugenia Araújo Silva Oliveira, pelos conselhos precisos e a todos os amigos que com suas histórias de vida são minha fonte de inspiração e motivação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

‘‘Vou persistir, continuar a esperar e crer,
mesmo quando a visão se turva e o coração só chora.
Mas, na alma, há certeza da vitória.
Vou sofrendo, mas seguindo, enquanto tantos não entendem.
Vou cantando minha história, profetizando
que eu posso, tudo posso... em Jesus!’’
Celina Borges

Resumo

O baixo desempenho de alunos retratado em avaliações internas e externas de Matemática nos chama a atenção e, dentro dessa atmosfera, as metodologias ativas de ensino-aprendizagem podem enriquecer o ensino, permitindo mais envolvimento do aluno com seu processo de aprendizagem. A Sala de Aula Invertida é uma metodologia ativa que possibilita professor e aluno terem mais tempo em sala de aula para resolver exercícios e tirar dúvidas, já que, a primeira explicação do conteúdo será realizada em casa por meio de videoaulas, com a grande vantagem de poder repetir a explicação quantas vezes achar necessário. Esta pesquisa apresenta a Sala de Aula Invertida sendo usada para trabalhar os conteúdos Potenciação e Radiciação com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Santa Maria, situada no 18º distrito do município de Campos dos Goytacazes-RJ. Foi elaborada uma sequência didática que contempla videoaulas explicativas, a serem assistidas fora do ambiente escolar, e foram selecionadas atividades desafiadoras, adaptadas à realidade da turma, para serem resolvidas em sala de aula mediadas pelo professor, com o objetivo de investigar suas contribuições para o aprendizado ativo dos estudantes. Trata-se de um estudo qualitativo, no qual foram analisados, além do desempenho dos alunos em testes, suas impressões e reações por meio de observação e questionários. Após a análise dos resultados obtidos a partir da aplicação em sala de aula, observou-se que a metodologia trabalhada proporcionou a aprendizagem esperada. Sendo assim, espera-se que esse estudo possa contribuir com a prática pedagógica de outros docentes.

Palavras-chaves: Sala de aula invertida; Potenciação; Radiciação.

Abstract

The low performance of students, as reflected in internal and external Mathematics assessments, draws our attention. Within this context, active teaching and learning methodologies can enrich instruction by allowing greater student engagement with their own learning process. The Flipped Classroom is an active methodology that enables both teachers and students to have more time in the classroom to solve exercises and clarify doubts, as the initial explanation of the content is carried out at home through video lessons, with the significant advantage of being able to repeat the explanation as many times as needed. This research presents the Flipped Classroom being used to teach Exponentiation and Radicals to 9th-grade students at Escola Municipal Santa Maria, located in the 18th district of Campos dos Goytacazes-RJ. A didactic sequence was developed, comprising explanatory video lessons to be watched outside the school environment, and challenging activities, adapted to the reality of the class, were selected to be solved in the classroom under teacher guidance, with the objective of investigating their contributions to students' active learning. This is a qualitative study, in which, in addition to analyzing students' performance in tests, their impressions and reactions were assessed through observation and questionnaires. After analyzing the results obtained from classroom implementation, it was observed that the methodology applied promoted the expected learning outcomes. Therefore, it is expected that this study may contribute to the pedagogical practice of other educators.

Key-words: Flipped classroom; Exponentiation; Radicals.

Lista de ilustrações

Lista de quadros

Lista de abreviaturas e siglas

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
OMS	Organização Mundial de Saúde
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programme for International Student Assessment
SAI	Sala de Aula Invertida
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
SEDUCT	Secretaria Municipal de Educação, Ciência e Tecnologia de Campos dos Goytacazes
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa

Sumário

Capítulo 1

Introdução

O ensino dos conteúdos Potenciação e Radiciação no Ensino Fundamental tem se mostrado desafiador. Dificuldades relacionadas à notação correta, uso de símbolos, compreensão das propriedades, resolução de exercícios e situações problemas, geram lacunas que impactam o desempenho tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio.

Os baixos resultados obtidos por estudantes brasileiros em avaliações internas e externas como o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) refletem esse cenário preocupante. Na edição de 2018, o Brasil ficou entre a 69ª e 72ª posição entre os 79 países e economias participantes. Dos seis níveis de classificação utilizados, a maioria dos estudantes brasileiros (61,8$\%$) que participaram do Pisa 2018 se encontravam no Nível 1 ou abaixo dele. Em 2022, esse desempenho não mudou muito, mantendo o país entre a 62ª e 69ª colocações (BRASIL, 2023). Considerando que o nível 2 é o mínimo para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania, segundo a OCDE, esses dados evidenciam a urgência de se repensar estratégias pedagógicas.

A importância de Potenciação e Radiciação está explicitada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1998 (BRASIL, 1998) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo que define as aprendizagens essenciais que todos os alunos da Educação Básica brasileira devem desenvolver em todas as escolas do país de maneira obrigatória(BRASIL, 2018), que introduzem esses conteúdos a partir 6º ano do Ensino Fundamental, ampliando-se progressivamente nos anos seguintes até o Ensino Médio. Esses conhecimentos são fundamentais para o entendimento de conceitos como Função Exponencial, Logaritmos, Matemática Financeira, Geometria Analítica, Trigonometria, entre outros. No entanto, é notável que muitos alunos cheguem ao final do Ensino Fundamental ou mesmo ao Ensino Médio com fragilidades significativas, como se jamais tivessem tido contato prévio com esses conteúdos.

A motivação para a escolha desta temática surgiu da experiência da autora como docente nos anos finais do Ensino Fundamental, na rede municipal de Campos dos Goytacazes – RJ, e no Ensino Médio, pela rede estadual do Rio de Janeiro, no município de Bom Jesus do Itabapoana – RJ. A recorrência de equívocos e esquecimentos por parte dos discentes, bem como a dificuldade de relacionar Potenciação e Radiciação entre si, impulsionaram a busca por alternativas metodológicas que favoreçam a compreensão e a retenção desses conceitos.

Neste contexto, este trabalho propõe investigar a aplicação da metodologia ativa Sala de Aula Invertida como estratégia para o ensino de Potenciação e Radiciação no 9º ano do Ensino Fundamental. A proposta visa contribuir para um processo de ensino mais efetivo, promovendo o protagonismo dos estudantes por meio do aprendizado ativo.

A questão que norteia esta pesquisa é: A metodologia Sala de Aula Invertida pode contribuir para o processo de ensino de Potenciação e Radiciação nos anos finais do Ensino Fundamental?

O objetivo geral é a aplicação da metodologia Sala de Aula Invertida no ensino dos conteúdos Potenciação e Radiciação, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, a fim de investigar sua contribuição para o aprendizado ativo dos estudantes.

Para atingir o objetivo geral deste trabalho, consideram-se os seguintes objetivos específicos:

i. Realizar uma pesquisa bibliográfica sobre os aspectos básicos relacionados com a Metodologia Sala de Aula Invertida.

ii. Selecionar problemas matemáticos contemplando os conteúdos Potenciação e Radiciação adaptados à realidade da escola observada.

iii. Elaborar um esquema metodológico da Sala de Aula Invertida para aplicar em sala de aula (preparação de videoaulas, práticas orientadas, etc...).

iv. Aplicar a metodologia Sala de Aula Invertida utilizando os problemas selecionados.

v. Elaborar uma análise dos resultados obtidos a partir da aplicação em sala de aula.

A aplicação da sequência didática se deu na E. M. Santa Maria, localizada em Santa Maria Campos, no município de Campos dos Goytacazes-RJ e o público-alvo foram alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Esse trabalho está organizado em 5 capítulos. Esta Introdução compõe o capítulo 1.

No capítulo 2, apresenta-se um breve histórico do Ensino da Matemática no Brasil começando pelo período colonial, com a Matemática sendo usada, principalmente, para fins militares até as tendências atuais como a inclusão das Novas Tecnologias. A seguir fala-se a respeito das metodologias ativas e do ensino híbrido, que surgiram para contribuir para um aprendizado reflexivo, crítico e interativo atendendo às novas demandas educacionais. E destaca-se a Sala de Aula Invertida (SAI) como uma metodologia ativa que propõe uma mudança na lógica da sala de aula permitindo um ensino mais personalizado. Traz-se as vantagens e também as críticas à essa metodologia. Na sequência, temos uma seção que aborda, de maneira breve, o desenvolvimento dos conteúdos Potenciação e Radiciação ao longo dos tempos, e ainda os conceitos básicos relacionados a estes conteúdos. Encerrando o capítulo apresenta-se seis trabalhos que utilizaram a metodologia Sala de Aula Invertida e/ou os conteúdos Potenciação e Radiciação. Vale ressaltar que durante o período dessa pesquisa não encontrou-se, nas bases pesquisadas, trabalhos que abordassem o uso da metodologia Sala de Aula Invertida para o ensino-aprendizagem dos conteúdos Potenciação e Radiciação com números reais.

No capítulo 3, apresenta os procedimentos metodológicos, abrangendo a caracterização da pesquisa, a descrição dos sujeitos envolvidos, os instrumentos empregados na coleta de dados, as etapas desenvolvidas.

O detalhamento do desenvolvimento da sequência didática evidenciando suas etapas e procedimentos é apresentado no capítulo 4.

E, finalmente, no capítulo 5, apresenta-se as considerações finais.

Capítulo 2

Referencial Teórico

Este capítulo apresenta a base teórica que fundamenta a pesquisa, discutindo o ensino de Matemática no Brasil e suas particularidades, com ênfase nos desafios enfrentados por professores e estudantes diante das dificuldades inerentes à disciplina. Em seguida, aborda-se o Ensino Híbrido e as Metodologias Ativas de Aprendizagem, com destaque para a Sala de Aula Invertida (SAI), uma abordagem inovadora que tem se mostrado promissora no estímulo ao engajamento e à proficiência dos alunos em Matemática. Na sequência, discute-se o ensino de Potenciação e Radiciação, apresentando definições, propriedades e exemplos fundamentais que estruturam tais conceitos, de modo a fornecer o embasamento teórico necessário para as análises posteriores. Por fim, na seção Outros Trabalhos, são apresentados estudos que dialogam diretamente com esta investigação.

2.1 O Ensino da Matemática no Brasil

No Brasil, a Educação Matemática teve início após três grandes marcos da era moderna: a Revolução Industrial (1767), a Revolução Americana (1776) e a Revolução Francesa (1789), segundo Reis et al. (2023). A partir desses momentos a preocupação com a Educação Matemática começa a ganhar espaço nas discussões da área.

Durante o período colonial e no império o ensino era tradicional, fomentado pelos jesuítas (D'AMBROSIO, 2007). A Matemática era ensinada para fins militares como a construção de fortificações e o uso de artilharia. “Era preciso ter, no Brasil, oficiais bem treinados no manuseio das peças de artilharia e com competência para construírem fortes” (VALENTE, 2008), pois as terras conquistadas precisavam ser protegidas, da mesma forma que as riquezas que dela se extraiam. Com a chegada da família real ao Brasil, em 1808, criou-se vários estabelecimentos culturais, a imprensa, entre outros.

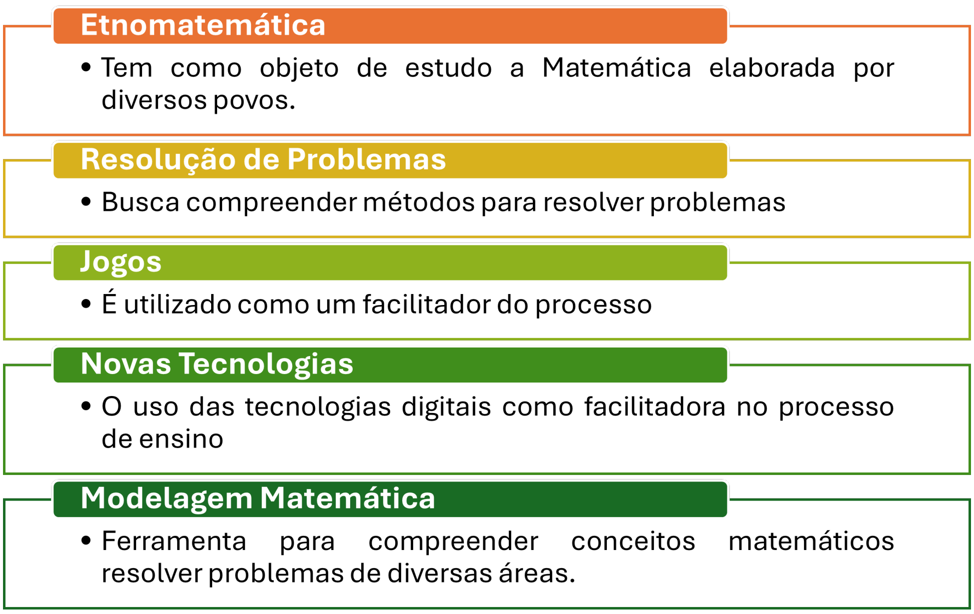
A seguir, em 1810, foi criada a primeira escola superior, Academia Real Militar da Corte no Rio de Janeiro, que em 1858 transformou-se na Escola Central e em 1974 na Escola Politécnica.

Após a Independência do Brasil, era preciso criar uma universidade para os filhos da elite brasileira, que outrora ia para Portugal estudar. Com a República houve forte influência do positivismo francês. A Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo foi criada em 1933 e logo depois a Universidade do Distrito Federal, responsáveis pelos primeiros pesquisadores modernos de Matemática no Brasil (D'AMBROSIO, 2007). Com criação do Conselho Nacional de Pesquisas em 1955 e seu Instituto de Matemática Pura e Aplicada/Impa a pesquisa matemática se desenvolveu e vem crescendo consideravelmente. A criação das faculdades de Ciências, Letras e Filosofia trouxeram os primeiros cursos de licenciatura.

O Movimento da Matemática Moderna, na década de 1960, apesar de alguns exageros, serviu para mudar, para melhor, o estilo das aulas e provas e, também introduziu coisas novas, segundo D'Ambrosio (2007). Ao longo do tempo o ensino da Matemática vem ganhando características novas, uma vez que a humanidade está em constante mutação.

Reis et al. (2023) apontam algumas tendências atuais em Educação Matemática, que estão representadas na Fig. 1:

Figura 1 – Tendências em Educação Matemática



Fonte: Acervo da pesquisa

É interessante perceber que o professor de Matemática de hoje está inserido na história do ensino da Matemática e que muito de sua prática pedagógica é inspirada na herança que outros professores vem produzindo ao longo dos tempos, na experiência que teve com seus professores enquanto aluno. Valente (2008) evidencia essa perspectiva ao mencionar que:

> O ofício de ser professor de matemática, como a maioria das profissões, é herdeiro de práticas e saberes que vêm de diferentes épocas. Amalgamados, reelaborados, descartados, transformados, eles constituem a herança através da qual é possível a produção de novos saberes e a criação de

Figura 2 – Família profissional dos professores de matemática

Fonte: COPILOT. Imagem gerada por inteligência artificial baseada em descrição do usuário. 2025.

> novas práticas presentes no cenário pedagógico atual. Afinal de contas, por que ensinamos o que ensinamos aos nossos alunos, e da maneira como ensinamos? Por que valorizamos determinadas práticas e não outras?

Nesse sentido, D'Ambrosio (2007) destaca que a Educação Matemática se constitui como um campo dinâmico, permanentemente influenciado por fatores culturais e sociais, que moldam o que se ensina e como se ensina. Allevato e Onuchic (2014) reforçam que a escolha de conteúdos e metodologias não é neutra, mas vinculada a concepções históricas e epistemológicas sobre o papel da Matemática na formação dos sujeitos.

Portanto, percebe-se que o ensinar Matemática hoje é mais um elo de uma corrente, que vem sendo construída ao longo da história. Valente (2008) faz uma analogia interessante, quando coloca os professores de Matemática como membros de uma grande família profissional, conforme pode-se observar na Fig. 2.

A figura do tataravô representa o profissional cuja a prática estava voltada para a formação militar, preocupados em ensinar quantas balas de canhão poderiam ser guardadas em determinado local, por exemplo. Que passou por dificuldades como a falta de livros, e, por isso, a necessidade de ditar os conteúdos. Já o bisavô ganhou o status de preparador para o ingresso nos cursos preparatórios do século XIX, e para o ingresso no ensino superior. O foco era ensinar a decorar os pontos necessários para se obter êxito nos exames. O avô, profissional formado nas faculdades de filosofia que surgiram nos anos de 1930, época que no Brasil começou o ensino seriado. Esse profissional, também acompanhou o nascimento da Matemática como disciplina, surgindo da fusão de aritmética, álgebra e geometria. Nos anos 1960 encontramos a figura do pai que deveria ser aquele que ia abandonar as práticas dos seus antepassados e ensinar a Matemática Moderna, que revolucionaria com as aulas de conjuntos e estruturas algébricas. O profissional de hoje guarda toda essa ancestralidade e, enquanto vai construindo sua história, pode perceber traços de seus antepassados profissionais.

> Tataranetos do profissional militar, bisnetos do preparador de cursinhos, netos do que pensa a matemática como unidade e filhos de um desencantado modo de ver a matemática como moderna, seguimos o nosso caminho profissional na expectativa de melhor utilizar a herança que esses parentes nos deixaram profissionalmente, construindo novas práticas e saberes com esse legado (VALENTE, 2008, p. 23).

Reconhece-se a relevância de uma análise crítica e contextualizada das opções pedagógicas no âmbito da Educação Matemática, compreendendo que o ensino desta disciplina se edifica na complexa inter-relação entre a tradição e a inovação.

2.2 O Ensino Híbrido e as Metodologias Ativas

Um dos maiores desafios aos educadores contemporâneos é aprender a ensinar crianças e adolescentes, em um ambiente escolar que seja inclusivo para todos. Considerar as culturas e costumes dos educandos, permite que alunos vindos de diversos locais, possam chegar ao Ensino Fundamental, Médio e Superior com habilidades adquiridas, de maneiras que vão além da aprendizagem tradicional. A utilização de métodos que acolham e incluam os alunos e a utilização de ferramentas adequadas, são estratégias que possibilitam um caminho para um ensino-aprendizagem de qualidade (RIBEIRO, 2021). Destaca-se que, as transformações que ocorrem na sociedade, decorrentes das novas tecnologias, vão exigir dos educadores suportes pedagógicos que antes não existiam. O papel do professor e do estudante sofre mudanças, além de trazer novos significados no que se refere ao ensino e aprendizagem (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015).

Os mesmos autores destacam que o ensino híbrido se configura como uma combinação metodológica, que impacta na ação do professor em situações de ensino e na ação dos estudantes em situações de aprendizagem. E que o seu conceito evoluiu para abarcar um conjunto muito mais rico de estratégias ou dimensões de aprendizagem, ampliando o que seria o uso original do termo, enfatizando que é possível encontrar diferentes definições para ensino híbrido na literatura. Porém, todas apresentam, de forma geral, dois ambientes de aprendizagem que se complementam, a sala de aula tradicional e o espaço virtual. Além da interação entre o grupo no ambiente físico ocorre o uso de variadas tecnologias digitais. Os autores explicam que:

> A educação é híbrida também porque acontece no contexto de uma sociedade imperfeita, contraditória em suas políticas e em seus modelos, entre os ideais afirmados e as práticas efetuadas; muitas das competências socioemocionais e valores apregoados não são coerentes com o comportamento cotidiano de uma parte dos gestores, docentes, alunos e famílias (BACICH; NETO; TREVISANI, 2015).

