

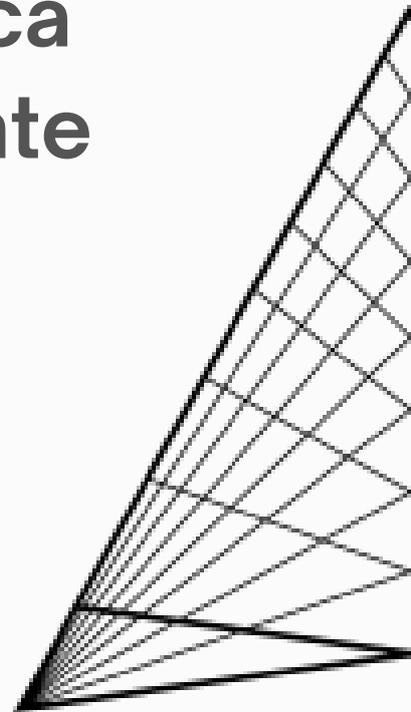
PRODUTO EDUCACIONAL



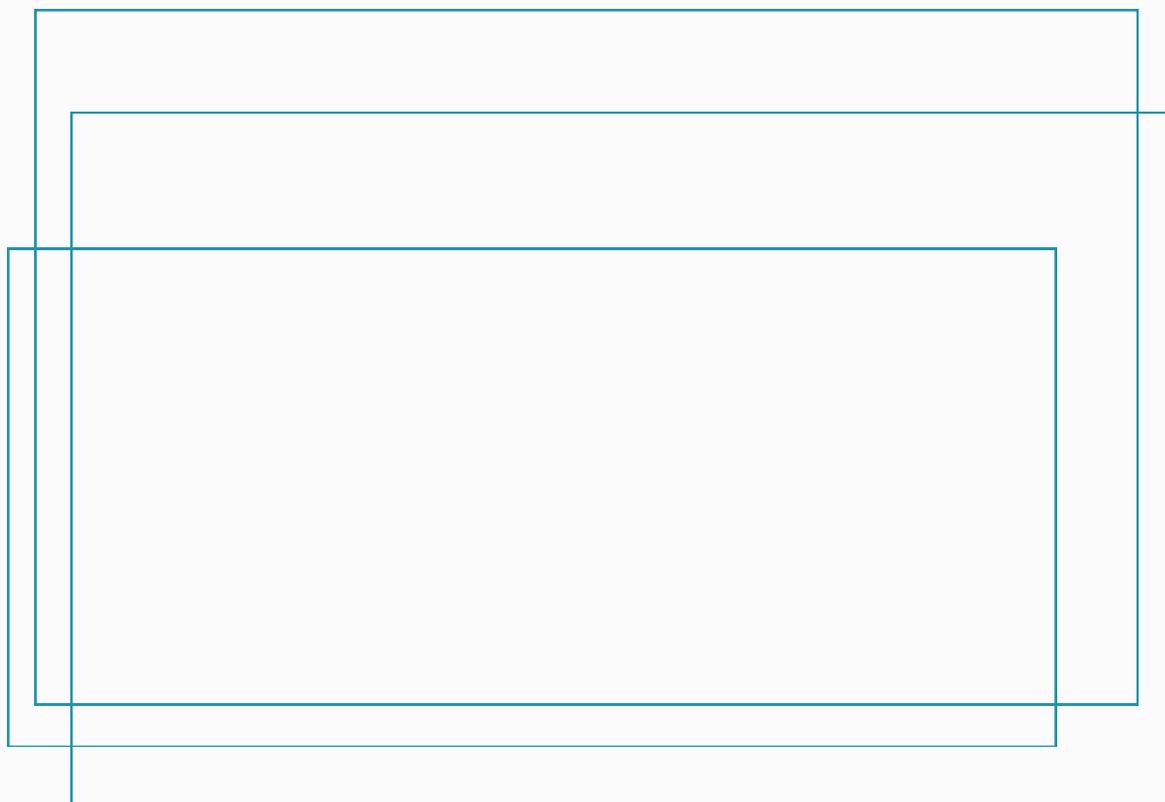
GXWeb

Geometria Dinâmica
de um jeito diferente

Jorge Santos
Michel Cambrainha



Título: GXWeb: Geometria Dinâmica de um jeito diferente
Autores: Jorge Santos
Michel Cambrinha (orientador)
Edição: 1ª edição
Instituição: Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro
Local: Rio de Janeiro
Ano: 2024





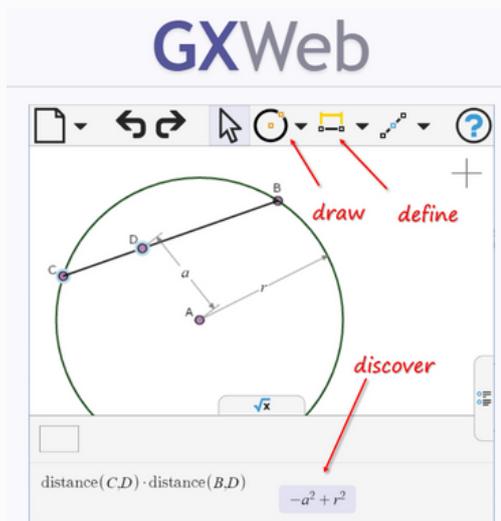
Este produto educacional faz parte do trabalho de conclusão do curso de mestrado profissional em Matemática (PROFMAT) do primeiro autor sob a orientação do segundo, no polo da Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO). O trabalho tem como título "**Desmos, GeoGebra e GXWeb: uma comparação entre três sistemas de geometria dinâmica**". O objetivo central do trabalho é apresentar uma análise comparativa dessas três ferramentas, amplamente utilizadas no ensino de geometria dinâmica. Cada sistema oferece abordagens distintas para a construção geométrica, com interfaces, funcionalidades e formas de interação que podem influenciar o processo de ensino e aprendizagem.

O estudo parte de uma perspectiva prática, demonstrando as principais características de cada software, incluindo suas ferramentas de construção, manipulação de figuras e integração com cálculos algébricos. A partir dessa análise, os professores de matemática e educadores podem avaliar a adequação de cada ferramenta ao seu contexto de ensino, considerando aspectos como usabilidade, acessibilidade e o potencial de promover o entendimento dos conceitos geométricos.

