

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

LEONARDO COSTA DE BORBA

**PROPOSTA DE EBOOK DINÂMICO E INTERATIVO PARA O ENSINO DE FUNÇÃO
QUADRÁTICA**

CURITIBA

2025

LEONARDO COSTA DE BORBA

**PROPOSTA DE EBOOK DINÂMICO E INTERATIVO PARA O ENSINO DE FUNÇÃO
QUADRÁTICA**

Proposal for a Dynamic and Interactive Ebook for Teaching Quadratic Function.

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática, Área de Concentração: Matemática na Educação Básica, no Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR.

Linha de pesquisa: Matemática na Educação Básica e suas Tecnologias.

Orientador: Prof. Dr. Márcio Rostirolla Adames.

CURITIBA

2025



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho licenciado para fins não comerciais, desde que atribuam ao autor o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Curitiba



LEONARDO COSTA DE BORBA

PROPOSTA DE EBOOK DINÂMICO E INTERATIVO PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática Na Educação Básica.

Data de aprovação: 06 de Fevereiro de 2025

Dr. Marcio Rostirolla Adames, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Andres David Baez Sanchez, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Jaqueline Godoy Mesquita, Doutorado - Universidade de Brasília (Unb)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 07/02/2025.

Dedico este trabalho aos meus pais, que sempre me trataram com respeito, dedicação e amorosidade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me conceder a vida.

Aos meus pais por todo o apoio independente das escolhas que faço.

Aos meus irmãos e parceiras de vida, que em momentos difíceis ajudaram com escuta, distração e apoio.

Aos meus amigos da Turma da Gafeira, que sempre me permitiram não ceder à loucura, desespero e tristeza, me dando apoio, distração e energia para seguir com perseverança e disciplina.

Aos meus colegas de mestrado pelas horas de estudo e cafés no RU da universidade, que aliviaram dias complicados.

À Vitória Bassi, minha terapeuta, fundamental neste processo. Agradeço por ser meu apoio e ajudar a continuar neste caminho com a saúde mental em dia.

À minha cunhada, Arielle, que foi fundamental no suporte técnico computacional e sem ela, este trabalho não teria sido produzido a tempo.

Aos meus amigos Rafael e Élcio, que me ajudaram em suportes de hardware, software e programações, facilitando as dificuldades exigidas durante a dissertação.

À Jeniffer Albuquerque, pelas conversas acolhedoras, cafés e aulas particulares de inglês, fundamental neste processo.

À Carol, pela paciência e carinho de sempre.

Ao meu orientador, Prof^o Dr. Márcio Rostirolla Adames, a quem admiro e tenho a felicidade de ser orientado.

À Sociedade Brasileira de Matemática que, na busca da melhoria do ensino de matemática na Educação Básica, viabilizou a implementação do PROFMAT.

À CAPES, pela recomendação do PROFMAT por meio do parecer do Conselho Técnico Científico da Educação Superior.

À Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação do Campus Curitiba da UTFPR, pela concessão de bolsa de estudos, conforme Edital 01/2023, pelo período de seis meses.

Viver é desenhar sem borracha

Millôr Fernandes (1923 - 2012): desenhista, humorista, dramaturgo, escritor, poeta, tradutor e jornalista brasileiro.

RESUMO

BORBA, Leonardo Costa. **Proposta de ebook dinâmico e interativo para o ensino de função quadrática**. 86 f. Dissertação - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2025.

Este trabalho desenvolve uma proposta de ebook interativo e dinâmico para o ensino de função quadrática para o ensino médio. A proposta é baseada nos princípios do uso de tecnologia, da interatividade, da análise dos desempenhos dos estudantes em testes de larga escala e recomendações baseadas nesses testes. O trabalho discorre sobre a forma como o ebook foi construído e a partir de que metodologias foi idealizado e estruturado. Como ferramenta para produção do material didático interativo, utilizamos uma linguagem de marcação chamada PreTeXt, que tem os recursos necessários para produzir materiais interativos, integrando ferramentas como o Desmos e o GeoGebra. Para o desenvolvimento metodológico, levamos em conta os erros e acertos dos estudantes na Prova Paraná, recomendações baseadas nos resultados do PISA, e documentos oficiais como a BNCC e Matrizes de Referência do SAEB, e fomos inspirados nas Metodologias Ativas e direcionados pela Taxonomia de Bloom. Com este trabalho apresentamos uma proposta de ensino para os estudantes de uma geração nascida com a tecnologia, que não parece ter muito interesse em livros físicos e que está acostumada a interagir com o conteúdo informativo disponível na internet. O material proposto está disponível em: <https://leonardocosbor.github.io/Fun-o-Quadr-tica/minimal-2.html> (clique aqui).

Palavras-chave: Metodologias Ativas; PISA; Taxonomia de Bloom; Prova Paraná; PreTeXt.

ABSTRACT

BORBA, Leonardo Costa de. **Proposal of a dynamic and interactive ebook for teaching the quadratic function.**. 86 pg. Dissertation - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2025.

This work develops a proposal for an interactive and dynamic ebook for teaching quadratic functions in high school. The proposal is based on the principles of the use of technology, interactivity, analysis of student performance in large-scale tests and recommendations based on these tests. The work discusses how the ebook was constructed and based on what methodologies it was designed and structured. As a tool for producing interactive teaching material, we use a markup language called PreTeXt, which has the necessary resources to produce interactive materials, integrating tools such as Desmos and GeoGebra. For methodological development, we took into account students' mistakes and successes in the Paraná Test, recommendations based on PISA results, and official documents such as the BNCC and SAEB Reference Matrices, and we were inspired by Active Methodologies and guided by Bloom's Taxonomy . With this work we present a teaching proposal for students from a generation born with technology, who do not seem to have much interest in physical books and who are used to interacting with informational content available on the internet. The proposed material is available at: <https://leonardocosbor.github.io/Fun-o-Quadr-tica/minimal-2.html> (click here).

Keywords: Active Methodologies; PISA; Bloom's Taxonomy; Paraná Test; PreTeXt.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Resultado da votação dos alunos por atividade. Atividades com barras da mesma cor não apresentaram diferença estatística. A linha pontilhada indica a nota média das atividades, metodologias e recursos.	14
Figura 2.1 – BNCC - Base Nacional Comum Curricular	18
Figura 2.2 – Capa do livro "10 Questões para Professores de Matemática...e como o PISA Pode Ajudar a Respondê-las"	22
Figura 2.3 – Como os professores ensinam e como os estudantes aprendem	36
Figura 2.4 – Estratégias de ativação cognitiva e o desempenho dos alunos em matemática, pelo perfil socioeconômico das escolas	37
Figura 2.5 – Satisfação do professor com seu emprego e estudantes com problemas de comportamento	38
Figura 2.6 – Estratégias de memorização e dificuldade do item	39
Figura 2.7 – Estratégias de controle e dificuldade do item	40
Figura 2.8 – Estratégias de elaboração e dificuldade do item	41
Figura 2.9 – Relação entre a exposição dos estudantes à matemática pura e aplicada, por país	42
Figura 2.10–Ansiedade matemática e a divergência entre o que é ensinado e o que é cobrado	43
Figura 2.11–Relação entre a exposição a tarefas de matemática na sala de aula e o auto-conceito dos estudantes	44
Figura 2.12–Descrevendo a dificuldade dos itens de matemática do PISA	45
Figura 2.13–Prova Paraná Avaliação Diagnóstica	48
Figura 2.14–Caderno da Prova Paraná 2019, 3ªed.	51
Figura 2.15–Caderno da Prova Paraná 2020, 1ªed.	52
Figura 2.16–Taxonomia de Bloom	59
Figura 2.17–Níveis Hierárquicos do Domínio Cognitivo	60
Figura 3.1 – PreTeXt	62
Figura 3.2 – PreTeXt no Visual Studio Code	62
Figura 3.3 – Recorte da tela do VS Code na elaboração da seção 1.1 do ebook	63
Figura 3.4 – Recoste da página do ebook, seção 1.1	64
Figura 3.5 – Uso da tag <solution> no VS Code	65
Figura 3.6 – Vista do computador, celular ou tablet da tag <solution> fechada	65
Figura 3.7 – Vista do computador, celular ou tablet do botão solução aberta	66
Figura 3.8 – A tag <interactive> no VS Code	67
Figura 3.9 – Visão da tela do computador da tag <interactive>	67
Figura 3.10–Ebook - Capítulo 1	68
Figura 3.11–Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.1	69
Figura 3.12–Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.2	69

Figura 3.13–Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.3	70
Figura 3.14–Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.4	70
Figura 3.15–Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.5	71
Figura 3.16–Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.6	71
Figura 3.17–Ebook - Capítulo 2	72
Figura 3.18–Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 2.8	73
Figura 3.19–Ebook - Capítulo 3	74
Figura 3.20–Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 3.8	74
Figura 3.21–Atividade do ebook sobre Função Quadrática na Forma Canônica do Tipo $y = ax^2$	76
Figura 3.22–Atividade do ebook sobre Função Quadrática na Forma Canônica do Tipo $y = ax^2 + k$	76
Figura 3.23–Atividade do ebook sobre Função Quadrática na Forma Canônica do Tipo $y = a(x - m)^2$	77
Figura 3.24–Atividade do ebook sobre Função Quadrática na Forma Canônica do Tipo $y = a(x - m)^2 + k$	78
Figura 3.25–Vértice da parábola	79
Figura 3.26–Imagem da Função Quadrática	79
Figura 3.27–Foco da parábola e fogão solar	80
Figura 3.28–Cálculo do Zero da Função Quadrática na Forma Canônica	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BASIC	<i>Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code</i>
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
PROFMAT	Programa Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
STEAM	<i>Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics</i>
TCT	Temas Contemporâneos Transversais
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PISA	<i>Programme for International Student Assessment</i>
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MEC	pelo Ministério da Educação
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
COVID	<i>Corona Virus Disease</i>
ABP	Aprendizagem Baseada em Projetos
SAI	Sala de Aula Invertida
TDIC	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
PBL	<i>Problem Based Learning</i>
XML	<i>Extensible Markup Language</i>
SEED	Secretaria da Educação e do Esporte do Paraná

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Justificativa para a escolha do tema	13
1.2	Relevância à educação básica	14
1.3	Impactos nas práticas em sala de aula	15
1.4	Revisão da bibliografia	15
1.5	Objetivos	16
1.5.1	Objetivo geral	16
1.5.2	Objetivos específicos	16
1.6	Procedimentos metodológicos	17
2	EMBASAMENTO TEÓRICO	18
2.1	Base Nacional Curricular Comum - BNCC	18
2.2	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - PISA	21
2.3	Prova Paraná Avaliação Diagnóstica	48
2.4	Metodologias Ativas	54
2.5	Taxonomia de Bloom	58
3	DESENVOLVIMENTO DO MATERIAL DIDÁTICO	61
3.1	Descrição do material didático	61
3.2	Capítulos e seções do material didático	68
3.3	Função Quadrática na Forma Canônica	75
4	CONCLUSÃO	82
	REFERÊNCIAS	84

1 INTRODUÇÃO

Nesse trabalho é elaborada uma proposta de material para o ensino da função quadrática. Do ponto de vista técnico, o material proposto é elaborado através da linguagem de marcação PreTeXt (pretextbook.org), que permite a elaboração de ebooks interativos com a possibilidade de integrar vídeos, recursos do desmos (www.desmos.com) e do GeoGebra (www.GeoGebra.org), entre outros. Do ponto de vista metodológico, o trabalho busca aplicar conceitos de metodologias como a Educação Matemática Realística, a Taxonomia de Bloom e a *gamificação* do conteúdo. Além disso, a proposta busca contemplar indicações de exames de larga escala (como o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) e a Prova Paraná Avaliação Diagnóstica) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

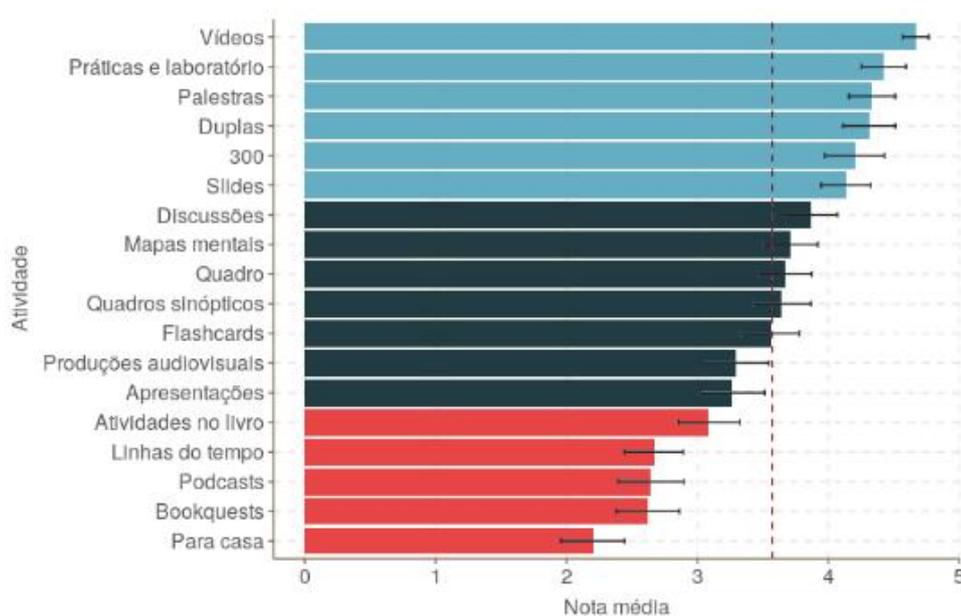
Quando se trata do ensino de funções quadráticas, entre outros conteúdos do componente curricular, algumas estratégias são necessárias para aumentar o rendimento dos alunos nas avaliações e na aprendizagem dos conteúdos. As diversas metodologias e indicações serão discutidas brevemente neste trabalho, analisando dados de pesquisas estatísticas, provas diagnósticas, documentos oficiais, artigos científicos, metodologias diferenciadas e avaliações institucionais. Ao discutirmos as diversas fontes, buscamos entender suas implicações na elaboração de um material didático.

1.1 JUSTIFICATIVA PARA A ESCOLHA DO TEMA

Trazer uma proposta de ebook dinâmico e interativo surgiu na observação de que nossos estudantes tem uma preferência por uma educação cujos recursos educacionais estão direcionados às metodologias ativas, que se mostram mais engajadoras em nossa experiência didática. As aulas expositivas parecem estar em descompasso com os modos de aprendizagem dos estudantes, uma vez que observamos os mesmos buscando conceitos e definições em sites da internet e videoaulas de professores em canais do youtube, instagram e tik-tok.

A Figura 1.1 mostra um gráfico presente no artigo de Rodrigues (2022, p. 22) que trata do ranking de preferência dos alunos quando o assunto é metodologia de ensino.

Figura 1.1 – Resultado da votação dos alunos por atividade. Atividades com barras da mesma cor não apresentaram diferença estatística. A linha pontilhada indica a nota média das atividades, metodologias e recursos.



Fonte: Rodrigues (2022).

A grande aceitação por vídeos e animações em sala de aula reforça a importância do uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) no processo de ensino- aprendizagem. As animações utilizadas em sala de aula, todas disponíveis na plataforma YouTube, despertam a atenção, emoção e curiosidade nos alunos (Rodrigues, 2022, p.22).

É necessário acessar e buscar ferramentas que tentem acompanhar a aprendizagem de uma geração de estudantes com as metodologias ativas (gamificações e sala de aula invertida) e a linguagem de programação. Neste ponto, o PreTeXt é uma inovação tanto na forma de apresentar o conteúdo de funções quadráticas quanto na forma do estudante interagir com o mesmo, contando com tags da programação que facilitam o entendimento do estudante principalmente quando a prática da matemática se dá através do conteúdo de funções.

1.2 RELEVÂNCIA À EDUCAÇÃO BÁSICA

Uma das tendências mais abordadas nos círculos de debates e estudos sobre a educação de jovens e adultos no mundo todo são as recomposições de aprendizagens e metodologias ativas, segundo a professora Aline Soares em matéria para a Revista Nova Escola feita pela jornalista Dimitria Coutinho:

(...)os docentes ainda precisam se apropriar de forma mais robusta desses métodos, que podem ajudar bastante na recomposição das aprendizagens, já que partem do princípio de focar em cada aluno, contemplando a diversidade de aprendizagens que há dentro das salas de aula. As metodologias ativas colocam o estudante no centro do processo. Então, se o professor usar dessas estratégias,

eu acredito que a gente consiga recuperar muito mais esse processo que foi perdido nesses dois anos de pandemia (Coutinho, 2023, n.p).

Declarações como essa nos motivam a trazer uma proposta educacional em forma de ferramenta dinâmica e interativa para que o aluno da escola privada ou pública possa optar por uma informação de fácil acesso, informatizada, de qualidade e cuja abordagem diferencia das tradicionais encontradas em sites da internet e livros didáticos.

1.3 IMPACTOS NAS PRÁTICAS EM SALA DE AULA

Um ebook interativo traria mais dinamicidade no processo ensino aprendizagem porque seu uso estaria disponível para qualquer tablet, notebook, celular smartphone e outro dispositivo que possa acessar a internet numa velocidade mais apropriada aos hábitos desta geração, que precisa de informações em tempo real e que já nasce dentro da tecnologia. Diariamente vemos em sala de aula professores usando metodologias que utilizam plataformas gamificadas, ensino híbrido e estratégias inovadoras com o uso da tecnologia, chamadas metodologias ativas.

Na nova BNCC, as trilhas de aprofundamento na aprendizagem trazem disciplinas como Recursos Computacionais, Projeto de Vida, Educação Financeira, Programação e Robótica, todos exigindo o uso não só dessas plataformas mas também de programas próprios para a realização de atividades direcionadas às disciplinas técnicas e formativas. Assim, como todo recurso didático, seja ele direcionado para o autodidatismo ou não, deve ser usado visando sua eficiência e dinamismo, na busca pelo aprendizado, seja ele personalizado ou generalizado. Em relação a disponibilidade de internet, segundo a Lei 14.172/2021 que diz,

Art. 1º Esta Lei dispõe sobre a assistência da União aos Estados e ao Distrito Federal para a garantia de acesso à internet, com fins educacionais, aos estabelecimentos de ensino, aos alunos e aos professores da educação básica pública, nos termos do inciso III do caput do art. 9º da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional) (Presidência da República, 2021, n.p).

Assim, como o acesso à internet é obrigatório nas escolas públicas exigindo que se apliquem novas disciplinas além daquelas que já exigem qualidade de infraestrutura, fica evidente que todas as decisões tomadas pelo estado brasileiro interferem na forma como os agentes educacionais precisarão trabalhar para garantir planejamento, diversificação, interatividade, acessibilidade, inclusão e avaliação de qualidade. Desta maneira, o alcance do material didático aos objetivos da aula, do professor, dos documentos oficiais e institucionais seriam um ótima opção de ferramenta para o professor e o estudante.

1.4 REVISÃO DA BIBLIOGRAFIA

Uma parte deste trabalho será uma análise bibliográfica do livro "As Questões do Professor de Matemática...e como o PISA pode Ajudar a Respondê-las"(INEP, 2018, n.p), publicado

pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). O livro é um guia para professores sobre ensino e aprendizado de Matemática. O Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA) já avalia a capacidade dos alunos de aplicar conhecimentos e habilidades em situações reais, além de resolver problemas e pensar de forma crítica e criativa. Sempre trazendo temas contextualizados, a avaliação trata os conceitos matemáticos de forma aplicada, obrigando os estudantes a enxergarem a aplicabilidade dos conceitos matemáticos como forma de resolver problemas e diversas situações cotidianas.

Outro documento importante para discussão será a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) que traz habilidades e competências específicas para o ensino de funções quadráticas no ensino médio, que enfatiza a essencialidade de ensinar o conteúdo para o desenvolvimento de competências ligadas à resolução de problemas, modelagem e análise de situações do cotidiano.

A Prova Paraná além de uma avaliação diagnóstica, é a melhor ferramenta para manter alinhados a BNCC e o planejamento escolar, conseguindo ajustar a prática da docência com o aprendizado do aluno, melhorando as práticas pedagógicas afim de sanar e melhorar as dificuldades apresentadas nos resultados das avaliações.

As metodologias ativas permitem com que os alunos sejam protagonistas de seu próprio aprendizado, alinhado à BNCC, são abordagens focadas em uma participação maior dos estudantes durante o processo ensino aprendizado mais prático e colaborativo.

A taxonomia de Bloom é uma estratégia de se organizar avaliações, trabalhos e apresentações em níveis hierárquicos de aprendizagem cognitiva. Criada no meio do século XX por um psicólogo e pedagogo norte americano, a taxonomia permite que educadores trabalhem de uma maneira mais eficaz e organizada na para a educação contemporânea.

1.5 OBJETIVOS

1.5.1 OBJETIVO GERAL

Apresentar uma proposta de um ebook dinâmico interativo para auxiliar o professor em sala de aula e permitir ao aluno a possibilidade de aprofundamento dos conteúdos aprendidos.

1.5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

O que será apresentado neste trabalho será uma nova possibilidade de um material dentro das metodologias ativas para interatividades dos alunos com conceitos matemáticos que necessitam de dinamicidade e interatividade. A proposta de um ebook dinâmico interativo será baseada nas habilidades e competências da BNCC para o ensino de funções quadráticas, em duas avaliações diagnósticas como a Prova Paraná e o Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA), nas Metodologias Ativas e na Taxonomia de Bloom, utilizando métodos de escrita pouco utilizadas na educação contemporânea, além do uso de uma linguagem de

programação chamada Visual Studio Code, produzida pela Microsoft, desenvolvendo o aplicativo PreTeXt, que gerará o ebook, ferramenta principal que será usada para ensinar o conteúdo.

1.6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para a produção deste trabalho, foi necessário uma ampla discussão do tema que seria abordado pelo ebook e quais seriam as fontes de dados que justificariam a necessidade de um material que ensinasse este tema.

Após a escolha das fontes, foi feita no computador a instalação dos programas que desenvolveriam o material interativo e dinâmico, contando com ajuda de especialistas em hardware e software, pois foi necessário a troca de memórias e processadores por outros mais potentes, já que o programa exige rendimento de processamento, além das instalações de softwares de desenvolvimento de linguagem de programação.