Uma ferramenta muito utilizada atualmente, principalmente, no que tange ao ensino híbrido, são os recursos ou tecnologias digitais. Esses recursos possibilitam que ocorram novas metodologias de ensino, saindo do método de ensino tradicional, trazendo a atenção do aluno. Esses recursos também possibilitam um ensino que não seja totalmente presencial, podendo ministrar algumas disciplinas ou atividades de forma online ou remota. Para Bacich, Neto e Trevisani (2015)

> Outra ferramenta que facilita bastante a metodologia de ensino híbrido é o acompanhamento do domínio de habilidades por meio de plataformas adaptativas, programadas para identificar o desempenho cognitivo de alunos em determinadas disciplinas. Tais plataformas utilizam dados para promover instrução com retorno e correção em tempo real. Os dados acumulados personalizam o conteúdo disponibilizado ao aluno e geram relatórios de acompanhamento para os professores.

Como plataformas adaptativas pode-se citar, por exemplo, *geekie*, *khan academy*, *smartsparrow*. Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), por exemplo, *Moodle* e Edmodo, *Google Classroom*.

Foi devido a essas novas demandas, que surgiram as metodologias ativas, com o intuito de proporcionar o aprender a aprender aos alunos, permitindo que haja uma aprendizagem pautada na pedagogia reflexiva, crítica e interativa (ZALUSKI; OLIVEIRA, 2018). De acordo com Barros (2021), cada vez mais as metodologias ativas estão ganhando espaço e força frente a sociedade atual. Com o uso da tecnologia cada vez mais presente no cotidiano dos alunos, e também, no cotidiano escolar, os alunos estão mais interessados nos novos métodos de ensino. Para o autor, é importante o uso de metodologias ativas, pois, ainda que uma aula expositiva prenda a atenção dos alunos, pode não prender de todos, devendo considerar que nem todos possuem a capacidade de se manter atentos todo o tempo.

No que se refere ao uso de metodologias, é necessário destacar que, muitas vezes a raiz do problema não se encontra no aluno e em sua falta de atenção, mas sim, na metodologia que o professor segue. “A formação de professores de Matemática é, portanto, um dos grandes desafios para o futuro” (D’AMBROSIO, 2007).

É fundamental que o professor busque atualizar-se constantemente, visando aprimorar sua prática docente e familiarizar-se com novas metodologias, que possam contribuir para o sucesso dos trabalhos em sala de aula.

> Não há dúvida quanto à importância do professor no processo educativo. Fala-se e propõe-se tanto educação a distância quanto outras utilizações de tecnologia na educação, mas nada substituirá o professor. Todos esses serão meios auxiliares para o professor. Mas, o professor, incapaz de se utilizar desses meios, não terá espaço na educação(D'AMBROSIO, 2007).

Zaluski e Oliveira (2018) enfatizam que, as estratégias utilizadas para a promoção da aprendizagem ativa dos alunos, podem ser caracterizadas como "atividades que ocupam o aluno em fazer alguma coisa e, ao mesmo tempo, o leva a pensar sobre as coisas que está fazendo". Dessa forma, para que o aluno possua uma capacidade de desenvolvimento ativo, no processo de aprendizagem, é necessário que ele leia, escreva, questione, discuta, ou que se ocupe na resolução de problemas ou em projetos. O aluno deve estar atento a tarefas que estimulem seu senso de análise, síntese e avaliação.

As metodologias ativas se mostram como um novo conceito educacional, colocando o aluno como principal agente de aprendizado, na qual, por meio dela, receberá estímulos em relação ao seu senso crítico e de reflexão, impulsionados por seus professores, levando-os a ter um aprendizado participativo em relação às atividades propostas. Destaca-se que, quando os alunos passam a ser sujeitos ativos nas atividades do dia a dia escolar, a colaboração traz uma fluidez à sala de aula, permitindo uma melhor aprendizagem.

Como metodologias ativas pode-se citar Rotação por Estações, Sala de Aula Invertida, Gamificação, Aprendizagem Baseada em Projetos, Estudo de Caso, Resolução de Problemas, Instrução por pares. A concepção da metodologia ativa é centrada no aluno, e as novas tendências educacionais buscam trazer uma inovação pedagógica, que acompanhem o desenvolvimento da sociedade. Durante o processo da metodologia ativa, o aluno fica envolvido com o processo de construção e desenvolvimento da atividade, ele atua mesmo sem perceber, no seu processo de aprendizagem enquanto o professor tem o papel de orientador, mediador dos resultados e discussões apresentadas pelos alunos, nos resultados das atividades (ZALUSKI; OLIVEIRA, 2018).

Um dos propósitos da metodologia ativa é que o professor crie mecanismos para que seus alunos busquem alcançar a aprendizagem (BARROS, 2021).

2.3 A Sala de Aula Invertida

Dentre as metodologias ativas de aprendizagem existentes, escolheu-se a Sala de Aula Invertida (SAI), em inglês, *Flipped Classroom*, para esse estudo. Tal abordagem baseia-se em inverter a lógica da sala de aula tradicional, permitindo que o tempo junto ao professor seja aproveitado para resolver exercícios e tirar dúvidas, enquanto a teoria e os conceitos podem ser aprendidos pelo aluno em casa (Fig. 3), no seu próprio ritmo.

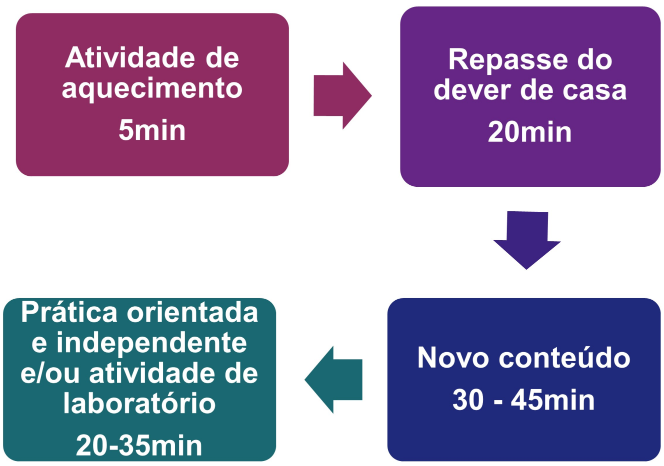
Bergmann e Sams (2021, p. 11) definem que "o conceito de sala de aula invertida é

Figura 3 – Representação de um adolescente estudante em casa

Fonte: gerada por IA. Plataforma DALL·E 3. Em 12 de junho de 2024.

o seguinte: o que tradicionalmente é feito em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula". Pode-se observar na Fig.4 uma ideia de como fica a distribuição do tempo na sala de aula tradicional.

Figura 4 – Uso do tempo na sala de aula tradicional

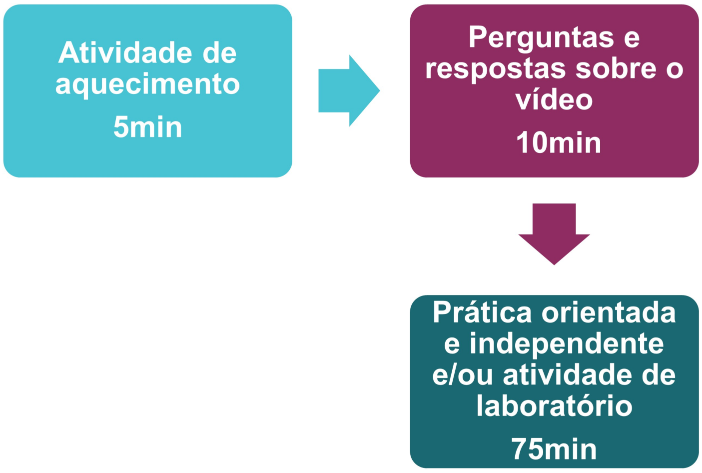


Fonte: Adaptado de Bergmann e Sams (2021, p. 13).

Já na SAI, como se pode ver na Fig. 5, tempo em sala de aula pode ser dedicado a atividades sob a orientação do professor.

A grande vantagem dessa metodologia é o fato dos alunos poderem controlar o ritmo de sua aprendizagem em casa: avançando, retrocedendo ou, pausando um vídeo,

Figura 5 – Uso do tempo na sala de aula invertida



Fonte: Adaptado de Bergmann e Sams (2021, p. 13).

por exemplo, quantas vezes forem necessárias. Para Bergmann e Sams (2021), o uso da SAI possibilita que o professor faça uma diferenciação no que se refere ao ensino para cada aluno, considerando o ritmo da aula e o atendimento às condições individuais de cada aluno. Assim, o educando passa a ter mais controle do seu aprendizado, pois ele decide qual o melhor momento para assistir as videoaulas, se vai fazer interrupções, ou assistir tudo de uma vez, se faz anotações enquanto assiste ou depois de assistir. Esse método proporciona melhor compreensão das dificuldades individuais em sala de aula, identificando problemas e falhas na aprendizagem, bem como possibilita que esse problema seja solucionado. A proposta de realizar as atividades mais complexas em sala de aula possibilita ao professor observar mais de perto cada aluno. Segundo os autores, a SAI transformou a metodologia de diversos professores, justamente por esse método possibilitar o atendimento às necessidades de cada aluno. A SAI também possibilita que os professores trabalhem com gravações, slides, e softwares; fato que pode facilitar os estudos em casos de falta do aluno e perda de conteúdos ministrados, necessidade de rever algum assunto, refazer atividades ou se preparar para os exames.

Não queremos entrar na discussão a respeito da eficácia ou ineficácia do dever de casa na aprendizagem, mas não podemos fechar os olhos à essa realidade das nossas escolas. Algumas vezes, o professor passa dever de casa porque sempre foi feito assim, alguns até associam a ideia de que o bom educador é aquele que passa muito dever de casa. Outros, chegam a adotar tal prática como um instrumento de controle sobre os educandos. De acordo com Bergmann (2018), muitos alunos voltam para a sala de aula sem concluírem tais tarefas o que pode acontecer por vários motivos. No modelo de aula tradicional, o professor passa a maior parte do tempo ensinando a lembrar e entender enquanto os alunos, em casa, realizam ações mais complexas como: aplicar, analisar, avaliar e criar. Com a SAI, o dever de casa é invertido, portanto, a “parte mais fácil” fica para casa, onde muitas vezes os pais não têm tempo e nem experiência para auxiliar os filhos ou alguém a quem delegar esse papel. E, para parte que exige mais, eles poderão contar com a presença e auxílio do professor. “O “trabalho difícil” é feito na presença do recurso mais valioso em qualquer sala de aula – o especialista: o professor!” (BERGMANN, 2018, p. 9).

Horn, Staker e Christensen (2015) levantam uma questão pertinente sobre a eficácia de substituir o tempo de lição de casa pelo tempo de aula expositiva como estratégia para melhorar a aprendizagem dos estudantes. Eles argumentam que, mesmo com essa substituição os estudantes podem continuar aprendendo por meio de aulas expositivas em versões *on-line*, o que pode não levar à uma melhoria significativa na aprendizagem. Todavia, os próprios autores trazem que a diferença fundamental entre um modelo e outro é que o tempo em sala de aula não é mais usado de forma passiva, recebendo informações e sim, interagindo com professor e colegas, buscando soluções para as atividades propostas. Uma aprendizagem ativa, que já tem comprovações científicas de ser mais eficaz que a aprendizagem passiva. Também ressaltam que durante uma aula expositiva em tempo real, quando um aluno não entende bem o que é explicado tem pouco a se fazer. Nesse contexto, a SAI pode oferecer vantagens significativas como ter autonomia para acelerar, retroceder ou pausar “o professor” quantas vezes julgar necessário, a explicação vai estar sempre ao seu alcance, além disso, os alunos podem se preparar previamente para as aulas, o que os coloca como protagonistas do processo. No que se diz respeito ao professor, as aulas invertidas precisam ser bem planejadas assim como as tradicionais.

Ao implementar a SAI, Bergmann e Sams (2021) julgam que a tarefa mais difícil é produzir ou encontrar vídeos de alta qualidade que contemplem os conteúdos. Os autores afirmam que usar vídeos de outros professores pode ser a melhor opção, principalmente, para quem está começando a inverter a sala de aula, dentre os motivos para tal escolha pode-se destacar:

- o professor não dispõe de tempo para produzir os próprios vídeos;
- o professor tem dificuldade com a tecnologia ou não se expressa bem diante de uma tela;
- existem muitos vídeos de alta qualidade, com efeitos de animação e gratuitos disponíveis.

Como alternativa ao uso de gravações de terceiros, a produção de vídeos próprios não precisa, necessariamente, estar vinculada às aulas presenciais. Os autores relatam a utilização de um programa de captura de tela capaz de registrar, simultaneamente, a tela, a voz e a imagem do professor por meio de uma *webcam*. Destacam, ainda, que a utilização da caneta digital constitui um recurso relevante, sobretudo em aulas voltadas à resolução de problemas matemáticos.

> Vídeos criados pelo professor são mais eficazes porque o ensino tem a ver inerentemente com interação humana. Os alunos não conhecem nem se conectam com a pessoa que criou um vídeo *on-line*. Os professores conhecem melhor seus alunos.(BERGMANN, 2018, p. 39)

Optando por uma forma ou outra de conseguir os vídeos, Bergmann (2018) frisa que um vídeo invertido deve ser curto, também deve ter uma finalidade específica e ser significativo para o aluno e até divertido, mas admite que nem todo dever de casa vai ser significativo para todos os alunos. Portanto, o professor deve antes se preocupar que ele tenha finalidade.

Da mesma forma que existem alunos que não fazem o dever de casa nos modelos de aula tradicionais, utilizando a SAI, também podem haver casos de alunos que não assistirão as videoaulas. Tal atitude corresponde a faltar aula no modelo tradicional, pois o aluno chegará despreparado para a aula e inapto a realizar as atividades. Bergmann (2018) afirma que se deve cobrar responsabilidade desse aluno, sob o risco de desanimar os outros que se comprometeram. O aluno até poderá assistir ao vídeo na sala de aula, enquanto o professor interage com os demais, e nesse caso, sua atividades ficarão para serem realizadas em casa. É fundamental que se promova oportunidade para que o educando perceba o tempo que perdeu em sala de aula, e que não poderá contar com a presença do professor para realizar as tarefas de aula que por sua vez ficou para ser realizada em casa. Outras medidas podem ser implementadas como conversa com os responsáveis ou com o próprio aluno, por exemplo.

Uma crítica a esse modo de aprendizagem é a respeito de se aumentar o tempo de permanência em frente às telas, porém em uma pesquisa realizada por Bergmann (2018), apenas 15% dos 2344 alunos participantes, em sua maioria dos Estados Unidos, consideraram que aumentaram seu tempo diante das telas, significativamente.

Valério e Moreira (2018) apresentam em Sete Críticas à Sala de Aula Invertida algumas ponderações que podemos ver a seguir:

- Crise de identidade — questionam que falta uma demarcação histórica e que há divergências entre os autores.
- Não há inovações — argumentam que a SAI se baseia em propostas pedagógicas já conhecidas.
- Anarquismo pedagógico — mencionam falta de clareza quanto ao referencial pedagógico que sustenta a SAI.
- Pesquisas insuficientes — destacam a necessidade de pesquisas mais robustas e amplas que sustentem a eficácia do modelo.

- Resultados divergentes — mostram estudos que apontam que os benefícios da SAI estejam mais relacionados à aprendizagem ativa do que ao estudo prévio.
- Riscos didáticos — mostra preocupação de que a SAI leve a simplificação dos conteúdos para que os mesmos sejam viáveis ao ensino híbrido e os desafios de autogerenciar sua experiência de aprendizagem.
- Interesses não pedagógicos — Sugerem que podem haver interesses econômicos por trás da popularização da SAI.

Contudo, concluem que a SAI é um fenômeno contemporâneo e que possui, sim, um potencial transformador.

2.4 A Potenciação e a Radiciação

Segundo registros, as primeiras referências relacionadas a potenciação foram encontradas em um papiro egípcio do Império Médio (cerca de 2100-1580 a.C.). Nesse papiro, usaram um par de pernas como símbolo para o quadrado de um número (PONTE; OLIVEIRA, 1999). Uma antiga tábua de argila, conhecida como tábua de Larsa, revela que os babilônios já conheciam a noção de potência.

Atribui-se a Hipócrates de Quio (470 a.C.) a utilização da palavra potência no contexto da Matemática, seu significado inicial referia-se apenas a potências de expoente dois. Com o advento da álgebra sincopada na qual abrevia-se a escrita de números e operações, a representação de potências ganhou espaço. Ao longo do tempo, o conceito e significado de potência vem se desenvolvendo com contribuição de diversos matemáticos até chegar ao que conhecemos hoje.

“A potenciação está presente em situações de cálculo numérico, algébrico e geométrico. É fundamental saber interpretá-la nessas várias situações” Júnior e Castrucci (2018, p. 59). O autor salienta que se algum aluno tenta resolver uma potenciação multiplicando a base pelo expoente, provavelmente ainda não compreendeu o conceito de potenciação ou não sabe identificar cada um dos termos da operação e o significado deles.

A radiciação é definida como a operação inversa à potenciação, sendo assim, usada para representar de forma diferente, uma potência com expoente fracionário.

Não se sabe ao certo acerca do símbolo (radical), há registros que o símbolo $\surd$ veio do r da palavra *radix*, sem o traço horizontal que só foi acrescentado mais tarde, e que foi introduzido pelo matemático alemão Christoph Rudolff no século XVI. Há indícios de que técnicas de radiciação já eram usadas pelos antigos babilônios há mais de 4000 anos.

O ensino dos conteúdos de Potenciação e Radiciação são contemplados na BNCC e perpassa por todos os anos finais do Ensino Fundamental, tendo o seu grau de complexidade aumentado ao longo dos anos.

As definições, propriedades, observações, exemplos, sobre Potenciação e Radiciação apresentadas a seguir foram retiradas de Dante (2016), Pesco e Arnaut (2013), Domingues, Bento e Silva (2016), Iezzi, Dolce e Murakami (2013) e Iezzi et al. (2013).

2.5 Potência de Expoente Natural

Definição 2.1. *Seja a um número real e n um número natural. A potência a^n é definida como sendo o produto:*

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ vezes}}$$

Os números a é chamado de *base* e n é chamado de *expoente*.

Dessa definição decorre que:

$a^2 = a \cdot a$, $a^3 = a \cdot a \cdot a$, $a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a$, etc.

Observações

- $0^n = 0$
- Se $a \neq 0$, então a^n é sempre não nulo
- $a^1 = a$
- $a^0 = 1$

Exemplo 2.1. $2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$

Exemplo 2.2. $(1,5)^3 = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 3,375$

Propriedades da Potenciação com Expoente Natural

Dados dois números reais a, b e dois números naturais não nulos m, n, valem as propriedades a seguir:

P1: Produto de potências de mesma base

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

ou seja, preserva-se a base e soma-se os expoentes. A justificativa é simples, pois como

$$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ vezes}} \qquad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ vezes}}$$

Segue que:

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= \underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ vezes}} \cdot \underbrace{a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ vezes}} \\ &= \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m+n \text{ vezes}} \\ &= a^{m+n} \end{aligned}$$

Exemplo 2.3. *Exemplo:*

$$2^3 \cdot 2^2 = (2 \cdot 2 \cdot 2)(2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5 = 2^{3+2}$$

Essa propriedade continua válida para um número qualquer de fatores, isto é: $a^{n_1} \cdot a^{n_2} \ldots a^{n_k} = a^{n_1+n_2+n_1+\ldots+n_k}$

Exemplo 2.4. *Exemplo:*

$$2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 = 2^{2+3+5} = 2^{10}$$

P2: Quociente de potências de mesma base

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \quad (a \neq 0 \text{ e} m \geq n)$$

ou seja, pode ser calculado conservando-se as bases e subtraindo os expoentes.

