

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Novo Ensino Médio do estado de São Paulo: a aplicação do componente "Tendências e Decisões" no ensino de probabilidade e estatística

Denise Freitas Pelícia

Dissertação de Mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Denise Freitas Pelícia

**Novo Ensino Médio do estado de São Paulo: a aplicação do
componente "Tendências e Decisões" no ensino de
probabilidade e estatística**

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientadora: Profa. Dra. Mariana Pereira de Melo

**USP – São Carlos
Junho de 2025**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

P384n Pelícia, Denise Freitas
Novo Ensino Médio do estado de São Paulo: a
aplicação do componente "Tendências e Decisões" no
ensino de probabilidade e estatística / Denise
Freitas Pelícia; orientadora Mariana Pereira de
Melo. -- São Carlos, 2025.
150 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
em Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de
Computação, Universidade de São Paulo, 2025.

1. Novo Ensino Médio. 2. Aprofundamento
Curricular. 3. Base Nacional Comum Curricular. 4.
Ensino de Probabilidade. 5. Ensino de Estatística.
I. Melo, Mariana Pereira de, orient. II. Título.

Denise Freitas Pelícia

New High School in the state of São Paulo: the application
of the "Trends and Decisions" component in teaching
probability and statistics

Dissertation submitted to the Instituto de Ciências
Matemáticas e de Computação – ICMC-USP – in
accordance with the requirements of the Professional
Master's Program in Mathematics in National Network,
for the degree of Master in Science. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Professional Master Degree
Program in Mathematics in National Network

Advisor: Profa. Dra. Mariana Pereira de Melo

USP – São Carlos
June 2025

*Dedico este trabalho ao meu marido Diego, por estar ao meu lado
e ser suporte em todos os momentos difíceis.*

*Dedico também a minha orientadora Profa. Dra. Mariana Pereira de Melo,
pelo incentivo e atenção dedicada ao longo de todo o processo.
O apoio de ambos foi essencial para a concretização deste trabalho.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por tudo que me permite viver e conquistar. Às vezes nem tudo sai como planejado, mas reconheço as lições valiosas pelo caminho.

Aos meus pais, Sueli e José (em memória) por todos os ensinamentos e apoio em minha formação acadêmica.

À minha irmã Carina, por toda ajuda e companheirismo.

Ao meu marido Diego, pelo apoio incondicional, cumplicidade, amor e carinho.

À todos os professores do Profmat pelo conhecimento compartilhado que contribuiu para minha formação e prática docente. Em especial, a Profa. Dra. Rosana Retsos Signorelli Vargas e ao Prof. Dr. Juan Fernando Zapata Zapata, pela compreensão, incentivo e auxílio.

À professora orientadora Dra. Mariana Pereira de Melo, a quem sou muito grata pela compreensão e paciência, por me incentivar constantemente, por toda ajuda, confiança, dedicação, competência e assertividade em suas orientações.

Aos meus colegas de turma, por compartilharem comigo descobertas, conhecimentos e experiências ao longo deste percurso.

À Direção da escola em que realizei esta pesquisa, por permitirem a realização deste estudo.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram, de alguma forma, para a concretização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

*“Eu sonho com um país onde
a educação prevalecerá.”
(Malala Yousafzai)*

RESUMO

PELÍCIA, D.F. **Novo Ensino Médio do estado de São Paulo: a aplicação do componente "Tendências e Decisões" no ensino de probabilidade e estatística.** 2025. 150 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2025.

Além de universalizar o atendimento escolar, um dos grandes desafios da educação brasileira é garantir a melhoria da qualidade do ensino e a igualdade de oportunidades. Sob a promessa de que a mudança na estrutura do ensino médio contribuiria para o maior interesse dos jovens em permanecer na escola e para a melhoria dos resultados da aprendizagem, o Novo Ensino Médio passou a ser implementado em 2022 nas escolas públicas e privadas do Brasil. Muitas das mudanças, porém, receberam críticas dos profissionais da educação e estudantes. Nesse contexto, esta pesquisa tem como objetivo apresentar os resultados obtidos na aplicação do componente “Tendências e Decisões” a uma turma da 3ª série do ensino médio de uma escola pública de São Paulo em 2023, após a nova organização curricular, no intuito de discorrer sobre a implantação dessa política educacional na prática. Os conteúdos de probabilidade e estatística, temática desse componente, fazem parte dos referenciais curriculares da educação básica e são ramos relevantes da Matemática, presentes em diversas áreas da sociedade moderna. Para uma análise estatística do desempenho dos alunos foram aplicadas avaliações referentes aos objetos de conhecimento e ao desenvolvimento das atividades recomendadas no material do componente curricular. Este trabalho teve uma abordagem quantitativa e qualitativa que fundamentou a análise e recomendações relativas ao ensino de probabilidade e estatística para o Novo Ensino Médio.

Palavras-chave: Novo Ensino Médio, Aprofundamento Curricular, Base Nacional Comum Curricular, Ensino de Probabilidade, Ensino de Estatística.

ABSTRACT

PELÍCIA, D.F. **New High School in the state of São Paulo: the application of the "Trends and Decisions" component in teaching probability and statistics.** 2025. 150 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2025.

In addition to universalizing school attendance, one of the major challenges of Brazilian education is to ensure the improvement of teaching quality and equality of opportunities. Under the promise that the change in the structure of high school would contribute to greater interest among young people in staying in school and improving learning outcomes, the New High School was implemented in 2022 in public and private schools in Brazil. However, many of the changes received criticism from education professionals and students. In this context, this research aims to present the results obtained from the application of the component "Trends and Decisions" to a class of the 3rd year of high school at a public school in São Paulo in 2023, following the new curricular organization, in order to discuss the implementation of this educational policy in practice. The contents of probability and statistics, which are the focus of this component, are part of the curricular references of basic education and are relevant branches of Mathematics, present in various areas of modern society. For a statistical analysis of student performance, assessments related to the knowledge objects and the development of activities recommended in the curricular component material were applied. This work had a quantitative and qualitative approach that underpinned the analysis and recommendations regarding the teaching of probability and statistics for the New High School.

Keywords: New High School, Curriculum Deepening, National Common Curricular Base, Teaching Probability, Teaching Statistics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Competências e Habilidades do Componente Curricular “Tendências e Decisões”	46
Figura 2 – Eixos Estruturantes e suas Competências e Habilidades do Componente Curricular “Tendências e Decisões”	46
Figura 3 – Curva Normal.	60
Figura 4 – Erro Tipo I e Erro Tipo II de um Teste de Hipótese.	65
Figura 5 – Fluxo dos testes de hipóteses	68
Figura 6 – Total de acertos por questão - Atividade 01	78
Figura 7 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior.	81
Figura 8 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com gostar de Matemática [†]	83
Figura 9 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com o o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno. [†]	86
Figura 10 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM [†]	88
Figura 11 – Total de acertos por questão - Atividade 02	92
Figura 12 – Total de acertos por questão (continuação) - Atividade 02	93
Figura 13 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 de acordo com cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior.	96
Figura 14 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 de acordo com gostar de Matemática [†]	98
Figura 15 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 de acordo com o o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno. [†]	101
Figura 16 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM [†]	104
Figura 17 – Total de acertos por questão - Atividade 03	108
Figura 18 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03 de acordo com cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior.	111
Figura 19 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03 de acordo com gostar de Matemática [†]	113
Figura 20 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03 de acordo com o o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno. [†]	116

Figura 21 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM†.	119
Figura 22 – Matriz de Correlação	125
Figura 23 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 01, página 01.	136
Figura 24 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 01, página 02.	137
Figura 25 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 01, página 01.	138
Figura 26 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 01, página 02.	139
Figura 27 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 02, página 01.	140
Figura 28 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 02, página 02.	141
Figura 29 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 02, página 01.	142
Figura 30 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 02, página 02.	143
Figura 31 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 01.	144
Figura 32 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 02.	145
Figura 33 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 01.	146
Figura 34 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 02.	147
Figura 35 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 03.	148
Figura 36 – Questionário aplicado aos alunos.	150

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cronograma de Aplicação das Atividades 01 a 05 propostas no MAPPA (Sao Paulo, 2023)	58
Tabela 2 – Erros e conclusões corretas no teste de hipóteses.	65
Tabela 3 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01.	80
Tabela 4 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota da Atividade 01, de acordo com o fato de terem cursado ou não o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio.	82
Tabela 5 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01 de acordo com o Aprofundamento Curricular.	82
Tabela 6 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com o quanto os alunos gostam da disciplina de Matemática.	84
Tabela 7 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.	85
Tabela 8 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.	86
Tabela 9 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.	87
Tabela 10 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.	89
Tabela 11 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.	90
Tabela 12 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02.	95
Tabela 13 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02.	95

Tabela 14 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com o fato de terem cursado ou não o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio.	96
Tabela 15 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02 de acordo com o Aprofundamento Curricular.	97
Tabela 16 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02 de acordo com o Aprofundamento Curricular.	97
Tabela 17 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com o quanto os alunos gostam da disciplina de Matemática	99
Tabela 18 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.	99
Tabela 19 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> ou do Teste <i>de Wilcoxon</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.	100
Tabela 20 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com o conhecimento prévio informado pelo aluno.	102
Tabela 21 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02 de acordo com o conhecimento prévio do aluno	103
Tabela 22 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> ou do Teste <i>de Wilcoxon</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.	103
Tabela 23 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.	105
Tabela 24 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> ou do Teste <i>de Wilcoxon</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.	105
Tabela 25 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> ou do Teste <i>de Wilcoxon</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.	106
Tabela 26 – <i>p-valores</i> do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03.	110

Tabela 27 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste de <i>Wilcoxon</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03.	110
Tabela 28 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03, de acordo com o fato de terem cursado ou não o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio	111
Tabela 29 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com o Aprofundamento Curricular.	112
Tabela 30 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03 de acordo com o Aprofundamento Curricular.	113
Tabela 31 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03, de acordo com o quanto os alunos gostam da disciplina de Matemática.	114
Tabela 32 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.	115
Tabela 33 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> ou do Teste de <i>Wilcoxon</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.	116
Tabela 34 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03, de acordo com o conhecimento prévio informado pelo aluno.	117
Tabela 35 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.	118
Tabela 36 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.	118
Tabela 37 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.	120
Tabela 38 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> ou do Teste de <i>Wilcoxon</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.	121
Tabela 39 – <i>p</i> -valores do Teste de <i>Shapiro-Wilk</i> e do Teste <i>t</i> ou do Teste de <i>Wilcoxon</i> e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.	121

Tabela 40 – Coeficientes de correlação amostral e *p-valores* dos testes de hipóteses para o coeficiente de correlação populacional ($n = 22$). 124

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNE	Conselho Nacional de Educação
CONAE	Conferência Nacional de Educação
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FTP	Formação Técnica e Profissional
Ideb	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MAPPA	Material de Apoio ao Planejamento e Práticas do Aprofundamento
MEC	Ministério da Educação e Cultura
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
Pisa	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
Saeb	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SED	Secretaria Escolar Digital
SEDUC-SP	Secretaria de Educação do Estado de São Paulo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
2	NOVO ENSINO MÉDIO	31
2.1	Histórico da Base Nacional Comum Curricular	31
2.2	Base Nacional Comum Curricular	33
2.2.1	<i>Áreas do conhecimento</i>	34
2.2.2	<i>Competências e Habilidades</i>	34
2.3	O Novo Ensino Médio	35
2.4	O Novo Ensino Médio Paulista	37
2.5	Itinerários Formativos no Novo Ensino Médio da rede estadual Paulista	39
3	COMPONENTE “TENDÊNCIAS E DECISÕES”	43
3.1	Aprofundamento Curricular: Matemática Conectada	43
3.2	Unidade Curricular: “Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade”	44
3.3	Componente Curricular: Tendências e Decisões	45
3.4	Atividades Propostas	47
3.4.1	<i>Atividade 01</i>	47
3.4.2	<i>Atividade 02</i>	47
3.4.3	<i>Atividade 03</i>	48
3.4.4	<i>Atividade 04</i>	48
3.4.5	<i>Atividade 05</i>	49
3.4.6	<i>Avaliações</i>	49
4	PROCEDIMENTOS E METODOLOGIA	51
4.1	Natureza da Pesquisa	51
4.2	Campo da Pesquisa	52
4.3	Procedimentos nas aplicações das atividades planejadas	52
4.3.1	<i>Atividade 01</i>	52
4.3.2	<i>Atividade 02</i>	54
4.3.3	<i>Atividade 03</i>	55
4.3.4	<i>Atividades 04 e 05</i>	56
4.4	Coleta de Dados	56
4.5	Cronograma de Aplicação das Atividades	58

5	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA ESTATÍSTICA	59
5.1	Distribuição Normal	59
5.2	Estimação dos parâmetros e Intervalo de Confiança	61
5.2.1	<i>Estimação dos parâmetros populacionais</i>	61
5.2.2	<i>Intervalo de Confiança para a média, com variância populacional conhecida</i>	62
5.2.3	<i>Intervalo de Confiança para a média, com variância populacional desconhecida</i>	63
5.3	Fundamentos dos Testes de Hipóteses	64
5.3.1	<i>Hipóteses nula e alternativa</i>	64
5.3.2	<i>Erro Tipo I e Erro Tipo II</i>	64
5.3.3	<i>Poder do Teste</i>	66
5.3.4	<i>Etapas da Análise de Dados e dos Testes de Hipóteses</i>	67
5.4	Testes de Hipóteses	69
5.4.1	<i>Teste de Shapiro-Wilk</i>	69
5.4.2	<i>Teste Z</i>	70
5.4.3	<i>Teste t</i>	71
5.4.4	<i>Teste de Wilcoxon</i>	71
5.5	Relação entre o Teste de Hipótese e o Intervalo de Confiança	73
5.6	Coeficiente de Correlação	73
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	77
6.1	Atividade 01	77
6.1.1	<i>Total de acertos por questão</i>	78
6.1.2	<i>Incremento da nota da Atividade 01</i>	80
6.1.3	<i>Notas das avaliações versus cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior</i>	80
6.1.4	<i>Notas das avaliações versus gostar de Matemática</i>	83
6.1.5	<i>Notas das avaliações versus conhecimento prévio de Análise Combinatória</i>	85
6.1.6	<i>Notas das avaliações versus pretensão em realizar o ENEM</i>	88
6.1.7	<i>Perspectiva docente</i>	90
6.2	Atividade 02	91
6.2.1	<i>Total de acertos por questão</i>	91
6.2.2	<i>Incremento da nota da Atividade 02</i>	94
6.2.3	<i>Notas das avaliações versus cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior</i>	95
6.2.4	<i>Notas das avaliações versus gostar de Matemática</i>	98
6.2.5	<i>Notas das avaliações versus conhecimento prévio de Análise Combinatória</i>	101

6.2.6	<i>Notas das avaliações versus pretensão em realizar o ENEM</i>	104
6.2.7	<i>Perspectiva docente</i>	106
6.3	Atividade 03	107
6.3.1	<i>Total de acertos por questão</i>	108
6.3.2	<i>Incremento da nota da Atividade 03</i>	109
6.3.3	<i>Notas das avaliações versus cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior</i>	110
6.3.4	<i>Notas das avaliações versus gostar de Matemática</i>	113
6.3.5	<i>Notas das avaliações versus conhecimento prévio de Análise Combinatória</i>	116
6.3.6	<i>Notas das avaliações versus pretensão em realizar o ENEM</i>	119
6.3.7	<i>Perspectiva docente</i>	121
6.4	Relação entre as variáveis analisadas	122
7	CONCLUSÃO	127
REFERÊNCIAS		131
APÊNDICE A	AVALIAÇÕES	136
APÊNDICE B	QUESTIONÁRIO	150

INTRODUÇÃO

A educação é um direito público assegurado pela Constituição Brasileira de 1988 (BRASIL, 1988) e essencial para o desenvolvimento do país, da sociedade e de cada indivíduo. No entanto, têm sido um desafio promover avanços consistentes nessa área.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), que define e regulariza a organização do sistema educacional brasileiro, em seu artigo 22, determina que:

“A educação básica tem por finalidades desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores.”(BRASIL, 1996).

A LDB define que a educação básica é formada pela educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. O ensino médio, etapa final da educação e foco desta dissertação, tem como finalidades, de acordo com seu artigo 35:

I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;

II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;

III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;

IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.” (BRASIL, 1996).

Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é um documento normativo de referência obrigatória para elaboração dos currículos da educação básica brasileira, desempenha papel fundamental, pois:

“Explicita as aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver e expressa, portanto, a igualdade educacional sobre a qual as singularidades devem ser consideradas e atendidas. Essa igualdade deve valer também para as oportunidades de ingresso e permanência em uma escola de educação básica, sem o que o direito de aprender não se concretiza.” (BRASIL, 2018)

Diante das enormes desigualdades educacionais e da necessidade de superação das mesmas, a BNCC aponta que:

“Os sistemas e redes de ensino e as instituições escolares devem se planejar com um claro foco na equidade, que pressupõe reconhecer que as necessidades dos estudantes são diferentes.” (BRASIL, 2018)

Além de universalizar o atendimento, um dos grandes desafios da atualidade é garantir a permanência e a aprendizagem dos estudantes. Essa necessidade é expressa nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), que norteiam o planejamento curricular das escolas e sistemas de ensino:

“Para o ensino médio, reconhecidos seu caráter de integrante da educação básica e seu necessário asseguramento de oferta para todos, a própria LDB aponta para a possibilidade de ofertar distintas modalidades de organização, inclusive a formação técnica, com o intuito de tratar diferentemente os desiguais, conforme seus interesses e necessidades, para que possam ser iguais do ponto de vista dos direitos.

Desse modo, dentre os grandes desafios do ensino médio, está o de organizar formas de enfrentar a diferença de qualidade reinante nos diversos sistemas educacionais, garantindo uma escola de qualidade para todos. Além disso, também é desafio indicar alternativas de organização curricular que, com flexibilidade, deem conta do atendimento das diversidades dos sujeitos.” (BRASIL, 2013b)

No intuito de substituir o currículo único do ensino médio por um modelo flexível e diverso, a Lei nº 13.415/2017 (BRASIL, 2017b) alterou a LDB, instituindo uma nova organização curricular, composta pela BNCC e por itinerários formativos.

De acordo com a BNCC do Ensino Médio:

“Essa nova estrutura valoriza o protagonismo juvenil, uma vez que prevê a oferta de variados itinerários formativos para atender à multiplicidade de interesses dos estudantes: o aprofundamento acadêmico e a formação técnica profissional.” (BRASIL, 2018)

O Novo Ensino Médio permite que o aluno decida quais áreas do conhecimento deseja se aprofundar, oportunizando também a opção de formação técnica. As escolas e redes de ensino têm autonomia para definir quais itinerários serão oferecidos, de acordo com as características e interesse da comunidade escolar.

Essa reforma suscita a discussão sobre o melhor formato para tornar o último ciclo da educação básica mais atraente para o jovem e eficaz, no intuito de obter uma melhora nas avaliações e nos indicadores de qualidade da educação do ensino médio. Comparado a outras etapas da educação básica, o ensino médio apresenta alguns dos piores resultados destes indicadores.

No Brasil, o monitoramento do desempenho das escolas e das redes de ensino é feito, entre outros parâmetros, por meio do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb). Criado em 2007, este indicador bienal é uma ferramenta importante para o acompanhamento das metas de qualidade da educação básica, relacionando os dados de aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, com as médias de desempenho em Língua Portuguesa e Matemática no Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb). Em 2023, a nota média obtida no Ideb pelos alunos do ensino médio foi 4,3, representando um discreto aumento em comparação a 2021 e 2019 (4,2). Entretanto, nestas três últimas avaliações, tais médias estão muito abaixo das metas estabelecidas para esta etapa de ensino: 5,0 para 2019 e 5,2 para os anos de 2021 e 2023 (BRASIL, 2024c).

O Saeb também tem periodicidade bienal, sendo aplicado a todos os estudantes da rede pública e a uma amostra de estudantes da rede privada, do 5º e do 9º ano do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio. Apesar de observar algum avanço nas proficiências médias de 2021 para 2023, tanto em Língua Portuguesa como em Matemática, em todas as etapas escolares, os resultados obtidos nestes anos são inferiores aos obtidos em 2019 (BRASIL, 2024c).

Uma possível causa para o declínio observado nos resultados do Saeb nos anos de 2021 e 2023, comparados a 2019, é o impacto da pandemia do COVID-19 na educação nesse período. Neste sentido, as edições do Saeb de 2021 e 2023 são muito expressivas, pois permitiram a avaliação de estudantes que vivenciaram a pandemia em algum momento de sua trajetória escolar e apontam a necessidade de implementar medidas para recuperar a defasagem na aprendizagem.

A análise comparativa do nível da educação no Brasil com o restante dos países é feita através do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa). Este estudo comparativo internacional é realizado a cada três anos e disponibiliza informações sobre o desempenho dos estudantes na faixa etária dos 15 anos, ao fim da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países. Sua edição mais recente, aplicada em 2022, apontou que o Brasil tem baixa proficiência em Leitura, Matemática e Ciências. O estudo revela que 73% dos estudantes brasileiros registraram baixo desempenho em Matemática, abaixo do nível 2, considerado como básico, ou seja, o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Apenas 1% dos brasileiros atingiu alto desempenho em Matemática (nível 5 ou superior). Em Leitura, 50% dos estudantes brasileiros tiveram baixo desempenho e apenas 2% atingiram alto desempenho (BRASIL, 2023a).

Desde 2009, os resultados do Pisa têm se mantido estáveis nas três disciplinas, com pequenas flutuações, em geral, não significativas. Esse cenário mostra estudantes incapazes de compreender textos, resolver cálculos e questões simples e rotineiras.

Tendo em vista os baixos índices em avaliações da educação básica do país, principalmente em Matemática, o impacto recente da pandemia do COVID-19 na educação e a importância de promover uma educação equitativa e de qualidade, este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados obtidos na aplicação, em 2023, do componente “Tendências e Decisões” a uma turma da 3ª série do ensino médio de uma escola pública de São Paulo. Este componente faz parte da nova estrutura do ensino médio, com a implantação de uma nova organização curricular (itinerários formativos). O objetivo deste trabalho é abordar a implementação dessa política educacional na prática, pois é fundamental explorar as dificuldades encontradas neste processo e refletir sobre a adaptação dos alunos à mudança, analisando seu desempenho ao longo dessa etapa.

O componente “Tendências e Decisões” está inserido no Aprofundamento Curricular “Matemática Conectada” e na Unidade Curricular 3 “Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade”. Vale ressaltar aqui a relevância do ensino de probabilidade e estatística nas propostas curriculares de Matemática da educação básica, no que se refere à contribuição do estudo desses temas à formação do aluno, colaborando no desenvolvimento de habilidades essenciais, como análise crítica e argumentação, assim como a autonomia do estudante para que exerça sua cidadania de forma efetiva. É essencial o acesso do cidadão à leitura e interpretação de dados, tabelas, gráficos estatísticos e análise de índices para tomadas de decisões em várias situações do cotidiano. Além disso, a probabilidade e a estatística são fundamentais na maioria das atividades da sociedade moderna, como no setor financeiro, indústria, comércio, medicina, esporte, agropecuária, meio ambiente, publicidade, institutos de pesquisa e tecnologia, entre outros.

Sobre a organização deste trabalho, no Capítulo 2 será apresentado um breve histórico legislativo até a reformulação do ensino médio e as características dessa nova proposta, com ênfase em sua implantação no estado de São Paulo. No Capítulo 3 será apresentado o componente “Tendências e Decisões”, com sua ementa e atividades propostas. No Capítulo 4 detalha-se a aplicação das atividades e a coleta de dados, assim como os procedimentos e metodologia utilizados. Já o Capítulo 5 compreende uma revisão bibliográfica de tópicos de estatística, com os procedimentos e os testes estatísticos utilizados neste trabalho. No Capítulo 6, utilizando as notas obtidas pelos alunos nas avaliações aplicadas antes e depois das atividades propostas (Apêndice A), e as informações de um questionário respondido pelos alunos (Apêndice B), os resultados obtidos serão apresentados. O Capítulo 7 destina-se às considerações finais desta pesquisa, com o propósito de discutir o problema em questão.

NOVO ENSINO MÉDIO

O Novo Ensino Médio define uma nova organização curricular, contemplando a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017a) e, adicionalmente, a oferta de disciplinas optativas para escolha dos estudantes, com foco nas áreas de conhecimento e na formação técnica e profissional.

Este capítulo é dedicado à apresentação de um histórico legislativo com os principais eventos até a implantação do Novo Ensino Médio, além das características e definições desta nova proposta, com ênfase em sua implantação no estado de São Paulo. Mais especificamente, na seção 2.1 será apresentado o Histórico da BNCC, com os principais eventos ocorridos desde a Constituição de 1988 (BRASIL, 1988), que consolida a educação como um direito dos cidadãos, até o ano de 2018, quando foi reformulado o documento relativo ao Novo Ensino Médio. Já na seção 2.2 são apresentadas as áreas de conhecimento e como estão organizadas as competências e habilidades que se almeja que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade. A seção 2.3 é dedicada à reformulação da etapa do Ensino Médio. Uma ênfase ao estado de São Paulo é dada a partir da seção 2.4, onde se apresenta uma breve perspectiva sobre o Ensino Médio neste estado, antes e após esta reformulação. Este capítulo é finalizado com a seção 2.5, onde são apresentados, com detalhes, os Itinerários formativos do Novo Ensino Médio em São Paulo, com os Aprofundamentos Curriculares e o oferecimento na rede estadual do estado.

2.1 Histórico da Base Nacional Comum Curricular

A Constituição Brasileira de 1988, que estabelece os direitos fundamentais à sociedade, é referência fundamental para consolidar a educação como um direito de todos os cidadãos. Em seu artigo 205, estabelece que

“A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno

desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho.” (BRASIL, 1988)

Para atender tais finalidades, a Constituição de 1988, em seu artigo 210, já reconhece a necessidade de que sejam

“... fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar a formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais.” (BRASIL, 1988)

As discussões sobre a reestruturação da legislação educacional, tendo em vista as modificações asseguradas pela Constituição de 1988 duraram 8 anos, até que fosse aprovada a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). A Lei nº 9.394/1996 (BRASIL, 1996) veio para substituir sua versão anterior, de 1971, e regulamentar o sistema educacional público e privado do Brasil, da educação básica ao ensino superior.

No inciso IV de seu artigo 9º, a LDB afirma que cabe à União

“estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum.” (BRASIL, 1996).

Em seu artigo 26, a LDB regulamenta uma base nacional comum para a educação básica, estabelecendo a relação entre o que é básico-comum e o que é diverso para o desenvolvimento da questão curricular no Brasil. Este artigo determina que

“Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos.” (BRASIL, 1996).

A LDB orienta a definição de aprendizagens essenciais, e não apenas de conteúdos mínimos a serem ensinados. Essa orientação incentiva a contextualização do conhecimento pela realidade local, social e individual da escola e dos educandos.

Em 1997 e 1998 são consolidados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o ensino fundamental, feitos para auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos e no desenvolvimento do currículo. Já em 2000, são lançados os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), com o objetivo de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor na busca de novas abordagens e metodologias.

No ano de 2010, especialistas se reuniram para discutir sobre a educação básica na Conferência Nacional de Educação (CONAE). Como resultado desta conferência, foi estabelecida a necessidade de uma Base Nacional Comum Curricular como parte de um Plano Nacional de Educação.

Entre 2010 e 2012, são definidas as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a educação básica (DCNs), que compreende a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio.

Criada em 2014, a Lei nº 13.005/2014 (BRASIL, 2014) regulamenta o Plano Nacional de Educação (PNE), com vigência de 10 (dez) anos. O PNE compreende um conjunto de 20 metas nacionais para a melhoria da qualidade da educação básica durante o decênio 2014-2024. Seu objetivo é garantir o direito à educação básica de qualidade, com relação ao acesso, à universalização da alfabetização e à ampliação da escolaridade e das oportunidades educacionais.

No contexto deste trabalho destaca-se a meta 7, de fomentar a qualidade da educação básica em todas as etapas e modalidades, com melhoria do fluxo escolar e da aprendizagem. A Lei nº 13.005/2014 reitera, como estratégia para atingir esta meta, a necessidade de

“estabelecer e implantar, mediante pactuação interfederativa, diretrizes pedagógicas para a educação básica e a base nacional comum dos currículos, com direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos (as) alunos (as) para cada ano do ensino fundamental e médio, respeitada a diversidade regional, estadual e local.” (BRASIL, 2014).

Ademais, das vinte metas do PNE para a melhoria da qualidade da educação básica, quatro delas abordam a Base Nacional Comum dos currículos.

Assim, em atendimento à LDB e ao PNE, em 2015 foi disponibilizada a primeira versão da BNCC (BRASIL, 2017a), um documento de caráter normativo que estabelece os conhecimentos, as competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. A versão final dos documentos da BNCC referente às etapas da educação infantil e do ensino fundamental foi homologada em 2017. Já o documento da etapa do ensino médio foi reformulado ao longo de 2018, após um processo de audiências públicas para debatê-lo.

2.2 Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017a) foi construída com o propósito de direcionar a elaboração dos currículos dos sistemas e das redes escolares em todo o país, apontando as competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes durante a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio.

Nas subseções a seguir serão apresentadas, respectivamente, as áreas do conhecimento e uma breve explicação sobre as competências e habilidades a serem construídas e desenvolvidas no processo de aprendizagem. Devido ao contexto desta dissertação, tais assuntos compreenderão apenas a etapa do ensino médio.

2.2.1 Áreas do conhecimento

Além das competências gerais da educação básica, a BNCC – Etapa Ensino Médio (BRASIL, 2018) está organizada por áreas do conhecimento, conforme estabelecido no artigo 35-A da LDB:

- Linguagens e suas Tecnologias (Arte, Educação Física, Língua Inglesa e Língua Portuguesa);
- Matemática e suas Tecnologias;
- Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Biologia, Física e Química) e;
- Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (História, Geografia, Sociologia e Filosofia).

A organização por áreas contempla todos os Componentes Curriculares, mas apenas as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática devem ser oferecidas obrigatoriamente durante os três anos do ensino médio.

De acordo com o Conselho Nacional de Educação (CNE), essa organização da BNCC do Ensino Médio (BRASIL, 2018) por áreas do conhecimento

“não exclui necessariamente as disciplinas, com suas especificidades e saberes próprios historicamente construídos, mas, sim, implica o fortalecimento das relações entre elas e a sua contextualização para apreensão e intervenção na realidade, requerendo trabalho conjugado e cooperativo dos seus professores no planejamento e na execução dos planos de ensino” (BRASIL, 2009).

2.2.2 Competências e Habilidades

Cada área do conhecimento estabelece **competências específicas**. A definição de competência abrange a aplicação de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para solucionar desafios da vida cotidiana, do exercício da cidadania e do contexto profissional.

Ao estabelecer as competências, a BNCC reconhece que a “educação deve afirmar valores e estimular ações que contribuam para a transformação da sociedade, tornando-a mais humana, socialmente justa e, também, voltada para a preservação da natureza” (BRASIL, 2013a).

Para assegurar o desenvolvimento das competências específicas da área, cada competência está ligada a um conjunto de **habilidades**, que representam os conhecimentos essenciais a

serem desenvolvidos pelos estudantes do ensino médio. Assim, as habilidades dizem respeito às aprendizagens essenciais para cada área e série e iniciam-se sempre por um verbo que expressa o processo cognitivo envolvido que se pretende construir ou consolidar.

Cada habilidade é indicada por um código alfanumérico, cuja composição é: o primeiro par de letras indica a etapa do ensino médio (EM); o primeiro par de números indica que a habilidade pode ser desenvolvida em qualquer série do ensino médio (13); a segunda sequência de letras indica a área ou o Componente Curricular (MAT); os números finais indicam a competência específica (1º número) e a numeração da habilidade relativa a cada competência (dois últimos números).

Segundo esse critério, o código EM13MAT102, por exemplo, refere-se à segunda habilidade proposta na área de Matemática e suas Tecnologias relacionada à competência específica 1, que pode ser desenvolvida em qualquer série do ensino médio.

Neste caso, a competência específica 1 da BNCC do Ensino Médio (BRASIL, 2018) de Matemática e suas Tecnologias é “utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral”. E a segunda habilidade dessa competência é “analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas”.

Asseguradas as competências e habilidades definidas na BNCC do Ensino Médio (BRASIL, 2018), cabe aos sistemas de ensino e às escolas construir seus currículos e suas propostas pedagógicas de acordo com o seu contexto e suas demandas. Nesse cenário, os itinerários formativos são uma estratégia para flexibilizar a organização curricular do ensino médio.

2.3 O Novo Ensino Médio

O surgimento do Novo Ensino Médio decorre das novas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM), bem como das recentes mudanças na Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) e da reformulação da BNCC para o ensino médio.

Em 2017, a Lei nº 13.415 (BRASIL, 2017b) promoveu modificações na LDB, introduzindo mudanças na estrutura do ensino médio. Tais mudanças resultaram em uma nova organização curricular que, além de contemplar os conteúdos da BNCC, também viabilizaram a oferta de diversos itinerários formativos, conteúdos estes com foco nas áreas de conhecimento e na formação técnica e profissional, que devem ser escolhidos pelo próprio estudante.

Mais especificamente, os itinerários formativos são o conjunto de unidades curriculares

ofertadas pelas escolas e redes de ensino que oferecem caminhos distintos aos estudantes no ensino médio, de acordo com as suas preferências e seu projeto de vida. Esse conjunto de unidades curriculares inclui a organização por disciplinas, projetos, oficinas, clubes, laboratórios, núcleos de estudo e de criação artística, entre outras formas de organização, por módulos ou unidades temáticas, para desenvolver as aprendizagens. Segundo o artigo 36 desta lei, os itinerários formativos “deverão ser organizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares, conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino” (BRASIL, 2017b).

Assim, o Novo Ensino Médio permite que o próprio aluno escolha em quais áreas do conhecimento quer se aprofundar, possibilitando também a opção por uma formação técnica e profissional que lhe auxilie na inserção no mercado de trabalho. Além de permitir o protagonismo dos estudantes por meio da escolha orientada do que estudar, o Novo Ensino Médio resulta em uma ampliação da carga horária de estudos e a definição das aprendizagens essenciais a partir da BNCC.

Os itinerários podem estar organizados por área do conhecimento (Matemática e suas Tecnologias, Linguagens e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas) e Formação Técnica e Profissional (FTP). Esses itinerários podem mobilizar todas ou apenas algumas competências específicas da(s) área(s) em que está organizado.

O Itinerário da FTP compreende um curso técnico ou um conjunto de cursos de qualificação profissional técnica e complementações (unidades curriculares eletivas, atividades complementares, estágios, programas de aprendizagem e/ou práticas em ambientes simulados), conforme o projeto pedagógico previsto para o itinerário.

As escolas e redes de ensino têm autonomia para definir quais itinerários serão oferecidos, considerando suas características e os anseios da comunidade escolar. Também é possível estabelecer parcerias com outras instituições de ensino para oferta de diferentes itinerários formativos.

Segundo a Lei nº 13.415/2017, em seu artigo 24 - § 1º, a carga horária mínima anual

“deverá ser ampliada de forma progressiva, no ensino médio, para mil e quatrocentas horas, devendo os sistemas de ensino oferecer, no prazo máximo de cinco anos, pelo menos mil horas anuais de carga horária, a partir de 2 de março de 2017” (BRASIL, 2017b).

De acordo com a Portaria nº 521/2021 (BRASIL, 2021b), que instituiu o Cronograma Nacional de Implementação do Novo Ensino Médio, os estabelecimentos de ensino deveriam iniciar em 2020 um processo de implementação gradual da reforma, com a elaboração e aprovação dos referenciais curriculares e formação continuada para os profissionais da educação até 2021. A partir de 2022 estava prevista a implementação desses referenciais curriculares no 1º ano

do ensino médio, finalizando a implementação em todos os anos do ensino médio até 2024. Avaliações como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) também passariam por atualizações, para que estivessem alinhados com o Novo Ensino Médio.

Mais informações sobre o processo de implementação da reforma podem ser encontradas no Guia de implantação do Novo Ensino Médio (BRASIL, 2021a).

Em março e abril de 2023, pelas Portarias nº 399/2023 (BRASIL, 2023b) e 627/2023 (BRASIL, 2023c), o Ministério da Educação e Cultura (MEC) instituiu uma consulta pública para a reavaliação e reestruturação da política nacional de ensino médio e suspendeu os prazos de implementação e de adequação das avaliações em curso, pelo prazo de 60 dias após a conclusão da consulta pública, que tinha previsão inicial de duração de 90 dias, mas que foi prorrogada por 30 dias.

Na prática, a suspensão não mudou a rotina do ano letivo de 2023, pois as instituições de ensino que já haviam implementado o Novo Ensino Médio continuaram seguindo seus referenciais curriculares.

Após meses de debates e trâmites, em 2024 foi sancionada a Lei nº 14.945 (BRASIL, 2024a) que altera a LDB e estabelece modificações no Novo Ensino Médio a serem implementadas a partir de 2025. Entre as principais mudanças estão o aumento da carga horária da formação geral básica (BNCC) e a diminuição da carga horária para itinerários formativos, a retomada de Componentes Curriculares como disciplinas obrigatórias e a oferta de pelo menos dois itinerários formativos complementares à formação geral básica. Quanto ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), não houve atualização e a prova segue no formato tradicional.

2.4 O Novo Ensino Médio Paulista

Antes da reestruturação do ensino médio, o currículo do estado de São Paulo estava organizado em quatro cadernos, por áreas do conhecimento (Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias). Cada caderno trazia orientações gerais e específicas de cada área e um quadro de conteúdos e habilidades de cada disciplina, por série/ano e bimestre, a fim de subsidiar o trabalho de todas as escolas estaduais da Rede e uniformizar o currículo, as competências e habilidades em cada série da educação básica.

Outros documentos como Cadernos do Professor e Alunos (organizados por disciplina, série/ano e bimestre), Matrizes de Avaliação do SARESP, entre outros materiais disponibilizados, também serviam de apoio para o trabalho em sala de aula.

Referente a carga horária mínima anual, todas as escolas do estado de São Paulo já possuíam carga horária de 1000 horas/ano desde 2005 (Resolução SE 6/2005 (Sao Paulo, 2005)),

sendo que, desde 2012, a carga horária tem sido ampliada progressivamente para 1400 horas/ano, com as escolas de tempo integral.

Com as atualizações das legislações e da BNCC, o Currículo Paulista, etapas da educação infantil e do ensino fundamental, foi atualizado e homologado em 2019. Já o Currículo Paulista da etapa do ensino médio (Sao Paulo, 2020a) foi reformulado em 2020 para contemplar as aprendizagens essenciais da formação geral básica e dos itinerários formativos, organizados por área do conhecimento e formação técnica e profissional, respeitando as especificidades regionais do estado de São Paulo e as expectativas da comunidade escolar, com implementação progressiva a partir de 2021.