Este produto, é um recorte do trabalho e está destinado a professores que ensinam matemática, especialmente geometria, na educação básica. Nele apresentamos a ferramenta GXWeb, menos conhecida do grande público dentre as ferramentas de GD, dando destaque para suas potencialidades e possibilidades de uso na sala de aula. Fazemos uma breve apresentação da sua interface e ferramentas, apresentamos dois usos possíveis para a sala de aula e por último propomos três atividades que podem ser aplicadas com estudantes do Ensino Médio.

O software	1
Passos para a construção de um triângulo retângulo isósceles	2
Dois exemplos para fazer em aula com o GXWeb	5
Propostas de atividades	8
Referências Bibliográficas	13

O software

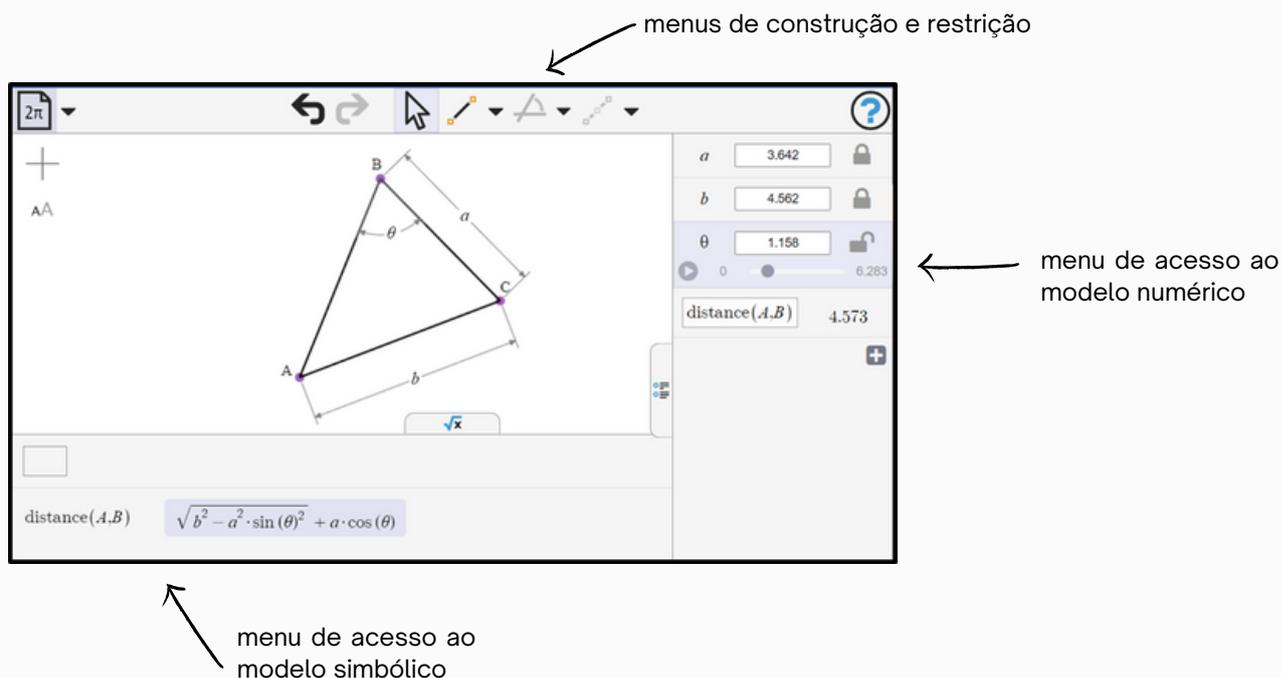


GXWeb é um software de geometria dinâmica (GD), acessível de qualquer navegador de internet no link

<https://geometryexpressions.com/gxweb/>

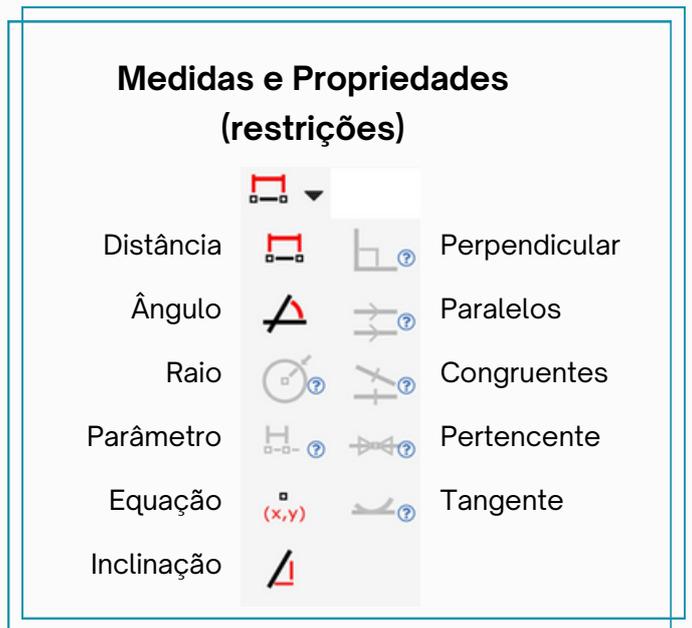
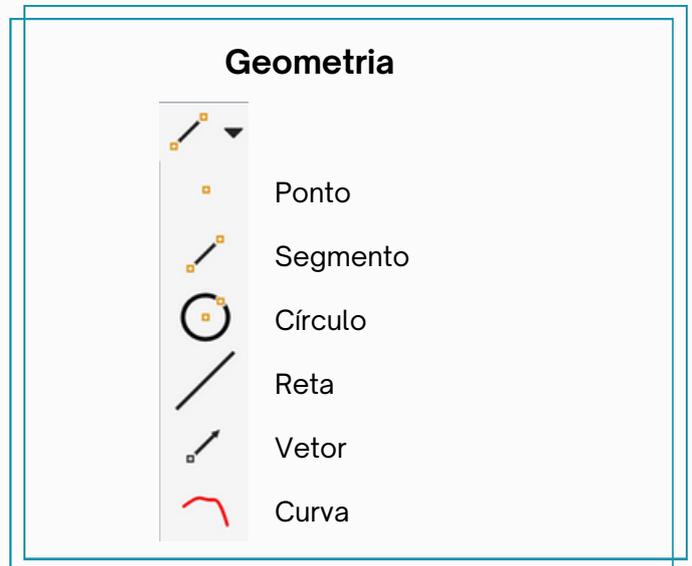
Ele é a versão gratuita do software pago de geometria simbólica chamado *Geometry Expressions* desenvolvido pela Saltire Software. Ele trabalha com dois tipos de modelos ao mesmo tempo: um modelo numérico da geometria, parecido com o que é usado na maioria dos programas de geometria dinâmica, e um modelo simbólico.

