



Universidade Federal do ABC
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

**Planilhas eletrônicas na introdução à Álgebra
para alunos do sétimo ano: seguindo a BNCC à
luz do construcionismo**

Fernando Santos Teles

Santo André - SP, 2025

Fernando Santos Teles

Planilhas eletrônicas na introdução à Álgebra para alunos do sétimo ano: seguindo a BNCC à luz do construcionismo

Dissertação de Mestrado apresentada ao Centro de Matemática, Computação e Cognição para obtenção do título de Mestre

Universidade Federal do ABC – UFABC
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Orientador: Prof. Dr. Jair Donadelli Júnior

Santo André - SP

2025

Fernando Santos Teles

Planilhas eletrônicas na introdução à Álgebra para alunos do sétimo ano:
seguindo a BNCC à luz do construcionismo/ Fernando Santos Teles. – Santo André
- SP, 2025-

53 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Jair Donadelli Júnior

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do ABC – UFABC
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, 2025.

1. BNCC; 2. planilhas eletrônicas; 3. álgebra; 4. variáveis; 5. construcionismo. I.
Prof. Dr. Jair Donadelli Júnior II. Planilhas eletrônicas na introdução à Álgebra
para alunos do sétimo ano: seguindo a BNCC à luz do construcionismo

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, de acordo com as observações levantadas pela banca examinadora no dia da defesa, sob responsabilidade única do autor e com a anuência do orientador.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Fundação Universidade Federal do ABC

Avenida dos Estados, 5001 - Bairro Santa Terezinha - Santo André - SP

CEP 09210-580 · Fone: (11) 4996-0017

**Ata de Defesa de Dissertação de Mestrado e Folha
de Assinaturas**

No dia 1 de Setembro de 2025 às 14:00, no local: Sala 306 do Bloco B do Campus de Santo André da Universidade Federal do ABC, realizou-se a Defesa da Dissertação de Mestrado, que constou da apresentação do trabalho intitulado "Planilhas eletrônicas na introdução à Álgebra para alunos do sétimo ano: seguindo a BNCC à luz do construcionismo" de autoria do candidato, FERNANDO SANTOS TELES, RA nº 22202210334, discente do Programa de Pós-Graduação em MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL da UFABC, sob orientação do Profº JAIR DONADELLI JUNIOR. Concluídos os trabalhos de apresentação e arguição, o candidato foi considerado APROVADO pela Banca Examinadora.

E, para constar, foi lavrada a presente ata e folha de assinaturas assinada pelos membros da Banca.

Dr. JAIR DONADELLI JUNIOR, UFABC

Presidente - Interno ao Programa

Dr. RODRIGO ROQUE DIAS, UFABC

Membro Titular - Examinador(a) Interno ao Programa

Dr. EDSON RIBEIRO ALVARES, UFPR

Membro Titular - Examinador(a) Externo à Instituição

Dra. SANDRA MARIA ZAPATA YEPES, UFABC

Membro Suplente - Examinador(a) Interno ao Programa



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Fundação Universidade Federal do ABC

Avenida dos Estados, 5001 - Bairro Santa Terezinha - Santo André - SP

CEP 09210-580 · Fone: (11) 4996-0017

Dr. FRANCISCO DE ASSIS ZAMPIROLI, UFABC

Membro Suplente - Examinador(a) Externo ao Programa

UFABC - Fundação Universidade Federal do ABC

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Agradecimentos

Meu agradecimento especial vai para a melhor professora que já tive na minha vida, que me inspira a ser uma pessoa em busca de aprimoramento pessoal e sempre investiu em mim e na minha educação. Ela faz com que eu queira ser sempre uma pessoa melhor para um mundo melhor e é claro que não estou citando outra pessoa senão minha mãe.

Sou grato também a todos os outros professores que também me acompanharam e contribuíram para que eu progredisse, incluindo os mais rigorosos aos quais já alimentei sentimentos contraditórios, afinal de contas, ao cobrarem mais, entreguei mais e cresci no processo.

Agradeço ao meu orientador, professor Dr. Jair Donadelli Júnior, por todos os conselhos, pela paciência e suporte fornecidos nesse período.

Por fim, expresso minha gratidão à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo essencial apoio financeiro concedido, fundamental para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho de pesquisa.

Resumo

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta o uso de tecnologias como uma de suas competências para o ensino de matemática no Ensino Fundamental e esta dissertação apresenta as habilidades da BNCC para as turmas do sétimo ano, junto à alguns exemplos de atividades que tem o intuito de suprir a necessidade de desenvolver nos alunos essa competência e as habilidades mostradas. Adicionalmente, trabalha-se com o que se espera de uma aula voltada a uma aprendizagem significativa, na qual se considera os saberes dos alunos e seu contexto social imerso na tecnologia.

Na busca das causas para a carência de uso de recursos computacionais, constatou-se a necessidade de formação docente voltada às implementações de aulas em que o computador é uma ferramenta potencializadora no ensino. Notou-se também que atender a grande quantidade de docentes em formação continuada dificulta ainda mais essa tarefa, mas que a estratégia de professor multiplicador é uma opção para atender um público maior e, esta dissertação pode cumprir esse papel e pode servir como material de estudo em formações docentes.

Esta pesquisa inclui exemplos de como aplicar situações de aprendizagem, através de aulas práticas que contam com tutoriais de elaboração de planilhas eletrônicas básicas que podem ser trabalhadas por praticamente qualquer professor de matemática em atuação, seguindo um passo a passo suficientemente detalhado para pessoas que saibam abrir um navegador, digitar um endereço eletrônico e seguir alguns comandos básicos.

Palavras-chaves: BNCC. planilhas eletrônicas. álgebra. variáveis. construcionismo.

Abstract

The Brazilian National Common Curricular Base (BNCC) highlights the use of technology as a key competency for teaching mathematics in elementary education. This dissertation presents the BNCC skills for seventh-grade students, along with examples of activities designed to help them develop this competency.

This work explores what is expected from a class focused on meaningful learning, where students' prior knowledge and social context—which is deeply integrated with technology—are taken into consideration.

In seeking the reasons for the lack of computational resources in the classroom, it was found that there is a need for teacher training focused on implementing lessons where the computer is a powerful tool for teaching. It was also noted that training a large number of teachers in continuing education can be a challenge. The "multiplier teacher" strategy is an effective option for reaching a wider audience, and this dissertation can serve this purpose by acting as a study guide for teacher training programs.

This research includes practical examples of how to apply learning situations through hands-on lessons with tutorials for creating basic electronic spreadsheets. These tutorials are designed to be accessible to virtually any practicing mathematics teacher, providing step-by-step instructions detailed enough for anyone who can open a web browser, type a web address, and follow a few basic commands.

Keywords: BNCC. spreadsheets. algebra. variables. constructionism.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Gráfico informativo sobre infraestrutura dos equipamentos informatizados das escolas públicas brasileiras. Fonte: MEC/Inep/DEED – Microdados do Censo Escolar e NIC.BR. Elaboração: Todos Pela Educação.	15
Figura 2 – Interface da programação e execução digital de um quadrado no programa LOGO. Fonte: (MATTE, 2011)	20
Figura 3 – Tela de acesso ao Google Planilhas. Fonte: Elaborado pelo autor.	31
Figura 4 – Ícone para criar arquivo de nova planilha. Fonte: Elaborado pelo autor.	31
Figura 5 – Local para renomear arquivo para personalizá-lo. Fonte: Elaborado pelo autor.	32
Figura 6 – Ícone para criar arquivo de nova planilha. Fonte: Elaborado pelo autor.	32
Figura 7 – Mudança de título e digitação dos elementos base. Fonte: Elaborado pelo autor.	34
Figura 8 – Programação do subtotal. Fonte: Elaborado pelo autor.	35
Figura 9 – Programação do total. Fonte: Elaborado pelo autor.	36
Figura 10 – Comando de cálculo de troca. Fonte: Elaborado pelo autor.	37
Figura 11 – Programação da adição e subtração entre variáveis. Fonte: Elaborado pelo autor.	39
Figura 12 – Planilha de verificação de equações. Fonte: Elaborado pelo autor.	42
Figura 13 – Digitando pares de sequências equivalentes. Fonte: Elaborado pelo autor.	44
Figura 14 – Agrupamento das expressões algébricas equivalentes por cores. Fonte: Elaborado pelo autor.	44
Figura 15 – Representação algébrica de situações-problema. Fonte: Elaborado pelo autor.	46

Lista de tabelas

Tabela 1 – Objetos de conhecimento e habilidades correspondentes à unidade temática Números.	6
Tabela 2 – Objetos de conhecimento e habilidades correspondentes à unidade temática Álgebra.	9
Tabela 3 – Perguntas reflexivas sobre soma e diferença.	40
Tabela 4 – Valores para estabelecer como meta de resultados.	41

Lista de abreviaturas e siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DEED	Diretoria de Estatísticas Educacionais
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação
MIT	Massachusetts Institute of Technology
NIC.BR	Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR
PISA	Programme for International Student Assessment - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	CURRÍCULO ABORDADO À LUZ DA BNCC	5
2.1	Unidades temáticas da BNCC	5
2.1.1	Unidade temática: Números	5
2.1.2	Unidade temática: Álgebra	8
3	ETAPAS DA TECNOLOGIA NO ENSINO	13
3.1	Dificuldades enfrentadas	13
3.2	Etapas da tecnologia no ensino de matemática	18
3.2.1	História de Papert: precursor do construcionismo	18
3.2.2	Propostas recentes de aulas informatizadas	21
3.2.3	Minhas experiências profissionais no assunto	23
4	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	29
4.1	Atividade 1: Primeiro acesso ao Google Planilhas	30
4.1.1	Etapa 1 - Acesso ao Google Planilhas	30
4.1.2	Etapa 2 - Abrir uma Planilha em branco	31
4.1.3	Etapa 3 - Mostrar comando de cálculo	32
4.2	Atividade 2: Montar uma planilha de compras	33
4.2.1	Etapa 1 - Mudança de título e digitação dos elementos base.	34
4.2.2	Etapa 2 - Programação do subtotal da compra	35
4.2.3	Etapa 3 - Calcular total da compra	36
4.2.4	Etapa 4 - Calcular o troco	37
4.3	Atividade 3 - Sistema de equações por tentativa e erro	38
4.3.1	Etapa 1 - Programação das células de adição e subtração	39
4.3.2	Etapa 2 - Reflexões gerais sobre resultados	40
4.3.3	Etapa 3 - Sistema de equações: tentativa e erro estratégica	41
4.4	Atividade 4 - Verificando raízes de equações	41
4.5	Atividade 5 - Verificando equivalência algébrica	43
4.6	Atividade 6 - Utilizando a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.	45
	Considerações finais	47
	REFERÊNCIAS	51

1 Introdução

O pensamento algébrico, bem como sua produção e leitura exigem um grau de abstração que é desafiador para jovens que acabaram de ingressar no sétimo ano e não estão acostumados a apresentar escritas algébricas simbólicas como forma de expressar resultados ou realizar modelagens. O auxílio de ferramentas computacionais pode tornar essa nova descoberta menos desafiadora e fornecer-lhes o tão almejado letramento matemático, que de acordo com o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes ([BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2012](#)), é:

... a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.

De forma mais direta, os alunos precisam saber ler e escrever em diversas situações. Para que isso ocorra, é fundamental que tenham contato com uma boa variação de situações que lhes oportunizem uma aprendizagem significativa. Como publicado por ([TAVARES, 2004](#)), os requisitos para se obter uma aprendizagem significativa, na visão de ([AUSUBEL, 1982](#)), são:

a oferta de um novo conhecimento estruturado de maneira lógica; a existência de conhecimentos na estrutura cognitiva que possibilite a sua conexão com o novo conhecimento; a atitude explícita de apreender e conectar o seu conhecimento com aquele que pretende absorver. ([TAVARES, 2004](#))

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) estabelece a necessidade de aulas com uso de ferramentas computacionais em sua quinta competência do componente curricular de matemática. É importante ressaltar que o documento não é apenas uma sugestão, e sim uma base mínima comum a todas as escolas do território nacional. Por se tratar de uma abordagem nada convencional, há poucas referências vivenciadas pelos professores da atualidade em suas experiências enquanto alunos da Educação Básica. Além disso, essa abordagem tampouco faz parte da grade curricular das universidades na formação de professores, como foi constatado alguns casos por ([BARBOSA; MALTEMPI, 2020](#)).

Sou professor da Educação Básica há cerca de 15 anos e, sempre que precisei informatizar minhas aulas, tive que elaborar meu próprio material, baseando-me apenas nas habilidades que deveriam ser trabalhadas e associando o material que já tinha sido disponibilizado aos meus conhecimentos de informática, que, no início da minha carreira docente, eram limitados ao que eu aprendi por conta própria. No final de 2016, concluí minha formação em tecnólogo em Análise e Desenvolvimento de Sistemas e, durante minha

formação, percebi ainda mais a forte associação existente entre a Matemática, em especial, o estudo com variáveis e a Informática.

Parte da jornada docente é destinada a formação continuada. Em minha experiência profissional, fui continuamente exposto a materiais que enfatizaram a importância da diversificação das práticas pedagógicas em sala de aula. Contudo, falta uma ação que mostre que essa ideia é viável e não exige um conhecimento computacional tão aprofundado, caso optemos pelo uso de computadores. Propostas simples podem agregar muito à experiência dos alunos ao fornecer um estímulo adicional para a aprendizagem.

Ao tomar conhecimento de que o PROFMAT exige o desenvolvimento de um recurso educacional, considerei de imediato a criação de um recurso informatizado. Essa escolha se justifica pela vivência, enquanto professor, das dificuldades em encontrar materiais que trabalhassem os conceitos básicos e elementares necessários para um bom entendimento da Álgebra.

(MELLO, 2024) realizou um trabalho de pesquisa e desenvolveu uma sequência didática para trabalhar sequências recursivas por intermédio de recortes de papelão com o intuito de auxiliar os alunos na compreensão da representação algébrica, através de materiais concretos. A autora, como muitos outros pesquisadores, tratou o início do trabalho algébrico em sua instância simbólica, mas sem planilhas eletrônicas. Os trabalhos de outros autores que também trabalharam o pensamento algébrico através de planilhas eletrônicas são analisados em outro capítulo.

As planilhas eletrônicas têm uma apresentação matricial onde é possível correlacionar dados comparando-os realizando operações matemáticas, comparativas ou lógica entre eles. Cada elemento que compõe a matriz na planilha é chamado de célula, que pode ser localizado de acordo com uma letra correspondente à coluna e um número que corresponde à linha em que os elementos se encontram.

Dentre as operações disponíveis na planilha, é possível criar alguns algoritmos e explorar a linguagem algébrica e o pensamento computacional com auxílio de um computador; ao mesmo tempo os alunos podem se familiarizar com outros recursos digitais que não o celular e o teclado touchscreen, dada a possibilidade de realizar as tarefas sugeridas em equipamentos que utilizem entradas de digitação diferentes das costumeiramente usadas por eles.