- Se $m > n$:

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{m\text{vezes}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{vezes}}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m-n\text{vezes}} = a^{m-n}$$

- Se $m = n$:

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{m \text{ vezes}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ vezes}}} = \underset{\text{divisão de números iguais}}{\underset{\downarrow}{1}} = a^0 = a^{m-m} = a^{m-n}$$

Exemplo 2.5.

$$\frac{7^5}{7^2} = \frac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7} = 7^{5-2} = 7^3$$

Exemplo 2.6.

$$\frac{11^2}{11^2} = \frac{11 \cdot 11}{11 \cdot 11} = 11^{2-2} = 11^0 = 1$$

P3: Potência de potência

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

ou seja, conserva-se a base e multiplica os expoentes. Essa propriedade é consequência direta da **P1**. Considerando o produto de n fatores iguais a a^m, segue que:

$$(a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m) = (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Exemplo 2.7. *Exemplo:*

$$5^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3 \cdot 5^3 = 5^{3+3+3+3} = 5^{4 \cdot 3} = 5^{12}$$

P4: Produto de potência com mesmo expoente

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Para multiplicar, mantém-se o expoente e multiplicam-se as bases. Uma forma simples de justificar a validade dessa propriedade é observar que:

$$a^n \cdot b^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ vezes}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{n \text{ vezes}}$$

Ou seja:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Exemplo 2.8.

$$(3 \cdot 5)^2 = (3 \cdot 5)(3 \cdot 5) = 3^2 \cdot 5^2$$

P5:Quociente de potência com mesma base

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Para dividir, mantém-se o expoente e dividem-se as bases. Da mesma forma, podemos justificar a propriedade observando que:

$$\frac{a^n}{b^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{}_{n \text{ vezes}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot \ldots \cdot b}_{n \text{ vezes}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Exemplo 2.9.

$$\frac{9^2}{5^2} = \frac{9 \cdot 9}{5 \cdot 5} = \frac{9}{5} \cdot \frac{9}{5} = \left(\frac{9}{5}\right)^2$$

Observação:

0^0 não tem sentido matemático. É o que chamamos de uma indeterminação. Nas disciplinas de Cálculo pode-se entender um pouco mais o porquê da impossibilidade de dar sentido numérico a 0^0.

2.6 Potência de Expoente Inteiro Negativo

Definição 2.2. *Dado um número real a, não nulo, e um número n natural, define-de a potência a^{-n} pela relação*

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$$

isto é, a potência de base real, não nula, e expoente inteiro negativo é definida como o inverso da correspondente potência de inteiro positivo.

Para uma melhor visualização vamos aplicar aqui a **P2** das potências com expoentes naturais. Considere a, m e n números naturais não nulos e, $m < n$, então:

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a} = \frac{1}{a^{n-m}} = a^{m-n}$$

Exemplo 2.10. $\frac{(2/5)^3}{(2/5)^5} = (2/5)^{3-5} = (2/5)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$

Propriedades da Potenciação com Expoente Inteiro Negativo

As cinco propriedades enunciadas para potências de expoente natural são válidas para expoente inteiro negativo, quaisquer que sejam os valores dos expoentes m e n inteiros.

2.7 Potência de Expoente Racional

Definição 2.3. *Dados um número real positivo a, um número inteiro m e um número natural $n \geq 1$, chama-se potência de base a e expoente $\frac{m}{n}$ à raiz enésima de a^m:*

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Definição especial

Se $m > 0$, define-se:

$$0^{\frac{m}{n}} = 0$$

Exemplo 2.11. $(-8)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-8)^2} = \sqrt[3]{64} = 4$

Propriedades das Potências com Expoente Racional

Sejam a e b reais positivos, e $p, q, s \in \mathbb{Q}$. Valem as seguintes propriedades:

1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
2. $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$
3. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$
4. $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$
5. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^p = \dfrac{a^p}{b^p}$
6. $a^0 = 1 \quad$ (para $a \neq 0$)
7. $a^{-p} = \dfrac{1}{a^p}$
8. $\dfrac{1}{a^{-p}} = a^p$

2.8 Potência de Expoente Irracional

Vamos agora dar significado às potências do tipo a^x, em que $a \in \mathbb{R}_+^*$ e o expoente x é um número irracional.

Por exemplo:

$$2^{\sqrt{2}}, \quad 2^{\sqrt{5}}, \quad 10^{\sqrt{3}}, \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)^{\sqrt{7}}, \quad 4^{-\sqrt{5}}, \ldots$$

Seja a potência $2^{\sqrt{2}}$.

Como $\sqrt{2}$ é irracional, vamos considerar aproximações racionais para esse número por falta e por excesso e, com auxílio de uma calculadora científica, obter o valor das potências de expoentes racionais:

$$\sqrt{2} \approx 1,41421356\ldots$$

$2^1 = 2$	$2^2 = 4$
$2^{1,4} \approx 2,639$	$2^{1,5} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,828$
$2^{1,41} \approx 2,657$	$2^{1,42} \approx 2,675$
$2^{1,414} \approx 2,6647$	$2^{1,415} \approx 2,6665$
$2^{1,4142} \approx 2,6651$	$2^{1,4143} \approx 2,6653$
$\vdots$	$\vdots$

Note que, à medida que os expoentes se aproximam de $\sqrt{2}$ por valores racionais, tanto por falta quanto por excesso, os valores das potências tendem a um mesmo valor, definido por $2^{\sqrt{2}}$, que é aproximadamente igual a $2,665$.

2.9 Potência de Expoente Real

Seja $a \in \mathbb{R},\ a > 0$.

Já estudamos os diferentes tipos de potências a^x com x racional ou irracional.

Em qualquer caso, $a > 0$, isto é, toda potência de base real positiva e expoente real é um número positivo.

Para essas potências, continuam válidas todas as propriedades apresentadas nos itens anteriores.

Observação: Quando $a = 0$ ou $a < 0$, algumas potências de base a estão definidas em $\mathbb{R}$ e outras não.

Por exemplo:

a) $0^3 = 0$

b) $0^{-2} = \frac{1}{0} \notin \mathbb{R}$

c) $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = -2$

d) $(-9)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-9} \notin \mathbb{R}$

2.10 Radiciação

Definição 2.4. *Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}$. define-se a raiz enésima de a da forma*

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Longleftrightarrow \quad b^n = a,$$

sendo que o número b é único e:

- *se n for par $\Longrightarrow \quad a \geq 0 \quad \Longrightarrow \quad b \geq 0$;*
- *se n for ímpar e $a < 0 \quad \Longrightarrow \quad b < 0$;*
- *se $a \geq 0 \quad \Longrightarrow \quad b \geq 0\ \ \forall n \in \mathbb{N}$.*

No símbolo $\sqrt[n]{a}$, dizemos que:

- $\sqrt{}$ é o **radical**

- a é o **radicando**
- n é o **índice da raiz**

Observação

1. Pela Definição segue que a raiz de índice 1 de a é igual ao próprio a, ou seja,

$$\sqrt[1]{a} = a.$$

   Esse tipo de raiz geralmente não é utilizada e, às vezes, nem é considerada na definição.

2. Para a raiz de índice 2, denominada *raiz quadrada*, é muito comum não apresentar esse índice de forma explícita, isto é,

$$\sqrt[2]{a} \quad \text{é geralmente representada como} \quad \sqrt{a}.$$

3. Uma raiz de índice 3 é denominada *raiz cúbica*, de índice 4 é *raiz quarta*, de índice 5 é *raiz quinta* e assim sucessivamente.

Exemplo 2.12. *Observe os valores calculados para as raízes apresentadas:*

a) $\sqrt{9} = 3,$ *pois* $3^2 = 9.$ *Ou seja, a raiz quadrada de* 9 *é igual a* $3.$

b) $\sqrt[3]{8} = 2,$ *já que* $2^3 = 8.$ *Isto é, a raiz cúbica de* 8 *é igual a* $2.$

c) $\sqrt[3]{-8} = -2,$ *já que* $(-2)^3 = -8.$

Observação *É comum algumas pessoas confundirem e considerarem, por exemplo, que* $\sqrt{4} = \pm 2$*. Isso porque, pensam apenas que a raiz quadrada de* 4 *deve ser o número que elevado ao quadrado resulte em* 4*, e tanto* 2 *quanto* -2 *possuem essa característica. Contudo, a definição é clara em garantir que qualquer raiz enésima de um número não negativo será sempre não negativa. Isso garante que* 2 *é o único resultado para* $\sqrt{4}$*.*

Uma definição que ajuda a garantir que esse tipo de confusão não aconteça é escrever a Definição, na parte relacionada ao caso onde o índice da raiz é par, da seguinte forma:

Definição 2.5. *Se* n *é par e* $a \in \mathbb{R}$*, então*

$$\sqrt[n]{a^n} = |a| = \begin{cases} -a, & \text{se } a < 0, \\ a, & \text{se } a \geq 0. \end{cases}$$

Dados um número real positivo a, um número inteiro m e um número natural $n \geq 1$, chama-se potência de base a e expoente $\frac{m}{n}$ à raiz enésima aritmética de a^m:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Definição especial

Sendo $m > 0$, define-se:

$$0^{\frac{m}{n}} = 0$$

Exemplo 2.13.

$$\begin{aligned}
5^{\frac{2}{1}} &= 25 \\
(-8)^{\frac{2}{3}} &= \sqrt[3]{(-8)^2} = \sqrt[3]{64} = 4 \\
64^{-\frac{1}{3}} &= \frac{1}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{4} \\
8^{\frac{2}{3}} &= \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4 \\
2^{\frac{3}{2}} &= \sqrt{2^3} = \sqrt{8} \\
1^{\frac{7}{1}} &= 1 \\
0^{\frac{3}{1}} &= 0 \\
100^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{100} = 10 \\
100^{-\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}
\end{aligned}$$

2.10.1 Propriedades dos Radicais

Considerando que todas as propriedades para potências de expoente inteiro são válidas para expoente racional, é possível justificar as principais propriedades para radicais.

Considere, então, $a, b \in \mathbb{R}$, $m, n, t \in \mathbb{N}$ e os radicais $\sqrt[n]{a}$ e $\sqrt[n]{b}$. Então, tem-se que:

P1. Produto de radicais de mesmo índice

O produto entre os radicais é

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = (ab)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{ab}.$$

Portanto,

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}}$$

Então, na multiplicação de radicais de mesmo índice, pode-se conservar o índice e multiplicar os radicandos.

P2. Quociente de radicais de mesmo índice

O quociente entre eles pode ser expresso por

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Então,

$$\boxed{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\tfrac{a}{b}}, \quad b \neq 0}$$

Logo, na divisão de radicais de mesmo índice, pode-se conservar o índice e dividir os radicandos, obviamente com $b \neq 0$.

P3. Potência cuja base é um radical

Consideremos o radical $\sqrt[n]{a}$ como base da potência de expoente m. Então,

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Logo,

$$\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}}$$

Sendo assim, elevar um radical a um expoente m é equivalente a elevar o radicando a m.

Exemplo 2.14. *(a)* $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{5 \cdot 5^2} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

(b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 50} = \sqrt{100} = 10$

(c) Se $x, y \in \mathbb{R}$*, então* $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{9xy} = 3\sqrt{xy}$

(d) $\dfrac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$

(e) $(\sqrt{7})^5 = \sqrt{7^5}$

(f) $(\sqrt[4]{3})^4 = \sqrt[4]{3^4} = 3$

(g) $(\sqrt[6]{2})^{-2} = \sqrt[6]{2^{-2}}$

(h) $\sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt[3]{27} = -2 \cdot 3 = -6 = \sqrt[3]{-8 \cdot 27} = \sqrt[3]{-216}$

P4. Raiz de raiz

Observe que $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$ pode ser reescrita como

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n]{a^{\frac{1}{m}}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}$$

Então,

$$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}}$$

Portanto, para obter a raiz de uma raiz, pode-se conservar o radicando e multiplicar seus índices.

P5. Simplificação de radicais

Considere a raiz enésima da potência a^m. Então,

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n \cdot t]{a^{m \cdot t}}$$

Observação: Ao multiplicar ou dividir o índice da raiz e o expoente do radicando por um mesmo valor inteiro positivo t, o valor da expressão não se altera.

Exemplo 2.15. *a)* $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3\cdot 2]{4^{1\cdot 2}} = \sqrt[6]{4^2}$

b) $\sqrt[20]{5^8} = \sqrt[\frac{20}{4}]{5^{\frac{8}{4}}} = \sqrt[5]{5^2}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{2^6} = \sqrt[\frac{6}{6}]{2^{\frac{6}{6}}} = 2$

2.10.2 Redução de radicais ao mesmo índice

Em operações de multiplicação e divisão de radicais, é necessário que eles possuam o mesmo índice, conforme já vimos nas propriedades P1 e P2 de radicais. Sendo assim, dados dois ou mais radicais, é importante sabermos como obter radicais equivalentes a cada um deles, que possuam o mesmo índice.

Uma forma de se fazer isso é calcular o MMC (mínimo múltiplo comum) dos índices envolvidos, e com isso obter radicais que tenham esse índice. Logo após, deve-se dividir o MMC por cada índice. Com esse resultado, eleva-se o fator que deve ser multiplicado pelo radicando e pelos expoentes de cada fator no radicando. Para facilitar o entendimento, vejamos alguns exemplos:

Exemplo 2.16. *Observe a redução de cada par (ou trio) de radicais ao mesmo índice.*

a) $\sqrt[3]{x^5}$ *e* $\sqrt[5]{x^4}$*. Como os índices dos radicais são 3 e 5, deve-se obter o MMC desses dois valores: mmc*$(3,5) = 15$.

Logo, o próximo passo será multiplicar os índices e os expoentes dos termos dos radicandos de $\sqrt[3]{x^5}$ *e* $\sqrt[5]{x^4}$ *por 5 e 3 respectivamente, que são os fatores que faltam para que os índices dos radicais sejam 15:*

$$\sqrt[3\cdot 5]{x^{5\cdot 5}} = \sqrt[15]{x^{25}} \quad \textit{e} \quad \sqrt[5\cdot 3]{x^{4\cdot 3}} = \sqrt[15]{x^{12}}$$

b) $\sqrt[6]{a^2}, \sqrt[3]{x^2}$*e*$\sqrt[4]{y^5}$ *são respectivamente equivalentes a:*

$$\sqrt[12]{a^4}, \quad \sqrt[12]{x^8}, \quad \textit{e} \quad \sqrt[12]{y^{15}}$$

2.10.3 Racionalização de denominadores

Seja uma fração que tenha em seu denominador um número irracional da forma $\sqrt[n]{a^m}$. Racionalizar esse denominador não é nada mais do que obter uma nova fração, equivalente à primeira, e que possua denominador racional.

Essa prática é comum, embora não seja obrigatória, pois em situações do cotidiano, é mais conveniente apresentar um número racional do que um irracional (sobretudo quando não existiam calculadoras). Para se obter essa nova fração, é preciso multiplicar numerador e denominador por um fator que torne o denominador racional. Esse fator pode ser obtido de várias maneiras, como, por exemplo: propriedades de radicais e produtos notáveis.

Vejamos:

2.10.3.1 Frações com denominadores do tipo $\sqrt{a}$

Seja a fração $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. Ao racionalizarmos esse denominador, $\sqrt{5}$, devemos pensar em escrever o número 1 de forma que, ao se efetuar a multiplicação dessa fração por 1, o denominador se torne racional.

Observe que, se multiplicarmos apenas o denominador pela própria $\sqrt{5}$, teremos:

$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5 \in \mathbb{Q}$$

Logo, escrevemos:

$$1 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

E teremos:

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Sendo assim, a nova fração obtida é equivalente à primeira, mas apresenta denominador racional, e o número $\sqrt{5}$ é chamado de **fator de racionalização** ou **racionalizante**.

A racionalização de $\dfrac{3+\sqrt{2}}{7\sqrt{2}}$ se faz da seguinte forma:

$$\frac{3+\sqrt{2}}{7\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}+\sqrt{4}}{7\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}+2}{7\cdot 2} = \frac{3\sqrt{2}+2}{14}$$

onde o fator de racionalização é $\sqrt{2}$.

Observação

Os dois casos de racionalização de denominadores descritos até aqui servem para ilustrar o fato de que, sempre que o denominador da fração for da forma$\sqrt{a}$, sendo $a \in \mathbb{Q}$, o fator racionalizante será$\sqrt{a}$, pois:

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt{a} = |a|$$

2.10.3.2 Frações com denominadores do tipo $\sqrt[n]{a^m}$

Considere a fração $\dfrac{5}{\sqrt[3]{7^2}}$, pode-se obter a racionalização dessa fração da seguinte maneira:

Como o índice da raiz é 3, deve-se efetuar a multiplicação do numerador e do denominador dessa fração pelo fator racionalizante, obtendo-se uma potência de expoente 3 no denominador da fração. Por exemplo:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{7^2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{7^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{5\cdot\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7^2}\cdot\sqrt[3]{7}} = \frac{5\cdot\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7^3}} = \frac{5\cdot\sqrt[3]{7}}{7}$$

Logo, $\sqrt[3]{7}$ é o fator racionalizante e, portanto:

$$\frac{5}{\sqrt[3]{7^2}} = \frac{5\cdot\sqrt[3]{7}}{7}$$

Note que o expoente do radicando ser igual a 3 no terceiro caso do exemplo anterior não é coincidência, pois o índice da raiz é 3.

Observação

Em geral, sempre que $a \in \mathbb{Q}$, $n \geq 2$ e o denominador for do tipo $\sqrt[n]{a^m}$, o seu fator racionalizante será $\sqrt[n]{a^{n-m}}$, pois:

$$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^{n-m}} = \sqrt[n]{a^m \cdot a^{n-m}} = \sqrt[n]{a^{m+n-m}} = \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & \text{se} n \text{é ímpar} \\ |a|, & \text{se} n \text{é par} \end{cases}$$

2.10.3.3 Frações com denominadores do tipo $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

Do produto da soma pela diferença de dois termos, sabemos que:

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

Logo, considerando $a, b \in \mathbb{Q}_+$, tem-se que:

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$$

sendo que, $a - b \in \mathbb{Q}$.

Observação

O fator racionalizante da fração será $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ quando seu denominador for do tipo $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ e será $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ quando seu denominador for do tipo $\sqrt{a} - \sqrt{b}$. Dessa forma, o produto será $a - b$, e sempre se poderá obter uma fração com denominador racional, gerando uma fração equivalente à original.

Exemplo 2.17. *a)* $\dfrac{9}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \dfrac{9}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \dfrac{9\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \dfrac{9\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{3-5} = \dfrac{9\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{-2} = -\dfrac{9\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}-\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}-\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{10}\left(\sqrt{10}+\sqrt{5}\right)}{(\sqrt{10}-\sqrt{5})(\sqrt{10}+\sqrt{5})} = \dfrac{10+\sqrt{50}}{10-5} = \dfrac{10+5\sqrt{2}}{5} = 2+\sqrt{2}$

2.11 Outros trabalhos

Nesta seção apresenta-se estudos que, de alguma forma, com o que está sendo proposto. Ao pesquisar nas Lista das Dissertações de Mestrado dos alunos do PROFMAT, Google Acadêmico e Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), durante esse estudo, não encontrou-se trabalhos que abordassem o uso da metodologia SAI e os conteúdos de Potenciação e Radiciação com Números

Reais ao mesmo tempo, após aplicação de filtros e a leitura de alguns trabalhos, foram selecionados os mais relevantes para essa pesquisa.