A interface permite que o usuário acesse e interaja com esses dois modelos, que são plenamente integrados.

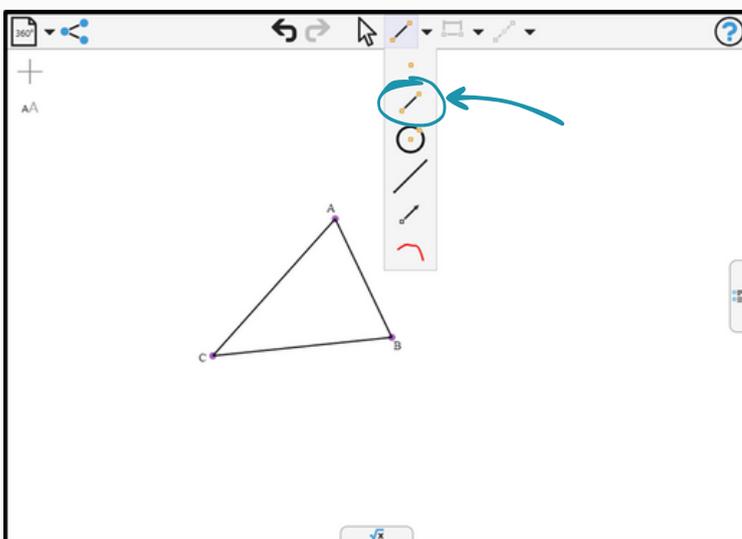


A lógica de construção neste sistema de GD é um pouco diferente das demais, o que lhe confere uma posição de destaque. **A construção é baseada em restrições.** O usuário primeiro constrói o “esboço” da figura que deseja e então pode ir adicionando restrições à sua figura, tanto de medidas quanto de relações entre os objetos. Os seus usuários podem aplicar restrições geométricas (como paralelismo, perpendicularidade, tangencia, etc.) e dimensionais (distâncias fixas, ângulos específicos, etc.). O software resolve essas restrições, ajustando a geometria conforme necessário.

Os botões de interação com o software estão organizados em três menus: **Geometria**, que contém os objetos básicos como ponto, reta e círculo; **Medidas e propriedades**, onde estão listadas as restrições que podem ser atribuídas às construções; e **Construções e Transformações**, que contém algumas construções básicas como ponto médio e mediatriz e as transformações clássicas do plano.

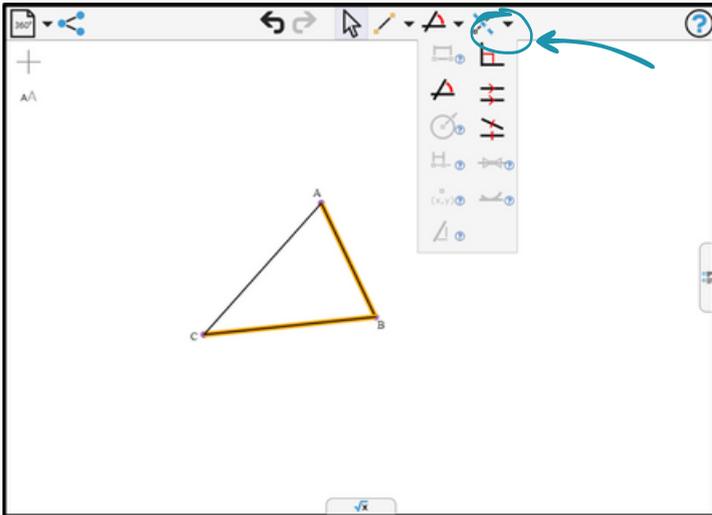


Passos da construção de um triângulo retângulo isósceles



1

Unir três segmentos de reta, de tamanho qualquer, para formar um triângulo.