Com a nova organização curricular do ensino médio, a rede estadual de São Paulo expandiu a carga horária para 3150 horas no período de três anos, sendo 1800 horas de formação geral básica (conforme definido pela legislação) e 1350 horas de itinerários formativos (mais do que a carga mínima de 1200 horas definida pela legislação).

Para a formação geral básica, a versão atualizada do Currículo Paulista do Ensino Médio apresenta seus organizadores curriculares estruturados pelas áreas do conhecimento, contemplando as competências específicas e suas respectivas habilidades, campos de atuação social / unidades temáticas / categorias, bem como os objetos de conhecimento (para cada componente) que deverão ser desenvolvidos ao longo dos três anos. Cada habilidade é identificada por um código alfanumérico, como na BNCC. Os objetos de conhecimento são os conteúdos, conceitos e processos abordados em diferentes unidades temáticas que possibilitam o trabalho multidisciplinar. Podem ser identificados como um complemento do verbo relacionado à habilidade em questão.

Com o objetivo de facilitar a compreensão e nortear o trabalho docente, também é disponibilizado, como material de apoio, as habilidades essenciais por área do conhecimento, por campos de atuação social / unidades temáticas / categoria e pelos objetos de conhecimento de cada disciplina por série/ano e bimestre da formação geral básica.

Outros documentos como o Aprender Sempre (produzidos para apoiar a recuperação e o aprofundamento de Língua Portuguesa, Matemática, Biologia, Física e Química e organizados por série/ano e semestre), o Currículo em Ação (organizados por área do conhecimento e série/ano), livros didáticos adotados pela unidade escolar, entre outros materiais disponibilizados, também servem de apoio para o trabalho em sala de aula.

No que tange a área de Matemática e suas tecnologias, a versão atual do Currículo Paulista destaca cinco competências específicas para o ensino médio, análogas às competências específicas apresentadas pela BNCC. A organização das habilidades por competência também segue a mesma organização da BNCC do Ensino Médio, exceto pela inclusão ou exclusão de algumas habilidades.

Segundo a nova versão do Currículo Paulista do Ensino Médio, o desenvolvimento do

conhecimento matemático envolve a utilização da metodologia de resolução de problemas, de investigação, de modelagem matemática, especialmente no que tange às contextualizações, às tecnologias digitais e ao mundo do trabalho.

Similarmente às unidades temáticas propostas no ensino fundamental (Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas; Probabilidade e Estatística), no ensino médio propõem-se os seguintes agrupamentos para a organização curricular da área de Matemática: Números e Álgebra; Geometria e Medidas; Probabilidade e Estatística. Dessa forma, os diferentes agrupamentos propõem o aprofundamento dos conceitos já estabelecidos em etapas anteriores do processo de aprendizagem.

2.5 Itinerários Formativos no Novo Ensino Médio da rede estadual Paulista

Os itinerários formativos são compostos pelos três componentes do Inova Educação (Eletivas, Tecnologia e Inovação e Projeto de Vida) e pelo Aprofundamento Curricular nas áreas do conhecimento ou de áreas do conhecimento com Novotec Expresso (Sao Paulo, 2020b) ou Novotec Integrado (Sao Paulo, 2020c).

Quanto ao Inova Educação, os estudantes já contam com aulas dos três componentes desde o 6º ano do ensino fundamental. As Eletivas são uma oportunidade de o estudante começar a decidir o que deseja aprender e oferecem a possibilidade de diversificar as experiências escolares. Tecnologia e Inovação têm por objetivo a compreensão de como relacionar as tecnologias digitais de informação, comunicação e inovação com os demais Componentes Curriculares. Já o Projeto de Vida trabalha as competências socioemocionais e ajudará o estudante a ter melhor direcionamento de qual itinerário escolher.

Os **Aprofundamentos Curriculares nas áreas do conhecimento** são compostos por seis Unidades Curriculares, que irão se aprofundar em algumas habilidades da formação geral básica. A **Unidade Curricular** é um bloco de dez aulas semanais (totalizando 150 horas) que o estudante cursa ao longo de um semestre. Na 2ª série do ensino médio, o estudante cursa uma Unidade Curricular em cada semestre e na 3ª série, duas Unidades Curriculares por semestre.

Em determinado período, é disponibilizado ao aluno com matrícula na 1ª série do Novo Ensino Médio, ao acessar a Secretaria Escolar Digital (SED), a escolha por ordem de preferência dos Aprofundamentos Curriculares que deseja cursar nas séries seguintes. Antes de realizar a escolha, o aluno consegue realizar o download do material orientador de cada Aprofundamento Curricular.

A proposta do Novo Ensino Médio da rede estadual Paulista (Sao Paulo, 2022b) prevê cinco Aprofundamentos Curriculares, de apenas uma das áreas do conhecimento (itens 1 a 5 listados abaixo), e outros seis Aprofundamentos Curriculares integrados (itens 6 a 11 listados

abaixo), compostos por duas áreas do conhecimento cada:

1. Área de Linguagens e suas Tecnologias: #SeLigaNaMídia;
2. Área de Matemática e suas Tecnologias: Matemática Conectada;
3. Área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias: Ciência em ação!;
4. Área de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas: Liderança e Cidadania;
5. Área de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas: Superar desafios é de humanas;
6. Áreas de Linguagens e suas Tecnologias e Ciências da Natureza e suas Tecnologias: Corpo, saúde e linguagens;
7. Áreas de Linguagens e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias: Start! Hora do desafio!;
8. Áreas de Matemática e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas: Ciências Humanas, Arte e Matemática #quem_divide_multiplica;
9. Áreas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias: Meu papel no desenvolvimento sustentável;
10. Áreas de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Linguagens e suas Tecnologias: Cultura em movimento - diferentes formas de narrar a experiência humana;
11. Áreas de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Ciências da Natureza e suas Tecnologias: A cultura do solo - do campo à cidade.

Já o itinerário formativo de áreas do conhecimento com Novotec Expresso (Sao Paulo, 2020b) permite ao estudante fazer um Aprofundamento Curricular integrado e receber dois certificados de qualificação profissional, um por semestre. São apenas duas opções:

1. Áreas de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Linguagens e suas Tecnologias: Cultura em movimento - diferentes formas de narrar a experiência humana + Novotec Expresso;
2. Áreas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Matemática e suas Tecnologias: Meu papel no desenvolvimento sustentável + Novotec Expresso.

No Novotec Expresso (Sao Paulo, 2020b) são ofertados cursos de qualificação profissional em parceria com instituições técnicas públicas e privadas. Essa modalidade existe dentro do Novo Ensino Médio nas escolas públicas do estado de São Paulo e no contraturno escolar, podendo ser ofertado nos formatos presencial ou remoto, a depender da disponibilidade em cada

região e da escolha do aluno. São mais de 30 cursos em áreas que atendem as demandas atuais do mercado de trabalho e aos interesses dos jovens.

O Novotec Integrado (Sao Paulo, 2020c) oferta cursos técnicos no ensino médio nas escolas da rede estadual paulista, no mesmo período em o estudante já estuda (manhã, tarde ou integral). O estudante sai com o diploma de conclusão do ensino médio e uma certificação do curso técnico escolhido. São 13 (treze) opções de cursos técnicos: Administração, Contabilidade, Comércio, Comércio Exterior, Desenvolvimento de Sistemas, Finanças, Guia de Turismo, Informática para Internet, Logística, Marketing, Recursos Humanos, Serviços Jurídicos e Serviços Públicos.

Para auxiliar a implementação dos itinerários formativos, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) oferece formação complementar aos profissionais da educação e Material de Apoio ao Planejamento e Práticas do Aprofundamento (MAPPA) (Sao Paulo, 2023) para cada Aprofundamento Curricular oferecido.

A partir de 2022, para a 2ª série do ensino médio, e 2023, para a 3ª série, cada escola deve ofertar, pelo menos, dois Aprofundamentos Curriculares nos Itinerários Formativos, a fim de contemplar as quatro áreas do conhecimento (Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Ciências da Natureza e suas Tecnologias) ou formação técnica e profissional.

Entretanto, diante de toda a discussão sobre o Novo Ensino Médio que ocorreu em 2023, a partir de 2024 a rede estadual de ensino de São Paulo reduziu as opções e passou a ofertar apenas três áreas de escolha: exatas, humanas e técnico profissional. Logo, o Aprofundamento Curricular “Matemática Conectada”, que compreendia em uma das suas Unidades Curriculares o componente “Tendências e Decisões”, objeto de estudo dessa pesquisa, foi adotado no Novo Ensino Médio Paulista apenas nos anos letivos de 2022 e 2023.

Vale salientar que os conteúdos abordados no componente “Tendências e Decisões” ainda são vistos pelos estudantes no currículo paulista de Matemática ao longo do ensino fundamental e médio, porém de forma mais concisa.

COMPONENTE “TENDÊNCIAS E DECISÕES”

O componente “Tendências e Decisões”, aplicado em uma turma da 3ª série do ensino médio, está inserido no Aprofundamento Curricular “Matemática Conectada” e na Unidade Curricular 3 “Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade”.

Neste capítulo, apresentaremos tais conteúdos. Iniciaremos, na seção 3.1, com uma breve exposição sobre o Aprofundamento Curricular “Matemática Conectada” e a seção 3.2 é destinada à Unidade Curricular “Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade”. Já na seção 3.3, será apresentado o Componente Curricular “Tendências e Decisões”. Por fim, na seção 3.4 serão apresentadas, em detalhes, as cinco atividades propostas neste Componente Curricular.

3.1 Aprofundamento Curricular: Matemática Conectada

Para se adequar à implementação dos itinerários formativos, como prevê a reestruturação do ensino médio, um dos Aprofundamentos Curriculares da área de Matemática e suas Tecnologias ofertado na rede estadual de ensino de São Paulo é “Matemática Conectada”.

De acordo com a ementa geral (Sao Paulo, 2021), o aprofundamento “Matemática Conectada” tem como proposta que o aluno “vivencie situações em que reflita, problematize, e, idealize e possa fazer intervenções para responder a questões complexas da sua vida e do seu entorno. A partir de situações práticas e contextualizadas, estará envolvido em diversas experiências nas quais poderá identificar e significar a presença da Matemática e a aplicação de suas tecnologias no cotidiano”.

Conforme a Matriz Curricular do Novo Ensino Médio Paulista (Sao Paulo, 2022a), esse Aprofundamento Curricular é composto por 6 Unidades Curriculares, desenvolvidas ao longo das 2ª e 3ª séries do ensino médio:

- Unidade Curricular 1: “Educação Financeira Sustentável” (1º semestre da 2ª série);

- Unidade Curricular 2: “Jogos: da estratégia à criação” (2º semestre da 2ª série);
- Unidade Curricular 3: “Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade” (1º semestre da 3ª série);
- Unidade Curricular 4: “De olho na Geometria!” (1º semestre da 3ª série);
- Unidade Curricular 5: “Conexão: Matemática na natureza e na arte” (2º semestre da 3ª série);
- Unidade Curricular 6: “Eu jovem a caminho do mundo do trabalho” (2º semestre da 3ª série).

Segundo a ementa geral (Sao Paulo, 2021), nestas Unidades Curriculares o aluno “terá a oportunidade de planejar sua vida financeira pessoal e no mundo do trabalho, desenvolver pensamento computacional para criar games e quizzes, simular aplicações da probabilidade em diferentes contextos, utilizar a geometria para analisar e entender o equilíbrio de grandes construções de engenharia e criar obras de arte”.

Cada Unidade Curricular é composta por um bloco de dez aulas semanais, divididas em Componentes Curriculares. A atribuição dos docentes ministrantes de cada Componente Curricular favorece professores com habilitação prioritária e, em seguida, professores com habilitação/qualificação alternativa. (Matriz Curricular do Ensino Médio Paulista, p. 21 a 24 (Sao Paulo, 2022a))

Na seção a seguir, será apresentada a Unidade Curricular 3: “Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade”, utilizada neste trabalho.

3.2 Unidade Curricular: “Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade”

A Unidade Curricular 3 “Certeza e incerteza: para que serve a probabilidade” tem como foco o estudo e as aplicações da probabilidade nas tomadas de decisões. Essa unidade é dividida em três Componentes Curriculares:

- Tendências e Decisões (Matemática ou Física),
- Determinismo e as surpresas do mundo Quântico (Física) e
- Estudos de demografia (Geografia ou História).

Como um guia para a implementação da parte flexível do Currículo do Novo Ensino Médio do Estado de São Paulo, a Secretaria de Educação (SEDUC-SP) disponibiliza um Material

de Apoio ao Planejamento e Práticas do Aprofundamento (MAPPa) (Sao Paulo, 2023) para cada Unidade Curricular oferecida.

No MAPPa (Sao Paulo, 2023) são fornecidas aos professores propostas e sugestões de atividades, com suas respectivas orientações para o desenvolvimento das aulas. Além das orientações gerais, o MAPPa conta com sequências de atividades de duração média prevista de quatro semanas, tendo como objetivo o aprofundamento das competências e habilidades da Formação Geral Básica e o desenvolvimento das habilidades dos eixos estruturantes (investigação científica, processos criativos, mediação e intervenção sociocultural e empreendedorismo).

É importante citar que na apresentação do MAPPa (Sao Paulo, 2023), menciona-se que o docente, juntamente com toda sua equipe escolar, tem “liberdade para selecionar as atividades e materiais que melhor se adequam à sua realidade local, levando em conta também adaptações inclusivas para melhor atender os estudantes elegíveis aos serviços da Educação Especial”. Além disso, o docente pode “seguir, adaptar, ampliar ou usar essas atividades como inspiração para o seu planejamento”.

Na próxima seção será apresentado, em detalhes, o Componente Curricular “Tendências e Decisões”, utilizado neste trabalho.

3.3 Componente Curricular: Tendências e Decisões

O Componente Curricular “Tendências e Decisões” é formado por cinco aulas semanais, totalizando 100 aulas (equivalente a um total de 75 horas) no semestre. Conforme o MAPPa (Sao Paulo, 2023), o foco deste componente é “desenvolver as aplicações da probabilidade e da estatística na tomada de decisões e na compreensão de resultados em situações de certeza e incerteza”.

A ementa deste componente contempla:

- probabilidade de eventos relativos a experimentos aleatórios,
- amostras probabilísticas e não probabilísticas,
- gráficos e diagramas estatísticos,
- estatística descritiva e
- distribuição Normal.

As Competências e Habilidades da Formação Geral Básica a serem aprofundadas a partir deste componente são apresentadas na Figura 1. Já os Eixos Estruturantes e suas Competências e Habilidades são apresentadas na Figura 2.

Figura 1 – Competências e Habilidades do Componente Curricular “Tendências e Decisões”

EM13MAT106	Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
EM13MAT312	Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
EM13MAT511	Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.
EM13MAT406	Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

Fonte: MAPPA, p.13

Figura 2 – Eixos Estruturantes e suas Competências e Habilidades do Componente Curricular “Tendências e Decisões”

EMIFMAT02	Levantar e testar hipóteses sobre variáveis que interferem na explicação ou resolução de uma situação-problema elaborando modelos com a linguagem matemática para analisá-la e avaliar sua adequação em termos de possíveis limitações, eficiência e possibilidades de generalização.
EMIFMAT05	Selecionar e mobilizar intencionalmente recursos criativos relacionados à Matemática para resolver problemas de natureza diversa, incluindo aqueles que permitam a produção de novos conhecimentos matemáticos, comunicando com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como adequando-os às situações originais.
EMIFMAT07	Identificar e explicar questões socioculturais e ambientais aplicando conhecimentos e habilidades matemáticas para avaliar e tomar decisões em relação ao que foi observado.
EMIFMAT10	Avaliar como oportunidades, conhecimentos e recursos relacionados à Matemática podem ser utilizados na concretização de projetos pessoais ou produtivos, considerando as diversas tecnologias disponíveis e os impactos socioambientais.

Fonte: MAPPA, p.14

A unidade temática “Probabilidade e Estatística” é abordada no ensino fundamental desde os anos iniciais. São pré-requisitos para o desenvolvimento desse Componente Curricular que os estudantes saibam ler e interpretar dados, planejar e executar pesquisa amostral, construir tabelas, gráficos ou fluxogramas simples que representem os dados, que conheçam as medidas de tendência central, que compreendam o princípio multiplicativo e saibam resolver problemas de contagem, assim como calcular a probabilidade de eventos aleatórios, expressando-a por um número racional (forma fracionária, decimal e percentual).

Na próxima seção, serão detalhadas cada uma das cinco atividades propostas no MAPPA para este Componente Curricular.

3.4 Atividades Propostas

As atividades apresentadas a seguir são propostas no MAPPA (Sao Paulo, 2023). Além do detalhamento de cada etapa, também estão disponíveis neste material alguns *links* de materiais de apoio na seção “Saiba mais” do documento, além de dicas de como se dá o diálogo entre os componentes na seção “De olho na integração”.

3.4.1 Atividade 01

A Atividade 01 tem duração total planejada de 4 semanas, divididas em introdução (1 semana, 5 aulas), desenvolvimento da atividade (2 semanas, 10 aulas) e sistematização final (1 semana, 5 aulas).

Nesta atividade é proposta uma introdução, na qual sugere-se uma apresentação geral do componente e uma reflexão sobre como a probabilidade contribui para as tomadas de decisão. De modo geral, espera-se que os alunos investiguem e explorem situações que envolvem probabilidade, a partir da vivência de um jogo de lançamento de dados.

O desenvolvimento da atividade traz a perspectiva da probabilidade subjetiva e retoma a utilização do diagrama ou árvore de decisões a partir da apresentação de um vídeo sobre o tema.

Para a sistematização final sugere-se uma dinâmica em grupos para a resolução de questões que requerem conhecimentos de espaço amostral e cálculo de probabilidades.

3.4.2 Atividade 02

O cronograma desta atividade é o mesmo apresentado na Atividade 01. A duração total planejada desta atividade é de 4 semanas, divididas em introdução (1 semana, 5 aulas), desenvolvimento da atividade (2 semanas, 10 aulas) e sistematização final (1 semana, 5 aulas).

Na Atividade 02, como introdução propõe-se a discussão sobre experimentos aleatórios em espaços amostrais equiprováveis e não equiprováveis através da resolução de três situações-problema.

Durante o desenvolvimento da atividade espera-se que os alunos levantem e testem hipóteses na produção de novos conhecimentos matemáticos, como a função de probabilidade e a distribuição Normal gaussiana, por meio da resolução de situações-problema e da construção de histogramas e gráficos, com o auxílio de planilhas eletrônicas.

Na sistematização é proposto que os alunos se organizem em grupos e escolham uma variável aleatória contínua para uma análise da distribuição Normal de probabilidades, elaborando uma tabela de frequências, histograma, cálculo da média e do desvio padrão e o esboço da curva normal.

3.4.3 Atividade 03

O cronograma desta atividade é o mesmo das atividades anteriores. A duração total planejada desta atividade é de 4 semanas, divididas em introdução (1 semana, 5 aulas), desenvolvimento da atividade (2 semanas, 10 aulas) e sistematização final (1 semana, 5 aulas).

Na Atividade 03 o objetivo é ampliar os conhecimentos dos estudantes na tomada de decisão em um contexto de cenário financeiro. Na introdução propõe-se uma reflexão sobre frases envolvendo a ideia de tomada de decisão, além de uma pesquisa na internet sobre a definição e as expressões matemáticas que compõem o valor esperado, o desvio-padrão e o coeficiente de variância aplicados, por exemplo, em cenários de investimentos.

O desenvolvimento da atividade sugere que os alunos analisem situações de investimentos fictícias e avaliem as tendências para tomadas de decisão, estabelecendo critérios comparativos construídos a partir da média dos valores esperados, desvio-padrão e coeficiente de variação, fazendo, ao final, uma associação com a distribuição Normal.

Na sistematização é proposto que os alunos produzam um *Podcast*, criando um conteúdo com informações sobre o que aprenderam até o momento e a relação cotidiana das pessoas com seus recursos financeiros e tomadas de decisões conscientes.

3.4.4 Atividade 04

O cronograma desta atividade é o mesmo das atividades anteriores. A duração total planejada desta atividade é de 4 semanas, divididas em introdução (1 semana, 5 aulas), desenvolvimento da atividade (2 semanas, 10 aulas) e sistematização final (1 semana, 5 aulas).

A Atividade 04 tem como foco a interpretação de dados divulgados em pesquisas (em forma de notícias, gráficos ou tabelas) e a produção de textos a partir da análise desses resultados, para que os alunos compreendam que a estatística está presente em diferentes áreas.

Na introdução é proposto que os alunos se dividam em grupos para analisar o resultado de duas pesquisas sobre a quantidade de mulheres eleitas deputadas em 2018 e sobre o analfabetismo no Brasil em 2018-2019, bem como para apresentar uma pesquisa sobre amostras não probabilísticas.

O desenvolvimento da atividade sugere que os alunos analisem o resultado de uma pesquisa sobre acesso à Internet e à televisão, anotem os dados em forma de tabela, elaborem um gráfico para representá-los e formulem questões para trocar entre os grupos.

Na sistematização propõe-se a produção de um texto com dados numéricos e probabilísticos a respeito de constatações de interesse social.

3.4.5 Atividade 05

O cronograma desta atividade é o mesmo das atividades anteriores. A duração total planejada desta atividade é de 4 semanas, divididas em introdução (1 semana, 5 aulas), desenvolvimento da atividade (2 semanas, 10 aulas) e sistematização final (1 semana, 5 aulas).

Na Atividade 05 o objetivo é planejar uma pesquisa estatística amostral, definindo o tema, o público-alvo, o tipo de pesquisa, a técnica de seleção de amostra e o instrumento para coleta de dados. Também está planejada a execução desta pesquisa e a apresentação dos resultados obtidos, a partir da realização de uma análise estatística dos resultados, com o auxílio de planilhas eletrônicas.

O desenvolvimento da atividade está dividido em duas etapas. A primeira etapa, com duração de uma semana (5 aulas), propõe que os alunos elaborem notícias a partir dos resultados da pesquisa realizada, escolhendo uma manchete, os recursos gráficos e produzindo o texto. Na segunda etapa, com duração de uma semana (5 aulas), os estudantes devem fazer uma curadoria das notícias produzidas para integrar a produção de uma revista digital em uma ação coletiva, entre todos os componentes deste Aprofundamento Curricular.

Na sistematização é proposta a produção e organização da revista, para posterior apresentação e divulgação.

3.4.6 Avaliações

O material sugere uma avaliação contínua e sistemática, que considere os momentos de reflexão, de discussão coletiva e de produção em grupos, assim como os resultados obtidos quanto à compreensão dos objetos de conhecimento e ao desenvolvimento das habilidades destacadas:

“Os resultados obtidos dentro de cada uma das avaliações produzidas, de acordo com critérios pré-estabelecidos, são fundamentais para a tomada de decisões sobre o que necessita ser retomado, ou que deve amplamente ser aprofundado a partir do desenvolvimento cognitivo dos estudantes, tanto de maneira coletiva, como individual. O ato de coletar indicadores diretamente relacionados ao benefício de determinadas práticas do ensino e aprendizagem demonstra, de maneira sólida, o acompanhamento do estudante quanto à compreensão das competências e habilidades, tanto como dos objetos de conhecimento (MAPPA, p. 55 (Sao Paulo, 2023))”.

Para atender aos objetivos desta dissertação, provas foram aplicadas aos alunos antes e após cada atividade proposta, com o intuito de saber se os discentes possuíam os conhecimentos prévios necessários para entendimento do tema, bem como se, após as referidas atividades, conseguiram incorporar os novos conceitos abordados durante estas atividades.

PROCEDIMENTOS E METODOLOGIA

4.1 Natureza da Pesquisa

Trata-se de uma pesquisa de natureza aplicada, que emergiu do contexto profissional da autora. Para Gil (2002), há muitas razões que determinam a realização de uma pesquisa, mas podem, no entanto, serem classificadas em dois grandes grupos: razões de ordem intelectual e razões de ordem prática. As razões de ordem prática decorrem do desejo de conhecer com vistas a fazer algo de maneira mais eficiente ou eficaz. Pesquisas decorrentes desse grupo são designadas “aplicadas”.

Sua abordagem será quantitativa e qualitativa. Para a pesquisa quantitativa, será apresentada a análise estatística do desempenho dos alunos em questionários aplicados (pré-avaliação e pós-avaliação) referente aos objetos de conhecimento e ao desenvolvimento das habilidades indicadas no material do Componente Curricular. Já a pesquisa qualitativa se refere à percepção da autora sobre o desenvolvimento das atividades, enquanto docente e com um papel fundamental nesta proposta.

Segundo Minayo *et al.* (2002), o conjunto de dados quantitativos e qualitativos não se opõe. Ao contrário, se complementam, pois a realidade abrangida por eles interage dinamicamente, excluindo qualquer dicotomia.

“A diferença entre qualitativo-quantitativo é de natureza. Enquanto cientistas sociais que trabalham com estatística apreendem dos fenômenos apenas a região “visível, ecológica, morfológica e concreta”, a abordagem qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas”. (MINAYO *et al.*, 2002)

4.2 Campo da Pesquisa

O Componente Curricular “Tendências e Decisões” foi aplicado em uma turma com 38 alunos da 3ª série do ensino médio de uma escola pública estadual da zona leste da cidade de São Paulo, durante o primeiro semestre de 2023.

Vale salientar que a professora, autora desta dissertação, não tinha nenhuma informação anterior sobre os conhecimentos adquiridos ou defasagens dessa turma uma vez que se tratava de seu primeiro semestre lecionando nessa unidade escolar.

Também é importante ressaltar que, devido a pandemia do COVID-19 e atendendo aos protocolos de saúde indicados, os estudantes da 3ª série do ensino médio tiveram aulas e avaliações *online* e/ou híbridas durante o 9º ano e a 1ª série do ensino médio. Apenas em outubro de 2021 as aulas presenciais se tornaram obrigatórias na rede pública do estado de São Paulo.

4.3 Procedimentos nas aplicações das atividades planejadas

Nas subseções a seguir serão apresentados, em detalhes, os procedimentos e avaliações aplicadas em cada uma das atividades.

Conforme será discutido, durante todo o semestre letivo a professora conseguiu aplicar apenas três das cinco atividades propostas no material, então teremos como foco os resultados obtidos nas pré-avaliações e pós-avaliações aplicadas referente ao desenvolvimento dessas três primeiras atividades.

4.3.1 Atividade 01

Conforme sugerido na Atividade 01 do MAPPA (Sao Paulo, 2023), a professora iniciou o componente com uma conversa para apresentar a Unidade Curricular aos estudantes, de forma que refletissem sobre a tomada de decisão com base na probabilidade e em dados estatísticos.

Depois, realizou uma breve revisão com exercícios sobre espaço amostral e probabilidade, para que os estudantes pudessem desenvolver o jogo “Role os dados” sugerido pelo material onde, em duplas, os alunos deveriam lançar dois dados simultaneamente, registrando os resultados obtidos. O jogador A ganhava um ponto se a diferença (em módulo) entre os números que saíssem nos dados fosse 0, 1 ou 2. O jogador B ganhava um ponto se a diferença fosse 3, 4 ou 5. Após 10 rodadas, assim como esperado, na maioria das duplas o jogador A venceu. Os alunos calcularam as probabilidades e perceberam que o jogador A tinha o dobro de chances de ganhar em relação ao jogador B.

Na sequência, a professora aplicou uma pré-avaliação da Atividade 01 com doze questões: duas questões abertas e dez questões objetivas, cinco delas oriundas do Exame Nacional do

Ensino Médio (ENEM), sobre espaço amostral e probabilidade. Essa pré-avaliação justifica-se como uma ferramenta que fornece informações sobre o nível de domínio dos estudantes em relação aos conhecimentos abordados, além de auxiliar na identificação das possíveis dificuldades dos alunos.

Seguindo o roteiro do MAPPA (Sao Paulo, 2023), a professora apresentou a probabilidade subjetiva através do vídeo indicado “Brasil x Argentina - Análise de dados e probabilidade” (UNICAMP, 2011), da coleção Matemática Multimídia. Nesse vídeo, com a ajuda de seu analista, o personagem André consegue fazer a melhor escolha após organizar e comparar as alternativas, fazendo uso da árvore de decisão. Na probabilidade subjetiva, o valor atribuído às probabilidades se baseia nos conhecimentos e experiências pessoais de quem está modelando o problema.

Após assistir o vídeo, os alunos responderam algumas questões do que compreenderam sobre a árvore de decisões, função utilidade e probabilidade subjetiva. Posteriormente, foram apresentadas duas situações para que os alunos, em duplas, criassem uma árvore de decisão, atribuíssem os valores de utilidade de cada caso e encontrassem o valor da utilidade média de cada situação, como no vídeo. Depois, foi proposto que os alunos escolhessem um evento de seu interesse e fizessem o mesmo de cálculo.

O próximo tópico abordado nesta atividade foi a investigação de experimentos aleatórios e experimentos determinísticos, onde foram apresentadas duas situações em que os alunos, divididos em grupos, tiveram que identificar o tipo de experimento e, depois, formular outras duas situações que tratam desses dois tipos de experimentos, trocando as propostas entre os grupos para análise.

Na última etapa desta atividade, uma vez que os estudantes provavelmente já tiveram contato com probabilidade e considerando que o foco está nos experimentos aleatórios, seguimos utilizando a metodologia *World Café*, no intuito de fazer um diagnóstico do que os estudantes sabem sobre cálculos probabilísticos, gerando trocas de conhecimentos entre eles. O *World Café* é uma metodologia de aprendizagem proposta por Juanita Brown e David Isaacs (2007) (BROWN; ISAACS, 2007) para estimular e promover diálogos colaborativos entre as pessoas. A técnica consiste em pequenos grupos de pessoas, dispostos em mesas redondas, e na rotação dos participantes por elas em cada rodada, com a intenção de contribuírem coletivamente sobre o assunto discutido.

A turma foi dividida em seis grupos de 4 a 5 estudantes, onde um aluno era o anfitrião e, o restante, os viajantes. Nessa atividade, foram propostas três questões pela professora, que envolviam apenas os tópicos de espaço amostral e cálculo de probabilidade, sendo apenas uma delas objetiva. O anfitrião anotava as discussões do grupo e recebia os viajantes quando os grupos faziam o rodízio para discutir as questões. Todos os grupos receberam a primeira questão e tiveram alguns minutos para discutir a resolução. Na sequência foi feito o primeiro rodízio, onde continuaram discutindo a primeira questão. No segundo rodízio os alunos receberam a segunda questão pra ser discutida e continuaram discutindo-a no terceiro rodízio. No quarto rodízio os

alunos receberam a terceira questão pra ser discutida e continuaram discutindo-a no quinto rodízio. No sexto e último rodízio, os viajantes retornaram a suas mesas de início para concluir as resoluções a serem entregues. Ao final do processo, os seis grupos conseguiram solucionar as três questões corretamente. A professora escolheu questões diferentes das duas questões do ENEM propostas no material, pois elas foram utilizadas na pré-avaliação da Atividade 01.

Na sequência, a professora optou por incluir uma pequena revisão sobre probabilidade complementar e probabilidade condicional, através de exemplos e exercícios em sala de aula, pois notou que os alunos apresentaram dificuldades na assimilação desses conceitos durante as aulas e na pré-avaliação da Atividade 01. Depois aplicou a pós-avaliação da Atividade 01, nos mesmos moldes da pré-avaliação, mantendo os enunciados com pequenas adaptações e alterações dos valores. A intenção foi garantir que a segunda avaliação apresentasse o mesmo nível de dificuldade da primeira avaliação, a fim de observar a progressão dos alunos.

Antes de iniciar a próxima atividade, a professora corrigiu em sala de aula as questões da pré-avaliação da Atividade 01, com o objetivo de sanar dúvidas que persistiram no processo de ensino-aprendizagem.

4.3.2 Atividade 02

A pré-avaliação da Atividade 02, aplicada na sequência da pós-avaliação da Atividade 01, foi elaborada contendo sete questões, envolvendo os seguintes tópicos: cálculo de probabilidade, função de probabilidade, porcentagem, média, mediana e distribuição Normal. Foram seis questões objetivas, sendo três delas oriundas do ENEM. Uma das questões foi investigativa, para os alunos responderem se já tinham ouvido falar sobre a distribuição Normal.

Conforme sugerido pelo MAPPA ([Sao Paulo, 2023](#)), a professora iniciou a Atividade 02 discutindo o significado de espaços amostrais equiprováveis e não equiprováveis. A seguir realizou uma revisão sucinta sobre fatorial e princípio multiplicativo, para que os estudantes pudessem compreender a Situação 1 sugerida pelo material, onde é solicitada a probabilidade de que existam dois estudantes, em uma turma de 35 alunos, que façam aniversário no mesmo dia. Dando continuidade, os alunos estudaram outras duas situações que envolviam espaços amostrais não equiprováveis.

Sempre considerando que os estudantes já tiveram contato com estudos de probabilidade e de elaboração de gráficos, nesta etapa o material sugere que os alunos, de forma colaborativa, calculem a função de probabilidade de dois experimentos que envolvem o lançamento de dados e, depois, elaborem os gráficos para representar essas funções. A proposta é que essas representações gráficas auxiliem no entendimento da distribuição Normal, a ser apresentada na sequência.

Para facilitar o entendimento da distribuição Normal, a professora realizou previamente uma breve revisão sobre as medidas de tendências centrais moda, mediana e média aritmética,

além de uma explicação sobre o significado e o cálculo do desvio padrão, utilizando exemplos e exercícios em sala de aula. Dando seguimento, explicou sobre a distribuição Normal e suas propriedades, assim como sobre o Teorema Central do Limite.

O material sugere uma situação em que uma tabela com as medidas das alturas, em centímetros, de 100 (cem) estudantes de uma determinada escola é fornecida aos alunos, para que utilizem planilhas eletrônicas e construam um histograma e o gráfico da curva normal sobre o histograma. Devido à falta de tempo e, principalmente, da necessidade de melhores condições de acesso a recursos tecnológicos e internet na escola de atuação, a professora optou por apresentar essa situação pronta no Excel para os alunos, apenas explicando o passo a passo e as fórmulas utilizadas, que dispensam a realização de numerosos cálculos. Utilizando a média e o desvio padrão da situação apresentada, foi demonstrada a questão sugerida pelo material: “Qual a probabilidade de um estudante ser sorteado aleatoriamente e ter altura entre 155 cm e 160 cm?”. Na solução, os alunos observaram que, para encontrar o valor da área hachurada que corresponde à probabilidade de ocorrer o evento aleatório no intervalo $[155, 160]$, aplica-se a padronização, que consiste em transformar uma variável X , com média μ e desvio-padrão σ , em outra variável Z com média 0 e desvio-padrão 1. Para encontrar a probabilidade de Z , os alunos utilizaram a tabela da distribuição Normal padrão fornecida no MAPPA.

Utilizando essa mesma situação, os alunos analisaram a probabilidade de ocorrência de outros três intervalos propostos no material. Para melhor compreensão e fixação do conteúdo, a professora aplicou outras situações, variando os intervalos e trazendo o conceito de variância, que não constava na Atividade 02.

Por fim, a professora aplicou a pós-avaliação da Atividade 02, nos mesmos moldes da pré-avaliação, mantendo as seis questões objetivas com pequenas adaptações e alterações dos valores e incluindo mais três questões objetivas sobre distribuição Normal, totalizando nove questões.

4.3.3 Atividade 03

Após a aplicação da pós-avaliação da Atividade 02, foi aplicada a pré-avaliação da Atividade 03, composta por quatro questões objetivas do ENEM sobre os tópicos de média ponderada, cálculo de probabilidade no contexto financeiro, média, mediana e desvio padrão.

Antes de iniciar a Atividade 03, a professora fez uma revisão rápida sobre média ponderada devido a semelhança com o cálculo do valor médio esperado que os estudantes veriam a seguir.

A abordagem da Atividade 03 é toda em um contexto de “cenário financeiro” e situações de investimento. O material sugere duas situações que envolvem a média dos valores esperados e o uso do desvio-padrão e do coeficiente de variação como medidas de risco. Porém, na Situação 2 apresentada no MAPPA, é proposto um exercício com a distribuição Normal que não faz sentido,

pois no cenário apresentado temos apenas três valores de retorno possíveis para associar com a distribuição Normal e sua representação gráfica, que é contínua. Em virtude disso, a professora desenvolveu com os alunos outras quatro situações que compreendiam apenas os cálculos do retorno esperado, desvio padrão e variância, para avaliação de risco dos investimentos e tomada de decisão.

Após essas atividades, os alunos realizaram a pós-avaliação da Atividade 03, nos mesmos moldes da pré-avaliação, mantendo as quatro questões objetivas do ENEM com pequenas adaptações e alterações dos valores e incluindo mais três questões objetivas sobre retorno médio esperado, desvio padrão e variância, com análise de risco e tomada de decisão.

4.3.4 Atividades 04 e 05

Devido ao atendimento de outras demandas escolares, do cumprimento do calendário escolar, da necessidade constante de retomar conteúdos, entre outros motivos, não foi possível desenvolver as Atividades 04 e 05 com os alunos, como programado.

Portanto, será objeto de estudo apenas os resultados obtidos nas pré-avaliações e pós-avaliações aplicadas referente ao desenvolvimento das Atividades 01, 02 e 03 que constam no MAPPA (Sao Paulo, 2023).

4.4 Coleta de Dados

Todas as avaliações aplicadas encontram-se no Apêndice A, no entanto, para a aplicação com os alunos, a professora criou duas versões de cada avaliação, trocando a ordem das questões e das alternativas, com o propósito de garantir que os resultados obtidos retratassem a realidade da construção do aprendizado e suas dificuldades. Não foi permitido o uso de celular, calculadora ou consultas não autorizadas durante a realização das avaliações.

Considerando os procedimentos detalhados na seção anterior, os dados coletados desta dissertação compreendem os seguintes itens:

1. **Pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 01:** A pré-avaliação da Atividade 01 contém doze questões: duas questões abertas e dez questões objetivas, cinco delas oriundas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Todas as questões são sobre o tema probabilidade, incluindo conceitos básicos de probabilidade complementar e condicional, sendo que duas delas envolvem o conceito de espaço amostral. A pós-avaliação da Atividade 01 está nos mesmos moldes da pré-avaliação, mantendo os enunciados com pequenas adaptações e alterações dos valores.
2. **Pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 02:** A pré-avaliação da Atividade 02 contém sete questões: seis questões objetivas, três delas do ENEM, e uma questão investigativa,

para os alunos responderem se já tinham ouvido falar sobre a distribuição Normal ou não. As questões envolvem os seguintes temas: cálculo de probabilidade, função de probabilidade, porcentagem, média, mediana e propriedades da distribuição Normal. A pós-avaliação da Atividade 02 contém nove questões: seis delas nos mesmos moldes da pré-avaliação, com pequenas adaptações e alterações dos valores, excluindo apenas a questão investigativa. Incluiu-se mais três questões objetivas envolvendo a representação gráfica da distribuição Normal e o cálculo da probabilidade através da área de um determinado intervalo da curva normal.