Com isso espera-se diversificar e ampliar o conhecimento tecnológico deles e apresentar-lhes algo diferente do que eles estão habituados, mas vale ressaltar que as planilhas também podem ser acessadas pelos celulares, embora não seja tão produtivo devido ao tamanho da tela e a limitação do que é mostrado, ainda mais para pessoas que estão vendo pela primeira vez e precisam ter uma visão mais global do que está acontecendo, sobretudo, da interligação lógica e aritmética entre as células. Mas pode

haver alunos que se interessem e, por falta de equipamento para estudar, o celular pode ser uma alternativa.

O uso de recursos diversificados tem objetivo de lhes fornecer versatilidade ao promover um uso de ferramentas computacionais para a busca de informações, para o registro delas e para resolução de problemas. Por se tratar de tarefas simples, mostra-se ideal para quem está aprendendo uma nova forma de registro.

Considerando que a unidade temática de Álgebra se relaciona de alguma forma com todas as outras e por se tratar de propostas de aulas para alunos do sétimo ano, são atividades que visam a introdução a uma nova representação simbólica, até então desconhecida por eles.

Partindo desses pontos, elaborei uma pesquisa das exigências atribuídas aos professores de matemática para as aulas do sétimo ano do Ensino Fundamental. Escolhi esse ano escolar por se tratar do início da intensificação do trabalho da representação simbólica nas aulas de Álgebra. Ótima oportunidade para que os alunos possam fazer observações ainda concretas referentes ao trabalho com variáveis.

Esta dissertação é um modelo teórico que explora o que se exige das aulas de matemática, tanto do ponto das habilidades trabalhadas, quanto na forma como devem ser trabalhados os objetos de conhecimento - aqui apresento o construcionismo, que é uma linha didática que põe o próprio aluno como protagonista do seu aprendizado, construindo seu próprio conhecimento.

Todas as teorias da aprendizagem aqui apresentadas só corroboram o grande potencial dessas aulas na construção do conhecimento algébrico, porém, por se tratar apenas de um modelo teórico, necessita de testes criteriosos para constatar sua eficácia na prática. Entretanto, outras pesquisas apresentadas nesta dissertação também realizaram modelos parecidos e seus resultados positivos são significativos.

A proposta deste trabalho é mostrar uma forma fácil e eficiente de utilizar uma planilha eletrônica para potencializar o estudo com variáveis na aprendizagem de álgebra simbólica. Embora a representação das variáveis no computador seja feita de maneira própria, é possível traçar um paralelo da comunicação simbólica da planilha com a escrita convencional feita em problemas matemáticos.

Não está sendo proposta uma substituição do que já é tradicionalmente feito sem o uso de computador, mas apenas uma forma de complementação no estudo. Isso ocorre porque o letramento matemático pressupõe o conhecimento aplicado em diversos contextos. O uso de uma ferramenta que agiliza os cálculos pode ofertar um maior volume de exemplos, sem que os alunos tenham que realizar cada um dos cálculos exigidos em todas essas experiências.

O segundo capítulo visa pontuar sobre o surgimento da BNCC e apresentar as

exigências desse documento para as Unidades Temáticas de Número e Álgebra para o Ensino Fundamental, mas apenas nas habilidades contidas nas propostas das sequências didáticas contempladas por este trabalho. Assim como descrever uma maneira que essas habilidades podem ser apresentadas para os alunos, principalmente com o uso das atividades propostas nesta dissertação.

Quanto ao terceiro capítulo, visa apresentar brevemente a história da introdução da tecnologia no auxílio durante o ensino em aulas de diversas disciplinas. À medida que a necessidade foi sendo revelada ao redor do mundo, adaptações foram feitas e o Brasil passou a se inspirar em movimentos que se mostraram bem-sucedidos. Além disso, o capítulo apresenta as dificuldades que foram surgindo ao longo dos anos, devido às particularidades de nosso sistema educacional. Seguido da apresentação dessa evolução nas aulas de matemática, assim como um pouco da história de Papert, o principal precursor do uso da tecnologia no ensino de matemática e suas principais contribuições, incluindo uma linha de ensino importante a ser utilizada nesses tipos de aulas, que é o construcionismo.

Também no terceiro capítulo, são exibidos exemplos mais recentes de aulas informatizadas e seus impactos na construção de um conhecimento significativo para os alunos. O mesmo capítulo ainda contém um levantamento de dados de outras pesquisas acerca da acessibilidade dos alunos a ferramentas computacionais, quais tipos costumam usar e a porcentagem de alunos que já tiveram algum tipo de contato com alguma planilha eletrônica.

Enquanto isso, no quarto capítulo é realizado um apanhado histórico resumido das primeiras planilhas, começando pela versão analógica, feita ainda no papel por administradores, depois mostrando as primeiras versões eletrônicas, mencionando em seguida a principal versão digital disponível no mercado até a apresentação do surgimento das planilhas Google, que são as utilizadas nas sequências didáticas.

Essas sequências didáticas foram estruturadas com base no que foi apresentado até então, para demonstrar como todo o apanhado teórico e as exigências legais podem ser aplicadas pelos professores, cujo requisito mínimo seria um computador com acesso à internet, no caso da opção de uso da mesma plataforma apresentada - Google Planilhas.

Espera-se que este material possa alcançar professores de matemática para auxiliá-los com ideias de tarefas complementares contextualizadas e que utilizem ferramentas digitais como suporte para os alunos na compreensão de conceitos e na execução de algumas tarefas.

2 Currículo abordado à luz da BNCC

A BNCC é um documento que foi submetido a consulta pública e, após contribuições, análises e debates da comunidade educacional, obteve sua versão atual, que tem acesso livre. É um documento normativo onde constam as aprendizagens essenciais que todo aluno deve desenvolver durante a Educação Básica, em conformidade com o artigo 210 da Constituição Federal, que orienta a necessidade de fixar conteúdos mínimos para os alunos do Ensino Fundamental. Além disso, ela também se baseia no inciso IV do artigo 9º da LDB, que estabelece a incumbência da União em definir competências e diretrizes para assegurar uma formação básica comum.

No documento, a matemática do Ensino Fundamental, em seus diversos campos, deve proporcionar a competência de relacionar acontecimentos do mundo real aos conhecimentos matemáticos apresentados na escola ou, nos termos lá apresentados, associar conceitos e propriedades matemáticas, fazendo induções e conjecturas, discutindo ideias fundamentais como equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação.

2.1 Unidades temáticas da BNCC

A BNCC divide o estudo de matemática da Educação Básica em cinco unidades temáticas — Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística que, de acordo com o próprio documento, embora sejam correlacionadas, podem receber um foco maior a depender do ano de escolarização. Vale ressaltar que um foco maior não implica na omissão de determinado assunto em detrimento do outro.

2.1.1 Unidade temática: Números

A unidade temática **Números** tem a finalidade de desenvolver o pensamento numérico, que consiste em quantificar atributos, julgar e interpretar baseando-se em quantidades. Para que isso ocorra de maneira plena, se faz necessária a correlação com as demais unidades temáticas e a aplicação em diversos contextos. A expectativa para nosso público-alvo é que eles saibam resolver problemas, inclusive com uso de tecnologias digitais.

A tabela a seguir contém um pequeno recorte da descrição dessa unidade temática, seus objetos de conhecimento e habilidades que são abordados no escopo deste trabalho.

Tabela 1 – Objetos de conhecimento e habilidades correspondentes à unidade temática Números.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da “regra de três”.	(EF06MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples.	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração. (EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.	(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.
Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.	(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

A proposta de calcular porcentagem através de cálculo mental e proporcionalidade vai exigir que os alunos estejam familiarizados com a equivalência entre as porcentagens e suas respectivas representações fracionárias e/ou decimais. Exemplo: ao calcular 25% de algum valor, a tarefa equivalente é dividir esse mesmo valor por 4, já que $\frac{1}{4}$ é equivalente a 0,25 e a 25%. Ao multiplicarmos a representação unitária (0,25) pelo total, o produto também resultará em 25% desse total, disponibilizando outro caminho para chegar ao resultado (a proposta é explorar a ideia de equivalência, além do exercício de realizar o cálculo mental onde o divisor é uma potência de base 10). Mesmo com o uso de calculadora ou algum outro artifício computacional, seria interessante a utilização do equivalente unitário, ainda que boa parte dessas ferramentas realize essas operações apenas multiplicando a porcentagem indicada por seu símbolo (%).

Quanto aos descontos e aumentos, podem ser realizados calculando o valor a

ser descontado ou acrescentado, seguido da adição ou subtração desse valor no número inicial. No entanto, essa operação pode ser substituída pelo acréscimo ou decréscimo já na porcentagem.

Exemplificando: aumentar 13% é o mesmo que calcular 113% ($100\%+13\%$) do valor inicial, assim como descontar 13% é o mesmo que calcular 87% ($100\%-13\%$) desse mesmo valor inicial. Sendo assim, para calcular R\$230,00 com desconto de 13%, basta calcular o produto de 0,87 por R\$230,00 que resulta em R\$200,10. Esse atalho é muito relevante, principalmente quando pretendemos escrever uma sentença algébrica que estabeleça aumentos sucessivos ao longo do tempo em regime de juros compostos. Sentenças como essas são primordiais na criação de modelos matemáticos, ainda mais quando temos alguma tecnologia informatizada que permita programar e apresentar os resultados de forma automatizada.

A partir dessas experiências, podem ser apresentados exemplos de inter-relação entre as unidades temáticas, aplicadas em uma situação-problema contextualizada e simples, que pode muito bem ser aplicada aos estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental.

Já para introduzir um bom trabalho com números inteiros precisamos buscar exemplos cotidianos que já sejam do conhecimento dos alunos e trabalhar com resolução de problemas elementares que deem significado aos números negativos, de forma que os discentes exercitem a representação desses números. Até porque essa situação é inédita para quase todos eles, pelo menos no que se refere ao conhecimento básico que costuma ser cobrado na escola nas séries anteriores nos sistemas de ensino do nosso país.

Um exemplo bem difundido nos livros didáticos é a tradicional dívida para representar valores negativos e crédito para representar valores positivos. No entanto, é importante buscar outros exemplos, já que muitos deles não têm autonomia para tratar de questões financeiras pois dependem dos responsáveis para prover suas necessidades e não se envolvem nessas questões. Ainda assim, é um motivo extra para se tratar essas situações em sala de aula, pois de certa forma, acabamos introduzindo essas questões as quais eles eram alheios até então. Ao mesmo tempo, essa abordagem beneficia os alunos que já têm familiaridade com o tema, oferecendo-lhes a oportunidade de exercitar sua comunicação sobre o que conhecem, além de servirem de inspiração para seus pares.

A possibilidade de alteração de números inteiros distintos no Google Planilha oferece uma facilidade no trabalho de investigação autônoma do aluno no ato de visualizar resultados automáticos dependentes durante a manipulação dessas variáveis. Esse tipo de estudo também pode ser mediado pelo professor, induzindo características específicas de números a serem escolhidos, pois assim os alunos podem identificar propriedades por conta própria e estabelecer conexões de acordo com os conhecimentos que já possuem.

Embora a proposta seja oportunizar autonomia ao estudante durante a execução

da tarefa, o professor deve mediar o processo, e por esse motivo sugiro que sejam feitas algumas perguntas específicas. Isso está exemplificado em uma atividade contida na proposta pedagógica que se encontra no final deste trabalho, pois nem todos os discentes vão acompanhar no mesmo ritmo, o que demanda um nível de suporte diferenciado, respeitando a individualidade da turma.

2.1.2 Unidade temática: Álgebra

Será apresentado a seguir um recorte da descrição da unidade temática de Álgebra, seus objetos de conhecimento e suas habilidades que são abordadas no escopo e nas atividades propostas neste trabalho, aos olhos da BNCC.

A unidade temática **Álgebra** visa o desenvolvimento de um pensamento especial que é o pensamento algébrico, essencial para a criação e leitura de modelos matemáticos através do uso de letras e outros símbolos para generalizar ou descrever alguma situação específica. Esse desenvolvimento precisa da proposição de sequências numéricas ou não, onde os alunos sejam desafiados a identificarem padrões e saibam estabelecer leis de formações que expressem essas regularidades e compreendam a relação de interdependência entre grandezas.

Em relação aos conhecimentos a serem desenvolvidos junto aos alunos abordados pelo presente estudo, espera-se que haja um aprofundamento do que já foi ensinado nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Isso será alcançado ao ofertar situações diversas nas quais sejam exploradas a compreensão de significados para variáveis numéricas em uma expressão, e também onde eles possam generalizar propriedades, encontrar padrões em sequências numéricas, indicar um valor desconhecido através de sentenças algébricas e estabelecer a variação entre duas grandezas.

Ainda, segundo a BNCC, para que isso ocorra é necessário estabelecer conexão entre variável e função, assim como a conexão entre incógnita e equação. Tudo isso deve ser trabalhado com resolução de problemas, não como um estudo isolado apenas com técnicas de resolução de equações.

Outro aspecto que o documento levanta para o ensino de álgebra, assim como os relacionados às outras unidades temáticas, é a sua contribuição para o pensamento computacional, uma vez que eles precisam traduzir situações-problema apresentadas em linguagem materna para alguma linguagem matemática (fórmulas, gráficos e tabelas) e vice-versa.

Tabela 2 – Objetos de conhecimento e habilidades correspondentes à unidade temática Álgebra.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
Equações polinomiais do 1º grau.	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Para uma boa compreensão da ideia de variável e a distinção dela e uma incógnita, é preciso trabalhar o letramento matemático, que para o documento Matriz de Avaliação de Matemática — PISA 2012, enfatiza a necessidade de aulas que ofereçam experiências de contextualização, onde o aluno possa produzir e interpretar o que lhe foi apresentado, incluindo, dentre outras coisas, o uso de ferramentas matemáticas para descrever fenômenos e para auxiliar a reconhecer o papel da matemática no mundo.

Analisando sob essa perspectiva na unidade temática de álgebra, é preciso fornecer situações em que os alunos possam retratá-las matematicamente e tratar as ideias de variável e incógnita em diversos contextos, assim como situações que exijam que eles compreendam o que a simbologia algébrica significa.

A contextualização na introdução à álgebra simbólica com utilização de letras na representação de incógnitas e variáveis é um desafio que pode ser superado enquanto o professor cumpre a demanda da quinta competência da BNCC (BRASIL, 2018) para o ensino de matemática do Ensino Fundamental, que é:

Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Acerca disso, o documento normativo deixa claro que os recursos tecnológicos dinamizam a aprendizagem de forma atrativa e diversificada, sendo essencial para explorar conceitos, resolver problemas e desenvolver o raciocínio lógico.