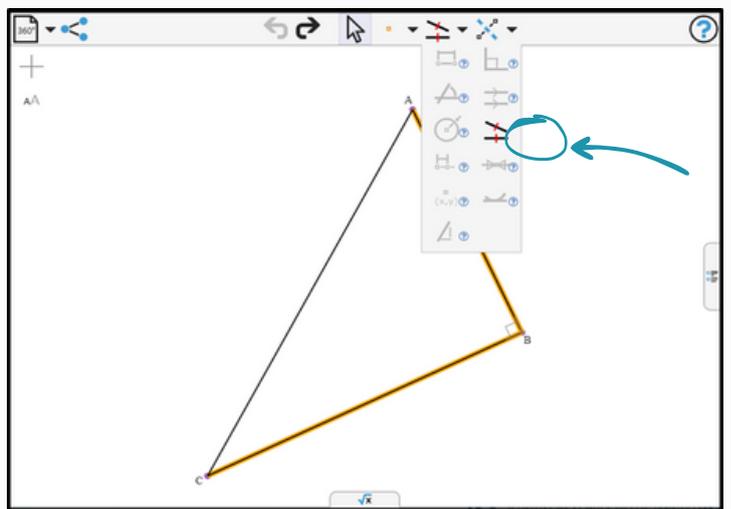


2

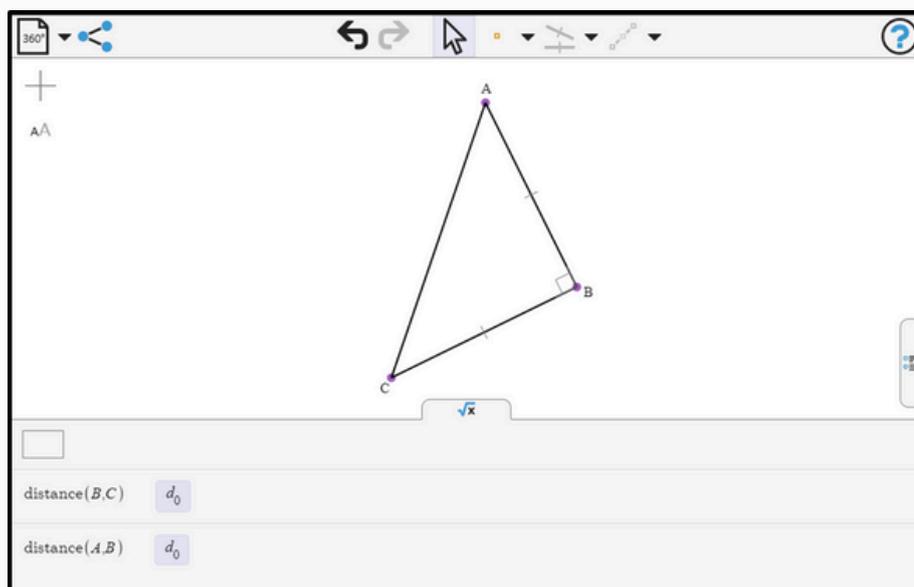
Selecionar dois segmentos quaisquer e marcar a opção de perpendicularidade. Dessa forma restringimos o ângulo reto, como o ângulo formado por esses dois segmentos.

3

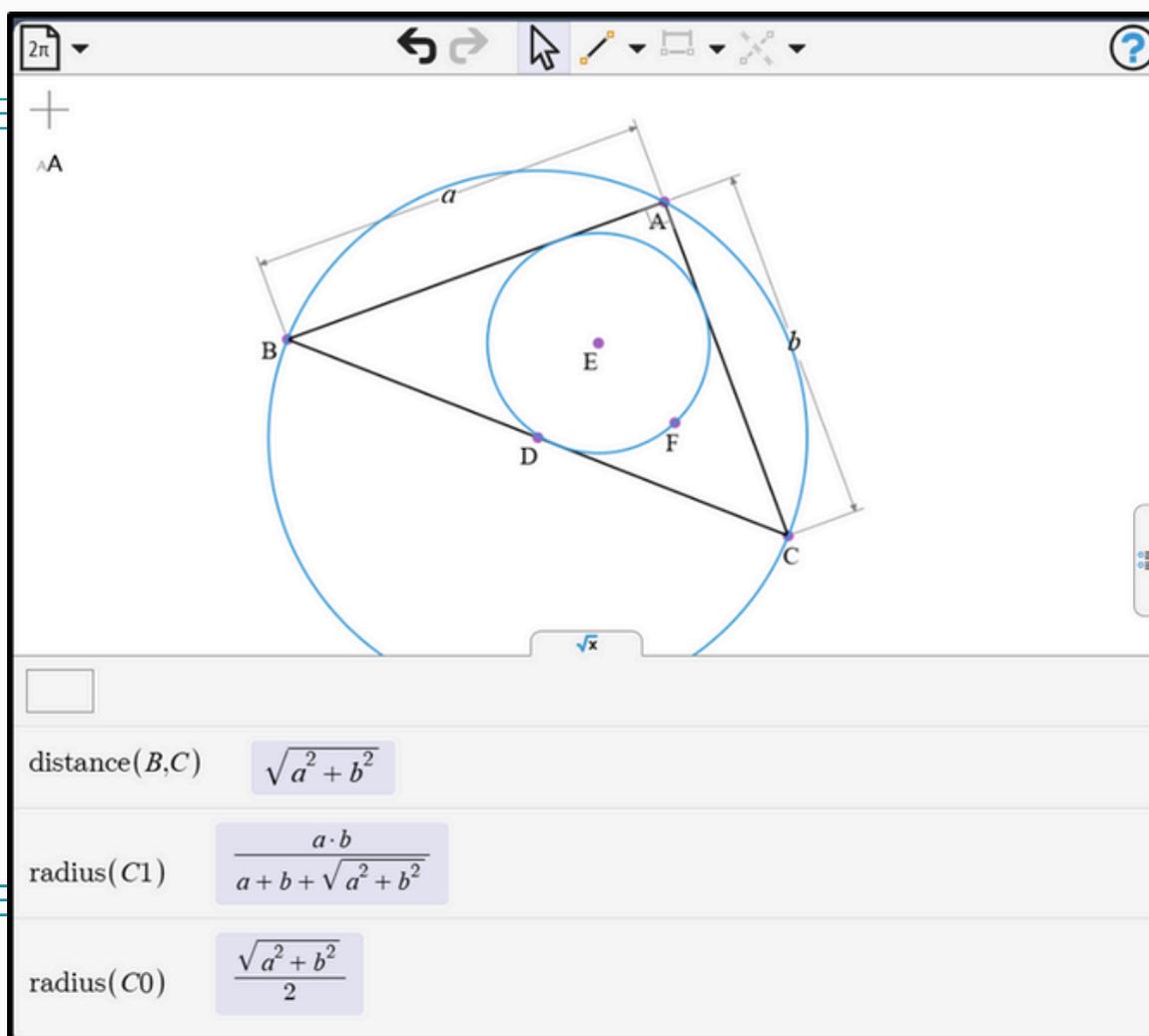
Como o triângulo retângulo deve ser isósceles, selecionamos os dois catetos e escolhemos a opção que fornece a congruência entre segmentos.



Resultado final da construção



A capacidade de gerar expressões algébricas simbólicas, automaticamente, a partir de construções geométricas com atribuições de variáveis, diretamente na construção, constitui um diferencial desta ferramenta. A dinâmica implementada é intuitiva e muito próxima da prática geométrica e algébrica escolares. O acesso rápido às fórmulas, permite aos estudantes atuarem em um cenário de investigação matemática. Tal cenário tende a tornar mais agradável o aprendizado de conceitos que de uma maneira geral, são construídos de por um processo menos dinâmico.