Na dissertação, **Uso da videoaula como ferramenta didática: Um estudo de caso utilizando Aprendizagem Significativa para o Ensino de Potenciação**, desenvolvida por Cruz (2024), o autor procura responder a seguinte questão: "É possível utilizar a videoaula como recurso didático apoiado na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), de forma que os alunos possam recapitular os conteúdos previamente vistos?". Cruz (2024) apresenta um estudo de caso usando como metodologia a elaboração de uma videoaula sobre conteúdo de potenciação. O público alvo são 32 alunos do 1ºAno do Ensino Médio de uma escola pública estadual no município de Caraúbas-RN. Na execução do estudo, o autor elaborou e editou uma videoaula em sua residência usando os preceitos da TAS. Utilizou-se um roteiro claro e objetivo abordando os seguintes conteúdos: definição de potência, termos, nomenclaturas, números quadrados perfeitos, número cubo perfeito, potência de base 10 e propriedade de potência. Observou-se o aumento de acertos das questões de matemática de forma satisfatória após a exibição da videoaula e, concluiu-se que foi possível, a partir da videoaula, recapitular o conteúdo que já havia sido trabalhado no Ensino Fundamental e este conhecimento contribuiu para avançar na assimilação da aprendizagem de um novo conteúdo.

Consoante a TAS, Maciel (2021) apresenta um trabalho abordando esta perspectiva aliada à metodologia da SAI. Em sua dissertação, **Educação Financeira e Sala de Aula Invertida: uma proposta para os anos finais do Ensino Fundamental**, a Educação Financeira foi abordada no intuito de apresentar aos alunos, através do ensino da Matemática, meios de contribuir com o alcance de metas, análise de problemas e planejamento individual para a vida. A autora objetiva investigar se uma proposta didático-pedagógica que envolve a SAI associada à TAS contribui para o estudo da Educação Financeira, nos anos finais do ensino fundamental. Para esta investigação foi adotada uma metodologia de pesquisa qualitativa, com foco na análise comportamental e descritiva das reações e respostas dos alunos. A investigação foi dividida em duas etapas contemplando pesquisa bibliográfica e a intervenção pedagógica, abordou-se elementos básicos da matemática financeira e seus conceitos. Como instrumentos de coleta de dados foram eleitos: questionário inicial, observação direta, registro de respostas dos estudantes e questionário final. Em uns dos capítulos, Maciel (2021), apresentou os resultados obtidos e as discussões que provenientes dos resultados de cada fase do processo de pesquisa e de coleta de dados, concluindo, a posteriori, relevante a contribuição da TAS aliada à proposta da SAI, como proposta didático-pedagógica para o processo de ensino.

Menezes (2014), em sua dissertação intitulada **A Contribuição dos Jogos para a Aprendizagem da Potenciação e Radiciação no 9ºAno: uma proposta de ensino**, apresentou um estudo de caso no qual seu objetivo foi elaborar uma proposta pedagógica de ensino com caráter qualitativo, em que se trabalhe a Potenciação e Radiciação voltada para o 9ºano, esse estudo utilizou-se jogos para analisar a contribuição da utilização dessa estratégia de ensino no processo de aprendizagem. O público-alvo foi o total de 52 alunos (divididos em duas turmas) do 9ºano de escolaridade do Ensino Fundamental. A pesquisa foi realizada no Colégio da Polícia Militar de Pernambuco. Os instrumentos de coleta de dados foram conversas, questionários escritos, observações e aplicações de jogos e atividades lúdicas. Os jogos matemáticos foram utilizados como estratégia metodológica no processo de ensino-aprendizagem. A aplicação do estudo e de coleta de dados se deu em três momentos: aplicação do questionário a priori, abordagem do conceito e propriedades da Potenciação e Radiação por meio de Jogos e, no último momento, conversas informais e aplicação de questionário a posteriori. Foram aplicados jogos, que buscaram explorar operações e cálculos matemáticos, conceitos e propriedades de potenciação, fatoração, raciocínio lógico. Após a análise dos resultados, foi possível afirmar que os jogos melhoraram a participação dos alunos, construíram uma aprendizagem significativa e produziram uma mudança de atitude nos alunos, uma vez que esses assumiram um papel ativo na construção do próprio conhecimento. Também concluiu-se que o dinamismo e a diversão da metodologia que utiliza os jogos matemáticos contribuíram para melhorar a nota dos alunos. Em contrapartida, o resultado do estudo também apresentou alguns pontos que podem ser considerados como problemas: o barulho que os jogos proporcionam em sua realização, o tempo que normalmente excede o período da aula e o acirramento que envolve o espírito competitivo dos alunos, podendo resultar em brigas e confusões.

Abrindo mão da aplicação de um estudo de caso e pautando seu trabalho em uma revisão bibliográfica, Ribeiro (2021) em **Autismo e o Ensino de Potenciação e Radiciação: Um estudo a partir da resolução de problemas**, aborda a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAM-RP). O autor elenca a metodologia de Resolução de Problemas desenvolvida por Allevato e Onuchic (2014) e trabalha esta proposta amparado nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e na Base Nacional Comum Curricular - BNCC. Neste caso, tal proposta busca contribuir para o ensino da Matemática, voltando-se para uma educação inclusiva, considerando as particularidades que envolvem os alunos com Transtorno do Espectro Autista - TEA, a sala de aula regular e os demais alunos nela inseridos. Os conteúdos de Potenciação e Radiciação foram escolhidos pela sua relevância, pois é um conteúdo trabalhado em todos os anos finais do ensino fundamental, sendo importante o conhecimento prévio deste conteúdo para a progressão no ensino médio (RIBEIRO, 2021). A aplicação da proposta compreende várias etapas: proposição de problemas, leitura individual, leitura em conjunto, resolução do problema, observação e incentivo, registro de resoluções na lousa, plenária, busca por consenso, formalização do conteúdo, proposição e resolução de problemas. Dentre elas, destaca-se a plenária como uma etapa importante pois promove a capacidade de argumentar e comunicar matematicamente tornando-se relevante para a construção do conhecimento, proposição e defesa de ideias. Segundo o autor, é possível constatar que o professor assumiu um papel de mediador enquanto o aluno, o papel de sujeito ativo e participativo. O trabalho desenvolvido por Ribeiro (2021) é objetivo, coeso e relevante, porém como destacado pelo próprio autor, sua limitação deve-se a não realização de um estudo de caso.

No intuito de alcançar um aprendizado mais significativo, Souza (2024) elaborou sua pesquisa da metodologia da SAI a partir de ferramentas pedagógicas e tecnológicas. **Uma Sala de Aula Invertida apoiada por Tecnologias Digitais no Ensino da Geometria Analítica**, título da sua dissertação, apresenta o aplicativo GeoGebra (software de geometria dinâmica, de acesso livre) como um recurso tecnológico a partir da metodologia da SAI para o estudo de álgebra e geometria. Em sua análise, Souza (2024) ao discorrer sobre a proposta da SAI, corrobora com os demais autores já citados nesse estudo, destacando o protagonismo do aluno nesse processo e o papel intermediador do professor. O projeto implementado pelo autor teve como público-alvo alunos do 3ºAno do Ensino Médio do Colégio Tiradentes, situado na cidade de Belo Horizonte-MG. Este projeto aplicou a metodologia da SAI, utilizando ferramentas pedagógicas (estudos dirigidos) e tecnológicas (vídeo e software GeoGebra). A execução do projeto contou com três etapas: planejamento, execução e análise de resultados, a primeira correspondeu aos estudos autônomos realizados pelo aluno em sua residência com suporte do professor através de estudo dirigido e canais de digitais (como *WhatsApp* solução de dúvidas, a segunda etapa refere-se às discussões em sala de aula sobre as dúvidas surgidas. A terceira e última etapa, avaliação da metodologia e do processo de aprendizagem buscou testar o conhecimento adquirido através de questionários. A última etapa corresponde à análise de forma qualitativa através de questionário e observações e de forma quantitativa através do teste de aprendizagem presencial, no entanto o resultado da avaliação da aplicação do projeto demonstrou insatisfatório. Souza pontuou o motivo que resultou nessa insatisfação: a maioria dos discentes demonstrou desinteresse na realização durante a aplicação do projeto, não realizando as etapas necessárias, poucos demonstraram interesse apenas nas atividades que eram pontuadas. Mesmo perante aos resultados obtidos, Souza (2024) acredita que a SAI apresenta contribuição significativa para o processo de ensino e aprendizagem dos discentes, e que a pesquisa demonstrou que a mentalidade dos discentes precisa mudar para que esta metodologia seja aplicada com eficiência.

Diferente de Souza (2024), Botelho (2020) demonstrou resultado satisfatório amparado na utilização da metodologia SAI. Com o trabalho **Sala de Aula Invertida em Tempos de Pandemia: uma proposta para o ensino dos princípios multiplicativos e aditivo**, que teve como objetivo investigar, através da percepção dos alunos do 9ºAno do Ensino Fundamental, como uma proposta didática baseada na metodologia SAI, pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos Princípios Multiplicativo e Aditivo. A presente pesquisa teve como público alvo alunos do 9ºano de escolaridade do Ensino Fundamental de uma escola particular de Campos dos Goytacazes. Foi realizada uma abordagem qualitativa, a partir da coleta de dados como observações dos pesquisados, na realização de tarefas, registro em diário de campo, atividades, questionários, avaliação diagnóstica e de aprendizagem. Cabe ressaltar que devido ao momento pandêmico a realização das aulas e os meios para realização de atividades utilizaram recursos tecnológicos e canais digitais (*WhatsApp*, Google Sala de Aula, Formulários Google, videoaulas, entre outros). A autora tratou a temática com riqueza de detalhes, clareza e objetividade, recorrendo a demonstração de fotos de execução das etapas do processo. A investigação demonstrou eficácia da metodologia, demonstrando que a SAI, como proposta pedagógica, contribui para o processo de ensino e aprendizagem.

Capítulo 3

Aspectos metodológicos

Neste capítulo são expostos os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, incluindo a caracterização do estudo, a descrição dos participantes, a apresentação dos instrumentos de coleta de dados, a explicitação das etapas de desenvolvimento e o detalhamento da sequência didática implementada.

3.1 Caracterização da Pesquisa

A pesquisa em questão possui uma abordagem qualitativa, pois seu foco está no processo e não nos resultados. Na pesquisa qualitativa:

> privilegiam-se descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, de acontecimentos etc. O *rationale* subjacente a esse modo de pesquisar é dado pela intenção de atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de método previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes(BICUDO, 2020).

Este estudo perpassou pelas seguintes etapas: revisão bibliográfica, aplicação de pré-teste na amostra selecionada, implementação da sequência didática, aplicação do pós teste e análise dos resultados.

A aplicação foi realizada na Escola Municipal Santa Maria, situada na Rua Marte, s/n, Santa Maria de Campos, 18º distrito de Campos dos Goytacazes-RJ. A escola atende do 2ºao 9ºano do Ensino Fundamental em dois turnos, manhã e tarde, e conta com, aproximadamente, 260 alunos atualmente. A Unidade Escolar, na pessoa da diretora, Marcella Cardoso Monteiro de Barros, autorizou formalmente a realização da pesquisa (Apêndice A).

O público alvo foram 24 alunos da turma 9A102, matriculados no 9ºano do Ensino Fundamental. Foi realizada uma reunião no dia 21 de março de 2024 com os responsáveis dos alunos, ocasião em que foi explicado o trabalho proposto, os responsáveis presentes prontamente concordaram que os discentes participassem da pesquisa e assinaram a autorização (Apêndice A), nessa ocasião algumas mães sugeriram que as videoaulas fossem postadas em grupo de *Whatsapp* fechado para interação entre os membros, a fim de que as informações não se perdessem. Os responsáveis que não puderam comparecer à reunião foram posteriormente contactados e prontamente deram o seu aceite.

É importante relatar que o público alvo em questão, no ano de 2020, estava cursando o 5º ano do ensino fundamental, e por conta da pandemia do Covid-19[1] e das recomendações distanciamento social, determinadas pela OMS (Organização Mundial de Saúde), a Secretaria Municipal de Educação, Ciência e Tecnologia (SEDUCT) do município de Campos dos Goytacazes, seguindo as determinações do governo federal e estadual publicou decretos suspendendo as aulas presenciais. O que teve início em 16 de março de 2020 e permaneceu durante o resto do ano de 2020 e todo o ano de 2021. Durante esse tempo, esses alunos recebiam apostilas com atividades que eram previamente preparadas pelos professores. Só em 2022 essa turma voltou a ter aulas presenciais, quando já estavam no 7º ano de escolaridade.

3.2 Instrumentos Empregados para a Coleta de Dados

Os instrumentos empregados para a coleta de dados foram pré-teste, sequência didática e pós-teste, conforme o discriminados no Quadro 1 e serão descritos em seguida.

Quadro 1 – Instrumentos empregados na pesquisa

Instrumento	**Data da aplicação**	**Tempo**
Pré-teste	15/05/2024	1h30min
Sequência didática	17 a 28/05/2024	9h*
Pós-teste	05/06/2024	1h30min

Fonte: elaboração própria.
Nota: *Tempo gasto nas atividades em sala de aula, sem contabilizar o tempo utilizado para assistir às videoaulas fora do ambiente escolar.

Pré-Teste – O pré-teste foi aplicado dentro de sala de aula, de forma individual, através um formulário do Google, utilizando *tablet* da escola, e foi composto por questões, objetivas e discursivas, conforme se pode constatar no Apêndice B.

[1] A pandemia de COVID-19 foi uma crise sanitária global causada pelo novo coronavírus SARS-CoV-2, que teve início em dezembro de 2019 e impactou profundamente a sociedade. Segundo a Fiocruz, a pandemia afetou de maneira desigual diferentes grupos populacionais, com impactos mais severos sobre os mais vulneráveis. A covid-19 é uma doença respiratória e sua transmissão de uma pessoa a outra ocorre por secreções contaminadas, como gotículas de saliva, espirro, tosse e catarro ou pelo contato com superfícies ou objetos utilizados pela pessoa infectada.(FIOCRUZ, 2025)

Sequência Didática – A sequência didática contou com a criação de um grupo de *WhatsApp* por onde os alunos receberam três videoaulas do conteúdo trabalhado. Após, o envio de cada videoaula ocorreu a aula presencial onde os discentes resolveram folhas de atividades, disponíveis nos Apêndices C.0.1, C.0.2 e C.0.3.

Pós-Teste – Após a realização da sequência didática, os alunos realizaram o pós-teste. Sem auxílio de professor ou colegas, responderam em uma folha de atividades, com questões objetivas e discursivas, com o intuito de se averiguar se houve evolução no seu aprendizado.

3.3 A Sequência Didática

Antes de iniciar a aplicação da sequência proposta, e considerando o público-alvo pretendido, decidiu-se realizar um resgate dos conteúdos que, poderiam ser pré-requisitos para o bom entendimento dos conteúdos de Potenciação e Radiciação. Sendo assim, trabalhou-se com os Conjuntos Numéricos: Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais. Com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão em todos esses conjuntos e com expressões numéricas. Posto isso, será detalhada a sequência didática, começando pelas videoaulas.

3.3.1 As Videoaulas

Mesmo sabendo que existem videoaulas de ótima qualidade já gravadas e abrigadas em diversas plataformas e diante de alguns desafios a serem superados, como a timidez da autora, falta de experiência e de tempo para gravar, decidiu-se gravar as videoaulas. Embora os vídeos não tenham ficado tão curtos como recomendados por (BERGMANN; SAMS, 2021) e (BERGMANN, 2018), ficaram menores do que uma hora aula. Se por um lado os autores falam que o tempo de duração pode ser um fator para o sucesso de uma videoaula, os autores também são incisivos quando afirmam que vídeos criados pelo professor são mais eficazes, uma vez que é mais fácil o aluno se conectar com o próprio professor do que com alguém desconhecido. Portanto, pesando os prós e os contras partiu-se para a ação.

Para gravar as videoaulas, inicialmente, foram criados slides no PowerPoint com os conteúdos desenvolvidos nas aulas. Utilizou-se um software chamado OBS Stúdio [2], um fone de ouvido simples, uma mesa digitalizadora que podem ser observados na Fig. 6 e, na ausência de um estúdio, utilizou-se um lugar silencioso para a gravação das aulas.

Contou-se com o auxílio da irmã da autora, Heliane do Nascimento Silva, para gravar a chamada no início dos vídeos e com um smartphone, e com a participação do ex-aluno,

[2] O OBS Studio (Open Broadcaster Software) é um software de código aberto e gratuito que permite capturar a tela do computador, áudio, câmeras e outros dispositivos tanto para transmissão ao vivo quanto para gravação de vídeos.

Figura 6 – Instrumentos utilizados para gravação

Fonte: Acervo da pesquisa.

Julio Cesar de Souza Júnior, para juntar as partes e fazer a edição. As videoaulas foram hospedadas no canal do Youtube, a fim de facilitar o acesso dos alunos. Foram gravadas um total de três videoaulas, duas abordando o conteúdo de Potenciação e a última sobre Radiciação. Além disso, foi feita uma animação sobre Potências de base 10, que foi utilizada para a resolução de uma questão da Atividade da Aula 2 (Apêndice C.0.2).

3.3.2 Os Encontros no Espaço Escolar

As aulas presenciais foram destinadas a resolver questionamentos e esclarecer dúvidas que emergiram durante o processo de visualização das videoaulas, e para resolver questões desafiadoras. Buscou-se trabalhar questões que proporcionassem aos alunos aplicar o que foi aprendido nas videoaulas, assim como, expandir os conhecimentos adquiridos, reconhecer padrões, deduzir fórmulas, questionar, tirar dúvidas. Procurou-se dar oportunidade para o aluno trabalhar individualmente, e também promover a interação e o debate entre os pares.

3.4 Detalhamento da Sequência Didática

AULA 1

Através do grupo de *Whatsapp*, os alunos receberam o link com a primeira videoaula e o link de um jogo abrigado na plataforma WordWall de aplicação direta dos conteúdos vistos na videoaula, conforme Fig. 7

Figura 7 – Primeira Videoaula

Fonte: Autoria própria (2024). Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=5w-71qhG838&t=761s. Acesso em: 08 maio 2025.

No encontro presencial, primeiramente a professora conversou com a turma e perguntou o que eles compreenderam da videoaula, quais pontos chamaram mais atenção, se tiveram alguma dúvida e anotou no quadro os pontos principais das falas dos alunos. Na sequência, explicou sobre cada um dos pontos anotados, procurando esclarecer as dúvidas e, proporcionar a participação e contribuição de todos. Para fixar o conteúdo, os alunos realizaram atividades sobre Potenciação e ao final, houve a correção no quadro com a participação dos alunos. As atividades trabalhadas nesta aula estão disponíveis no Apêndice C.0.1.

Objetivo da aula: Retomar o conteúdo de Potenciação com números reais e suas propriedades.

Conteúdo: Potenciação com números reais; Nome dos termos da Potenciação; Propriedades das potências com expoente natural; Expoente zero.

Habilidade BNCC: EF09MA03

Recursos: Videoaula, WordWall, quadro branco, caneta, folha de atividades.

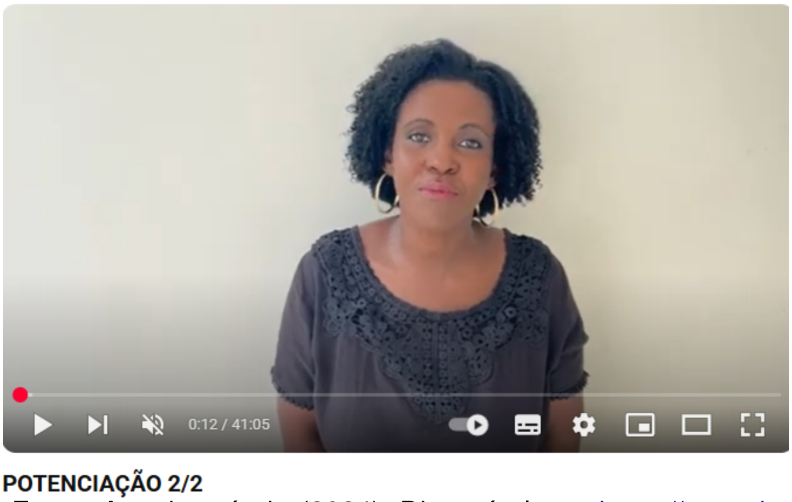
Avaliação: Pela participação e envolvimento nas atividades propostas.