Além disso, devemos refletir sobre o que (CORTELLA, 1995) pontuou sobre o uso de tecnologias digitais:

(...) a presença isolada e desarticulada dos computadores na escola não é, jamais, sinal de qualidade de ensino; mal comparando, a existência de alguns aparelhos ultramodernos de tomografia e ressonância magnética em determinado hospital ou rede de saúde não expressa, por si só, a qualidade geral do serviço prestado à população. É necessário estarmos muito alerta para o risco da transformação dos computadores no bezerro de ouro a ser adorado em Educação.

A partir de então, vale ressaltar que não basta apenas levar as máquinas para a sala de aula para transferir tarefas que poderiam ser feitas caso elas não existissem apenas para mudar o meio pelo qual a tarefa está sendo realizada. É necessário um trabalho que vise incrementar as habilidades a serem trabalhadas e refletir sobre as contribuições para o aprendizado, com fundamentação e plausibilidade da aplicação dos instrumentos disponíveis.

No estudo de (PEREIRA; SARAIVA, 2008), foram utilizados problemas contextualizados com o objetivo de que os alunos descrevessem as situações por meio de equações. Essa abordagem visava não apenas construir significados, mas também evidenciar a necessidade da representação algébrica para expressar problemas de forma resumida e objetiva. Os alunos demonstraram uma evolução gradual, aplicando os conhecimentos adquiridos em atividades subsequentes.

Além disso, a Lei de Diretrizes e Bases (BRASIL, 1996) estipula, em seu artigo 32, como objetivo do Ensino Fundamental a formação do cidadão mediante:

I - o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo; II - a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;

Sobre a leitura durante a resolução de problemas, (PANIZZA, 2006) destacou que:

Frequentemente se costuma atribuir à dificuldade dos alunos na interpretação de enunciados de problemas matemáticos a problemas de leitura compreensiva, como se a compreensão de textos matemáticos fosse uma “aplicação” de uma capacidade geral de leitura. Nesta hipótese, diminui-se a importância de um trabalho específico na aula de matemática destinado à interpretação das relações matemáticas implicadas nos enunciados.

Portanto, diferentemente do esperado pelo senso comum, promover a leitura e escrita não é uma tarefa exclusiva dos professores de Língua Portuguesa, também não é

apenas ensinar a decodificar letras em sons, sons em sílabas, sílabas em palavras e palavras em frases, mas é, dentre outras coisas, ensinar que, se um problema como o de dividir 1 real entre duas pessoas for resolvido na calculadora com o cálculo 1 dividido por 2, o resultado 0,5 obtido não representa 5 centavos, e sim 50 centavos.

A notação na resolução de problemas é outro bom exemplo a ser considerado. Como a escrita de uma resolução não é trivial para os alunos, é papel do professor de matemática apresentar-lhes diferentes formas de representar ideias ao desenvolver as questões.

Os exemplos nas propostas aqui demonstradas são de resoluções apresentadas digitalmente, mas que também podem ser adaptadas para resolução no caderno. As soluções digitais constituem ótimas portas de entrada para o pensamento computacional.

Para (WING, 2006) o Pensamento Computacional inspira-se em conceitos da Ciência da Computação para aplicar transversalmente conteúdos de diversas disciplinas da Educação Básica e do Ensino Superior, utilizando técnicas de resolução de problemas. Trata-se de uma habilidade fundamental para todos, independentemente de sua área de atuação.

Ainda sobre o inciso II do artigo 32 da LDB, os dois itens citados estão, de certa forma, associados à tecnologia. Deixar de inserir ações que promovam a inclusão digital nas aulas sempre que possível é ignorar o ambiente em que nossos alunos convivem e vão conviver em um mundo cercado por tecnologias, seja no entretenimento, informação, compras, estudo ou trabalho.

3 Etapas da tecnologia no ensino

O Reino Unido implementou em 1977 seu primeiro projeto (“National Development Programme For Computer Assisted Learning”) com uso de computadores nas escolas em uma tendência intitulada como “Lifelong Learning” e, em 1989 iniciou o projeto “National Curriculum”, em que os computadores foram integrados ao currículo de disciplinas distintas. Já em Portugal foi adotada uma abordagem mais experimental com intenção de imprimir um ensino mais moderno (FONTES; VIEIRA; GONÇALVES, 1999).

As abordagens mencionadas não são de uma disciplina específica de informática, e sim da utilização de ferramentas potencializadoras para se ensinar aos alunos o que já se esperava ser ensinado, mas com uma apresentação diferente. Ponto importante de se levantar a professores que estejam preocupados com a falta de tempo para contemplar o que deve ser cobrado dos alunos, já que é possível que seja apresentado o que já estava planejado, mas com apoio computacional.

No Brasil, a necessidade de definir uma política pública foi percebida pelo governo federal devido à alta demanda voltada ao desenvolvimento de produtos de microeletrônica, incentivada pelo setor produtivo que precisava de profissionais qualificados. Na década de 70 foram dados os primeiros passos em direção à introdução de tecnologias digitais no sistema de ensino.

Frente a isso, surgiu algo inovador e inesperado de um governo que adotava uma postura autoritária: criou-se um espaço de diálogos com pesquisadores e professores através de seminários nacionais, nos quais se concluiu que era recomendada a criação de modelos por meio de experimentos antes de uma implementação massiva (BLANCO; SILVA, 1993).

Depois, em 1984, influenciado pelas experiências que ocorriam em países como França e Estados Unidos, o Ministério da Educação (MEC) aplicou o projeto Educom em cinco de suas universidades públicas, com intenção de criar modelos de desenvolvimento do uso de computadores na aprendizagem, na formação de professores da rede pública e na criação de um software educativo (BLANCO; SILVA, 1993).

3.1 Dificuldades enfrentadas

(ALMEIDA, 2008) descreve brevemente a criação e aplicação de diversos outros projetos e programas brasileiros com a intenção de promover uma educação com recursos computacionais. Uma das barreiras identificadas era dar conta de atender um grande número de escolas. Foi então que o MEC, com apoio das universidades, criou o projeto FORMAR cujo objetivo era preparar professores multiplicadores.

A intenção era propiciar domínio tecnológico suficiente ao mesmo tempo que se estudavam teorias educacionais com o intuito de promover a compreensão do impacto do uso das ferramentas computacionais, além de estimular a busca da forma mais adequada de pôr em prática, em sala de aula, tudo o que foi estudado e disseminar o conhecimento adquirido aos demais professores.

Foi uma medida condizente com o que é apontado por diversos professores, assim como os que foram consultados por (ROSA, 2013), em uma pesquisa realizada na cidade de Uberaba, estado de Minas Gerais.

A pesquisa tratava da questão: Quais as dificuldades encontradas no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no desenvolvimento do trabalho docente? E três respostas tiveram destaque: falta de domínio das tecnologias; falta de tempo diante do volume de informações a serem atendidas nas aulas; e o receio de não atender às expectativas dos alunos. Inclusive, após responderem a primeira pergunta, houve unanimidade na escolha da falta de domínio das tecnologias como a maior barreira enfrentada dentre as três dificuldades constatadas.

Segundo (ALMEIDA; VALENTE; SILVA, 2000), os programas de formação docente voltados a propiciar esse domínio necessário das TICs devem ter a contextualização na realidade escolar e na prática em sala de aula como eixo, para que essas ações sejam mais efetivas ao envolver todos os participantes e aumentar as chances de ser criada uma cultura de utilização das TICs na escola. Dessa maneira, a proposta de tarefas que não possam ser executadas tende a gerar baixa adesão do grupo, resultando em uma participação meramente obrigatória, desprovida de engajamento genuíno e, conseqüentemente, pouco proveito.

No entanto, almeja-se que o professor passe por constantes evoluções, pois como foi publicado por (IMBERNÓN, 2009, p.12), o conhecimento “no momento em que surge, começa a se tornar obsoleto e caduco”. Essas mudanças mostram-se necessárias, porém podem causar insegurança.

Sob essa perspectiva, (PAIVA, 2008, p.1) considera que o surgimento de novas tecnologias costumam vir acompanhadas de atitudes de desconfiança e rejeição. O que pode ser prejudicial frente a necessidade de inovação e implementação de uma nova abordagem pedagógica, porque a sensação de ter que mudar o que já é conhecido e supostamente funciona pode levar a crer que um novo resultado será pior ou que é perda de tempo tentar algo diferente.

Essa resistência foi observada por (LIBÂNEO, 2015), atribuindo tais atitudes a aspectos culturais e sociais, onde os docentes escondem-se em uma “zona de conforto”, conforme a classificação de (PENTEADO, 2000). O fato de precisarmos ter contato constante com novas tecnologias ressalta ainda mais a importância de uma educação

condizente com a realidade que nos cerca, já que é a forma com a qual nos comunicamos e nos informamos. Trazer essas propostas de aprendizagem significativas através de mudanças é uma tarefa árdua, assim como pontuado por (CHAIB, 2002, p.60): “ensinar é considerado tradicionalmente como uma profissão bastante conservadora” e isso dificulta a quebra de paradigma.

O uso de computadores nas aulas para resolução de problemas do dia a dia facilita alguns processos, fornecendo maior agilidade enquanto o problema está sendo resolvido. Sendo assim, fica mais fácil constatar por conta própria a existência de propriedades matemáticas. Simultaneamente, eles conhecem novas formas de estudar, através de ferramentas que lhes concedam autonomia em suas jornadas pelo aprendizado.

A mediação do professor é fundamental nesse processo inicial. Além de apresentar diferentes modos de ler as situações e possíveis modos de resolvê-las, vai poder oferecer novos desafios de acordo com o desempenho da sala e no tempo próprio deles.

A figura a seguir ilustra a porcentagem de escolas da rede pública no Brasil que possuíam itens tecnológicos em 2023.



Figura 1 – Gráfico informativo sobre infraestrutura dos equipamentos informatizados das escolas públicas brasileiras. **Fonte:** MEC/Inep/DEED – Microdados do Censo Escolar e NIC.BR. **Elaboração:** Todos Pela Educação.

Embora seja possível desenvolver tarefas em computadores sem internet, ela pode ser essencial em algumas delas. De acordo com o Comitê Gestor da Internet no Brasil, 89% das escolas públicas têm acesso à internet, mas em apenas 62% ela é para uso em atividades escolares com os alunos.

Para além do acesso à internet, a disponibilidade de máquinas em quantidade suficiente para atender ao número de estudantes em sala de aula é um fator essencial. Embora a figura a seguir possa ser interpretada como desanimadora sob essa ótica, ela também ilustra, em uma perspectiva mais ampla, um número expressivo de escolas em todo o país que já foram beneficiadas com a possibilidade de integrar novas ferramentas em suas práticas pedagógicas.

A julgar que os números apresentados são relativos a um levantamento realizado em todo território nacional, embora haja muitas escolas sem equipamentos para promover as aulas informatizadas, ainda existem muitas outras com potencial para desenvolver aulas diversificadas. Outro ponto positivo é a tendência do aumento desses índices a cada ano.

Contudo, ainda que a escola possuísse todas as ferramentas necessárias e nas melhores condições possíveis, seria necessário um programa de formação no qual os professores fossem preparados para usufruírem de todo aparato tecnológico que dispõem e de materiais que os balizem.

Conforme brevemente descrito na introdução, os documentos oficiais exigem o uso de ferramentas computacionais com redações que estabelecem o mínimo exigido, sem apresentação de métodos de implementação. Sua principal função é estabelecer o mínimo exigido, o que reforça a necessidade de itinerários formativos que preencham essa lacuna.

Esta dissertação visa evidenciar essa demanda e fornecer subsídios para professores multiplicadores. As atividades anexadas ao final do trabalho constituem exemplos básicos que podem ser desenvolvidos por praticamente qualquer professor em atividade, exigindo apenas conhecimentos básicos de informática, tais como: saber abrir um navegador, digitar um endereço virtual, abrir um arquivo disponível na nuvem em uma conta Google e seguir o passo a passo simplificado, desenvolvido com foco em professores que buscam tornar suas aulas mais dinâmicas e acessíveis, especialmente para alunos com dificuldade em operações matemáticas elementares.

O primeiro tutorial deste material destina-se a aproximar ainda mais os professores com pouca familiaridade com qualquer um desses pré-requisitos exigidos. O objetivo é instruir e eliminar possíveis dificuldades em adotar a abordagem proposta. Vale ressaltar que qualquer adaptação é bem-vinda, caso o professor julgue necessário.

É importante que o professor estude meios de cumprir as demandas provenientes de suas atribuições e busque atualização a todo instante. A partir de então, faz-se necessário levar em consideração o que pontua (CHIMENTÃO, 2009) sobre a necessidade da formação

continuada, na qual o educador possa adotar uma postura investigativa como estratégia para incrementar suas práticas docentes, estando disposto a estudar novos formatos ao se renovar e oportunizar novas experiências. A formação continuada deve ser um processo permanente dos saberes referentes à atuação docente. Deve ser realizada após uma boa formação inicial e não tem a pretensão de construir saberes do zero, ou seja, não descarta a necessidade de uma formação prévia de qualidade. Para os docentes que já estão atuando há um tempo, a formação continuada tem o papel de apresentar avanços no conhecimento e nas tecnologias.

Outro ponto a se destacar é que, para ([NASCIMENTO, 2000](#)), as formações de professores não têm obtido o sucesso desejado devido a desvinculação entre teoria e prática, pois é dada uma ênfase em aspectos normativos deixando de lado projetos coletivos e ações concretas para pôr em sua prática docente. Essas fragilidades levam ao desinteresse dos professores nas formações, pois as propostas de contribuições não são efetivas por se afastarem de suas necessidades em suas salas de aula, conseqüentemente, o cotidiano da sala de aula também se mantém inalterado. Muitos professores compartilham desse sentimento de ineficácia das formações.

Em conformidade com tudo o que foi levantado, ([CANDAU, 1997](#)), há mais de 25 anos atrás, já apontava três pontos que são fundamentais no processo de formação continuada docente: deve partir da necessidade real do cotidiano escolar; depois, valorizar o saber curricular e/ou disciplinar do professor aliado à toda sua experiência; por fim, resgatar e valorizar o conhecimento adquirido proveniente da junção teoria mais prática em sua atuação ensinando.

Outro ponto relevante a ser considerado em relação às aulas informatizadas é a dificuldade de se encontrar materiais prontos que apresentem sequências didáticas que integrem o estudo da Matemática com ferramentas computacionais. Tal cenário obriga os professores que desejam enriquecer suas aulas com esses recursos a assumirem o papel de autores de situações-problema adequadas às características de suas turmas ou, ainda, o de pesquisadores acadêmicos em busca de materiais que se ajustem aos seus planos de aula, elaborados conforme o currículo escolar.

Além disso, é necessário que os docentes avaliem o melhor momento para introduzir a aplicação dessas ferramentas e planejem como conduzir as atividades de modo a maximizar a aprendizagem e possibilitar a construção de conclusões significativas a partir do que foi estudado.