3. **Pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 03:** A pré-avaliação da Atividade 03 contém quatro questões objetivas do ENEM sobre os temas: média ponderada, cálculo de probabilidade no contexto financeiro, média, mediana e desvio-padrão. A pós-avaliação da Atividade 03 contém sete questões: quatro delas nos mesmos moldes da pré-avaliação, com pequenas adaptações e alterações dos valores. Incluiu-se mais três questões objetivas sobre retorno médio esperado, desvio-padrão e variância, com análise de risco e tomada de decisão em situações de investimento.
4. **Diário elaborado pela professora:** a professora manteve um diário sobre todas as situações que ocorreram durante o desenvolvimento das atividades, anotando suas percepções sobre o material, os conteúdos, as principais dificuldades encontradas pelos alunos, dentre outros.
5. **Questionário respondido pelos alunos:** os alunos forneceram algumas informações, tais como Aprofundamento Curricular do ano anterior, gosto pela disciplina de Matemática, conhecimento em Análise Combinatória e interesse em realizar o ENEM em 2023. O questionário aplicado encontra-se no Apêndice B.

4.5 Cronograma de Aplicação das Atividades

Tabela 1 – Cronograma de Aplicação das Atividades 01 a 05 propostas no MAPPA (Sao Paulo, 2023)

Atividade 01	Nº aulas previstas	Nº aulas utilizadas
Introdução	5	6
Desenvolvimento	10	8
Sistematização final	5	3
Revisão de conteúdos (pré-requisitos)	-	14
Avaliações referente a Atividade 01	-	3
Total	20	34
Atividade 02	Nº aulas previstas	Nº aulas utilizadas
Introdução	5	7
Desenvolvimento	10	18
Sistematização final	5	2
Revisão de conteúdos (pré-requisitos)	-	7
Avaliações referente a Atividade 02 e Prova Paulista	-	4
Total	20	38
Atividade 03	Nº aulas previstas	Nº aulas utilizadas
Introdução	5	4
Desenvolvimento	10	8
Sistematização final (<i>Podcast</i>)	5	-
Revisão de conteúdos (pré-requisitos)	-	2
Avaliações referente a Atividade 03 e OBMEP [†]	-	4
Total	20	18
Atividade 04	Nº aulas previstas	Nº aulas utilizadas
Introdução	5	-
Desenvolvimento	10	-
Sistematização final	5	-
Total	20	0
Atividade 05	Nº aulas previstas	Nº aulas utilizadas
Introdução	5	-
Desenvolvimento	10	-
Sistematização final	5	-
Total	20	0

[†] Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA ESTATÍSTICA

Neste capítulo, será apresentada uma revisão bibliográfica dos principais conceitos e fundamentos teóricos que sustentam a análise dos dados coletados, bem como a interpretação dos resultados, os quais serão discutidos no capítulo subsequente.

A primeira seção deste capítulo, seção 5.1, abordará, de forma bastante sucinta, conceitos sobre a distribuição Normal, pois é um pressuposto fundamental para um dos testes aplicados. Na seção 5.2 será discutida a estimação dos parâmetros populacionais e os intervalos de confiança para a média, tanto quando consideramos a variância populacional conhecida como desconhecida.

Na seção 5.3 serão apresentados fundamentos importantes relacionados aos testes de hipóteses, bem como o fluxo considerado para realização dos testes. Na seção 5.4 serão abordados, de maneira teórica, todos os testes de hipóteses empregados neste trabalho, iniciando na subseção 5.4.1 com o *Teste de Shapiro-Wilk*, utilizado para verificar se a suposição de normalidade dos dados é satisfeita. Nas subseções seguintes, os testes de hipóteses paramétricos para a média, com variância conhecida e com variância desconhecida, além do teste não-paramétrico para a mediana, são apresentados.

Com o intuito de conectar os conceitos apresentados até o momento, na seção 5.5, uma breve discussão sobre a relação entre o teste de hipótese e o Intervalo de Confiança é mostrada. Por fim, na seção 5.6 são abordados os conceitos relacionados ao coeficiente de correlação.

5.1 Distribuição Normal

A distribuição Normal, também conhecida como distribuição *gaussiana*, é um modelo importante em probabilidade e inferência estatística, pois muitas variáveis numéricas de interesse podem ser modeladas por esta distribuição. Contudo, ainda que as próprias variáveis individuais não sejam normalmente distribuídas, as somas e as médias das variáveis terão uma distribuição aproximadamente Normal, sob condições adequadas (DEVORE, 2018).

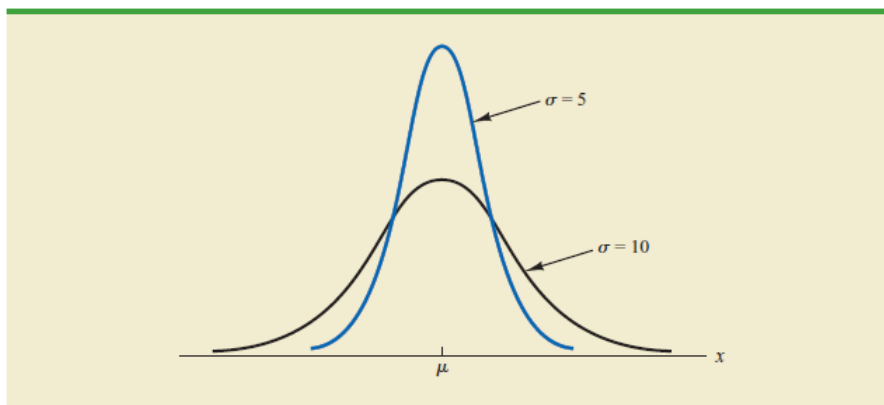
Uma distribuição Normal é uma distribuição de probabilidade contínua para uma variável aleatória X e seu gráfico é chamado de *curva Normal*. Larson e Farber (2010) citam algumas características de uma distribuição Normal, com média μ e desvio padrão σ :

- Uma curva Normal pode ser representada graficamente utilizando a função densidade de probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad \text{com } -\infty < x < \infty.$$

- A média, a mediana e a moda são iguais, sendo a média, ou o valor esperado, dada por $E(X) = \mu$. Já a variância é dada por $V(X) = \sigma^2$.
- A curva Normal tem forma de sino e é simétrica em torno da média (ver Figura 3).
- A área total sob a curva Normal é igual a 1. Além disso, à medida que a curva Normal se distancia da média, ela se aproxima do eixo x , mas sem alcançá-lo.
- Notação usual: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Figura 3 – Curva Normal.



Fonte: (ANDERSON *et al.*, 2018)

A distribuição Normal com parâmetros $\mu = 0$ e $\sigma = 1$ é denominada **distribuição Normal padrão** e representada por Z , sendo uma distribuição de referência a partir da qual podemos calcular probabilidades relativas a uma distribuição Normal qualquer.

A padronização de $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ para uma distribuição Normal padrão pode ser obtida a partir da seguinte transformação:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}.$$

Quando a transformação ocorre, a área do intervalo sob a curva Normal é idêntica à área sob a curva Normal padrão dentro do intervalo z correspondente (LARSON; FARBER, 2010).

Para avaliar se os dados seguem uma distribuição Normal, testes de normalidade devem ser realizados. Existem diversos testes que podem ser utilizados e a eficiência deles é afetada

pelo tamanho da amostra. Nesta pesquisa, optamos por aplicar o teste de *Shapiro-Wilk*, que será apresentado de maneira detalhada na subseção 5.4.1.

5.2 Estimação dos parâmetros e Intervalo de Confiança

5.2.1 Estimação dos parâmetros populacionais

Os parâmetros são medidas numéricas que descrevem uma característica de interesse da população, mas comumente seus valores são desconhecidos, sendo usual a necessidade de estimar tal valor. Em estatística, esse processo de estimação de parâmetros populacionais é feito a partir dos resultados de uma amostra.

De acordo com [Larson e Farber \(2010\)](#), uma estimativa pontual é um valor único estimado para um parâmetro populacional. Neste caso, toda a informação do parâmetro de interesse dos dados é resumida através de um único valor numérico.

O uso de um estimador com boas propriedades se faz necessário para que uma estimativa assertiva seja encontrada e um estimador não-viesado e consistente possui esta característica. Dizemos que um estimador é não-viesado quando o valor esperado do estimador é igual ao que está sendo estimado, isto é, o parâmetro populacional. Já quando um estimador é consistente, o valor do estimador se aproxima do verdadeiro valor do parâmetro a medida que o tamanho da amostra aumenta.

É possível verificar que a média amostral $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ é um estimador não-viesado e consistente para a média populacional μ . Já um estimador com boas propriedades para a variância populacional σ^2 é a variância amostral $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$.

Porém, além das estimativas pontuais, é importante também encontrar um intervalo de valores plausíveis para o parâmetro populacional, porque este nos permite ter ideia do possível erro que estamos cometendo nas estimativas. Daí, surge a idéia de construir os intervalos de confiança, que são baseados na distribuição amostral do estimador pontual. Segundo [Larson e Farber \(2010\)](#), uma estimativa intervalar é um intervalo usado para estimar um parâmetro populacional.

Primeiramente iremos analisar o caso em que o parâmetro de interesse é a média de uma população μ , quando a distribuição da população é Normal, com variância populacional σ^2 conhecida. Como neste trabalho foram calculados apenas os limites inferiores dos Intervalos de Confiança, todas as demonstrações a seguir serão baseadas no Intervalo de Confiança unilateral inferior.

5.2.2 Intervalo de Confiança para a média, com variância populacional conhecida

Conforme Devore (2018), considere que os valores observados x_1, x_2, \dots, x_n sejam o resultado de uma amostra aleatória X_1, X_2, \dots, X_n proveniente de uma distribuição Normal com valor médio μ desconhecido e variância σ^2 conhecida.

Segue que, independente do tamanho amostral n , a média amostral \bar{X} tem distribuição Normal com valor esperado μ e variância σ^2/n .

Padronizando \bar{X} , obtem-se a variável Normal padrão:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1). \quad (5.1)$$

Seja α um número tal que $0 < \alpha < 1$. O nível de confiança $(1 - \alpha)$ equivale a área sob a curva Normal padrão abaixo do valor crítico z_α . Logo,

$$P(Z < z_\alpha) = 1 - \alpha.$$

Portanto, pelo resultado apresentado em (5.1), temos que

$$P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < z_\alpha\right) = 1 - \alpha.$$

Manipulando-se a desigualdade de maneira que a equivalência seja mantida, primeiramente multiplicando os dois termos por σ/\sqrt{n} , segue que

$$P\left(\bar{X} - \mu < z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha.$$

Depois, subtraindo \bar{X} de cada termo, obtém-se:

$$P\left(\bar{X} - \mu - \bar{X} < z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-\mu < -\bar{X} + z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha.$$

Multiplicando ambos os lados pelo termo (-1) para eliminar o sinal negativo de μ , o que inverte o sentido da desigualdade, temos que:

$$P\left(\mu > \bar{X} - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha.$$

Portanto, o **Intervalo de Confiança (IC)**, com $100(1 - \alpha)\%$ de confiança, para a média μ de uma população Normal, quando o valor de σ é conhecido, é dado por:

$$IC(\mu; 100(1 - \alpha)\%) = \left(\bar{X} - z_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; +\infty\right)$$

Porém, nem sempre a variância populacional σ^2 é conhecida. A seguir, será apresentado o Intervalo de Confiança para a média populacional no caso em que a variância populacional é desconhecida.

5.2.3 Intervalo de Confiança para a mdia, com variância populacional desconhecida

De acordo com Devore (2018), quando n  grande, o IC para μ fornecido anteriormente permanece válido, qualquer que seja a distribuio da populao. Porém, uma dificuldade prática  que a variância populacional σ^2 quase nunca  conhecida.

Nesse caso, substitui-se a variância populacional σ^2 em Z pela variância amostral S^2 para obter a variável padronizada. Se n  suficientemente grande, essa substituio acrescenta pouca variabilidade adicional, logo, a variável padronizada tem uma distribuio aproximadamente Normal padrão (DEVORE, 2018).

Porém, segundo Devore (2018), quando n  pequeno, a distribuio resultante será mais dispersa que a distribuio Normal padronizada. Diante disso, introduz-se a *distribuio t*, também chamada de distribuio *t* de *Student*, onde a variável de interesse agora  representada por T . Assim,

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}, \quad (5.2)$$

onde t_{n-1} representa a distribuio *t* de *Student* com $n - 1$ graus de liberdade. A distribuio *t*  uma família de curvas, cada uma determinada por um parâmetro chamado de *grau de liberdade* (g.l.). Note que, para a construo do Intervalo de Confiança apresentado acima, os graus de liberdade são iguais aos tamanho da amostra menos um ($gl = n - 1$) (LARSON; FARBER, 2010).

Seja α um número tal que $0 < \alpha < 1$. O nível de confiança $(1 - \alpha)$ equivale a área sob a curva *t* de *Student*, com $n - 1$ gl, abaixo do valor crítico t_α . Logo,

$$P(T < t_\alpha) = 1 - \alpha.$$

Portanto, pelo resultado apresentado em (5.2), temos que

$$P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} < t_\alpha\right) = 1 - \alpha.$$

Seguindo os mesmos passos apresentados na seo anterior para isolar o parâmetro μ , o Intervalo de Confiança resultante  dado por:

$$IC(\mu; 100(1 - \alpha)\%) = \left(\bar{X} - t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}}; +\infty\right).$$

Note que, tomada uma amostra, temos sua média e variância e, a partir da,  possível calcular o Intervalo de Confiança. Observe que o Intervalo de Confiança resultante pode ou não conter o parâmetro μ . Se fossemos capazes de construir uma grande quantidade de intervalos, todos baseados em amostras de tamanho n , $100(1 - \alpha)\%$ deles conteriam o verdadeiro valor do parâmetro μ . Usualmente, usa-se $\alpha = 5\%$.

5.3 Fundamentos dos Testes de Hipóteses

5.3.1 Hipóteses nula e alternativa

Uma *hipótese estatística* é uma afirmação sobre um determinado parâmetro populacional. Para verificar tal afirmação através de um teste de hipótese, é necessário definir um par de hipóteses de forma que, quando uma dessas hipóteses for falsa, necessariamente a outra será verdadeira.

A **hipótese nula**, representada por H_0 , é a afirmação assumida inicialmente como verdadeira no teste de hipótese. Já a **hipótese alternativa**, representada por H_1 , é a afirmação contraditória a H_0 (DEVORE, 2018).

De acordo com Devore (2018), um **teste de hipótese** é um método que permite, a partir dos dados da amostra, decidir se a hipótese nula (H_0) deve ser rejeitada ou não. Somente se os dados da amostra contradisserem fortemente H_0 , a hipótese nula deve ser rejeitada.

Nesta pesquisa, a decisão sobre a rejeição (ou não) da hipótese nula será feita a partir da abordagem de p-valor. O **p-valor** é a probabilidade de se obter uma estatística amostral com valores iguais ou mais extremos do que aquela determinada a partir dos dados amostrais, assumindo que a hipótese nula é verdadeira (LARSON; FARBER, 2010). A conclusão é obtida ao comparar o p-valor calculado com o **nível de significância** α :

- Se $p - \text{valor} \leq \alpha$, rejeita-se H_0 e,
- Se $p - \text{valor} > \alpha$, a hipótese nula H_0 não deve ser rejeitada.

Ao longo deste trabalho adotou-se $\alpha = 5\%$, valor comumente utilizado na literatura.

5.3.2 Erro Tipo I e Erro Tipo II

Conforme já mencionado, as hipóteses nula (H_0) e alternativa (H_1) são afirmações excludentes a respeito de um determinado parâmetro da população. Assim, apenas uma destas hipóteses é verdadeira, não sendo possível, portanto, concluir que ambas são verdade.

Como ideal, o procedimento do teste de hipótese deve levar a não rejeição de H_0 quando H_0 é verdadeira, e à rejeição de H_0 quando H_0 é falsa. Porém, infelizmente, as conclusões corretas nem sempre são possíveis. Uma vez que os testes de hipóteses de baseiam em informações amostrais, é possível que gerem conclusões incorretas.

Existem dois diferentes tipos de erros que podemos cometer ao realizar o teste de hipóteses:

- **Erro Tipo I:** Rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira;
- **Erro Tipo II:** Não rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa.

A Tabela 2 ilustra estes dois tipos de erro que podem ser cometidos no teste de hipóteses.

Tabela 2 – Erros e conclusões corretas no teste de hipóteses.

		Condição da população	
		H_0 verdadeira	H_0 falsa
Conclusão	Não rejeitar H_0	Conclusão correta	<i>Erro Tipo II</i>
	Rejeitar H_0	<i>Erro Tipo I</i>	Conclusão correta

Fonte: Adaptado de (ANDERSON *et al.*, 2018)

Usualmente define-se como α a probabilidade de cometer **Erro tipo I** enquanto β corresponde a probabilidade de cometer o **Erro Tipo II**. Portanto,

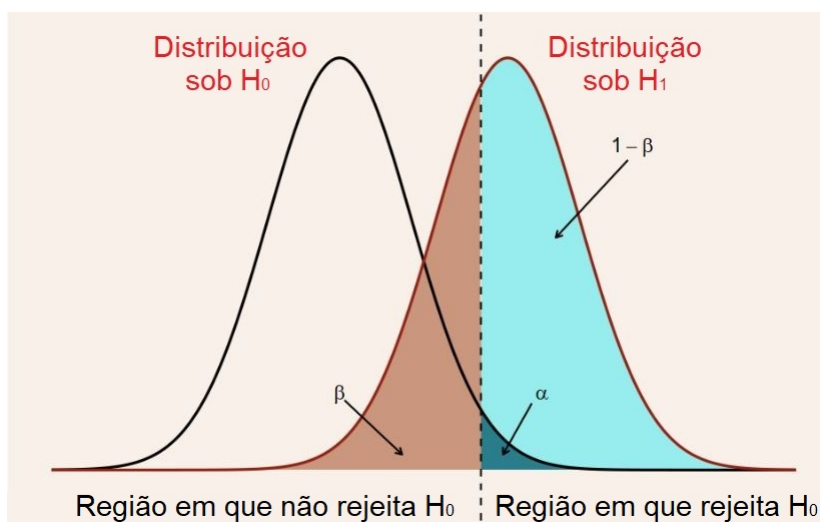
$$\alpha = P(\text{Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdade})$$

$$\beta = P(\text{Não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa})$$

Portanto, a probabilidade de cometer o Erro Tipo I está diretamente relacionada ao nível de significância α escolhido. Ao definir um nível de significância de 5%, por exemplo, assume-se que há uma probabilidade de 5% de cometer o Erro Tipo I.

A Figura 4 apresenta, graficamente, a probabilidade de cometer cada um destes tipos de erros.

Figura 4 – Erro Tipo I e Erro Tipo II de um Teste de Hipótese.



Fonte: Adaptado de <<https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/teste-de-hipoteses.html>>

É possível observar, a partir da Figura 4, que há uma relação inversa entre α , a probabilidade do Erro Tipo I, e β , a probabilidade do Erro Tipo II. Logo, aumentar o valor de α resulta em um menor valor de β , enquanto diminuir o valor de α resulta em um maior valor de β .

Portanto, usualmente, decidir sobre um nível de significância apropriado envolve o equilíbrio entre os valores de α e β (DEVORE, 2018).

5.3.3 Poder do Teste

Segundo Akobeng (2016), o conceito de **poder do teste** se refere à capacidade de um teste estatístico detectar uma diferença real entre dois grupos. O poder, denotado por π , deriva do Erro Tipo II e é, matematicamente, o complemento de β , ou seja,

$$\pi = 1 - \beta.$$

Como β é arbitrário, usualmente, um poder mínimo de 80% geralmente é considerado apropriado.

De acordo com Norton e Strube (2001), os quatro principais fatores que afetam o poder de um teste são:

- o nível de significância α ,
- a diferença entre as distribuições sob a hipótese nula e sob a hipótese alternativa,
- a variabilidade entre as observações, e
- o tamanho da amostra.

Conforme já discutido e também se observa na Figura 4, quanto maior o valor de α , menor será β . Consequentemente, conforme discutido em Norton e Strube (2001), quando a área α se torna maior, a área determinada como $1 - \beta$ se torna maior também, ou seja, há um aumento no poder do teste. Inversamente, se α se torna menor, $1 - \beta$ se torna menor, então há uma diminuição no poder. Porém, ainda que o nível de significância α afete o poder, os pesquisadores não costumam definir α maior que 5% para evitar aumentar o poder à custa de aumentar a probabilidade do Erro Tipo I e contribuir com falsos resultados para a pesquisa.

Conforme apresentado, outro fator que afeta o poder do teste é a diferença entre as distribuições sob a hipótese nula e sob a hipótese alternativa. À medida que tal distância aumenta, as áreas α e β decrescem. Logo, há um aumento correspondente na área $1 - \beta = \pi$. Portanto, à medida que a diferença entre as distribuições sob H_0 e H_1 aumenta, o poder do teste também aumenta (NORTON; STRUBE, 2001).

Quanto maior a variabilidade das observações, mais dispersa será a curva Normal. Contrariamente, quanto mais concentrada a curva, menor a variabilidade da população. Assim, considerando valores fixos das médias das distribuições sob H_0 e sob H_1 , quando há maior variabilidade e a curva é mais dispersa, há maior sobreposição entre estas distribuições, aumentando as probabilidades dos erros α e β . Assim, à medida que a variabilidade aumenta, o poder do teste π , relativo a nossa capacidade de detectar uma diferença real, diminui (NORTON; STRUBE, 2001).

O tamanho da amostra é outro fator importante que afeta o poder do teste pois, segundo Norton e Strube (2001), o tamanho da amostra influencia a variabilidade da distribuição amostral

das diferenças de médias. Além disso, de acordo com Akobeng (2016), para que um estudo seja capaz de responder à questão de pesquisa que se propõe, o tamanho da amostra deve ser grande o suficiente. Quando o tamanho da amostra é muito pequeno, pode ser inviável constatar diferenças reais no resultado entre os grupos. Portanto, uma amostra pequena resulta em um teste de hipótese com poder reduzido.

Norton e Strube (2001) sugerem que a maneira mais prática de aumentar o poder estatístico de um teste de hipótese é aumentar o tamanho da amostra, pois quanto mais sujeitos incluídos no estudo, mais precisos os resultados. No entanto, existem questões práticas que podem impossibilitar maximizar o tamanho da amostra, como a população de interesse ser relativamente pequena, que é o caso desta pesquisa.

Em resumo, o poder do teste é maior quando o nível de significância α , a diferença entre as distribuições sob as hipóteses nula e alternativa e o tamanho da amostra são grandes, enquanto a variabilidade entre as observações é pequena.

É fundamental definir o nível de significância α em 5% ou menos para proteger o estudo contra o Erro do Tipo I, limitando assim a possibilidade de rejeitar H_0 quando tal hipótese é verdadeira. Também é importante maximizar o poder do teste para minimizar a probabilidade de ocorrência do Erro Tipo II, diminuindo a probabilidade de não rejeitar H_0 quando tal hipótese é falsa. Contudo, existem questões práticas que ocasionalmente limitam o poder que pode ser alcançado em um estudo. Logo, os pesquisadores são desafiados a projetar um estudo que ofereça o equilíbrio ideal de todos os fatores que afetam o poder (NORTON; STRUBE, 2001).

5.3.4 Etapas da Análise de Dados e dos Testes de Hipóteses

Para melhor compreensão da análise estatística realizada nessa pesquisa, o fluxo dos testes de hipóteses realizados é apresentado na Figura 5.

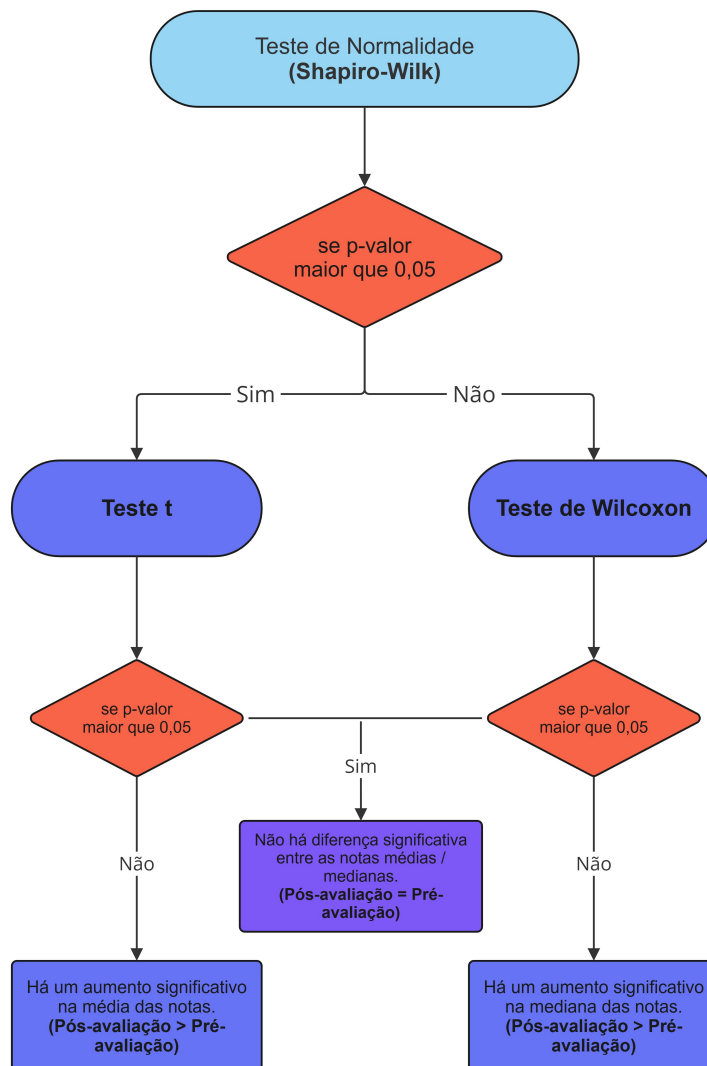
Os testes de hipóteses foram realizados para a variável *incremento da nota*, calculada pela diferença entre as notas obtidas na pós-avaliação e na pré-avaliação de cada atividade.

O primeiro passo da análise foi verificar, a partir do teste de *Shapiro-Wilk*, se a suposição de normalidade dos dados foi satisfeita, visto que esta é uma condição necessária para a realização do teste de hipótese paramétrico. Se $p\text{-valor} > 0,05$, conclui-se que os dados analisados seguem uma distribuição Normal. Por outro lado, caso $p\text{-valor} \leq 0,05$, conclui-se que a suposição de normalidade dos dados não é satisfeita.

O segundo passo da análise é a realização de um teste de hipótese unilateral superior para a média ou mediana populacional do incremento da nota.

Se, no primeiro passo, a hipótese de normalidade foi aceita, o incremento médio populacional foi avaliado através do *Teste t* para uma população. No contexto desta pesquisa, o *Teste t unilateral superior* permite comparar se as médias das notas na pós-avaliação e na pré-avaliação

Figura 5 – Fluxo dos testes de hipóteses



Fonte: Próprio autor

são iguais ou se há um aumento na nota média na pós-avaliação, comparada a pré-avaliação. Neste caso, se $p\text{-valor} \leq 0,05$, conclui-se que a nota média da pós-avaliação é maior que a nota média da pré-avaliação. Já se $p\text{-valor} > 0,05$, não há uma melhora significativa na nota média da pós-avaliação, comparada à pré-avaliação.

Já no caso em que, no primeiro passo, a suposição de normalidade não foi satisfeita, aplica-se o *Teste de Wilcoxon* para avaliação do incremento mediano populacional. O *Teste de Wilcoxon unilateral superior* permite comparar se as medianas das notas na pós-avaliação e na pré-avaliação são iguais ou se há um aumento na nota mediana na pós-avaliação, comparada a pré-avaliação. Neste caso, se $p\text{-valor} \leq 0,05$, conclui-se que a nota mediana da pós-avaliação é maior que a nota mediana da pré-avaliação. Por outro lado, se $p\text{-valor} > 0,05$, não é possível concluir que existe uma melhora significativa, indicando que as notas medianas da pré-avaliação e da pós-avaliação são iguais.

5.4 Testes de Hipóteses

Nesta seção será apresentado o teste de *Shapiro-Wilk*, utilizado para verificar se a suposição de normalidade é satisfeita. A seguir, são apresentados os conceitos e as definições dos testes de hipótese paramétricos para a média (*Teste Z* e *Teste t*) e do teste de hipótese não-paramétrico para a mediana (*Teste de Wilcoxon*).

5.4.1 Teste de Shapiro-Wilk

Segundo [Conover \(1999\)](#), o teste de *Shapiro-Wilk* pode ser utilizado para avaliar se uma amostra aleatória X_1, X_2, \dots, X_n , de tamanho n , com alguma função de distribuição desconhecida $F(x)$, segue uma distribuição Normal.

Para a realização deste teste, é necessário **supor** que a amostra retirada desta população é uma amostra aleatória.

A hipótese nula do teste de *Shapiro-Wilk* é que a população segue uma Distribuição Normal. Assim, define-se as **hipóteses** deste teste como:

$H_0 : F(x)$ é uma função de distribuição Normal, com determinada média e variância;

$H_1 : F(x)$ é uma função de distribuição não-Normal.

Para calcular a **estatística do teste**, primeiro, calcula-se o denominador D , dado por

$$D = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2,$$

onde \bar{X} é a média amostral. A seguir, ordena-se a amostra do menor para o maior, tal que $X^{(1)} \leq X^{(2)} \leq \dots \leq X^{(n)}$, sendo que $X^{(i)}$ denota a i -ésima estatística de ordem.

A partir da Tabela A16 em [Conover \(1999\)](#), para a amostra observada de tamanho n , obtém-se os coeficientes a_1, a_2, \dots, a_k , onde k é aproximadamente $n/2$.

Finalmente, a estatística do teste W é dada por:

$$W = \frac{1}{D} \left(\sum_{i=1}^k a_i \left(X^{(n-i+1)} - X^{(i)} \right) \right)^2.$$

É possível mostrar que a estatística de teste W é basicamente o quadrado do coeficiente de correlação, onde o coeficiente de correlação de Pearson é calculado entre as estatísticas de ordem $X^{(i)}$ na amostra e os escores a_i , que representam como as estatísticas de ordem devem se comportar caso a população siga a distribuição Normal. Portanto, se o valor de W é próximo a 1, a amostra se comporta como uma amostra proveniente de uma distribuição Normal. Porém, se o valor de W é distante de 1, a amostra se comporta como proveniente de uma distribuição não-Normal ([CONOVER, 1999](#)).

A **regra de decisão** para este teste é:

- Rejeita-se H_0 ao nível de significância α se W é menor que o quantil α dado pela Tabela A17 em Conover (1999).
- Não rejeita-se H_0 ao nível de significância α se W é maior ou igual que o quantil α dado pela Tabela A17 em Conover (1999).

Nesta pesquisa, tal decisão será baseada no p-valor calculado pelo *software R*. Desta forma, o seguinte critério foi adotado:

- Se p-valor $\leq \alpha$, rejeita-se H_0 e conclui-se que amostra se comporta como uma amostra proveniente de uma distribuição não-Normal.
- Se p-valor $> \alpha$, não rejeita-se H_0 e conclui-se que amostra se comporta como uma amostra proveniente de uma distribuição Normal.

5.4.2 Teste Z

Segundo Larson e Farber (2010), o *Teste Z* deve ser utilizado para avaliar a média μ , quando a população segue uma distribuição Normal e o desvio padrão σ é conhecido, ou para qualquer população quando o tamanho da amostra n for grande (usualmente, quando $n \geq 30$).

Para a realização do teste, é necessário **supor** que a amostra selecionada da população de tamanho n é uma amostra aleatória independente, proveniente de uma população que segue uma distribuição Normal, com média desconhecida μ e variância conhecida σ^2 . Diante disso, a média amostral \bar{X} segue uma distribuição Normal com valor esperado $\mu_{\bar{X}} = \mu$ e desvio padrão $\sigma_{\bar{X}} = \sigma/\sqrt{n}$.

As **hipóteses** nula e alternativa do *Teste Z* unilateral superior são, respectivamente:

$$H_0 : \mu \leq \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0, \text{ onde } \mu_0 \text{ é um valor constante.}$$

Sob H_0 verdadeira, a **estatística de teste** é dada por:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

Note que a estatística Z é uma medida natural da distância entre \bar{X} , o estimador de μ , e seu valor esperado *quando H_0 é verdadeira*. Assim, se essa distância for muito grande, existem evidências de que H_0 não é verdadeira (DEVORE, 2018).

Nesta pesquisa, a **regra de decisão** será baseada no p-valor calculado pelo *software R*. Assim, a regra de decisão utilizada foi:

- Se p-valor $\leq \alpha$, rejeita-se H_0 e conclui-se que $\mu > \mu_0$.
- Se p-valor $> \alpha$, não rejeita-se H_0 e conclui-se que $\mu \leq \mu_0$.

5.4.3 Teste t

De acordo com [Larson e Farber \(2010\)](#), o *Teste t* deve ser utilizado para avaliar a média μ quando a população segue uma distribuição Normal, com desvio padrão σ desconhecido e a amostra coletada é pequena ($n < 30$).

Como na seção anterior, para a realização do teste, é necessário **supor** que a amostra selecionada da população de tamanho n é uma amostra aleatória independente, proveniente de uma população que segue uma distribuição Normal, com média desconhecida μ . Agora, no *Teste t* , supõe-se que a variância σ^2 é desconhecida.

As **hipóteses** nula e alternativa do *Teste t* unilateral superior são, respectivamente:

$$H_0 : \mu \leq \mu_0$$

$$H_1 : \mu > \mu_0, \text{ onde } \mu_0 \text{ é um valor constante.}$$

Utilizando o mesmo raciocínio apresentado na seção 5.2.2 do qual origina o resultado (5.2) temos que, sob H_0 verdade, a estatística de teste é dada por:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1},$$

onde t_{n-1} é uma distribuição t com $n - 1$ graus de liberdade (gl) ([DEVORE, 2018](#)).

Da mesma forma que a seção anterior, note que a estatística T é uma medida natural da distância entre \bar{X} , o estimador de μ , e seu valor esperado *quando H_0 é verdadeira*. Assim, se essa distância for muito grande, existem evidências de que H_0 não é verdadeira ([DEVORE, 2018](#)).

Nesta pesquisa, a **regra de decisão** também será baseada no p-valor calculado pelo *software R*. Logo,

- Se p-valor $\leq \alpha$, rejeita-se H_0 e conclui-se que $\mu > \mu_0$.
- Se p-valor $> \alpha$, não rejeita-se H_0 e conclui-se que $\mu \leq \mu_0$.

5.4.4 Teste de Wilcoxon

O *Teste de Wilcoxon* substitui o *Teste t* quando os dados não satisfazem as exigências deste último, ou seja, quando a suposição de normalidade é rejeitada. Proposto por Frank Wilcoxon em 1945, o *Teste de Wilcoxon* é um método não-paramétrico comumente utilizado para comparar duas amostras mediante classificações ([NEUHÄUSER, 2011](#)).

Os dados consistem de n' observações $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{n'}, y_{n'})$ das respectivas variáveis aleatórias bivariadas $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_{n'}, Y_{n'})$.

Segundo [Conover \(1999\)](#), primeiramente, são calculadas as diferenças entre dois pares de amostras relacionadas, ou seja, $D_i = Y_i - X_i$, com $i = 1, 2, \dots, n'$. Em seguida, as diferenças

absolutas são calculadas para cada um dos n' pares:

$$|D_i| = |Y_i - X_i|,$$

com $i = 1, 2, \dots, n'$.

Retira-se da análise todos os pares nos quais a diferença resultante for zero, isto é, quando $X_i = Y_i$ ou $D_i = 0$, e denota-se o número de pares restantes por n , tal que $n \leq n'$. Classificações de 1 a n são atribuídas a esses n pares de acordo com o tamanho relativo da diferença absoluta, ou seja, a classificação 1 é dada ao par (X_i, Y_i) com a menor diferença absoluta $|D_i|$, a classificação 2 é dada ao par com a segunda menor diferença absoluta e assim por diante, até a classificação n sendo atribuída ao par com a maior diferença absoluta. No caso de diferenças absolutas iguais, atribui-se a cada um destes pares homólogos a média das classificações que elas receberiam se não estivessem empatadas (CONOVER, 1999).

Para a realização deste teste, é necessário **supor** que (i) a distribuição de cada D_i é simétrica, (ii) os D_i 's são mutuamente independentes, (iii) os D_i 's tem todos a mesma média e (iv) a escala de medida dos D_i 's é ao menos intervalar.

As **hipóteses** nula e alternativa do *Teste de Wilcoxon* unilateral superior são, respectivamente:

$$H_0 : E(D) \leq 0 \text{ (isto é, } E(Y_i) \leq E(X_i))$$

$$H_1 : E(D) > 0$$

Para calcular a **estatística do teste**, defina R_i para cada par (X_i, Y_i) da seguinte forma:

$$R_i = \text{a classificação atribuída a } (X_i, Y_i) \text{ se } D_i = Y_i - X_i \text{ é positivo (isto é, } Y_i > X_i)$$

$R_i = \text{o valor negativo da classificação atribuída a } (X_i, Y_i) \text{ se } D_i = Y_i - X_i \text{ é negativo (isto é, } Y_i < X_i)$.

A estatística de teste é a soma das classificações com sinal positivo (Conover (1999)):

$$T^+ = \sum (R_i \text{ quando } D_i \text{ é positiva}).$$

Definido o nível de significância α , quando não há empates e $n \leq 50$, sob a hipótese nula de que os D_i 's tem média 0, a estatística de teste pode ser comparada com o valor crítico w_α obtido pela Tabela A12 em Conover (1999).

A **regra de decisão** para este teste é:

- Rejeita-se H_0 ao nível de significância α se T^+ é maior que o quantil α dado pela Tabela A12 em Conover (1999).
- Não rejeita-se H_0 ao nível de significância α se T^+ é menor ou igual que o quantil α dado pela Tabela A12 em Conover (1999).