AULA 2

Para a sequência das aulas, previamente, os alunos receberam pelo grupo de *WhatsApp* o link com a segunda videoaula, que se pode observar na Fig.8.

O momento síncrono começou da mesma forma que o anterior, foi proposta uma nova folha de atividade (Apêndice C.0.2) onde puderam resolver os problemas matemáticos

Figura 8 – Segunda Videoaula



Fonte: Autoria própria (2024). Disponível em: https://youtu.be/aWMASaNRANg?si=Cimenku6IZAL86iN. Acesso em: 08 maio 2025.

obtendo o auxílio do professor. Em dado momento foi passada uma animação no *datashow*, que eles deveriam assistir e escrever o que entenderam. Na sequência, as respostas foram socializadas e a correção realizada no quadro branco. Ao término da aula, desenvolveu-se uma dinâmica utilizando uma lata, que era passada de aluno a aluno enquanto uma música era reproduzida. Quando a música cessava, o estudante que estivesse com a lata em mãos deveria retirar um papel contendo uma tarefa, como completar uma frase relacionada às propriedades da potenciação, resolver uma questão no quadro ou, eventualmente, receber uma pequena recompensa.

Objetivo da aula: Calcular potências com expoente inteiro negativo; Reforçar as propriedades da potenciação; Resolver expressões numéricas com potências aplicando as propriedades da potenciação ou não.

Conteúdo: Potenciação com números reais; Propriedades das potências com expoente inteiro; Simplificação de Expressões.

Habilidade BNCC: EF09MA03

Recursos: Videoaula, *datashow*, quadro branco, caneta, folha de atividades.

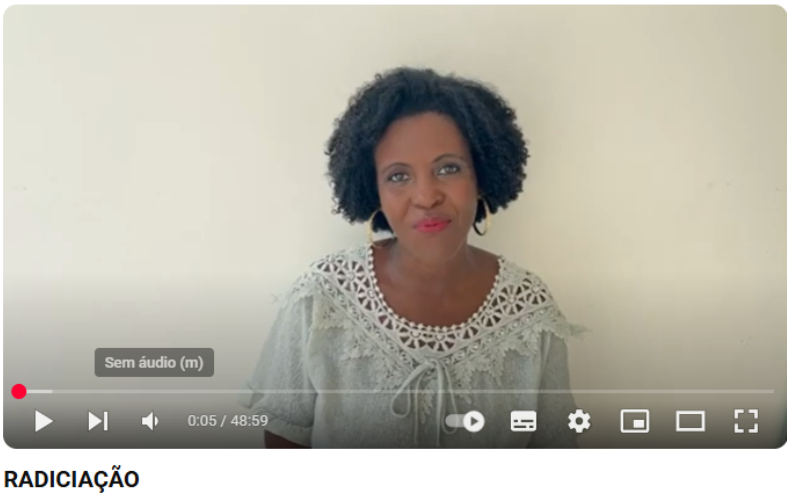
Avaliação: Pela participação e envolvimento nas atividades propostas.

AULA 3

Em sala de aula, logo após a acolhida e vistos no caderno com as anotações feitas em casa a respeito da videoaula, disponível na Fig. 9, os alunos foram estimulados a compartilhar suas impressões.

Solicitou-se que os alunos se organizassem em seis equipes. Cada estudante

Figura 9 – Terceira Videoaula



Fonte: Autoria própria (2024). Disponível em: https://youtu.be/p8WfVswf7KI?si=FSimihZeQlCQ0oAu. Acesso em: 08 maio 2025.

recebeu uma folha de atividades (Apêndice C.0.3) acompanhada de uma folha de papel quadriculado, enquanto a cada equipe foi entregue uma caixa contendo blocos e cubos, ou cubos com pinos. Ressalta-se que esses materiais estavam disponíveis na própria instituição escolar.

Objetivo da aula: Identificar a operação radiciação como inversa da potenciação; Compreender a noção de radical, suas propriedades e utilizá-las na resolução de problemas; Calcular a raiz enésima de um número real.

Conteúdo: Radicais

Recursos: Videoaula, quadro branco, caneta, folha de atividades, papel quadriculado, caixa de blocos e cubos, cubos com pinos.

Avaliação: Pela participação e envolvimento nas atividades propostas.

Capítulo 4

Aplicação e Análise dos Dados

Neste capítulo, apresentam-se os resultados da análise das atividades propostas e das observações da professora pesquisadora. Os sujeitos da pesquisa foram identificados como A1, A2, A3, ..., A24, afim de preservar o anonimato dos participantes. Com as atividades desenvolvidas em sala de aula, pretendia-se além de trabalhar os conteúdos da videoaula, melhorar o conhecimento dos alunos através de atividades que os instigasse a pensar, desconstruir falsas convicções e construir um conhecimento mais sólido, pautado em experimentações e observações.

4.1 Atividade 1

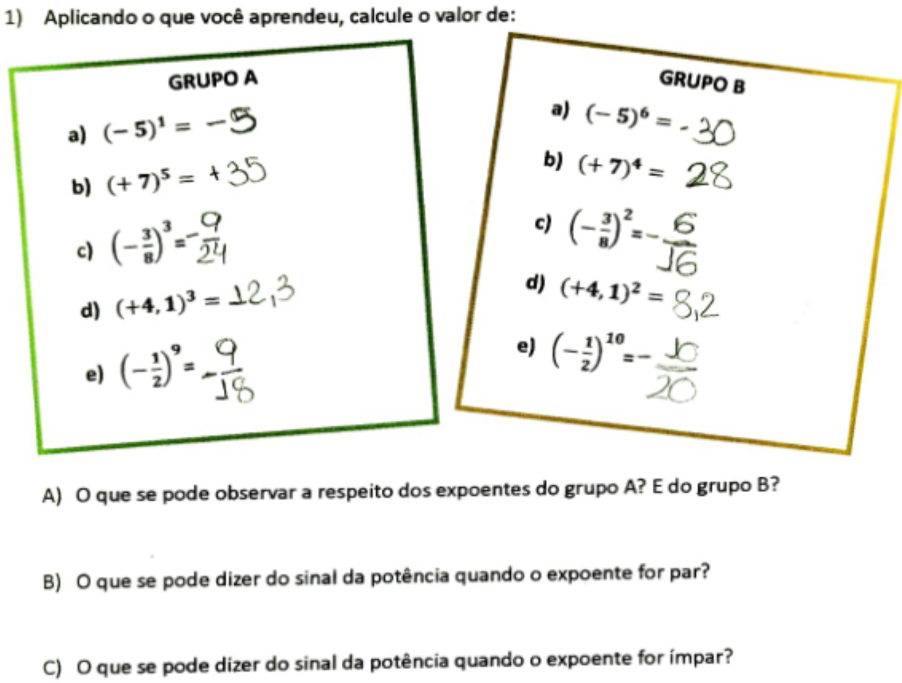
Na questão 1 pedia-se, inicialmente, que o aluno calculasse as potências, conforme definição apresentada na videoaula, na sequência deveria responder três perguntas, como mostrado na Fig. 10.

Pode-se perceber que o aluno A23, resolveu as potências multiplicando a base pelo expoente e não respondeu as perguntas, dando a entender que não assistiu a videoaula. Quando interpelado pela professora, o mesmo assumiu que não assistiu.

O aluno A7, resolveu a maioria dos itens corretamente, cometendo equívocos no item *c* do grupo A apenas no denominador, e quanto ao sinal no item *e*, como se pode constatar na Fig. 11.

No grupo B, A7 errou o sinal no item *a* e colocando uma vírgula no item *b* que não existe. Respondeu corretamente as perguntas A e B, porém na C mesmo tendo calculado as potências e vendo que alguns resultados eram positivos e outros negativos, afirmou que quando o expoente é ímpar o sinal da potência será sempre negativo, coisa que outros alunos também fizeram enquanto deveriam responder que o sinal da potência acompanha o sinal da base. Ao contrário da aluna A2, que mesmo não tendo se expressado tão bem no papel, se fez entender com facilidade durante a aula, como se pode observar na Fig. 12.

Figura 10 – Resposta da Questão 1 do aluno A23



1) Aplicando o que você aprendeu, calcule o valor de:

GRUPO A

a) $(-5)^1 = -5$

b) $(+7)^5 = +35$

c) $\left(-\frac{3}{8}\right)^3 = -\frac{9}{24}$

d) $(+4,1)^3 = 12,3$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^9 = -\frac{9}{18}$

GRUPO B

a) $(-5)^6 = -30$

b) $(+7)^4 = 28$

c) $\left(-\frac{3}{8}\right)^2 = -\frac{6}{16}$

d) $(+4,1)^2 = 8,2$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{10} = -\frac{10}{20}$

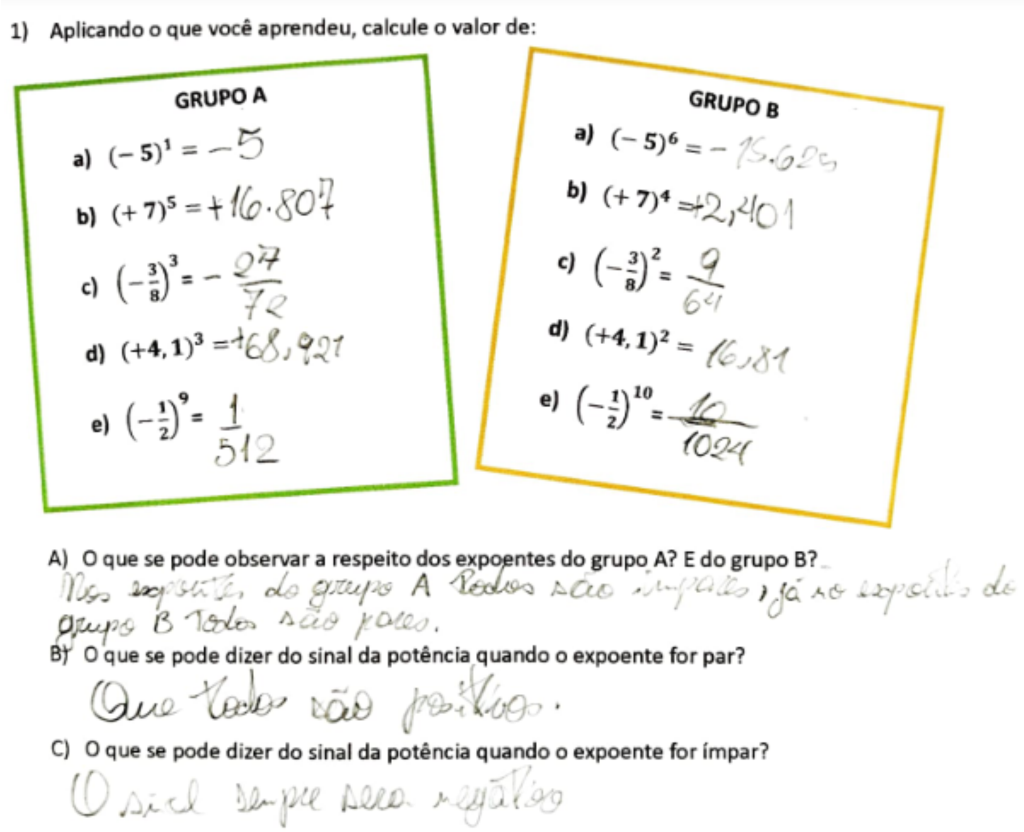
A) O que se pode observar a respeito dos expoentes do grupo A? E do grupo B?

B) O que se pode dizer do sinal da potência quando o expoente for par?

C) O que se pode dizer do sinal da potência quando o expoente for ímpar?

Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 11 – Resposta da Questão 1 do aluno A7



1) Aplicando o que você aprendeu, calcule o valor de:

GRUPO A

a) $(-5)^1 = -5$

b) $(+7)^5 = +16.807$

c) $\left(-\frac{3}{8}\right)^3 = -\frac{27}{72}$

d) $(+4,1)^3 = +68,921$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^9 = \frac{1}{512}$

GRUPO B

a) $(-5)^6 = -15.625$

b) $(+7)^4 = +2,401$

c) $\left(-\frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$

d) $(+4,1)^2 = 16,81$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{10}{1024}$

A) O que se pode observar a respeito dos expoentes do grupo A? E do grupo B?

Nos expoentes do grupo A todos são impares, já no expoentes do grupo B todos são pares.

B) O que se pode dizer do sinal da potência quando o expoente for par?

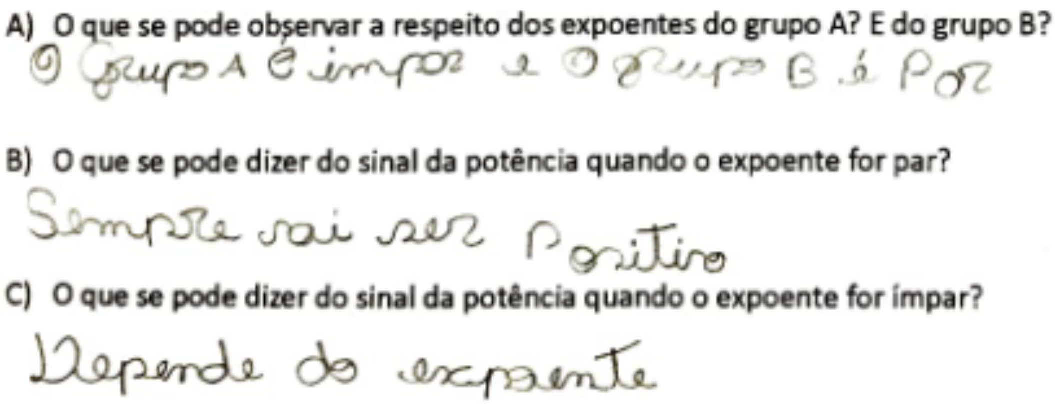
Que todos são positivos.

C) O que se pode dizer do sinal da potência quando o expoente for ímpar?

O sinal sempre sera negativo

Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 12 – Resposta da Questão 1 da aluna A2


A) O que se pode observar a respeito dos expoentes do grupo A? E do grupo B?

O Grupo A é impar e o Grupo B é Par

B) O que se pode dizer do sinal da potência quando o expoente for par?

Sempre vai ser positivo

C) O que se pode dizer do sinal da potência quando o expoente for ímpar?

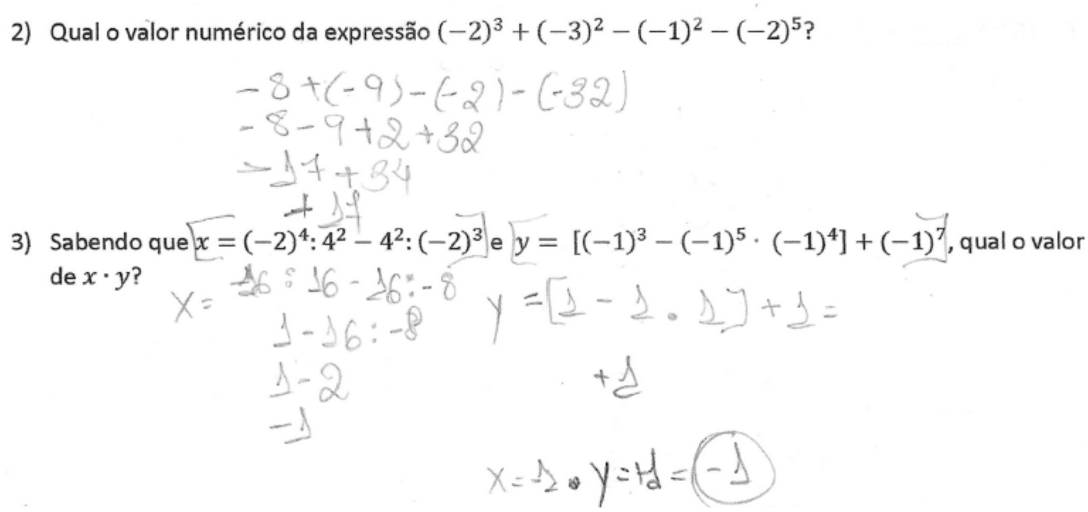
Depende do expoente

Fonte: Acervo da pesquisa

É interessante observar que alguns alunos tiveram muita dificuldade para chegar às conclusões que A2 chegou, mesmo com vários exemplos. Possivelmente, pelo fato de que quando o expoente é par a potência é positiva não importando o sinal da base, alguns estudantes deduzem, erroneamente, que quando o expoente é ímpar a potência será sempre negativa e custam desconstruir essa ideia e aceitar que sua dedução foi equivocada.

Com as questões 2 e 3 (Fig. 13), o objetivo era que os alunos percebessem que nem sempre é possível aplicar as propriedades da potenciação, somente quando as bases são iguais. Alguns alunos inicialmente se recusaram a resolver a questão, alegando não saber se poderiam aplicar as propriedades pertinentes e, diante da dúvida, optaram por não realizá-la. Outros justificaram sua resistência pelo tamanho da questão, expressando receio de cometer erros e precisar refazer a atividade.

Figura 13 – Resposta das Questões 2 e 3 do Aluno A15


2) Qual o valor numérico da expressão $(-2)^3 + (-3)^2 - (-1)^2 - (-2)^5$?

$-8 + (-9) - (-2) - (-32)$
$-8 - 9 + 2 + 32$
$-17 + 34$
$+17$

3) Sabendo que $x = (-2)^4 : 4^2 - 4^2 : (-2)^3$ e $y = [(-1)^3 - (-1)^5 \cdot (-1)^4] + (-1)^7$, qual o valor de $x \cdot y$?

$x = 16 : 16 - 16 : -8$
$1 - 16 : -8$
$1 - 2$
-1

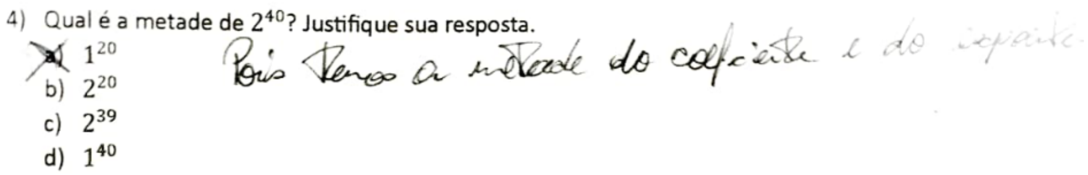
$y = [1 - 1 \cdot 1] + 1 =$
$+1$

$x = 1 \cdot y = +1 = (-1)$

Fonte: Acervo da pesquisa

Na questão 4, 85,7% dos alunos se equivocaram, afirmando que a metade de 2^{40} era 1^{20}, o aluno A7 justificou sua resposta dizendo: “Pois, temos a metade do coeficiente e do expoente”. Onde ele escreveu coeficiente, quis se referir à base, pode-se ver sua resposta na Fig.14, os demais alunos que também erraram essa questão, deram outras respostas. Quando a professora os questionou pedindo que calculassem o valor de 1^{20}, eles chegaram à conclusão de que não seria uma resposta adequada e ficaram muito impressionados ao constatar que a propriedade de divisão de potências de mesma base constitui uma ferramenta eficaz para resolver tal questão.