No exemplo da figura acima, tem-se um triângulo retângulo de catetos medindo a e b com seus círculos inscrito (seleciona-se os três lados do triângulo e a ferramenta circuncirculo) e circunscrito (seleciona-se os três vértices do triângulo e em seguida a ferramenta circuncirculo).

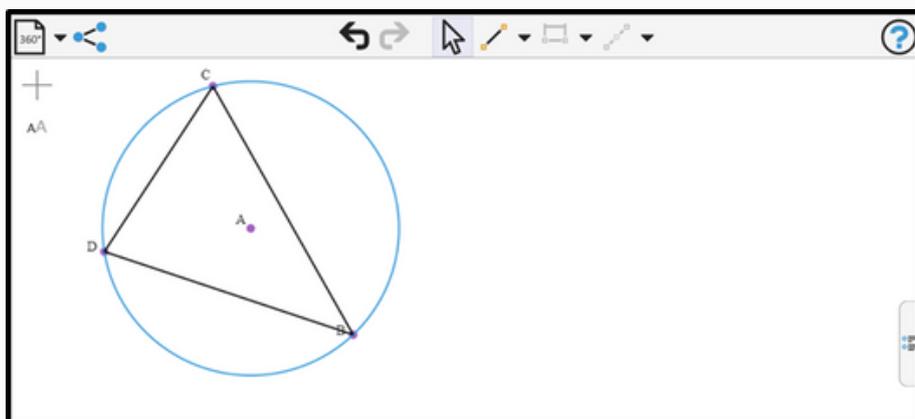
Ao digitar os comandos na aba de cálculo algébrico, o software é capaz de calcular os raios de ambos os círculos e o comprimento da hipotenusa.

São fórmulas de dedução mais complicada, mas a partir da observação delas os estudantes podem fazer conjecturas sobre as relações que essas medidas têm em relação às medidas dos lados do triângulo.

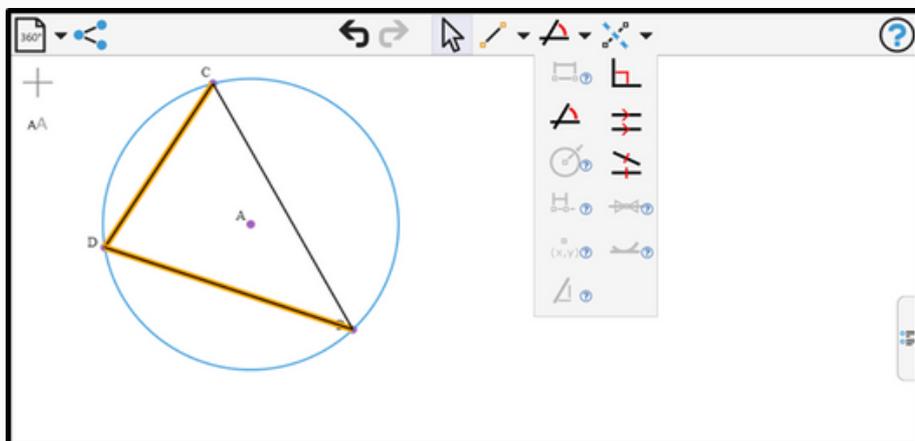
Dois exemplos para fazer em aula com o GXWeb

Exemplo 1

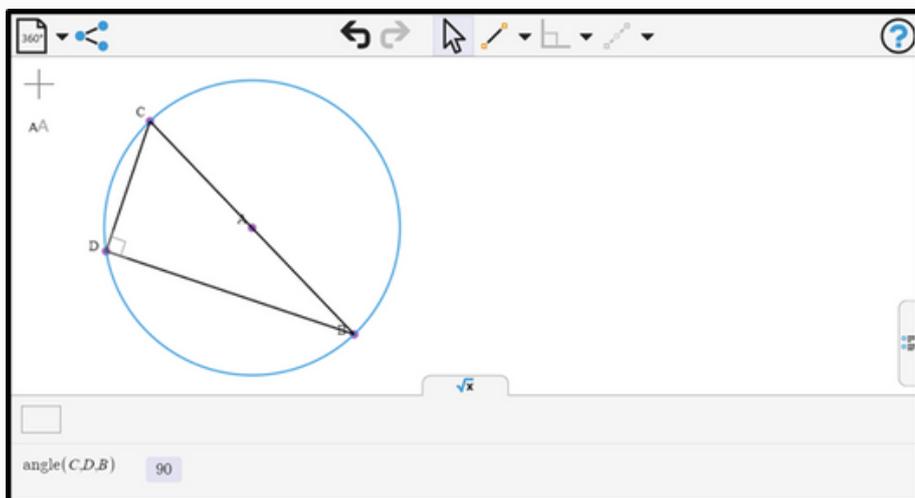
Proposição: Todo triângulo, inscrito em uma circunferência é retângulo se, e somente se, a hipotenusa desse triângulo é o diâmetro da circunferência.



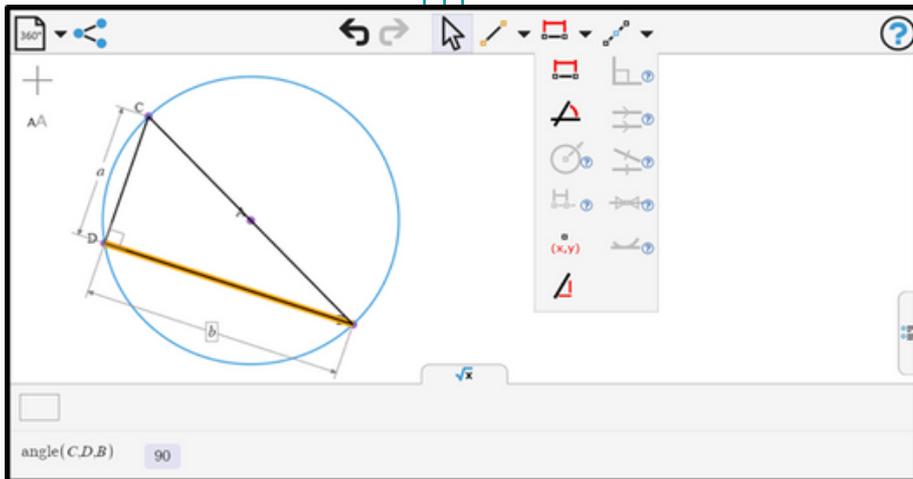
Usando as ferramentas de círculo e segmento, desenhamos um círculo e um triângulo com vértices sobre ele.