Embora essa etapa seja inerente à prática docente, independentemente do formato da aula, no caso das propostas informatizadas, esse processo se torna ainda mais desafiador, pois os professores, em geral, não possuem tantas referências pessoais, oriundas de sua própria vivência escolar, o que os obriga a realizar um planejamento ainda mais cuidadoso.

Para que um professor criasse por conta própria situações-problema que fossem resolvidas através de ferramentas computacionais, precisaria conhecer tais ferramentas e encontrar nelas um meio de intensificar os estudos através delas. Em um cenário bem otimista, o docente utilizou a ferramenta em alguma outra situação ou viu alguém utilizá-la e associou às aulas que já ministrou ou precisa ministrar.

Por outro lado, espera-se formar uma grande quantidade de docentes, das mais diversas formações e vivências pessoais e profissionais. Um momento de formação destinada à área de atuação do professor, com acesso a um material que foi desenvolvido por profissionais capacitados, que dedicaram um bom tempo para investigar atividades e os impactos delas nas aulas é uma possibilidade mais impactante e factível.

3.2 Etapas da tecnologia no ensino de matemática

3.2.1 História de Papert: precursor do construcionismo

Para introduzir o assunto é importante apresentar um dos pensadores pioneiros no ensino da matemática, inteligência artificial e desenvolvedores de tecnologias educacionais: Seymour Aubrey Papert (1928-2016).

Ele foi um grande visionário que, mesmo antes da popularização dos computadores pessoais, previa o potencial dessas novas ferramentas como instrumento facilitador do aprendizado e capaz de fomentar a criatividade infantil.

É amplamente reconhecido como responsável por fundamentar essa contribuição computacional não apenas no ato de fornecer informações, mas também fornecer meios para que as crianças possam experimentar o conhecimento por conta própria, explorar o que já existe e expor seus pontos de vista.

Papert nasceu em 1928, na cidade de Pretória, África do Sul, percorreu vários países de diferentes continentes e veio a falecer em 2016, aos 88 anos, nos Estados Unidos. Começou sua vida acadêmica ainda em seu país natal, na Universidade de Witwatersrand, onde concluiu bacharelado em 1949 e, na mesma universidade, em 1952, seu doutorado em matemática. Estudou na Universidade de Cambridge entre os anos de 1954 e 1985, onde obteve seu segundo título de doutor, realizando diversas pesquisas envolvendo matemática.

Futuramente, seus estudos contaram com a parceria do filósofo e psicólogo Jean Piaget, no Centro de Epistemologia Genética da Universidade de Genebra. Nesse período, cerca de dez anos, dedicou-se a estudar a natureza do pensamento das crianças e como estimulá-las a ter um pensamento autônomo, com foco em questões cognitivas do indivíduo.

Dentre suas contribuições mais notáveis, vale destacar o construcionismo de (PAPERT; HAREL, 1991), que consiste na construção do conhecimento partindo do aluno.

Diferente do paradigma pedagógico tradicional instrucionista, em que o professor repassa o conhecimento e o aluno o recebe passivamente, o repete e, caso o que foi repetido corresponda ao que foi ensinado, recebe alguma validação.

Ainda em 1963, nos Estados Unidos, atuou como pesquisador associado do Massachusetts Institute of Technology (MIT), tornou-se professor de matemática aplicada da instituição, depois ainda foi nomeado codiretor do Laboratório de Inteligência Artificial e futuramente assumiu a direção no ano de 1967, permanecendo no cargo até 1981. Seu trabalho principal no MIT era a natureza do pensamento, mas também trabalhava com problemas relacionados à inteligência artificial e na construção de máquinas que pensassem.

Juntamente com outros programadores, Papert desenvolveu a linguagem de programação LOGO, que permitia que as crianças passassem instruções para as máquinas em vez de apenas receber. Essas instruções eram passadas para uma tartaruga digital que criava desenhos na tela. Em outras palavras, os alunos ensinavam a máquina (Tartaruga) a produzir o gráfico que elas queriam. O uso desse jogo é um bom exemplo de como a aprendizagem na ótica construcionista pode ser aplicada, pois as instruções dos desenhos a serem elaborados partem dos alunos.

Todavia, Papert, ao adotar uma abordagem pedagógica utilizando-se do LOGO com a intenção da construção do conhecimento partindo do próprio aluno, transferiu a abordagem instrucionista do objeto de conhecimento anterior, no caso, noções básicas de geometria, e passou para a comunicação de alto nível com a máquina, que por mais simples que fosse, possuía uma sintaxe própria, diferentemente da atual tecnologia de inteligência artificial que permite uma comunicação na linguagem corrente do usuário.

O que foi recém observado destina-se a promover uma reflexão acerca da proposição de trabalho a ser realizado, pois o professor que pretende pôr em prática as ações aqui sugeridas pode não perceber esse entrave antes da tentativa de implementação. Calcular mal as ações que serão necessárias e destinar um tempo desnecessário para replanejar pode ser frustrante e ocasionar fracasso do plano. Esperar que a autonomia do instrucionismo seja plena e absoluta é desconsiderar a necessidade do papel de mediador do professor. O instrucionismo é sobre protagonismo, e não sobre autossuficiência. No contexto do presente trabalho, será necessário ensinar aos alunos como utilizar o computador para estudar, pois é bem provável que a maioria não saiba. Parte da aula deverá ser destinada a ensinar comandos básicos.

Para uma maior compreensão de como funcionava o programa LOGO, a seguir será apresentada uma imagem que exibe, à esquerda, os comandos que ensinam a máquina a fazer um quadrado e à direita é solicitado que o computador execute os comandos que o usuário intitulou de quadrado.

É o que costuma ser feito na programação: em um primeiro momento o programador

cria a função, que nesse caso, são as instruções para a criação de um quadrado e o nome da função é quadrado.

Em seguida, quando for necessário imprimir a mesma figura geométrica, onde quer que seja, não será necessário passar todas as instruções, apenas escrever o nome da função e as instruções serão executadas conforme programado previamente.

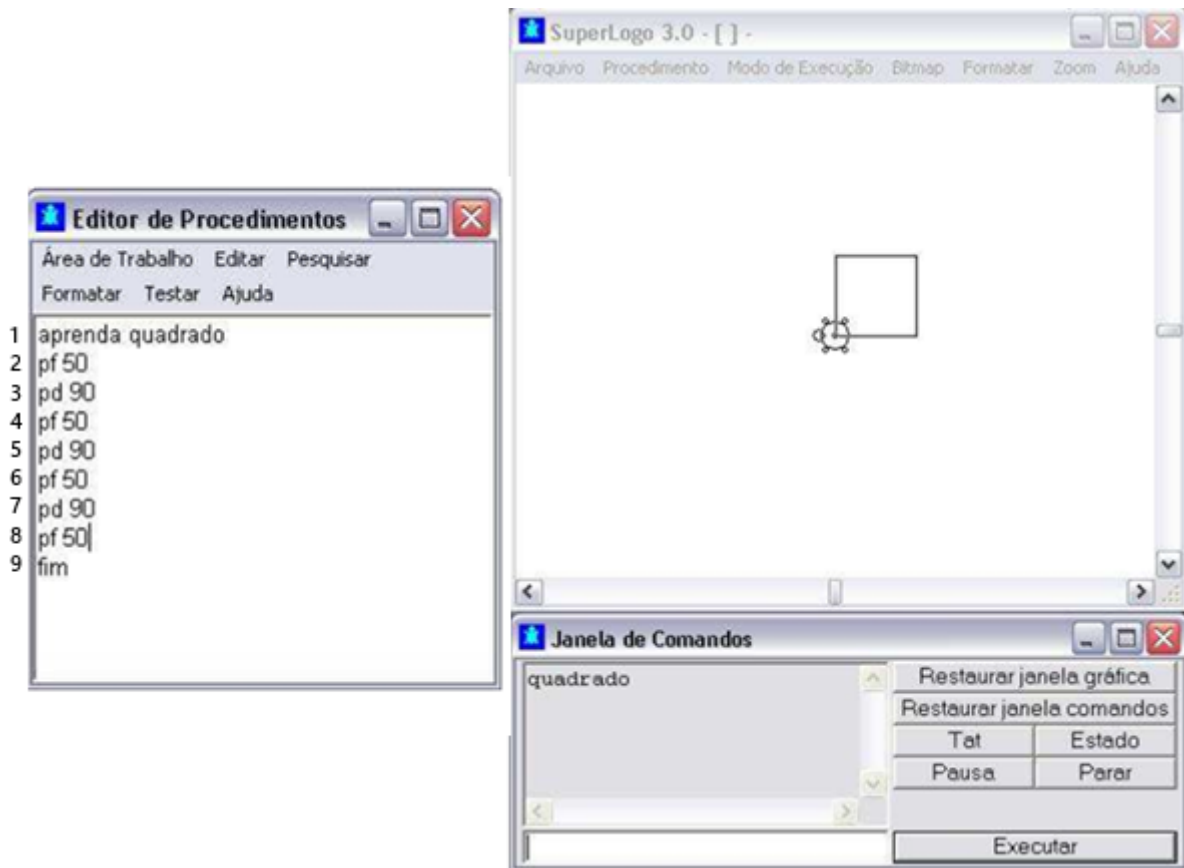


Figura 2 – Interface da programação e execução digital de um quadrado no programa LOGO. **Fonte:** (MATTE, 2011)

Como dito anteriormente, a linguagem, embora seja de alto nível, ou em uma linguagem menos técnica, com códigos curtos adaptados ao nosso idioma, não são comandos realizados em linguagem corrente. Tendo isso em mente detalharei o que cada linha significa.

- Linha 1: é a indicação que a função será escrita nas linhas subsequentes e que seu nome é quadrado.
- Linhas 2, 4, 6 e 8: indicam que a tartaruga deve caminhar para frente (pf) em 50 unidades.
- Linhas 3, 5 e 7: Indicam que a tartaruga deve girar para a direita (pd - sentido horário) no ângulo de 90 graus;
- Linha 9: indica o fim da função e que nada que for escrito a seguir faz parte da função.

Na janela da direita é apresentada a solicitação da função recém criada. Foi escrito o nome dela que é “quadrado” e os comandos foram executados. A parte de cima mostra o desenho completo após a impressão do que foi solicitado. Essa demonstração é uma adaptação digital da tartaruga, pois havia uma versão em que um robô em formato de tartaruga fazia as figuras que os alunos programavam e executavam.

Vale ressaltar que havia uma outra forma de gerar desenhos de forma direta onde as instruções eram passadas para a tartaruga e ela já executava sem a necessidade da criação de uma função e o desenho era realizado assim que o comando fosse passado para o programa. Essa interação era denominada “modo direto”.

3.2.2 Propostas recentes de aulas informatizadas

Ocorre que, sob a incumbência dada ao professor como mediador para fomentar o processo de aprendizagem por meio do protagonismo do aluno, (BORGES, 2023) reconhece que é muito comum que haja aversão em relação à Matemática, pelo fato da disciplina ser considerada complexa, gerando o afastamento do aluno, o que impacta diretamente seu rendimento escolar.

Pode-se considerar a Álgebra como um bom exemplo deste estranhamento caso seja trabalhada sem que se deixe clara sua essência de generalização. Para entender sua função e utilidade é indispensável não trabalhá-la como se fosse caminho obrigatório, mas como opção de solução mais rápida e prática.

Aliado a este cenário, o fácil acesso a dispositivos digitais, consoante (BORGES, 2023), acabam tornando a sala de aula espaço obsoleto e penoso caso a escola ignore seus avanços. Desta maneira, para que o professor realmente atue como facilitador do processo de aprendizagem e não mero detentor do saber, há que se estar preparado para propor soluções significativas para os estudantes.

Sob o olhar voltado para formação contínua, vale destacar a pesquisa realizada por (SANTOS, 2023), desenvolvida por meio de um trabalho semelhante a esta dissertação a respeito do ensino sobre introdução algébrica, que seria aplicado inicialmente em turmas do sétimo ano, porém testado com alunos do Ensino Médio.

O pesquisador enfrentou problemas de conectividade que atrasaram um pouco as aulas, mas conseguiu aplicá-las após um pouco de persistência. Todavia, contemplou em sua pesquisa um engajamento maior do que o habitual e notou certa empolgação por parte dos alunos, que enxergaram, inclusive, em seus estudos, possíveis relações com o mundo do trabalho. Surpreendeu-se, também, com um aluno que fez espontaneamente uma observação de generalização em relação à paridade de inteiros e, ao final do trabalho, os alunos fizeram uma avaliação do trabalho desenvolvido e o pesquisador levantou dados dos caminhos trilhados por cada aluno na resolução dos problemas.

Sua aplicação foi executada em duas etapas: o desenvolvimento algébrico e a apresentação das planilhas. Para tanto realizou uma anamnese para avaliar os conhecimentos matemáticos prévios e aulas para reconhecimento e aprendizagem do uso da ferramenta aliada ao Google Planilhas, com fornecimento de material de acesso virtual e impresso.

Note-se que no trabalho de (SANTOS, 2023), a reprodução de tabelas e aplicação de filtros fizeram parte da primeira aula não apenas para contextualizar, mas também familiarizar os envolvidos com o ambiente que faria parte de suas observações e análises e futuros apontamentos. Posteriormente, avançou para aplicações polinomiais, utilizando o recurso do autopreenchimento para chegar ao resultado.

O autor esclarece a importância de explicar as atividades em todas as aulas, ressignificando-as e, por isso, sendo possível perceber o avanço das discussões realizadas em aula pelos alunos, pois detectou a dificuldade dos estudantes em construir respostas com base em generalizações, já que não era costume da turma.

Considerando que o planejamento existe justamente para que se possa acompanhar os avanços, perceber os percalços e ajustar a rota para a chegada ao objetivo de forma organizada e consciente, assim foi feito. Diante da realidade observada pelo pesquisador, foi realizado um novo planejamento em relação às necessidades da turma e dificuldades técnicas e estruturais.

Durante o processo de observação e aplicação do objeto de estudo, pôde-se comprovar que o uso das planilhas, por possibilitarem visões diferenciadas e mais amplas, promoveram aprendizagens mais significativas, uma vez que possibilitaram pontos de vistas diversos para sua utilização.

E por este motivo, o pesquisador conclui que a construção de gráficos, tabelas, bem como a facilidade na organização concedida pela planilha, foram essenciais para que os discentes se envolvessem com as atividades, incentivando-os a novas descobertas. Até porque a generalização conceitual foi previamente explorada e validada, fator indispensável para evitar a mistificação e estranhamento desta etapa procedimental dos objetos matemáticos.

Sendo assim, o autor demonstra que, desta maneira, os alunos do Ensino Médio compreenderam melhor os conceitos algébricos, já que os colocaram em prática, entendendo o uso algébrico, pois percorreram a estrada da investigação e da aplicação das propostas, ou seja, puderam experienciar conceitos relacionados à variável de razão e proporção e de conceitos algébricos e as noções de incógnita, por meio situações concretas que exigem generalizações que exploram conceitos abstratos.