Figura 14 – Resposta da Questão 4 do aluno A7



Fonte: Acervo da pesquisa

Já na questão 5 (Fig. 15), quando sugerido que julgassem as se as proposições eram iguais ou diferentes, alguns demonstraram dúvidas e quando sugerido que colocassem exemplos numéricos nos itens a e b, conseguiram realizar, sem muitos problemas.

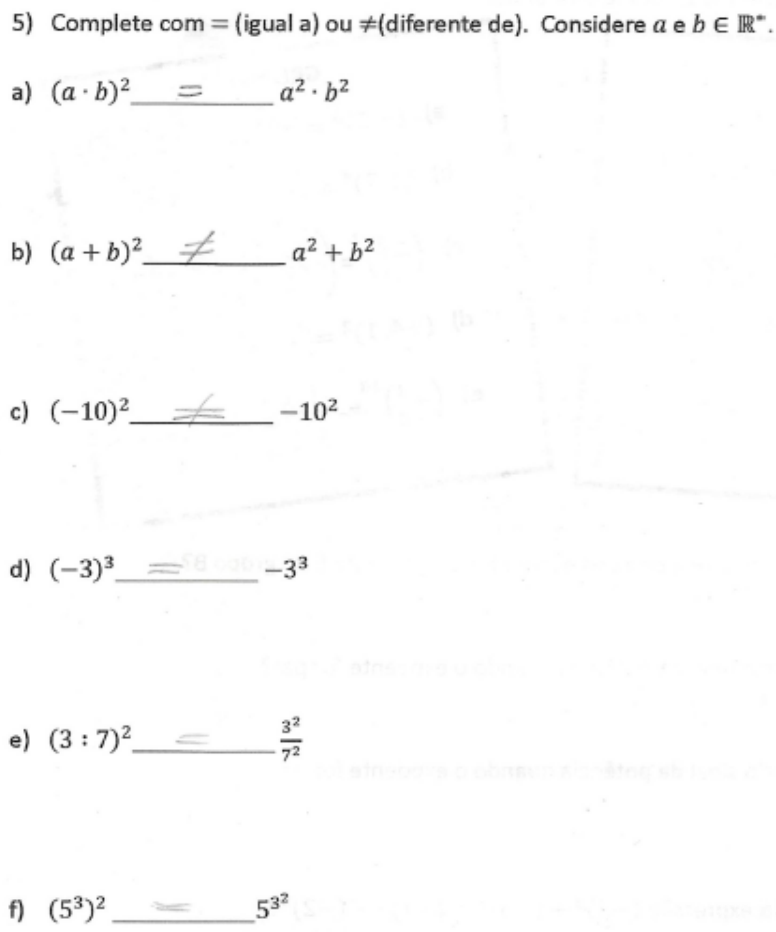
Nessa aula fez-se necessário relembrar a ordem de resolução das operações em expressão numérica. A aula mostrou-se proveitosa, no primeiro momento alguns alunos se mostraram resistentes em realizar os exercícios, mas a professora buscou instigar, perguntar e incentivar, então acabaram participando de forma mais efetiva.

4.2 Atividade 2

Após assistirem a segunda videoaula, alguns alunos relataram que permaneciam com dúvida quanto ao expoente inteiro negativo. A aluna A18 fez a seguinte pergunta: “Se o inverso de 2 é -2, como no vídeo falou que é $\frac{1}{2}$?”, nesse momento fez-se oportuno explicar a diferença entre números opostos e números inversos. Em seguida foi distribuída a folha de exercícios para que começassem a responder (Apêndice C.0.2).

Na questão 1 da Atividade 2, solicitava-se a determinação de números inteiros para substituir x e y, de modo que as sentenças se tornassem verdadeiras, mediante a aplicação das propriedades da potenciação. Observou-se que o aluno A4 respondeu à maior parte dos itens, contudo apresentou dificuldades ao lidar com números inteiros negativos (Fig.16[a]). A aluna A18, por sua vez, não conseguiu perceber, inicialmente, que para o resultado ser 1, e estando definido pelo enunciado da questão que as bases são iguais, que os expoentes também deveriam ser iguais (Fig. 16[b]).

Figura 15 – Resposta da questão 5 do aluno A15 com erro no item *f*


5) Complete com = (igual a) ou ≠(diferente de). Considere a e $b \in \mathbb{R}^*$.

a) $(a \cdot b)^2$ ___=___ $a^2 \cdot b^2$

b) $(a + b)^2$ ___≠___ $a^2 + b^2$

c) $(-10)^2$ ___≠___ -10^2

d) $(-3)^3$ ___=___ -3^3

e) $(3 : 7)^2$ ___=___ $\frac{3^2}{7^2}$

f) $(5^3)^2$ ___=___ 5^{3^2}

Fonte: Acervo da pesquisa

Já na questão 2 (Apêndice C.0.2), além de identificar e aplicar as propriedades, deveriam também calcular as potências. Durante a execução dessa questão pode-se observar que alguns alunos até tinham dificuldade para aplicar as propriedades da potenciação corretamente, porém outros encontravam obstáculo maior na operação com números inteiros.

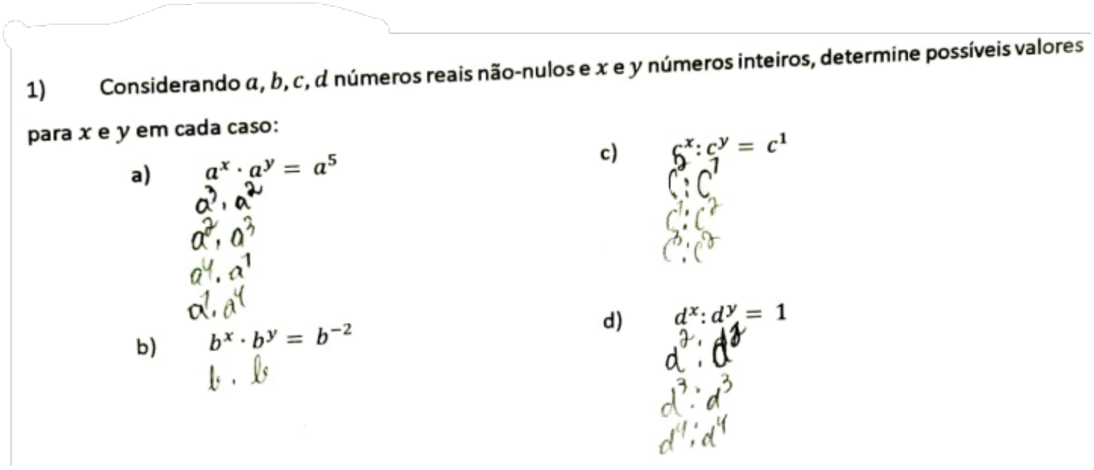
Na questão 3 (Apêndice C.0.2), os itens *a* e *b* pedem para resolver uma expressão, porém no segundo pode-se aplicar as propriedades da potenciação, alguns alunos começaram a resolver a questão *b* sem aplicar as propriedades da potenciação, porém desistiram de terminar a questão por acharem que os números eram muito grandes.

Por fim, na Questão 4, após assistirem a uma animação em vídeo (Fig. 17 e 18) projetada em sala de aula, os alunos deveriam resolver potências de base 10 e, em seguida, utilizar a linguagem escrita para explicar, de forma prática, o procedimento de cálculo dessas potências, a partir da compreensão construída durante a atividade. Pode-se acompanhar as respostas dadas pelo aluno A1 na Fig. 19.

A socialização das respostas, foi um momento muito enriquecedor. Alunos de participação tímida passaram a interagir, como a aluna A24, que perguntou se com as potências

Figura 16 – Atividade 2 - Resposta da Questão 1

(a) Aluno A4


1) Considerando a, b, c, d números reais não-nulos e x e y números inteiros, determine possíveis valores para x e y em cada caso:

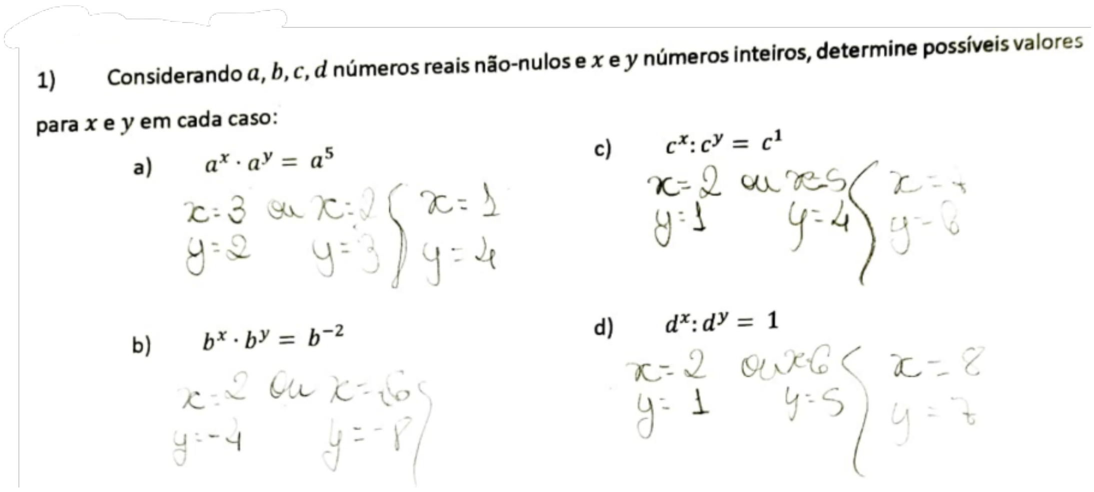
a) $a^x \cdot a^y = a^5$
$a^3 \cdot a^2$
$a^2 \cdot a^3$
$a^4 \cdot a^1$
$a^1 \cdot a^4$

b) $b^x \cdot b^y = b^{-2}$
$b \cdot b$

c) $c^x : c^y = c^1$

d) $d^x : d^y = 1$
$d^2 : d^2$
$d^3 : d^3$
$d^4 : d^4$

(b) Aluna A18


1) Considerando a, b, c, d números reais não-nulos e x e y números inteiros, determine possíveis valores para x e y em cada caso:

a) $a^x \cdot a^y = a^5$
$x = 3$, $y = 2$ ou $x = 2$, $y = 3$ ou $x = 1$, $y = 4$

b) $b^x \cdot b^y = b^{-2}$
$x = 2$, $y = -4$ ou $x = 6$, $y = -8$

c) $c^x : c^y = c^1$
$x = 2$, $y = 1$ ou $x = 5$, $y = 4$ ou $x = 9$, $y = 8$

d) $d^x : d^y = 1$
$x = 2$, $y = 1$ ou $x = 6$, $y = 5$ ou $x = 8$, $y = 7$

Fonte: Acervo da pesquisa

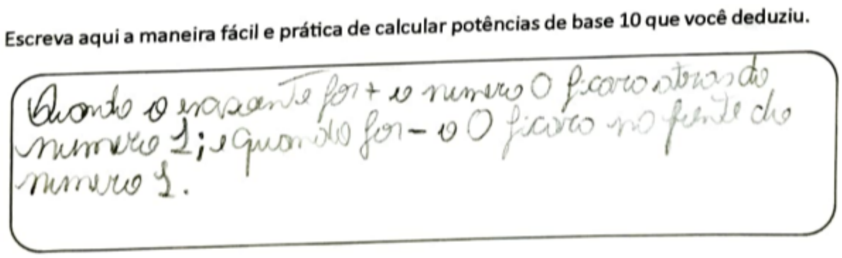
Figura 17 – Alunos assistindo animação em vídeo

Fonte: Acervo da pesquisa.

Figura 18 – Animação Potências de base 10

Fonte: Autoria
 prória (2024). Disponível em: https://youtu.be/gU3Km0Rt2r0?si=5Pp6Ce1wjIzoC0ba. Acesso em: 13 maio 2025.

Figura 19 – Atividade 2 - Resposta da questão 4 do aluno A1


Escreva aqui a maneira fácil e prática de calcular potências de base 10 que você deduziu.

Quando o expoente for + o numero 0 ficara atras do numero 1; e quando for − o 0 ficara no frente do numero 1.

Fonte: Acervo da pesquisa.

de base 20 bastaria escrever o número 2 e acrescentar os zeros. Foi um momento interessante quando a turma se dividiu entre aqueles que concordavam e os que discordavam, então, foi proposto pela professora que calculassem a fim de desfazer o impasse e alcançar um consenso.

4.3 Atividade 3

Na atividade 3 (Apêndice C.0.3), trabalhou-se em grupo e com materiais concretos. Para a questão 1 utilizou-se papel quadriculado, uma folha para cada aluno e foi pedido que recortassem quadrados e colassem no caderno de acordo com o indicado no exercício. As Fig. 20[a], 20[b] e 20[c] mostram os alunos trabalhando em grupo realizando as atividades da questão 1.

Foi explorado o porquê chamamos o expoente 2 de quadrado, o conceito de números quadrados perfeitos, por quê números como 3 ou 5 não são quadrados perfeitos e por quê alguns números não possuem raiz quadrada exata.

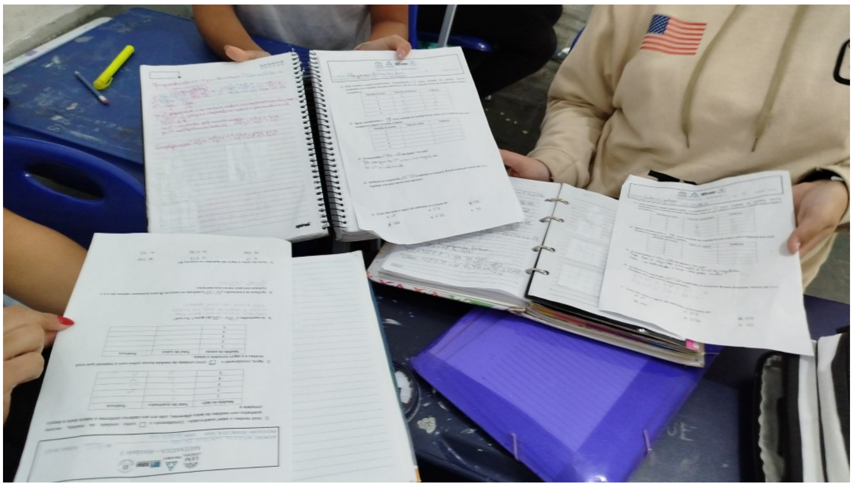
Na questão 2, de maneira análoga à 1, os estudantes deveriam construir cubos com os cubinhos disponíveis e preencher o quadro do exercício 2.

As Fig. 21[a], 21[b] e 21[c] mostram os alunos resolvendo a questão 2.

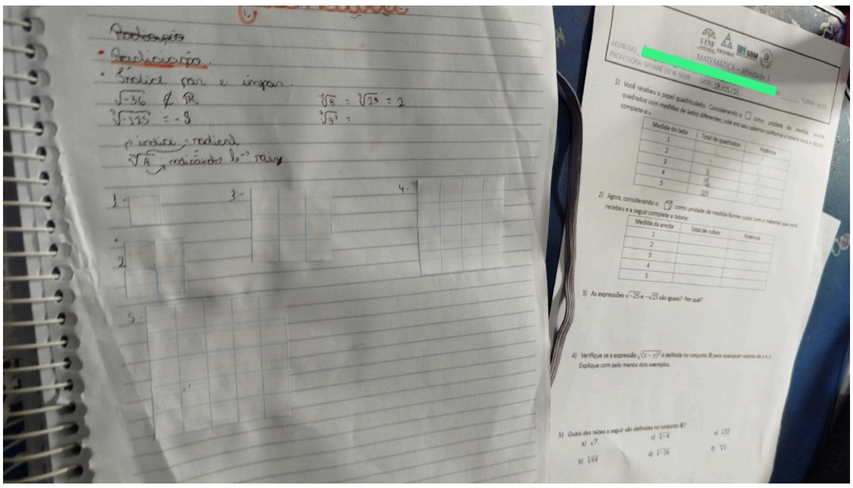
Figura 20 – Atividade 3 - Questão 1

(a)

(b)



(c)



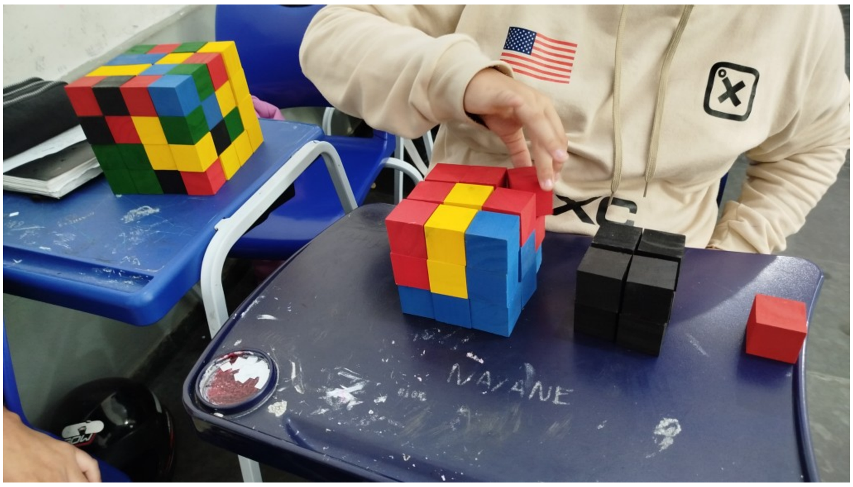
Fonte: Acervo da pesquisa

Explorou-se o fato de que o expoente 3 recebe a denominação de cubo, bem como de raiz cúbica e cubo perfeito. Observou-se que alguns alunos, mesmo diante do material

Figura 21 – Atividade 3 - Questão 2

(a)

(b)



(c)

Fonte: Acervo da pesquisa

concreto, apresentaram dificuldade em aceitar que o cubo de 3 é 27 e não 9, por exemplo.

Na questão 3, desejou-se trazer a reflexão sobre a presença do sinal negativo dentro ou fora do radical, se ele altera ou não o resultado, ampliando para todos os radicais de índice par ou ímpar. E a questão 5 também trabalhou tal identificação de raízes definidas e não definidas no conjunto dos números reais de maneira mais direta.

Por fim, as questões 6 e 7 trataram da simplificação de radicais, por ser um assunto novo para o 9º ano, alguns alunos demonstraram dúvida para resolver tais questões.

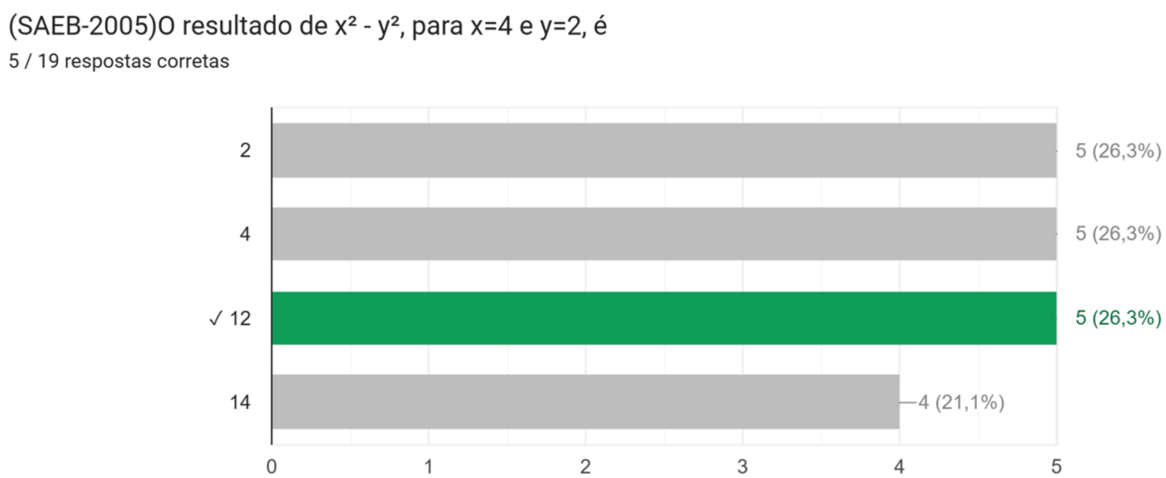
A participação e envolvimento da turma na execução dessas tarefas foram proveitosos, observou-se que muitos tinham dúvidas quanto ao cálculo do quadrado e do cubo de um número e trabalhar com material concreto foi importante para confrontar o senso comum com o real.