Para embasamento teórico, foram utilizados o livro (INEP, 2018, n.p) e os documentos oficiais (BNCC, 2018, n.p) e (SAEB, 1997, n.p) presentes nas estatísticas da Prova Paraná Avaliação Diagnóstica (Prova, 2024a, n.p).

Por fim, a organização do material foi feito com o estudo de uma ferramenta potente, a Taxonomia de Bloom, para que o ebook fosse norteado por uma hierarquiação de atividades e problemas visando o desenvolvimento das competências e habilidades dos documentos mencionados.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

2.1 BASE NACIONAL CURRICULAR COMUM - BNCC

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) é um documento elaborado pelo Ministério da Educação (MEC), em conjunto com especialistas em educação, professores, gestores escolares e representantes da sociedade civil, que define competências e habilidades essenciais que todos os estudantes brasileiros devem desenvolver ao longo da educação básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio). Segundo o site A Base,

A Base Nacional Comum Curricular é um documento normativo que define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Seu principal objetivo é ser a balizadora da qualidade da educação no País por meio do estabelecimento de um patamar de aprendizagem e desenvolvimento a que todos os alunos têm direito! (BNCC, 2018, n.p).

O documento, representado na Figura 2.1, não possui um único autor, estando entre os colaboradores da base o Conselho Nacional de Educação (CNE), que assegura e assessoria a participação de todas as partes na formulação e avaliação das políticas educacionais brasileiras.

Figura 2.1 – BNCC - Base Nacional Comum Curricular



Fonte: BNCC (2018).

O estudo deste documento norteia a produção de materiais didáticos direcionados ao público infanto-juvenil e as políticas que devem ser adotadas para a formação efetiva do cidadão preparado para enfrentar os desafios de nossa sociedade, permitindo o desenvolvimento de novas formas de ensinar, garantindo a qualidade e equidade dos direitos essenciais dos estudantes.

A BNCC e os currículos se identificam na comunhão de princípios e valores oriundos da Lei de Diretrizes e Bases e das Diretrizes Curriculares Nacionais: compromisso com a formação e o desenvolvimento humano global, em suas dimensões intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica. Além

disso, BNCC e currículos têm papéis complementares para assegurar as aprendizagens essenciais definidas para cada etapa da Educação Básica, uma vez que tais aprendizagens só se materializam mediante o conjunto de decisões que caracterizam o currículo em ação (Francini e Moreno-Pizani, 2020, p.6).

O texto de Francini e Moreno-Pizani (2020), mostra que os agentes educacionais têm a responsabilidade de garantir uma educação de qualidade e equidade para todos os estudantes brasileiros. Cabe à escola, aos professores, às secretarias de educação estaduais e municipais, além de núcleos regionais, o cuidado de como isto será feito. A leitura do documento institucional mostra a importância de fomentar o desenvolvimento de habilidades que vão além do conteúdo acadêmico, trazendo pensamento crítico e trabalho em equipe, o que melhora as habilidades práticas, cognitivas e socioemocionais.

Promover a equidade educacional exige que os agentes da educação apostem em variedades de oportunidades para os estudantes, começando pelo material didático. Autores como Justino, ressaltam a necessidade de renovação e readequação dos materiais didáticos ao momento atual:

As pesquisas realizadas na área educacional estão conduzindo e modificando as concepções de ensino, aprendizagem e ciência, motivando os educadores a pesquisarem sobre os velhos e os novos materiais didáticos e sua (in) viabilidade de aplicação no atual contexto educacional (Justino, 2011, p.23).

A afirmação de Justino (2011) mostra a importância de se desenvolver materiais que estejam adequados às demandas atuais, como a BNCC e outros documentos institucionais ligados à educação e que atendam às demandas dos alunos da atualidade.

Na BNCC, o Ensino Médio está organizado em áreas do conhecimento, conforme a LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional):

- Linguagem e suas tecnologias;
- Matemática e suas tecnologias;
- Ciências da Natureza e suas tecnologias;
- Ciências Humanas e suas tecnologias.

Enquanto na BNCC de Matemática do Ensino Fundamental as habilidades estão organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística), no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos.

Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção

de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. [...] Assim, as aprendizagens previstas para o Ensino Médio são fundamentais para que o letramento matemático dos estudantes se torne ainda mais denso e eficiente, tendo em vista que eles irão aprofundar e ampliar as habilidades propostas para o Ensino Fundamental e terão mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para essa etapa (BNCC, 2018, n.p).

Citamos então, algumas das competências e habilidades específicas do ensino médio que foram trabalhados no ebook para desenvolver o conteúdo de funções quadráticas e o aprendizado na disciplina de Matemática e suas tecnologias:

- Competência Específica 3 - Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Habilidade: (EM13MAT302) - Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- Competência Específica 4 - Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
Habilidade: (EM13MAT402) - Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
- Competência Específica 5 - Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
Habilidade: (EM13MAT502) - Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.
Habilidade: (EM13MAT503) - Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

O primeiro capítulo do ebook busca levar o estudante a desenvolver o conceito de função quadrática a partir de situações realísticas e dados, principalmente tabelados, produzidos a partir de tais situações, o que está em conformidade com a competência específica 3 da BNCC do Ensino Médio, para a área de Matemática e suas tecnologias. A competência específica 4 está em todo material, na associação das funções com gráficos interativos feitos nos softwares GeoGebra e Desmos, na resolução de problemas e desafios que aproximam o estudante à contextualização das teorias, trazendo uma visão dinâmica, efetiva e precisa para as análises de atividades e exercícios propostos. Já a competência específica 5 amarra as conjecturas, teorias fundamentais para o estudo de funções quadráticas e a análise de parábolas.

Como uma nova proposta de recurso diferenciado, o ebook apresenta alinhamento com os objetivos da BNCC, mostrando que pode ser uma ótima ferramenta para o desenvolvimento de competências, trabalhando as habilidades matemáticas acumuladas e ensinadas gradualmente e possibilitando ao professor uma alternativa de material para se trabalhar metodologias que exigem mais protagonismo do estudante, como as metodologias ativas.

2.2 PROGRAMA INTERNACIONAL DE AVALIAÇÃO DE ESTUDANTES - PISA

O PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), tradução de Programme for International Student Assessment, avalia o desempenho dos estudantes na faixa dos 15 anos segundo uma avaliação global conduzida pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico).

Segundo o Relatório PISA 2018,

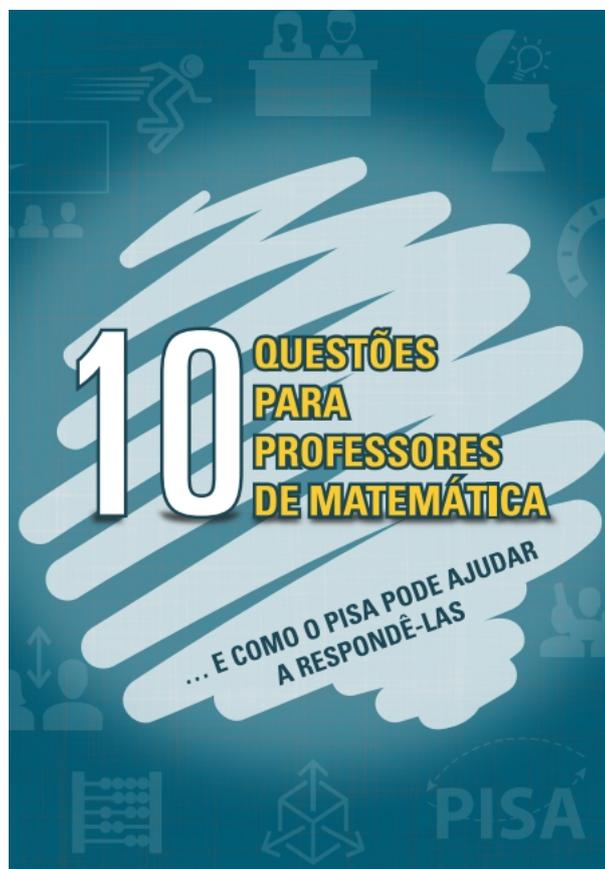
O Pisa oferece informações sobre o desempenho dos estudantes vinculado a dados sobre seus backgrounds e suas atitudes em relação à aprendizagem e também aos principais fatores que moldam sua aprendizagem, dentro e fora da escola. Os resultados permitem que cada país avalie os conhecimentos e as habilidades de seus próprios estudantes, em comparação com os de outros países; aprenda com as políticas e práticas aplicadas em outros lugares; e formule suas políticas e programas educacionais visando à melhora da qualidade e da equidade dos resultados de aprendizagem (INEP, 2019-2020, p.15).

Além de ser importante referência para documentos institucionais como a BNCC, entre os domínios que o PISA avalia, estão Leitura, Matemática e Ciências, presentes em todas as edições da avaliação, e três domínios inovadores chamados Resolução de Problemas, Letramento Financeiro e Competência Global. A cada ano aumentam os países participantes da avaliação, sendo o Brasil país que participa da pesquisa desde sua primeira edição em 2000.

Os dados obtidos pelas edições do PISA foram utilizados em diversas análises. A OCDE publicou um livro compactando essas análises, Figura 2.2, que o IMPA traduziu para o português

como "10 Questões Para Professores de Matemática, ... e como o PISA pode ajudar a respondê-las"(IMPA, 2018, n.p).

Figura 2.2 – Capa do livro "10 Questões para Professores de Matemática...e como o PISA Pode Ajudar a Respondê-las"



Fonte: IMPA (2018).

Para planejar e desenvolver o ebook, foi feita uma análise detalhada do livro, sintetizada na Tabela 2.1 que apresenta os capítulos do livro, as recomendações para a prática docente e as implicações dessas recomendações para a elaboração do material didático, com a indicação no livro da página onde encontra-se a recomendação e se é possível aplicá-la ao material que estamos desenvolvendo.

Tabela 2.1 – Recomendações do livro (IMPA, 2018) para a prática docente.

Capítulo	Recomendações	Implicações	Dados Indicativos	Justificativa	Aplicar-se?
1 - Estratégias de Ensino	Utilizar estratégias ativas	Propor projetos em grupo e resolução de problemas	Sim	10 questões para... Página 15, Figura. 1.3	Sim

	Estratégias diferenciadas	Gravar pequenos vídeos ao longo do material (proposta nossa). Propor nas atividades um gradiente (nível de ativação cognitiva) com atividades opcionais	Sim para as atividades em diferentes níveis de dificuldade.	Página 15, Figura 1.3	Sim
	Planejar aulas que pretendem alcançar todos os alunos	Propor nas atividades um gradiente (nível de ativação cognitiva) com atividades opcionais	Sim	Página 17, Linha 9	Sim
	Estratégias direcionadas pelo professor e pelo aluno	Propor atividades com diferentes tipos de abordagem	Sim	Página 17, Linha 9	Sim
	Professor sente-se confiante para com o conteúdo	Material do professor com indicações completas de como realizar as atividades e sugestões de aplicação	Sim	Página 34, Figura 3.2; Página 31, Linha 14	A proposta é aplicável, mas não resolve todo o problema (formação do professor)

2 - Avaliação Cognitiva	Usar estratégias de avaliação cognitiva (resumir, questionar e prever)	Análise e resumo de teorias matemáticas	Sim	Página 21, Linha 2	Sim, mas depende do conteúdo.
	Observar como os alunos aprendem melhor	Em atividades diferenciadas, notar em qual delas os alunos têm melhor desempenho	Sim	Página 89, Linha 8	Sim
	Colaboração entre professores	Deixar um campo para professores escreverem como aplicariam determinadas atividades e novas ideias	Sim	Página 27, Figura 2.4	Sim, há sempre formas melhores de se aplicar um conteúdo, então deixar um lugar em que o professor possa acessar na falta de ideias

3 - Clima de Sala de Aula	Criar um clima positivo em sala	Cada atividade e/ou teoria deve estar acompanhado de gamificação, que traz ao aluno uma sensação diferente da aula tradicional	Sim	Página 32, Figura 3.1	Sim, link e plataformas gratuitas
	Construir relacionamento forte com os alunos	Material deve apresentar acessibilidade à qualquer aluno, independente de acesso em tablets, smartphones, notebooks, computadores, além de um canal de contato com o professor e estagiários da disciplina de matemática	Sim	Página 33, Linha 17	Sim, nas questões mais complicadas, os professores podem responder os alunos e nas mais simples, os estagiários e monitores.

4 - Memori- zação	Memorização como es- tratégias de aprendi- zado	Como as ques- tões terão gradi- ente de dificul- dade, iniciar es- tas questões com predominância do uso de memori- zação e em se- guida, no decor- rer dos exercícios, questões que en- volvam a necessi- dade de outras es- tratégias	Sim	Página 37, Linha 30; Página 40, Figura 4.1	Sim, campo de exer- cícios
	Gamificação para au- mento de familiari- zação e confiança	Adendo para as questões em gra- diente em que o aluno pode con- quistar uma con- fiança e aumen- tar a familiariza- ção com o con- teúdo.	Sim	Página 32, Figura 3.1	Sim, pla- taformas gratuitas

	Reparar como alunos aprendem	O material possui uma forma de mostrar quais exercícios os alunos se saem melhor	Sim	Página 22, Figura 2.1; Página 41, Figura 42	Sim, o material mostra uma tabela estatística com a evolução dos alunos e quais conteúdos houveram mais acertos
5 - Controle	Incentivar formas próprias de resolução de exercícios	Desenvolver questões que possam ter diferenciadas formas de se solucionar, para instigar o aluno a pensar em diversas formas de resolução	Sim	Página 47, Linha 30; Página 49, Figura 5.1	Sim, exercícios de resolução aberta
	Criar atividades específicas de estratégias de controle	Propor uma agenda de resolução de estudos diários para que o aluno mantenha um plano de estudo, para que na prática diária o mesmo consiga desenvolver uma organização	Sim	Página 50, Linha 2 e Figura 5.2	Sim, sugestão de calendário e/ou material de anotação

	<p>Encorajar a reflexão sobre a forma de aprendizado</p>	<p>No gradiente das questões, as mais fáceis, além de serem associadas à memorização, serão atreladas a determinadas estratégias de resolução. No decorrer das resoluções dos exercícios, a determinação da estratégia passa a ser mais dependente da escolha do aluno</p>	<p>Sim</p>	<p>Página 43, Figura 4.3</p>	<p>Sim, em determinados enunciados de questões fáceis, será definido a estratégia utilizada; nas questões de dificuldade média será sugerido ao aluno usar determinadas estratégias, enquanto nas mais trabalhadas não será sugerido</p>
--	--	--	------------	------------------------------	--

6 - Estratégias de elaboração	Incentivar a criatividade na resolução de problemas mais difíceis e Desafiar os alunos considerando suas realidades socioeconômicas	Na metade da resolução de exercícios de cada seção, as estratégias de elaboração estão mais presentes para garantir um sucesso maior, já que segundo o PISA, a longo prazo, esta estratégia garante o sucesso nas soluções, enquanto nas primeiras etapas, a memorização garante exercícios fáceis	Sim	Página 26, Figura 2.3	Sim
	Encorajar combinações de estratégias, gerando versatilidade em soluções de problemas	As questões mais difíceis precisam propor variedade de estratégias de resolução	Sim	Página 52, Figura 5.3	Sim

	<p>Criar avaliações que aprofundem os conhecimentos aprendidos</p>	<p>Ao final de cada seção, uma avaliação será feita para avaliar os conceitos aprendidos na forma de simulado online, para garantir que o método foi corretamente aplicado</p>	<p>Sim</p>	<p>Página 53, caixa 5.2</p>	<p>Sim, último subitem da seção será um simulado baseado na avaliação da escola, permitindo ao aluno e ao professor verificar a aprendizagem</p>
--	--	--	------------	-----------------------------	--

7 - Status econômico	Revisão do currículo que será ensinado e comparação com plano nacional e tópicos dados em anos anteriores	Em um tópico do início de cada seção, será feito um nivelamento de conteúdos importantes para o cumprimento da seção atual, procurando igualar possíveis deficiências de alunos em escolas de qualidade menor ou aprendizado insuficiente por ausência de professor	Sim	Página 68, Linha 14 e Figura 7.2 e 7.3	Sim, em um formato de prova objetiva, utilizando ou não plataformas gratuitas de educação, diagnosticar se os alunos estão aptos para determinado conteúdo
	Não evitar tópicos desafiadores	Investir em questões que envolvam os alunos e os mantenham mais tempo em contato com os conteúdos de matemática	Sim	Página 32, Figura 3.1	Sim

	Conscientizar o aluno da importância da matemática	Aproveitar melhor os exercícios e aplicar temas mais contemporâneos, que faça parte do dia a dia de todos os alunos.	Sim	Página 33, Linha 35	Sim
8 - Matemática Pura e Aplicada	Contextualização de conteúdos matemáticos e desempenho do aluno na matemática pura e aplicada	Não deixar de comentar problemas de outras épocas, mas na maioria, dedicar o material a problemas e exercícios que tragam o cotidiano para discussão	Sim	Página 78 par 1; Página 80 Figura 8.2	Sim, problemas contextualizados
	Utilizar a resolução de problemas para aumentar a complexidade de raciocínio, Matemática Pura/Aplicada	Expôr problemas que permitam ao aluno entender a importância de se aplicar a teoria e o quanto a mesma é fundamental para a facilitação e sucesso na hora de resolver problemas matemáticos	Sim	Página 77, par 3; Página 79 Figura 8.1	Sim

	Investir em variedades de problemas	Desenvolver problemas e situações em que o aluno obtenha habilidades adicionais como estratégias matemáticas variadas, raciocínio eficaz e comunicação, gestão do tempo e confiança nas próprias habilidades	Sim	Página 82, par 3 e 4	Sim
9 - Atitudes em relação à Matemática	Tornar o currículo relevante ao aluno	Exercícios contextualizados e com um gradiente de nível de resolução faz com que os alunos tenham apreço pela disciplina e autoconfiança em suas soluções	Sim	Página 94, Linha 1	Sim
	Investir em simulados antes de provas	Em cada seção haverá um simulado para testar os conhecimentos aprendidos para diminuir a ansiedade do aluno diante a possibilidade de avaliações	Sim	Página 94, Linha 10	Sim, fim das seções

	Explorar as novas tecnologias de informação e comunicação	A diversidade de avaliações e simulados podem ajudar na aceitação da disciplina por alunos menos interessados	Sim	Página 95, Linha 5	Sim, plataformas gratuitas
10 - Lições tiradas	Desenvolver avaliações balanceadas	O professor poderá decidir se o gradiente será algo visto pelos alunos na resolução dos problemas propostos ou se isto será apenas administrado por ele	Sim	Página 100, Linha 16; Página 100, Linha 24	Sim
	Foco em habilidades e competências	O professor terá à sua disposição uma área de habilidades e competências de cada seção em que deverá se concentrar, seguindo o PISA e a BNCC	Sim	Página 102 Linha 3	Sim
	Ser justo com todos os alunos e suas especificidades	O professor terá um campo de anotação para possíveis especificidades dos seus alunos, assim, pode ofertar um material mais equitativo	Sim	Página 102 Linha 22	Sim

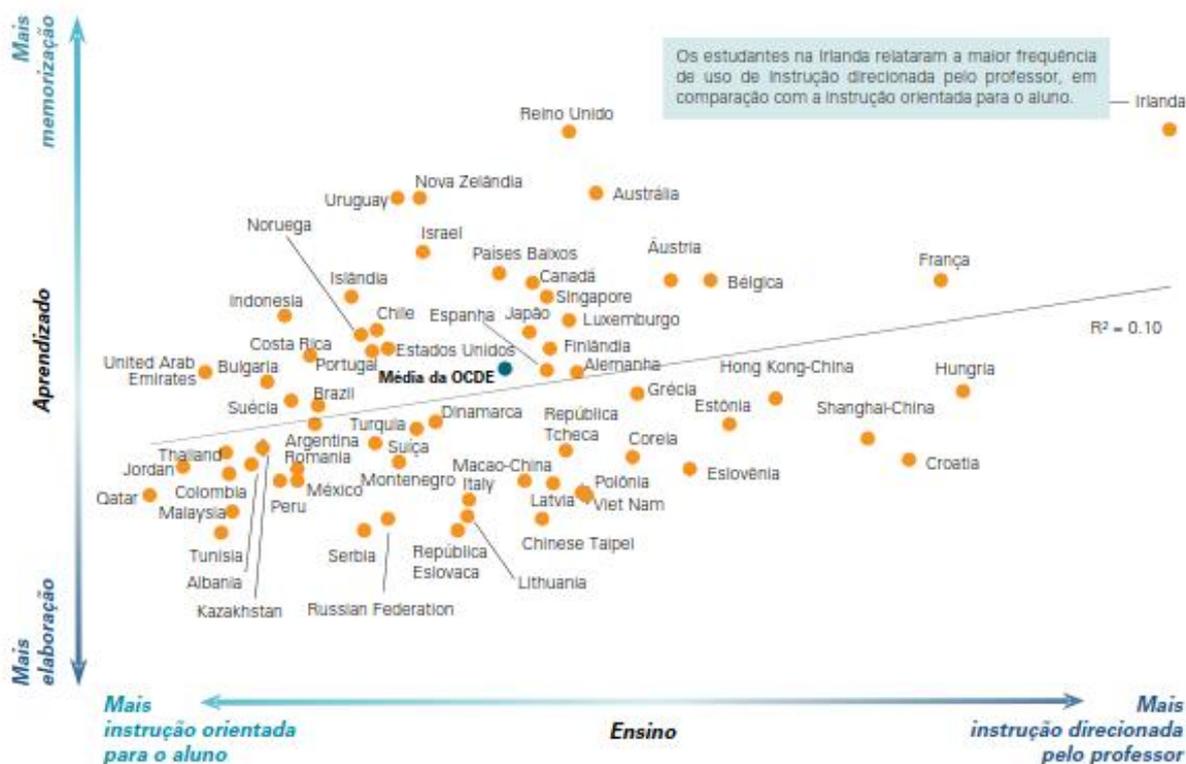
	Colaboração com colegas de profissão	Um canal de contato com colegas de trabalho no formato pesquisa de opinião, ou seja, acesso, transparência e acessibilidade para aumentar a qualidade do trabalho proposto	Sim	Página 103, Linha 10	Sim
	Inovação	O material precisa demonstrar tecnologia e informação atualizados	Sim	Página 103, Linha 25	Sim

Fonte: O autor.