O p-valor deste teste de hipótese é dado aproximadamente pela equação:

$$P \left(Z \geq \frac{\sum_{i=1}^n R_i - 1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n R_i^2}} \right).$$

Nesta pesquisa, a decisão do teste será baseada no p-valor calculado pelo *software R*. Desta forma, o seguinte critério foi adotado:

- Se p-valor $\leq \alpha$, rejeita-se H_0 e conclui-se que $E(Y_i) > E(X_i)$.
- Se p-valor $> \alpha$, não rejeita-se H_0 e conclui-se que $E(Y_i) \leq E(X_i)$.

Para mais detalhes, consultar [Conover \(1999\)](#).

5.5 Relação entre o Teste de Hipótese e o Intervalo de Confiança

O teste de hipótese e o Intervalo de Confiança estão relacionados de modo que, se o Intervalo de Confiança não contiver o valor da hipótese nula que está sendo testada, então H_0 será rejeitada.

Para um teste de hipótese bilateral, suponha que $(\hat{\theta}_I, \hat{\theta}_S)$ seja um Intervalo de Confiança bilateral, com $100(1 - \alpha)\%$ de confiança, para o parâmetro θ . Logo, um teste de hipótese com nível de significância α para as hipóteses $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta \neq \theta_0$ rejeita H_0 se o valor nulo θ_0 estiver fora do Intervalo de Confiança, e não rejeita H_0 se o valor nulo estiver dentro do Intervalo de Confiança ([DEVORE, 2018](#)).

Segundo [Devore \(2018\)](#), existe uma relação correspondente entre um limite de confiança superior e um teste unilateral à esquerda, como também entre um limite de confiança inferior e um teste unilateral à direita.

Nesta pesquisa, estamos interessados em estudar o parâmetro μ , utilizando um teste unilateral superior. Neste caso, suponha que $(\hat{\mu}_I, +\infty)$ seja um Intervalo de Confiança unilateral, com $100(1 - \alpha)\%$ de confiança, onde $\hat{\mu}_I$ é o limite inferior de confiança para o parâmetro μ . Logo, um teste de hipótese considerando $H_0 : \mu = \mu_0$ versus $H_1 : \mu > \mu_0$, com nível de significância α , rejeita H_0 se o valor nulo μ_0 estiver fora do Intervalo de Confiança obtido $(\hat{\mu}_I, +\infty)$, e não rejeita H_0 se o valor μ_0 estiver dentro deste Intervalo de Confiança.

5.6 Coeficiente de Correlação

Segundo [Sheskin \(2003\)](#), o coeficiente de correlação desenvolvido por Pearson (1896, 1900) é empregado para determinar o grau em que duas variáveis covariam, ou seja, variam

uma em relação à outra. Este coeficiente mede a força da associação linear entre duas variáveis quantitativas, X e Y , e pode ser usado com qualquer dado de natureza numérica sem quaisquer requisitos com relação à escala de medida ou seu tipo de distribuição, embora se torne difícil de interpretar a menos que a escala de medida seja ao menos intervalar.

O coeficiente de correlação é uma variável aleatória que é usada em situações onde os dados consistem em pares de números, representados por $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$. A estatística calculada para o coeficiente de correlação é representada pela letra r , sendo r uma estimativa de ρ , que é a correlação entre as duas variáveis na população subjacente.

A estatística r pode assumir qualquer valor dentro da faixa de -1 a +1 (ou seja, $-1 \leq r \leq +1$) e o valor absoluto $|r|$ indica a força da relação entre as duas variáveis. À medida que $|r|$ se aproxima de 1, o grau de relação linear entre as duas variáveis torna-se mais forte. Quanto mais próximo $|r|$ estiver de 0, mais fraca será a relação linear entre as duas variáveis.

O sinal de r indica a natureza ou direção da relação linear que existe entre as duas variáveis. Uma relação linear positiva é aquela em que a mudança em uma variável está associada a mudança na outra variável na mesma direção, ou seja, o aumento em uma variável está associado ao aumento na outra variável, e a diminuição em uma variável está associada à diminuição na outra variável. Já uma relação linear negativa é aquela em que a mudança em uma variável está associada a mudança na outra variável na direção oposta, ou seja, o aumento em uma variável está associado à diminuição na outra variável ou o contrário.

O coeficiente de correlação de Pearson r é dado por:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \right]}} \quad (5.3)$$

onde \bar{X} e \bar{Y} são as respectivas médias amostrais. A equação (5.3) pode ser reescrita como

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i Y_i - n\bar{X}\bar{Y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (X_i^2 - n\bar{X}^2) \sum_{i=1}^n (Y_i^2 - n\bar{Y}^2) \right]}}$$

É fácil notar que se o numerador e o denominador da equação (5.3) são divididos por n , o numerador do coeficiente de correlação corresponde à covariância amostral e o denominador ao produto dos dois desvios padrões amostrais.

No **teste de hipótese** para o coeficiente de correlação populacional ρ , as **hipóteses** consideradas nesta pesquisa foram:

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

Sob H_0 verdade, a **estatística do teste** é dada por:

$$C = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \sim t_{n-2},$$

onde r é calculado pela equação (5.3) e n é o tamanho amostral.

Nesta pesquisa, a **regra de decisão** também será baseada no p-valor calculado pelo *software R*. Logo,

- Se p-valor $\leq \alpha$, rejeita-se H_0 e conclui-se que $\rho \neq 0$.
- Se p-valor $> \alpha$, não rejeita-se H_0 e conclui-se que $\rho = 0$.

Vale salientar que os p-valores apresentados foram ajustados utilizando o método de Benjamini-Hochberg, que controla a taxa de descobertas falsas (FDR) em 5%. A FDR representa a proporção esperada de falsos positivos entre todas hipóteses nulas rejeitadas. Este método é indicado para o contexto deste trabalho, no qual a realização de múltiplos testes exige um equilíbrio entre a contenção de falsos positivos e a manutenção do poder estatístico. Por ser menos conservador que outras abordagens, como a correção de Bonferroni, o procedimento de Benjamini-Hochberg permite maior sensibilidade na detecção de efeitos significativos.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos a partir da análise quantitativa dos dados coletados. Tais dados compreendem as notas obtidas nas pré-avaliações e nas pós-avaliações aplicadas referente ao desenvolvimento das três atividades (Apêndice A), bem como informações do questionário respondido pelos alunos (Apêndice B). Além disso, também será relatada a percepção da autora sobre o desenvolvimento das atividades, enquanto docente e com um papel fundamental nesta proposta.

Um ponto importante a ser mencionado é que na Atividade 01, a elaboração da pós-avaliação foi feita nos mesmos moldes da pré-avaliação, mantendo o mesmo enunciado e realizando apenas alterações na ordem das questões e nos valores do enunciado.

Já na pós-avaliação da Atividade 02 apenas seis questões seguiram os mesmos moldes da pré-avaliação, enquanto na pós-avaliação da Atividade 03, apenas quatro questões. As questões adicionadas contemplaram novos conceitos desenvolvidos durante as Atividades 02 e 03 com os alunos.

Para cada aluno, foi calculada a diferença entre as notas obtidas na pós-avaliação e na pré-avaliação de cada atividade. Chamaremos esta diferença de *incremento da nota*.

Na seção 6.1 serão apresentados os resultados das análises descritiva e inferencial correspondente à Atividade 01. Já nas seções 6.2 e 6.3, são mostrados os resultados correspondentes às Atividades 02 e 03. Por fim, com o objetivo de estudar a possível relação linear entre as variáveis deste estudo, uma discussão acerca dos coeficientes de correlação calculados é apresentada na seção 6.4.

6.1 Atividade 01

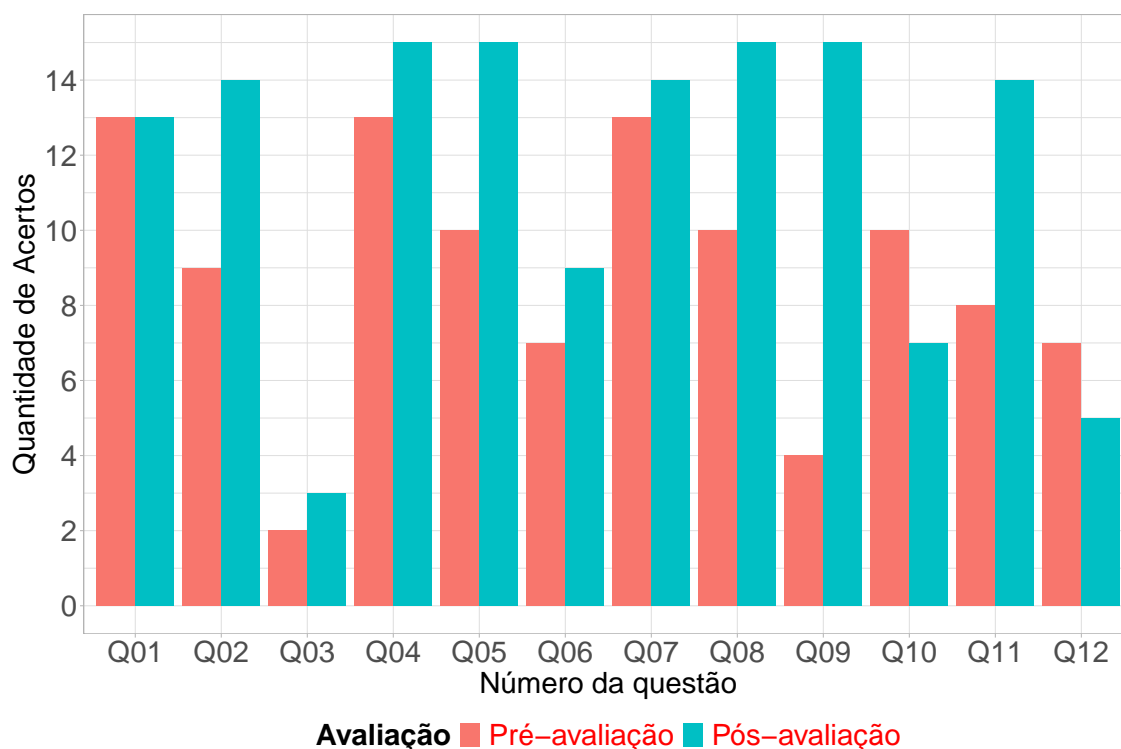
Na subseção 6.1.1 será apresentada uma análise detalhada do total de acertos por questão, tanto na pré-avaliação como na pós-avaliação da Atividade 01. A análise inferencial dos

dados é desenvolvida na subseção 6.1.2, com o objetivo de verificar se o incremento da nota é estatisticamente significativa. Adicionalmente, buscou-se comparar as respostas do questionário com as notas obtidas nas avaliações aplicadas e com o incremento resultante. Tais resultados são apresentados nas subseções 6.1.3, 6.1.4, 6.1.5 e 6.1.6. Já a subseção 6.1.7, denotada “Perspectiva docente”, expõe o ponto de vista da docente sobre esta atividade.

6.1.1 Total de acertos por questão

A Figura 6 indica, a partir de um gráfico de barras, o número de alunos que responderam corretamente cada questão, tanto na pré-avaliação como na pós-avaliação da Atividade 01. Tais resultados indicam se houve melhora, ou não, nos resultados obtidos após o desenvolvimento das atividades propostas para cada uma das questões.

Figura 6 – Total de acertos por questão - Atividade 01



Primeiramente, é possível observar que houve um aumento no número de acertos em 75% das questões (Questões 02 a 09 e Questão 11). O número de acertos da Questão 01 permaneceu igual, enquanto nas Questões 10 e 12 houve uma redução do número de acertos na pós-avaliação, comparada à pré-avaliação.

Observa-se que a Questão 03 foi a questão com maior número de respostas incorretas, sendo apenas 2 acertos na pré-avaliação e 3 acertos na pós-avaliação. Esta questão é oriunda do ENEM (2011), proposta no MAPPA (Sao Paulo, 2023) como sugestão. Neste item o aluno precisava assinalar a alternativa que apresentava a probabilidade correta de um evento, calculando a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis, através da leitura e

interpretação tanto do enunciado como do gráfico fornecido. O mau êxito nesta questão evidencia as lacunas de aprendizagem em relação as habilidades essenciais relacionadas à interpretação gráfica e textual que, conseqüentemente, comprometem a resolução de situações-problemas.

Por outro lado, a Questão 09 foi a que apresentou o maior aumento no número de acertos entre a pré-avaliação e a pós-avaliação, de 4 para 15 acertos. Trata-se de uma questão do ENEM (2018), proposta no MAPPA (Sao Paulo, 2023) como sugestão. Nesta questão, na pré-avaliação o aluno precisava calcular a probabilidade de nascerem dois meninos e duas meninas no caso de uma gravidez de quadrigêmeos. Acredita-se que o baixo número de acertos dessa questão na pré-avaliação decorre, principalmente, do fato de grande parte dos alunos não ser capaz de listar todos os possíveis resultados do experimento, visto que 45% dos alunos assinalaram como resposta o valor de 50%. Já na pós-avaliação, a questão foi adaptada e o aluno precisava calcular a probabilidade de nascerem um menino e três meninas no caso de uma gravidez de quadrigêmeos. O crescimento no número de acertos possivelmente provém de uma melhor análise do enunciado, dos casos favoráveis e possíveis na segunda situação.

As Questões 10 e 12 foram as únicas que obtiveram redução no número de acertos entre a pré-avaliação e a pós-avaliação. Ambas as questões envolviam o uso do *Diagrama de Venn* como ferramenta auxiliar no cálculo da probabilidade solicitada, além da Questão 12 abranger probabilidade condicional. Como esses tópicos não foram contemplados na proposta do Componente Curricular “Tendências e Decisões”, os resultados obtidos reforçam a falta de apropriação destes conceitos ao longo dos anos escolares da educação básica. A docente observou tal lacuna no aprendizado durante as aulas e, diante disto, fez uma breve revisão sobre tais conceitos, porém nota-se que esta revisão não foi suficiente para melhorar os resultados na pós-avaliação, mostrando assim a necessidade de retomar essas habilidades de forma mais gradativa.

De acordo com o Relatório de Resultados do Saeb 2021, 66,1% dos estudantes da 3ª série do ensino médio regular não dominam as habilidades mais básicas para a área de Língua Portuguesa (níveis da escala de proficiência 0, 1, 2 e 3), a serem alcançadas ao final do ensino médio. Na área de Matemática, verificou-se que 54,2% dos estudantes da 3ª série do ensino médio não dominam as habilidades mais básicas (níveis da escala de proficiência 0, 1, 2) a serem alcançadas ao final do ciclo. Para ambas as disciplinas, a rede estadual de ensino tem mais estudantes localizados nos níveis mais baixos de proficiência, obtendo a menor média (BRASIL, 2024b).

Segundo dados coletados no Saeb 2021, sobre o impacto da pandemia na educação brasileira, observou-se que a compreensão dos conteúdos ministrados nas aulas remotas teve índices piores para os estudantes de níveis socioeconômicos mais baixos. Os resultados indicam que esses estudantes tiveram menor acesso à equipamentos e conexão, assim como maior dificuldade na utilização de plataformas digitais, limitação de espaços para acompanhar as aulas e pouco auxílio de professores e familiares. Em geral, nas redes estaduais e municipais, ocorreu

queda na aprendizagem, bem como um acirramento da desigualdade (BRASIL, 2024b).

6.1.2 Incremento da nota da Atividade 01

Com o objetivo de verificar se a mudança encontrada entre a pós-avaliação e a pré-avaliação é estatisticamente significativa, foi realizado um teste de hipótese unilateral superior para o *incremento da nota*. Primeiramente, a partir do teste de *Shapiro-Wilk*, verificou-se que o incremento da nota seguia a distribuição Normal ($p\text{-valor} > 0,05$), permitindo assim aplicar o *Teste t* para avaliar se o incremento médio da nota é positivo. Todos os procedimentos e métodos aplicados estão detalhados no capítulo anterior, na seção 5.4.

Tabela 3 – p -valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste t e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01.

Teste (n=27)	p-valor
Shapiro-Wilk	0,7555
Teste t	0,003175
Intervalo de Confiança	[0,3807; ∞]

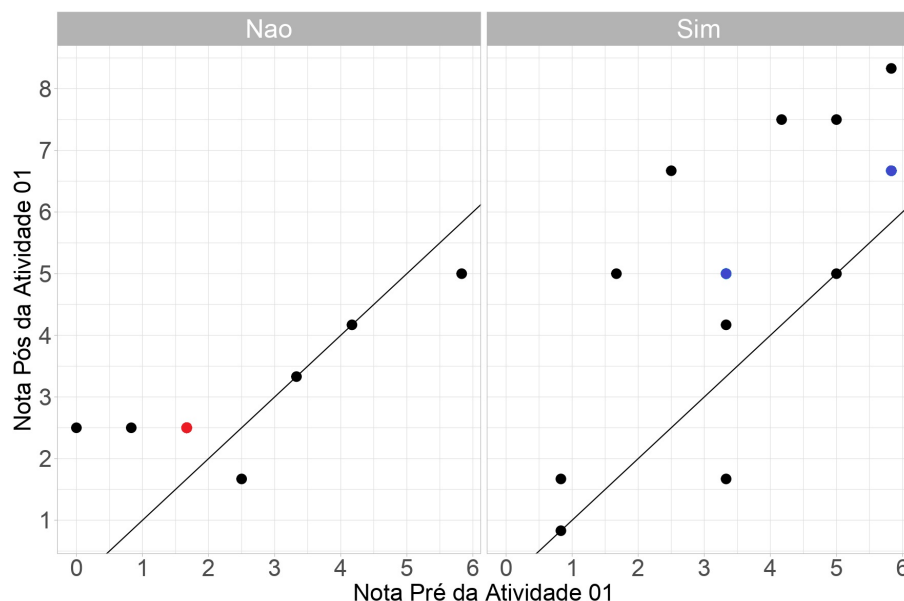
Na Tabela 3 são apresentados os p -valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para os 27 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação desta atividade. A partir dos resultados, como o p -valor obtido do *Teste t* é menor que 0,05, pode-se concluir que o incremento médio da nota é positivo, indicando que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. Para complementação dos resultados apresentados, foi construído o Intervalo de Confiança unilateral paramétrico para a média do incremento da nota. Com 95% de confiança, o valor mínimo do incremento médio é de 0,38 pontos.

6.1.3 Notas das avaliações versus cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior

Uma das perguntas do questionário respondido pelos alunos tinha como objetivo verificar se o respondente havia cursado o mesmo Aprofundamento Curricular, “Matemática Conectada”, no ano anterior, isto é, na 2ª série do ensino médio. Nesta subseção, deseja-se avaliar o impacto, no conhecimento do aluno, mediante ao fato dele ter cursado (ou não) o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior.

Na Figura 7, comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01, com o fato do aluno ter cursado (ou não) o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior. Neste gráfico, cada ponto representa o resultado de um determinado aluno, podendo haver sobreposição de valores se os alunos tiraram a mesma nota em ambas as avaliações, e a linha sólida representa a função $x = y$. Portanto, pontos acima da linha

Figura 7 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior.



representam alunos que tiraram uma nota maior na pós-avaliação comparada à pré-avaliação. Já pontos abaixo da linha representam alunos com nota maior na pré-avaliação comparada à pós-avaliação. Finalmente, pontos localizados junto à linha sólida representam alunos com notas iguais na pré e na pós-avaliação da atividade.

Dentre os alunos da turma, apenas 23 estudantes realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 01 e responderam sobre o Aprofundamento Curricular no questionário aplicado. No gráfico é possível observar os resultados desses estudantes, existindo sobreposição das notas de dois alunos nos pontos destacados em azul e de três alunos no ponto destacado em vermelho.

Nota-se que, dos 14 alunos que cursaram o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior, cinco alunos obtiveram notas iguais ou superiores a 5,0 em ambas as avaliações, enquanto outros cinco alunos elevaram sua nota para 5,0 ou mais na pós-avaliação. No grupo de alunos que não fizeram o mesmo Aprofundamento Curricular anteriormente, apenas um aluno obteve nota igual ou superior a 5,0 em ambas as avaliações, enquanto os demais obtiveram notas inferiores a 5,0 nos dois casos.

Para uma análise mais detalhada, algumas medidas resumo de cada grupo foram calculadas e os resultados são apresentados na Tabela 4.

Na Tabela 4 são apresentadas as medidas resumo das notas obtidas na pré-avaliação, na pós-avaliação, assim como o incremento da nota na Atividade 01, de acordo com o fato do aluno ter cursado, ou não, o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio. Nota-se que, dos 23 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 01 e responderam a esta questão, 9 alunos (39%) informaram que não cursaram este Aprofundamento

Tabela 4 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota da Atividade 01, de acordo com o fato de terem cursado ou não o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação			Nota Pós-avaliação			Incremento da nota		
	Não	Sim	Geral	Não	Sim	Geral	Não	Sim	Geral
N	9	14	23	9	14	23	9	14	23
Média	2,408	3,629	3,151	2,963	5,120	4,276	0,556	1,487	1,123
Desvio-padrão	1,789	1,748	1,828	1,030	2,353	2,195	1,101	1,574	1,457
Mínimo	0,000	0,830	0,000	1,670	0,830	0,830	-0,830	-1,670	-1,670
Q1	1,670	2,708	1,670	2,500	4,378	2,500	0,000	0,830	0,000
Mediana	1,670	3,330	3,330	2,500	5,000	4,170	0,830	1,250	0,830
Q3	3,330	5,000	4,585	3,330	6,670	5,835	0,830	2,500	2,085
Máximo	5,830	5,830	5,830	5,000	8,330	8,330	2,500	4,170	4,170

Curricular no ano anterior.

Além disso, pode-se observar que o grupo de alunos que cursou o mesmo Aprofundamento Curricular apresentou média e mediana do incremento e das notas, tanto na pré-avaliação como na pós-avaliação, superiores ao grupo que não cursou o mesmo Aprofundamento Curricular. Nota-se que o maior valor do incremento obtido dentre os alunos com Aprofundamento Curricular no ano anterior foi de 4,17 pontos, sendo que 25% deles apresentaram incremento maior ou igual a 2,50 pontos. Por outro lado, dentre os alunos que não cursaram este Aprofundamento Curricular anteriormente, o maior incremento obtido foi de 2,50 pontos, sendo que 50% deles tiveram um incremento superior a 0,83 pontos.

Para verificar se tais achados são estatisticamente significantes, foram realizados testes de hipóteses apropriados, cujos resultados são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01 de acordo com o Aprofundamento Curricular.

Teste	p-valor		
	Aprofundamento Curricular Não (n=9)	Sim (n=14)	Geral (n=23)
Shapiro-Wilk	0,5426	0,8179	0,5441
Teste t	0,08435	0,001833	0,0006314
Intervalo de Confiança	[-0,1272 ; ∞]	[0,7419 ; ∞]	[0,6010 ; ∞]

Na Tabela 5 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota de cada grupo e geral. Como os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05, a suposição de normalidade é válida em todos os casos, permitindo assim realizar o *Teste t* para avaliar o incremento médio.

Corroborando os achados anteriores, nota-se que o grupo que cursou o mesmo Aprofun-

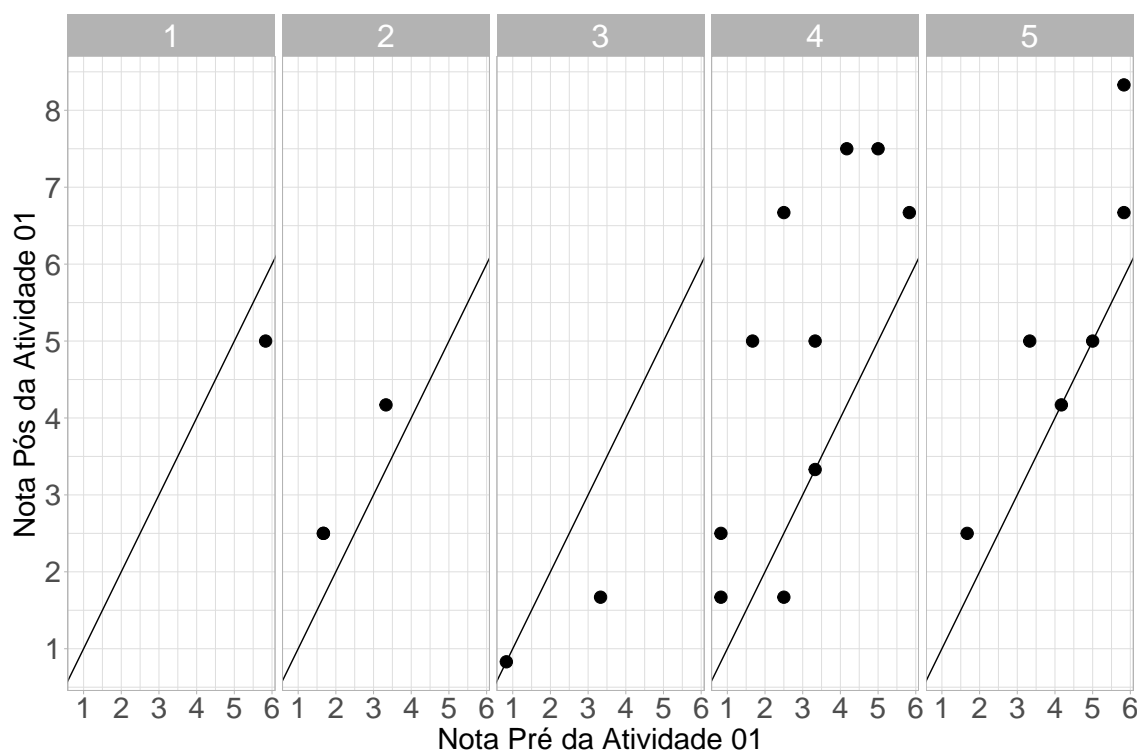
damento Curricular no ano anterior apresentou p-valor menor que 0,05, indicando que houve um aumento significativo no incremento médio deste grupo, ou seja, que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. A partir do Intervalo de Confiança construído, pode-se concluir, com 95% de confiança, que o aumento mínimo no incremento médio neste grupo foi de 0,74 pontos. Já no grupo que não cursou o mesmo Aprofundamento Curricular, não houve aumento significativo no incremento médio (p-valor > 0,05).

Portanto, os resultados indicam que o fato do aluno dar seguimento ao Aprofundamento Curricular contribui para que seu desempenho melhore na pós-avaliação, progredindo e aproveitando em maior grau os conceitos aprendidos durante esta atividade, seja pela possível habilidade junto ao tema como pela facilidade no entendimento dos conceitos retomados.

6.1.4 Notas das avaliações versus gostar de Matemática

Os alunos também assinalaram no questionário o quanto gostavam da disciplina de Matemática, sendo 1 para “detesto”, 2 para “não gosto”, 3 para “neutro”, 4 para “gosto” e 5 para “adoro”. Na Figura 8, comparamos as notas (de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 com o quanto os alunos informaram gostar da disciplina.

Figura 8 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com gostar de Matemática[†].



[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

Observa-se que, dos 22 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 01 e responderam essa questão, 16 alunos (73%) informaram gostar ou adorar a disciplina de Matemática. Nesses dois grupos, 10 alunos obtiveram notas iguais ou superiores

a 5,0 na pós-avaliação, enquanto nos outros três grupos (neutros, não gostam ou detestam a disciplina), apenas um aluno que respondeu “detesto” obteve nota 5,83 na pré-avaliação e 5,0 na pós-avaliação.

A partir da análise gráfica, aparentemente os alunos que responderam gostar ou adorar a disciplina de Matemática, obtiveram melhores resultados em relação aos alunos que responderam serem neutros, não gostarem ou detestarem a disciplina.

Diversos autores destacam a importância do aspecto afetivo, da motivação e do engajamento para o êxito na aprendizagem. Piaget (1992) afirma que a afetividade é uma condição necessária na constituição da inteligência. Para ele, o afeto impulsiona o ser humano a interagir com o mundo, formular perguntas e buscar soluções, resultando na construção do conhecimento. Galvão (1998) destaca que, segundo Wallon, a afetividade, a cognição e a motricidade estão intrinsecamente ligadas e se influenciam mutuamente. Apesar de ser um campo de estudo abrangente, a relevância do “gostar” (afeto) no processo de ensino-aprendizagem é inegável.

Para uma análise mais detalhada, algumas medidas resumo de cada grupo foram calculadas e os testes de hipóteses apropriados foram aplicados a seguir. Devido ao baixo número de alunos nos Grupos 1, 2 e 3, optou-se por criar um novo grupo oriundo da união desses grupos, composto pelos alunos que detestam, não gostam ou são neutros à disciplina de Matemática.

Tabela 6 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com o quanto os alunos gostam da disciplina de Matemática.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação				Nota Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral
N	6	10	6	22	6	10	6	22	6	10	6	22
Média	2,778	2,999	4,305	3,295	2,778	4,751	5,278	4,357	0,000	1,750	0,972	1,060
DP	1,800	1,676	1,615	1,734	1,552	2,325	2,017	2,211	0,516	1,593	0,975	1,459
Mínimo	0,830	0,830	1,670	0,830	0,830	1,670	2,500	0,830	-1,670	-0,830	0,000	-1,670
Q1	1,670	1,877	3,540	1,670	1,877	2,708	4,378	2,500	-0,622	0,830	0,207	0,000
Mediana	2,500	2,915	4,585	3,330	2,500	5,000	5,000	4,585	0,417	1,670	0,830	0,830
Q3	3,330	3,960	5,622	4,793	3,752	6,670	6,253	6,253	0,830	3,123	1,460	1,670
Máximo	5,830	5,830	5,830	5,830	5,000	7,500	8,330	8,330	0,830	4,170	2,500	4,170

[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

De acordo com a Tabela 6, nota-se que os grupos de alunos que responderam que gostam ou adoram a disciplina de Matemática apresentaram média e mediana das notas superiores ao grupo que respondeu que detesta, não gosta ou é neutro à disciplina. O incremento médio dos grupos que apreciam a disciplina também foram superiores ao do grupo neutro ou que desapreciam-na, observando um aumento de até 4,17 pontos ante 0,83 pontos no incremento da nota.

Reforçando o que encontramos anteriormente, na Tabela 7 são apresentados os p-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota, em cada grupo e conjuntamente. Como os p-valores obtidos no Teste de Shapiro-Wilk são maiores que 0,05, a suposição de normalidade dos dados é válida. A partir do Teste t, nota-se que os grupos de alunos que

Tabela 7 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.

Teste	p-valor			
	Gostar de Matemática			Geral (n=22)
	1-3 [†] (n=6)	4 [†] (n=10)	5 [†] (n=6)	
Shapiro-Wilk	0,1099	0,8850	0,4179	0,4434
Teste t	0,5015	0,003501	0,02928	0,001325
Intervalo de Confiança	[-0,8679 ; ∞]	[0,8266 ; ∞]	[0,1697 ; ∞]	[0,5247 ; ∞]

[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

responderam “gosto” ou “adoro” a disciplina de Matemática apresentaram *p*-valor menor que 0,05, indicando que houve um aumento significativo no incremento médio destes grupos. Com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio no grupo que respondeu gostar de Matemática foi de 0,83 pontos e no grupo que respondeu adorar a disciplina foi de 0,17 pontos. Já no grupo que respondeu “detesto”, “não gosto” ou “neutro”, não houve diferença significativa.

Portanto, os resultados apontam que o fato dos alunos expressarem gosto pela disciplina de Matemática favorece para que seu progresso seja melhor, obtendo resultados melhores nas avaliações durante essa atividade.

6.1.5 Notas das avaliações versus conhecimento prévio de Análise Combinatória

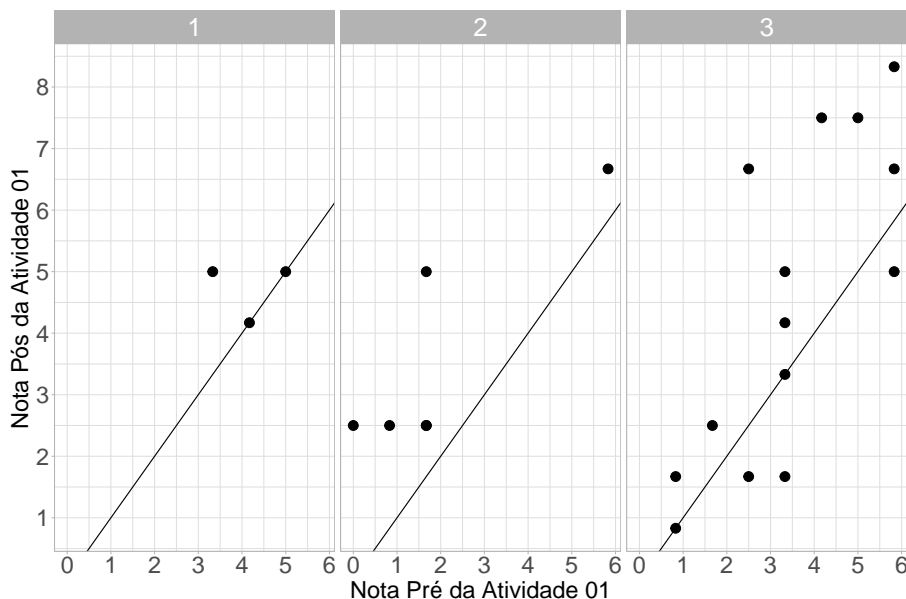
Através do questionário, os alunos foram perguntados se recordavam ter estudado Análise Combinatória (Permutação, Combinação e Arranjo), por se tratar de conhecimento prévio necessário para o desenvolvimento do conteúdo de Probabilidade. A seguinte codificação foi considerada para as respostas: 1, se “Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos”; 2, se “Sim, mas não lembro mais”; e 3, se “Nunca estudei”.

Na Figura 9, comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01, de acordo com o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno.

Observa-se que, dos 23 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 01 e responderam esta questão, 14 alunos (61%) informaram nunca terem estudado conceitos de Análise Combinatória (Permutação, Combinação e Arranjo), enquanto 6 alunos (26%) informaram terem estudado, mas não se recordarem mais de tais conceitos. Destes 20 alunos que informaram não conhecer ou não lembrar dos conhecimentos prévios necessários, 15 alunos (75%) aumentaram suas notas na pós-avaliação comparativamente à pré-avaliação, sendo que 8 destes alunos obtiveram notas iguais ou superiores a 5,0 na pós-avaliação.

A partir da análise gráfica parece que mesmo nunca tendo estudado ou não se recordando

Figura 9 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno.[†]



[†] 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei.

dos conhecimentos prévios, de modo geral, os alunos progrediram na comparação das notas da pré-avaliação e da pós-avaliação da Atividade 01.

Para uma análise mais detalhada, a seguir algumas medidas resumo de cada grupo foram calculadas e os resultados são apresentados na Tabela 8 em que é possível observar que, para os três grupos de alunos, a média e a mediana das notas aumentaram na pós-avaliação.

Tabela 8 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação				Nota Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral
N	3	6	14	23	3	6	14	23	3	6	14	23
Média	4,167	1,945	3,451	3,151	4,723	3,612	4,465	4,276	0,557	1,665	1,011	1,123
DP	0,835	2,017	1,725	1,828	0,479	1,801	2,565	2,195	0,964	1,055	1,673	1,457
Mínimo	3,330	0,000	0,830	0,000	4,170	2,500	0,830	0,830	0,000	0,830	-1,670	-1,670
Q1	3,750	1,040	2,500	1,670	4,585	2,500	1,877	2,500	0,000	0,830	0,000	0,000
Mediana	4,170	1,670	3,330	3,330	5,000	2,500	4,585	4,170	0,000	1,250	0,830	0,830
Q3	4,585	1,670	4,793	4,585	5,000	4,375	6,670	5,835	0,835	2,292	2,292	2,085
Máximo	5,000	5,830	5,830	5,830	5,000	6,670	8,330	8,330	1,670	3,330	4,170	4,170

[†] 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei

O Grupo 1, que corresponde aos alunos que indicaram que se lembram dos conceitos e fórmulas aprendidos, é composto por apenas 3 alunos. Este grupo apresentou a nota média mais alta na pré-avaliação comparado aos demais. Diante disto, o incremento médio resultante não foi tão elevado, sendo que o incremento máximo foi inferior a 2 pontos. Vale salientar que nenhum aluno deste grupo apresentou incremento negativo, indicando que a nota inicial, relativamente alta, se manteve ou aumentou na pós-avaliação.

Já o Grupo 2, formado por alunos que informaram que, apesar de terem estudado, não se recordavam mais dos conhecimentos prévios, apresentou quase todas as medidas de posição bem inferiores aos demais na pré-avaliação e manteve este comportamento para a média e a mediana na pós-avaliação. Porém, como as notas na pré-avaliação foram muito baixas, apesar das notas na pós-avaliação não serem muito elevadas, este grupo acabou apresentando os melhores resultados para o incremento da nota.

Por fim o Grupo 3, que informou nunca ter estudado conceitos de Análise Combinatória, apresentou resultados razoáveis na pré-avaliação e bons resultados na pós-avaliação, obtendo uma diferença máxima de 4,17 pontos entre as notas da pré-avaliação e da pós-avaliação. Por outro lado, nota-se que este foi o único grupo que apresentou valores negativos para o incremento da nota, indicando piora na nota da pós-avaliação comparada à pré-avaliação para alguns alunos deste grupo.

Na Tabela 9 são apresentados os p-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados. Para realização do teste de hipótese e construção do Intervalo de Confiança, devido ao baixo número de alunos no Grupo 1, optou-se por criar um novo grupo oriundo da união dos Grupos 1 e 2, composto assim por todos os alunos que mencionaram já terem estudado conceitos de Análise Combinatória anteriormente.

Tabela 9 – p-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.

	p-valor		
	Conhecimento Prévio		
	1 ou 2 [†] (n=9)	3 [†] (n=14)	Geral (n=23)
Shapiro-Wilk	0,4068	0,7992	0,5441
Teste t	0,004052	0,02071	0,0006314
Intervalo de Confiança	[0,6068 ; ∞]	[0,2198 ; ∞]	[0,6010 ; ∞]

† 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei

Nota-se que a suposição de normalidade é válida, pois todos os p-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05. Comprovando os achados anteriores, a partir do *Teste t*, verifica-se que os dois grupos apresentaram p-valor menor que 0,05, indicando que o aumento no incremento médio destes grupos é significativo, ou seja, que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. Com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio no grupo que estudou Análise Combinatória, mas que em sua maioria não se recordava dos conhecimentos prévios foi de 0,61 pontos. Já no grupo sem os conhecimentos prévios, foi de 0,22 pontos.

Portanto, os resultados mostram que, de modo geral, houve uma progressão das notas da pós-avaliação comparada à pré-avaliação nessa atividade. Apesar da grande maioria dos alunos que afirmaram terem estudado não se recordar das fórmulas e conceitos, o fato de terem

familiaridade com o conteúdo proporcionou um incremento médio mínimo maior comparado aos alunos que afirmaram não terem conhecimentos prévios sobre o assunto.