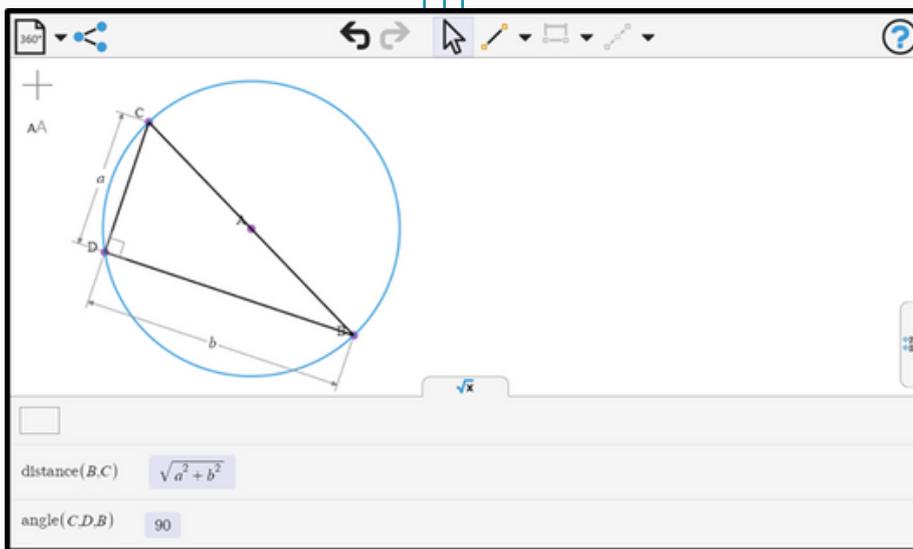
Selecionamos dois lados do triângulo e adicionamos a restrição de ângulo reto



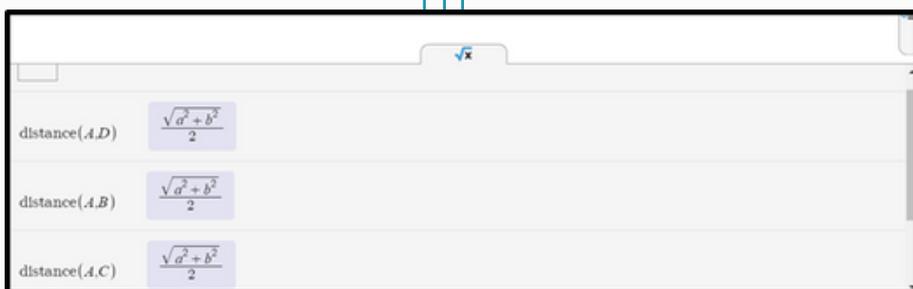
Percebemos que, automaticamente, o centro do círculo passa a fazer parte da hipotenusa. Movemos os pontos e percebemos que a propriedade permanece.



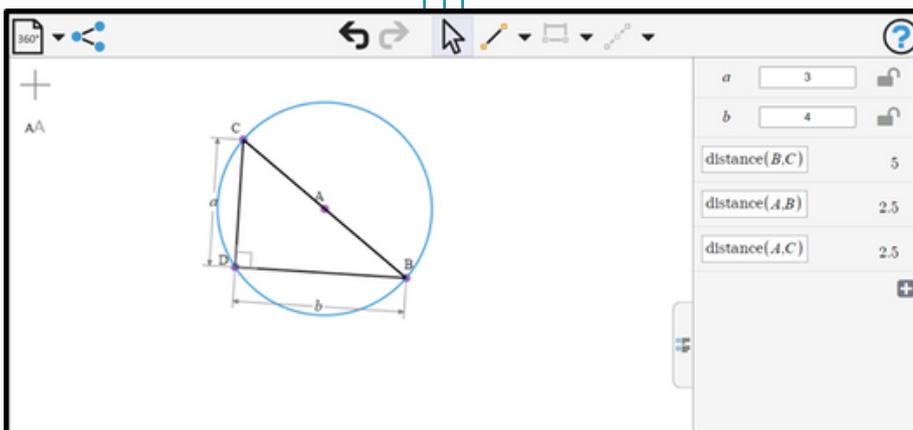
Atribuímos as variáveis **a** e **b** para os catetos



Calculamos a medida da hipotenusa em função das medidas dos catetos.



Verificamos que o raio do círculo coincide com metade da hipotenusa.