No primeiro capítulo do livro (IMPA, 2018, p.11), na pergunta "Estratégias de ensino: Quanto eu devo direcionar o aprendizado do meu aluno nas minhas aulas de matemática?", os dados do PISA mostram a existência de práticas de estratégias de ensino direcionadas pelo professor, como aulas expositivas no quadro negro, e estratégias de ensino direcionadas pelo aluno, como as metodologias ativas, direcionadas para resolução de problemas ou atividades em grupos.

A Figura 2.3 a seguir mostra a relação entre estratégias de instrução (mais direcionadas pelo professor ou mais orientadas para o aluno) e estratégias de aprendizado (baseadas mais na elaboração ou mais na memorização). O Chile e o México não estão incluídos na média da OCDE.

Figura 2.3 – Como os professores ensinam e como os estudantes aprendem

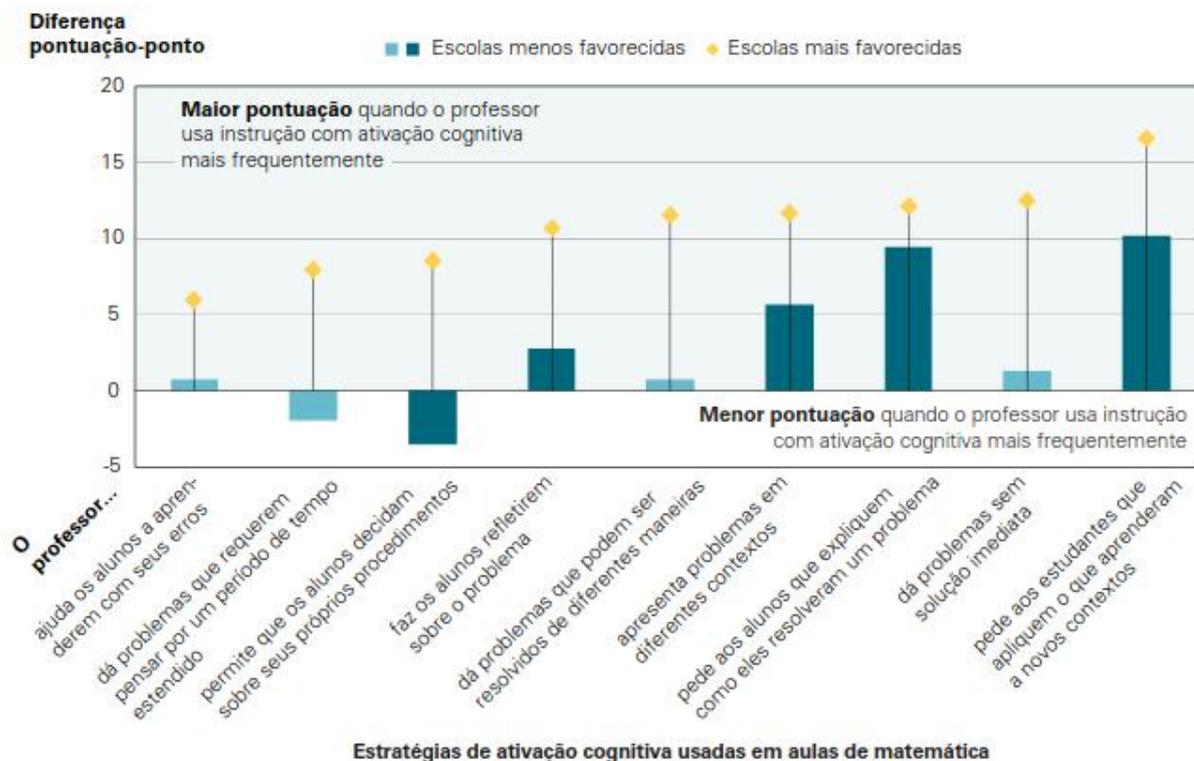


Fonte: IMPA (2018).

As recomendações são que o professor esteja preparado para aplicar os trabalhos e que tenha um material com sugestões de atividades e exercícios, além de uma diversidade de abordagens e um gradiente na dificuldade que os exercícios apresentam, permitindo que os estudantes avancem de forma progressiva em seus níveis de compreensão e habilidades. O ebook interativo e dinâmico traz em todas as suas atividades, soluções detalhadas dos exercícios, além de demonstrações dos teoremas e explicações com gráficos interativos, garantindo ao professor um material de apoio de qualidade e ao aluno uma estratégia de ensino ativa.

No segundo capítulo do livro (IMPA, 2018, p.20), ao expor a pergunta "Ativação cognitiva: Alguns métodos de ensino de matemática são mais eficazes do que outros?", a análise do livro traz como solução estratégias de ativação cognitiva, como resumir, questionar e prever teorias matemáticas, observando como os alunos aprendem melhor. A Figura 2.4 apresenta estas ativações e mostrando uma comparação entre escolar mais e menos favorecidas.

Figura 2.4 – Estratégias de ativação cognitiva e o desempenho dos alunos em matemática, pelo perfil socioeconômico das escolas

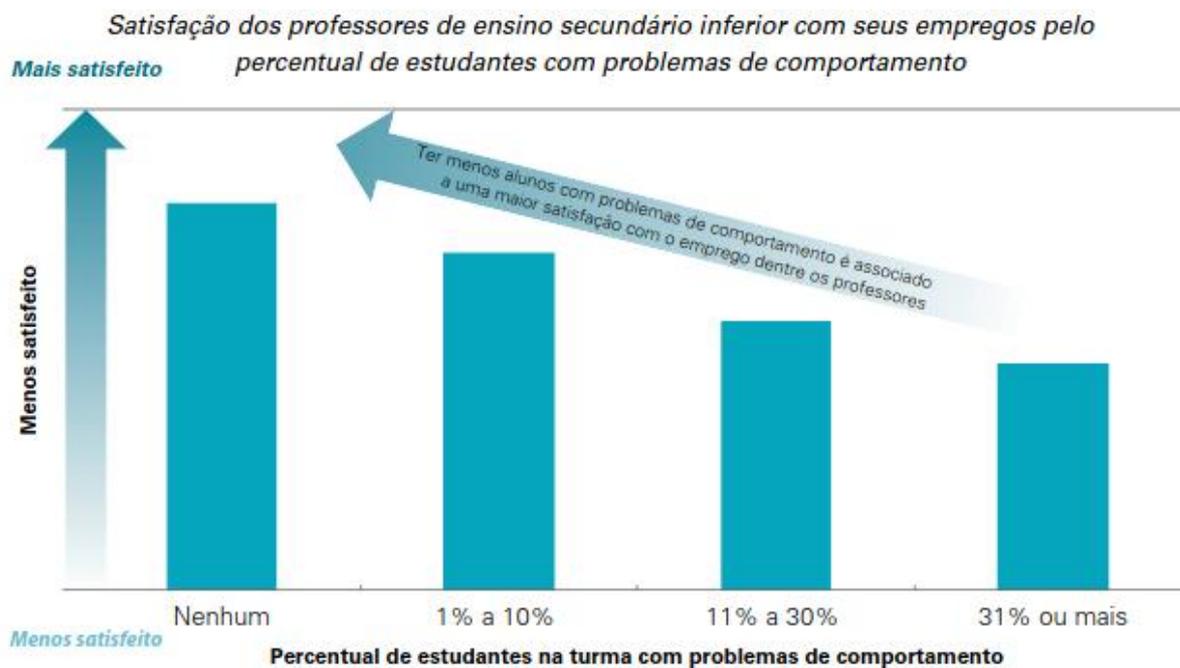


Fonte: IMPA (2018).

Após estas observações, é indicado que os professores tenham um ambiente de colaboratividade para dividir ideias e atividades desenvolvidas, para que trabalhos que tenham dado certo sejam divulgados e aproveitados por outros colegas. No material proposto no ebook, não existe uma área específica para essa colaboratividade, exigindo do professor um ambiente externo para divisão e troca de experiências.

No capítulo 3 do livro (IMPA, 2018, p.30), na questão "Clima de sala de aula: Como professor de matemática, quão importante é a relação que tenho com meus alunos?", mostra que os estudantes aprendem mais se tiverem um bom relacionamento com o professor, o que destaca a importância de se criar um clima harmonioso em sala de aula e construir um relacionamento forte com os alunos. A Figura 2.5 apresenta dados relacionando o nível de satisfação do professor em seu emprego com o percentual de estudantes com problemas de comportamento.

Figura 2.5 – Satisfação do professor com seu emprego e estudantes com problemas de comportamento

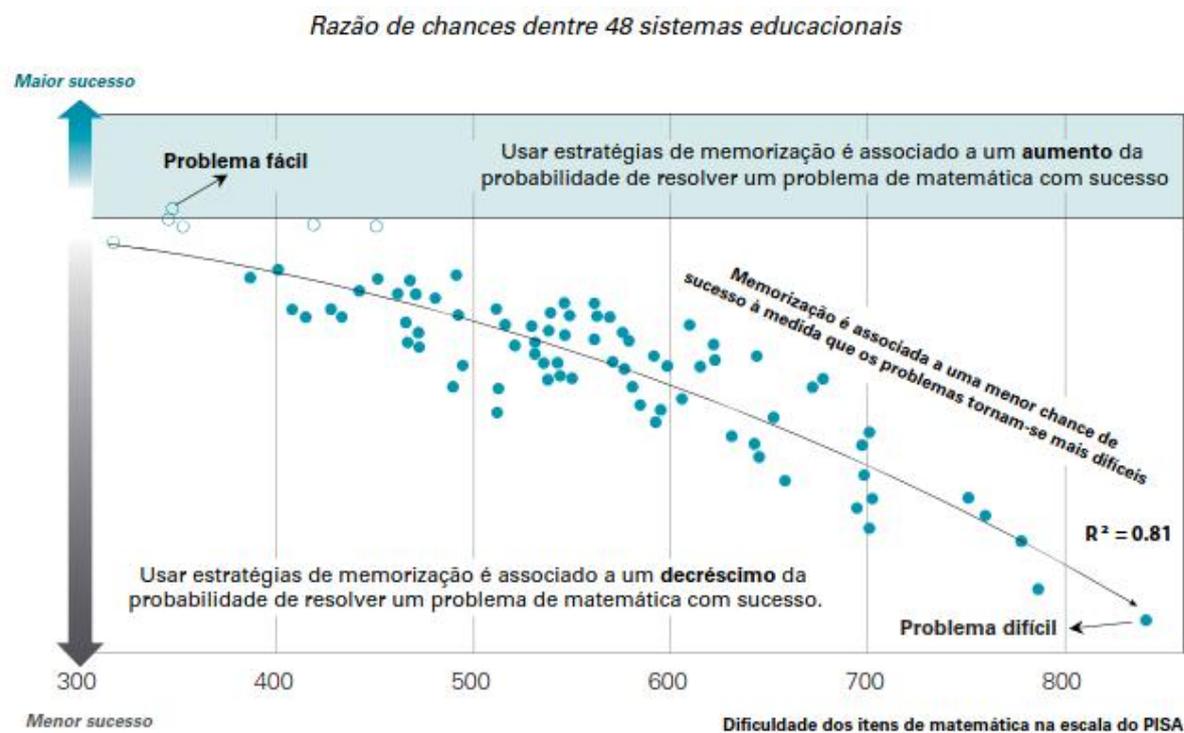


Fonte: IMPA (2018).

Para isto, existem ferramentas e metodologias que auxiliam, como as atividades gamificadas que usam ferramentas digitais como tablets, smartphones, notebooks e computadores para aplicar os jogos das plataformas gamificadas. Para o ebook, a interatividade de algumas atividades apresentam a oportunidade do estudante engajar-se no material e assim, oportuniza atividades descontraídas, criando oportunidades para interações positivas entre o professor e a turma.

No capítulo 4 do livro (IMPA, 2018, p.36), cuja questão é "Memorização: O que sabemos sobre memorização e o aprendizado de matemática?" trata a memorização como parte importante do aprendizado. Os dados mostram que a estratégia de memorização pode ser eficaz para problemas simples, podendo ser um ponto de partida para o estudo da matemática, dando confiança na solução desses problemas simples. Todavia a complementação do ensino através de estratégias de ensino mais ativas é indicada para que os estudantes consigam resolver problemas mais complexos. A Figura 2.6 mostra o resultado da escolha de se usar estas estratégias e a chance de sucesso em problemas mais fáceis e mais difíceis. Razões de chances estatisticamente significativas são marcadas com um tom mais escuro.

Figura 2.6 – Estratégias de memorização e dificuldade do item

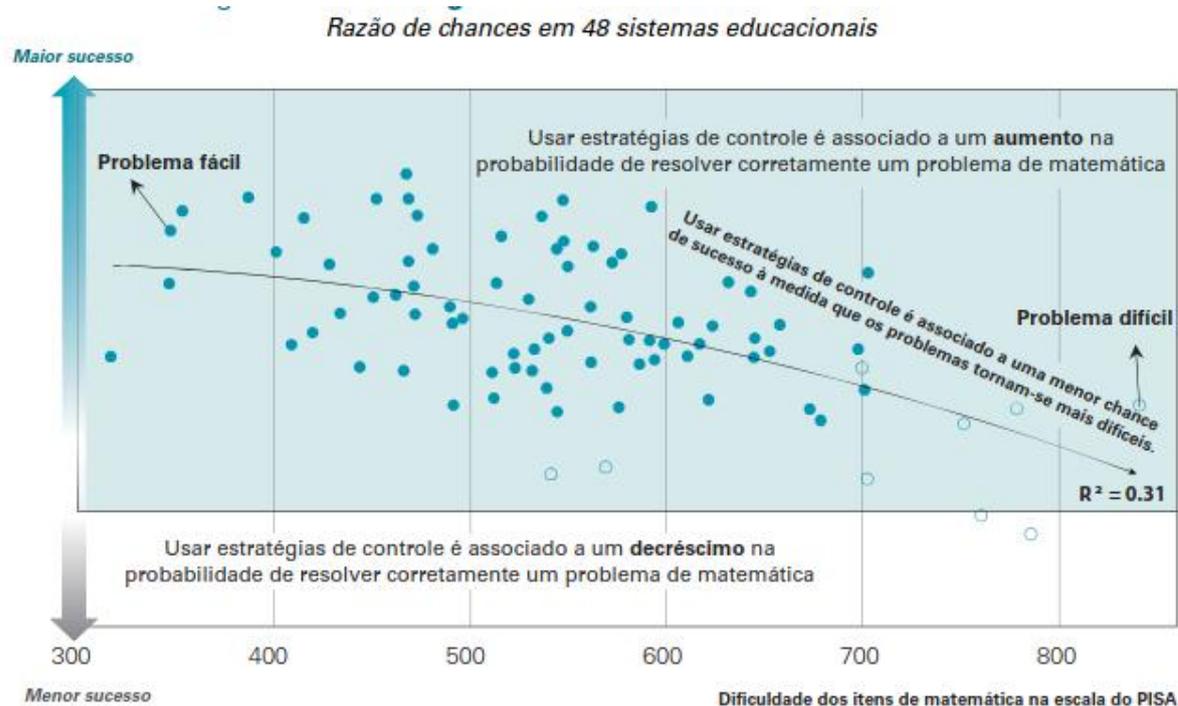


Fonte: IMPA (2018).

Para a aplicação desta memorização e confiança no ebook, utilizamos um gradiente de dificuldade baseado na Taxonomia de Bloom para que o estudante, ao resolver as questões de cada capítulo, conquistará a confiança necessária a sua autonomia no aprendizado e o gosto pelos estudos.

No quinto capítulo do livro (IMPA, 2018, p.46), cujo título é "Controle: Eu posso ajudar meus alunos a aprenderem como aprender matemática?", indica-se que o aluno seja incentivado a aplicar suas próprias formas de resolver exercícios, buscando seu próprio entendimento de como se organizar estrategicamente, quais materiais utilizar e em qual momento específico, além de organizar um plano de estudos. A Figura 2.7 mostra uma queda nas chances de se resolver um exercício corretamente quando a estratégia de controle é usada inclusive para problemas considerados mais complicados segundo a OECD. Razões de chances estatisticamente significativas são marcadas com um tom mais escuro.

Figura 2.7 – Estratégias de controle e dificuldade do item

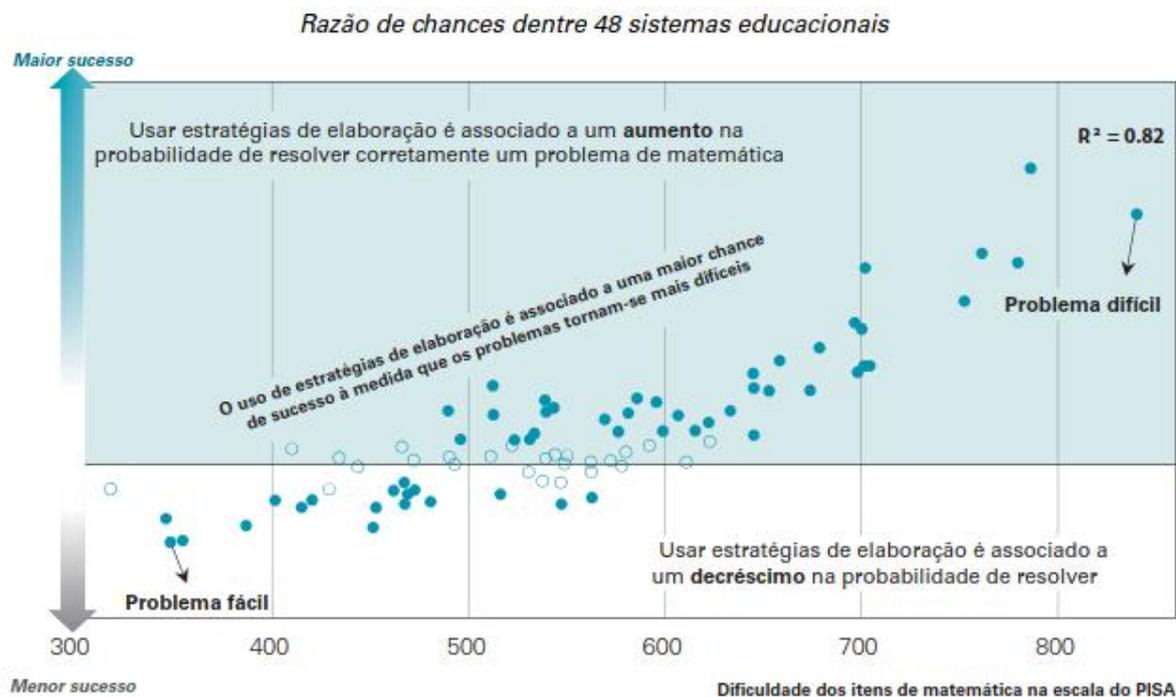


Fonte: IMPA (2018).

As estratégias de aprendizado dessa natureza são chamadas de Estratégias de Controle e fazem com que "os estudantes estabeleçam suas próprias metas e acompanhem seus próprios progressos de aprendizado"(IMPA, 2018, p.47). Exemplos destas estratégias são organizar os materiais, criar um plano de estudos e refletir sobre as estratégias de aprendizado usadas. No ebook, este tipo de aplicação será dada através de um gradiente de exercícios, norteados pela taxonomia de bloom, de modo que as últimas atividades demandem pensamento crítico e criativo em sua solução, incentivando o estudante a buscar suas próprias soluções.

Para o capítulo 6, "Estratégias de elaboração: Eu devo encorajar meus alunos a usarem sua criatividade na matemática?" o incentivo à resolução de problemas mais difíceis e o encorajamento à diversidade de estratégias para a resolução de exercícios complexos, têm como objetivo gerar um a versatilidade em soluções de problemas conectando o aprendizado dos conteúdos, os aprendizados prévios e situações da vida real. Porém, é preciso que este encorajamento leve em consideração que em atividades mais difíceis, as estratégias de controle são mais eficazes do que as de elaboração, enquanto as mais difíceis não são aconselhadas para estratégias de controle nem memorização. A Figura 2.8 mostra como a escolha da estratégia correta para o nível do problema pode ocasionar maiores chances de sucesso. Razões de chances estatisticamente significativas são marcadas com um tom mais escuro.

Figura 2.8 – Estratégias de elaboração e dificuldade do item



Fonte: IMPA (2018).