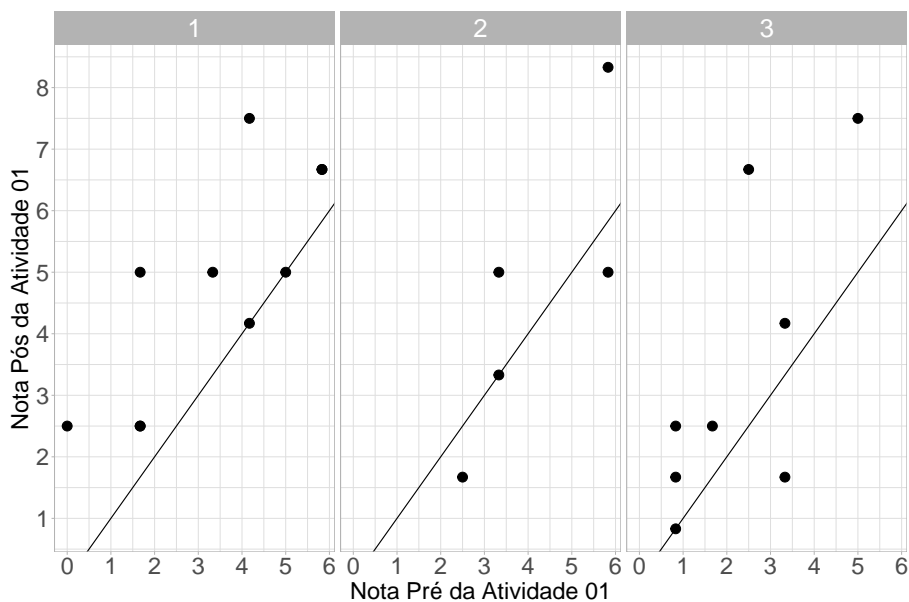
O conhecimento prévio é, na visão de Ausubel (2003), a variável mais importante para construir um aprendizado verdadeiramente significativo. A teoria da aprendizagem significativa, desenvolvida por David Ausubel, ressalta a importância de relacionar os novos saberes com o repertório de conhecimentos que o indivíduo já possui. Ou seja, a retomada de habilidades e conhecimentos prévios assegura que o aluno consiga criar conexões significativas com as novas informações. Sem essa base, o conhecimento se torna mecânico e é facilmente esquecido.

6.1.6 Notas das avaliações versus pretensão em realizar o ENEM

Os alunos, que estão cursando o 3º ano do ensino médio, também responderam no questionário se pretendiam realizar o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). As respostas foram codificadas da seguinte forma: 1 para “sim”, 2 para “não” e 3 para “ainda não decidiu”.

Na Figura 10 comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.

Figura 10 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM†.



† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Observa-se que todos os dez alunos do Grupo 1, que pretendem realizar o ENEM mantiveram ou melhoraram suas notas na pós-avaliação. Nesse grupo, 6 alunos (60%) obtiveram nota igual ou superior a 5,0 na pós-avaliação.

No Grupo 2, que não pretende realizar o ENEM, apenas 2 alunos (40%) melhoraram suas notas e obtiveram nota igual ou superior a 5,0 na pós-avaliação. Já no grupo 3, que não

decidiu se realizará o ENEM, 6 alunos (75%) melhoraram suas notas, mas apenas dois deles obtiveram nota igual ou superior a 5,0 na pós-avaliação.

Ao que parece, a partir da análise gráfica, os alunos que pretendem realizar o ENEM apresentaram resultados gerais melhores nessa atividade. Para uma análise mais detalhada, algumas medidas resumo de cada grupo foram calculadas.

Tabela 10 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação e pós-avaliação da Atividade 01 de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação				Nota Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral
N	10	5	8	23	10	5	8	23	10	5	8	23
Média	3,334	4,164	2,290	3,151	4,751	4,666	3,439	4,276	1,415	0,502	1,145	1,123
DP	2,002	1,558	1,527	1,828	1,845	2,470	2,458	2,195	1,245	1,513	1,724	1,457
Mínimo	0,000	2,500	0,830	0,000	2,500	1,670	0,830	0,830	0,000	-0,830	-1,670	-1,670
Q1	1,670	3,330	0,830	1,670	2,917	3,330	1,670	2,500	0,830	-0,830	0,623	0,000
Mediana	3,750	3,330	2,085	3,330	5,000	5,000	2,500	4,170	0,830	0,000	0,830	0,830
Q3	4,793	5,830	3,330	4,585	6,253	5,000	4,795	5,835	2,292	1,670	1,878	2,085
Máximo	5,830	5,830	5,000	5,830	7,500	8,830	7,500	8,330	3,330	2,500	4,170	4,170

† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Na Tabela 10 são apresentadas as medidas resumo das notas obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 01, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM. Nota-se que, para os três grupos de alunos, a média e a mediana das notas aumentaram na pós-avaliação.

O Grupo 1, que corresponde aos alunos que pretendem realizar o ENEM, apresentou a média mais alta na nota da pós-avaliação e a maior média dos incrementos. Nesse grupo, o incremento máximo foi de 3,33 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 2,29 pontos.

Já o Grupo 2, formado por alunos que não pretendem realizar o ENEM, apresentou a maior nota média na pré-avaliação. Diante disto, o incremento médio resultante não foi tão elevado, sendo que o incremento máximo foi de 2,5 pontos. Observa-se que este grupo apresentou valores negativos para o incremento da nota, indicando piora na nota da pós-avaliação comparada à pré-avaliação para alguns alunos do grupo.

O Grupo 3, formado por alunos que não decidiram se realizarão o ENEM, apresentou a menor nota média na pré-avaliação, então apesar das notas na pós-avaliação não serem muito elevadas, este grupo apresentou a segunda melhor média dos incrementos. Nesse grupo o maior valor do incremento obtido foi de 4,17 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 1,88 pontos. Porém, observa-se que este grupo também apresentou valores negativos para o incremento da nota, indicando piora na nota da pós-avaliação comparada à pré-avaliação para alguns alunos do grupo.

Na Tabela 11 são apresentados os p-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota.

Tabela 11 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota da Atividade 01 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.

	p-valor			
	Pretensão de realizar o ENEM			Geral (n=23)
	1[†] (n=10)	2[†] (n=5)	3[†] (n=8)	
Shapiro-Wilk	0,07986	0,2522	0,8238	0,5441
Teste t	0,002901	0,2497	0,05116	0,0006314
Intervalo de Confiança	[0,6933 ; ∞]	[-0,9405 ; ∞]	[-0,0095 ; ∞]	[0,6010 ; ∞]

† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Como os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05, a suposição de normalidade dos dados é válida. A partir do *Teste t*, confirmando o que foi identificado anteriormente, nota-se que houve um aumento significativo no incremento médio para o grupo de alunos que pretende realizar o ENEM (*p*-valor < 0,05), indicando que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. Com 95% de confiança, o aumento no incremento médio neste grupo é de, no mínimo, 0,69 pontos. Já nos grupos de alunos que não pretende realizar o ENEM ou que ainda não tomou tal decisão, o aumento no incremento médio não é significativo.

Diante disso, os resultados indicam que o fato dos alunos terem em vista a realização do ENEM contribuiu para que seu progresso seja melhor nesta atividade.

6.1.7 Perspectiva docente

Desde o início do Componente Curricular “Tendências e Decisões”, a professora manteve um diário, onde relatou as principais percepções e resultados obtidos, com o objetivo de discorrer sobre o tema. Tais relatos serão apresentados a seguir em primeira pessoa.

São pré-requisitos para o desenvolvimento da Atividade 01 que os alunos saibam ler e interpretar dados, tabelas, gráficos e fluxogramas simples, que compreendam o princípio multiplicativo e saibam resolver problemas de contagem, assim como calcular a probabilidade de eventos aleatórios. O que percebi logo ao iniciar essa atividade, foi que a turma não dominava as habilidades essenciais necessárias.

A partir disso, a principal dificuldade foi que a proposta da Atividade 01 no MAPPA (Sao Paulo, 2023) não contemplava essa retomada de conteúdos. O material considerava que os alunos tinham as habilidades essenciais necessárias, então tive que revisar vários conceitos importantes de forma breve para conseguir prosseguir com a proposta, excedendo o tempo previsto para o desenvolvimento da Atividade 01 em quase o dobro das aulas, conforme apresentado na tabela da seção 4.5.

Acredito que o maior entrave no desenvolvimento da Atividade 01 foi a lacuna de

conhecimento entre o que o material esperava dos alunos e o que eles realmente sabiam. Mesmo que os conceitos tenham sido ensinados anteriormente, é comum que os alunos esqueçam detalhes ou a conexão entre os temas com o tempo. Ainda que a revisão acrescentada tenha sido fundamental para que os alunos tivessem a base necessária para prosseguir, uma revisão muito breve pode não ser suficiente para solidificar esses conceitos. Há o risco dos alunos seguirem com lacunas, o que pode comprometer a compreensão de outros tópicos importantes. Além disso, a necessidade de nivelar a turma inevitavelmente levou a atrasos, comprometendo o plano original. No caso, não afetou apenas a Atividade 01, mas teve um efeito cascata em todo o cronograma.

Mesmo com revisões breves, consegui observar a progressão dos alunos participativos. Porém, assuntos um pouco mais complexos, como Diagrama de Venn, Probabilidade Complementar e Probabilidade Condicional, por exemplo, precisariam ser retomados e desenvolvidos de forma mais progressiva, para que os alunos alcançassem o conhecimento esperado.

Mesmo diante do desafio de nivelar o conhecimento dos alunos e de lidar com um material que não estava alinhado às necessidades da turma, é possível destacar duas propostas da Atividade 01 que se mostraram valiosas. O jogo “Role os dados” foi uma excelente forma de engajar os estudantes, colocando em prática conhecimentos de probabilidade que foram revisados anteriormente, e a metodologia *World Café*, que contribuiu para o desenvolvimento de habilidades importantes, como resolução de problemas, colaboração e comunicação, através da troca de conhecimentos.

6.2 Atividade 02

Uma análise detalhada do total de acertos por questão na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 será apresentada na subseção 6.2.1. A seguir, na subseção 6.2.2, desenvolve-se a análise descritiva e inferencial dos dados, esta última com o intuito de verificar se o incremento da nota é estatisticamente significativo. Adicionalmente, buscou-se comparar as informações do questionário com as notas obtidas nas avaliações aplicadas e os resultados são apresentados nas subseções 6.2.3, 6.2.4, 6.2.5 e 6.2.6. Por fim, na subseção 6.2.7, é relatado o ponto de vista docente sobre esta atividade.

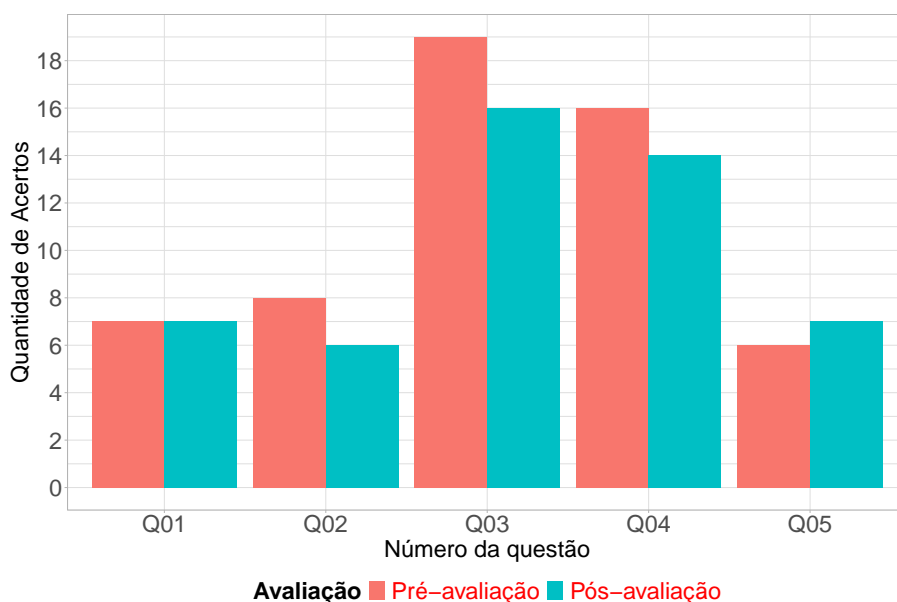
6.2.1 Total de acertos por questão

A pré-avaliação da Atividade 02 foi elaborada com sete questões, sendo uma questão investigativa, para os alunos responderem se já tinham ouvido falar sobre a distribuição Normal, ou não. Já a pós-avaliação foi composta por nove questões, seis delas nos mesmos moldes da pré-avaliação, porém excluindo a questão investigativa e incluindo mais três questões abordando conceitos sobre a distribuição Normal.

Na Figura 11, é apresentado um gráfico de barras indicando o total de acertos por questão na pré-avaliação e na pós-avaliação das cinco primeiras questões. Os resultados podem indicar

se houve melhora nos resultados, ou não, após o desenvolvimento das atividades propostas. É possível observar que houve um pequeno aumento do número de acertos apenas na Questão 05. Na Questão 01 não houve alteração e nas Questões 02, 03 e 04 houve redução no número de acertos, quando comparamos a pós-avaliação em relação à pré-avaliação.

Figura 11 – Total de acertos por questão - Atividade 02



A Questão 01 exigia a multiplicação das probabilidades de eventos independentes, como também a multiplicação pelo número de possibilidades, de acordo com a ordem dos eventos. Dos sete alunos que acertaram essa questão na pré-avaliação, apenas um aluno acertou a mesma questão adaptada na pós-avaliação. Por outro lado, seis alunos que erraram essa questão na pré-avaliação, acertaram na pós-avaliação. Os resultados da pré-avaliação e da pós-avaliação expõem a dificuldade de assimilação das habilidades prévias, necessárias para a aprendizagem dos conteúdos propostos.

A Questão 02 é sobre função de probabilidade, que consiste em calcular todas as probabilidades que a variável pode assumir. Dos oito alunos que acertaram essa questão na pré-avaliação, apenas um aluno acertou a mesma questão adaptada na pós-avaliação. No entanto, cinco alunos que erraram essa questão na pré-avaliação, acertaram na pós-avaliação. O mau êxito justifica-se por não ser uma questão com a abordagem habitual do Currículo de Matemática do Estado de São Paulo e pela dificuldade de assimilação do conteúdo.

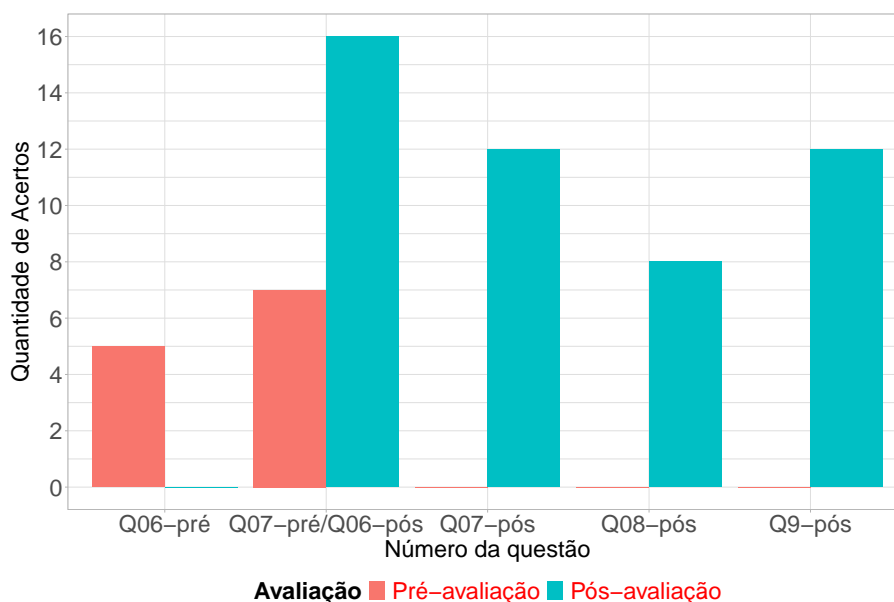
A Questão 03 foi retirada do ENEM (2011) e envolve a interpretação do enunciado e do gráfico, como também cálculo de porcentagem. Mesmo com a redução no número de acertos, foi uma das questões que alunos mais acertaram na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02. Dos 19 alunos que acertaram essa questão na pré-avaliação, onze alunos acertaram a mesma questão adaptada na pós-avaliação, seis alunos erraram e dois não realizaram a pós-avaliação. Por outro lado, cinco alunos que erraram essa questão na pré-avaliação, acertaram na pós-avaliação.

A Questão 04 também foi retirada do ENEM (2011) e requer interpretação do enunciado e de tabela, como também cálculo de percentual médio. Mesmo com a redução no número de acertos, foi a segunda questão com mais acertos em ambas as avaliações da Atividade 02. Dos 16 alunos que acertaram essa questão na pré-avaliação, oito alunos acertaram a mesma questão adaptada na pós-avaliação. Contudo, seis alunos que erraram essa questão na pré-avaliação, acertaram na pós-avaliação.

Já a Questão 05 é oriunda do ENEM (2015) e demanda a interpretação do enunciado e da tabela apresentada, assim como determinar a mediana. Dos seis alunos que acertaram essa questão na pré-avaliação, apenas dois alunos acertaram a mesma questão adaptada na pós-avaliação, três alunos erraram e um aluno não realizou a pós-avaliação. No entanto, cinco alunos que erraram essa questão na pré-avaliação, acertaram na pós-avaliação. Mesmo com o aumento no número de acertos, o mau êxito nessa questão pode-se justificar pela confusão entre as medidas de tendência central: média, moda e mediana, ou seja, pela dificuldade de memorização e assimilação dos conteúdos estudados.

A Figura 12 indica, a partir de um gráfico de barras, o resultado da questão investigativa e o total de acertos na pré-avaliação e na pós-avaliação das questões sobre distribuição Normal. Os resultados podem indicar se os alunos conseguiram compreender o modelo de distribuição Normal ou não, após o desenvolvimento da sequência didática proposta.

Figura 12 – Total de acertos por questão (continuação) - Atividade 02



Na Questão 06 investigativa da pré-avaliação, dos 32 alunos que fizeram esta pré-avaliação, apenas 5 responderam já terem ouvido falar sobre a distribuição Normal. Desses 5 alunos, apenas dois acertaram a questão seguinte da pré-avaliação sobre características da distribuição Normal.

A Questão 07 da pré-avaliação e a Questão 06 da pós-avaliação demandavam que o

aluno identificasse se as afirmações relacionadas as propriedades da distribuição Normal eram verdadeiras ou falsas para assinalar a alternativa correta. É possível observar que houve um crescimento considerável no número de acertos nessa questão na pós-avaliação comparada à pré-avaliação, de 7 para 16 acertos. Dos 27 alunos que realizaram a pós-avaliação da Atividade 02, aproximadamente 60% acertou essa questão.

Nas Questões 07, 08 e 09 da pós-avaliação, a partir da informação que os dados seguem uma distribuição Normal, é solicitado o cálculo da probabilidade de determinado intervalo da curva normal. Dos 27 alunos que realizaram a pós-avaliação da Atividade 02, aproximadamente 30% acertou a Questão 8 e aproximadamente 45% acertou as Questões 07 e 09. A docente notou que nesse tipo de questão, alguns alunos tiveram dificuldade com a interpretação do intervalo da curva normal solicitado, efetuando os cálculos necessários, mas se confundindo na resposta final.

6.2.2 Incremento da nota da Atividade 02

Assim como na atividade anterior, foram realizados testes de hipóteses unilaterais superiores para o *incremento da nota*.

Como na pós-avaliação da Atividade 02 apenas seis questões seguiram os mesmos moldes da pré-avaliação, o incremento da nota foi calculado de duas maneiras diferentes, com o propósito de entender se a variação das notas encontrada resulta dos novos conceitos desenvolvidos e/ou do desenvolvimento, ao longo desta atividade, de conceitos já estudados pelos alunos.

Denominaremos de **incremento da nota total** a diferença entre a nota obtida na pós-avaliação considerando as Questões 01 a 09 e a nota obtida na pré-avaliação (Questões 01 a 05 e Questão 07). Adicionalmente, denominaremos de **incremento da nota parcial** a diferença entre a nota obtida na pós-avaliação considerando as Questões 01 a 06 e a nota obtida na pré-avaliação (Questões 01 a 05 e Questão 07), ou seja, considerando apenas as questões de mesmo enunciado e conteúdo, com pequenas alterações.

Neste trabalho, para sintetizar a apresentação dos resultados, optou-se por realizar a análise descritiva apenas do incremento da nota total, enquanto a análise inferencial foi realizada a ambos os incrementos.

Como detalhado na seção 5.4, a partir do teste de *Shapiro-Wilk* foi verificado se o incremento da nota (total e parcial) seguia a distribuição Normal. No caso da hipótese de normalidade ser aceita ($p\text{-valor} > 0,05$), aplicou-se o *Teste t* para avaliar se o incremento médio da nota é positivo. Caso a hipótese de normalidade seja rejeitada ($p\text{-valor} < 0,05$), o *Teste de Wilcoxon* foi utilizado para avaliar se o incremento mediano da nota é positivo.

Na Tabela 12 são apresentados os p-valores obtidos nos testes de hipóteses considerando os 26 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 02, para o incremento da nota total. Como o p-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é maior que 0,05, a suposição de normalidade é válida. A partir do *Teste t*, como o p-valor, apesar de muito próximo, é menor que

Tabela 12 – *p-valores* do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02.

Teste (n=26)	p-valor
Shapiro-Wilk	0,6308
Teste t	0,0478
Intervalo de Confiança	[0,0109; ∞]

Tabela 13 – *p-valores* do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02.

Teste (n=26)	p-valor
Shapiro-Wilk	0,2027
Teste t	0,05687
Intervalo de Confiança	[-0,0352; ∞]

0,05, pode-se concluir que o incremento médio da nota total é positivo, indicando que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. Observando o Intervalo de Confiança paramétrico construído, com 95% de confiança, nota-se que o aumento mínimo no incremento médio da nota total foi de 0,01 pontos.

Na Tabela 13, como o p-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é maior que 0,05, a suposição de normalidade é válida. A partir do *Teste t*, como o p-valor obtido, apesar de próximo, é maior que 0,05, pode-se concluir que não houve aumento significativo no incremento médio da nota parcial.

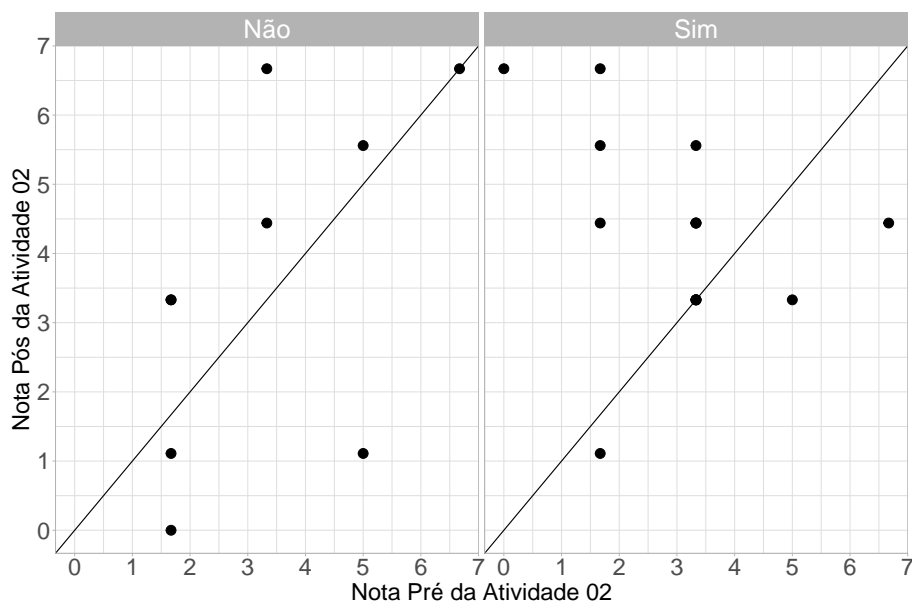
Portanto, os resultados indicam que o aumento das notas, mesmo que ínfimo, se deve aos novos conceitos trabalhados e que não foi possível recuperar em tempo os conhecimentos prévios necessários para o desenvolvimento dessa atividade.

6.2.3 *Notas das avaliações versus cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior*

Na Figura 13 comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02, com o fato do aluno ter cursado (ou não) o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior.

Observa-se que, dos 15 alunos que cursaram o mesmo Aprofundamento Curricular anteriormente, 8 alunos (54%) alcançaram alguma progressão nas notas, sendo que quatro deles obtiveram nota superior a 5,0 na pós-avaliação. Já entre os 9 alunos que não cursaram o mesmo Aprofundamento Curricular, 5 alunos (56%) atingiram alguma progressão nas notas, sendo que dois deles obtiveram nota superior a 5,0 na pós-avaliação.

Figura 13 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 de acordo com cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior.



Para uma análise mais detalhada foram calculadas as medidas descritivas das notas individuais obtidas na pré-avaliação, na pós-avaliação, bem como o incremento da nota total na Atividade 02, de acordo com o fato do aluno ter cursado, ou não, o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio. Os resultados são apresentados na Tabela 14.

Tabela 14 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com o fato de terem cursado ou não o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação			Nota Pós-avaliação			Incremento da nota		
	Não	Sim	Geral	Não	Sim	Geral	Não	Sim	Geral
N	9	15	24	9	15	24	9	15	24
Média	3,334	2,999	3,125	3,580	4,295	4,027	0,247	1,296	0,903
Desvio-padrão	1,863	1,568	1,652	2,472	1,449	1,878	2,118	2,447	2,340
Mínimo	1,670	0,000	0,000	0,000	1,110	0,000	-3,890	-2,220	-3,890
Q1	1,670	1,670	1,670	1,110	3,330	3,330	-0,560	0,000	-0,140
Mediana	3,330	3,330	3,330	3,330	4,440	4,440	0,560	1,110	0,835
Q3	5,000	3,330	3,330	5,560	5,000	5,560	1,670	2,500	1,808
Máximo	6,670	6,670	6,670	6,670	6,670	6,670	3,330	6,670	6,670

Pode-se observar, a partir da Tabela 14, que o grupo de alunos que cursou o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior apresentou média e mediana das notas na pós-avaliação superiores ao grupo que não cursou o mesmo Aprofundamento Curricular. Além disso, a média e a mediana dos incrementos dos alunos que cursaram o Aprofundamento Curricular também foram superiores. Nota-se que o maior valor do incremento obtido dentre os alunos com Aprofundamento Curricular no ano anterior foi de 6,67 pontos, sendo que 25% deles apresentaram incremento maior ou igual a 2,50 pontos. Enquanto no grupo dos alunos sem o

Aprofundamento Curricular no ano anterior, o maior incremento obtido foi de 3,33 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 1,67 pontos.

Para verificar se tais achados são estatisticamente significantes, foram realizados os testes de hipóteses apropriados, cujos resultados são apresentados nas Tabelas 15 e 16.

Tabela 15 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02 de acordo com o Aprofundamento Curricular.

Teste	p-valor		
	Aprofundamento Curricular Não (n=9)	Sim (n=15)	Geral (n=24)
Shapiro-Wilk	0,8325	0,3477	0,7021
Teste t	0,3679	0,02971	0,03573
Intervalo de Confiança	[-1,0664 ; ∞]	[0,1833 ; ∞]	[0,0840 ; ∞]

Tabela 16 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02 de acordo com o Aprofundamento Curricular.

Teste	p-valor		
	Aprofundamento Curricular Não (n=9)	Sim (n=15)	Geral (n=24)
Shapiro-Wilk	0,2306	0,3934	0,3065
Teste t	0,4172	0,05528	0,07152
Intervalo de Confiança	[-1,4027 ; ∞]	[-0,0415 ; ∞]	[-0,1085 ; ∞]

Na Tabela 15 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota total. Como os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05, a suposição de normalidade é válida quando analisa-se os grupos individualmente ou conjuntamente. A partir do *Teste t*, nota-se que o grupo que cursou o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior apresentou *p*-valor menor que 0,05, indicando que o incremento médio deste grupo é positivo, ou seja, que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. A partir do Intervalo de Confiança construído, pode-se concluir que, com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio neste grupo é de 0,18 pontos. Já no grupo que não cursou o mesmo Aprofundamento Curricular, não houve diferença significativa entre as notas da pós-avaliação e da pré-avaliação.

Já na Tabela 16 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota parcial. Novamente, os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05, revelando que a suposição de normalidade é válida. A partir do *Teste t*, verifica-se que os *p*-valores obtidos são maiores que 0,05, indicando que não houve aumento

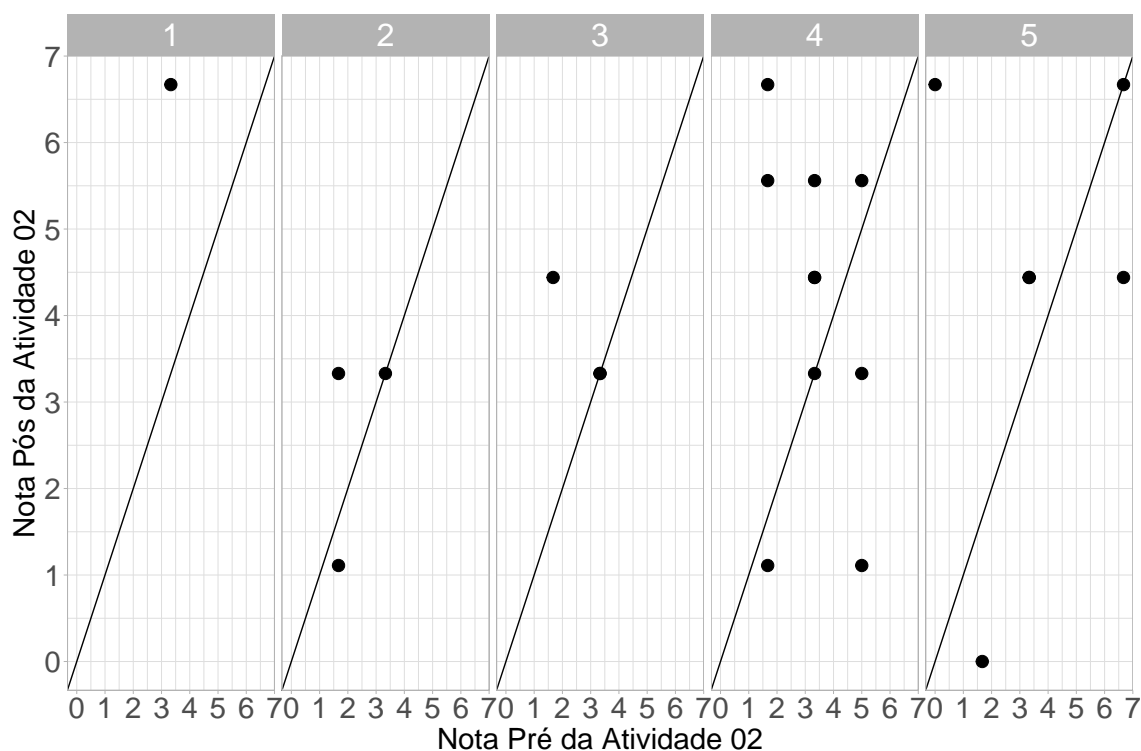
significativo no incremento médio da nota parcial quando analisa-se os grupos individualmente ou conjuntamente.

Portanto, os resultados mostram que o fato do aluno ter concluído o Aprofundamento Curricular anterior, dando seguimento aos estudos, contribui para um aproveitamento melhor, com a melhor assimilação de novos conceitos. Em resumo, o contato com componentes correlatos influenciou o desempenho e a experiência de aprendizado dos alunos. Nota-se, ademais, que esse grupo de alunos apresentou uma progressão maior devido aos novos conceitos desenvolvidos nessa atividade, e não ao desenvolvimento de conceitos já estudados anteriormente.

6.2.4 Notas das avaliações versus gostar de Matemática

Na Figura 14 comparamos as notas (de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 com o quanto os alunos informaram gostar da disciplina.

Figura 14 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 de acordo com gostar de Matemática[†].



[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

Dos 23 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 02 e responderam essa questão, 16 alunos (70%) informaram gostar ou adorar a disciplina de Matemática. Nesse grupo, 6 alunos obtiveram notas superiores a 5,0 na pós-avaliação, enquanto no outro grupo, apenas um aluno que respondeu “detesto” obteve nota 6,67 na pós-avaliação. A partir da análise gráfica parece que os alunos que expressaram gosto pela disciplina de Matemática apresentaram resultados melhores nas avaliações dessa atividade. Para validar tal observação, a seguir, medidas resumo foram calculadas e testes de hipóteses foram feitos.

Na Tabela 17 são apresentadas as medidas resumo das notas obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação, bem como do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com o quanto os alunos gostam da disciplina de Matemática.

Tabela 17 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com o quanto os alunos gostam da disciplina de Matemática

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação				Nota Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral
N	7	10	6	23	7	10	6	23	7	10	6	23
Média	2,620	3,333	3,612	3,188	3,650	4,111	4,443	4,057	1,030	0,777	0,833	0,869
DP	0,891	1,359	2,671	1,652	1,662	1,894	2,436	1,878	1,553	2,583	3,178	2,340
Mínimo	1,670	1,670	0,000	0,000	1,110	1,110	0,000	0,000	-0,560	-3,890	-2,220	-3,890
Q1	1,670	2,085	2,085	1,670	3,330	3,330	4,440	3,330	0,000	-0,420	-1,253	-0,280
Mediana	3,330	3,330	3,330	3,330	3,330	4,440	4,440	4,440	0,000	0,835	0,555	0,560
Q3	3,330	4,582	5,835	3,330	3,885	5,560	6,112	5,560	2,225	1,942	1,110	1,945
Máximo	3,330	5,000	6,670	6,670	6,670	6,670	6,670	6,670	3,300	5,000	6,670	6,670

[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

A partir dos resultados obtidos na Tabela 17, pode-se notar que o grupo de alunos que respondeu “gosto” ou “adoro” apresentou média e mediana das notas tanto na pré-avaliação como na pós-avaliação iguais ou superiores ao grupo que respondeu “detesto”, “não gosto” ou “neutro”. Contudo, a média dos incrementos do grupo que respondeu “detesto”, “não gosto” ou “neutro” foi ligeiramente superior aos outros dois grupos.

Observa-se que o maior valor do incremento obtido dentre os alunos que responderam “adoro” foi de 6,67 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 1,11 pontos. Já no grupo dos alunos que responderam “gosto”, o maior incremento obtido foi de 5,00 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 1,94 pontos. Enquanto no grupo dos alunos que responderam “detesto”, “não gosto” ou “neutro” o maior incremento obtido foi de 3,30 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 2,22 pontos.

Tabela 18 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.

Teste	p-valor			
	Gostar de Matemática			Geral (n=23)
	1-3 [†] (n=7)	4 [†] (n=10)	5 [†] (n=6)	
Shapiro-Wilk	0,1162	0,9807	0,1927	0,652
Teste t	0,0647	0,1831	0,2745	0,04732
Intervalo de Confiança	[-0,1093 ; ∞]	[-0,7202 ; ∞]	[-1,7812 ; ∞]	[0,0147 ; ∞]

[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

Na Tabela 18 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota total. Nota-se que a suposição de normalidade é válida, pois todos os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05. A partir do *Teste t*, verifica-se

Tabela 19 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* ou do Teste de *Wilcoxon* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.

Teste	p-valor			
	Gostar de Matemática			Geral (n=23)
	1-3 [†] (n=7)	4 [†] (n=10)	5 [†] (n=6)	
Shapiro-Wilk	0,1470	0,02561	0,6991	0,2681
Teste t	0,05571		0,2899	0,08899
Teste de Wilcoxon		0,4251		
Intervalo de Confiança	[-0,0596 ; ∞]	[-3,3351 ; ∞]	[-2,0090 ; ∞]	[-0,1865 ; ∞]

[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

que os três grupos apresentaram *p*-valor maior que 0,05, indicando que não houve um aumento significativo no incremento da nota total. No entanto, para a análise conjunta (Geral), o aumento no incremento da nota total foi significativo (*p*-valor < 0,05). Com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio foi de 0,01 pontos.

Analisando cada grupo individualmente, tais resultados indicam que as diferenças encontradas na avaliação da Tabela 17 não são estatisticamente significantes. Diante disso, é importante recordar que não há um tamanho mínimo de amostra necessário para realizar um *Teste t*, mas amostras pequenas, como dessa pesquisa, tendem a reduzir o poder estatístico. Além disso, agrupar participantes com comportamentos possivelmente distintos pode aumentar a variabilidade dentro do grupo final, o que também contribui para a diminuição do poder estatístico e, conseqüentemente, a uma capacidade reduzida de detectar uma diferença real nos dados.

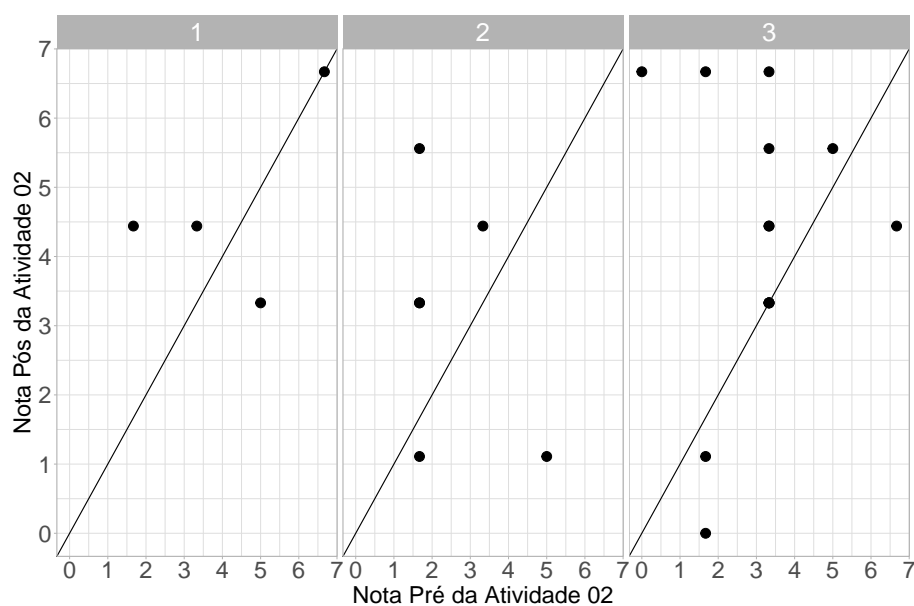
Na Tabela 19 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota parcial. Para o Grupo 1-2-3, para o Grupo 5 e para a análise conjunta (Geral), os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* evidenciam que a suposição de normalidade é válida (*p*-valor > 0,05). A partir do *Teste t* verifica-se, para estes casos, que não houve aumento significativo no incremento médio da nota parcial (*p*-valor > 0,05). Já para o Grupo 4, o *p*-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é menor que 0,05, então a suposição de normalidade é rejeitada. A partir do *Teste de Wilcoxon*, pode-se concluir que não houve aumento significativo no incremento mediano da nota parcial deste grupo, pois o *p*-valor obtido é maior que 0,05.