Por sua vez, (FROTA, 2023) realizou uma pesquisa com o estudo de Matemática Financeira, resolvendo problemas de juros simples e compostos, e constatou uma aprendizagem construcionista durante a execução das propostas didáticas realizadas com os alunos. O autor verificou que os estudantes passaram a compreender os conceitos a

partir dos estudos com planilhas eletrônicas, pois antes apenas decoravam as fórmulas de resolução de problemas. Ele percebeu um crescimento na compreensão de conceitos através das respostas que esses discentes forneciam nos questionários conceituais, e atribui esse ganho à facilidade e à agilidade proporcionadas pelo uso da planilha eletrônica na realização de cálculos e na construção de gráficos.

A coleta de dados foi dividida em três fases principais:

- **Fase 1 (Avaliação Diagnóstica):** Uma avaliação inicial com 30 questões (19 subjetivas e 11 objetivas) foi aplicada para diagnosticar o conhecimento prévio dos alunos.
- **Fase 2 (Intervenção):** Foi realizada uma intervenção por meio de uma sequência didática, acompanhada de observação, com o objetivo de analisar os ganhos conceituais e procedimentais dos sujeitos da pesquisa.
- **Fase 3 (Avaliação Final):** Uma avaliação final foi aplicada por meio de um formulário eletrônico, para verificar o impacto da sequência didática na aquisição de conhecimento dos alunos. Nesse instrumento avaliativo, o autor comparou os conhecimentos prévios sobre Matemática Financeira com os adquiridos após as interações com as aulas e observou o progresso dos alunos, tanto no ponto de maior evolução quanto naqueles que precisaram de maior aprimoramento. Os alunos foram capazes de compreender e aplicar corretamente os conceitos abordados, bem como demonstraram um entendimento mais profundo sobre o assunto.

Dentre as perguntas acerca do perfil dos alunos, a que investiga o contato deles com tecnologia retorna que todos eles têm acesso fora do ambiente escolar, dentre os quais 95% deles possuem aparelho celular. Ainda assim, apenas 30% dentre todos os alunos afirmaram que já tiveram contato com planilhas eletrônicas.

3.2.3 Minhas experiências profissionais no assunto

Meu primeiro contato com alguma planilha eletrônica foi com o Excel, durante as aulas que tive na minha primeira faculdade — Licenciatura Plena em Matemática pela UNIMONTE. A professora mostrou como correlacionar as células à função de autopreenchimento através do comando de arrastar e soltar.

Fiquei admirado ao ver a aplicação de um conceito matemático visível e com cálculo automático. Parecia-me evidente que aquele tipo de aula influenciaria positivamente no aprendizado dos alunos e que deveria ser implementado, mas conhecia as limitações de recursos da época e imaginava como algo muito longe de ocorrer em escolas públicas do nosso país.

Assim que iniciei meu trabalho como professor em uma escola pública, não me preocupei em saber se seria possível utilizar recursos tecnológicos em minhas aulas, pois sabia que a escola não tinha nem sequer um computador para que eu pudesse mostrar uma planilha eletrônica em funcionamento para os alunos.

Assim que fui convocado pela primeira vez para um cargo público como Professor de Educação Básica II do Estado de São Paulo, tive o privilégio de participar da primeira turma online de Formação Docente para Professores Ingressantes da Rede e nesse curso fui apresentado a recursos computacionais para o ensino de matemática de uma maneira que jamais havia visto e promoveu muitas reflexões sobre o conhecimento que eu já tinha.

Um conceito bem explorado foi o das razões trigonométricas no triângulo retângulo. Devido ao dinamismo do programa utilizado, era possível, por exemplo, verificar as razões dependendo apenas de cada ângulo, independente do tamanho do triângulo e ao mesmo tempo em que essa razão ia aparecendo no círculo trigonométrico.

Embora eu já conhecesse aqueles conceitos, foi o suficiente para eu me inspirar em adaptar aquelas aulas às condições que eu tinha no momento, que se limitavam ao uso de réguas e transferidores, já que as escolas não eram dotadas de equipamentos e, quando tinham, não eram em número suficiente. Quando o Estado disponibilizou salas de informática, estas só poderiam ser utilizadas na presença de um monitor, o que, no caso da escola onde eu trabalhava, só era possível no contraturno.

Assim que surgiu uma oportunidade, conduzi meus alunos em uma participação passiva, na qual eles apenas observavam a planilha correlacionando células, mas com turmas cheias e com pouco envolvimento nas aulas. A tentativa de diversificar e envolvê-los com em uma aula diferente não foi tão efetiva — o que era muito perceptível, tendo em vista que muitos deles alegavam que a aula que deveria ocorrer era de matemática, não de informática.

Após cumprir meu papel ensinando-os que o objeto de conhecimento poderia ser trabalhado de diversas maneiras e que o computador era só mais uma ferramenta, assim como é a lousa, e nem por isso deveria ser considerado que é uma aula sobre riscar paredes verdes chamadas de quadro negro, mostrei como fazer as tarefas e cobrei que eles fossem na escola no contra-turno, caso não tivessem computadores disponíveis em suas residências, mas o número de participantes foi desanimador e resolvi abandonar a ideia para as turmas futuras.

Quando iniciei a graduação em Análise e Desenvolvimento de Sistemas, fui percebendo uma especificidade da matemática que não conhecia na prática e fiquei ainda mais encantado com o potencial daquele novo conhecimento para o envolvimento maior dos alunos com atividades mais práticas que pudessem despertar o interesse deles em abstrações mais gerais. Parecia um desperdício não adaptar nada daquilo nas aulas ministradas para

os alunos de sala regular da Educação Básica.

Em 2022, iniciei uma nova fase em minha trajetória profissional e acadêmica ao ingressar tanto na rede Municipal de ensino de Praia Grande, onde atuo atualmente, quanto no PROFMAT. Foi nesse momento que percebi uma oportunidade inédita em minha carreira: as salas de aula tinham um número reduzido de estudantes, em relação ao que eu estava habituado, e a escola dispunha de uma sala de informática com cerca de 15 computadores, embora a conexão com a internet fosse inconstante.

A breve verificação que realizei nos computadores da escola revelou uma constatação importante para este estudo: todos os equipamentos possuíam o software de planilha eletrônica Calc do Libreoffice, ferramenta gratuita e que não necessitava de conexão com internet para funcionar, por tratar-se de um programa instalado nas máquinas. Comecei a utilizar essa ferramenta ocasionalmente nas aulas, para demonstrar situações práticas, mas dessa vez com os alunos manuseando os computadores.

Observei que alunos com dificuldades operacionais passaram a concluir as atividades e, em algumas ocasiões, chegaram até mesmo a superar aqueles que usualmente eram os primeiros a finalizá-las. Demonstravam grande entusiasmo ao perceberem que haviam conseguido concluir a tarefa com êxito.

Por um período, a prefeitura forneceu modem com acesso remoto à internet para que os professores pudessem estar conectados onde quisessem, com finalidade de garantir conectividade em suas tarefas docentes. Isso foi muito bom, pois, por um período, os computadores começaram a apresentar defeito e eu tive que começar a usar os Chromebooks que a escola ainda tem disponíveis para utilização em sala de aula com os alunos, mas o Libreoffice não estava instalado neles; por isso, precisei adotar outra forma de continuar com as aulas que usavam planilhas eletrônicas como ferramenta de aprendizagem.

A partir de então optei por usar o Google Planilhas, já que não precisa de instalação e percebi que o fato da escola ter rede wifi e eu possuir o mencionado modem que poderia servir de plano B em casos de oscilações de rede, a aplicação era ainda melhor que a ferramenta do Libreoffice, já que o salvamento é automático e os alunos poderiam acessar o trabalho que realizaram em outro momento.

Adicionalmente, ainda cria a possibilidade dos alunos mostrarem aos pais o que desenvolveram na escola, envolvendo a família na vida escolar dos estudantes, além de facilitar a tarefa de acesso da atividade futuramente, já que não será necessário portar um dispositivo específico de armazenamento de dados contendo o trabalho realizado para ter acesso a ele.

Segundo (LUNA; LINS, 2017), “A calculadora é uma ferramenta valiosa, que enriquece a compreensão matemática. Seu uso proporciona aos professores e alunos mais tempo para concentrar esforços e a atenção na compreensão de conceitos e no pensamento

crítico” (LUNA; LINS, 2017, p.146).

Essa reflexão condiz com um dos princípios de minhas aulas informatizadas, pois consigo fazer questionamentos e propor reflexões que não costumo fazer em outras aulas, tendo em vista que o computador facilita e agiliza alguns processos nas resoluções. Consequentemente, um número maior de alunos executa etapas intermediárias em um tempo parecido. Dessa forma, posso dar sequência na aula de forma coletiva e realizar considerações que os sobrecarregariam, caso tivessem que realizar cada processo manualmente.

Muitos ainda realizam questionamentos que não fariam, exatamente por chegarem no resultado de um maneira mais prática e terem melhores condições para darem atenção a detalhes que não notariam antes, já que alcançaram o resultado esperado e não querem mais outro desafio que retirem deles a sensação de conquista que o primeiro problema proporcionou.

É importante levar em conta que é necessário que ocorram aulas onde os cálculos são feitos sem auxílio computacional, para que eles também aprendam e sejam desafiados, dentre outras coisas, com operações aritméticas tais que a ordem em que elas devem ser feitas precisa ser respeitada ou nas expressões com manejo algébrico e suas simplificações com trocas de sentenças por outras equivalentes a elas.

Na escola onde atuo, tive a oportunidade de substituir alguns de meus colegas e aproveitei para expor os alunos de diversas idades (do sexto ao nono ano) às aulas propostas com uso do Google Planilhas, mas apenas se essa ação fosse pertinente ao que estava sendo trabalhado com aquela turma e desde que essa ação não fosse gerar algum prejuízo ao que deveria ser desenvolvido com os alunos.

Notei que os alunos mais novos, com cerca de 11 anos de idade, têm maior dificuldade para realizarem a mesma tarefa quando comparado aos mais velhos, com cerca de 15 anos. Isso aparenta indicar que os mais velhos são alunos por mais tempo e entendem melhor a dinâmica da sala de aula, além da maturidade mais avançada que lhes concedem uma maior facilidade em extrapolar o que foi ensinado, entender padrões e avançar por conta própria em tarefas semelhantes.

Ao analisar o processo de ensino-aprendizagem, verifiquei uma dificuldade persistente na digitação de comandos por parte de alguns alunos, sendo essa frequência acentuada entre os mais jovens. Mesmo após a explanação e a disponibilização dos comandos na lousa.

A observação individualizada, por meio do acompanhamento direto, permitiu identificar nuances nessas dificuldades. Notou-se que a mera presença de um educador e a comunicação direta resultavam na correção imediata de alguns erros, mesmo quando as informações transmitidas eram as mesmas já apresentadas ao coletivo. Outros equívocos foram atribuídos à falha em selecionar a célula correta, ao esquecimento do símbolo de igual

antes do comando, ou à seleção inadvertida de células incorretas, como as do cabeçalho da tabela, o que conseqüentemente gerava erros.

Constatei que alguns precisavam da minha presença ao lado deles, esperando validação da execução de cada interação deles no computador, desde selecionar a célula correta até a digitação de cada tecla, pois duvidavam de cada execução e não conseguiam reproduzir os comandos de forma autônoma.

Em situações que envolviam um número reduzido de alunos com dificuldades e com o restante da turma engajado em outras seções da atividade, adotei uma abordagem de apoio individualizado. Nesse cenário, eu me sentava ao lado dos alunos e os instruía a digitar o endereço das células. Em alguns casos, a instrução era verbalizada de forma similar à explicação na lousa, onde eu solicitava o clique na célula em vez da digitação de seu endereço. A distinção fundamental nessa interação individualizada residia no fato de que eu podia apontar diretamente para a célula a ser selecionada, ao contrário da representação abstrata utilizada no quadro branco.

4 Sequência didática

As capturas de tela e instruções que serão fornecidas são do Google Planilha, mas as atividades podem ser adaptadas para outras planilhas eletrônicas disponíveis, desde que os alunos estejam utilizando a mesma ferramenta para evitar a necessidade de instruções diferenciadas para alunos distintos. A forma de acesso será detalhada na proposta de atividade 1, que consiste em mostrar onde acessar e apresentar a ferramenta.

(LEMOV, 2022) propõe uma prática pedagógica a ser adotada nas aulas na estrutura “Eu/Nós/Vocês”, que pode ser entendida durante as aulas como 5 etapas: eu faço; eu faço, você ajuda; você faz eu ajudo; você faz, e faz; você faz, e faz e faz.

Neste trabalho, focaremos na progressão por essas cinco etapas em cada atividade proposta. No entanto, é importante ressaltar que, dependendo do progresso, das necessidades e da disponibilidade dos alunos, aulas adicionais podem ser dedicadas à prática de uma mesma habilidade, visando fortalecer a autonomia e ampliar o tempo da quinta etapa em aulas futuras.

É compreensível que os alunos se sintam inseguros ao receberem tarefas que exigem o uso de ferramentas digitais, especialmente para a compreensão de conceitos fundamentais como o uso de variáveis. Infelizmente, a integração dessas tecnologias no ensino ainda não é uma prática comum. No entanto, é nosso papel como professores garantir que se sintam confortáveis diante das inovações apresentadas em sala de aula, mesmo em abordagens mais ousadas e menos habituais.

A metodologia pedagógica consiste em etapas progressivas, projetadas para acomodar diferentes ritmos de aprendizagem, com finalidade de promover a autonomia dos alunos, conforme o detalhamento abaixo das cinco etapas:

- **Etapa 1: Eu Faço.** Nesta fase, o professor demonstra a tarefa ou conceito. O objetivo é que os alunos se sintam mais à vontade para tentar algo novo depois de observar uma execução clara e simples. A participação do aluno é mais passiva, focando na observação.
- **Etapa 2: Eu Faço, Você Ajuda.** Aqui, espera-se que o aluno comece a intervir na atividade, aplicando o que acabou de observar. Esta etapa exige cautela, especialmente em turmas heterogêneas, onde o ritmo de aprendizado varia. Pode ser necessário pausar, reexplicar procedimentos e até criar exemplos adicionais, convidando a participação de alunos que pareçam menos envolvidos ou que demonstrem dúvidas.
- **Etapa 3: Você Faz, Eu Ajudo.** Nesta etapa, os alunos são incentivados a realizar

tarefas semelhantes de forma independente. As dúvidas que surgirem são discutidas e solucionadas em conjunto, geralmente no quadro, para que todos possam acompanhar o processo de aprendizagem.

- **Etapa 4: Você Faz, e Faz.** Os alunos já conseguem executar itens semelhantes sozinhos, demonstrando compreensão e habilidade.
- **Etapa 5: Você Faz, e Faz e Faz.** Embora não seja o foco deste trabalho, esta etapa visa consolidar a autonomia do aluno. Para desenvolvê-la, é fundamental propor atividades semelhantes com pequenas variações ou perguntas adicionais que possam ser respondidas com base no conhecimento já adquirido. Preferencialmente, essas atividades devem ser realizadas em dias diferentes ou como tarefas de casa.