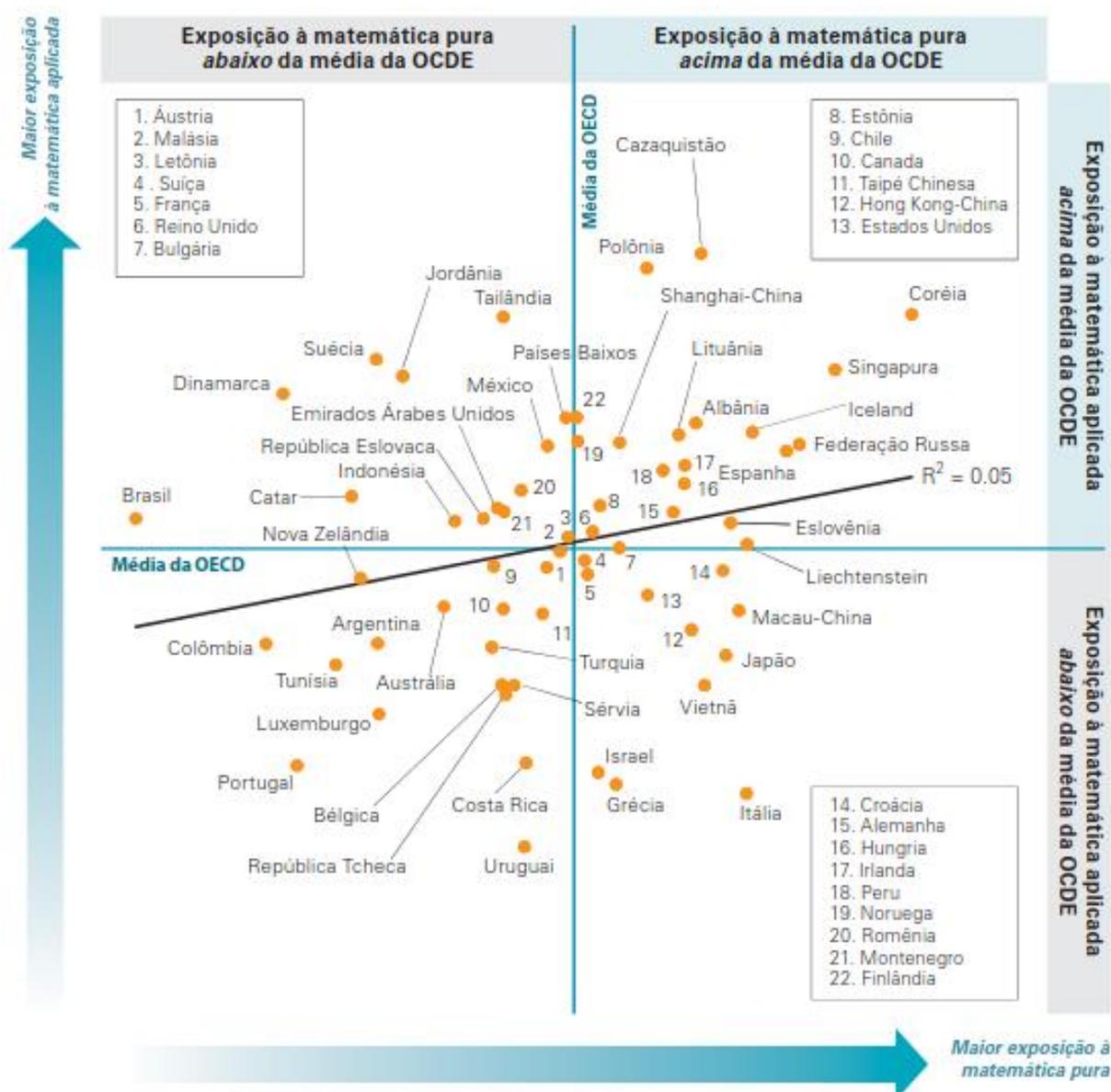
Para uma eficiência na escolha de como se comportar perante um problema, o estudante não pode ser influenciado pelo professor, mas antes, deve ter um bom grau de estratégias aprendidas. O ebook trata a oportunidade do professor exercitar uma variedade de exercícios e atividades com soluções completas, em níveis de dificuldade e desafios que levem os estudantes a explorar alternativas e desenvolver habilidades.

O capítulo 7 do livro (IMPA, 2018, p.66), intitulado "Status socioeconômico: Os históricos dos estudantes influenciam em como eles aprendem matemática?" trás uma preocupação com o histórico do aluno, comparando com os documentos norteadores de educação e o atual currículo que será ensinado. Independente da defasagem de um estudante, o professor precisa achar o melhor caminho para alinhar as habilidades a serem trabalhadas, as competências a serem atingidas e o que já foi desenvolvido no aluno. Os problemas socioeconômicos e relacionados ao histórico dos estudantes são difíceis de resolver e um material didático pode fazer pouco para resolvê-los. Para remediar a situação, o material busca usar uma linguagem informal no contato inicial com cada um dos tópicos e não ter grande dependência de conteúdos previamente estudados.

No capítulo 8 do livro (IMPA, 2018, p.76), em "Matemática pura e aplicada: O meu ensino deve enfatizar os conceitos matemáticos ou como esses conceitos são aplicados no mundo real?", é colocada em discussão a importância de se contextualizar as teorias matemáticas, mas sem deixar de apresentar os conceitos matemáticos próprios. Na Figura 2.9, é colocada estatisticamente o rendimentos dos alunos em relação à matemática pura e aplicada.

O índice de exposição à matemática pura mede a experiência relatada pelo estudante com tarefas de matemática que requerem conhecimento de álgebra (equações lineares e quadráticas). O índice de exposição à matemática aplicada mede a experiência relatada pelo aluno com tarefas de matemática aplicada na escola, tais como calcular, a partir de uma tabela de horários de um trem, quanto tempo levaria para ele ir de um lugar para outro, ou calcular quão mais caro é um computador após adicionar os impostos (IMPA, 2018, p.79).

Figura 2.9 – Relação entre a exposição dos estudantes à matemática pura e aplicada, por país



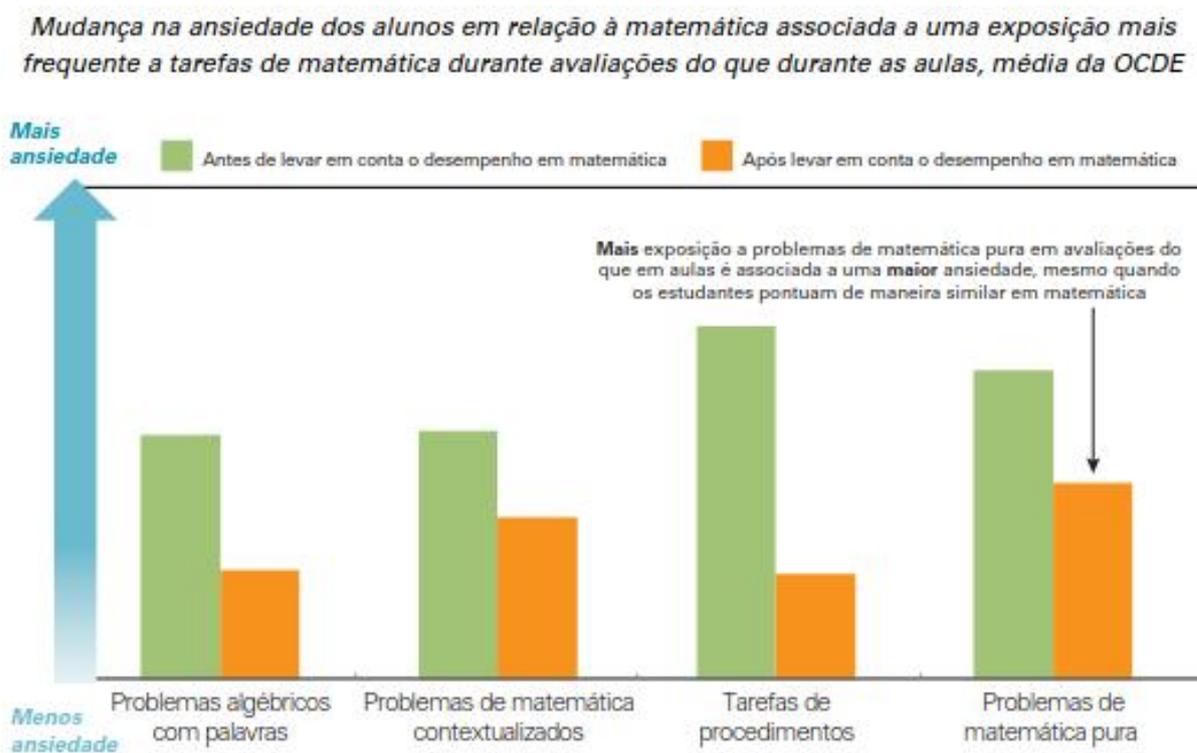
Fonte: IMPA (2018).

O que buscamos fazer no ebook foi introduzir os conceitos através de situações realísticas, formalizando-os ao final de cada seção.

O penúltimo capítulo, o nono do livro (IMPA, 2018, p.88), cujo nome é "Atitudes em relação à matemática: Eu devo me preocupar com as atitudes dos meus alunos em relação à matemática?" discute a relevância do currículo ao aluno e como explorar a tecnologia presente nele pode atenuar a ansiedade do estudante perante avaliações. Observe a Figura 2.10:

A figura compara estudantes que são expostos menos frequentemente a tarefas de matemática em avaliações do que nas aulas com estudantes que são expostos mais frequentemente (ou com a mesma frequência) a tarefas de matemática em avaliações do que nas aulas. O índice de ansiedade matemática é baseado no grau com que os estudantes concordaram com as afirmações: "Eu frequentemente me preocupo que terei dificuldade nas aulas de matemática"; "Eu fico muito tenso quando tenho que fazer lição de casa de matemática"; "Eu fico muito nervoso fazendo problemas de matemática"; "Eu me sinto desamparado quando estou fazendo um problema de matemática" e "Eu me preocupo que tirarei notas baixas em matemática." (IMPA, 2018, p. 93).

Figura 2.10 – Ansiedade matemática e a divergência entre o que é ensinado e o que é cobrado

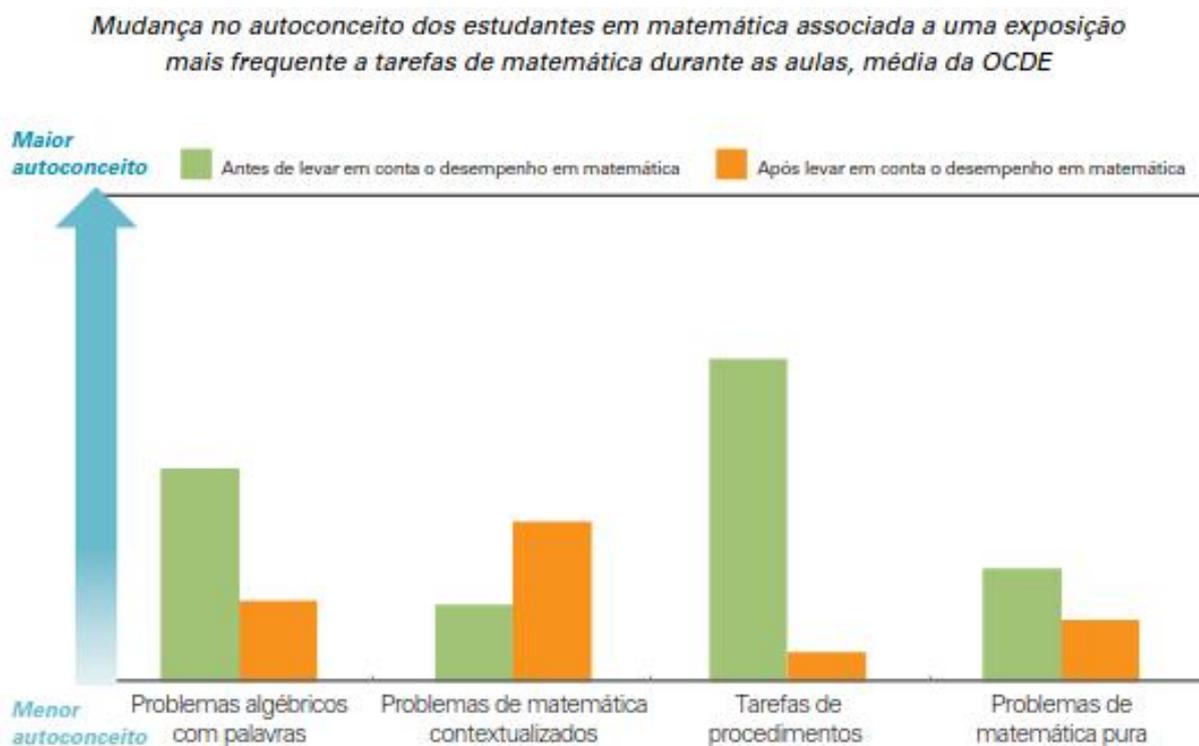


Fonte: IMPA (2018).

Observe agora a Figura 2.11:

O índice de autoconceito em matemática é baseado no grau com que os estudantes concordaram com as afirmações: "Eu simplesmente não sou bom em matemática"; "Eu tiro boas notas em matemática"; "Eu aprendo matemática rapidamente"; "Eu sempre acreditei que a matemática é uma das minhas melhores disciplinas"; e "Na minha aula de matemática, eu entendo até mesmo as partes mais difíceis" (IMPA, 2018, p. 95).

Figura 2.11 – Relação entre a exposição a tarefas de matemática na sala de aula e o autoconceito dos estudantes

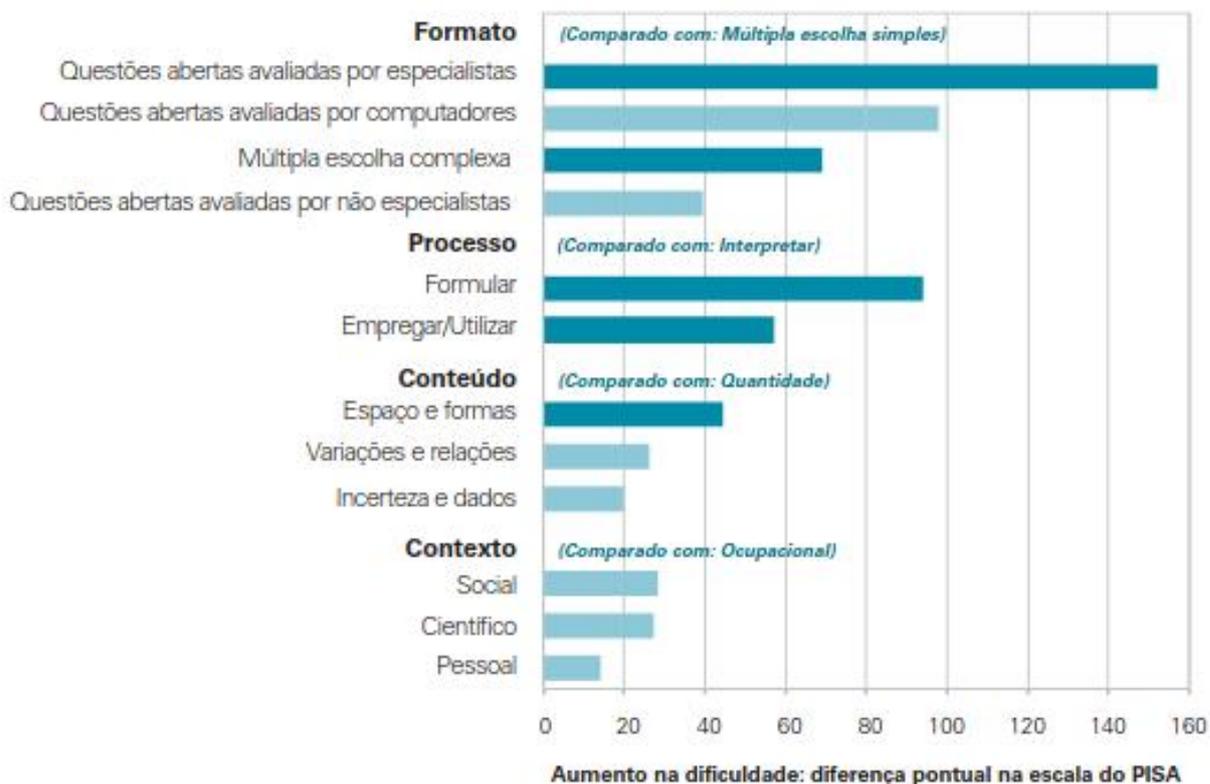


Fonte: IMPA (2018).

No ebook, a interatividade desafia os estudantes na busca de soluções para introduzir conhecimentos e nos exercícios propostos, o gradiente dos problemas mostra ao aluno que ele precisa estar preparado para um nível sempre mais avançado, mas que pode superar com os conhecimentos e habilidades desenvolvidas em exercícios anteriores, como é o caso das metodologias ativas que usam a gamificação para atrair o protagonismo do estudante e desenvolver sua individualidade.

Por fim, o décimo capítulo do livro (IMPA, 2018, p.98), intitulado "Lições tiradas: O que os professores podem aprender com o PISA?", mostra o quanto é essencial desenvolver avaliações balanceadas que priorizem habilidades e competências. A Figura 2.12 mostra o quanto as avaliações precisam estar alinhadas com diversas linguagens, como questões abertas e objetivas.

Figura 2.12 – Descrevendo a dificuldade dos itens de matemática do PISA



Fonte: IMPA (2018).

Garantindo que todos os alunos sejam tratados com justiça e que suas especificidades sejam respeitadas, a colaboração entre colegas de profissão é fundamental para enriquecer as práticas pedagógicas, promovendo a inovação e a constante evolução no processo de ensino-aprendizagem. O material oportuniza o desenvolvimento de atividades com outros professores através das aplicações realísticas, que podem fazer parte de desenvolvimentos interdisciplinares, e dá preferência ao desenvolvimento das habilidades e competências, em detrimento do uso dominante de memorização.

A leitura do livro ainda oportuniza uma percepção categórica das estratégias de resolução de problemas e exercícios por nível de dificuldade. Observe a Tabela 2.2 que mostra este nível de dificuldade e qual estratégia é a melhor para resolvê-lo.

Tabela 2.2 – Análise do livro (IMPA, 2018) para a resolução dos problemas e exercícios da prova do PISA.

Dificuldade	Fácil	Médio	Difícil
Estratégias	Memorização	Controle	Elaboração

O que é?	Técnica de compreensão de conceitos	São métodos que ajudam os aprendizes a controlar seu próprio aprendizado.	Técnicas que incentivam os estudantes a conectar tarefas matemáticas com seus conhecimentos prévios, situações da vida real e a explorar diferentes maneiras de resolver problemas.
Exemplos	Realizar exercícios rotineiros e repetitivos, "automatidade" em cálculos básicos	Organizar os materiais, criar um plano de estudos e refletir sobre as estratégias de aprendizado usadas	Usar analogias e exemplos, ou procurar por maneiras alternativas de encontrar soluções, brains-torming, mapas conceituais

Vantagens	Os alunos que dependem somente da memorização podem ser bem sucedidos nos problemas de matemática mais fáceis.	os estudantes pontuam mais em matemática do que os estudantes que usam outras estratégias de aprendizado.	São mais bem sucedidos na solução dos problemas mais difíceis.
Desvantagens	Limita o desenvolvimento do pensamento matemático crítico e a aplicação em situações reais.	Não funciona para os problemas mais difíceis pois podem impedir os alunos de usarem sua criatividade e engajamento no pensamento profundo.	Não funcionarem para todos os problemas de matemática.

Fonte: O autor.

Todos os países que participam do PISA visam um diagnóstico do desenvolvimento da matemática em seus territórios, em particular no contexto da cidadania, buscando que seus cidadãos levem vidas reflexivas, empenhadas e participativas, e para isso, é necessário o desenvolvimento da literacia matemática. Segundo o PISA:

Literacia matemática é a capacidade de um indivíduo raciocinar matematicamente e de formular, aplicar e interpretar a matemática para resolver problemas numa variedade de contextos do mundo real. Inclui conceitos, procedimentos, factos e ferramentas para descrever, explicar e prever fenômenos. Ajuda os indivíduos a conhecerem o papel que a matemática desempenha no mundo e a formular juízos e decisões bem fundamentados, como se espera de cidadãos do século XXI participativos, empenhados e reflexivos (OCDE, 2022, n.p).

Assim, as avaliações do PISA dão um diagnóstico do desenvolvimento da literacia matemática e oportuniza aos países, e responsáveis pela educação em cada região, tomar medidas visando o melhoramento de seus estudantes, para que estes desenvolvam a capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em diversos contextos, na busca de fazer sentido às suas vidas, em todo o percurso educacional.

2.3 PROVA PARANÁ AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

A Prova Paraná, Figura 2.13, é uma avaliação diagnóstica aplicada pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná, para medir o desempenho dos alunos em determinado período do ano letivo.

Com a Prova Paraná, a Secretaria de Estado da Educação terá dados valiosos sobre a aprendizagem de nossos estudantes. Os resultados trarão subsídios para a definição de ações de apoio pedagógico aos Núcleos Regionais, Secretarias Municipais de Educação e Escolas (Paraná, 2024a, n.p).

A avaliação é aplicada em três edições, uma por trimestre, separada em dois dias, sendo no primeiro as provas das disciplinas de Matemática e Língua Portuguesa e no segundo dia as disciplinas de Arte, Ciências, História, Geografia, Língua Inglesa e Educação Física (para o Ensino Fundamental) e Filosofia, Arte, Língua Estrangeira, Sociologia, Geografia, História, Biologia, Física, Química, Educação Financeira e Pensamento Computacional (para o Ensino Médio).

Figura 2.13 – Prova Paraná Avaliação Diagnóstica



Fonte: Prova Paraná (2024b).

A prova é composta por questões objetivas e avalia conteúdos e habilidades previstas na BNCC, focando em leitura, interpretação de texto, resolução de problemas e cálculos, abrangendo todos os alunos do ensino fundamental das escolas públicas estaduais e municipais. Alinhada às matrizes de referência de matemática, as questões da Prova Paraná seguem elementos que especificam as habilidades e competências a serem avaliadas, chamadas de descritores, trazendo objetividade e alinhamento curricular.

A construção das matrizes constituiu-se o universo possível de cruzamentos entre conteúdos e competências, referidos aos diferentes níveis e aos diferentes ciclos de avaliação. É casual a existência de três níveis de competência e três ciclos de avaliação (1ª a 4ª/5ª a 8ª do ensino fundamental e 1ª a 3ª do ensino médio), não havendo nenhuma correspondência entre eles, na medida que num mesmo ciclo poderão estar presentes os três níveis de competência. O que determina a maior ou menor porcentagem de competência em cada nível e em cada ciclo é a capacidade operatória do aluno, esta sim, caracterizada pelo

desenvolvimento das estruturas de inteligência. Deste cruzamento resultaram os descritores do desempenho desejável do aluno, que, no seu conjunto, expressam a totalidade dos indicadores necessários para a orientação da construção de itens de prova que comporão o Banco Nacional de Itens do MEC (Pestana, 1997, p. 8).

Na elaboração do material didático, a Prova Paraná teve um papel fundamental de mostrar o desempenho dos alunos do Colégio Estadual São Paulo Apóstolo, situado no bairro Uberaba, cidade Curitiba-PR, apontando possíveis deficiências relacionadas às competências e habilidades do conteúdo de função quadrática.

Foram tratadas algumas informações disponíveis na internet e site da secretaria de educação paranaense, sobre as provas e rendimento dos alunos nos anos de 2019, 2020 e 2023. Em 2021, o país vivia um contexto complicado de pandemia de COVID, não sendo possível encontrar dados na rede sobre o rendimento dos estudantes nesse ano. Já em 2022, apesar da secretaria de educação investir na investigação pós pandêmica, a aplicação da prova aconteceu apenas no segundo semestre desse ano, mas não foi aplicado o conteúdo de função quadrática.