Com base no exposto, os resultados apontam que, avaliando cada grupo individualmente, o incremento médio / mediano das notas não é positivo. Portanto, podemos concluir que o fato dos alunos expressarem gosto pela disciplina de Matemática não influenciou sua progressão nessa atividade. Conforme discutido à pouco, é possível que, devido ao pequeno tamanho amostral de cada grupo, o teste tenha baixo poder, ou seja, uma capacidade reduzida de detectar uma diferença real nos dados. Novos estudos, com uma maior quantidade de alunos em cada grupo, são necessários para validar ou refutar tal achado.

6.2.5 Notas das avaliações versus conhecimento prévio de Análise Combinatória

Na Figura 15 comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02, de acordo com o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno.

Figura 15 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 de acordo com o o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno.[†]



[†] 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei.

Observa-se, na Figura 15, que mesmo nunca tendo estudado ou não se recordando de conhecimentos prévios, de modo geral, os alunos progrediram na comparação das notas da pré-avaliação e da pós-avaliação dessa atividade. Dos 24 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 02 e responderam a esta questão, 14 alunos (58%) informaram nunca terem estudado conceitos de Análise Combinatória (Permutação, Combinação e Arranjo), enquanto 6 alunos (25%) informaram que apesar de terem estudado, não se recordavam mais de tais conceitos.

Destes 20 alunos que informaram não conhecer ou não lembrar dos conhecimentos prévios necessários, 11 alunos (55%) aumentaram suas notas na pós-avaliação comparativamente à pré-avaliação, sendo que 6 destes alunos obtiveram notas superiores a 5,0 na pós-avaliação.

Para uma análise mais detalhada, na Tabela 20 são apresentadas as medidas resumo das notas obtidas na pré-avaliação, na pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com o conhecimento prévio informado pelo aluno.

Observando os resultados da Tabela 20, verifica-se que nos Grupos 2 e 3, que informaram não se recordarem ou nunca terem estudado os conceitos de Análise Combinatória, a média, a mediana e o 3º quartil das notas aumentaram na pós-avaliação.

Tabela 20 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com o conhecimento prévio informado pelo aluno.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação				Nota Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral
N	4	6	14	24	4	6	14	24	4	6	14	24
Média	4,168	2,502	3,094	3,125	4,720	3,147	4,206	4,027	0,555	0,648	1,111	0,902
DP	2,152	1,392	1,582	1,652	1,401	1,781	2,007	1,878	1,872	2,641	2,466	2,340
Mínimo	1,670	1,670	0,000	0,000	3,330	1,110	0,000	0,000	-1,670	-3,890	-2,220	-3,890
Q1	2,915	1,670	2,085	1,670	4,162	1,665	3,330	3,330	-0,417	-0,142	0,000	-0,140
Mediana	4,165	1,670	3,330	3,330	4,440	3,330	4,440	4,440	0,555	1,390	0,280	0,835
Q3	5,418	2,915	3,330	3,330	4,997	4,162	5,560	5,560	1,527	1,670	1,942	1,807
Máximo	6,670	5,000	6,670	6,670	6,670	5,560	6,670	6,670	2,780	3,890	6,670	6,670

† 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei

Nota-se que o Grupo 1, que corresponde aos alunos que indicaram que se lembram dos conceitos e fórmulas aprendidos, é composto por apenas 4 alunos. Este grupo apresentou a nota média mais alta na pré-avaliação e na pós-avaliação, comparado aos demais. Vale acrescentar que um aluno deste grupo apresentou incremento negativo, indicando que a nota inicial, relativamente alta, reduziu na pós-avaliação. Outro aluno obteve incremento zero, indicando que a nota inicial alta, manteve-se na pós-avaliação. Diante disto, o incremento médio resultante deste grupo não foi tão elevado, sendo o valor máximo de 2,78 pontos.

Já o Grupo 2, formado por alunos que informaram que, apesar de terem estudado, não se recordavam mais dos conhecimentos prévios, é formado por 6 alunos. Este grupo continuou apresentando grande parte das medidas de posição inferiores aos demais na pré-avaliação e na pós-avaliação. Porém, como as notas na pré-avaliação foram baixas, apesar das notas na pós-avaliação não terem aumentado muito, este grupo acabou apresentando o maior valor de mediana para o incremento.

Por fim, 14 alunos (equivalente a 59% do total) informaram nunca terem estudado conceitos de Análise Combinatória. Ainda assim, o Grupo 3 apresentou resultados razoáveis na pré-avaliação e bons resultados na pós-avaliação, obtendo uma diferença máxima de 6,67 pontos entre as notas da pré-avaliação e da pós-avaliação. Por outro lado, nota-se que este grupo também apresentou valores negativos para o incremento da nota, indicando piora na nota da pós-avaliação comparada à pré-avaliação para alguns alunos do grupo.

Para verificar se tais achados são estatisticamente significantes, foram realizados os testes de hipóteses apropriados, cujos resultados são apresentados nas Tabelas 21 e 22. Devido ao reduzido número de alunos nos Grupos 1 e 2, decidiu-se agrupá-los na etapa da análise inferencial.

Na Tabela 21 são apresentados os p-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota total. Nota-se que a suposição de normalidade é válida, pois todos os p-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05. A partir do *Teste t*, verifica-se que ambos os grupos apresentaram p-valor maior que 0,05, indicando que não houve aumento

Tabela 21 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02 de acordo com o conhecimento prévio do aluno

	p-valor		
	Conhecimento Prévio		Geral (n=24)
	1 ou 2[†] (n=10)	3[†] (n=14)	
Shapiro-Wilk	0,8133	0,1452	0,7021
Teste t	0,2060	0,0579	0,03573
Intervalo de Confiança	[-0,6910 ; ∞]	[-0,0564 ; ∞]	[0,0840 ; ∞]

† 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei

significativo no incremento da nota total em cada grupo. Entretanto, na análise conjunta (Geral), pode-se concluir que a média do incremento da nota total é positivo, pois o *p*-valor obtido foi inferior a 0,05. Com 95% de confiança, este aumento foi de, no mínimo, 0,08 pontos.

Tabela 22 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* ou do Teste de *Wilcoxon* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.

	p-valor		
	Conhecimento Prévio		Geral (n=24)
	1 ou 2[†] (n=10)	3[†] (n=14)	
Shapiro-Wilk	0,5486	0,04298	0,3065
Teste t	0,1483		0,07152
Teste de Wilcoxon		0,1969	
Intervalo de Confiança	[-0,6547 ; ∞]	[-1,6700 ; ∞]	[-0,1085 ; ∞]

† 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei

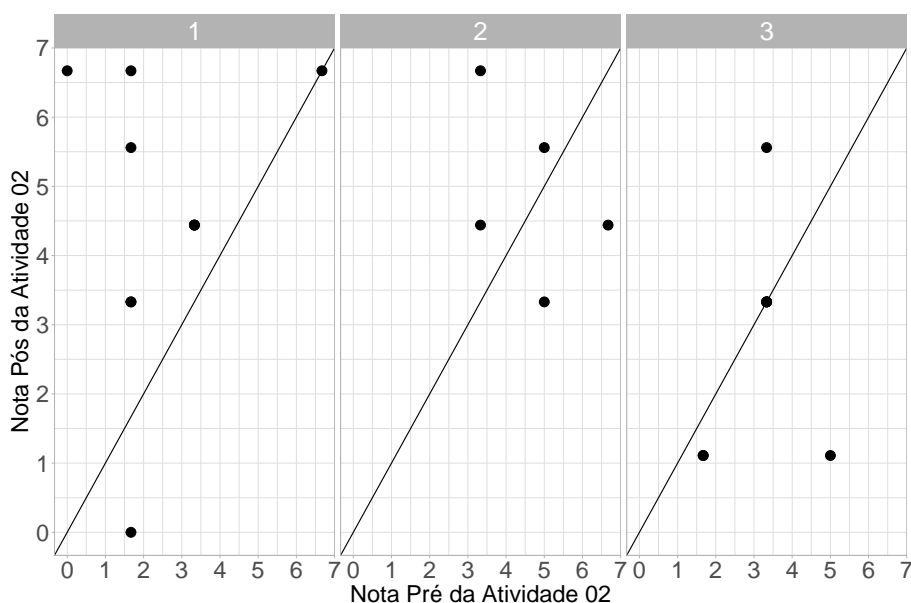
Na Tabela 22 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota parcial. Para o Grupo 1-2 e para a análise conjunta (Geral), os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* confirmam que a suposição de normalidade é válida (*p*-valor > 0,05). Nestes casos, a partir do *Teste t*, verifica-se que não houve aumento significativo no incremento médio da nota parcial (*p*-valor > 0,05). Por outro lado, para o Grupo 3, baseado no Teste de *Shapiro-Wilk*, a suposição de normalidade é rejeitada (*p*-valor < 0,05). Prosseguindo com o *Teste de Wilcoxon*, conclui-se que não houve um aumento significativo no incremento mediano da nota parcial deste grupo (*p*-valor > 0,05).

Com base no exposto, os resultados apontam que, avaliando cada grupo individualmente, o incremento médio / mediano das notas não é positivo. Portanto, podemos concluir que o conhecimento prévio sobre Análise Combinatória relatado pelo aluno não influenciou sua progressão nessa atividade.

6.2.6 Notas das avaliações versus pretensão em realizar o ENEM

Na Figura 16 comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM, sendo 1 para “Sim”, 2 para “Não” e 3 para “Ainda não decidiu”.

Figura 16 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 02 de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM†.



† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Observa-se que, dos 10 alunos que pretendem realizar o ENEM, 8 alunos (80%) melhoraram suas notas entre a pré-avaliação e a pós-avaliação. Neste grupo de alunos, 4 obtiveram nota superior a 5,0 na pós-avaliação. Além disso, o grupo de alunos que não pretende realizar o ENEM é formado por 5 indivíduos. Destes, 3 alunos (60%) melhoraram suas notas entre a pré-avaliação e a pós-avaliação, sendo que dois deles obtiveram nota superior a 5,0 na pós-avaliação. Por fim, 8 alunos relataram que, no momento do preenchimento do questionário, ainda não haviam decidido se realizariam (ou não) o ENEM. Destes, apenas um aluno (12,5%) melhorou sua nota na pós-avaliação e obteve nota superior a 5,0.

Para uma análise mais detalhada, na Tabela 23 são apresentadas as medidas resumo das notas obtidas na pré-avaliação, na pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.

De acordo com a Tabela 23, nota-se que o Grupo 1, que corresponde aos alunos que pretendem realizar o ENEM, apresentou a nota média mais baixa na pré-avaliação, mas aumentou consideravelmente a nota média na pós-avaliação, obtendo assim, a maior média dos incrementos. Nesse grupo, o maior valor obtido do incremento foi de 6,67 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 3,33 pontos e 50% dos incrementos foram superiores a 1,39 pontos.

Já o Grupo 2, formado por alunos que não pretendem realizar o ENEM, apresentou a

Tabela 23 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 02, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação				Nota Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral
N	10	5	8	23	10	5	8	23	10	5	8	23
Média	2,501	4,666	3,124	3,188	4,555	4,888	2,776	4,009	2,056	0,222	-0,349	0,821
DP	1,800	1,397	1,066	1,659	2,061	1,270	1,572	1,918	2,459	2,242	1,678	2,357
Mínimo	0,000	3,330	1,670	0,000	0,000	3,330	1,110	0,000	-1,670	-2,220	-3,890	-3,890
Q1	1,670	3,330	2,915	1,670	3,607	4,440	1,110	3,330	1,110	-1,670	-0,560	-0,280
Mediana	1,670	5,000	3,330	3,330	4,440	4,440	3,330	4,440	1,390	0,560	0,000	0,560
Q3	3,330	5,000	3,330	3,330	6,393	5,560	3,330	5,560	3,335	1,110	0,000	1,670
Máximo	6,670	6,670	5,000	6,6700	6,670	6,670	5,560	6,670	6,670	3,330	2,220	6,670

† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

maior nota média tanto na pré-avaliação como na pós-avaliação, porém com uma progressão pequena quando comparado ao Grupo 1. Nesse grupo o maior valor do incremento obtido foi de 3,33 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 1,11 pontos.

O Grupo 3, formado por alunos que não decidiram se realizarão o ENEM, apresentou a menor nota média na pós-avaliação e seu incremento médio foi negativo. Nesse grupo, o maior valor do incremento obtido foi de 2,22 pontos. Nota-se também que 50% dos alunos tiveram uma nota na pós-avaliação inferior à nota obtida na pré-avaliação, uma vez que a mediana do incremento obtida foi igual a 0.

A seguir, foram realizados testes de hipóteses com o objetivo de verificar se tais achados são estatisticamente significantes.

Tabela 24 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* ou do Teste *de Wilcoxon* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 02 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.

	p-valor			
	Pretensão de realizar o ENEM			
	1 [†] (n=10)	2 [†] (n=5)	3 [†] (n=8)	Geral (n=23)
Shapiro-Wilk	0,4559	0,7041	0,02884	0,4707
Teste t	0,01336	0,4178		0,05452
Teste de Wilcoxon			0,8214	
Intervalo de Confiança	[0,6307 ; ∞]	[-1,9155 ; ∞]	[-2,2250 ; ∞]	[-0,0231 ; ∞]

† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Na Tabela 24 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota total. Para o Grupo 1, Grupo 2 e a análise conjunta (Geral) os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05, demonstrando que a suposição de normalidade é válida. A partir do *Teste t*, pode-se concluir que para o Grupo 2 e para a análise conjunta não houve aumento significativo no incremento médio da nota total (*p*-valor > 0,05). Já o Grupo 1 apresentou *p*-valor menor que 0,05, indicando que o incremento médio da nota total é

positivo, ou seja, que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. Observando o Intervalo de Confiança paramétrico construído para o incremento da nota total, com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio foi de 0,63 pontos.

No caso do Grupo 3, o p-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é menor que 0,05, então a suposição de normalidade é rejeitada. A partir do *Teste de Wilcoxon*, pode-se concluir que não houve aumento significativa no incremento mediano da nota total deste grupo, em razão do p-valor obtido ser maior que 0,05.

Tabela 25 – p-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* ou do Teste *de Wilcoxon* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 02 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.

	p-valor			
	Pretensão de realizar o ENEM			Geral (n=23)
	1 [†] (n=10)	2 [†] (n=5)	3 [†] (n=8)	
Shapiro-Wilk	0,7114	0,7769	0,0102	0,2225
Teste t	0,01025	0,6113		0,1055
Teste de Wilcoxon			0,8618	
Intervalo de Confiança	[0,8094 ; ∞]	[-2,6891 ; ∞]	[-4,9999 ; ∞]	[-0,2414 ; ∞]

† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Na Tabela 25 são apresentados os p-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota parcial. Para o Grupo 1, Grupo 2 e a análise conjunta (Geral), os p-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* indicam que a suposição de normalidade é válida (p-valor > 0,05). A partir do *Teste t*, pode-se concluir que não houve aumento significativo no incremento médio da nota parcial no Grupo 2 e para a análise conjunta (Geral) (p-valor > 0,05). Verifica-se que apenas no Grupo 1 houve aumento significativo no incremento médio da nota parcial (p-valor < 0,05), ou seja, que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação desse grupo. Com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio foi de 0,81 pontos.

Para o Grupo 3 a suposição de normalidade foi rejeitada, pois o p-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é menor que 0,05. A partir do *Teste de Wilcoxon*, conclui-se que o aumento na mediana do incremento da nota parcial não foi significativo para este grupo (p-valor > 0,05).

No geral, os resultados apontam que os alunos que pretendem realizar o ENEM apresentaram uma progressão maior nessa atividade. Além disso, os resultados parecem indicar que o aumento das notas desse grupo se deve à retomada de conceitos já estudados.

6.2.7 Perspectiva docente

Assim como na atividade anterior, ao iniciar a Atividade 02 notei que os alunos não dominavam as habilidades essenciais necessárias para introduzir os novos conceitos propostos

no MAPPA (Sao Paulo, 2023). São pré-requisitos para o desenvolvimento dessa atividade que os alunos saibam efetuar cálculos de probabilidade, porcentagem, média, mediana e desvio padrão. Em vista disso, uma das dificuldades enfrentadas foi a proposta não contemplar essa retomada de conteúdos.

Outra dificuldade encontrada foi inserir o conceito de distribuição Normal em tão pouco tempo. De acordo com a questão investigativa da pré-avaliação, a maioria dos alunos nunca tinha ouvido falar sobre distribuição Normal. Diante disto, retomei os pré-requisitos de forma breve e prossegui com a proposta, excedendo o tempo previsto para o desenvolvimento da Atividade 02 em quase o dobro das aulas, conforme tabela da seção 4.5.

Como na atividade anterior, o maior desafio na Atividade 02 foi a incompatibilidade de conhecimento dos alunos em relação ao que o material exigia. A revisão se fez essencial, mas, por ser breve, pode não ter sido suficiente para consolidar a aprendizagem. Ademais, conceitos novos e complexos foram incorporados, demandando maior tempo de assimilação. Conseqüentemente, ocorreram atrasos no cronograma original.

Para além de um material que dialogue com as demandas pedagógicas dos estudantes, é fundamental que o ensino de medidas de tendência central e medidas de dispersão, assim como a construção de gráficos, não seja negligenciado e seja desenvolvido de forma consistente ao longo do ensino fundamental e médio. Nesse cenário, a sugestão do material de calcular a função de probabilidade de experimentos e, em seguida, elaborar os gráficos para representar essas funções é particularmente interessante para auxiliar na compreensão da distribuição Normal.

Durante o processo, os alunos foram convidados a analisar situações-problema, onde os dados seguiam uma distribuição Normal e era solicitado o cálculo da probabilidade de intervalos diferentes para a curva normal. Notei que a maioria dos erros ocorria na interpretação do intervalo da curva normal solicitado, efetuando os cálculos necessários, mas se confundindo na resposta final. Apesar disso, consegui observar a progressão dos alunos participativos no desenvolvimento destes novos conceitos. Porém, tal conteúdo precisaria ser desenvolvido gradualmente, para que os alunos alcançassem o conhecimento esperado.

6.3 Atividade 03

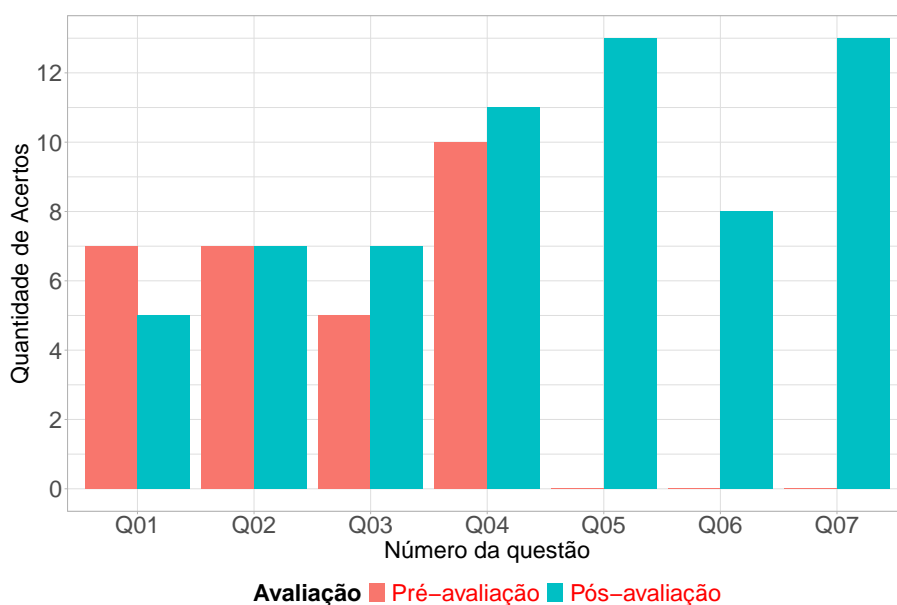
Será apresentada na subseção 6.3.1 uma análise detalhada do total de acertos por questão na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03. Com o propósito de verificar se houve mudança estatisticamente significativa para o incremento da nota, desenvolve-se a análise inferencial dos dados na subseção 6.3.2. Em seguida, buscou-se comparar as informações do questionário com as notas obtidas nas avaliações aplicadas. Os resultados encontrados são apresentados nas subseções 6.3.3, 6.3.4, 6.3.5 e 6.3.6. Na última subseção 6.3.7, a docente expressa seu ponto de vista sobre a atividade.

6.3.1 Total de acertos por questão

A pré-avaliação da Atividade 03 contém quatro questões objetivas retiradas do banco de dados do ENEM. Já a pós-avaliação contém sete questões, quatro delas nos mesmos moldes da pré-avaliação, incluindo mais três questões sobre retorno médio esperado, desvio padrão e variância.

Na Figura 17, temos um gráfico de barras indicando o total de acertos por questão na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03. Os resultados podem indicar se houve melhora nos resultados, ou não, após o desenvolvimento das atividades propostas. É possível observar que houve um leve crescimento no número de acertos nas Questões 03 e 04. Na Questão 02 não houve alteração e na Questão 01 houve redução no número de acertos.

Figura 17 – Total de acertos por questão - Atividade 03



A Questão 01 foi retirada do ENEM (2018) e exigia o cálculo da média ponderada, tendo como incógnita um dos elementos dessa média. Dos sete alunos que acertaram essa questão na pré-avaliação, apenas um aluno acertou a mesma questão adaptada na pós-avaliação. Contudo, quatro alunos que erraram essa questão na pré-avaliação, acertaram na pós-avaliação. Novamente, estes resultados expõem a defasagem em habilidades prévias, necessárias para a aprendizagem dos conteúdos propostos.

A Questão 02 é oriunda do ENEM (2020 digital) e envolve interpretação do enunciado, do gráfico e da tabela apresentados, como também cálculo de porcentagem no contexto financeiro. Sete alunos acertaram essa questão na pré-avaliação, mas apenas um desses alunos acertou a mesma questão adaptada na pós-avaliação. Por outro lado, seis alunos que erraram essa questão na pré-avaliação, acertaram na pós-avaliação.

A Questão 03 foi selecionada do ENEM (2011) e também envolve interpretação do

enunciado e da tabela, tal como o cálculo de porcentagem no contexto financeiro. Dos cinco alunos que acertaram essa questão na pré-avaliação, três alunos acertaram a mesma questão adaptada na pós-avaliação. Ou seja, quatro alunos que erraram essa questão na pré-avaliação, acertaram na pós-avaliação. Os resultados das Questões 02 e 03 indicam habilidades essenciais em defasagem, que comprometem a resolução de situações-problemas.

Já a Questão 04 foi retirada do ENEM (2010) e requer interpretação do enunciado e da tabela, além de conhecimentos sobre média, mediana e desvio padrão. Dez alunos acertaram essa questão na pré-avaliação e seis deles acertaram a mesma questão adaptada na pós-avaliação. Dos 25 alunos que realizaram a pós-avaliação, 11 alunos (44%) acertaram essa questão na pós-avaliação.

As Questões 05 e 06 envolviam interpretação do enunciado e tabela, além de conhecimentos sobre retorno médio esperado e desvio padrão, com análise de risco e tomada de decisão em situação de investimento. Na Questão 05, dos 25 alunos que realizaram a pós-avaliação, 13 alunos (52%) acertaram a questão, sendo uma das questões com o maior número de acertos da Atividade 03. Com relação à Questão 06, apenas 8 alunos (32%) acertaram-na, provavelmente porque a análise exigia que os alunos lembrassem de determinar a razão percentual entre o desvio-padrão e o retorno médio esperado de cada um dos ativos, diferente da Questão 05 que não exigia estes cálculos.

Por fim, a Questão 07 envolvia interpretação do enunciado e de tabela, assim como conhecimentos sobre retorno médio esperado, desvio padrão e coeficiente de variação, para assinalar a alternativa que completava corretamente as lacunas da tabela. Dos 25 alunos que realizaram a pós-avaliação, 13 alunos (52%) acertaram a questão, sendo uma das questões com o maior número de acertos da Atividade 03.

6.3.2 Incremento da nota da Atividade 03

Foram realizados testes de hipóteses unilaterais para o *incremento da nota* da Atividade 03. Como feito na Atividade 02, para entender se a variação das notas encontrada resulta dos novos conceitos desenvolvidos e/ou do desenvolvimento de conceitos já estudados pelos alunos, foram realizados testes de hipóteses das notas calculadas de duas maneiras diferentes: considerando o **incremento da nota total**, calculado pela diferença entre as notas obtidas na pós-avaliação referente às Questões 01 a 07 e as notas obtidas na pré-avaliação (Questões 01 a 04), bem como o **incremento da nota parcial**, calculado pela diferença entre as notas obtidas na pós-avaliação referente às Questões 01 a 04 e as notas obtidas na pré-avaliação (Questões 01 a 04), ou seja, considerando apenas as questões aplicadas nos mesmos moldes em ambas as provas.

Na Tabela 26 são apresentados os p-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para os 24 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 03. Como o

Tabela 26 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03.

Teste (n=24)	p-valor
Shapiro-Wilk	0,464
Teste t	0,03759
Intervalo de Confiança	[0,0743; ∞]

p-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é maior que 0,05, a suposição de normalidade é válida. A partir do *Teste t*, como o *p*-valor obtido é menor que 0,05, conclui-se que o incremento médio da nota total é positivo, indicando que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. Observando o Intervalo de Confiança paramétrico construído para o incremento da nota total, com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio foi de 0,07 pontos.

Tabela 27 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste de *Wilcoxon* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03.

Teste (n=24)	p-valor
Shapiro-Wilk	0,04428
Teste de Wilcoxon	0,2887
Intervalo de Confiança	[-1,2500; ∞]

Na Tabela 27, como o *p*-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é menor que 0,05, a suposição de normalidade é rejeitada. A partir do *Teste de Wilcoxon*, como o *p*-valor obtido é maior que 0,05, pode-se concluir que não houve aumento significativo no incremento mediano da nota parcial.

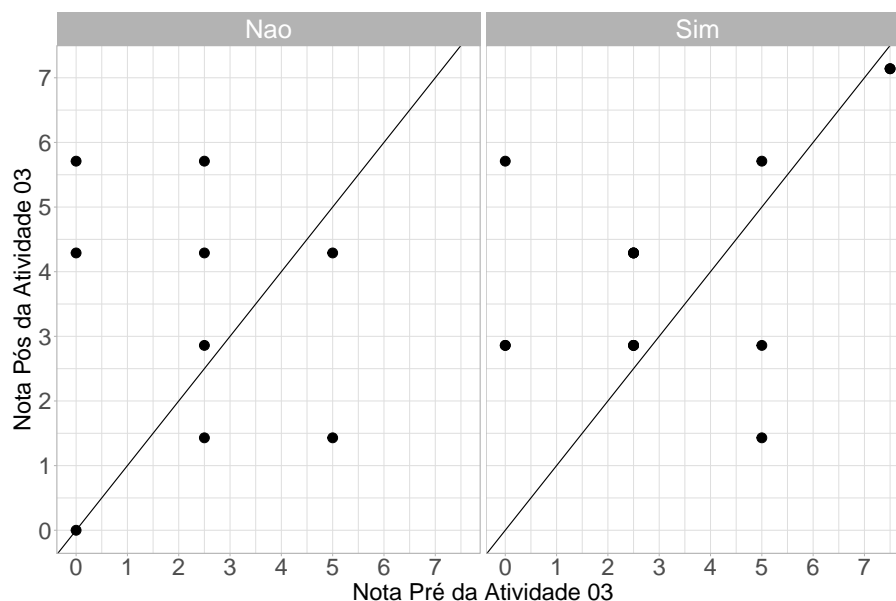
Logo, os resultados indicam que o aumento das notas, mesmo que pequeno, se deve aos novos conceitos trabalhados e que não foi possível recuperar as habilidades essenciais necessárias para o desenvolvimento dessa atividade a tempo.

6.3.3 Notas das avaliações versus cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior

Na Figura 18 comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03, com o fato do aluno ter cursado (ou não) o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior.

Observa-se que, dos 14 alunos que cursaram o mesmo Aprofundamento Curricular, 10 alunos (72%) alcançaram alguma progressão nas notas e 4 alunos (29%) obtiveram nota superior a 5,0 na pós-avaliação. Já entre os 9 alunos que não cursaram o mesmo Aprofundamento

Figura 18 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03 de acordo com cursar Aprofundamento Curricular no ano anterior.



Curricular, 5 alunos (56%) atingiram alguma progressão nas notas e 2 alunos (23%) obtiveram nota superior a 5,0 na pós-avaliação.

Tabela 28 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03, de acordo com o fato de terem cursado ou não o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação			Nota Pós-avaliação			Incremento da nota		
	Não	Sim	Geral	Não	Sim	Geral	Não	Sim	Geral
N	9	14	23	9	14	23	9	14	23
Média	2,222	3,214	2,826	3,334	4,083	3,790	1,112	0,869	0,964
Desvio-padrão	1,954	2,486	2,299	2,019	1,757	1,856	2,913	2,262	2,475
Mínimo	0,000	0,000	0,000	0,000	1,430	0,000	-3,570	-3,570	-3,570
Q1	0,000	2,500	1,250	1,430	2,860	2,860	-0,710	-0,180	-0,360
Mediana	2,500	2,500	2,500	4,290	3,575	4,290	0,360	0,535	0,360
Q3	2,500	5,000	5,000	4,290	5,355	5,000	3,210	1,790	2,325
Máximo	5,000	7,500	7,500	5,710	7,140	7,140	5,710	5,710	5,710

Na Tabela 28 são apresentadas as medidas resumo das notas individuais obtidas na pré-avaliação, na pós-avaliação, bem como o incremento da nota total na Atividade 03, de acordo com o fato do aluno ter cursado, ou não, o mesmo Aprofundamento Curricular na 2ª série do ensino médio. A partir dos resultados obtidos observa-se que o grupo de alunos que cursou o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior apresentou média, 1º quartil, 3º quartil e máximo das notas na pré-avaliação e na pós-avaliação superiores ao grupo que não cursou o mesmo Aprofundamento Curricular.

Ao analisar o incremento da nota total, nota-se que o 1º quartil e a mediana foram superiores, porém a média e o 3º quartil foram inferiores no grupo de alunos que cursou o mesmo

Aprofundamento Curricular. O incremento máximo obtido nos dois grupos foi de 5,71 pontos, sendo que 25% dos alunos com Aprofundamento Curricular no ano anterior apresentaram incremento maior ou igual a 1,79 pontos, enquanto para o grupo que não cursou o mesmo Aprofundamento Curricular, este valor foi de 3,21 pontos.

Para averiguar se tais achados são estatisticamente significantes, foram realizados os testes de hipótese adequados, cujos resultados são apresentados nas Tabelas 29 e 30.

Tabela 29 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com o Aprofundamento Curricular.

	p-valor		
	Aprofundamento Curricular		Geral (n=23)
	Não (n=9)	Sim (n=14)	
Shapiro-Wilk	0,9512	0,7679	0,5625
Teste t	0,1426	0,08717	0,03756
Intervalo de Confiança	[-0,6937 ; ∞]	[-0,2018 ; ∞]	[0,0779 ; ∞]

Na Tabela 29 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota total da Atividade 03. Como os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05, a suposição de normalidade é válida quando analisa-se os grupos individualmente ou conjuntamente.

A partir do *Teste t*, nota-se que, considerando os grupos de maneira individual, os *p*-valores obtidos são maiores que 0,05, indicando que não houve diferença significativa no incremento médio da nota total de acordo com cursar o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior. Porém, ao se analisar os dados conjuntamente, observa-se que o *p*-valor obtido no *Teste t* é inferior a 0,05, indicando que o incremento médio é positivo. Com 95% de confiança, aumento no incremento médio é de, no mínimo, 0,08 pontos.

Uma possível explicação para estes resultados discordantes é o baixo poder do teste devido ao pequeno tamanho amostral de cada grupo. Um teste com baixo poder indica uma capacidade reduzida de detectar uma diferença real nos dados. Novos estudos, com uma maior quantidade de alunos em cada grupo, são necessários para validar ou refutar tal achado.

Já na Tabela 30 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota parcial. Como todos os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05, a suposição de normalidade é válida. A partir do *Teste t*, verifica-se que os *p*-valores obtidos também são maiores que 0,05, indicando que não houve aumento significativo no incremento médio da nota parcial quando analisa-se os grupos individualmente ou no geral.

Estes resultados indicam que, assim como na seção 6.3.2, o aumento das notas, mesmo que pequeno, se deve aos novos conceitos desenvolvidos. Além disso, a ligeira progressão observada dos alunos nesta atividade não tem relação com o fato do aluno dar seguimento ao

Tabela 30 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03 de acordo com o Aprofundamento Curricular.

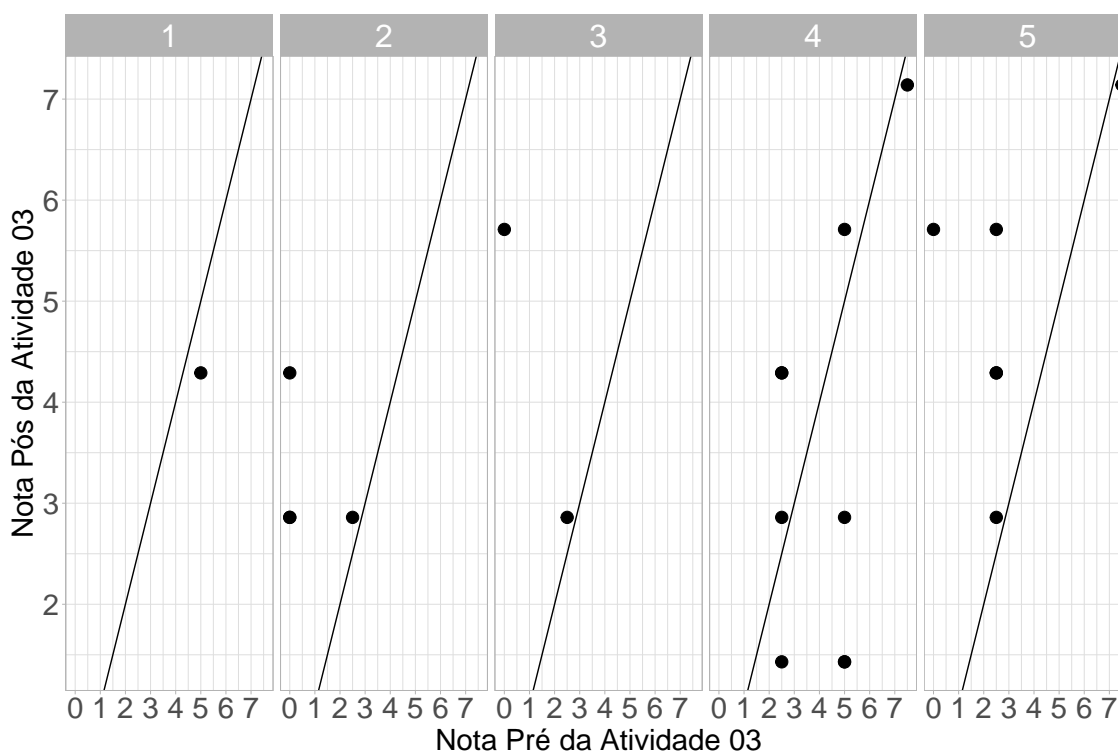
	p-valor		
	Aprofundamento Curricular		Geral (n=23)
	Não (n=9)	Sim (n=14)	
Shapiro-Wilk	0,663	0,08629	0,05595
Teste t	0,3997	0,3357	0,3063
Intervalo de Confiança	[-1,6892 ; ∞]	[-1,0999 ; ∞]	[-0,7637 ; ∞]

Aprofundamento Curricular ou não.

6.3.4 Notas das avaliações versus gostar de Matemática

Na Figura 19 comparamos as notas (de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03 com o quanto os alunos informaram gostar da disciplina.

Figura 19 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03 de acordo com gostar de Matemática[†].



[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

Dos 22 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 03 e responderam essa questão, 15 alunos (68%) informaram gostar ou adorar a disciplina de Matemática. Nesse grupo, 5 alunos obtiveram notas superiores a 5,0 na pós-avaliação. Nenhum aluno que respondeu “detesto” ou “não gosto” da disciplina de Matemática tirou nota superior a 5,0 na

pós-avaliação e apenas um aluno que respondeu “neutro” quanto ao seu gosto pela disciplina obteve nota 5,71 na pós-avaliação.

Entre os alunos que expressaram gosto pela disciplina de Matemática, 9 (60%) apresentaram alguma progressão nas notas. Apenas um aluno que respondeu detestar Matemática teve uma redução na nota da pós-avaliação comparada à pré-avaliação enquanto os 6 alunos restantes que responderam “detesto”, “não gosto” ou “neutro” (86%) apresentaram alguma progressão nas notas.

Para uma análise mais detalhada foram calculadas medidas resumo, cujos resultados são apresentados na Tabela 31. Devido ao baixo tamanho amostral, optou-se por fazer a análise conjunta dos alunos que responderam “detesto”, “não gosto” ou “neutro” a esta questão.

Tabela 31 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03, de acordo com o quanto os alunos gostam da disciplina de Matemática.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação				Nota Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral	1-3 [†]	4 [†]	5 [†]	Geral
N	7	9	6	22	7	9	6	22	7	9	6	22
Média	1,430	4,167	2,917	2,955	3,670	3,493	5,000	3,962	2,240	-0,673	2,083	1,008
DP	1,967	1,768	2,458	2,299	1,124	2,033	1,495	1,856	2,339	2,071	2,170	2,475
Mínimo	0,000	2,500	0,000	0,000	2,860	1,430	2,860	1,430	-0,710	-3,570	-0,360	-3,570
Q1	0,000	2,500	2,500	2,500	2,860	1,430	4,290	2,860	0,360	-2,140	0,718	-0,360
Mediana	0,000	5,000	2,500	2,500	2,860	2,860	5,000	4,290	2,860	-0,360	1,790	0,535
Q3	2,500	5,000	2,500	5,000	4,290	4,290	5,710	5,355	3,575	0,710	2,855	2,592
Máximo	5,000	7,500	7,500	7,500	5,710	7,140	7,140	7,140	5,710	1,790	5,710	5,710

[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

Pela Tabela 31 observa-se que o Grupo 1-2-3, dos alunos que responderam “detesto”, “não gosto” ou “neutro”, apresentou um desempenho bem inferior aos demais grupos na pré-avaliação, conforme evidenciado pelos menores valores para média, 1º quartil, mediana e máximo. Entretanto, na pós-avaliação este grupo apresentou um desempenho mais próximo aos demais grupos. Conseqüentemente, a evolução do Grupo 1-2-3 foi boa, como observado pelas maiores média e mediana obtidas nos incrementos das notas. Nota-se que o maior valor do incremento obtido nesse grupo foi de 5,71 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 3,58 pontos.