4.4 Análise comparada do Pré e Pós-Teste

Nesta seção vamos fazer uma análise da aplicação do Pré e Pós-Teste, acrescentando os dados da observação da professora pesquisadora à luz do referencial teórico desse estudo.

Ao comparar a primeira questão do Pós-Teste com a questão que cobra o mesmo conteúdo no Pré-Teste, percebeu-se que houve um crescimento na porcentagem de acertos de 26,3% para 33,3%, fato que pode ser observado nos gráficos representados nas Fig.22 e Fig. 23.

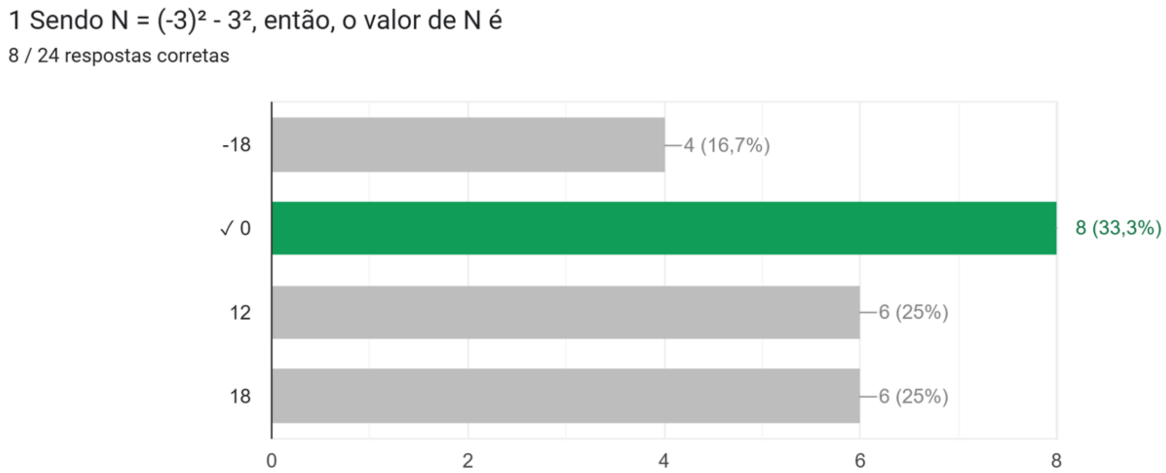
Figura 22 – Questão do Pré-Teste



Fonte: Acervo da pesquisa

Já na questão 2 do Pós-Teste, analisando os números, percebeu-se o inverso, porém há de se considerar que mesmo que versem sobre o mesmo conteúdo, a questão cobrada no Pós-Teste é mais complexa, o que pode justificar a queda de acertos de 42,1% para

Figura 23 – Questão 1 do Pós-Teste



Fonte: Acervo da pesquisa

12,5%. Será que os alunos regrediram? Analisando alguns testes, resolvemos trazer as respostas do aluno A4, para tentar explicar tal resultado. Observe as Fig. 24[a] e 24[b].

Observa-se que o aluno A4 apresentou progresso. No Pré-Teste, ele não conseguiu calcular uma potência de base 10 com expoente negativo, porém, no Pós-Teste, ele realizou o cálculo corretamente, embora não tenha acertado a questão. Isso possivelmente ocorreu porque, além do cálculo, a questão exigia que o estudante interpretasse o contexto e aplicasse as propriedades da potenciação. Situação semelhante foi observada em outros alunos.

A questão 3 do Pós-Teste teve 29,2% de acertos, analisando as respostas dos alunos observou-se que a aluna A5 errou a questão, mas não pelo conteúdo que foi ensinado nessa sequência didática, mas por se confundir ao somar frações com denominadores diferentes, de acordo com a Fig.25.

Uma questão que se pode comparar a essa do Pré-Teste é a questão apresentada na Fig. 26.

Ou até a questão que está na Fig. 27, a primeira teve 10,5% de acerto enquanto a segunda não apresentou nenhum.

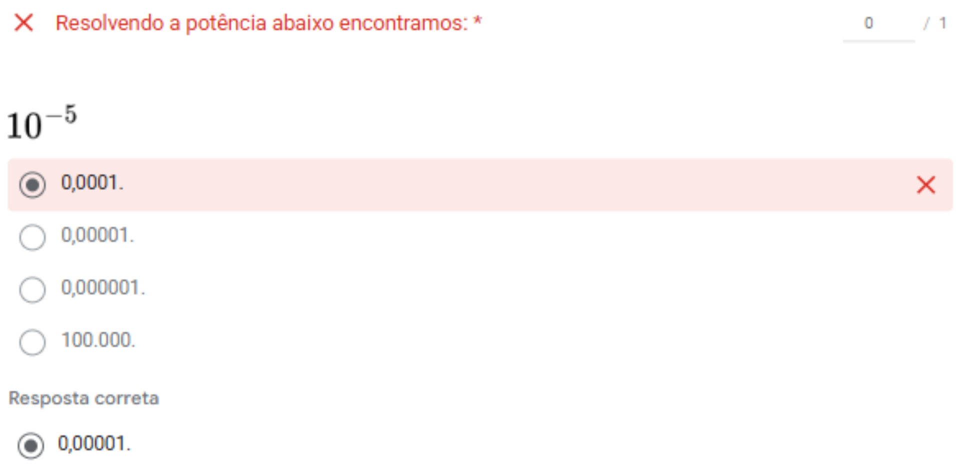
Já a expressão no Pós-Teste alcançou 29,2% de acertos. Conforme a Fig. 25.

Para além da comparação entre as questões para essa análise, deve-se levar em consideração a participação dos alunos durante o percurso do estudo proposto, suas indagações e até mesmo reações.

A metodologia trabalhada propõe que o aluno se envolva mais ativamente com o seu aprendizado tanto em sala de aula quanto fora dos muros da escola. Foi observado

Figura 24 – Respostas do aluno A4

(a) Pré-Teste


Resolvendo a potência abaixo encontramos: * 0 / 1

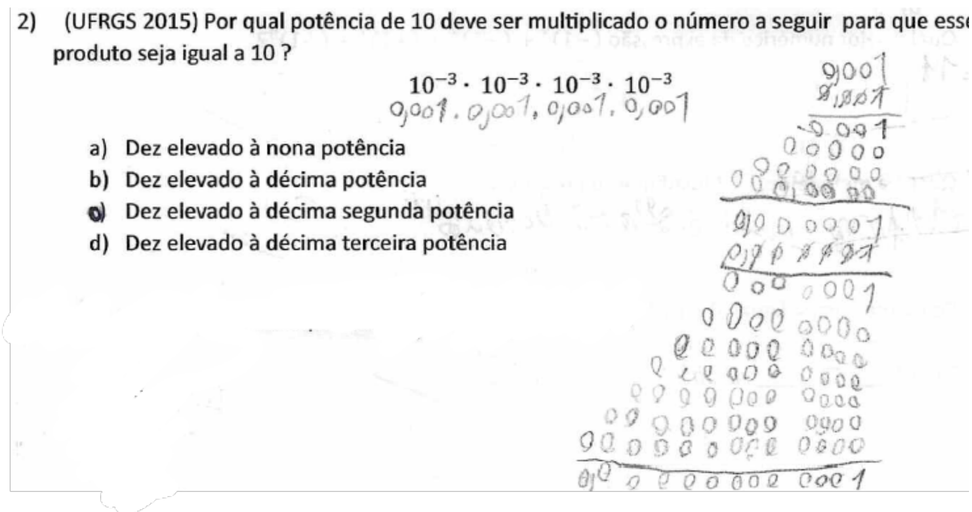
10^{-5}

- 0,0001.
- 0,00001.
- 0,000001.
- 100.000.

Resposta correta

- 0,00001.

(b) Pós-Teste


2) (UFRGS 2015) Por qual potência de 10 deve ser multiplicado o número a seguir para que esse produto seja igual a 10 ?

$10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}$

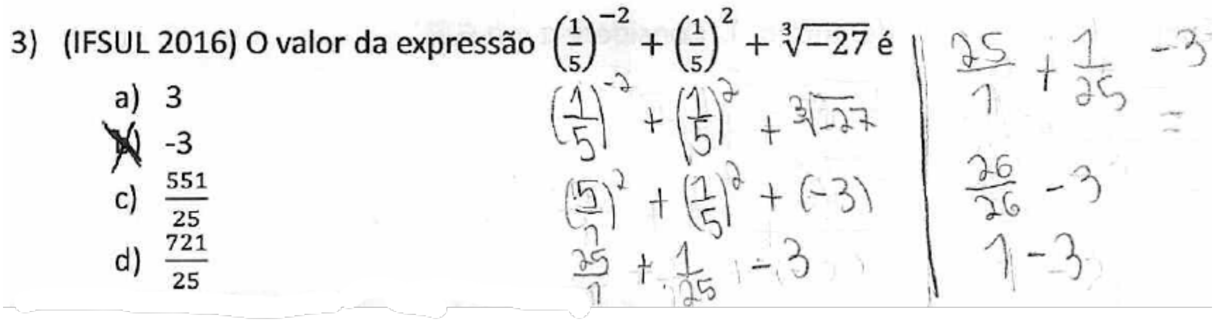
0,001 . 0,001 . 0,001 . 0,001

a) Dez elevado à nona potência
b) Dez elevado à décima potência
c) Dez elevado à décima segunda potência
d) Dez elevado à décima terceira potência

Fonte: Acervo da pesquisa

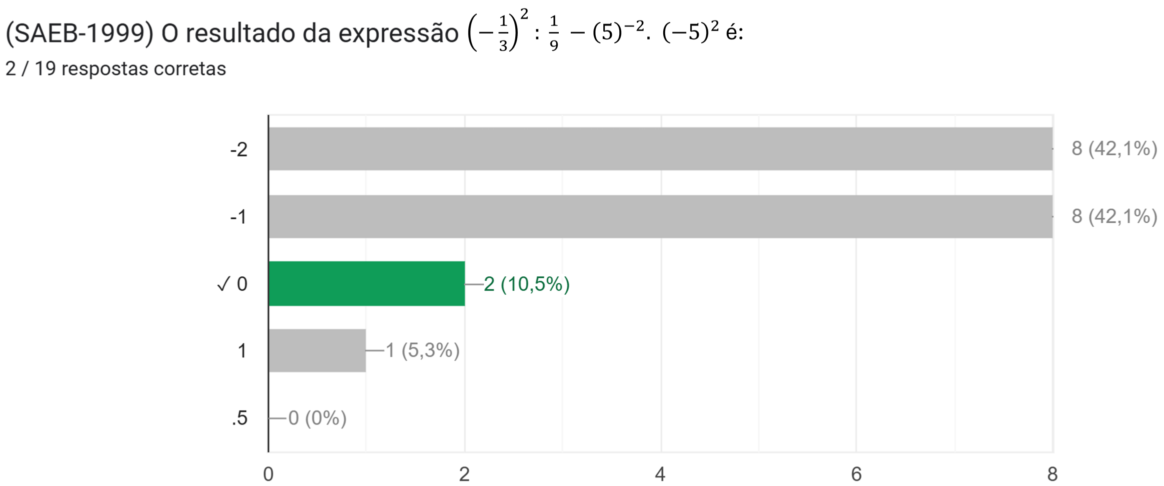
que alguns alunos apresentam resistência para fazer as atividades e tirar dúvidas. Alguns demonstraram medo de errar e, por isso, não quiseram tentar. E o fato de terem autonomia para decidir que horas se dedicariam a estudar ou quantas vezes assistiria a aula, por exemplo, é um fator que pode causar estranheza e medo nesse aluno que não está acostumado a ter autonomia. Porém, principalmente, durante as atividades em grupo, houve considerável envolvimento de toda a turma. Outro fator a ser considerado é a defasagem de conteúdos, mesmo após a realização de uma espécie de 'nivelamento' prévio à aplicação da sequência didática.

Figura 25 – Pós-Teste - Questão da aluna A5



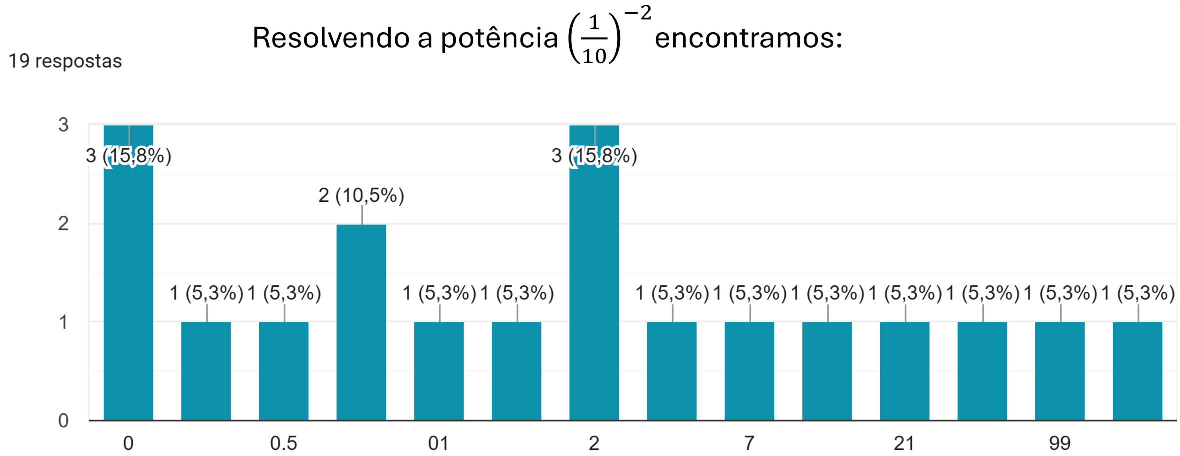
Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 26 – Questão do Pré-Teste



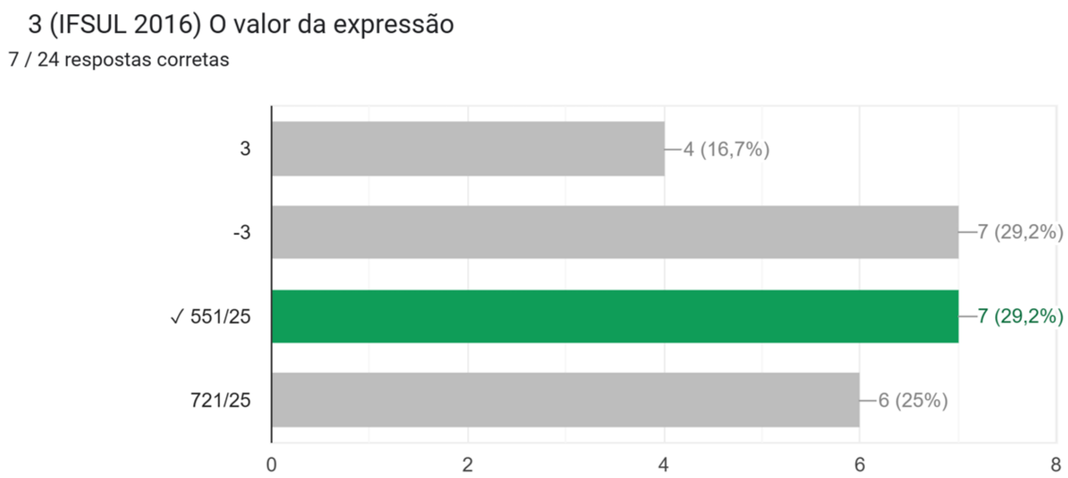
Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 27 – Questão do Pré-Teste



Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 28 – Questão 3 do Pós-Teste



Fonte: Acervo da pesquisa

Capítulo 5

Considerações Finais

Ao longo desta pesquisa, buscou-se compreender de que maneira a metodologia da Sala de Aula Invertida poderia contribuir para o processo de ensino de Potenciação e Radiciação nos anos finais do Ensino Fundamental. A partir das observações, análises e reflexões realizadas, conclui-se que a SAI mostrou-se uma estratégia pedagógica com potencial significativo para favorecer a aprendizagem desses conteúdos, promovendo avanços na execução das atividades propostas pelos estudantes.

Apesar dos resultados positivos, é importante destacar os desafios ainda presentes. Entre eles, ressalta-se a necessidade de maior conscientização dos alunos acerca de sua corresponsabilidade no processo de aprendizagem, bem como do desenvolvimento do desejo de “aprender a aprender”. Embora os impactos da pandemia da Covid-19 tenham acentuado algumas dificuldades, como a defasagem de conteúdos, tais obstáculos não podem ser atribuídos exclusivamente a esse período. O cenário pandêmico apenas intensificou fragilidades já existentes na educação, revelando a urgência de novas práticas pedagógicas que estimulem maior autonomia discente. Nesse sentido, a SAI se apresenta como uma alternativa promissora, ao permitir que o estudante tenha acesso às explicações do professor em diferentes contextos —- em casa, no transporte ou em qualquer outro espaço, por meio de dispositivos móveis amplamente acessíveis na sociedade contemporânea.

No que se refere ao papel docente, a metodologia oferece contribuições relevantes, sobretudo ao liberar mais tempo em sala de aula para acompanhar a resolução das atividades, observar os modos de pensar dos alunos e intervir de forma mais direcionada. Esse aspecto foi evidenciado durante a aplicação, em que se observou, por exemplo, a permanência de estratégias elementares de cálculo em turmas de 9º ano. Situação que não teria sido identificada se o tempo estivesse majoritariamente destinado à exposição de conteúdos. Todavia, adotar metodologias ativas, como a SAI, implica também em superar resistências, entre elas o receio de ensinar de maneira distinta daquela vivenciada durante a formação docente.

Por fim, espera-se que este estudo contribua para incentivar a reflexão docente acerca das práticas pedagógicas e das novas estratégias de ensino da Matemática. Recomenda-se, ainda, que futuras pesquisas aprofundem aspectos como a duração ideal das videoaulas, a articulação da SAI com outras metodologias ativas e sua aplicação em diferentes níveis de ensino e contextos socioculturais, de modo a ampliar a compreensão sobre as potencialidades e os limites dessa abordagem.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. d. I. R. Ensino—aprendizagem—avaliação de matemática: porque através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, L. d. I. R. et al. (Ed.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 42.

BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. d. M. *Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação*. [S.I.]: PENSO - GRUPO A, 2015. ISBN 9788584290482. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

BARROS, R. A. d. A. *Metodologias ativas: a sala de aula invertida aplicada ao ensino de trigonometria*. Dissertação (Mestrado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/33041. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

BERGMANN, J. *Aprendizagem invertida para resolver o problema do dever de casa*. [S.I.]: Penso Editora, 2018. (Desafios da Educação). Citado 4 vezes nas páginas 24, 25, 26 e 47.

BERGMANN, J.; SAMS, A. *Sala de Aula Invertida - Uma Metodologia Ativa de Aprendizagem*. 1. ed. ed. Rio de Janeiro-RJ: LTC, 2021. ISBN 9788521630456. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=UGT5zwEACAAJ. Citado 5 vezes nas páginas 22, 23, 24, 25 e 47.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: DIAS, R.; MARTINS, C. (Ed.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 6. ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2020, (Coleção Tendências em Educação Matemática, v. 1). cap. IV, p. 107–119. Citado na página 45.