Em 2019, foram realizadas três edições da Prova Paraná, avaliando os conhecimentos referentes aos componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática. Em 2020, houve uma ampliação no escopo do teste, passando a integrar, a partir da 1ª Edição, Língua Inglesa; e, a partir da 2ª Edição, Ciências, História, Geografia, para o Ensino Fundamental, e História, Geografia, Sociologia, Filosofia, Química, Física e Biologia, para o Ensino Médio. No entanto, devido à pandemia de Covid-19, a 2ª edição de 2020 foi adiada e aplicada em 2021. Em 2021, após o retorno gradual das aulas presenciais, a Prova Paraná foi aplicada em setembro, em dois dias: no primeiro, os estudantes do Ensino Fundamental e do Ensino Médio realizaram as avaliações de Língua Portuguesa, Matemática e Língua Inglesa; e, no segundo dia, dos demais componentes curriculares avaliados em cada etapa. Em 2022, a Seed aprimorou a Prova Paraná, passando a realizá-la a cada trimestre letivo. Além disso, elaborou provas direcionadas aos estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA), tanto do Ensino Fundamental – Anos Finais - Fase II, para os componentes de Língua Portuguesa, Matemática, Língua Inglesa, Ciências da Natureza, Geografia e História, quanto do Ensino Médio, para os componentes de Língua Portuguesa, Matemática, Língua Inglesa, Química, Física, Biologia, História, Geografia, Sociologia e Filosofia. Todavia, no ano subsequente, a oferta da Prova Paraná para a EJA foi suspensa, devido às especificidades curriculares decorrentes da diversidade de oferta nessa modalidade. Em 2023, a Prova Paraná passou a avaliar o componente de Pensamento Computacional, na 1ª série do Ensino Médio, e de Educação Financeira, em todo o Ensino Médio. Outra novidade foi a oferta da Prova Paraná Digital, a partir da 2ª Edição, para as turmas de 8º ano do Ensino Fundamental (Paraná, 2024b, n.p).

Apenas em 2023, os dados começaram a ser disponibilizados para uso público no site da secretaria de educação e plataforma PowerBI, cujos dados, atualmente, estão restritos ao uso dos funcionários da rede pública de ensino.

Vamos comentar as questões das provas que apresentaram o conteúdo de funções quadráticas, escrevendo na Tabela 2.3 as seguintes informações: Ano da Prova Paraná, edição, série aplicada, descritor trabalhado na questão, a questão da prova e o percentual de acerto na questão.

Algumas informações não foram possíveis de serem acessadas pois a secretaria de educação não arquiva os dados das provas mais atingas. É o caso do caderno da Prova Paraná de 2019, Figura 2.14. Os dados de rendimentos dos estudantes das 3 edições não estão mais disponíveis para serem consultadas Mas algumas estão disponíveis na internet para consulta.

Tabela 2.3 – Dados dos alunos do Colégio Estadual São Paulo Apóstolo retirados do site (Paraná, 2024a, n.p) a respeito do rendimento em funções quadráticas na Prova Paraná

Ano	Edição	Ano	Descritor	Questão	Percentual de acerto
2019	1°	1° ano	D32	37	%
	2°	1° ano	D59	12	%
	2°	2° ano	D59	10 , 14	%
	2°	3° ano	D26	4	%
	3°	1° ano	D17, D20, D25, D26	46, 49, 30, 42	%
	3°	2° ano	D17, D25, D26	29, 41, 35	%
	3°	3° ano	D17, D25	30, 44	%
2020	1°	1° ano	D17, D25	52, 60	%
	1°	2° ano	D17, D25	43, 62	%
	1°	3° ano	D17, D25	58, 50	%
	2°	1° ano	D17, D25	41, 35	%
	2°	2° ano	D17, D25	31 e 50, 34	%
	2°	3° ano	D25	51	%
2021	Não há informações na rede devido à pandemia				
2022	Não foi aplicado conceitos de funções e equações do 2° grau				
2023	2°	9° ano	D31	31	37,20%
	2°	9° ano	D32	33	64,80%

	3°	2° ano	D17	32, 34, 39, 43	21,10%
	3°	2° ano	D20	38	36,80%
2024	2°	2° ano	D20	26	29,60%
	2°	2° ano	D20	28	25,80%
	3°	2° ano	D06	24	51,80%
	3°	2° ano	D17	25	37,60%
	3°	2° ano	D17	29	19,60%
	3°	2° ano	D20	37	26,60%
	3°	2° ano	D20	41	36,40%
	3°	2° ano	D25	32	23,00%
	3°	2° ano	D26	43	14,40%

Fonte: Prova Paraná (2024a)

Este fato justifica a ausência de porcentagens das primeiras linhas da Tabela 2.3, que não puderam ser inseridas para análise. Mas ainda assim pode-se verificar os descritores das provas que servem como guia no desenvolvimento de habilidades e competências.

Figura 2.14 – Caderno da Prova Paraná 2019, 3ªed.

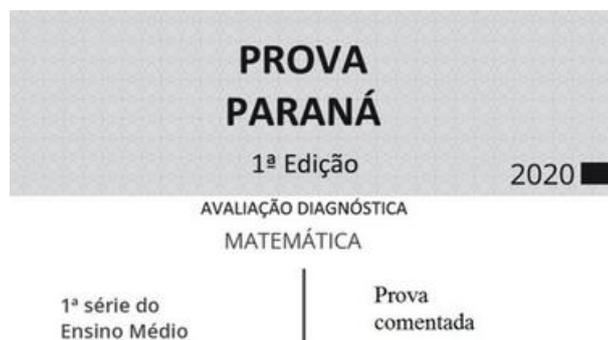


Fonte: Prova Paraná (2019).

O mesmo acontece com o caderno da Prova Paraná 2020, Figura 2.15, sem disponibilidade de informações para pesquisas estatísticas dos rendimentos dos alunos. Mas até então, a Prova Paraná era um treinamento para as provas do SAEB e por isso, não eram arquivadas com a importância que tem atualmente.

A tabela a seguir mostra o que avaliam os descritores das matrizes de referência usados nas provas citadas na Tabela 2.3 e associa com as habilidades da BNCC.

Figura 2.15 – Caderno da Prova Paraná 2020, 1ªed.



Fonte: Prova Paraná (2020).

Tabela 2.4 – Descritores e habilidades avaliados na Prova Paraná que tratam de conteúdos relacionados à função quadrática

Descritor (Matrizes)	Habilidade	Conteúdo	Habilidade BNCC
D06	Identificar a localização de pontos no plano cartesiano	Gráfico de Função Quadrática	EM13MAT302
D17	Resolver problema envolvendo equação do 2º grau	Equação do 2º grau	EM13MAT302
D20	Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.	Gráfico de Função Quadrática	EM13MAT502

D25	Resolver problemas que envolvam os pontos de máximo ou de mínimo no gráfico de uma função polinomial do 2º grau.	Máximos e Mínimos da Função Quadrática	EM13MAT503
D26	Relacionar as raízes de um polinômio com sua decomposição em fatores do 1º grau	Função Quadrática na Forma Fatorada	EM13MAT302
D31	Resolver problema que envolva equação do 2º grau.	Equação do 2º Grau	EM13MAT302
D36	Identificar uma equação do 2º grau que expressa uma situação problema.	Resolvendo uma equação do ° grau	EM13MAT302
D32	Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões)	Equação do 2º Grau	EM13MAT502
D59	Resolver problemas envolvendo equações do 1º ou do 2º grau.	Equação do 1º ou do 2º grau	EM13MAT302

Fonte: INEP (2022).

Observamos que os alunos tiveram um grande percentual de erro nas questões referentes ao descritor D17. Isso mostra uma grande dificuldade dos estudantes em resolver problemas envolvendo equação do 2º grau e nos leva à necessidade de tomar o cuidado de desenvolver uma estrutura condizente com a dificuldade apresentada ao elaborar o ebook, cuidado que percebemos ao ler o primeiro capítulo do material. Esta dificuldade foi discutida também no capítulo anterior ao se analisar o livro (IMPA, 2018, n.p) e como a escolha de estratégias de resolução de exercícios impede o estudante de resolver problemas mais complicados. Por outro lado, o descritor D06, cuja habilidade é identificar a localização de pontos no plano cartesiano apresenta 51,80% de acertos, inclusive o maior observado neste trabalho, constatando que a prática de outros anos com o conteúdo ajudou no rendimento dos alunos.

O ebook pretende trazer uma variedade de exercícios realísticos, aplicando a metodologia de resolução de problemas e tentando sanar com interatividade e dinamismo, a dificuldade dos alunos de interpretar dados, entender enunciados, criar estratégias e solucionar problemas. Por causa da dificuldade de interpretar e aplicar a matemática na resolução de problemas e exercícios, isto é, a literacia matemática, os estudantes das escolas públicas valorizariam o tempo de avaliação da Prova Paraná a fim de aprender e desenvolver a capacidade de raciocínio, melhorando continuamente, o aprendizado matemático.

2.4 METODOLOGIAS ATIVAS

As metodologias ativas são, segundo a Secretaria de Educação e Esportes do Paraná,

estratégias de ensino que têm por objetivo incentivar os estudantes a aprenderem de forma autônoma e participativa, por meio de problemas e situações reais, realizando tarefas que os estimulem a pensar além, a terem iniciativa, a debaterem, tornando-se responsáveis pela construção de conhecimento. Neste modelo de ensino, o professor torna-se coadjuvante nos processos de ensino e aprendizagem, permitindo aos estudantes o protagonismo de seu aprendizado (Paraná, 2024, n.p).

Mas para o professor, pesquisador e projetista José Moram, as metodologias ativas são abordagens pedagógicas que privilegiam a aprendizagem dos estudantes por descoberta, por investigação ou resolução de problemas. Ele afirma em uma entrevista ao blog Educação Transformadora,

Metodologias ativas pressupõem uma mudança cultural na visão sobre a Escola (básica/superior) de todos - gestores, docentes, funcionários, estudantes, famílias. Não é simples mudar paradigmas mentais consolidados, sair da posição central de docentes para a de mediadores. Exige um investimento maior em formação, experimentação, mais tempo de preparação das atividades, de planejamento em conjunto com vários colegas, de participação maior dos alunos e ter um domínio mais amplo das tecnologias digitais. Precisam também de melhores condições materiais: redesenho das salas de aula, aumento da conectividade, melhoria das condições trabalho dos docentes, que são muito precárias, para a maioria: trabalho em dois ou três turnos, número excessivo de aulas e alunos, pouco tempo de preparação, acompanhamento e avaliação dos estudantes,

salários baixos, pouca valorização profissional. Não podemos esperar grandes transformações na base só do idealismo e do voluntarismo (Moran, 2013, p.2).

Os professores Charles Bonwell e James Eison foram os primeiros a usarem, em seu livro "Active Learning: Creating Excitement in the Classroom", o termo metodologia ativa, lançado em 1991 (Bonwell; Eison, 2024, n.p). Alguns exemplos de metodologias ativas são: Sala de aula invertida, Resolução de problemas, Aprendizagem baseada em projetos, Gamificação, Design thinking, Aprendizagem por pares, Ensino híbrido, Estudo de caso, Seminários, Aprendizagem cooperativa, Roda de conversa, Cultura Maker, Storytelling, etc.

As metodologias ativas têm uma fundamental importância pois a atual geração jovem cresceu inserida e conectada a dispositivos digitais e redes sociais, mostrando que metodologias mais antigas não alcançam as necessidades e características dos estudantes de hoje. É necessário um material que inclua competências que alcancem esta necessidade de uma educação mais personalizada e inclusiva, atendendo à forma de aprender de cada aluno, além de falar a linguagem do jovem da atualidade, que está cada dia mais refém de tecnologias e recursos multimídias. Por outro lado, é preciso que os materiais de consulta e aprendizado estejam alinhados à BNCC, aos descritores das matrizes de referência do SAEB e aos projetos políticos pedagógicos das escolas.

A geração Z está substituindo rapidamente os millennials nas universidades. São jovens que nasceram em um mundo onde as informações estão prontamente disponíveis. Não é de admirar que muitos estejam questionando a importância do ensino superior. Se acham um professor monótono, logo encontram alguém mais envolvente no YouTube, capaz de transmitir os mesmos conteúdos com mais apelo visual. Mas não é só isso. Um relatório do grupo ECMC concluiu que 56% dos adolescentes esperam uma experiência discente que combine habilidades do pensamento acadêmico com a preparação prática para o mercado de trabalho. Logicamente, o papel do professor não é mais o mesmo. Se por muito tempo o ensino esteve focado na transmissão do conhecimento, agora é a interação que ganha espaço, colocando o aluno como agente ativo da aprendizagem (Oliveira, 2023, n.p).

É importante destacar que entre os desafios para aplicar estas metodologias, estão a falta de formação dos professores no estudo de estratégias e metodologias diferenciadas, causando desconfiança e insegurança em relação aos novos modelos de ensino; falta de tempo para estudar devido ao excesso de turmas que precisa lecionar; falta de recursos da instituição que não possui infraestrutura para determinada prática ativa; resistência da direção escolar em métodos diferenciados, alunos com diferentes níveis e ritmos de aprendizado, além da falta de experiência do professor. Segundo Bacich (2018),

Ao enfatizarmos a importância da inserção de metodologias ativas nas instituições de ensino reforçamos que a urgência desse processo é a reflexão de que não existe uma forma única de aprender e que a aprendizagem é um processo contínuo em que todos os envolvidos no processo devem ser considerados como peças ativas! (...) A utilização de metodologias ativas de forma integrada ao currículo requer uma reflexão sobre alguns componentes fundamentais desse

processo: o papel do professor e dos estudantes em uma proposta de condução da atividade didática que se distancia do modelo considerado tradicional; o papel formativo da avaliação e a contribuição das tecnologias digitais; a organização do espaço, que requer uma nova configuração para o uso colaborativo e integrado das tecnologias digitais; o papel da gestão escolar e a influência da cultura escolar nesse processo. O papel desempenhado pelo professor e pelos alunos sofre alterações em relação à proposta de ensino tradicional e as configurações das aulas favorecem momentos de interação, colaboração e envolvimento com as tecnologias digitais (Bacich, 2018, n.p).

Veja um breve comentário das metodologias ativas mais usadas na educação brasileira:

- **Aprendizagem Baseada em Problemas**

A aprendizagem baseada em problemas é uma metodologia transdisciplinar na qual os estudantes são confrontados com problemas abertos, mal estruturados e relacionados ao mundo real. O objetivo é gerar dúvidas e inquietações para motivá-lo a refletir e buscar soluções adequadas e criativas. As atividades podem ser realizadas em grupo ou individualmente, sob orientação do professor. Elas geralmente são divididas em quatro fases: descrição do problema; investigação da solução; discussão para conclusão do problema; debate final. Um dos princípios da aprendizagem baseada em problemas é a indissociabilidade entre teoria e a prática. Como defendido pelos consagrados autores Paulo Freire e Leon Vygotsky, o conhecimento deve ser produzido a partir da interação do sujeito com o mundo. Assim, os benefícios dessa metodologia são a aprendizagem significativa, o fomento à comunicação, a reflexão, o pensamento crítico e a responsabilidade do estudante pela própria aprendizagem (Positivo, 2023, n.p).

- **Aprendizagem Baseada em Projetos**

A aprendizagem baseada em problemas (ABP) é um método em que o estudante emprega a situação-problema, como um incentivo para aprender. Após análise inicial do problema, definem-se os objetivos de aprendizagem e buscam-se as informações necessárias para explicá-lo. Em seguida, discute-se o que foi encontrado e se compartilha o que aprenderam. Tanto na Metodologia da Problematização quanto na ABP, o start é dado pelas situações-problemas e a aprendizagem acontece mediante um processo de construção do conhecimento, baseado em situações da vida real (Cavalcanti; Nóbrega; Oliveira, 2017, n.p).

- **Gamificação**

a gamificação se apresenta como técnica capaz de impulsionar o envolvimento nas atividades educacionais. Gamificar atividades educacionais não significa trazer ou realizar jogos em sala de aula. Antes é incorporar os conceitos, dinâmicas, interação e desafios presentes no universo dos jogos para potencializar o processo de aprendizagem. Interatividade, resolução de problemas, trabalho de equipe, linguagem tecnológica, competição, estabelecer missões e desafios, pontuação a cada fase vencida, ranking de acordo com a pontuação, virtualidade, avatares, prêmios: durante o jogo e ao final e outros são alguns dos aspectos presentes na gamificação que podem ser incorporados na educação (Cecílio; Araújo; Pessoa, 2019, p.6).

- **Sala de Aula Invertida**

A Sala de Aula Invertida (SAI) é uma técnica de ensino mediada pelas Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC), e como o próprio nome deixa evidente, ela inverte a lógica tradicional de ensino, na qual o aluno comparece à escola para receber o conteúdo através da exposição docente. Nessa proposta, o aluno tem contato antecipado com os assuntos que irá aprender através de atividades em casa por meio do ensino on-line. E o que fazer com o tempo que sobra em sala de aula? Em sala, os alunos são incentivados a trabalhar em equipes, de forma colaborativa, tendo o professor como mediador entre si e realização de suas atividades (Andrade, 2019, p.6).

- Design Thinking

O Design Thinking (pensamento do design) consiste numa abordagem ou metodologia que estimula a resolução de problemas complexos de forma ativa, criativa e colaborativa. No contexto escolar, pode ser usada para incentivar o desenvolvimento de uma cultura do pensamento, que estimule o aluno na criação de novos conhecimentos e soluções inovadoras com potencial empreendedor (Hohemberger, 2020, p.4).

- Aprendizagem por Pares

A metodologia Peer Instruction fundamenta-se na ideia de que o professor passa de um centralizador, para um mediador ou facilitador do conhecimento e seus alunos deixam o papel de agentes passivos, ou seja, apenas recebedores da informação, tornando-se protagonistas do saber.(...) Nesta metodologia o docente repassa o conteúdo para os alunos para que leiam antes da aula, logo após o professor ministra o conteúdo, uma rápida explanação do conteúdo, para que depois seja proposto uma questão conceitual. Assim será mensurado em forma de percentual a necessidade de explicar novamente ou seguir para o próximo conteúdo (Ramos, 2024, p.73).

- Estudo de Caso

O estudo de caso é uma abordagem de ensino baseada em situações de contexto real, assim como o Problem Based Learning (PBL). As abordagens de ensino e aprendizagem baseadas em situações de contexto real são poderosas para desenvolver competências e habilidades relativas à resolução de problemas, à tomada de decisão, à capacidade de argumentação e ao trabalho efetivo em equipe. O estudo de caso tem o potencial de trazer ao contexto real conceitos que podem ser abstratos ou desconexos, caso sejam abordados apenas teoricamente e isoladamente. (...) O estudo de caso envolve a abordagem de conteúdo por intermédio do estudo de situações de contexto real, as quais são denominadas “casos”. (...) Trata-se de uma abordagem ativa e colaborativa, que promove o desenvolvimento da autonomia e da metacognição, quando conduzido de forma apropriada (Spricigo, 2014, p. 1)

- Cultura Maker

A cultura maker é um movimento que incentiva a criatividade, a experimentação e a colaboração, promovendo uma abordagem prática e participativa para a criação de objetos e projetos. Esta cultura maker oferece oportunidades para que as pessoas se tornem protagonistas, ativas na geração de inovação e soluções, democratizando o acesso aos recursos e estimulando a cultura do fazer (Neto, 2024, n.p).

- Storytelling

O “storytelling”, por exemplo, propõe que o professor faça uso de narrativas seguindo as técnicas utilizadas nos filmes, séries e livros de grande sucesso. Há métodos para isso, e o mais célebre é a “Jornada do Herói”, uma sequência típica que se faz presente nas grandes sagas, lendas e mitos da humanidade. O “storytelling” é uma metodologia que pode (e deve) ser trazida para a sala de aula por uma razão bastante óbvia: todo mundo ama boas histórias. Portanto, se o professor utilizar técnicas que exploram o uso de narrativas em sua aula, certamente haverá envolvimento dos alunos de tal forma que, não só o tempo passará rápido e a aprendizagem ocorrerá, mas, principalmente, os alunos vão ficar contando os dias para a próxima aula (Salvador, 2022, n.p).

É notório que em todas as metodologias há dinamismo no aprendizado, colocando o aluno como protagonista e o professor como mediador, não centralizador do conhecimento, modificando a metodologia tradicional de ensino. Por isso, o ebook dinâmico e interativo torna-se interessante, pois além de trazer na mesma ferramenta o conteúdo que se quer ensinar e ferramentas computacionais para interagir com os objetos matemáticos, possibilita que o estudante possa acessar o material de qualquer aparelho digital, seja ele computador, tablet e celular smarthphone. Além disso, o professor que pode expor teorias, exemplos e exercícios em aparelhos de televisão e projetores, além de poder adaptar o material à outras possibilidades de metodologias ativas, oportunizando ao estudante diversos componentes curriculares no mesmo sistema, interagindo e aumentando sua autonomia no processo ensino e aprendizagem.

2.5 TAXONOMIA DE BLOOM

A Taxonomia de Bloom é um sistema de classificação hierárquico consecutivo, usado para definir e distinguir diferentes níveis de cognição humana, complexidades e profundidades de como as pessoas aprendem. Usada para orientar o desenvolvimento de avaliações, de aulas e projetos de aprendizagem, é uma ferramenta importante para planejar o ensino desde o conhecimento até a sua avaliação.

Embora essa atividade de definição de conteúdo do curso/disciplina seja realizada periodicamente, alguns educadores ainda a fazem de modo inconsciente e se sentem despreparados quando solicitados a realizar essa tarefa de modo diferente do habitual. É nesse contexto que o uso de instrumentos que facilitem essa atividade é fundamental. A definição clara e estruturada dos objetivos instrucionais, considerando a aquisição de conhecimento e de competências adequados ao perfil profissional a ser formado direcionará o processo de ensino para a escolha adequada de estratégias, métodos, delimitação do conteúdo específico, instrumentos de avaliação e, conseqüentemente, para uma aprendizagem efetiva e duradoura. Neste contexto, um dos instrumentos existentes que pode vir a facilitar esse processo nos cursos superiores é a taxonomia proposta por Bloom et al. (1956), que tem, explicitamente, como objetivo ajudar no planejamento, organização e controle dos objetivos de aprendizagem (Ferraz; Belhot, 2010, p. 422).