É importante notar que nem todas as propostas neste trabalho permitirão uma progressão linear por essas etapas. Em alguns casos, pode ser necessário retroceder e reorientar os alunos, revisitando exigências e demonstrando novamente como os procedimentos podem ser realizados.

4.1 Atividade 1: Primeiro acesso ao Google Planilhas

Título: Apresentação da planilha aos alunos - mostrar o que é, onde achar e como usar para cálculos e programar cálculos.

Objetivos: Essa é uma etapa introdutória ao uso da planilha eletrônica. Ela será uma investigação dos conhecimentos prévios e um nivelamento breve para que todos os alunos possam saber onde acessar e se familiarizar com o teclado analógico, já que grande parte do tempo, usam teclados digitais de smartphones. Ao mesmo tempo, já entendem a função dos cálculos e a propriedade de inter-relacionar dados que a ferramenta possui (nesse momento, veremos apenas operações aritméticas elementares).

É imprescindível que, a cada passo, seja feita uma checagem se todos estão acompanhando, pois pode ocorrer de algum aluno não compreender o que foi feito e não conseguir acompanhar as etapas futuras. Para essa etapa de checagem, perguntar se o resultado esperado apareceu na tela pode ajudar o aluno a saber que está fazendo certo ou alertá-lo que está errando.

4.1.1 Etapa 1 - Acesso ao Google Planilhas

A figura 3 ilustra o acesso ao Google Planilhas em navegadores web. A ferramenta pode ser acessada diretamente pelo endereço sheets.google.com ou, alternativamente, através do site [google.com](https://www.google.com), selecionando o ícone do aplicativo, conforme demonstrado na imagem a seguir.

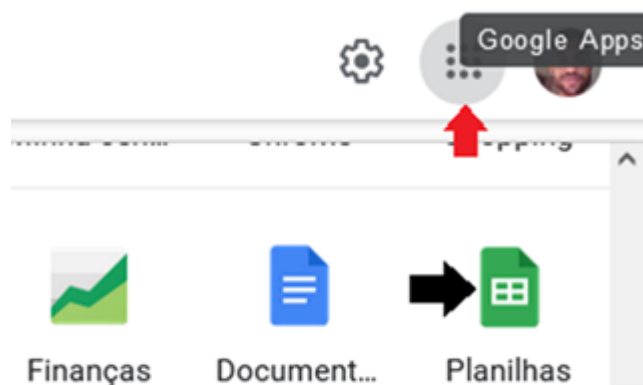


Figura 3 – Tela de acesso ao Google Planilhas. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Assim que for verificado que todos estão com acesso à internet deve-se solicitar acesso à página inicial do Google em google.com para acessar o Google Planilhas nas opções fornecidas no canto superior direito, conforme indicado na Figura 3.

A seta vermelha aponta para o botão que abre o menu de aplicações e a seta preta indica o ícone que deve ser selecionado. Algumas vezes o ícone está um pouco mais abaixo, basta utilizar a barra de rolagem para encontrá-lo.

4.1.2 Etapa 2 - Abrir uma Planilha em branco

A figura 4 aponta com uma seta vermelha o ícone a ser clicado para que um novo arquivo de planilha seja criado.

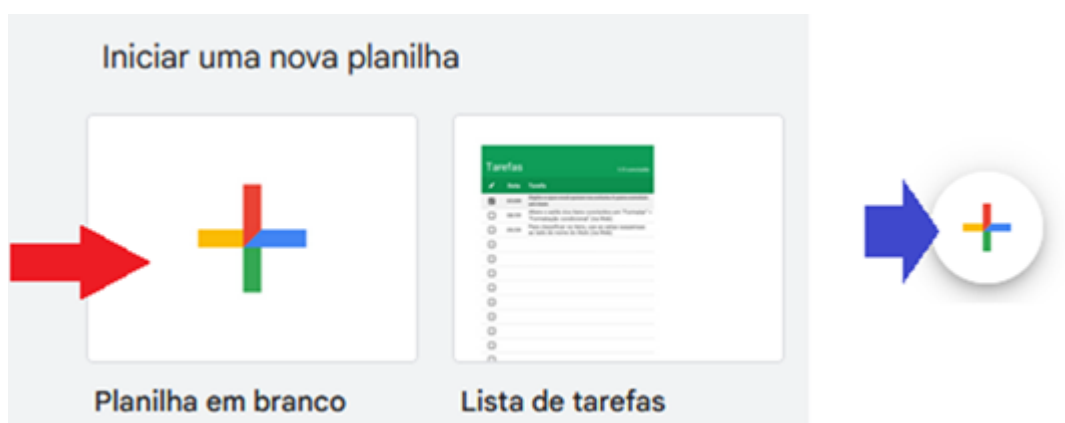


Figura 4 – Ícone para criar arquivo de nova planilha. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Em determinadas contas, aparecem alguns modelos de planilhas já pré-configuradas, mas a proposta aqui é produzir uma planilha do zero e com o mínimo de elementos gráficos, apenas para ensinar correlações entre os dados e como programá-las, por isso a escolha de abrir uma em branco. Assim que a planilha abrir, peça que os alunos personalizem o título, como pode ser observado a seguir.



Figura 5 – Local para renomear arquivo para personalizá-lo. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

4.1.3 Etapa 3 - Mostrar comando de cálculo

A figura 6 é a demonstração prática da programação de um cálculo básico que relaciona outras duas células, criando assim uma relação de interdependência entre elas.

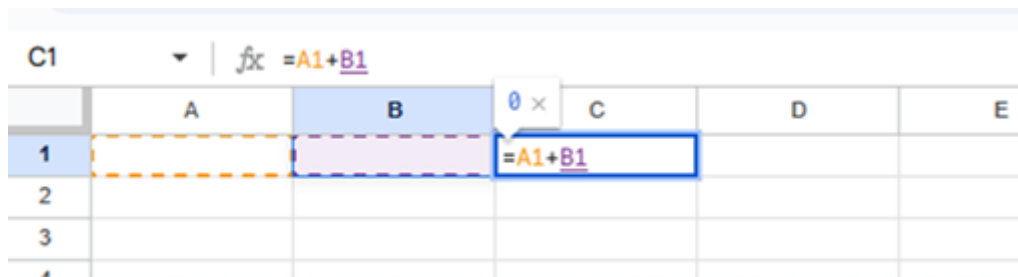


Figura 6 – Ícone para criar arquivo de nova planilha. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Assim que a aplicação estiver aberta nos computadores dos alunos, o momento é de demonstrar como usar o endereço das células para programar cálculos, estabelecendo a correlação entre elas.

Antes de ensinar a interdependência, é interessante solicitar que eles digitem um cálculo simples. Essa etapa inicial serve tanto para que pratiquem a realização dos cálculos, quanto para evidenciar possíveis dificuldades com o manuseio do teclado.

Em qualquer célula, solicite que eles digitem $=3+2$ e apertem a tecla Enter. Em seguida, peça que confirmem se o resultado que apareceu era o esperado.

Após apagar o que acabou de ser feito, solicite a digitação do comando $=A1+B1$ na célula C1, como ilustra a Figura 6. (Para quem talvez não saiba, após digitar o sinal de igual, em vez de digitar A1, é possível clicar na célula com o cursor da tela para que o preenchimento com o endereço seja automático).

Depois, peça que acionem a tecla Enter. A confirmação de que o comando provavelmente deu certo é o aparecimento do zero, já que nada havia sido digitado até então.

Agora, peça que eles coloquem números arbitrários nas células A1 e B1. Com isso, eles verão a resposta aparecendo automaticamente, o que lhes dará um repertório para que comecem a compreender a ideia de variáveis e como elas podem ser manipuladas na aplicação estudada.

4.2 Atividade 2: Montar uma planilha de compras

Objetivos: Organizar descritivamente uma simulação de uma compra de alguns itens. Aqui o aluno vai precisar estimar preços de produtos ou pesquisar o valor de algum estabelecimento específico. Eles podem, também, planejar gastos, contextualizar operações aritméticas com decimais não inteiros, identificar equivalência, pois, por exemplo, ao escrever 50 centavos como 0,50, o computador oculta o valor nulo do centésimo e apresenta apenas 0,5.

Surge então uma ótima oportunidade para falar sobre arredondamento e, dependendo do nível em que a turma se encontra e do foco que o professor deseja dar à aula, pode não ser interessante ensinar um arredondamento com tanto rigor, talvez seja melhor apenas ensiná-los a ocultar as casas decimais menores que 1 centésimo, alertando-os que eles podem aprender a serem mais precisos futuramente e que por enquanto a máquina pode cumprir esse papel.

A ideia de variável vai ser trabalhada, uma vez que os cálculos serão feitos de forma dinâmica com os valores digitados nas células de quantidades e preços (que poderão ser editados), apenas com uma notação diferente da convencional que costuma ser realizada no caderno. Para explorar um pouco mais o trabalho com variáveis, pode ser solicitado que valores específicos sejam atingidos, como valor total da compra.

A atividade faz o uso do conhecimento que eles costumam ter sobre proporção, propondo a inter-relação entre a quantidade comprada de determinado produto e seu subtotal na compra geral para desenvolver uma ideia mais complexa para eles, até então, à medida que representamos inicialmente o subtotal através de uma fórmula cujo valor não é digitado diretamente, mas por intermédio de uma fórmula que explora a ideia de variável. Também pode ser trabalhada a equivalência no exemplo já citado acima sobre 5 décimos e 50 centavos.

4.2.1 Etapa 1 - Mudança de título e digitação dos elementos base.

A digitação inicial deve ser feita como no exemplo abaixo:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Produto	Preço/qtde	Quantidade	Subtotal	Total	Pagamento	Troco
2	Açúcar	2,5					
3	Óleo	7,9					
4	Açúcar	4,5					
5	Arroz	32,4					
6	Feijão	7,4					
7	Sal	3,15					
8	Leite	5,8					
9	Sabão	7,9					
10	Detergente	2,8					
11	Xampu	15,97					

Figura 7 – Mudança de título e digitação dos elementos base. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Com o Google Planilha aberto, peça para os alunos modificarem o título (destacado com seta vermelha) para um em que o trabalho possa ser identificado futuramente, lembrando que o salvamento é automático no Google Planilha, desde que esteja sendo usado no modo online.

Em seguida, solicite para os alunos a digitação do cabeçalho e que eles escolham produtos arbitrários enquanto registram seus respectivos preços, baseados em especulação ou pesquisa (apenas peça para eles evitarem produtos com preços muito elevados, como eletrodomésticos ou itens mais caros), assim como apresentado acima.

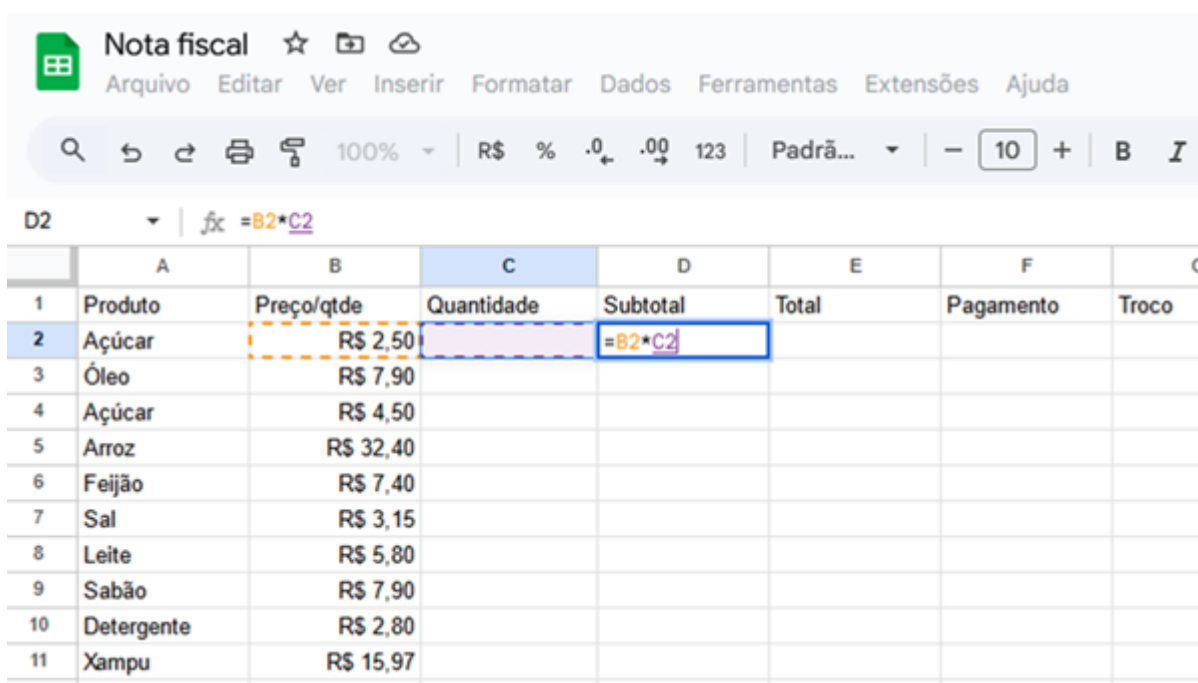
Alguns alunos são mais ágeis e vão terminar primeiro. É possível sugerir que esses estudantes incrementem visualmente suas tabelas; deixo-os descobrirem sozinhos como isso poderia ser feito, enquanto os demais vão terminando a digitação e solicitando sua ajuda.

É bem provável que alguns estranhem a forma como vão aparecer os valores, isso porque as células com preços contidos não foram configuradas para valores monetários. Após alguns questionamentos, seria o momento ideal para ensiná-los essa configuração. Basta selecionar a coluna B, clicando sobre a letra (seta azul na figura 7) e em seguida no símbolo monetário nacional (seta amarela na figura 7).

4.2.2 Etapa 2 - Programação do subtotal da compra

Essa etapa é a que vai explorar o conceito de variável em uma situação contextualizada muito próxima à realidade deles. É bem provável que eles já tenham vivenciado a experiência de compra, mesmo que apenas acompanhando outra pessoa.

Antes de prosseguir com as instruções, é crucial que todos os alunos estejam atentos ao que será ensinado. Caso nem todos tenham terminado de digitar os 10 produtos iniciais, verifique se aqueles que ainda estão finalizando a tarefa pararam para prestar atenção. É comum que eles não percebam que podem concluir os demais produtos sozinhos, mas precisam de sua orientação para esta próxima etapa. Enfatize que o mais importante agora é focar neste próximo passo, e que eles podem terminar de preencher o restante assim que houver tempo.