O Grupo 4, dos alunos que responderam “gosto”, apresentou um desempenho superior na pré-avaliação, como observado pelos maiores valores para média, mínimo, mediana e 3º quartil das notas nesta avaliação. No entanto, inesperadamente, seu desempenho na pós-avaliação foi baixo, apresentando as menores notas médias na pós-avaliação. Diante deste cenário, este grupo apresentou valores negativos para a média e a mediana dos incrementos das notas. Observa-se que mais da metade dos alunos deste grupo obteve um incremento negativo, pois o valor da mediana é negativo. Além disso, o maior valor do incremento foi de 1,79 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 0,71 pontos.

Já o Grupo 5, dos alunos que responderam “adoro”, apresentou um desempenho re-

lativamente baixo na pré-avaliação, conforme evidenciado pelas medidas descritivas obtidas. Entretanto, comparativamente aos demais grupos, seu desempenho na pós-avaliação foi muito bom, evidenciado pelos maiores valores da média, 1º quartil, mediana e 3º quartil obtidos. Consequentemente, este grupo parece ter apresentado o segundo melhor resultado para o incremento da nota. Nota-se que o maior valor do incremento foi de 5,71 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 2,86 pontos.

Para verificar se tais achados são estatisticamente significantes, foram realizados os testes de hipóteses apropriados, cujos resultados são apresentados nas Tabelas 32 e 33.

Tabela 32 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.

Teste	p-valor			
	Gostar de Matemática			Geral (n=22)
	1-3 [†] (n=7)	4 [†] (n=9)	5 [†] (n=6)	
Shapiro-Wilk	0,6169	0,3319	0,6575	0,6292
Teste t	0,02194	0,8211	0,03269	0,03754
Intervalo de Confiança	[0,5304 ; ∞]	[-1,9569 ; ∞]	[0,2986 ; ∞]	[0,0819 ; ∞]

[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

Na Tabela 32 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota total. Nota-se que a suposição de normalidade é válida, pois todos os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05. Corroborando os achados iniciais, a partir do *Teste t*, verifica-se que o Grupo 1-2-3 e o Grupo 5 apresentaram *p*-valor menor que 0,05, indicando que houve diferença significativa no incremento médio destes grupos, ou seja, que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. A partir do Intervalo de Confiança construído, pode-se concluir que, com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio do Grupo 1-2-3 foi de 0,53 pontos, enquanto no Grupo 5 foi de 0,30 pontos. Já no Grupo 4, não houve diferença significativa entre as notas da pré e da pós-avaliação.

Na Tabela 33 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota parcial. Para o Grupo 1-2-3, para o Grupo 5 e para a análise conjunta (Geral), os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* evidenciam que a suposição de normalidade é válida (*p*-valor > 0,05). A partir do *Teste t*, nota-se que não houve aumento significativo no incremento médio da nota parcial (*p*-valor > 0,05) nestes casos. Já para o Grupo 4, o *p*-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é menor que 0,05, então a suposição de normalidade é rejeitada. Aplicando o *Teste de Wilcoxon*, conclui-se que também não houve diferença significativa no incremento mediano da nota parcial deste grupo (*p*-valor > 0,05).

Portanto, os resultados indicam que houve uma progressão das notas no Grupo que respondeu “adoro” e no Grupo que respondeu “detesto”, “não gosto” ou “neutro” nessa atividade.

Tabela 33 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* ou do Teste de *Wilcoxon* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03 de acordo com o gosto do aluno por Matemática.

Teste	p-valor			
	Gostar de Matemática			Geral (n=22)
	1-3 [†] (n=7)	4 [†] (n=9)	5 [†] (n=6)	
Shapiro-Wilk	0,4154	0,01221	0,6991	0,1798
Teste t	0,1179		0,2899	0,1020
Teste de Wilcoxon		0,3864		
Intervalo de Confiança	[-0,5501 ; ∞]	[-4,9999 ; ∞]	[-2,0090 ; ∞]	[-0,2488 ; ∞]

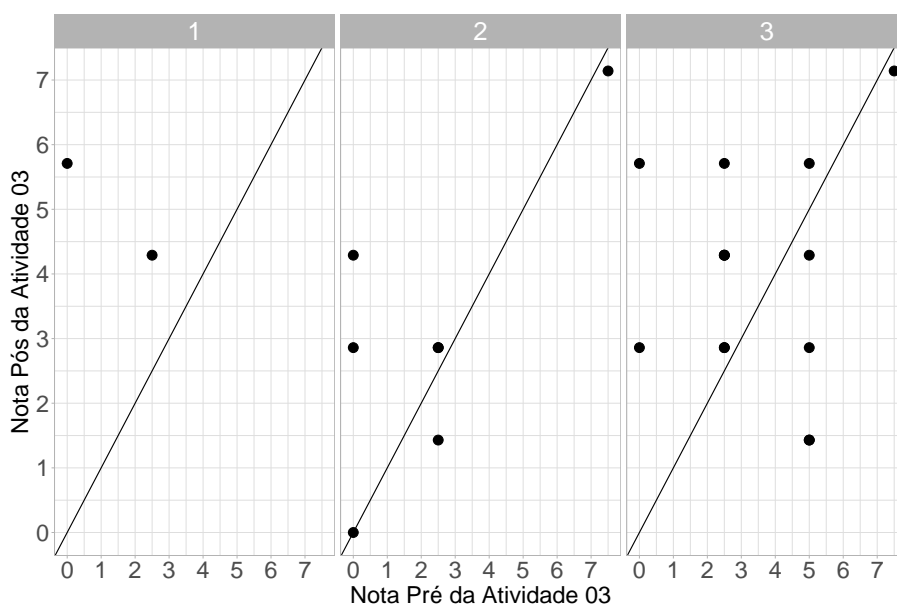
[†] 1: Detesto; 2: Não gosto; 3: Neutro; 4: Gosto; 5: Adoro.

Ademais, pode-se concluir que o aumento das notas desses grupos se deve aos novos conceitos desenvolvidos e não aos conceitos estudados anteriormente pelos alunos e revistos ao longo desta atividade.

6.3.5 Notas das avaliações versus conhecimento prévio de Análise Combinatória

Na Figura 20 comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03, de acordo com o o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno.

Figura 20 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03 de acordo com o o conhecimento prévio de Análise Combinatória informado pelo aluno.[†]



[†] 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei.

Dos 23 alunos que realizaram a pré-avaliação e a pós-avaliação da Atividade 03 e res-

ponderam esta questão, 14 alunos (61%) informaram nunca terem estudado conceitos de Análise Combinatória (Permutação, Combinação e Arranjo), enquanto 7 alunos (31%) informaram terem estudado, mas não se recordarem mais de tais conceitos.

Destes 21 alunos que informaram não conhecer ou não lembrar dos conhecimentos prévios necessários, 13 alunos (62%) aumentaram suas notas na pós-avaliação comparativamente à pré-avaliação e 5 alunos obtiveram notas superiores a 5,0 na pós-avaliação.

Para uma análise mais detalhada, na Tabela 34 são apresentadas as medidas-resumo das notas obtidas na pré-avaliação, na pós-avaliação, bem como o incremento da nota total da Atividade 03, de acordo com o conhecimento prévio informado pelo aluno. Na sequência, para verificar se tais achados são estatisticamente significantes, nas Tabelas 35 e 36 são apresentados os resultados dos testes de hipótese. Devido ao reduzido número de alunos nos Grupos 1 e 2, decidiu-se agrupá-los na etapa da análise inferencial.

Tabela 34 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03, de acordo com o conhecimento prévio informado pelo aluno.

Medidas resumo	Nota Pré-avaliação				Nota Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral
N	2	7	14	23	2	7	14	23	2	7	14	23
Média	1,250	2,143	3,393	2,826	5,000	3,063	3,981	3,790	3,750	0,920	0,588	0,964
DP	1,768	2,673	2,105	2,299	1,004	2,247	1,695	1,856	2,772	1,923	2,592	2,475
Mínimo	0,000	0,000	0,000	0,000	4,290	0,000	1,430	0,000	1,790	-1,070	-3,570	-3,570
Q1	0,6250	0,000	2,500	1,250	4,645	2,145	2,860	2,860	2,770	-0,180	-0,623	-0,360
Mediana	1,250	2,500	2,500	2,500	5,000	2,860	4,290	4,290	3,750	0,360	0,535	0,360
Q3	1,875	2,500	5,000	5,000	5,355	3,575	5,355	5,000	4,730	1,610	1,790	2,325
Máximo	2,500	7,500	7,500	7,500	5,710	7,140	7,140	7,140	5,710	4,290	5,710	5,710

† 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei

Pela Tabela 34 nota-se que, em todos os grupos, os valores de média, 1º quartil, mediana e 3º quartil obtidos na pós-avaliação foram superiores aos obtidos na pré-avaliação.

O Grupo 1, formado por apenas 2 alunos que responderam que se lembram dos conceitos e fórmulas aprendidos, apresentou nota média e mediana mais alta na pós-avaliação, comparado aos demais grupos. No entanto, surpreendentemente, seu desempenho na pré-avaliação foi muito baixo. A partir da Tabela 34 e da Figura 20, verifica-se que na pré-avaliação e na pós-avaliação, um dos alunos tirou notas 0 e 5,71 enquanto outro aluno tirou notas 2,50 e 4,29, respectivamente.

Considerando este contexto de mudança, este grupo apresentou os maiores valores para os incrementos das notas, apresentando valores de 1,79 e 5,71, respectivamente.

Já o Grupo 2, formado por alunos que indicaram que, apesar de terem estudado, não se recordavam mais dos conhecimentos prévios, é composto por 7 alunos. Este grupo apresentou medidas de posição inferiores aos demais na pós-avaliação mas, como seu desempenho na pré-avaliação foi razoável comparado aos outros dois grupos, de maneira geral, o incremento obtido não foi muito elevado.

Ainda que 14 alunos (equivalente a 59% do total) tenham informado nunca terem estudado conceitos de Análise Combinatória, o Grupo 3 apresentou a melhor média na pré-avaliação e, ainda, uma ligeira progressão na pós-avaliação, apresentando média e mediana do incremento positivas e obtendo uma diferença máxima de 5,71 pontos entre as notas da pré-avaliação e da pós-avaliação.

Tabela 35 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.

	p-valor		
	Conhecimento Prévio		Geral (n=23)
	1 ou 2[†] (n=9)	3[†] (n=14)	
Shapiro-Wilk	0,3058	0,8083	0,5625
Teste t	0,03903	0,2057	0,03756
Intervalo de Confiança	[0,1230 ; ∞]	[-0,6389 ; ∞]	[0,0779 ; ∞]

† 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei

Tabela 36 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03 de acordo com o conhecimento prévio do aluno.

	p-valor		
	Conhecimento Prévio		Geral (n=23)
	1 ou 2[†] (n=9)	3[†] (n=14)	
Shapiro-Wilk	0,2485	0,2749	0,05595
Teste t	0,1360	0,5818	0,3063
Intervalo de Confiança	[-0,6406 ; ∞]	[-1,6799 ; ∞]	[-0,7636 ; ∞]

† 1: Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos; 2: Sim, mas não lembro mais; 3: Nunca estudei

Na Tabela 35 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota total. Nota-se que a suposição de normalidade é válida, pois todos os *p*-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05. A partir do *Teste t*, verifica-se que o Grupo 1-2 apresentou *p*-valor menor que 0,05, indicando que houve diferença significativa no incremento médio deste grupo, ou seja, que a nota média obtida na pós-avaliação é maior que a nota média obtida na pré-avaliação. Pode-se concluir que, com 95% de confiança, o aumento mínimo no incremento médio do Grupo 1-2 foi de 0,12 pontos. Já para o Grupo 3, não houve diferença significativa entre as notas da pré e da pós-avaliação.

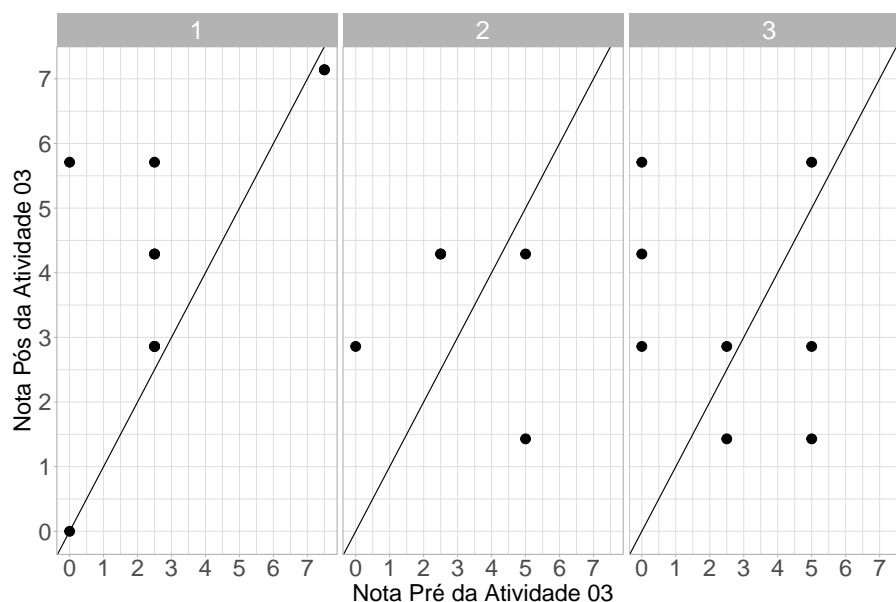
Na Tabela 36 são apresentados os *p*-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota parcial. A partir do Teste de *Shapiro-Wilk*, todos os *p*-valores obtidos indicam que a suposição de normalidade é válida (*p*-valor > 0,05). Prosseguindo com o *Teste t*, verifica-se que não houve aumento significativo no incremento médio das notas parciais (*p*-valor > 0,05).

Desse modo, os resultados apontam que houve uma progressão das notas no Grupo 1-2, que mencionou já ter estudado conceitos de Análise Combinatória anteriormente, mesmo a maioria não se recordando dos conhecimentos prévios. Além disso, pode-se concluir que a melhora das notas, mesmo que pequena, resulta dos novos conceitos desenvolvidos.

6.3.6 Notas das avaliações versus pretensão em realizar o ENEM

Na Figura 21 comparamos as notas (que podem variar de 0 a 10) obtidas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.

Figura 21 – Notas na pré-avaliação e na pós-avaliação da Atividade 03, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM[†].



† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Observa-se que, dos 10 alunos do Grupo 1, que pretendem realizar o ENEM, 7 alunos (70%) melhoraram suas notas na pós-avaliação e quatro obtiveram nota superior a 5,0 na pós-avaliação. No Grupo 2, formado por 5 alunos que não pretendem realizar o ENEM, 3 alunos (60%) melhoraram suas notas, mas nenhum aluno obteve nota superior a 5,0 na pós-avaliação. Já no Grupo 3, dos 8 alunos que não decidiram se realizarão o ENEM, 5 alunos (62,5%) melhoraram suas notas na pós-avaliação. Nesse grupo, apenas dois alunos obtiveram nota superior a 5,0 na pós-avaliação.

Para uma análise mais detalhada, na Tabela 37 são apresentadas as medidas resumo das notas obtidas na pré-avaliação, na pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03, de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM. A seguir, nas Tabelas 38 e 39, são apresentados os resultados dos testes de hipótese realizados.

Observando os resultados da Tabela 37, pode-se notar que o desempenho dos três grupos na pré-avaliação foi baixo e muito parecido. Em todos os grupos, houve pelo menos um aluno

Tabela 37 – Medidas descritivas das notas obtidas na pré-avaliação, pós-avaliação e do incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com a pretensão dos alunos em realizar o ENEM.

Medidas resumo	Pré-avaliação				Pós-avaliação				Incremento da nota			
	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral	1 [†]	2 [†]	3 [†]	Geral
N	10	5	8	23	10	5	8	23	10	5	8	23
Média	3,000	3,000	2,500	2,826	4,286	3,432	3,394	3,790	1,286	0,432	0,894	0,964
DP	2,582	2,092	2,314	2,299	2,231	1,279	1,694	1,856	1,927	2,593	3,205	2,477
Mínimo	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,430	1,430	0,000	-0,360	-3,570	-3,570	-3,570
Q1	2,500	2,500	0,000	1,250	2,860	2,860	2,502	2,860	0,090	-0,710	-1,337	-0,360
Mediana	2,500	2,500	2,500	2,500	4,290	4,290	2,860	4,290	0,360	1,790	0,535	0,360
Q3	2,500	5,000	5,000	5,000	5,710	4,290	4,645	5,000	1,790	1,790	3,217	2,325
Máximo	7,500	5,000	5,000	7,500	7,140	4,290	5,710	7,140	5,710	2,860	5,710	5,710

† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

que tirou nota zero nesta prova. Ademais, as médias variaram entre 2,50 e 3,0 pontos, com mediana igual a 2,50 pontos, enquanto o 3º quartil variou entre 2,50 e 5,0 pontos. Comparando este baixo desempenho com as notas obtidas na pós-avaliação, observa-se que todos os três grupos de alunos evoluíram e as notas aumentaram.

Nota-se que o Grupo 1, que corresponde aos alunos que pretendem realizar o ENEM, apresentou a média mais alta na nota da pós-avaliação e obteve a maior média dos incrementos. Nesse grupo o maior valor do incremento obtido foi de 5,71 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 1,79 pontos.

Já o Grupo 2, formado por alunos que não pretendem realizar o ENEM, apresentou média muito próxima a obtida pelo Grupo 3, mas obteve a menor média dos incrementos. Nesse grupo o maior valor do incremento obtido foi de 2,86 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 1,79 pontos.

Por fim, o Grupo 3, formado por alunos que não decidiram se realizarão o ENEM, conforme já discutido, apresentou média muito próxima da obtida pelo Grupo 3 na pós-avaliação. Como foi o grupo com a média mais baixa na pré-avaliação, obteve média dos incrementos positiva. Nota-se que o maior valor do incremento obtido foi de 5,71 pontos, sendo que 25% deles tiveram um incremento superior a 3,22 pontos.

Nas Tabelas 38 e 39 são apresentados os p-valores obtidos nos testes de hipóteses realizados para o incremento da nota total e da nota parcial, respectivamente. Em ambos os casos, para o Grupo 2, Grupo 3 e a análise conjunta (Geral), os p-valores obtidos no Teste de *Shapiro-Wilk* são maiores que 0,05, demonstrando que a suposição de normalidade é válida. A partir do *Teste t*, pode-se concluir que para o Grupo 2 e para o Grupo 3 não houve aumento significativo no incremento médio da nota total e da nota parcial (p-valor > 0,05).

Já para o Grupo 1, o p-valor obtido no Teste de *Shapiro-Wilk* é menor que 0,05, então a suposição de normalidade é rejeitada. A partir do *Teste de Wilcoxon*, pode-se concluir que houve diferença significativa no incremento mediano da nota total e da nota parcial (p-valor < 0,05).

Tabela 38 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* ou do Teste *de Wilcoxon* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota total da Atividade 03 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.

	p-valor			
	Pretensão de realizar o ENEM			
	1[†] (n=10)	2[†] (n=5)	3[†] (n=8)	Geral (n=23)
Shapiro-Wilk	0,02142	0,3283	0,9078	0,5625
Teste t		0,3642	0,2281	0,03756
Teste de Wilcoxon	0,02671			
Intervalo de Confiança	[0,00002 ; ∞]	[-2,0406 ; ∞]	[-1,2530 ; ∞]	[0,0778 ; ∞]

† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Tabela 39 – *p*-valores do Teste de *Shapiro-Wilk* e do Teste *t* ou do Teste *de Wilcoxon* e Intervalo de Confiança para o incremento da nota parcial da Atividade 03 de acordo com a pretensão em realizar o ENEM.

	p-valor			
	Pretensão de realizar o ENEM			
	1[†] (n=10)	2[†] (n=5)	3[†] (n=8)	Geral (n=23)
Shapiro-Wilk	0,03586	0,9672	0,1399	0,05595
Teste t		0,3642	0,2281	0,03756
Teste de Wilcoxon	0,02671			
Intervalo de Confiança	[0,00002 ; ∞]	[-2,0406 ; ∞]	[-1,2530 ; ∞]	[0,0779 ; ∞]

† 1: Sim; 2: Não; 3: Ainda não decidiu

Tais resultados indicam que os alunos que pretendem realizar o ENEM apresentaram uma progressão maior nessa atividade devido à retomada de conceitos estudados anteriormente.

6.3.7 *Perspectiva docente*

Essa atividade requer conhecimentos de probabilidade, média, mediana e desvio padrão, que os alunos já demonstraram não dominar na atividade anterior. Porém agora, sua abordagem ocorre em um contexto de “cenário financeiro” e de situações de investimento. Perante o exposto, o fato do material didático não contemplar a retomada de conteúdos foi uma dificuldade presente nessa atividade também.

Além disso, encontrei erros no material didático, como a associação do retorno médio esperado com a representação gráfica da distribuição Normal em uma sequência de exercícios que, ao meu ver, não fazia sentido. Por esse motivo, precisei adaptar a proposta, focando no cálculo do retorno esperado, desvio padrão e variância, para avaliação de risco dos investimentos e tomada de decisão.

No final da atividade também é sugerido que os alunos produzam um *Podcast*, com

informações sobre o que aprenderam e a relação cotidiana das pessoas com seus recursos financeiros e tomadas de decisões conscientes. Infelizmente, não houve mais tempo para realizar essa proposta com os alunos, devido a dificuldade de cumprir o cronograma sugerido no MAPPA (Sao Paulo, 2023) desde o início do desenvolvimento desse Componente Curricular.

O desenvolvimento desta atividade foi mais fluido, em comparação com a atividade anterior. Isso se deve, em grande parte, à contextualização da proposta, que estabeleceu um objetivo claro. Além disso, as revisões que realizei na Atividade 02 foram determinantes para antecipar e resolver possíveis pontos de dificuldade. Em vista disso, com exceção da etapa de produção do *Podcast*, consegui concluir a Atividade 03 até o final do semestre destinado ao Componente “Tendências e Decisões”. Infelizmente, a falta de tempo impediu o desenvolvimento das Atividades 04 e 05.

Na minha avaliação, o aspecto mais significativo desta atividade foi a sua abordagem prática, aplicada a um cenário de tomada de decisões financeiras. Apesar das dificuldades, consegui observar a progressão dos alunos participativos no desenvolvimento dos novos conceitos dessa atividade. No entanto, tais conteúdos precisariam ser desenvolvidos de forma gradativa, para que os alunos assimilassem de forma efetiva.

6.4 Relação entre as variáveis analisadas

O coeficiente de correlação (ρ) indica a possível existência de uma relação linear entre cada par de variáveis pertencentes a um conjunto de dados. No caso de haver tal relação, o valor de ρ aponta sua magnitude, através da interpretação do valor obtido. O coeficiente de correlação pode assumir valores no intervalo entre -1 e 1 e quanto mais próximo dos extremos, maior é a força da relação linear, enquanto valores próximos a zero indicam a inexistência de uma relação linear entre as variáveis envolvidas. Se o coeficiente de correlação é significativo e positivo, uma variável tende a aumentar quando a outra aumenta. Por outro lado, se o coeficiente de correlação é significativo e negativo, uma variável tende a diminuir quando a outra variável aumenta. Os coeficientes de correlação calculados entre as variáveis, duas a duas, são apresentados através da Matriz de Correlação (Σ).

Neste trabalho, com o intuito de analisar a relação linear entre as notas da pré-avaliação e da pós-avaliação, os incrementos das notas e as faltas dos alunos durante o semestre, calculou-se os coeficientes de correlação entre todas as variáveis, duas a duas. Para isto, as seguintes variáveis foram consideradas:

- V1: Nota da pré-avaliação da Atividade 01;
- V2: Nota da pós-avaliação da Atividade 01;
- V3: Incremento da nota da Atividade 01;

- V4: Nota da pré-avaliação da Atividade 02;
- V5: Nota total da pós-avaliação da Atividade 02;
- V6: Incremento da nota total da Atividade 02;
- V7: Nota parcial da pós-avaliação da Atividade 02;
- V8: Incremento da nota parcial da Atividade 02;
- V9: Nota da pré-avaliação da Atividade 03;
- V10: Nota total da pós-avaliação da Atividade 03;
- V11: Incremento da nota total da Atividade 03;
- V12: Nota parcial da pós-avaliação da Atividade 03;
- V13: Incremento da nota parcial da Atividade 03;
- V14: Percentual de faltas durante o semestre.

Na Tabela 40 é apresentada a matriz de correlação, de dimensão 14 x 14. A primeira linha e a primeira coluna identificam as duas variáveis consideradas e, em cada célula, dois valores são apresentados. O valor superior em cada célula corresponde ao coeficiente de correlação $\hat{\rho}$ calculado a partir da amostra, enquanto o valor inferior, localizado abaixo de $\hat{\rho}$, representa o p-valor ajustado para o teste de hipótese $H_0 : \rho = 0$ versus $H_1 : \rho \neq 0$. Para controlar o Erro Tipo I decorrente dos testes múltiplos, foi utilizado o procedimento de Benjamini-Hochberg. Neste contexto, se p-valor ajustado $\leq 0,05$, deve-se rejeitar a hipótese nula e concluir que há uma relação linear entre as duas variáveis envolvidas. Por outro lado, se p-valor ajustado $> 0,05$, então não se deve rejeitar a hipótese nula, concluindo assim que não há uma relação linear entre as duas variáveis envolvidas.

A Figura 22 representa os resultados da matriz de correlação de forma mais visual. Nesta figura, apenas os valores significantes do coeficiente de correlação são apresentados, sendo desconsiderados (células em branco) os casos onde concluímos que não há uma relação linear entre as duas variáveis envolvidas (p-valor $> 0,05$ na Tabela 40). Nesta figura, o valor absoluto do coeficiente de correlação amostral é identificado tanto pelo tamanho do círculo como pela intensidade da cor. Quanto maior o tamanho do círculo, maior o valor absoluto da correlação amostral entre as variáveis. Além disso, quanto mais próximo do vermelho escuro, mais próxima a correlação amostral está do valor -1, representando uma forte relação linear negativa. Da mesma forma, quanto mais azul escuro, mais próxima a correlação está do valor +1, indicando uma forte relação linear positiva entre as variáveis.

A partir dos resultados obtidos, com relação à **Atividade 01**, é relevante observar que:

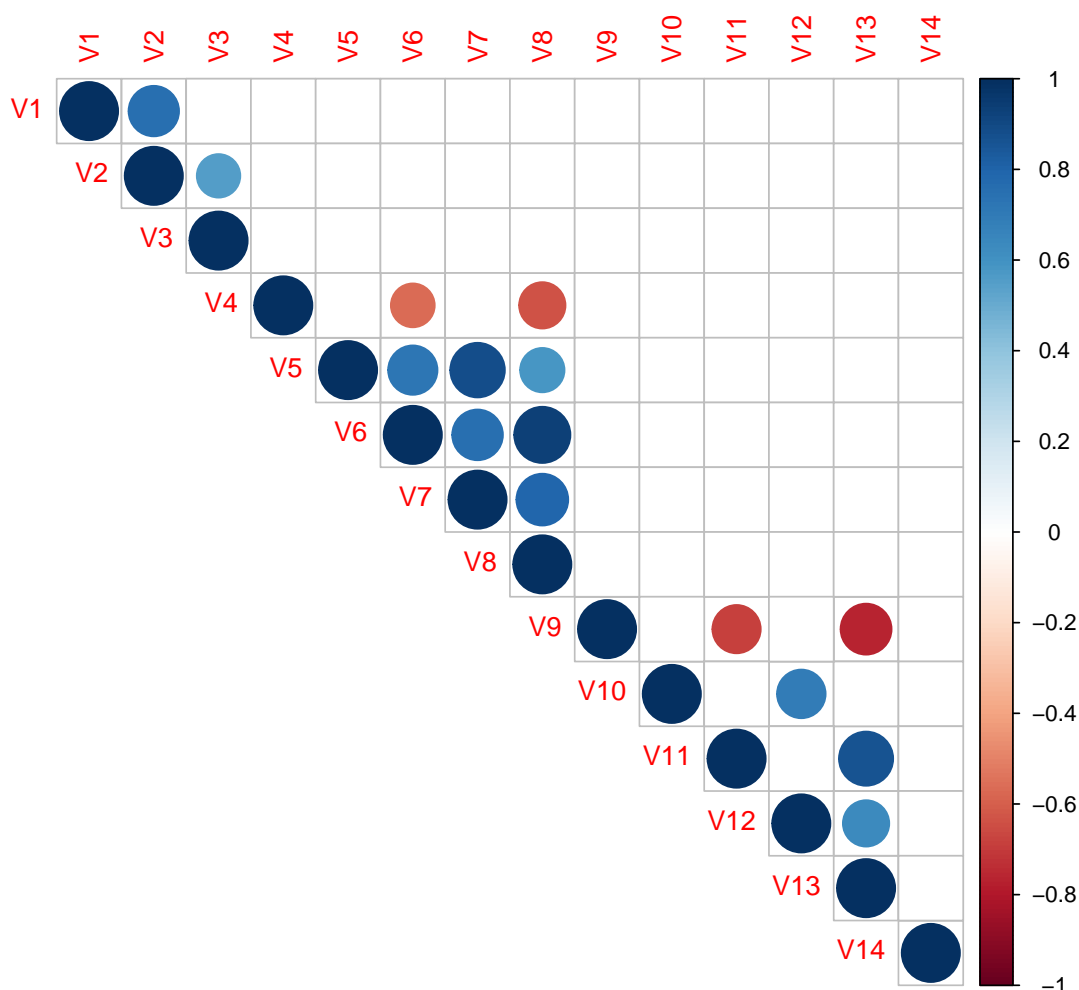
Tabela 40 – Coeficientes de correlação amostral e *p*-valores dos testes de hipóteses para o coeficiente de correlação populacional ($n = 22$).

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14
V1	1.00 NA	0.75 0.0007	-0.12 0.9456	0.39 0.2414	0.53 0.0581	0.17 0.9408	0.49 0.0892	0.14 0.9456	0.49 0.0892	0.54 0.0572	-0.04 0.9780	0.17 0.9327	-0.27 0.6766	0.07 0.9780
V2	0.75 0.0007	1.00 NA	0.56 0.0410	0.20 0.8391	0.52 0.0627	0.29 0.5847	0.44 0.1583	0.22 0.8005	0.42 0.1891	0.41 0.2099	-0.07 0.9780	0.15 0.9435	-0.23 0.7976	-0.21 0.8308
V3	-0.12 0.9456	0.56 0.0410	1.00 NA	-0.19 0.8873	0.12 0.9551	0.23 0.7976	0.05 0.9780	0.16 0.9435	0.02 0.9780	-0.06 0.9780	-0.06 0.9780	0.01 0.9780	-0.01 0.9780	-0.40 0.2159
V4	0.39 0.2414	0.20 0.8391	-0.19 0.8873	1.00 NA	0.16 0.9435	-0.57 0.0374	-0.04 0.9780	-0.64 0.0113	-0.02 0.9780	0.26 0.7132	0.22 0.8005	-0.02 0.9780	0.01 0.9780	0.33 0.4275
V5	0.53 0.0581	0.52 0.0627	0.12 0.9551	0.16 0.9435	1.00 NA	0.72 0.0018	0.88 0.0000	0.58 0.0311	0.13 0.9456	0.23 0.7976	0.06 0.9780	-0.08 0.9780	-0.15 0.9435	0.07 0.9780
V6	0.17 0.9408	0.29 0.5847	0.23 0.7976	-0.57 0.0374	0.72 0.0018	1.00 NA	0.76 0.0006	0.93 0.0000	0.13 0.9456	0.02 0.9780	-0.10 0.9771	-0.05 0.9780	-0.13 0.9456	-0.18 0.9324
V7	0.49 0.0892	0.44 0.1583	0.05 0.9780	-0.04 0.9780	0.88 0.0000	0.76 0.0006	1.00 NA	0.79 0.0002	0.02 0.9780	0.10 0.9771	0.06 0.9780	-0.04 0.9780	-0.04 0.9780	0.13 0.9456
V8	0.14 0.9456	0.22 0.8005	0.16 0.9435	-0.64 0.0113	0.58 0.0311	0.93 0.0000	0.79 0.0002	1.00 NA	0.03 0.9780	-0.08 0.9780	-0.09 0.9780	-0.02 0.9780	-0.04 0.9780	-0.10 0.9771
V9	0.49 0.0892	0.42 0.1891	0.02 0.9780	-0.02 0.9780	0.13 0.9456	0.13 0.9456	0.02 0.9780	0.03 0.9780	1.00 NA	0.29 0.5847	-0.69 0.0035	0.01 0.9780	-0.77 0.0005	0.09 0.9780
V10	0.54 0.0572	0.41 0.2099	-0.06 0.9780	0.26 0.7132	0.23 0.7976	0.02 0.9780	0.10 0.9771	-0.08 0.9780	0.29 0.5847	1.00 NA	0.49 0.0881	0.70 0.0030	0.22 0.7976	0.12 0.9456
V11	-0.04 0.9780	-0.07 0.9780	-0.06 0.9780	0.22 0.8005	0.06 0.9780	-0.10 0.9771	0.06 0.9780	-0.09 0.9780	-0.69 0.0035	0.49 0.0881	1.00 NA	0.52 0.0627	0.87 0.0000	0.01 0.9780
V12	0.17 0.9327	0.15 0.9435	0.01 0.9780	-0.02 0.9780	-0.08 0.9780	-0.05 0.9780	-0.04 0.9780	-0.02 0.9780	0.01 0.9780	0.70 0.0030	0.52 0.0627	1.00 NA	0.64 0.0113	-0.12 0.9456
V13	-0.27 0.6766	-0.23 0.7976	-0.01 0.9780	0.01 0.9780	-0.15 0.9435	-0.13 0.9456	-0.04 0.9780	-0.04 0.9780	-0.77 0.0005	0.22 0.7976	0.87 0.0000	0.64 0.0113	1.00 NA	-0.15 0.9456
V14	0.07 0.9780	-0.21 0.8308	-0.40 0.2159	0.33 0.4275	0.07 0.9780	-0.18 0.9324	0.13 0.9456	-0.10 0.9771	0.09 0.9780	0.12 0.9456	0.01 0.9780	-0.12 0.9456	-0.15 0.9456	1.00 NA

- As notas da pré-avaliação e da pós-avaliação da Atividade 01 apresentaram uma forte correlação linear positiva, indicando que o desempenho posterior dos participantes esteve associado ao desempenho inicial nessa atividade.
- A análise de correlação envolvendo as notas da pré-avaliação da Atividade 01 (V1) revelou coeficientes entre 0,49 e 0,54 com as variáveis V5 e V7 (nota total e parcial da pós-avaliação da Atividade 2), bem como com V9 e V10 (nota na pré-avaliação e nota total na pós-avaliação da Atividade 3). Os p-valores ajustados, após correção de Benjamini-Hochberg, foram inferiores a 0,10. Embora esses resultados não tenham atingido o nível de significância estatística convencional ($\alpha = 0,05$), eles sugerem uma tendência de associação positiva entre as variáveis, que pode não ter sido plenamente detectada devido ao limitado tamanho amostral deste trabalho.
- A correlação entre as notas da pós-avaliação da Atividade 01 (V2) e a variável V5 (nota total da pós avaliação na Atividade 2) resultou em um coeficiente de 0,52, com p-valor ajustado de 0,0627 (Benjamini-Hochberg). Assim como no caso anterior, embora o resultado não seja estatisticamente significativo, ele indica uma possível relação positiva, cuja ausência de significância pode estar relacionada a limitações no tamanho amostral e poder estatístico reduzido.

Como esperado, os resultados indicam que os alunos com maior domínio prévio dos

Figura 22 – Matriz de Correlação



conteúdos da Atividade 01 tendem a obter melhores desempenhos nas atividades subsequentes. As correlações observadas entre as notas da pré-avaliação da Atividade 01 e as avaliações posteriores, ainda que algumas não tenham atingido significância estatística, sugerem uma tendência consistente de associação positiva. Esses achados reforçam que o conhecimento dos pré-requisitos relacionados ao componente curricular é fundamental para o progresso dos estudantes ao longo das atividades.

Portanto, os resultados evidenciam a importância de retomar e consolidar habilidades essenciais previamente adquiridas, de modo a criar uma base sólida que favoreça o desenvolvimento de novas competências e o alcance dos objetivos de aprendizagem.

Já com relação à **Atividade 02**, nota-se que:

- Os resultados da Atividade 02 são fortemente relacionados entre si, não sendo possível observar qualquer relação linear com as demais atividades, além do que já foi discutido

anteriormente com relação à Atividade 01.

Com relação à **Atividade 03**, tem-se que:

- Os resultados da Atividade 03 são fortemente relacionados entre si e não foi possível identificar qualquer relação linear com as demais atividades, além da já discutida anteriormente com relação à Atividade 01.

Esses resultados sugerem, de maneira interessante, que as Atividades 02 e 03 não se influenciam mutuamente.

Por fim, relacionado ao **Percentual de Faltas**, observa-se que:

- O percentual de faltas durante o semestre, representado pela variável V14, não possui relação linear significativa com qualquer variável deste estudo.

De forma intrigante isso indica que, no contexto geral, não existe relação linear entre as faltas e o desempenho dos alunos nas Atividades 01, 02 e 03. Diante deste resultado, como a frequência do aluno não influenciou seu desempenho, o percentual de faltas ou a frequência do aluno não foram consideradas no decorrer das análises apresentadas nas seções anteriores.

CONCLUSÃO

A reforma do ensino médio no Brasil é um passo importante na busca por uma educação mais alinhada às necessidades da comunidade escolar. Contudo, sua reformulação foi idealizada e implementada, inicialmente, sem nenhum diálogo com a sociedade, tornando-se alvo de muitas críticas.

Além das dificuldades encontradas ao se alterar um modelo empregado a décadas, como adaptar os currículos, produzir material de apoio, qualificar os docentes, entre outras adequações necessárias que demandam tempo, as escolas e redes de ensino ainda precisaram buscar soluções para os prejuízos educacionais gerados pela pandemia do COVID-19, que antecedeu a implantação do Novo Ensino Médio.