A Taxonomia recebe o sobrenome do psicólogo e pesquisador em educação norte americana Benjamin Bloom (1913-1999), que presidiu o comitê de avaliadores das faculdades e

universidades americanas. O modelo teórico de aprendizagem foi publicado em 1956 e revisado em 2001, por seu aluno Lorin W. Anderson e o coautor da taxonomia em 1956, David R. Krathwohl. Definiu-se que a ferramenta deveria proporcionar um conjunto de três domínios específicos de desenvolvimentos chamados: domínio cognitivo, domínio afetivo e domínio psicomotor.

Para o domínio cognitivo, relacionado ao desenvolvimento intelectual e aprendido, envolvendo aquisições de conhecimentos, habilidades e atitudes, incluíam-se seis categorias: Receptividade, Resposta, Valorização, Organização e Caracterização. Para o domínio afetivo, relacionado a sentimentos e valores, abrangendo aspectos emocionais e comportamentais, divide-se em cinco categorias: Recepção, Resposta, Valorização, Organização e Caracterização. E para o domínio psicomotor, relacionado em habilidades físicas e motoras, representando uma maior e crescente autonomia, divide-se em cinco categorias: Percepção, Predisposição, Resposta Guiada, Resposta Mecânica e Resposta Clara e Completa.

Embora todos os três domínios (cognitivo, afetivo e psicomotor) tenham sido amplamente discutidos e divulgados, em momentos diferentes e por pesquisadores diferentes, o domínio cognitivo é o mais conhecido e utilizado. Muitos educadores se apoiam nos pressupostos teóricos desse domínio para definir, em seus planejamentos educacionais, objetivos, estratégias e sistemas de avaliação (Ferraz; Belhot, 2010, p. 423).

Porém, o domínio cognitivo sofreu mudanças necessárias na revisão de 2001 e verbos acabaram entrando na taxonomia para melhorar a associação com o objetivo cognitivo, a avaliação dos conteúdos e o desenvolvimento de competências.

Figura 2.16 – Taxonomia de Bloom



Fonte: Dias (2024).

A Figura 2.16 mostra os níveis hierárquicos do domínio cognitivo que podem ser trabalhados no desenvolvimento de planejamentos e currículos, atividades e estratégias didáticas,

avaliações, suporte à aprendizagem individualizada e corporativa. Dentro de cada nível hierárquico, ainda existem verbos que podem auxiliar na evolução consecutiva da aprendizagem. Veja a Figura 2.17.

Figura 2.17 – Níveis Hierárquicos do Domínio Cognitivo

MEMORIZAR	COMPREENDER	APLICAR	ANALISAR	AVALIAR	CRIAR
Listar	Esquematizar	Utilizar	Resolver	Defender	Elaborar
Relembrar	Relacionar	Implementar	Categorizar	Delimitar	Desenhar
Reconhecer	Explicar	Modificar	Diferenciar	Estimar	Produzir
Identificar	Demonstrar	Experimentar	Comparar	Selecionar	Prototipar
Localizar	Parafrasear	Calcular	Explicar	Justificar	Traçar
Descrever	Associar	Demonstrar	Integrar	Comparar	Idear
Citar	Converter	Classificar	Investigar	Explicar	Inventar

Fonte: Arena (2020).

Atualmente, a Taxonomia de Bloom foi intencionalmente projetada para ser mais útil aos educadores, tanto que também é conhecida por taxonomia dos objetivos educacionais de Bloom. Segundo Gabrielle Dias do site Fábrica de Provas,

... os professores podem planejar suas aulas e avaliações escolares integrando a tecnologia à Taxonomia de Bloom. Isso não apenas proporciona aos alunos expectativas mais claras, mas também oferece aos educadores um método menos sujeito a vieses para avaliar o trabalho dos estudantes. Assim, a Taxonomia de Bloom capacita os docentes para a personalização do ensino e para atender às necessidades específicas de cada aluno, expressando os mesmos conceitos em diferentes níveis da hierarquia (Dias, 2024, n.p).

Assim, buscamos que, na introdução de cada conceito do ebook, as atividades iniciais trabalhem os níveis hierárquicos de ordem inferior, progredindo ao longo de cada seção em direção aos níveis hierárquicos de ordem superior. Essa abordagem também permite, ao professor, personalizar o ensino, desenvolvendo com os estudantes apenas as atividades necessárias para atingir os níveis hierárquicos adequados ao contexto de cada turma e/ou estudante.

3 DESENVOLVIMENTO DO MATERIAL DIDÁTICO

3.1 DESCRIÇÃO DO MATERIAL DIDÁTICO

O ebook dinâmico e interativo foi desenvolvido em uma ferramenta de código aberto chamada PreTeXt, cujo fundador e principal desenvolvedor é Rob Beezer.

Eu sou o fundador e principal desenvolvedor do PreTeXt, uma linguagem e sistema para a criação e publicação de documentos acadêmicos estruturados. Este é um resultado do trabalho feito para escrever um livro de álgebra linear abertamente licenciado e ajudar com um livro de álgebra abstrata abertamente licenciado. Grande parte deste trabalho é apoiado pelo Projeto UTMOST. (Beezer, 2022, n.p).

A linguagem foi projetada para a produção de livros didáticos, monografias, artigos de pesquisa, em formato digital ou impresso e que tem como principal objetivo facilitar a criação de materiais e recursos acessíveis e de fácil manejo, mas de alta qualidade, tanto para o ensino quanto para a aprendizagem dos estudantes, especialmente para as disciplinas de Ciências, Matemática, Tecnologia e Engenharia. Antes de junho de 2017, o PreTeXt era chamado de “MathBook XML”, e muitas dessas referências ainda permanecem.

Sua estrutura é baseada na linguagem XML (Extensible Markup Language) que permite com que o seu processamento digital final possa ser feito em diversos formatos, como HTML, web, ePub, ebook, PDF, Jupyter Notebooks, entre outros formatos (Team, 2024, n.p). Possui também um bom suporte para fórmulas matemáticas usando Latex, MathML, DocBooc e HTML, e também padrões de acessibilidade, para garantir que os materiais possam ser usados por pessoas com deficiências, incluindo suporte a leitores de tela.

O PreTeXt permite incorporar atividades interativas como quizzes, vídeos, simulações e softwares interativos, trazendo o estudante, que, com frequência, tem o costume de estudar e pesquisar em ambientes digitais, a explorar um material feito com mais dinamismo.

A Figura 3.1 está associada ao endereço do projeto PreTeXt na rede (pretextbook.org) e contém tudo o que é necessário para começar na linguagem, desde a instalação até exemplos de projetos já construídos, apoiadores e patrocinadores do projeto, comunidades de editores, autores, leitores e desenvolvedores do guia, e uma biblioteca de códigos para construir uma diversidade de possibilidades de trabalhos. No caso do material didático, foram usados o Visual Studio Code para a construção da estrutura do material e a plataforma Github como hospedagem e repositório do projeto.

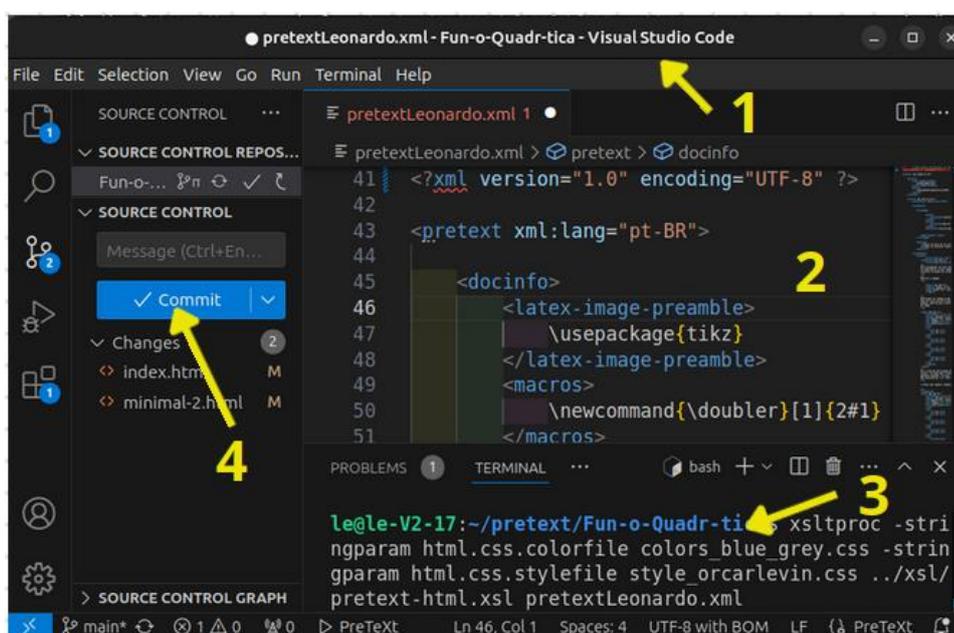
A Figura 3.2 mostra um exemplo da construção do material didático no Visual Studio Code, editor de texto criado pela Microsoft usado mundialmente por diversos programadores, onde os arquivos xml para produzir o material foram escritos.

Figura 3.1 – PreTeXt



Fonte: Team (2024).

Figura 3.2 – PreTeXt no Visual Studio Code



Fonte: O autor.

1. Representa o nome do documento que foi criado no VS Code.
 - pretextLeonardo.xml é o nome do arquivo na linguagem **xml** que será criado.
 - Fun-o-Quadr-tica é o nome da pasta onde os arquivos criados serão escritos.
 - Visual Studio Code é o nome do editor de texto que está sendo usado.
2. Local onde serão digitados todos os códigos: textos, números, símbolos, todos entre as tags (etiquetas que não aparecem na tela do computador e que serve para orientação do programador), responsável pelo conteúdo do material.

3. Representa o Terminal, que executa os comandos digitados no item 2.
4. O botão **Commit** é responsável por armazenar as informações do terminal no reservatório Github, assegurando que todas as informações e códigos estão sendo salvos, além de ser uma plataforma de hospedagem, isto é, um serviço que permite que indivíduos e empresas publiquem seus sites na internet.

Veja alguns exemplos de partes do material produzido e como foi gerado a partir de códigos escritos no VS Code.

Figura 3.3 – Recorte da tela do VS Code na elaboração da seção 1.1 do ebook

```

80 <section>
81     <title>Situções realísticas</title>
82     <subsection xml:id="aa">
83         <title>Comportamento de uma Função Quadrática</title>
84         <p>
85             Para estudarmos um novo tipo de padrão de função, vamos
86             considerar um experimento físico chamado queda livre, um
87             movimento vertical que consiste na queda dos corpos sem
88             o efeito da força de atrito.
89         </p>
90         <p>
91             Observe a imagem:
92         </p>
93
94         <figure xml:id="F1">
95             <caption>Queda livre</caption>
96             <image width="30%" source="tempobolaregua.png"/>
97         </figure>

```

Fonte: O autor.

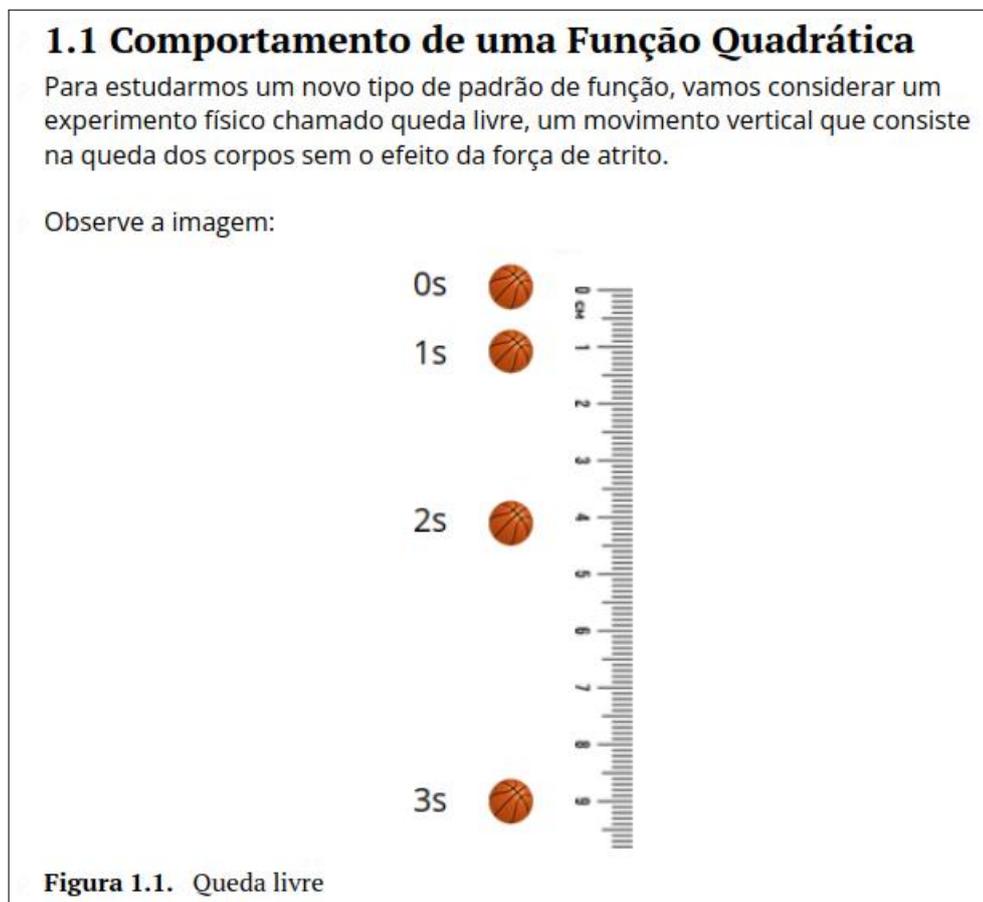
Note que na linha 80 da Figura 3.3, foi usada a tag `<section>` para abrir um capítulo no material. Na linha 81, foi dado usado a tag `<title>` para dar nome ao capítulo criado. Observe que logo após o título do capítulo: **Situações Realísticas**, existe uma tag semelhante, ou seja, `</title>`. Quando se abre uma tag, repete-se ela ao final do que se quer escrever com uma barra no início da palavra ou código, indicando que se quer fechá-la ou terminá-la. Isto é, `<title>Situções Realísticas</title>` indica o título do capítulo 1.

Logo após dar nome ao capítulo 1, se abre outra tag, na linha 82, chamada `<subsection>`, indicando que no material haverá um subcapítulo, cujo nome será colocado a seguir entre as tags `<title></title>`, linha 83, chamado de **Comportamento de uma Função Quadrática**.

A tag `<p>`, na linha 84, mostra que se quer escrever um parágrafo. A cada `<p>` escrito, entender-se-á que um novo parágrafo será escrito. Na linha 94, a tag `<figure>` mostra que será incluído uma figura. Na linha 95, a tag `<caption>` dá o nome à figura criada. A tag `<image>` é o lugar onde esta imagem ficará, sendo `width` e `source`, atributos que formatam a imagem inserida.

Veja a Figura 3.4 que apresenta como se vêem os códigos escritos na plataforma VS Code.

Figura 3.4 – Recoste da página do ebook, seção 1.1



Fonte: O autor.

Outra tag interessante de se comentar é a tag `<solution>` (do inglês "solução"), que abre um campo de solução do exercício. Após enunciar o problema, pode-se colocar a solução do mesmo entre as tags `<solution>` e `</solution>`. A Figura 3.5 mostra a tela de digitação do VS Code e entre as tags `` e ``, presentes nas linhas 2413 e 2425, respectivamente, escreve-se o conteúdo do exercício proposto, pois esta tag `` significa um item que faz parte de uma lista enumerada ou não. Em seguida, escreve-se um parágrafo entre as tags `<p>` e `</p>` nas linhas 2414 e 2415, que neste caso representam o enunciado do exercício. Na linha 2416 é aberto uma tag `<image>`, cujos atributos de formatação são *width*, para ampliação ou redução da imagem, e *source*, que encontra a imagem que precisa ser baixada no VS Code. Entre as linhas 2418 e 2424, encontra-se as tags `<solution>` e `</solution>`, que guardam as informações da solução do exercício. Estas por sua vez, estão organizadas entre as tags `<md>` e `</md>` que representam ambientes matemáticos estruturados e alinhados. Cada linha está escrita matemática será escrita dentro do seu complemento que está entre as tags `<mrow>` e `</mrow>`, presentes nas linhas 2420, 2421 e 2422.

Figura 3.5 – Uso da tag <solution> no VS Code

```

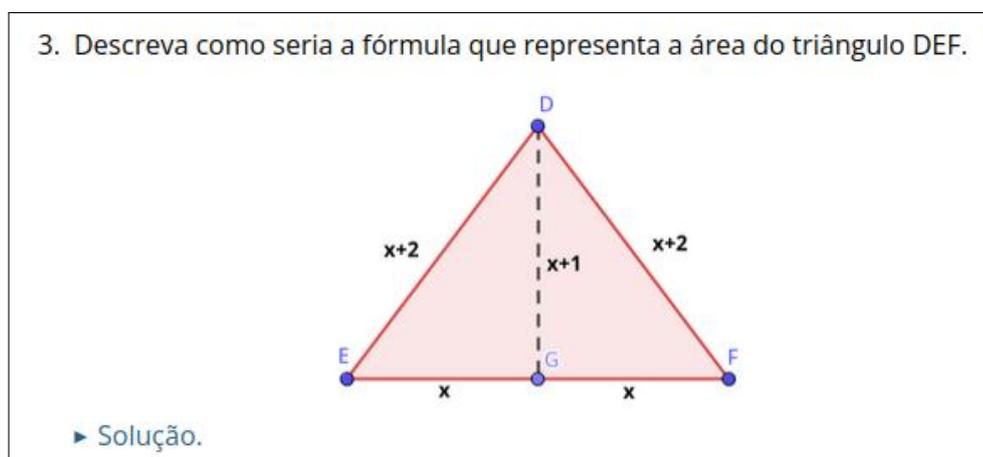
2413 <li>
2414   <p>Descreva como seria a fórmula que representa a área
2415   do triângulo DEF.</p>
2416   <img width="50%" source="trianguloV.png"/>
2417
2418   <solution>
2419     <md>
2420       <mrow>A =\amp \dfrac{2x\cdot (x+1)}{2} </mrow>
2421       <mrow>= \amp \dfrac{2x^2+2x}{2} </mrow>
2422       <mrow>= \amp x^2+x</mrow>
2423     </md>
2424   </solution>
2425 </li>

```

Fonte: O autor.

A Figura 3.6 mostra o resultado da renderização da tela do VS Code presente na figura anterior. Observa-se também que o conteúdo fica escondido dentro da comando e aparecerá se for acionada por algum leitor da tela que estará estudando o conteúdo.

Figura 3.6 – Vista do computador, celular ou tablet da tag <solution> fechada

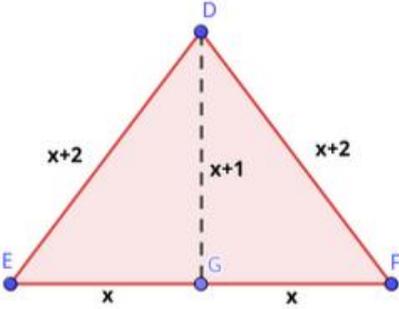


Fonte: O autor.

Já a Figura 3.7 mostra o comando Solução acionado. A seta inverte de direção apontando para baixo e a solução do exercício é mostrada para o estudante.

Figura 3.7 – Vista do computador, celular ou tablet do botão solução aberta

3. Descreva como seria a fórmula que representa a área do triângulo DEF.



▼ Solução.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2x \cdot (x + 1)}{2} \\
 &= \frac{2x^2 + 2x}{2} \\
 &= x^2 + x
 \end{aligned}$$

Fonte: O autor.

Um último exemplo de tag a ser comentada é a tag **<interactive>**, que indica que o conteúdo dentro dela é de natureza interativa. No caso do material didático, a tag foi usada para fazer uso dos softwares GeoGebra e Desmos. Na Figura 3.8, a tela do VS Code mostra a abertura da tag **<subsection>**, na linha 7026, representando uma seção do capítulo 3 do material. Entre as tags **title** e **/title**, está o título da seção, linha 70727. Entre as tags **<p>** e **</p>**, linhas 7029 e 7034, respectivamente, observa-se a indicação do material para utilizar o gráfico que vem a seguir, descrito na linha 7037, na tag **<interactive>**. Dentro desta, usamos *GeoGebra* como atributo, seguido de uma igualdade e, entre aspas, os oito símbolos que caracterizam a página do GeoGebra a ser utilizada.

Figura 3.8 – A tag <interactive> no VS Code

```

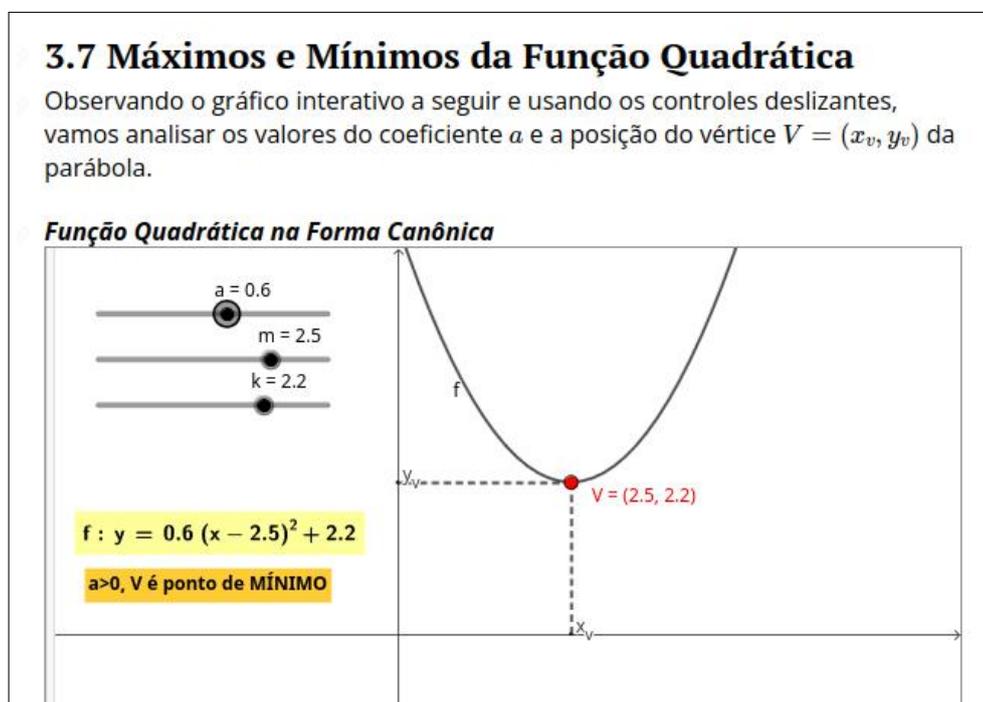
7026 <subsection>
7027   <title>Máximos e Mínimos da Função Quadrática</title>
7028
7029   <p>
7030     Observando o gráfico interativo a seguir e usando os
7031     controles deslizantes, vamos analisar os valores do
7032     coeficiente <math>a</math> e a posição do vértice
7033     <math>V=(x_v, y_v)</math> da parábola.
7034   </p>
7035
7036   <p><alert>Função Quadrática na Forma Canônica</alert>
7037     <interactive geogebra="vefyy4ep" />
7038     Observe que se a função quadrática está na forma
7039     canônica, então <math>f(x)=a(x-m)^2+k</math> tem seu
7040     máximo ou mínimo ocorre para <math>x=m</math>
7041     e tem valor <math>y=f(m)</math>.
7042   </p>

```

Fonte: O autor.