BOTELHO, D. A. *Sala de Aula Invertida em Tempos de Pandemia: uma proposta para o ensino dos princípios multiplicativo e aditivo*. Dissertação (mathesis) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2020. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5911&id2=171052977. Citado na página 43.

BRASIL, M. d. E. a. M. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Versão final homologada*. 2018. https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 2025-08-03. Citado na página 14.

BRASIL, M. d. E. a. M. e. I. *Divulgação dos resultados do PISA 2018 e PISA 2022 — desempenho do Brasil em matemática*. 2023. https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/divulgados-os-resultados-do-pisa-2022. Citado na página 14.

BRASIL, S. d. E. a. F. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 1998. Acesso em: 2025-08-03. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Citado na página 14.

CRUZ, F. D. K. A. *Uso de Videoaula como Ferramenta Didática: Um estudo de Caso utilizando Aprendizagem Significativa para o Ensino de Potenciação, year = 2024, creationdate = 2025-06-10T10:29:53, modificationdate = 2025-06-10T10:34:21, owner = Tatiane do Nascimento Silva,*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural do Semi-árido, Programa Pós-graduação em Matemática. Citado na página 41.

D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática*: da teoria à prática. 14. ed. ed. Campinas-SP: Papirus Editora, 2007. (Coleção perspectivas em educação matemática). ISBN 8530804104. Citado 5 vezes nas páginas 17, 18, 19, 21 e 22.

DANTE, L. R. *Matemática: contexto e aplicações*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016. v. 1. Obra em 3 volumes. Classificação: Matemática (Ensino médio). ISBN 9788508179381. Citado na página 28.

DOMINGUES, J. S.; BENTO, F. dos S.; SILVA, T. H. da. *Introdução à Álgebra Elementar*. Formiga: IFMG Campus Formiga, 2016. Citado na página 28.

FIOCRUZ. *Covid-19: Perguntas e Respostas*. 2025. Disponível em: https://fiocruz.br/coronavirus-perguntas-e-respostas. Citado na página 46.

HORN, M. B.; STAKER, H.; CHRISTENSEN, C. *Blended: usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação*. [S.l.]: Penso Editora, 2015. Citado na página 25.

IEZZI, G. et al. *Matemática: ciência e aplicações*. São Paulo: Saraiva, 2013. v. 1. (Ensino Médio, v. 1). ISBN 9788502228337. Citado na página 28.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MURAKAMI, C. *Fundamentos de Matemática Elementar*. 10. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 2. Logaritmos. Edição do aluno. ISBN do professor: 978-85-357-1683-2. ISBN 978-85-357-1682-5. Citado na página 28.

JÚNIOR, J. G.; CASTRUCCI, B. *A Conquista da Matemática*. [S.l.: s.n.], 2018. Citado na página 27.

MACIEL, L. C. *Educação Financeira e Sala de Aula Invertida: uma proposta para os anos finais do ensino fundamental. 2021. 216 f.* Tese (Dissertação (Mestrado em Matemática)-) — Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2021. Citado na página 41.

MENEZES, A. V. A contribuição dos jogos para a aprendizagem da potenciação e radiciação no 9º ano: Uma proposta de ensino. *Juazeiro, BA: Universidade Federal do Vale do São Francisco*, 2014. Citado na página 41.

PESCO, D. U.; ARNAUT, R. G. T. *Matemática básica*. 5. ed. [S.l.]: Fundação CECIERJ, 2013. unico. ISBN 978-85-7648-424-0. Citado na página 28.

PONTE, J. a. P. da; OLIVEIRA, H. Marcos históricos no desenvolvimento do conceito de potência. *Educação e Matemática*, n. 52, p. 29–34, 1999. Citado na página 27.

REIS, M. F. da S. et al. TendÊncias atuais em educaÇÃo matemÁtica: RevisÃo de literatura nos cursos de licenciatura em matemÁtica do brasil. *Revista de Educação da Universidade Federal do Vale do São Francisco*, v. 13, n. 32, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

RIBEIRO, A. L. Autismo e o ensino de potenciação e radiciação: um estudo a partir da resolução de problemas. Universidade Federal do Tocantins, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 20, 42 e 43.

SOUZA, R. L. d. *Uso da sala de aula invertida apoiada por tecnologias digitais no ensino da geometria analítica*. Dissertação (Mestrado) — Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduaçã - UFV, 2024. Citado na página 43.

VALENTE, W. R. Quem somos nós, professores de matemática? *Cadernos Cedes*, SciELO Brasil, v. 28, p. 11–23, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 17, 18, 19 e 20.

VALÉRIO, M.; MOREIRA, A. L. O. R. Sete críticas à sala de aula invertida. *Revista Contexto & Educação*, v. 33, n. 106, p. 215–230, 2018. Citado na página 26.

ZALUSKI, F. C.; OLIVEIRA, T. D. de. Metodologias ativas: uma reflexão teórica sobre o processo de ensino e aprendizagem. In: *Congresso Internacional de Educação e Tecnologias*. [S.l.: s.n.], 2018. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

Apêndices

APÊNDICE A

Documentos de Autorização

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT

SBM
SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Prezada Diretora, Marcella Cardoso Monteiro de Barros

Os alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental da E. M. Santa Maria, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), realizada pela mestranda e professora de Matemática TATIANE DO NASCIMENTO SILVA. A pesquisa, que tem como tema: USO DA METODOLOGIA SALA DE AULA INVERTIDA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO, será realizada na própria Escola, durante algumas aulas de Matemática. Esse estudo possui o objetivo de verificar se com uma abordagem diferenciada, haverá uma melhor aprendizagem desses conteúdos contribuindo assim para uma maior eficácia e sucesso no processo ensino-aprendizagem. Para que a Instituição e os alunos participem da pesquisa e que os dados possam ser publicados, solicito sua autorização.

Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço, por gentileza, que preencha o formulário a seguir:

Eu, Marcella Cardoso Monteiro de Barros, diretora da E. M. Santa Maria autorizo a participação das turmas de 9º Ano na pesquisa USO DA METODOLOGIA SALA DE AULA INVERTIDA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO, desenvolvida pela professora de Matemática, TATIANE DO NASCIMENTO SILVA.

Marcella Cardoso Monteiro de Barros

Marcella C. M. de Barros
Diretora
Mat.: 15.706

Campos dos Goytacazes, 05 de março de 2024.

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Prezados Pais ou Responsáveis,

Os alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental da E. M. Santa Maria, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF), realizado pela mestranda e professora de Matemática TATIANE DO NASCIMENTO SILVA. A pesquisa, que tem como tema: USO DA METODOLOGIA SALA DE AULA INVERTIDA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO, será realizada na própria Escola, durante algumas aulas de Matemática. Esse estudo possui o objetivo de verificar se com uma abordagem diferenciada, haverá uma melhor aprendizagem desses conteúdos contribuindo assim para uma maior eficácia e sucesso no processo ensino-aprendizagem. Para que seu filho(a) possa participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados, solicito sua autorização.

Desde já, agradeço, e se estiver de acordo, peço, por gentileza, que preencha o formulário a seguir:

Eu, ____, autorizo a participação do meu filho(a) na pesquisa sobre USO DA METODOLOGIA SALA DE AULA INVERTIDA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO, desenvolvida pela professora de Matemática, Tatiane do Nascimento Silva.

Nome do(a) aluno(a):____

____

Assinatura do responsável

Campos dos Goytacazes, 21 de março de 2024.

APÊNDICE B

Pré-Teste

Pré-Teste

* Indica uma pergunta obrigatória

1. E-mail *

2. Nome completo: *

3. Idade: *

Cada questão possui uma única resposta.

4. Márcia mora em um prédio que tem 4 andares. Em cada andar, há 4 apartamentos, e para cada apartamento há 4 vagas na garagem. Como posso representar em forma de potência o número de vagas desse prédio, e quantas são? * 1 ponto

$a)\, 4 \cdot 3 = 12\, vagas\, na\, garagem$
$b)\, 4^3 = 64\, vagas\, na\, garagem$
$c)\, 4^3 = 12\, vagas\, na\, garagem$
$d)\, 4 \cdot 4 = 16\, vagas\, na\, garagem$

Marcar apenas uma oval.

- a
- b
- c
- d

5. Qual a alternativa correta? * 1 ponto

$I)\quad 4^0 \cdot 3^3 = 0$
$II)\; 3^2 \cdot 4^3 = 18$
$III) 2^3 + 5^2 = 34$
$IV)\, 10^0 + 15^1 = 16$

Marcar apenas uma oval.

- I
- II
- III
- IV

6. Se elevarmos um número natural ao quadrado e a seguir tirarmos a raiz quadrada do resultado encontrado, o que acontecerá? * 1 ponto

Marcar apenas uma oval.

- O resultado será maior do que 15.
- O resultado será menor do que o número que foi elevado ao quadrado.
- O resultado será maior do que o número que foi elevado ao quadrado.
- O resultado será o mesmo número que foi elevado ao quadrado.

7. (SAEB-2005)O resultado de $x^2 - y^2$, para x=4 e y=2, é * 1 ponto

Marcar apenas uma oval.

- 2
- 4
- 12
- 14

8. (SAEB-1999) O resultado da expressão * 1 ponto

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{9} - (5)^{-2}.(-5)^2 \text{ é } :$$

Marcar apenas uma oval.

- -2
- -1
- 0
- 1
- .5

9. Verifique as sentenças a seguir: * 1 ponto

$$1. (x \cdot y)^4 = x^4 \cdot y^4$$
$$2. (x + y)^4 = x^4 + y^4$$
$$3. (x - y)^4 = x^4 - y^4$$
$$4. (x + y)^0 = 1$$

Marcar apenas uma oval.

- Todas são falsas.
- Todas são verdadeiras.
- Somente 1 e 4 são verdadeiras.
- 1, 3 e 4 são falsas.

10. (SMERJ) Nas comemorações do aniversário de uma escola municipal, o professor de Educação Física organizou uma apresentação dos seus 250 alunos. Na apresentação de uma coreografia, os alunos se colocaram em fileiras, formando três quadrados: um de 25, outro de 81 e o último de 144 alunos. Em cada quadrado, o número de fileiras era igual ao número de alunos por fileira. Sendo assim, cada quadrado tinha, respectivamente, quantas fileiras? * 1 ponto

Marcar apenas uma oval.

- 4, 6 e 8
- 5, 6 e 10
- 5, 9 e 12
- 6, 9 e 14

11. (IFAL 2016) O valor exato da raiz cúbica de 1728 é * 1 ponto

Marcar apenas uma oval.

- 9.
- 12.
- 15.
- 18.

12. Resolvendo a potência abaixo encontramos: * 1 ponto

$$10^{-5}$$

Marcar apenas uma oval.

- 0,0001.
- 0,00001.
- 0,000001.
- 100.000.

Determine os resultados de cada item a seguir:

13. * 1 ponto

$$35^1 =$$

14. * 1 ponto

$$\left(\frac{1}{10}\right)^{-2} =$$

15. * 1 ponto

$$(-3)^5 =$$

16. * 1 ponto

$$15^0 =$$

17. * 1 ponto

$$(-1,4)^2 =$$

18. * 1 ponto

$$\sqrt[4]{81} =$$

19. * 1 ponto

$$\sqrt{\sqrt{7^4}} =$$

20. * 1 ponto

$$\sqrt[3]{-125} =$$

APÊNDICE C

Atividades da Sequência Didática

C.0.1 Atividades da Aula 1

UENF Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro — PROFMAT — SBM Sociedade Brasileira de Matemática — Escola Municipal Santa Maria

MATEMÁTICA – Atividade 1

ALUNO(A):____ Nº _________ TURMA: 9A102

PROFESSORA: TATIANE DO NASCIMENTO SILVA FERREIRA DATA:______________

1) Aplicando o que você aprendeu, calcule o valor de:

GRUPO A

a) $(-5)^1 =$

b) $(+7)^5 =$

c) $\left(-\frac{3}{8}\right)^3 =$

d) $(+4,1)^3 =$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^9 =$

GRUPO B

a) $(-5)^6 =$

b) $(+7)^4 =$

c) $\left(-\frac{3}{8}\right)^2 =$

d) $(+4,1)^2 =$

e) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{10} =$

A) O que se pode observar a respeito dos expoentes do grupo A? E do grupo B?

B) O que se pode dizer do sinal da potência quando o expoente for par?

C) O que se pode dizer do sinal da potência quando o expoente for ímpar?

2) Qual o valor numérico da expressão $(-2)^3 + (-3)^2 - (-1)^2 - (-2)^5$?

3) Sabendo que $x = (-2)^4 : 4^2 - 4^2 : (-2)^3$ e $y = [(-1)^3 - (-1)^5 \cdot (-1)^4] + (-1)^7$, qual o valor de $x \cdot y$?

4) Qual é a metade de 2^{40}? Justifique sua resposta.
   a) 1^{20}
   b) 2^{20}
   c) 2^{39}
   d) 1^{40}

5) Complete com $=$ (igual a) ou $\neq$(diferente de). Considere a e $b \in \mathbb{R}^*$.

a) $(a \cdot b)^2$____________ $a^2 \cdot b^2$

b) $(a + b)^2$____________ $a^2 + b^2$

c) $(-10)^2$____________ -10^2

d) $(-3)^3$____________ -3^3

e) $(3 : 7)^2$____________ $\frac{3^2}{7^2}$

f) $(5^3)^2$ ____________5^{3^2}

C.0.2 Atividades da Aula 2

MATEMÁTICA – Atividade 2

ALUNO(A):____ Nº _________ TURMA: 9A102

PROFESSORA: TATIANE DO NASCIMENTO SILVA FERREIRA DATA:_____________

1) Considerando a, b, c, d números reais não-nulos e x e y números inteiros, determine possíveis valores para x e y em cada caso:

a) $a^x \cdot a^y = a^5$

c) $c^x : c^y = c^1$

b) $b^x \cdot b^y = b^{-2}$

d) $d^x : d^y = 1$

2) Escreva as expressões na forma de uma só potência e calcule:

a) $6^3 : 6^{-2}$=
b) $15^{-4} : 15^{-5}$=
c) $7^{-6} \cdot 7^{-3}$=
d) $(10^4)^{-2}$=
e) $[(50^{-5})^0]^3 =$

3) Resolva as expressões:

a) $\dfrac{-2^2+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}{-2^4+(-3)^2+4^0} =$

b) $\dfrac{(5^2)^{-2} \cdot 625^2}{15625} =$

4) Assista ao vídeo a seguir:

Agora é a sua vez, calcule:

a) $10^{-7} =$
b) 10^{10}=
c) $10^{23} =$
d) $10^{-12} =$

Escreva aqui a maneira fácil e prática de calcular potências de base 10 que você descobriu.

C.0.3 Atividades da Aula 3

MATEMÁTICA – Atividade 3

ALUNO(A):____ Nº ________ TURMA: 9A102

PROFESSORA: TATIANE DO NASCIMENTO SILVA FERREIRA DATA:___________

1) Você recebeu o papel quadriculado. Considerando o □ como unidade de medida, recorte quadrados com medidas de lados diferentes, cole em seu caderno conforme a tabela dada e depois complete-a:

Medida do lado	Total de quadrados	Potência
1		
2		
3		
4		
5		

2) Agora, considerando o ▢ como unidade de medida forme cubos com o material que você recebeu e a seguir complete a tabela:

Medida da aresta	Total de cubos	Potência
1		
2		
3		
4		
5		

3) As expressões $\sqrt{-25}$ e $-\sqrt{25}$ são iguais? Por quê?

4) Verifique se a expressão $\sqrt{(x-y)^2}$ é definida no conjunto $\mathbb{R}$ para quaisquer valores de x e y. Explique com pelo menos dois exemplos.

5) Quais das raízes a seguir são definidas no conjunto $\mathbb{R}$?

a) $\sqrt{7}$

c) $\sqrt[3]{-4}$

e) $\sqrt[5]{32}$

b) $\sqrt[6]{64}$

d) $\sqrt[4]{-16}$

f) $\sqrt[10]{1}$

6) O radical $\sqrt{50}$ possui uma raiz não exata.

a) Qual a sua forma simplificada?

b) Escreva sua forma decimal. Considere $\sqrt{2} = 1{,}41$.

7) Simplifique cada uma das expressões:

a) $\sqrt[5]{w^{13}} =$

b) $\sqrt[4]{1296}$=

c) $\sqrt[3]{\sqrt{200} =}$

d) $\sqrt{\sqrt{16} - \sqrt[3]{64} + \sqrt{\sqrt{256}}}$=

APÊNDICE D

Pós-Teste

1) Sendo N = $(-3)^2 - 3^2$, então, o valor de N é
   a) -18
   b) 0
   c) 12
   d) 18

2) (UFRGS 2015) Por qual potência de 10 deve ser multiplicado o número a seguir para que esse produto seja igual a 10 ?

$$10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}$$

   a) Dez elevado à nona potência
   b) Dez elevado à décima potência
   c) Dez elevado à décima segunda potência
   d) Dez elevado à décima terceira potência

3) (IFSUL 2016) O valor da expressão $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{2} + \sqrt[3]{-27}$ é
   a) 3
   b) -3
   c) $\frac{551}{25}$
   d) $\frac{721}{25}$

4) (FATEC 2015) Das três sentenças abaixo :

$$I)\ 2^{x+3} = 2^x \cdot 2^3$$
$$II)\ 25^x = 5^{2x}$$
$$II)\ 2^x + 3^x = 5^x$$

a) somente a I é verdadeira;
b) somente a II é falsa;
c) somente a II é verdadeira;
d) somente a III é verdadeira;
e) somente a III é falsa.

5) A professora de João disponibilizou como tarefa uma lista de exercícios que deveria ser feita em casa. Ele chegou aos seguintes resultados:

   a) $\sqrt[5]{4^5} = \sqrt[5]{1024}$

   b) $\sqrt[7]{(2 \cdot 5)^7} = 10$

   c) $\sqrt[16]{3^4} = \sqrt[3]{3}$

   d) $\sqrt[10]{2^8} = \sqrt[5]{2^4}$

Podemos concluir que João realmente aprendeu o conteúdo estudado? Justifique sua resposta.

6) Assinale com verdadeiro (V) ou falso (F) em cada uma das igualdades:

a) ( ) $\sqrt[14]{2^8} = \sqrt[x]{2^4}$, portanto $x = 7$.

b) ( ) $\sqrt[15]{10^5} = \sqrt[3]{10^x}$, portanto $x = 0$.

c) ( ) $\sqrt[10]{6^x} = \sqrt[5]{6}$, portanto $x = 5$.

d) ( ) $\sqrt[8]{5^4} = \sqrt{5^x}$, portanto $x = 1$.

7) Assinale a alternativa que corresponde ao valor x, dado na expressão:

$$\sqrt[6]{\sqrt[x]{10}} = \sqrt[24]{10}$$

a) 4
b) 18
c) 30
d) 5

8) Qual o valor numérico da expressão $(-1)^3 + (-1)^2 + (+1)^7 + (+1)^8$?

9) Qual é a metade de 2^{99}? Justifique sua resposta.

10) Complete com $=$ (igual a) ou $\neq$(diferente de). Considere a e $b \in \mathbb{R}^*$.

a) $(a \cdot b)^3$___________ $a^3 \cdot b^3$

b) $(a - b)^2$___________ $a^2 - b^2$

c) $(-2)^5$___________ -2^5

d) $(-3)^2$___________ -3^2

e) $(b^3)^2$ ___________b^{3^2}