Decorre que a ausência de uma orientação mais clara na legislação sobre o conteúdo dos itinerários formativos pode ter ocasionado, em razão da autonomia concedida às escolas e redes de ensino para a escolha dos itinerários ofertados, a criação de disciplinas optativas dispersas e desconectadas do conteúdo que os alunos deveriam estudar para concorrer a vestibulares e ENEM, intensificando desigualdades educacionais, justamente o oposto do que o projeto defende.

Outra dificuldade observada nesse novo modelo é a escolha do itinerário formativo pelo próprio estudante. Tendo em vista a complexidade inerente dessa tarefa, reforça-se a necessidade de orientação vocacional eficaz, seja para escolha do aprofundamento acadêmico ou de curso técnico profissional.

Em minha prática docente, com a aplicação do componente “Tendências e Decisões”, ficou evidente que alguns alunos não escolheram esse Aprofundamento Curricular como primeira opção ou escolheram imaginando que ele se desenvolveria de outra forma. Ainda assim, apesar das dificuldades encontradas que extrapolam a aprendizagem matemática, foi possível observar a progressão dos alunos participativos no desenvolvimento das atividades.

A partir dos resultados apresentados na análise quantitativa, podemos notar que houve uma melhora nos resultados da pós-avaliação da primeira atividade, em comparação à pré-avaliação. Mesmo não contemplando alguns pré-requisitos, o material de apoio MAPPA (Sao Paulo, 2023) propõe nesta atividade conteúdos já visitados pelos alunos ao longo de sua escolaridade, como espaço amostral e cálculo de probabilidades. Nota-se que, a princípio, os alunos que participaram desta pesquisa não dominavam as habilidades essenciais necessárias para o desenvolvimento da proposta, mas que a familiaridade e a retomada desses conteúdos promoveram melhores resultados. No entanto, as avaliações aplicadas também revelaram fragilidades em temas que não foram contemplados na proposta, como Diagrama de Venn, probabilidade complementar e probabilidade condicional.

A partir da segunda atividade, podemos observar que não foi possível resgatar a tempo os conhecimentos prévios necessários para o desenvolvimento das atividades propostas, apenas inserir novos conceitos, como distribuição Normal, retorno médio esperado, desvio padrão e coeficiente de variação.

Da mesma maneira, nota-se que o fato do estudante ter cursado o mesmo Aprofundamento Curricular no ano anterior, gostar da disciplina de Matemática e possuir conhecimento prévio de análise combinatória favoreceu mais os resultados da primeira atividade, enquanto o conteúdo era familiar para os alunos analisados. Apenas a intenção de realizar o ENEM naquele ano, ou seja, de ingressar no ensino superior e concorrer a bolsa de estudos, teve influência positiva nas três atividades.

Em geral, os resultados obtidos evidenciam a defasagem em habilidades essenciais que, conseqüentemente, comprometeram o progresso dos estudantes a partir da segunda atividade. Para a docente, tais conteúdos precisariam ser desenvolvidos de forma gradativa, para que os alunos os assimilassem de forma efetiva.

Idealmente, o material pedagógico deveria conter ferramentas que auxiliassem o professor a identificar os conhecimentos prévios dos alunos. Isso poderia incluir atividades diagnósticas incorporadas, exercícios que apontassem as lacunas de conhecimento, ou até mesmo sugestões para o professor observar e registrar o desempenho inicial dos estudantes.

Ademais, sobre a necessidade de um desenvolvimento gradativo, o material pedagógico deveria apresentar o conteúdo de forma sequencial, isto é, começar pelos conceitos básicos primeiro, para aos poucos, avançar para os mais complexos.

Como recomendação ao material de apoio MAPPA (Sao Paulo, 2023), no que se refere ao ensino de probabilidade e estatística para o Novo Ensino Médio, sugiro contemplar a retomada dos pré-requisitos e conteúdos em defasagem de forma contextualizada e priorizar o aprofundamento desses temas em detrimento da inclusão de novos conceitos complexos, a fim de que se alcance o nivelamento da aprendizagem. Outro ponto fundamental seria disponibilizar para os estudantes esse material de forma consumível, isto é, livros que ficam com os alunos

de forma definitiva, pois são usados para fazer anotações e resolver exercícios, facilitando o processo de ensino-aprendizagem.

Para [Ausubel \(2003\)](#), uma condição primordial para a aprendizagem significativa é que o material de aprendizagem seja potencialmente significativo. Neste contexto, um material pedagógico que falha ao diagnosticar as necessidades dos alunos, que é excessivamente complexo ou que não apresenta um caminho claro de aprendizado, se torna um obstáculo, mesmo diante do esforço do professor.

A fim de adicionar perspectivas, a pesquisa de [Silveira \(2021\)](#) oferece um panorama interessante sobre o tratamento do conteúdo de probabilidade nas coleções de Matemática do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) do ano de 2021 para o Novo Ensino Médio. Nossas pesquisas evidenciam a complexidade da adequação dos materiais didáticos ao Novo Ensino Médio, indicando a necessidade de modificações. Adicionalmente, o estudo de [Soares \(2024\)](#), ao abordar os impactos da implementação do Novo Ensino Médio na prática pedagógica dos professores de Matemática, complementa a compreensão dos desafios que essa reconfiguração educacional impôs aos docentes.

Diante disso, conclui-se que a reforma do ensino médio é válida, porém sua proposta original necessita de muitos ajustes em relação aos itinerários formativos, para que essa política educacional não reforce as desigualdades e assegure aos alunos uma educação de qualidade. Em última análise, uma proposta eficaz precisa estar alinhada à realidade da sala de aula, o que torna a perspectiva docente indispensável.

Para trabalhos futuros recomenda-se que a pesquisa seja realizada, se possível, com um número maior de alunos. Conforme já discutido durante a revisão bibliográfica e a apresentação dos resultados, uma amostra pequena resulta em um teste de hipótese com poder reduzido. Portanto, quando o tamanho da amostra é muito pequeno, pode ser inviável constatar diferenças reais no resultado entre os grupos. Desta forma, novos estudos, com uma maior quantidade de alunos em cada grupo, são necessários para validar ou refutar tais achados.

Aspira-se também que este trabalho encoraje outros educadores a compartilharem suas experiências, resultados e sugestões referente ao Novo Ensino Médio e ao ensino de probabilidade e estatística para estudantes do ensino médio.

REFERÊNCIAS

AKOBENG, A. K. Understanding type i and type ii errors, statistical power and sample size. *Acta Paediatrica*, Wiley Online Library, v. 105, n. 6, p. 605–609, 2016. Citado nas páginas 66 e 67.

ANDERSON, D. R.; SWEENEY, D. J.; WILLIAMS, T. A.; CAMM, J. D.; COCHRAN, J. J. *Statistics for business & economics*. [S.l.]: Cengage Learning, 2018. Citado nas páginas 60 e 65.

AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. [S.l.]: Lisboa, 2003. v. 1. Citado nas páginas 88 e 129.

BRASIL. *Constituição da República Federativa do Brasil*. Brasília, 1988. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm>. Citado nas páginas 27, 31 e 32.

_____. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**: Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 23 dez. 1996, 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Citado nas páginas 27 e 32.

_____. **Parecer nº 11, de 30 de junho de 2009**: Proposta de experiência curricular inovadora do ensino médio. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 25 ago. 2009, Seção 1, p. 11, 2009. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/escola-de-gestores-da-educacao-basica/323-secretarias-112877938/orgaos-vinculados-82187207/12752-cp-2009>>. Citado na página 34.

_____. **Caderno de Educação em Direitos Humanos**: Educação em direitos humanos: Diretrizes nacionais. Brasília: Coordenação Geral de Educação em SDH/PR, Direitos Humanos, Secretaria Nacional de Promoção e Defesa dos Direitos Humanos, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=32131-educacao-dh-diretrizesnacionais-pdf&Itemid=30192>. Citado na página 34.

_____. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**: Diretrizes curriculares nacionais para o ensino médio. Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13448-diretrizes-curriculares-nacionais-2013-pdf&Itemid=30192>. Citado na página 28.

_____. **Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014**: Aprova o plano nacional de educação – pne e dá outras providências. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 26 jun. 2014, 2014. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm>. Citado na página 33.

_____. **Base Nacional Comum Curricular**. Documento homologado pela Portaria nº 1.570, publicada no Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 20 dez. 2017, 2017. Disponível em: <<https://web.archive.org/web/20241207024500/http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>>. Citado nas páginas 31 e 33.

_____. **Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017**: Altera as leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e 11.494, de 20 de junho 2007, que regulamenta o fundo de manutenção e desenvolvimento da educação básica e de valorização dos profissionais da educação, a consolidação das leis do trabalho – clt, aprovada pelo decreto-lei nº 5.452, de 1º de maio de 1943, e o decreto-lei nº 236, de 28 de fevereiro de 1967; revoga a lei nº 11.161, de 5 de agosto de 2005; e institui a política de fomento à implementação de escolas de ensino médio em tempo integral. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 17 fev. 2017, 2017. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2017/Lei/L13415.htm>. Citado nas páginas 28, 35 e 36.

_____. **Base Nacional Comum Curricular – Etapa Ensino Médio**. 2018. Disponível em: <https://web.archive.org/web/20241126022229/http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf>. Acesso em: 26/11/2024. Citado nas páginas 28, 34 e 35.

_____. **Guia de implantação do Novo Ensino Médio**. 2021. Disponível em: <<https://anec.org.br/wp-content/uploads/2021/04/Guia-de-implantacao-do-Novo-Ensino-Medio.pdf>>. Acesso em: 12/10/2023. Citado na página 37.

_____. **Portaria nº 521, de 13 de Julho de 2021**: Institui o cronograma nacional de implementação do novo ensino médio. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 14 jul. 2021, Edição 131, Seção 1, p. 47, 2021. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-521-de-13-de-julho-de-2021-331876769>>. Citado na página 36.

_____. **Notas sobre o Brasil no Pisa 2022**. Brasília, DF, 2023. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2022/pisa_2022_brazil_prt.pdf>. Citado na página 29.

_____. **Portaria nº 399, de 08 de Março de 2023**: Institui a consulta pública para a avaliação e reestruturação da política nacional de ensino médio. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 09 mar. 2023, Edição 47, Seção 1, p. 16, 2023. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-399-de-8-de-marco-de-2023-468762771>>. Citado na página 37.

_____. **Portaria nº 627, de 04 de Abril de 2023**: Suspende os prazos em curso da portaria do ministério da educação nº 521, de 13 de julho de 2021, que instituiu o cronograma nacional de implementação do novo ensino médio. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 05 abr. 2023, Edição 66, Seção 1, p. 18, 2023. Disponível em: <<https://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-627-de-4-de-abril-de-2023-475187235>>. Citado na página 37.

_____. **Lei nº 14.945, de 31 de julho de 2024**: Altera a lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (lei de diretrizes e bases da educação nacional), a fim de definir diretrizes para o ensino médio, e as leis nºs 14.818, de 16 de janeiro de 2024, 12.711, de 29 de agosto de 2012, 11.096, de 13 de janeiro de 2005, e 14.640, de 31 de julho de 2023. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Poder Executivo, Brasília, DF, 31 jul. 2024, 2024. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2023-2026/2024/lei/L14945.htm>. Citado na página 37.

_____. **Relatório de Resultados do Saeb 2021**. Brasília, DF, 2024. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/2021/resultados/relatorio_de_resultados_do_saeb_2021_volume_1.pdf>. Citado nas páginas 79 e 80.

_____. **Resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) 2023**. Brasília, DF, 2024. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/ideb/apresentacao_ideb_2023.pdf>. Citado na página 29.

BROWN, J.; ISAACS, D. **O World Café: dando forma ao nosso futuro por meio de conversações significativas e estratégicas**. [S.l.]: Editora Cultrix, 2007. Citado na página 53.

CONOVER, W. J. **Practical nonparametric statistics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1999. Citado nas páginas 69, 70, 71, 72 e 73.

DEVORE, J. L. **Probabilidade e estatística para engenharia e ciências**. [S.l.]: Cengage Learning, 2018. Citado nas páginas 59, 62, 63, 64, 65, 70, 71 e 73.

GALVÃO, I. **Henri Wallon: Uma concepção dialética do desenvolvimento infantil**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1998. Citado na página 84.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. [S.l.]: Editora Atlas, 2002. Citado na página 51.

LARSON, R.; FARBER, B. **Estatística Aplicada [Elementary statistics]**. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2010. Citado nas páginas 60, 61, 63, 64, 70 e 71.

MINAYO, M. C. de S.; DESLANDES, S. F.; NETO, O. C.; GOMES, R. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. [S.l.]: Editora Vozes, 2002. Citado na página 51.

NEUHÄUSER, M. **Wilcoxon-Mann-Whitney Test**. [S.l.]: Springer, 2011. Citado na página 71.

NORTON, B. J.; STRUBE, M. J. Understanding statistical power. **Journal of Orthopaedic & Sports Physical Therapy**, JOSPT, Inc., v. 31, n. 6, p. 307–315, 2001. Citado nas páginas 66 e 67.

PIAGET, J. **Seis Estudos de Psicologia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1992. Citado na página 84.

Sao Paulo. **Resolução SE 6, de 28 de janeiro de 2005**: Estabelece diretrizes para a organização curricular do ensino médio, no período diurno, nas escolas estaduais. Sao Paulo, SP, 2005. Disponível em: <http://siau.edunet.sp.gov.br/ItemLise/arquivos/06_05.htm>. Citado na página 37.

_____. **Currículo Paulista - Etapa Ensino Médio**. 2020. Disponível em: <<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2020/08/CURR%C3%84DCULO%20PAULISTA%20etapa%20Ensino%20M%C3%A9dio.pdf>>. Acesso em: 12/10/2023. Citado na página 38.

_____. **Novotec Expresso**. 2020. Disponível em: <<https://web.archive.org/web/20230924071718/https://www.novotec.sp.gov.br/Modalidades#Expresso>>. Acesso em: 24/09/2023. Citado nas páginas 39 e 40.

_____. **Novotec Integrado**. 2020. Disponível em: <<https://web.archive.org/web/20230924071718/https://www.novotec.sp.gov.br/Modalidades#Integrado>>. Acesso em: 24/09/2023. Citado nas páginas 39 e 41.

_____. **Ementa Geral - Matemática Conectada**. 2021. Disponível em: <https://web.archive.org/web/20220819194415/https://novoensinomedio.educacao.sp.gov.br/assets/docs_ap/07_Area_de_Matematica_e_suas_Tecnologias.pdf>. Acesso em: 12/10/2023. Citado nas páginas 43 e 44.

_____. **Matriz Curricular do Novo Ensino Médio Paulista**. 2022. Disponível em: <https://web.archive.org/web/20221222175951/https://novoensinomedio.educacao.sp.gov.br/assets/docs_ni/Matrizes_Novo_Ensino_Medio.pdf>. Acesso em: 12/10/2023. Citado nas páginas 43 e 44.

_____. **Novo Ensino Médio da rede estadual Paulista**. 2022. Disponível em: <<https://web.archive.org/web/20230610070934/https://novoensinomedio.educacao.sp.gov.br/>>. Acesso em: 12/10/2023. Citado na página 39.

_____. **Material de Apoio ao Planejamento e Práticas do Aprofundamento (MAPPA)**. 2023. Disponível em: <<https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2023/01/MAPPA-UC3-MAT.pdf>>. Acesso em: 12/10/2023. Citado nas páginas 17, 41, 45, 47, 49, 52, 53, 54, 56, 58, 78, 79, 90, 107, 122 e 128.

SHESKIN, D. J. **Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures**. [S.l.]: Chapman and hall / CRC, 2003. Citado na página 73.

SILVEIRA, B. L. d. **Interpretações de Probabilidade contempladas nas Coleções de Matemática do PNL D - 2021 para o Novo Ensino Médio**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2021. Disponível em: <<https://sca.profmatsbm.org.br/profmatsbm.php?id1=6356&id2=171054180>>. Citado na página 129.

SOARES, P. R. P. **Implementação do Novo Ensino Médio: Perspectivas do Professor de Matemática**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade Estadual do Piauí, Teresina, 2024. Disponível em: <<https://sca.profmatsbm.org.br/profmatsbm.php?id1=7471&id2=171057978>>. Citado na página 129.

UNICAMP. **Matemática Multimídia. Vídeo: Brasil x Argentina – Análise de dados e probabilidade**. 2011. Disponível em: <<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1056>>. Acesso em: 07/01/2023. Citado na página 53.

APÊNDICE

A

AVALIAÇÕES

Figura 25 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 01, página 01.

Nome: _____ 3ºB Data: ___/___/___

Tendências e Decisões: Pós-Avaliação 1

- 1) Um saco contém 8 bolas idênticas, mas com cores diferentes: três bolas azuis, quatro vermelhas e uma amarela. Retira-se ao acaso uma bola. Qual a probabilidade de a bola retirada ser azul?

3/8 ou 0,375 ou 37,5%

- 2) Uma urna contém bolas coloridas. Retirando-se uma bola dessa urna, a probabilidade de se obter uma bola verde é 0,53. Portanto, qual é a probabilidade de se obter uma bola que não seja verde?

1 - 0,53 = 0,47

- 3) (ENEM/2011 adaptada) Rafael mora no centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das “ilhas de calor” da região, que deveriam ser inferiores a 30°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico.



Escolhendo aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas é:

- (A) 1/2
(B) 1/4
(C) 1/5
(D) 2/5
(E) 3/4

- 4) Uma moeda é lançada três vezes consecutivas. Considerando a letra K para “cara” e C para “coroa”, responda:

- i) Quantos elementos tem o espaço amostral?
ii) Qual o espaço amostral neste experimento?
iii) Qual a probabilidade de sair duas “caras” e uma “coroa”?

- (A) i) 2; ii) {C, K}; iii) 1/2
(B) i) 14; ii) {C, K, CC, CK, KC, KK, CCC, CCK, CKC, KCC, CKK, KCK, KKC, KKK}; iii) 1/14
(C) i) 8; ii) {CCC, CCK, CKC, KCC, CKK, KCK, KKC, KKK}; iii) 1/8
(D) i) 8; ii) {CCC, CCK, CKC, KCC, CKK, KCK, KKC, KKK}; iii) 3/8
(E) i) 14; ii) {C, K, CC, CK, KC, KK, CCC, CCK, CKC, KCC, CKK, KCK, KKC, KKK}; iii) 5/14

- 5) Em um prédio, o número de apartamentos habitados é o quádruplo do número de apartamentos desabitados. Escolhendo-se, aleatoriamente, um apartamento desse prédio, a probabilidade de que ele esteja desabitado é:

- (A) 20% (B) 25% (C) 30% (D) 40% (E) 80%

- 6) Em um jogo, dois dados comuns são lançados, e os resultados obtidos nestes dois lançamentos são somados. Antes do início do jogo, Davi apostou que a soma dos dois próximos lançamentos seria igual a 6 ou igual a 11. Qual é a probabilidade de o palpite dele ocorrer?

- (A) 2/9 (B) 4/21 (C) 1/18 (D) 1/9 (E) 7/36

Figura 27 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 02, página 01.

Nome: _____ 3ºB Data: ___/___/___

Tendências e Decisões: Pré-Avaliação 2

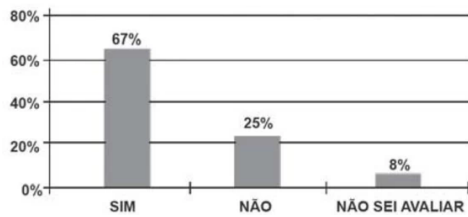
1) Um posto de combustível vende etanol e gasolina. A probabilidade de um automóvel ser abastecido nesse posto com etanol é de 0,4 e de ser abastecido com gasolina é de 0,6. Considere que uma pessoa abasteceu seu automóvel três vezes nesse posto, sem misturar os combustíveis em cada abastecimento, qual a probabilidade de:

- i) ter abastecido uma vez com etanol e as outras duas vezes com gasolina?
 - ii) ter abastecido todas as vezes com etanol?
- (A) i) 0,144; ii) 0,064
 (B) i) 0,432; ii) 0,192
 (C) i) 0,096; ii) 0,216
 (D) i) 0,144; ii) 0,216
(E) i) 0,432; ii) 0,064

2) Uma moeda é lançada duas vezes consecutivas. Qual a função probabilidade, ou seja, a distribuição de probabilidade para o número de “caras” que podem ocorrer?

- (A) (0, 1/2) e (1, 1/2)
(B) (0, 1/4), (1, 1/2) e (2, 1/4)
 (C) (0, 1/3), (1, 1/2) e (2, 1/3)
 (D) (0, 1/8), (1, 1/4) e (2, 1/8)
 (E) (0, 1/6), (1, 1/3) e (2, 1/6)

3) (ENEM/2011 adaptada) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “NÃO” à enquete?

- (A) Menos de 23.
 (B) Mais de 23 e menos de 30.
(C) Mais de 50 e menos de 75.
 (D) Mais de 100 e menos de 190.
 (E) Mais de 200.

4) (ENEM/2011) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009.

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

- (A) 14,6%
 (B) 18,2%
(C) 18,4%
 (D) 19,0%
 (E) 21,0%

5) (ENEM/2015) Em uma seletiva para final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raías, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é:

- (A) 20,70.
 (B) 20,77.
 (C) 20,80.
(D) 20,85.
 (E) 20,90.

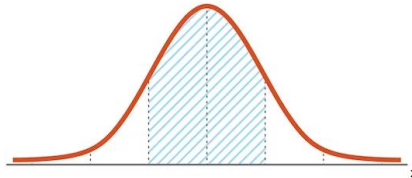
Figura 28 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 02, página 02.

6) Você já ouviu falar em “distribuição normal”?

() Sim

() Não

7) A partir dos conhecimentos sobre distribuição normal e da análise do exemplo de representação gráfica, assinale V (verdadeiro) ou F (falso) para cada afirmação e, em seguida, marque a alternativa que expressa a sequência correta.



I) A variável aleatória X não pode assumir todo e qualquer valor real;

II) A representação gráfica da distribuição normal é uma curva em forma de sino, simétrica em torno da média, que recebe o nome de curva normal ou de Gauss;

III) A área total limitada pela curva e pelo eixo das abcissas é sempre maior que 1;

IV) A curva normal se aproxima do eixo das abcissas até alcançá-lo;

V) Como a curva é simétrica em torno da média, a probabilidade de ocorrer valor maior que a média é igual à probabilidade de ocorrer valor menor que a média, isto é, ambas as probabilidades são iguais a 50%.

(A) F V F F V

(B) V F V F V

(C) F V V V F

(D) V V F V F

(E) F F V V V

Figura 29 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 02, página 01.

Nome: _____ 3ºB Data: ___/___/___

Tendências e Decisões: Pós-Avaliação 2

1) Um posto de combustível vende etanol e gasolina. A probabilidade de um automóvel ser abastecido nesse posto com etanol é de 0,3 e de ser abastecido com gasolina é de 0,7. Considere que uma pessoa abasteceu seu automóvel três vezes nesse posto, sem misturar os combustíveis em cada abastecimento, qual a probabilidade de:

i) ter abastecido uma vez com etanol e as outras duas vezes com gasolina?

ii) ter abastecido todas as vezes com etanol?

(A) i) 0,147; ii) 0,027

(B) i) 0,441; ii) 0,081

(C) i) 0,063; ii) 0,343

(D) i) 0,441; ii) 0,027

(E) i) 0,147; ii) 0,343

2) Uma moeda é lançada três vezes consecutivas. Qual a função probabilidade, ou seja, a distribuição de probabilidade para o número de “caras” que podem ocorrer?

(A) (0, 1/2) e (1, 1/2)

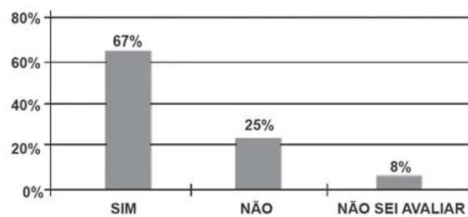
(B) (0, 1/4), (1, 1/2) e (2, 1/4)

(C) (0, 1/4), (1, 1/4), (2, 1/4) e (3, 1/4)

(D) (0, 1/3), (1, 1/6), (2, 1/6) e (3, 1/3)

(E) (0, 1/8), (1, 3/8), (2, 3/8) e (3, 1/8)

3) (ENEM/2011 adaptada) Uma enquete, realizada em março de 2010, perguntava aos internautas se eles acreditavam que as atividades humanas provocam o aquecimento global. Eram três as alternativas possíveis e 279 internautas responderam à enquete, como mostra o gráfico.



Analisando os dados do gráfico, quantos internautas responderam “SIM” à enquete?

(A) Mais de 200.

(B) Mais de 100 e menos de 190.

(C) Mais de 50 e menos de 75.

(D) Mais de 23 e menos de 30.

(E) Menos de 23.

4) (ENEM/2011 adaptada) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009.

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Sul?

(A) 11,5%

(B) 12,0%

(C) 13,2%

(D) 13,4%

(E) 15,6%

5) (ENEM/2015 adaptada) Em uma seletiva para final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raías, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,8	20,8	20,4	20,7	20,5	20,5	20,8	20,8

A mediana dos tempos apresentados no quadro é:

(A) 20,80

(B) 20,75

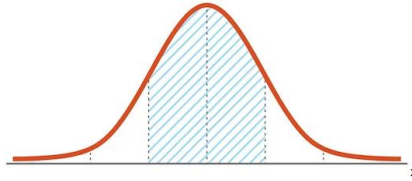
(C) 20,70

(D) 20,66

(E) 20,60

Figura 30 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 02, página 02.

6) A partir dos conhecimentos sobre distribuição normal e da análise do exemplo de representação gráfica, assinale V (verdadeiro) ou F (falso) para cada afirmação e, em seguida, marque a alternativa que expressa a sequência correta.



- I) A variável aleatória X pode assumir todo e qualquer valor real;
 II) A representação gráfica da distribuição normal é uma curva em forma de sino, simétrica em torno da média, que recebe o nome de curva normal ou de Gauss;
 III) A área total limitada pela curva e pelo eixo das abcissas é sempre maior que 1;
 IV) A curva normal se aproxima do eixo das abcissas até alcançá-lo;
 V) Como a curva é simétrica em torno da média, a probabilidade de ocorrer valor maior que a média é igual à probabilidade de ocorrer valor menor que a média, isto é, ambas as probabilidades são iguais a 50%.

- (A) V F F V F
 (B) F V V F V
 (C) **V V F F V**
 (D) F V F F V
 (E) V F V V F

7) Um conjunto de dados possui distribuição normal com média 100 e desvio padrão 10. A área correspondente ao intervalo de 80 a 120 é igual a:

- (A) 25,80%
 (B) 40,32%
 (C) 49,87%
 (D) 68,26%
 (E) **95,44%**

8) Sabe-se que o salário dos funcionários de uma grande indústria segue uma distribuição Normal com média de R\$ 5.000,00 e um desvio padrão de R\$ 800,00. Ao selecionar aleatoriamente um funcionário desta indústria, qual é a probabilidade de que seu salário seja maior que R\$ 5.840,00?

- (A) **14,69%**
 (B) 35,31%
 (C) 85,31%
 (D) 6,68%
 (E) 10,5%

9) O tempo de duração de uma bateria de um laptop é distribuído de acordo com uma Normal, com média de 260 minutos e desvio padrão de 50 minutos. Qual é a probabilidade de a bateria durar mais que 200 minutos?

- (A) 11,51%
 (B) 34,61%
 (C) 38,49%
 (D) **88,49%**
 (E) 97,72%

Figura 31 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 01.

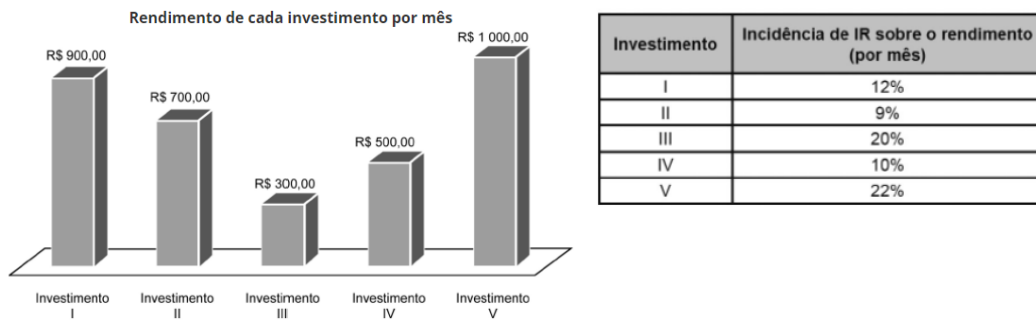
Nome: _____ 3ºB Data: ___/___/___

Tendências e Decisões: Pré-Avaliação 3

1) (ENEM/2018 adaptada) Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 6,0 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 4,5, 6,0 e 5,0, respectivamente. O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é:

- (A) 6,5
- (B) 7,0
- (C) 7,5**
- (D) 8,0
- (E) 8,5

2) (ENEM/2020 digital) Um investidor pretende aplicar R\$ 100 000,00 no mercado financeiro. Para isso pesquisou cinco investimentos distintos, aferindo os rendimentos mensais, em real, de cada um deles. Para decidir em qual aplicar seu dinheiro, considerou também a incidência mensal de Imposto de Renda (IR) sobre o respectivo rendimento. Avaliou que o maior retorno financeiro virá da aplicação em um único investimento: aquele em que a diferença entre o rendimento mensal e o imposto que incidir sobre ele seja a maior possível. Os dados levantados pelo investidor sobre rendimento bruto encontram-se na figura abaixo à esquerda, enquanto o imposto a ser pago encontra-se na tabela abaixo à direita.



O investidor decidiu fazer a aplicação no investimento:

- (A) I**
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) V

3) (ENEM/2011) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 500,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- (A) A poupança, pois totalizará um montante de R\$ 502,80.
- (B) A poupança, pois totalizará um montante de R\$ 500,56.
- (C) O CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,38.
- (D) O CDB, pois totalizará um montante de R\$ 504,21.**
- (E) O CDB, pois totalizará um montante de R\$ 500,87.

Figura 32 – Pré-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 02.

4) (ENEM/2010 adaptada) Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, além da média, da mediana e do desvio padrão das notas obtidas de cada candidato.

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

Note que ambos os candidatos apresentaram média de 15 pontos. Tanto Marco como Paulo foram classificados pois suas médias foram superior a 14. Adotando o critério de desempate apresentado no enunciado, indique qual dos candidatos se classificou em primeiro lugar e o motivo desta escolha.

- (A) Marco, pois a média e a mediana das notas obtidas por ele são iguais. Já Paulo apresenta valores de média e medianas diferentes.
- (B) Marco, pois obteve menor desvio padrão comparado a Paulo.**
- (C) Paulo, pois foi o candidato que obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português.
- (D) Paulo, pois obteve maior mediana comparado a Marco.
- (E) Paulo, pois obteve maior desvio padrão comparado a Marco.

Figura 33 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 01.

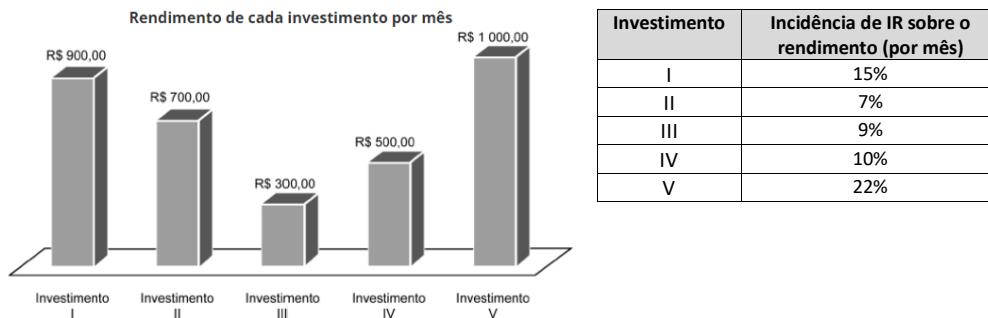
Nome: _____ 3ºB Data: ___/___/___

Tendências e Decisões: Pós-Avaliação 3

1) (ENEM/2018 adaptada) Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 40% e 30%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 6,0 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 4,5, 7,0 e 5,0, respectivamente. O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é:

- (A) 6,5
- (B) 7,0
- (C) 7,5
- (D) 8,0**
- (E) 8,5

2) (ENEM/2020 adaptada) Um investidor pretende aplicar R\$ 100 000,00 no mercado financeiro. Para isso pesquisou cinco investimentos distintos, aferindo os rendimentos mensais, em real, de cada um deles. Para decidir em qual aplicar seu dinheiro, considerou também a incidência mensal de Imposto de Renda (IR) sobre o respectivo rendimento. Avaliou que o maior retorno financeiro virá da aplicação em um único investimento: aquele em que a diferença entre o rendimento mensal e o imposto que incidir sobre ele seja a maior possível. Os dados levantados pelo investidor sobre rendimento bruto encontram-se na figura abaixo à esquerda, enquanto o imposto a ser pago encontra-se na tabela abaixo à direita.



O investidor decidiu fazer a aplicação no investimento:

- (A) I
- (B) II
- (C) III
- (D) IV
- (E) V**

3) (ENEM/2011 adaptada) Um jovem investidor precisa escolher qual investimento lhe trará maior retorno financeiro em uma aplicação de R\$ 1000,00. Para isso, pesquisa o rendimento e o imposto a ser pago em dois investimentos: poupança e CDB (certificado de depósito bancário). As informações obtidas estão resumidas no quadro:

	Rendimento mensal (%)	IR (imposto de renda)
POUPANÇA	0,560	ISENTO
CDB	0,876	4% (sobre o ganho)

Para o jovem investidor, ao final de um mês, a aplicação mais vantajosa é:

- (A) O CDB, pois totalizará um montante de R\$ 1008,76.
- (B) A poupança, pois totalizará um montante de R\$ 1005,60.
- (C) O CDB, pois totalizará um montante de R\$ 1008,41.**
- (D) A poupança, pois totalizará um montante de R\$ 1000,56.
- (E) O CDB, pois totalizará um montante de R\$ 1000,87.

Figura 34 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 02.

4) (ENEM/2010 adaptada) Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 7. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, além da média, da mediana e do desvio padrão das notas obtidas de cada candidato.

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marina	7	8	9	8	8	0,82
Pedro	5	10	9	8	9	2,16

Note que ambos os candidatos apresentaram média de 8 pontos. Tanto Marina como Pedro foram classificados pois suas médias foram superiores a 7. Adotando o critério de desempate apresentado no enunciado, indique qual dos candidatos se classificou em primeiro lugar e o motivo desta escolha.

- (A) Marina, pois a média e a mediana das notas obtidas por ela são iguais. Já Pedro apresenta valores de média e medianas diferentes.
(B) Marina, pois obteve menor desvio padrão comparado a Pedro.
 (C) Pedro, pois foi o candidato que obteve a maior pontuação da tabela, 10 em Português.
 (D) Pedro, pois obteve maior mediana comparado a Marina.
 (E) Pedro, pois obteve maior desvio padrão comparado a Marina.

5) Suponha que você possui R\$ 1000,00 para investir por um ano. O gerente de seu banco lhe apresentou dois investimentos para que você escolha um deles (A ou B) para aplicar seu dinheiro. No quadro a seguir são apresentados a média esperada e o desvio-padrão esperado de cada um dos investimentos para o próximo ano.

	Investimento A	Investimento B
Média esperada de rendimento para o próximo ano	361,00	361,00
Desvio padrão esperado do rendimento para o próximo ano	38,76	25,45

Diante dessas informações, qual seria sua escolha?

- (A) Tanto faz, não há um investimento melhor que outro, pois as médias esperadas dos dois investimentos para o próximo ano são iguais e o desvio padrão não traz nenhuma informação importante.
 (B) Os dois investimentos são interessantes, pois os riscos de ganhar ou perder são os mesmos.
 (C) O investimento A é a melhor opção de investimento, pois como o desvio padrão é maior, o retorno financeiro também é maior.
 (D) O investimento A é a melhor opção de investimento, pois como o desvio padrão é maior, apresenta menos risco em relação ao investimento B.
(E) O investimento B é a melhor opção de investimento, pois como desvio padrão é menor, apresenta menos risco em relação ao investimento A.

6) Um investidor decidiu aplicar seus recursos financeiros em ações. Após um estudo, analisando o retorno esperado, ficou em dúvida entre 5 ativos. Analisando o retorno médio esperado e o desvio padrão conforme a tabela, qual ativo apresenta menos risco para esse investidor?

Ativo	I	II	III	IV	V
Retorno médio esperado	250	200	250	300	150
Desvio Padrão	15	30	40	24	18

- (A) I
 (B) II
 (C) III
 (D) IV
 (E) V

Figura 35 – Pós-avaliação aplicada aos alunos referente à Atividade 03, página 03.

7) Um investidor perdeu parte dos cálculos que fez sobre o retorno médio esperado, o desvio padrão e o coeficiente de variação (CV) de 3 ativos de interesse. Ajude o investidor e calcule os valores que estão faltando.

Ativo	I	II	III
Retorno médio esperado	250	300	Z
Desvio Padrão	X	18	32
CV	8%	Y	10%

Assinale a alternativa com os valores que completam corretamente as lacunas acima:

- (A) X=20; Y=16%; Z=320
- (B) X=40; Y=6%; Z=230
- (C) X=60; Y=20%; Z=340
- (D) X=20; Y=6%; Z=320**
- (E) X=40; Y=16%; Z=230

APÊNDICE

B

QUESTIONÁRIO

Figura 36 – Questionário aplicado aos alunos.

Nome do aluno: _____ 3ºB Data: ___/___/___

Idade: _____ anos

Sexo: () Feminino () Masculino

Nacionalidade: () Brasileira () Outra: _____

Tendências e Decisões: Questionário

- 1) Você cursou esse mesmo Aprofundamento Curricular: *Matemática Conectada* durante a 2ª série do Ensino Médio?
 () Sim.
 () Não.

- 2) Assinale abaixo o quanto você gosta da disciplina de Matemática. Você deve assinalar 1 caso deteste a disciplina e assinalar 5 caso adore a disciplina:

	Detesto	Não gosto	Neutro	Gosto	Adoro
Você gosta de Matemática?	①	②	③	④	⑤

- 3) Você se recorda de ter estudado Análise Combinatória (Permutação, Combinação e Arranjo)?
 () Sim, lembro dos conceitos e fórmulas aprendidos.
 () Sim, mas não lembro mais.
 () Nunca estudei.
- 4) Você pretende fazer o ENEM este ano?
 () Sim
 () Não
 () Ainda não decidi.