Observe a Figura 3.9 como será renderizado na tela do computador, celular ou tablet, cujo códigos estão presentes na tela do VS Code, mostrados na figura anterior.

Figura 3.9 – Visão da tela do computador da tag <interactive>



Fonte: O autor.

Esta tag possibilita a interatividade do estudante com o material, dando condições de mexer no gráfico como se o aluno estivesse trabalhando no software, mas sem precisar abrir outra página.

3.2 CAPÍTULOS E SEÇÕES DO MATERIAL DIDÁTICO

A estruturação do material didático foi pensada de forma a inverter a ordem dos materiais tradicionais, que iniciam os capítulos com teorias, definindo, em seguida, exercitando as teorias e por fim, apresentando práticas com exercícios contextualizados, para que os estudantes usem tudo aquilo que aprenderam como ferramenta de resolução dos problemas. Assim, iniciamos introduzindo situações aplicadas e incentivando a busca de soluções informais por parte dos estudantes, para depois formalizarmos os conceitos.

Figura 3.10 – Ebook - Capítulo 1

1	Situações realísticas
1.1	Comportamento de uma Função Quadrática
1.2	Análise e conjectura
1.3	Conjectura na geometria
1.4	Calculando áreas em diversos cenários
1.5	Reconhecendo funções quadráticas
1.6	Definindo a Função Quadrática

Fonte: O autor.

O primeiro capítulo, intitulado Situações Realísticas, mostrada na Figura 3.10, apresenta seções que identificam a função quadrática como padrão não linear, mostra como trabalhar as conjecturas das leis de formações das funções, traz exercícios de memorização e desafios para se trabalhar estratégias de elaboração a cada seção e por fim, define a função quadrática a partir das seções anteriores. A sequência do gradiente de dificuldade dos exercícios é baseada segundo a Taxonomia de Bloom. As Figuras 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16, apresentam tabelas criadas para organizar e desenvolver os exercícios, problemas e desafios do Capítulo 1 do material, mostrando como foram escolhidos os verbos do domínio cognitivo e os níveis de cognição.

- Seção 1.1: Comportamento de uma função quadrática

Figura 3.11 – Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.1

Questão	Nível	Verbos
1	Memorizar	Reconhecer
2	Memorizar	Identificar
3	Memorizar	Localizar
4	Compreender	Relacionar
5	Compreender	Explicar
6	Compreender	Associar
7	Aplicar	Utilizar
8	Aplicar	Calcular
9	Criar	Elaborar
10	Criar	Inventar

Fonte: O autor.

- Seção 1.2: Análise e conjectura

Figura 3.12 – Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.2

Questão	Nível	Verbos
1	Memorizar	Reconhecer
2	Memorizar	Identificar
3	Memorizar	Localizar
4	Aplicar	Utilizar
5	Aplicar	Modificar
6	Aplicar	Calcular
7	Analisar	Comparar/Expli
8	Criar	Elaborar
9	Criar	Idear
10	Criar	Inventar

Fonte: O autor.

- Seção 1.3: Conjectura na geometria

Figura 3.13 – Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.3

Questão	Nível	Verbos
1	Memorizar	Identifique
2	Memorizar	Localizar
3	Memorizar	Descrever
4	Compreender	Relacionar
5	Compreender	Explicar
6	Compreender	Demonstrar
7	Aplicar	Utilizar
8	Aplicar	Calcular
9	Avaliar	Selecionar
10	Avaliar	Comparar

Fonte: O autor.

- Seção 1.4: Calculando áreas em diversos cenários

Figura 3.14 – Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.4

Questão	Nível	Verbos
1	Compreender	Demonstrar
2	Compreender	Explicar
3	Compreender	Associar
4	Aplicar	Modificar
5	Aplicar	Demonstrar
6	Aplicar	Calcular
7	Analisar	Resolver
8	Analisar	Comparar
9	Analisar	Investigar
10	Avaliar	Selecionar

Fonte: O autor.

- Seção 1.5: Reconhecendo funções quadráticas

Figura 3.15 – Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.5

Questão	Nível	Verbos
1	Memorizar	Relembrar
2	Memorizar	Indicar
3	Memorizar	Localizar
4	Compreender	Relacionar
5	Compreender	Demonstrar
6	Compreender	Associar
7	Analisar	Explicar
8	Analisar	Investigar
9	Criar	Produzir
10	Criar	Traçar

Fonte: O autor.

- Seção 1.6: Definindo a função quadrática

Figura 3.16 – Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 1.6

Questão	Nível	Verbos
1	Memorizar	Identificar
2	Memorizar	Localizar
3	Compreender	Relacionar
4	Compreender	Associar
5	Aplicar	Calcular
6	Aplicar	Classificar
7	Analisar	Resolver
8	Analisar	Investigar
9	Avaliar	Selecionar
10	Avaliar	Justificar

Fonte: O autor.

O segundo capítulo, intitulado Gráfico de Funções Quadráticas, Figura 3.17, apresenta de forma gradual a construção da Função Quadrática na Forma Canônica, compara com a forma

padrão, cuja escrita é tradicional na literatura matemática do livros didáticos, apresenta de forma interativa o foco da parábola e finaliza com exercícios que praticam a memorização e estratégias de controle, além de desafios para elaboração de resoluções mais trabalhadas.

Figura 3.17 – Ebook - Capítulo 2

2	Gráfico de Funções Quadráticas
2.1	Função Quadrática do tipo $y = ax^2$
2.2	Função do tipo $y = ax^2 + k$
2.3	Função Quadrática do tipo $y = a(x - m)^2$
2.4	Função Quadrática do tipo $y = a(x - m)^2 + k$
2.5	Escrevendo a Função Quadrática na Forma Canônica
2.6	Escrevendo a Função Quadrática na Forma Padrão
2.7	Foco da Parábola
2.8	Exercícios

Fonte: O autor.

A Figura 3.18 mostra, através de uma tabela, como foram escolhidos e organizados os verbos do domínio cognitivo e os níveis de cognição da seção de exercícios do Capítulo 2.

Figura 3.18 – Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 2.8

Questão	Nível	Verbos
1	Memorizar	Identificar
2	Memorizar	Localizar
3	Compreender	Relacionar
4	Compreender	Associar
5	Aplicar	Calcular
6	Aplicar	Classificar
7	Analisar	Resolver
8	Analisar	Investigar
9	Avaliar	Selecionar
10	Avaliar	Justificar

Fonte: O autor.

O capítulo 3, cujo nome é Zeros da Função Quadrática, Figura 3.19, explora a escrita da forma canônica para encontrar os zeros da função quadrática e encontrá-los graficamente. Em seguida, mostra a importância do discriminante e como isto interfere na função quadrática tanto na forma padrão quanto na forma canônica. O estudo de sinais e os máximos e mínimos da função quadrática apresentam uma introdução às inequações, que também são representadas graficamente. Por fim, a seção de exercícios apresenta problemas cujas resoluções variam desde memorização à estratégia de controle e elaboração.

A Figura 3.20 mostra como foi usado uma tabela para escolher os verbos do domínio cognitivo e os níveis de cognição dos exercícios do capítulo 3.

Figura 3.19 – Ebook - Capítulo 3

3	Zeros da Função Quadrática
3.1	Zeros e a Forma Canônica
3.2	Calcular zeros da função utilizando a forma padrão
3.3	Zero da função quadrática nos gráficos
3.4	Discriminante
3.5	Estudo dos Sinais da Função Quadrática
3.6	Inequações Quadráticas
3.7	Máximos e Mínimos da Função Quadrática
3.8	Exercícios

Fonte: O autor.

Figura 3.20 – Níveis Hierárquicos dos Exercícios da Seção 3.8

Questão	Nível	Verbos
1	Memorizar	Identificar
2	Memorizar	Localizar
3	Compreender	Explicar
4	Compreender	Associar
5	Aplicar	Calcular
6	Aplicar	Demonstrar
7	Analisar	Resolver
8	Analisar	Investigar
9	Avaliar	Selecionar
10	Avaliar	Explicar

Fonte: O autor.

O ebook interativo e dinâmico apresenta três capítulos que organizam todo o conteúdo de função quadrática segundo as competências e habilidades da BNCC, associando sempre teoria à interatividade, possibilitando o uso de metodologias ativas como a gamificação e sala de aula invertida. Mostra que todos os exercícios de fixação de conteúdo estão dispostos de acordo com a idealização do livro (IMPA, 2018, n.p), além de um gradiente de dificuldade que planejaram e organizaram as questões das seções mencionadas. Sendo assim, uma alternativa aos materiais tradicionais e buscando sanar a dificuldade no aprendizado dos alunos, que tendem a afetar sua autoestima, prejudicando o seu rendimento escolar.

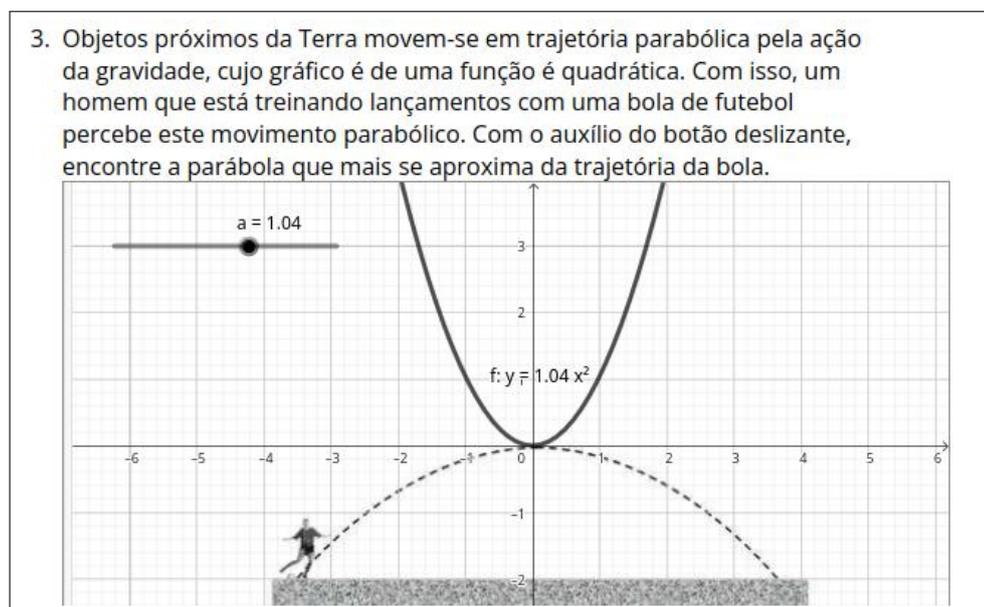
3.3 FUNÇÃO QUADRÁTICA NA FORMA CANÔNICA

A Função Quadrática na Forma Canônica foi adotada no material por ter um formato de fácil entendimento, principalmente quando se quer estudar gráficos e elementos como a localização do vértice, a concavidade e o eixo de simetria, que são elementos centrais na análise do comportamento das parábolas.

A forma canônica é a representação mais importante da função quadrática, devido ao número de informações que extraímos a partir dela. Infelizmente seu estudo é pouco explorado no ensino básico, os livros tanto do ensino fundamental quanto do ensino médio, também não (Soares, 2013, p.3).

O segundo capítulo do ebook apresenta um estudo aprofundado da forma canônica, iniciando na primeira Seção 2.1, analisando as funções quadráticas na forma canônica do tipo $y = ax^2$, semelhante à forma padrão incompleta com os valores dos coeficientes b e c nulos. Destaca-se a interatividade do software Desmos, no estudo das concavidades das parábolas que possuem seu vértice na origem do sistema, apresentando, no final da seção, três atividades que usam o software GeoGebra de coincidir parábolas, pontos e trajetórias usando apenas os botões deslizantes do software. A Figura 3.21 mostra uma das atividades interativas do GeoGebra que trabalham o botão deslizante, cujo objetivo é levar o estudante a identificar que a constante altera a abertura da parábola.

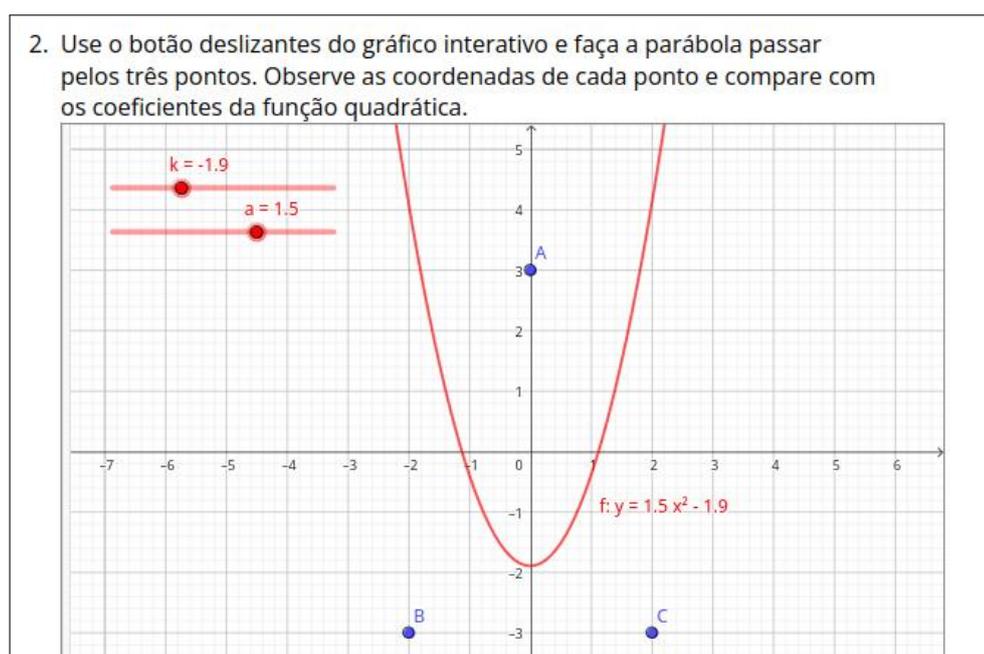
Figura 3.21 – Atividade do ebook sobre Função Quadrática na Forma Canônica do Tipo $y = ax^2$



Fonte: O autor.

Na segunda Seção 2.2, temos um parâmetro k somando o termo ax^2 , escrevendo a função $y = ax^2 + k$, também semelhante à forma padrão incompleta com o coeficiente b nulo. Na Figura 3.22 está representada uma atividade do fim da seção que explora os parâmetros a e k da função quadrática $y = ax^2 + k$. O objetivo dessa seção é levar o estudante a identificar que a constante k move a parábola verticalmente no plano.

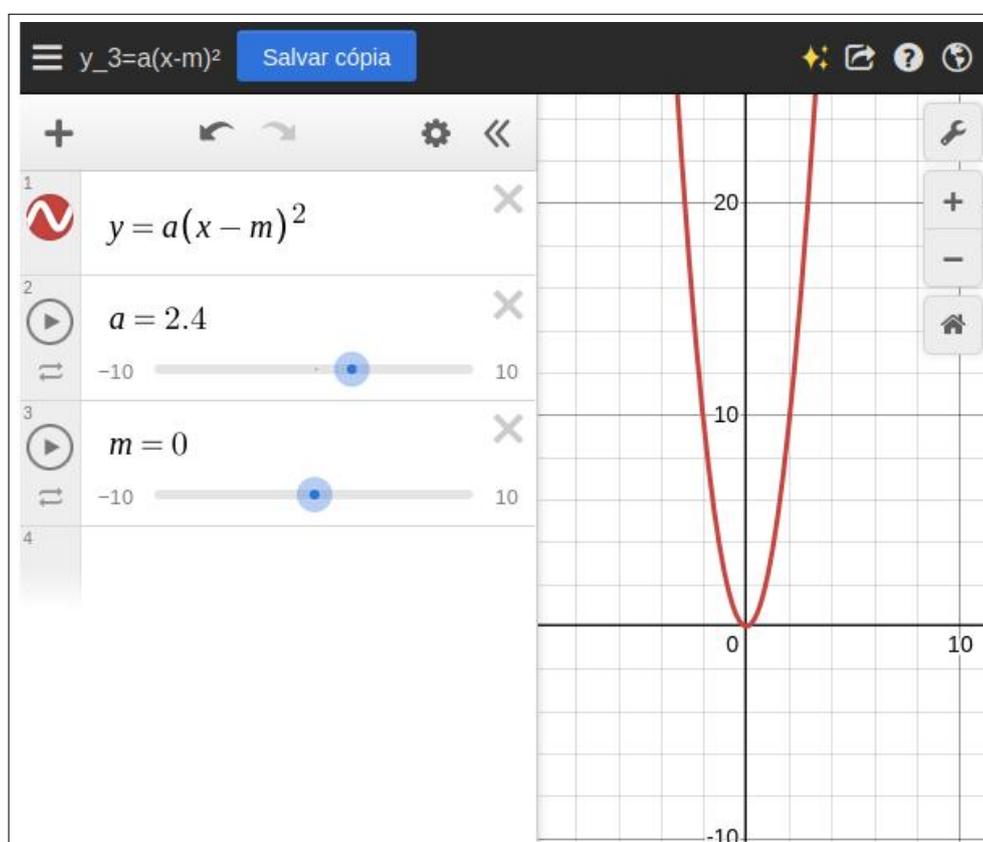
Figura 3.22 – Atividade do ebook sobre Função Quadrática na Forma Canônica do Tipo $y = ax^2 + k$



Fonte: O autor.

Já na Seção 2.3, a função é escrita na forma $y = a(x - m)^2$, apresentando a primeira diferença em relação à forma tradicional ensinada atualmente. Um parâmetro m aparece na função, enquanto o parâmetro k não está presente. A intenção nesta seção é não misturar os comportamentos gráficos da parábola quando muda-se os valores dos botões deslizantes a e m , com os valores de k . Assim, na investigação do que acontece quando se alteram os valores de a e m no software Desmos, Figura 3.23, são vistos na tela enquanto o estudante se aprimora no material didático. O objetivo dessa seção é levar o estudante a identificar que a constante m move a parábola horizontalmente no plano.

Figura 3.23 – Atividade do ebook sobre Função Quadrática na Forma Canônica do Tipo $y = a(x - m)^2$



Fonte: O autor.

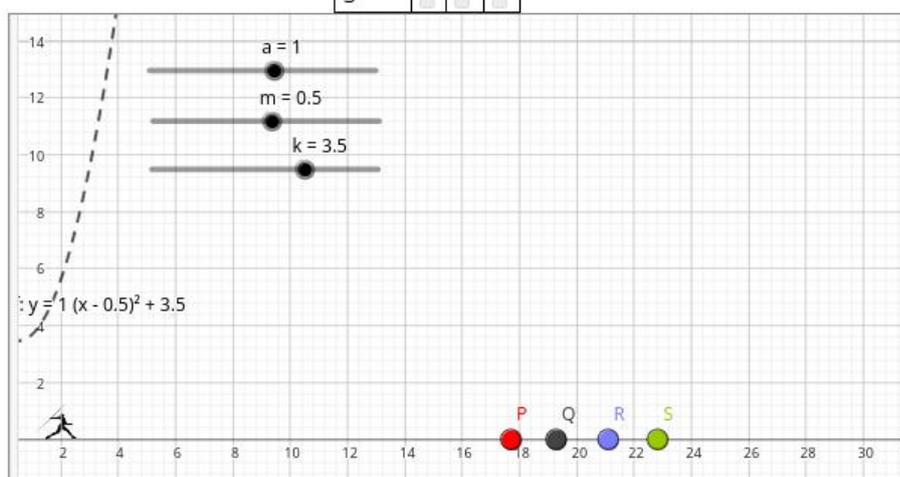
A função quadrática na forma canônica completa é apresentada na Seção 2.4, apresentando atividades mais complexas para que o estudante trabalhe com os movimentos que os parâmetros a , m e k ocasionam juntos na parábola. Neste momento, o aluno já praticou vários exercícios de interatividade e provavelmente já tenha entendido a influência que os parâmetros têm sobre a movimentação das parábolas. Veja um exemplo de atividade interativa da Seção 2.4 na Figura 3.24.

Figura 3.24 – Atividade do ebook sobre Função Quadrática na Forma Canônica do Tipo $y = a(x - m)^2 + k$

3. Observe os pontos P, Q, R e S. Um atleta em treinamento deseja acertar esses pontos e para cada um deles, uma trajetória será feita pelo dardo atirado. Preencha a tabela informando quais valores de a , m e k , a parábola acerta cada um dos pontos apresentados.

Tabela 2.2.