The image shows a spreadsheet application window titled "Nota fiscal". The spreadsheet has the following data:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Produto	Preço/qtde	Quantidade	Subtotal	Total	Pagamento	Troco
2	Açúcar	R\$ 2,50		=B2*C2			
3	Óleo	R\$ 7,90					
4	Açúcar	R\$ 4,50					
5	Arroz	R\$ 32,40					
6	Feijão	R\$ 7,40					
7	Sal	R\$ 3,15					
8	Leite	R\$ 5,80					
9	Sabão	R\$ 7,90					
10	Detergente	R\$ 2,80					
11	Xampu	R\$ 15,97					

Figura 8 – Programação do subtotal. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Passo a passo da etapa representada na imagem acima:

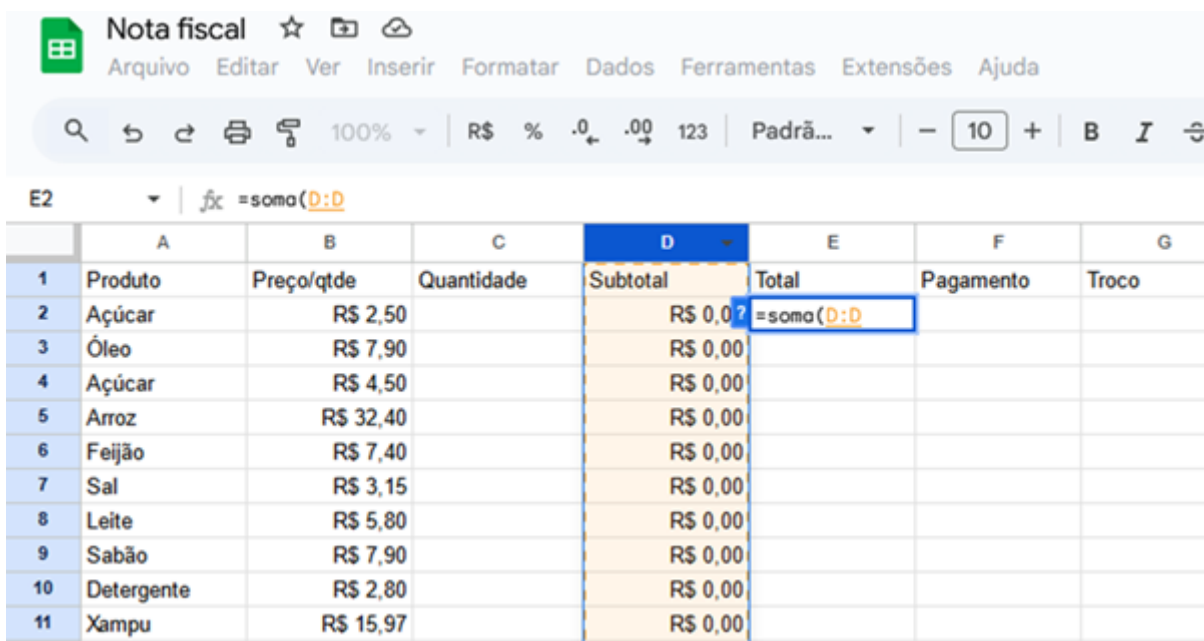
- Selecionar a célula D2;
- Digitar o sinal de igual (=);
- Clicar com o cursor da tela sobre a célula B2, selecionando-a (o endereço B2 aparece automaticamente em D2);
- Na célula D2, os alunos vão precisar digitar o sinal de igual, para habilitar as funções de cálculo, logo em seguida clicar com o cursor da tela sobre a célula B2 para que a célula selecionada apareça na célula D2 (como é possível ver na imagem acima),

depois digitar o operador aritmético de multiplicação representado por * (asterisco) e por fim clicar na célula C2. Assim que estiver como indicado na figura 8, o aluno pode apertar a tecla Enter para concluir o comando.

Para programar os outros subtotais, basta fazer o mesmo com os demais produtos em suas respectivas linhas ou utilizar a ferramenta de repetir padrão nas linhas subsequentes. Para isso, basta selecionar a célula com o padrão a ser repetido, no caso a D2, posicionar o cursor da tela no canto inferior direito da célula até que a seta seja trocada por uma cruz, clicar com o botão esquerdo, manter o botão pressionado e arrastar até o último produto.

4.2.3 Etapa 3 - Calcular total da compra

Imagem representativa da programação do cálculo do valor total da compra.



The screenshot shows a spreadsheet titled 'Nota fiscal' with a menu bar (Arquivo, Editar, Ver, Inserir, Formatar, Dados, Ferramentas, Extensões, Ajuda) and a toolbar. The active cell is E2, and the formula bar displays '=soma(D:D)'. The spreadsheet contains the following data:

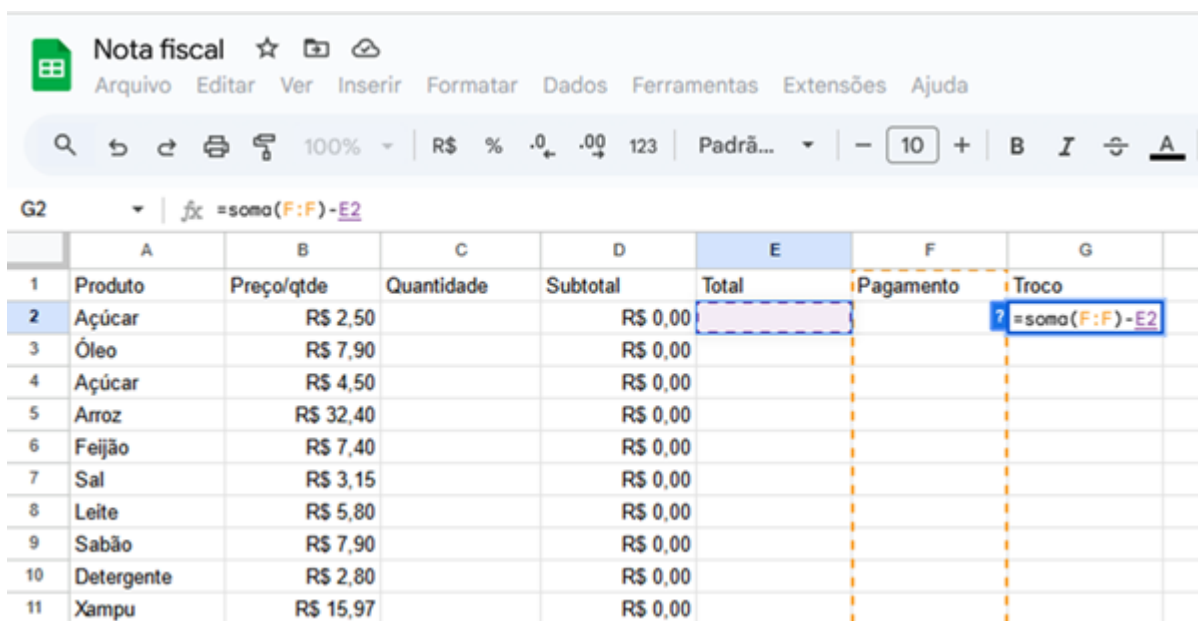
	A	B	C	D	E	F	G
1	Produto	Preço/qtde	Quantidade	Subtotal	Total	Pagamento	Troco
2	Açúcar	R\$ 2,50		R\$ 0,00	=soma(D:D)		
3	Óleo	R\$ 7,90		R\$ 0,00			
4	Açúcar	R\$ 4,50		R\$ 0,00			
5	Arroz	R\$ 32,40		R\$ 0,00			
6	Feijão	R\$ 7,40		R\$ 0,00			
7	Sal	R\$ 3,15		R\$ 0,00			
8	Leite	R\$ 5,80		R\$ 0,00			
9	Sabão	R\$ 7,90		R\$ 0,00			
10	Detergente	R\$ 2,80		R\$ 0,00			
11	Xampu	R\$ 15,97		R\$ 0,00			

Figura 9 – Programação do total. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Para programar o cálculo do total basta digitar o sinal de igual, seguido da palavra "soma", abrir parênteses e clicar na coluna D. Essa última ação vai selecionar toda a coluna e preencher automaticamente o comando D:D na célula. Basta clicar no Enter, mesmo sem fechar o parênteses que o comando terá sido concluído. Para que o valor fique mais apresentável, sugiro formatar no nosso sistema monetário como já mostrado na etapa 1, clicando no botão R\$.

4.2.4 Etapa 4 - Calcular o troco

Imagem representativa da programação do cálculo do troco.



	A	B	C	D	E	F	G
1	Produto	Preço/qtde	Quantidade	Subtotal	Total	Pagamento	Troco
2	Açúcar	R\$ 2,50		R\$ 0,00			=soma(F:F)-E2
3	Óleo	R\$ 7,90		R\$ 0,00			
4	Açúcar	R\$ 4,50		R\$ 0,00			
5	Arroz	R\$ 32,40		R\$ 0,00			
6	Feijão	R\$ 7,40		R\$ 0,00			
7	Sal	R\$ 3,15		R\$ 0,00			
8	Leite	R\$ 5,80		R\$ 0,00			
9	Sabão	R\$ 7,90		R\$ 0,00			
10	Detergente	R\$ 2,80		R\$ 0,00			
11	Xampu	R\$ 15,97		R\$ 0,00			

Figura 10 – Comando de cálculo de troco. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Antes de passar o comando dessa etapa para os alunos, é aconselhável solicitar que eles digam como se calcula o troco em uma compra. Assim que eles acertarem, questione qual parte da planilha representa o valor pago pelo cliente.

Provavelmente, assumirão que será na célula F2. Isso não estaria errado, a menos que consideremos que a compra poderia ser paga de diversas formas, todas registradas na coluna F (exceto a linha 1, o cabeçalho). Nesse caso, o valor pago é representado pela soma de todos os valores monetários digitados na coluna de pagamento. Como o valor total encontra-se concentrado em uma única célula, no caso, a E2. E para realizar a programação do troco dessa maneira, basta selecionar a célula onde aparecerá o valor do troco e digitar o comando "`=soma(F:F)-E2`", assim como aparece na figura 10. Vale ressaltar, que os alunos podem se esquecer de fechar o parênteses, pois na primeira vez não era necessário, e é interessante alertá-los com antecedência.

Reflexões sobre a atividade

Após esses procedimentos, a planilha já está completa. Caso o professor queira uma proposta maior com o uso de incógnitas, podem ser fornecidos os preços e os produtos para que seja possível montar equações ou sistemas de equações para resolução de situações problema em que se use a planilha para validar os resultados obtidos após esses cálculos. No caso, minha sugestão é fazer em outro momento, seja antes da produção da planilha ou depois.

Outra sugestão é pedir para que os alunos manipulem os preços e, principalmente,

as quantidades para obter algum gasto específico. Por exemplo, pedir para todos eles gastarem exatamente um valor arbitrário como R\$1.234,36. Dar um tempo até que alguns consigam e, em seguida, pedir para realizarem 5 pagamentos distintos, ou seja, que digitem 5 valores na coluna F e, depois disso, obter um troco de R\$321,50 (ou qualquer outro valor). Nessa etapa eles podem ter um contato com números negativos. Já testei essa tarefa em turmas do sexto ano e eles desenvolveram bem todas essas tarefas contidas neste parágrafo.

Esta atividade explorou itens da unidade temática Números ao desenvolver a ideia de proporcionalidade entre a quantidade e preço. Também explorou equivalência, ao converter valores decimais genéricos em valores decimais monetários e ao realizar operações em situações do dia a dia com utilização de números inteiros, racionais e, caso o professor julgue necessário, até mesmo números negativos.

4.3 Atividade 3 - Sistema de equações por tentativa e erro

Esta tarefa está separada da seguinte maneira:

1. O aluno precisa programar uma coluna de soma e outra de diferença entre o mesmo par de números inteiros, de acordo com o exemplo que será detalhado em breve na figura 11.
2. O professor traça uma reta numerada na lousa para ilustrar a diferença entre inteiros.
3. O aluno verifica as diferenças que o professor ilustrou na lousa através da planilha já programada para validar os resultados e entender melhor como a planilha funciona e quais resultados ela está retornando.
4. O professor faz exemplos com a soma e também pede para os alunos validarem os resultados em suas próprias planilhas.
5. O professor solicita que eles usem a planilha para realizarem alguma soma específica.
6. O professor solicita que eles usem a planilha para realizarem alguma diferença específica.
7. O professor escreve na lousa as perguntas (elas podem terem sido escritas previamente na lousa) e as responde coletivamente com os alunos. É importante conduzi-los até as respostas e evidenciar cada uma delas através de exemplos. O ideal é que algum deles explique sua linha de raciocínio e que o professor reforce o que foi observado para que mais pessoas consigam entender as conclusões obtidas pelos colegas.

8. O professor pede que o aluno encontre , ao mesmo tempo, a soma e a diferença fornecidas na tabela 4 (um par de cada vez) e esses resultados tratam-se das raízes dos sistemas de equações.

Objetivo: Observar e analisar experimentalmente a interação entre números inteiros (positivos, negativos ou nulos) a fim de identificar padrões nas operações de adição e subtração. Além disso, preparar os alunos para a resolução de sistemas de equações com duas incógnitas, sendo que, neste momento, a resolução será desenvolvida apenas por tentativa e erro.

A ideia inicial é que os alunos, por si próprios, busquem estratégias para encontrar os valores das incógnitas **a** e **b** sem depender puramente da sorte. Para isso, eles precisarão notar o que acontece ao aumentarem ou diminuírem os valores de **a** e **b**. Um momento adequado para a aplicação da atividade seria quando o professor quisesse reforçar a habilidade de reconhecer a subtração entre números inteiros como a diferença entre eles, com a ideia de distância e que o sinal negativo indicará que a subtração em questão é de um minuendo menor que o subtraendo.

A resolução digital não impede que seja solicitado a resolução manual dessas equações para que os resultados obtidos sejam validados com auxílio da planilha.

Fazer ao contrário pode ser interessante. Dessa forma os alunos encontram as soluções com a ferramenta e depois reencontram os mesmos valores através de resoluções feitas em uma folha de papel da forma convencional.

4.3.1 Etapa 1 - Programação das células de adição e subtração

Segue abaixo um modelo de programação de inter-relação entre células.

	A	B	C	D
1	a	b	a+b	a-b
2			=? =A2+B2	

Figura 11 – Programação da adição e subtração entre variáveis. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Essa etapa é análoga às outras produzidas até então e basta digitar o que está apresentado na figura 11, depois utilizar o recurso de repetir padrão já mencionado em outra atividade, para programar outras 14 células da mesma coluna (totalizando 15 células). E fazer o mesmo nas células de subtração. A etapa de programação é bem mais simples nessa atividade, e agora basta os alunos preencherem as células com os valores esperados

para as variáveis **a** e **b** até obter os valores de soma e diferença solicitados pelo professor (segue abaixo, na tabela 4, exemplos de resultados esperados).