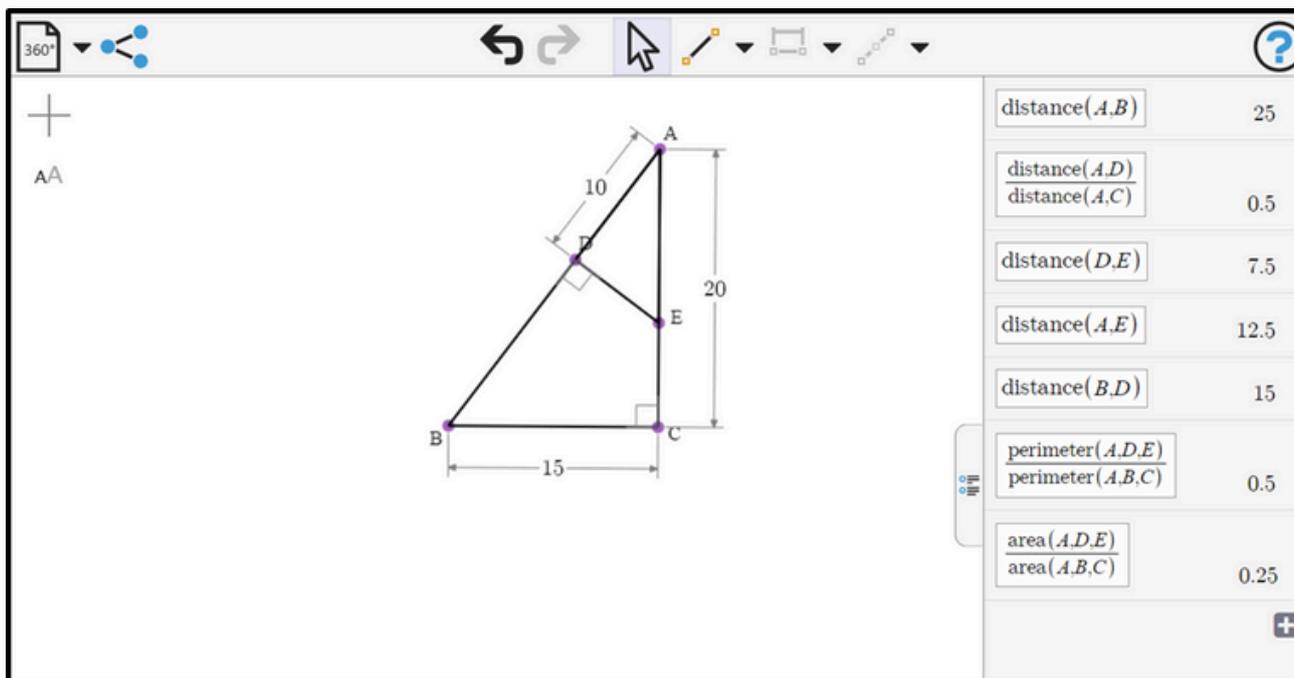
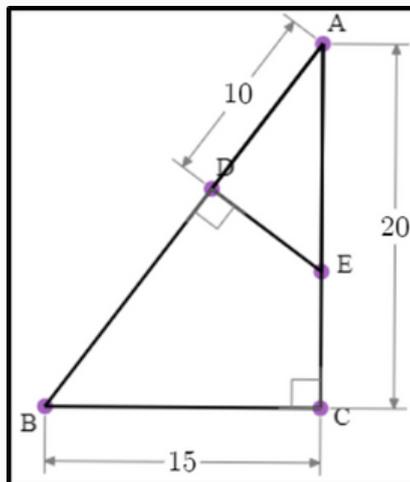


Um exemplo numérico para um triângulo retângulo bastante conhecido.

Exemplo 2

Os triângulos **ABC** e **AED**, representados na figura a seguir, são semelhantes, sendo o ângulo **ADE** congruente ao ângulo **ACB**. Se **BC** = 15 cm, **AC** = 20 cm e **AD** = 10 cm, determine o que se pede em cada item.

- A medida do segmento **AB**.
- A razão de semelhança entre os triângulos **ADE** e **ABC**.
- A razão entre os perímetros dos triângulos **ADE** e **ABC**.
- A razão entre as áreas dos triângulos **ADE** e **ABC**.
- Qual a relação entre o valor encontrado no item d e o valor encontrado no item b?



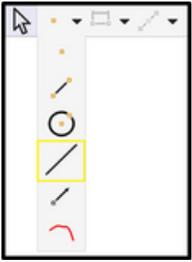
Acesse a construção pelo [link](#) ou pelo qrcode ao lado



Propostas de atividades

Tarefa 1

Objetivo Geral	Executar construções simples no software para conhecer suas ferramentas e recursos básicos
Objetivos Específicos	<ul style="list-style-type: none">• Compreender as propriedades de retas paralelas e perpendiculares.• Aplicar restrições geométricas para construir figuras específicas.• Analisar e calcular os ângulos internos de um triângulo retângulo utilizando ferramentas digitais.
Conteúdos Abordados	<ul style="list-style-type: none">• Geometria plana: retas paralelas, perpendiculares e triângulos.• Medição de ângulos.• Utilização de software de geometria dinâmica (GXWeb).
Público-alvo	Estudantes do Ensino Médio, preferencialmente do 1º ou 2º ano.
Tempo estimado	1 aula de 50 minutos.
Recursos necessários	Computadores ou tablets com acesso a internet.
Critérios de avaliação	<ul style="list-style-type: none">• Capacidade de aplicar corretamente as restrições geométricas no software.• Precisão na construção geométrica e na medição dos ângulos.• Participação ativa na tarefa e clareza na interpretação dos resultados.



- Abra o menu de ferramentas de construção e selecione a ferramenta **Reta**
- Construa duas retas quaisquer na área de desenho.
- Faça o que se pede abaixo:

- Torne as retas construídas paralelas;
- Desenhe uma terceira reta no plano e restrinja-a para ser perpendicular às outras duas;
- Marque os pontos de interseção entre as retas;
- Desenhe uma quarta reta, passando pelo ponto A, e adicione a restrição do ângulo entre esta nova reta e alguma das outras duas para que seja de 60° ;
- Marque o ponto C que é o vértice do triângulo retângulo formado entre as retas;
- Abra a aba de cálculo algébrico, calcule as medidas dos ângulos internos do triângulo.

SOLUÇÃO

360°

AA

60

A

B

C

\sqrt{x}

angle(B,A,C) 30

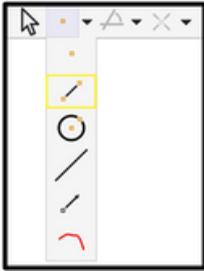
angle(B,C,A) 60

angle(A,B,C) 90

[link para a construção](#)

Tarefa 2

Objetivo Geral	Executar construções simples no software para conhecer suas ferramentas e recursos básicos
Objetivos Específicos	<ul style="list-style-type: none">• Explorar as propriedades dos triângulos retângulo, isósceles e equilátero.• Aplicar restrições geométricas para construir triângulos com propriedades específicas.• Calcular a hipotenusa de um triângulo retângulo e a área de um triângulo equilátero usando comandos algébricos no software.
Conteúdos Abordados	<ul style="list-style-type: none">• Geometria plana: tipos de triângulos (retângulo, isósceles, equilátero).• Medição de segmentos e cálculo de áreas.• Utilização de software de geometria dinâmica (GXWeb).
Público-alvo	Estudantes do Ensino Médio, preferencialmente do 1º ou 2º ano.
Tempo estimado	1 aula de 50 minutos.
Recursos necessários	Computadores ou tablets com acesso a internet.
CrITÉrios de avaliação	<ul style="list-style-type: none">• Capacidade de aplicar corretamente as restrições geométricas no software.• Precisão na construção geométrica e na medição dos ângulos.• Participação ativa na tarefa e clareza na interpretação dos resultados.