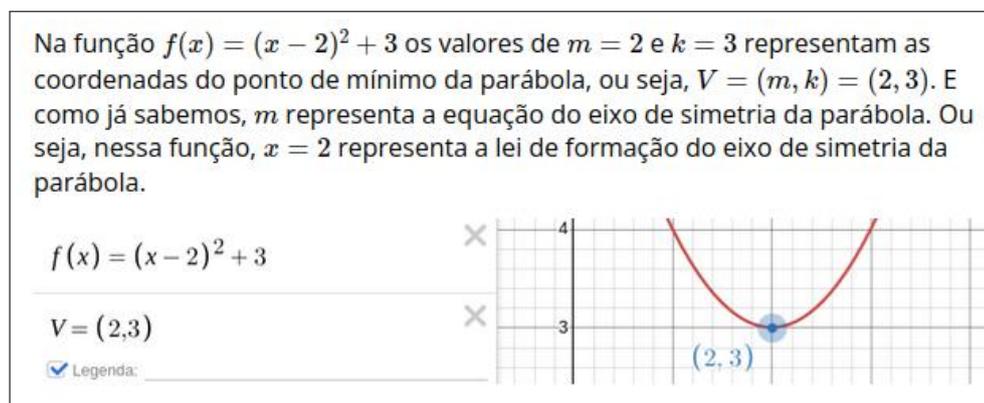
Ponto	a	m	k
P	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Q	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
R	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
S	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>



Fonte: O autor.

A Seção 2.5 escreve a Função Quadrática da Forma Padrão, isto é, $y = ax^2 + bx + c$, para a Forma Canônica, $y = a(x - m)^2 + k$, enunciando um teorema e traz a demonstração como elemento opcional, em uma aba, para as turmas / estudantes no contexto adequado. Além disso, temos duas Subseções, 2.5.1 que trata do vértice de uma parábola e, a Subseção 2.5.2, que mostra interativamente, o domínio e a imagem da função quadrática. Na Figura 3.25, mostra-se a importância dos parâmetros m e k , presentes na Subseção, e que representam as coordenadas do vértice da parábola.

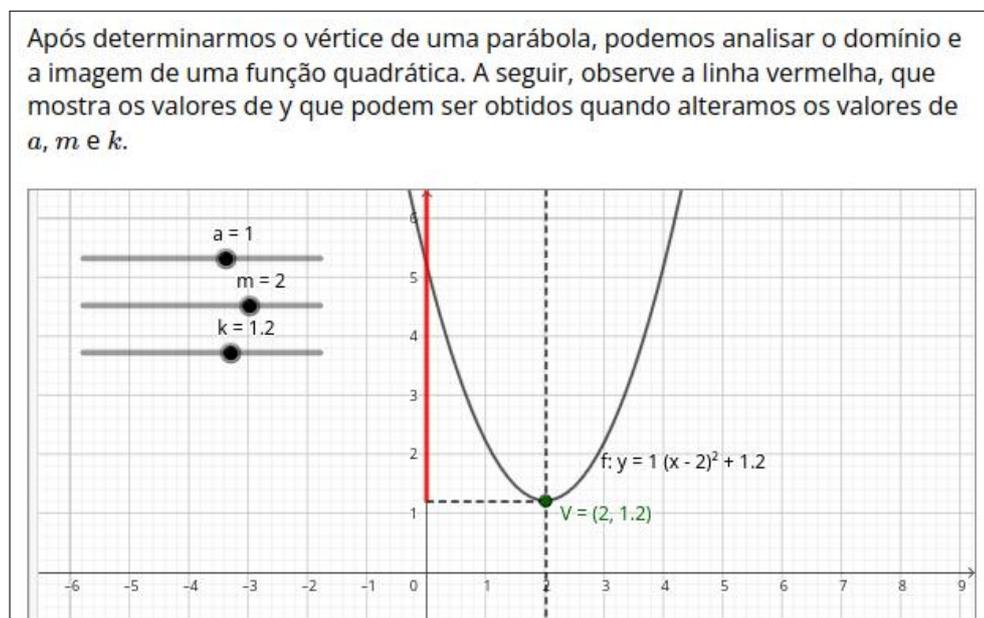
Figura 3.25 – Vértice da parábola



Fonte: O autor.

Da mesma forma, porém mais interativo, o GeoGebra ajuda a entender uma dificuldade grande que os alunos demonstram ao estudar a imagem de uma função quadrática. A Subseção anterior é de suma importância pois apresenta o valor de k , necessário para representar a imagem da função. Observe a Figura 3.26 que mostra uma linha colorida (vermelha), enquanto se modifica os valores dos parâmetros.

Figura 3.26 – Imagem da Função Quadrática

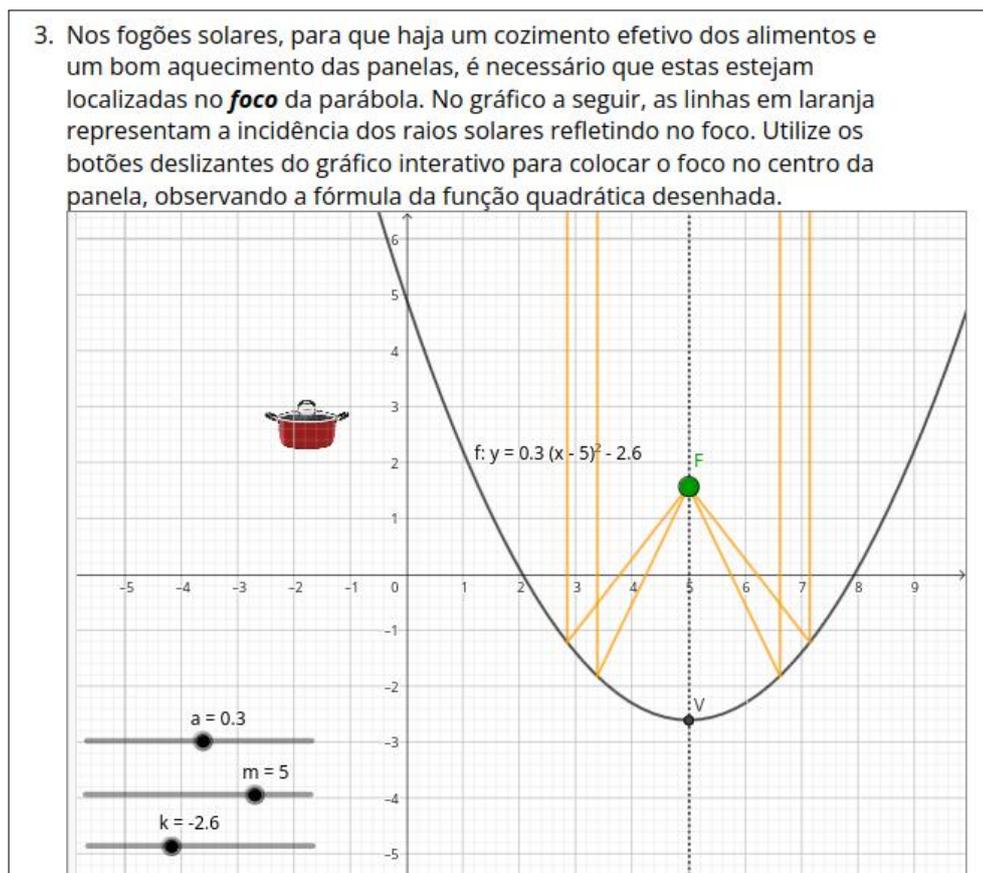


Fonte: O autor.

A Seção 2.6 inverte a ordem da Seção 2.5, mostrando que toda função escrita na forma canônica pode ser escrita na forma padrão. Existem possibilidades para isto, mas a provável escolha dos alunos é o desenvolvimento do produto notável e as operações algébricas restantes. Com isso, a Subseção 2.6.1 fica mais fácil de entender, pois o estudante será colocado a praticar o esboço de funções quadráticas, sempre preferindo partir da função quadrática na forma canônica.

A Seção 2.7 traz uma prática interessante do foco da parábola, um conceito menos comentado nas aulas de função quadrática. Além das definições e demonstrações de como encontrar a fórmula e localização do foco da parábola, apresenta-se aplicações de onde são usadas a teoria, como os fogões solares. Na Figura 3.27 há um exemplo de atividade interativa que o ebook prepara para o estudante localizar, apenas usando os botões deslizantes do GeoGebra e que representam os valores dos parâmetros da função, o foco da parábola na panela do gráfico.

Figura 3.27 – Foco da parábola e fogão solar



Fonte: O autor.

Uma última Seção a ser comentada neste trabalho será a Seção 3.1, que calcula os zeros da função quadrática na forma canônica, sem a necessidade de métodos de obtenção das raízes da função mais demorados, porém, tradicionais. Precisa-se apenas isolar o valor de x , sem perda de generalidade. Veja um recorte do ebook na Figura 3.28:

Figura 3.28 – Cálculo do Zero da Função Quadrática na Forma Canônica

1. Determine os zeros das seguintes funções:

a. $f(x) = 3(x + 1)^2 - 3$
 ▼ Solução.

$$f(x) = 0$$

$$\Rightarrow 3(x + 1)^2 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 3(x + 1)^2 = 3$$

$$\Rightarrow (x + 1)^2 = \frac{3}{3}$$

$$\Rightarrow (x + 1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow x + 1 = \pm 1$$

Abrindo em dois casos, temos:

$x + 1 = 1$	$x + 1 = -1$
$\Rightarrow x = 1 - 1$	$\Rightarrow x = -1 - 1$
$\Rightarrow x = 0$	$\Rightarrow x = -2$

Portanto, -2 e 0 são os zeros da função.

Fonte: O autor.

Analisando a imagem, observamos que a função foi facilmente trabalhada isolando a incógnita x , mesmo abrindo em dois casos e escrevendo símbolos que normalmente os alunos não são muito acostumados, mas é sempre uma boa prática a escrita da matemática correta. Assim, podemos esperar que o estudante esteja acostumado a fazer este tipo de resolução de equações, já que ao estudar a função quadrática, a função afim já foi praticada pelo aluno em anos anteriores, juntamente com equações do primeiro grau. Assim, consegue seguir um caminho conhecido, porém, mais complicado pelas operações que a equação do primeiro, não traz.

4 CONCLUSÃO

Escrever um material didático leva tempo, exige organização e planejamento, além de objetivos bem claros para qual público o material deve ser direcionado, o que ele deve aprender com isto, qual o formato deste material, em quais documentos ele se baseia e de que forma ele será publicado.

O ebook foi uma escolha de material didático que usa da tecnologia da informação sua forma de publicação, já que os estudantes de hoje em dia nascem cercados por elementos tecnológicos, adquirindo facilmente fluência na sua linguagem desde cedo.

Mas para se produzir este material didático interativo e com forte adaptabilidade, foi necessário buscar fontes que mostrassem que o conteúdo que foi escolhido precisava de uma nova abordagem, tanto no material publicado quanto na forma com que este se comunicaria com o seu público. A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) é o documento educacional mais importante do país e junto com as Matrizes de Referência do SAEB, garante que tudo que for produzido será norteado pelas regras educacionais estudadas e decididas por um grupo de especialistas no assunto. Outro ponto de partida foi a observação que a forma canônica da função quadrática, apesar de não ser o ponto central na maioria dos livros didáticos, permite relacionar a forma algébrica ao gráfico mais facilmente e facilita muitos os cálculos.

Tendo documentos que mostram quais competências e habilidades os educadores devem desenvolver nos estudantes, buscamos nas pesquisas estatísticas quais estratégias de ensino podemos utilizar para promover o aprendizado eficaz. Assim, as porcentagens de rendimento da Prova Paraná Avaliação Diagnóstica e os dados presentes no livro *As 10 Questões do Professor de Matemática...e como o PISA Pode Ajudar a Respondê-las*, apresentam dados suficientes para garantir que o material tenha uma forma diferenciada de sanar as dificuldades encontradas no estudo de Função Quadrática. Basta então procurar as competências corretas, associar com os descritores do SAEB, e o conteúdo está pronto para ser desenvolvido.

Para o desenvolvimento destes conteúdos, buscamos ferramentas e estratégias que pudessem organizar a produção e garantir a qualidade do material, indicando a ordem exata das teorias, atividades, exercícios e problemas que seriam expostos. A Taxonomia de Bloom traz os conceitos de domínios e verbos, para orientar e hierarquizar os exercícios num gradiente de dificuldade, permitindo uma diversidade de atividades e estratégias de resolução. É o caso do livro analisado, *As 10 Questões do Professor de Matemática*, que mostra durante a observação dos capítulos, três níveis de resolução de exercícios e problemas (memorização, estratégia de controle e elaboração). Casando uma ferramenta que organiza e orienta, com outra que alinha à situações do cotidiano e incentiva o pensamento crítico, tem-se um material didático dinâmico.

Sem esquecer das novas formas de ensinar, as metodologias ativas inspiram abordagens

renovadas e interativas, permitindo ao aluno não ser mais um refém do ensino, e sim um protagonista da educação. Exemplos como gamificação de atividades e ensino híbrido, podem fazer parte desta produção que precisa andar em sintonia com esta geração tecnológica.

Assim, temos uma proposta de ebook dinâmico, pois se adapta à uma geração evoluída tecnologicamente usando instrumentos comuns às suas realidades além de ser interativo, conversando com o estudante de forma atualizada, contextualizada e facilitadora.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, L. G. da S. B. **A sala de aula invertida como alternativa inovadora para a educação básica.** Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco, 2019. Disponível em: <<https://repositorio.ifs.edu.br/biblioteca/bitstream/123456789/1184/3/A%20sala%20de%20aula%20invertida%20como%20alternativa%20inovadora%20para%20a%20educa%C3%A7%C3%A3o%20basica.pdf>>. Acesso em: 8 dez. 2024. 57
- ARENA, C. **Taxonomia de Bloom.** Amplifica, 2020. Disponível em: <<https://www.amplifica.me/taxonomia-de-bloom/>>. Acesso em: 9 dez. 2024. 60
- BACICH, L. **Inovação na educação.** Wordpress.com, 2018. Disponível em: <<https://lilianbacich.com/2018/07/24/metodologias-ativas/>>. Acesso em: 12 dez. 2024. 56
- BEEZER, R. A. **Rob Beezer's Home Page.** 2022. Disponível em: <<http://buzzard.ups.edu/>>. Acesso em: 10 dez. 2024. 61
- BONWELL, C.; EISON, J. **Metodologias Ativas de Aprendizagem.** TOTVS, 2024. Disponível em: <<https://www.totvs.com/blog/instituicao-de-ensino/metodologias-ativas-de-aprendizagem/>>. Acesso em: 7 dez. 2024. 55
- BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum.** Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Acesso em: 1 dez. 2024. 17, 18, 20
- BRASIL, P. da República Federativa do. **Lei nº 14.172, de 10 de junho de 2021.** 2021. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2019-2022/2021/lei/L14172.htm>. Acesso em: 3 dez. 2024. 15
- CECÍLIO, A. R. L.; ARAÚJO, M. P. de; PESSOA, R. C. **Metodologias Ativas: Gamificação no Processo Aprendizagem.** Conedu - Congresso Nacional de Educação, 2019. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2019/TRABALHO_EV127_MD1_SA19_ID11657_21092019162027.pdf>. Acesso em: 8 dez. 2024. 56
- COUTINHO, D. **Confira 7 tendências da Educação em 2023.** Revista Nova Escola, 2023. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/21581/confira-7-tendencias-da-educacao-em-2023>>. Acesso em: 3 dez. 2024. 15
- DIAS, G. **Entenda o que é a Taxonomia de Bloom e como ela impacta os objetivos de aprendizagem.** Fábrica de Provas, 2024. Disponível em: <<https://blog.fabricadeprovas.com.br/educacional/gestao-educacional/taxonomia-de-bloom/>>. Acesso em: 9 dez. 2024. 59, 60
- FERRAZ, A. P. do C. M.; BELHOT, R. V. **Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais.** Scielo Brasil, 2010. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/gp/a/bRkFgcJqbGCDp3HjQqFdqBm/?format=pdf&lang=pt>>. Acesso em: 9 dez. 2024. 58, 59
- FRANCINI, E. F.; MORENO-PIZANI, M. A. **Os Impactos da Base Nacional Comum Curricular na Construção do Currículo Piracicabano.** e-Curriculum, 2020. 6 p. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/50232>>. Acesso em: 2 dez. 2024. 19

HOHEMBERGER, D. A. **Guia Didático do Design thinking: Uma Metodologia Ativa para Estimular a Criatividade, A Inovação e o Empreendedorismo em Sala de Aula**. Dissertação (Mestrado) — Instituto Federal Farroupilha, 2020. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/572344/2/Guia%20Did%C3%A1tico%20do%20Design%20Thinking%20_%20uma%20metodologia%20ativa%20para%20estimular%20a%20criatividade%2C%20a%20inova%C3%A7%C3%A3o%20e%20o%20empreendedorismo%20em%20sala%20de%20aula..pdf>. Acesso em: 8 dez. 2024. 57

IMPA. **As 10 Questões do Professor de Matemática: Reflexões e Práticas Pedagógicas**. Brasília, Brasil: IMPA - Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2018. Disponível em: <https://impa.br/wp-content/uploads/2018/02/Livro_Dez_Questoes-PISA_2018.pdf>. Acesso em: 7 dez. 2024. 15, 17, 22, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 54, 75

INEP. **Relatório Brasil no PISA 2018**. Brasil: Ministério da Educação, 2019–2020. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_basica/relatorio_brasil_no_pisa_2018.pdf>. Acesso em: 2 dez. 2024. 21

INEP. **Matrizes de Referência de Linguagens Língua Portuguesa do Saeb – BNCC**. Brasília: INEP, 2022. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/matriz-de-referencia-de-matematica_2001.pdf>. Acesso em: 6 dez. 2024. 53

JUSTINO, M. N. **Pesquisa e recursos didáticos na formação e prática docente**. Curitiba: Ibpex, 2011. 107 p. 19

MORAN, J. M. **Metodologias Ativas de Aprendizagem**. Educação Transformadora, 2013. Disponível em: <<https://moran.eca.usp.br/wp-content/uploads/2013/12/metodologias.pdf>>. Acesso em: 7 dez. 2024. 55

NETO, J. R. **A Cultura Maker como Metodologia Ativa de Ensino: Contribuições, Desafios e Perspectivas na Educação**. Portal de Periódicos Científicos da Cogna, 2024. Disponível em: <<https://www.modernacompartilha.com.br/cultura-maker/>>. Acesso em: 8 dez. 2024. 57

OCDE. **PISA 2022: Matemática**. Paris, França: OCDE, 2022. Disponível em: <<https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html>>. Acesso em: 7 dez. 2024. 47

OCDE/IMPA. **10 Questões para Professores de Matemática...e como o PISA Pode Ajudar a Respondê-las**. 2018. Disponível em: <<https://impa.br/page-livros/10-questoes-para-professores-de-matematica-e-como-o-pisa-pode-ajudar-a-responde-las/>>. Acesso em: 29 nov. 2024. 22, 40, 42, 43, 45

OLIVEIRA, F. L. de; NÓBREGA, L.; CAVALCANTE, M. A. dos S. **O uso das metodologias ativas de aprendizagem na formação do professor: das universidades para a prática nas escolas**. 2017. Disponível em: <<https://educacaopublica.cecierj.edu.br>>. Acesso em: 8 de dez. 2024. 56

OLIVEIRA, R. **A forma de ensinar muda a cada geração?** Portal Desafios da Educação, 2023. Disponível em: <<https://desafiosdaeducacao.com.br/forma-ensinar-muda/>>. Acesso em: 7 dez. 2024. 55

PESTANA, M. I. G. de S. **Matrizes Curriculares de Referência para o SAEB**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), 1997. 95 p.: il.; tabs. Disponível em: <<http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me002747.pdf>>. Acesso em: 6 dez. 2024. 17, 49

RAMOS, D. G. **Um estudo sobre a metodologia ativa: peer instruction e suas aplicações.** Revista Amor Mundi, 2024. Disponível em: <<https://doi.org/10.46550/amormundi.v5i5.462>>. Acesso em: 8 dez. 2024. 57

RODRIGUES, V. B. **As preferências de metodologias de ensino de alunos do Ensino Médio na disciplina de Biologia.** 2022. Disponível em: <<file:///home/le/Downloads/22080.pdf>>. Acesso em: 20 fev. 2025. 13, 14

S.A., P. T. **Metodologias ativas de aprendizagem: 12 tipos e como adotá-las.** Ecosistema Educacional, 2023. Disponível em: <<https://educacional.com.br/praticas-pedagogicas/metodologias-ativas-de-aprendizagem/>>. Acesso em: 7 dez. 2024. 56

SALVADOR, N. **Storytelling como Metodologia Ativa.** Plataforma Solution, 2022. Disponível em: <<https://plataformasolution.com.br/blog/storytelling-como-metodologia-ativa>>. Acesso em: 8 dez.2024. 58

SEED-PR. **Prova Paraná - Avaliação Diagnóstica.** 3a. ed. SEED/PR, 2019. 1º ano do ensino médio. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1DSCsboBJXbL2gf26gB3kA9WnGhy0mENP/view>>. Acesso em: 6 dez. 2024. 51

SEED-PR. **Prova Paraná - Avaliação Diagnóstica.** 1a. ed. SEED/PR, 2020. 1º ano do ensino médio. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/10NqXI-KGw-0ENtH4bx_vqX9ueEPesN6x/view>. Acesso em: 6 dez. 2024. 52

SEED-PR. **Prova Paraná.** SEED-PR, 2024. Disponível em: <<https://www.provaparana.pr.gov.br/>>. Acesso em: 4 dez. 2024. 17, 48, 50, 51

SEED-PR. **Prova Paraná.** 2024. Disponível em: <<https://www.provaparana.pr.gov.br/apresentacao>>. Acesso em: 5 dez. 2024. 48, 49

SEED/PR. **Metodologias Ativas.** Escola Digital Paraná, 2024. Disponível em: <https://professor.escoladigital.pr.gov.br/metodologias_ativas>. Acesso em: 7 dez. 2024. 54

SOARES, J. H. de S. **Função Quadrática.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/18654/1/JobsonHSS_DISSERT.pdf>. Acesso em: 11 dez. 2024. 75

SPRICIGO, C. B. **Estudo de caso como abordagem de ensino.** Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR), 2014. Disponível em: <<https://www.pucpr.br/wp-content/uploads/2017/10/estudo-de-caso-como-abordagem-de-ensino.pdf>>. Acesso em: 8 dez. 2024. 57

TEAM, P. **PreTeXt: A Platform for Authoring Mathematical Textbooks.** pretextbook.org, 2024. Disponível em: <<https://pretextbook.org/>>. Acesso em: 7 dez. 2024. 61, 62