- Abra o menu de ferramentas de construção e selecione a ferramenta Segmento
- Construa dois triângulos quaisquer **ABC** e **DEF** na área de desenho.
- Faça o que se pede abaixo.

- Adicione uma restrição para que o ângulo **Â** seja reto.
- Faça uma restrição para tornar o triângulo **ABC** isósceles.
- Torne o triângulo **DEF** um triângulo equilátero.
- Adicione a restrição para que a medida do lado **AB** seja 8.
- Use a aba de cálculo algébrico para calcular a medida da hipotenusa do triângulo **ABC**. (use o comando **distance(,)** ou o comando **length()**)
- Adicione a restrição de medida ao lado **DE** para que ele meça “a”
- Use a aba de cálculo algébrico para calcular a área de **DEF** em função de “a”. Digite **area(D,E,F)**.

SOLUÇÃO

area(D,E,F) $\frac{\sqrt{3} \cdot a^2}{4}$

distance(B,C) $8 \cdot \sqrt{2}$

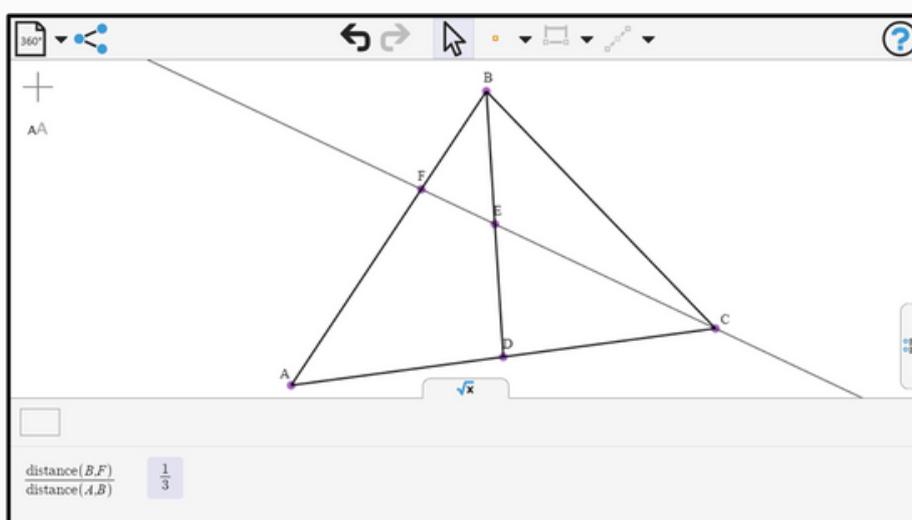
[link para a construção](#)

Objetivo Geral	Utilizar as ferramentas do software para investigar propriedades de medidas de segmentos em triângulos.
Objetivos Específicos	<ul style="list-style-type: none"> • Construir um triângulo e identificar pontos médios em seus lados. • Aplicar conceitos de segmentos proporcionais em triângulos. • Usar ferramentas geométricas para encontrar interseções e explorar a divisão de segmentos. • Determinar e calcular a razão entre segmentos utilizando a aba de cálculo algébrico no software GXWeb.
Conteúdos Abordados	<ul style="list-style-type: none"> • Geometria plana: segmentos proporcionais, pontos médios e divisão de segmentos em triângulos. • Utilização de software de geometria dinâmica (GXWeb).
Público-alvo	Estudantes do Ensino Médio, preferencialmente do 1º ou 2º ano.
Tempo estimado	1 aula de 50 minutos.
Recursos necessários	Computadores ou tablets com acesso a internet.
CrITÉRIOS de avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Capacidade de aplicar corretamente os conceitos geométricos na construção da figura e na determinação da razão entre os segmentos. • Precisão na construção e nos cálculos algébricos realizados. • Participação ativa na tarefa e clareza na interpretação dos resultados.

Construa um triângulo **ABC**. Marque **D** como ponto médio de **AC** e **E** como ponto médio de **BD**. Seja **F** o ponto do lado **AB** em que a reta **CE** intersecta o lado **AB**. Qual a razão entre os segmentos **BF** e **AB**?

Construa a figura e use a aba de cálculo algébrico para determinar a razão pedida.

SOLUÇÃO



[link para a construção](#)

Referências Bibliográficas

ANTUNES, G.; CAMBRAINHA, M. Ensino remoto de Matemática: possibilidades com a plataforma Desmos. Professor de Matemática Online, v. 8, n. 4, 2020. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, RJ. Disponível em: https://pmo.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/5/sites/5/2021/10/art37_vol8_PMO_SBM_2020.pdf. Acesso em: 2 set. 2024. ISSN 2319-023X.

ANTUNES, G.; CAMBRAINHA, M. Modelos de exploração matemática na plataforma Desmos: ensinar e aprender em um ambiente virtual de aprendizagem. IV SIMPÓSIO NACIONAL DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA, 2020. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2020b.

BONGIOVANNI, V. A inserção da geometria dinâmica no ensino de geometria: um olhar didático. HISTEMAT – Revista de História da Educação Matemática. Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2016. ISSN 2447-6447.

BRANDÃO, L. O. Algoritmos e fractais com programas de geometria dinâmica. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, v. 49, p. 27-34, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Base nacional comum curricular. Brasília, 2018.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7., 1996, Belo Horizonte. Anais [...]. Belo Horizonte: s.n., 1996. p. 1-13.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. Novas tecnologias e mediação pedagógica. 21. ed. Campinas, SP: Papirus, 2013.

SUTHERLAND, I. Sketchpad: a man-machine graphical communication system. Cambridge: University of Cambridge, Computer Laboratory, 2003. Technical Report UCAM-CL-TR-574. Disponível em: <https://www.cl.cam.ac.uk/techreports/UCAM-CL-TR-574.pdf>. Acesso em: 5 ago. 2024.

SKETCHPAD. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Sketchpad>. Acesso em: 22 jul. 2024.

GEOGEBRA. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>. Acesso em: 22 jul. 2024.