4.3.2 Etapa 2 - Reflexões gerais sobre resultados

Na intenção de guiar os palpites e que eles não sejam aleatórios e dependentes apenas de sorte, vai ser necessário uma reflexão sobre a interferência dos valores assumidos por **a** e **b** e os resultados de $a + b$ e $a - b$. As perguntas a seguir podem ser feitas no quadro ou qualquer outro recurso didático que possa ser exposto para a sala.

Segue abaixo, uma tabela com algumas perguntas relevantes e informações contidas nas possíveis respostas dos alunos, provavelmente com outras palavras.

Tabela 3 – Perguntas reflexivas sobre soma e diferença.

Perguntas a serem levantadas.	Respostas esperadas.
O que indica a diferença?	Distância entre os números.
O que indica uma diferença positiva?	Indica que o segundo número é menor.
O que indica uma diferença negativa?	Indica que o segundo número é maior.
O que indica a soma nula?	Números opostos.
O que indica a diferença nula?	Números idênticos.

As perguntas podem ser feitas no quadro ou qualquer outro recurso didático, de uma maneira em que eles possam responder coletivamente enquanto fazem alguns testes. A representação de uma reta numérica é uma ótima ferramenta para que eles possam identificar alguns padrões. No caso deles ainda terem muita dificuldade para responder, o professor pode conduzir a turma fornecendo exemplos que evidenciem o resultado esperado.

A sugestão é que sejam feitos vários cálculos de diferença em que os resultados se repitam e eles possam chegar à conclusão do motivo pelo qual a repetição está ocorrendo. A reta numérica fará o papel de fornecer uma evidência visual, já a planilha vai fornecer os resultados.

4.3.3 Etapa 3 - Sistema de equações: tentativa e erro estratégica

Tabela 4 – Valores para estabelecer como meta de resultados.

a+b	a-b
20	0
26	0
-20	0
-14	0
0	2
0	4
0	-2
0	-4
0	20
11	1
31	1
41	1
31	-1
40	-4
-15	3
-15	-3
-20	4
-20	-4

Reflexões sobre a atividade

As perguntas sugeridas na etapa 2 propõem uma reflexão útil na obtenção de estratégias muito úteis para serem usadas no problema proposto.

A atividade estimula a ampliação do conhecimento acerca de números inteiros e o uso de uma ferramenta de cálculo digital para que conceitos sejam construídos através de experiências dinâmicas, onde a observação tem um papel muito importante na construção do conhecimento e desenvolvimento das habilidades da unidade temática Números, assim como na unidade Álgebra.

4.4 Atividade 4 - Verificando raízes de equações

Essa atividade é destinada a verificar valores numéricos de expressões algébricas com uma planilha que sirva para procurar ou simplesmente verificar qual valor numérico serve como raiz de cada equação.

Como é uma atividade voltada ao sétimo ano, apenas equações de primeiro grau serão inseridas, logo haverá apenas um valor correspondente a ser encontrado para cada uma delas. A constatação que o resultado correto foi encontrado não será automatizada, para não sobrecarregar a aula com comandos de verificação, portanto o aluno precisa notar que os valores numéricos das expressões coincidem em ambas as sentenças.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Valor da incógnita	1ª sentença	2ª sentença		Equação		
2	n	$4n+20$		-8	$4n+20=-8$		
3					<code>=IF(B9=C9;"Solução encontrada";"Procure o resultado")</code>		
4							
5	n	$6n-12$		-60	$6n-12=-60$		
6							
7							
8	n	$5n+3$	$4n+15$		$5n+3=4n+15$		
9							
10							
11	n	$10n-12$	$7n+18$		$10n-12=7n+18$		
12							
13							
14	n	$9n-63$	$2n-7$		$9n-63=2n-7$		
15							
16							
17	n	$12n+40$	$2n-30$		$12n+40=2n-30$		

Figura 12 – Planilha de verificação de equações. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Nesta atividade optei por não fazer um passo a passo, pois todas as etapas são análogas às que já foram detalhadas nas outras atividades, mesmo que seja uma aplicação distinta, são utilizados os mesmos artifícios do Google Planilhas.

O ideal é que haja ao menos 10 equações na atividade e apenas as 3 primeiras colunas (A, B e C) são essenciais.

Na primeira coluna, a letra `textbf{n}` foi digitada para que o valor seja verificado abaixo dela, ou seja, na célula de baixo será digitado algum valor para ser testado. Depois o primeiro membro da equação foi digitado na coluna B para que a verificação seja feita na linha de baixo, da mesma forma ocorreu no segundo membro da equação, mas na coluna C.

A sentença `textbf{5n+3}`, por exemplo, deve ter sua programação codificada na célula B3 como `=5*A3+3`. Essa etapa será repetida individualmente em cada uma das 20 sentenças (no caso de haver 10 equações).

O comando `=IF(B3=C3;"Solução encontrada";"Procure o resultado")`, na célula E3, compara os conteúdos das células B3 e C3. Quando esses valores são idênticos, o que significa que a raiz da equação foi encontrada, a célula E3 mostra "Solução encontrada". Por outro lado, se os valores forem distintos, o comando exibe a mensagem "Procure o resultado".

Como mencionado anteriormente, a criação de uma programação que verifique a igualdade entre os valores numéricos das sentenças e, conseqüentemente, da raiz da equação, pode não ser bem compreendido pela maioria dos alunos e, a depender da dificuldade que eles já sentiram ao fazer as outras etapas, o professor vai avaliar se esse acréscimo vai agregar positivamente ou apenas criar uma dificuldade excessiva.

Após todas as programações realizadas, as únicas células que podem ser manipuladas estão na coluna A, abaixo de cada letra textbfn, pois lá haverá uma representação do valor que o aluno julga ser o correto para cada raiz das equações.

Todas as expressões algébricas desta atividade são polinômios de grau 1 ou zero. Consequentemente, as expressões que não são de grau zero têm grau 1, comportam-se como funções de primeiro grau e são, portanto, crescentes ou decrescentes. Espera-se que os discentes utilizem essa estratégia para obter as raízes das equações solicitadas.

Almeja-se que eles percebam quais tipos de variação ocorrem na escolha que eles façam ao aumentar ou diminuir os valores candidatos à raiz da equação. É importante separar um espaço para que eles percebam esses detalhes e que possam compartilhar com seus colegas.

Reflexões sobre a atividade

Esta atividade foca na resolução de equações por tentativa e erro. Essa abordagem é versátil, sendo útil tanto para alunos iniciantes que ainda não dominam as técnicas formais de resolução, quanto para estudantes avançados que preferem a agilidade do cálculo mental. É importante ressaltar que a simplificação de expressões continua sendo uma técnica fundamental e não deve ser negligenciada.

O título da atividade já indica seu objetivo principal: verificar as raízes da equação. Com o apoio da tecnologia, alunos com menor fluência em cálculo poderão realizar um volume maior de testes em menos tempo, tornando o método de tentativa e erro mais acessível e eficaz para eles.

4.5 Atividade 5 - Verificando equivalência algébrica

A atividade a seguir é destinada a verificação de equivalência algébrica de expressões. A planilha aqui tem um papel de calculadora automática para poupar tempo e eventuais contas equivocadas a fim de auxiliar os alunos em formação a compreenderem que expressões aparentemente distintas podem possuir o mesmo valor, logo a representação algébrica de determinada situação pode ocorrer de mais de uma maneira e, futuramente, que algumas vezes é necessário realizar a simplificação de expressões para, por exemplo, facilitar a resolução de problemas.

Mais uma vez, alguns passos não serão tão detalhados por já haver um passo a passo anteriormente em situações análogas. A figura 13 apresenta a imagem do que é esperado na digitação inicial dessa atividade, podendo ser escolhidas outras expressões algébricas, desde que com pares equivalentes.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	$2n+3$	$n+n+n+5$	$4n+6$	$2n+2+n$	$3+n+n+2n+3$	$3n+5$	$n+1+n+2$	$5n$
2		$=2*A2+3$							
3									
4									
5									
6									
7									
8									

Figura 13 – Digitando pares de sequências equivalentes. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Após inserir a letra **n** na célula A1 e, no mínimo, quatro pares de expressões algébricas equivalentes na linha 1 (conforme exemplificado na imagem), o próximo passo é programar as células a partir da linha 2. Cada coluna que contém uma expressão algébrica deve calcular seu valor numérico com base na variável inserida na coluna A e na linha correspondente. Ou seja, as células B2, C2, D2, E2, F2, G2, H2 e I2 serão relacionadas com A2, as células B3 a I3 com A3, e assim por diante (vide exemplo).

Para agilizar o processo, a programação a partir da linha 3 pode ser feita automaticamente. Basta selecionar a primeira célula programada e arrastar o cursor pelo canto inferior direito para que o padrão se repita (como explicado anteriormente).

A coluna A funcionará como uma célula de entrada para números arbitrários, com exceção da célula A1, que serve apenas para organização, indicando a variável **n**. Ao inserir os valores, os alunos poderão observar que cada par de colunas apresentará o mesmo valor numérico, independentemente do número escolhido para **n**. Os alunos devem realizar testes com cinco ou mais valores para **n** (veja o exemplo na imagem abaixo).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	n	$2n+3$	$n+n+n+5$	$4n+6$	$2n+2+n$	$3+n+n+2n+3$	$3n+5$	$n+1+n+2$	$5n$
2	3	9	14	18	15	18	14	9	15
3	6	15	23	30	30	30	23	15	30
4	10	23	35	46	50	46	35	23	50
5	12	27	41	54	60	54	41	27	60
6	23	49	74	98	115	98	74	49	115
7									

Figura 14 – Agrupamento das expressões algébricas equivalentes por cores. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Nessa etapa, após a escolha arbitrária de números na coluna A, os alunos devem mudar o preenchimento das células com pares correspondentes e escolherem as mesmas cores para cada par.

Para mudar as cores das células, basta usar o ícone indicado pela seta azul na figura 14. Selecione o conjunto de células que você quer colorir, clique no ícone e escolha a cor desejada.

Você pode repetir esse processo para o par equivalente ou, para maior agilidade, usar a ferramenta "Pincel de Formatação", destacada com a seta laranja. Selecione as células de onde você quer copiar a cor, clique no ícone do rolo de pintura e, em seguida, clique nas células onde deseja aplicar a mesma cor.

Na próxima etapa, pergunte aos alunos o que eles repararam nas expressões algébricas de mesma cor. Caso não haja um retorno por parte de algum deles que ao agruparmos a parte literal e os termos independentes as expressões ficam iguais, tente induzi-los a chegarem a essa conclusão por conta própria.

Depois solicite que eles criem sozinhos outros 4 pares e que repitam todos os processos anteriores, mas, dessa vez, partindo deles a iniciativa e escolha de expressões. Pode ser feito em outra aba ou no espaço de baixo, para que eles possam observar o que já foi feito e sirva-lhes de exemplo.

Reflexões sobre a atividade

Esta atividade concentra-se no desenvolvimento da habilidade de reconhecer a equivalência entre expressões algébricas por meio do cálculo de seus valores numéricos. Embora os cálculos demonstrem a equivalência para polinômios de grau 1, é fundamental salientar aos alunos que o objetivo principal da atividade é atribuir um significado mais claro ao conceito de equivalência, em vez de prová-la formalmente.

4.6 Atividade 6 - Utilizando a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

Esta atividade foca na modelagem de situações-problema em expressões algébricas que representam sequências.

É recomendável que as sentenças em linguagem natural já tenham sido abordadas previamente. A partir delas, os alunos deverão modelar as expressões algébricas e as sequências que estas geram, para só então observar o cálculo automático realizado pela planilha eletrônica.

Aconselha-se que o cálculo manual para questões de porcentagem seja solicitado apenas onde o valor de n é menor do que 4, mas, com o uso do computador, esse valor pode ser maior. Essa é, inclusive, uma excelente oportunidade para o estudo do arredondamento.

A seguir, sentenças escritas em língua materna:

- A quantidade total de vendas, sabendo que eu já havia vendido 3 sorvetes e, a partir de então, passei a vender 1 por minuto.

- A quantidade de remédio em ml que devo tomar, sendo o dobro da minha idade em anos.
- O valor gasto com uma bebida de 3 reais e com algumas coxinhas que custam 2 reais cada.
- A quantidade de pessoas em um show, considerando que já havia mil pessoas e, a partir de então, iam chegando mais 7 pessoas por minuto.
- Tenho uma dívida de 500 reais, mas pagarei 3% de juros a cada mês de atraso.

Segue abaixo a representação algébrica de cada uma das sentenças e a disposição que sugiro que elas sejam digitadas na planilha eletrônica.

	A	B	C	D	E	F
1	n	$n+3$	$2n$	$2n+3$	$1000+7n$	$500 \cdot 1,03^n$
2						

Figura 15 – Representação algébrica de situações-problema. **Fonte:** Elaborado pelo autor.

Os problemas seguem a mesma ordem das expressões algébricas que os representam. Contudo, eles devem ser mesclados para que os alunos possam associar cada situação-problema à sua respectiva representação algébrica, utilizando os resultados obtidos após a programação das colunas.

A coluna F apresenta um cálculo de potência, cuja programação ainda não foi detalhada nos tutoriais desta dissertação. Para realizá-lo, é necessário digitar $= 500 * 1,03^n$. Um detalhe importante é a impossibilidade de representar o expoente como foi realizado na imagem acima, na célula F1 com $500 \cdot 1,03^n$. Nesse caso, será preciso improvisar, digitando $500 \cdot 1,03^{\wedge}n$.

A proposta pode ser repetida com novas situações-problema semelhantes, incentivando os alunos a escrever as expressões algébricas correspondentes aos textos, ou até mesmo a criar outras situações-problema para as mesmas expressões.

Reflexões sobre a atividade

A finalidade desta atividade foi propor a modelagem de situações-problema em expressões algébricas que representam sequências, utilizando a simbologia algébrica para expressar as regularidades encontradas em sequências numéricas, o que se alinha à habilidade estipulada pela BNCC.

Considerações finais

Em síntese, esta dissertação buscou contribuir com propostas acessíveis e contextualizadas, que atendem às diretrizes da BNCC e dialogam com as necessidades contemporâneas da sala de aula com uma abordagem construcionista. Ao integrar ferramentas computacionais ao ensino de álgebra, espera-se promover o protagonismo dos alunos, estimular o pensamento computacional e oferecer subsídios práticos aos docentes que buscam inovar, mesmo diante de desafios estruturais. A disseminação e o uso consciente desses recursos podem representar um passo importante rumo a uma educação matemática mais inclusiva, significativa e conectada com a realidade digital dos estudantes.

Alguns alunos podem ter mais dificuldades que outros na compreensão de uma nova linguagem, o que pode ser enriquecedor durante a troca de informações entre os colegas e o trabalho durante a necessidade de expressar suas dificuldades à outra pessoa, como escrito por (REGO, 2001), na perspectiva de Vygotsky, sobre a construção do conhecimento implicar uma ação partilhada, já que as relações entre sujeito e objeto de conhecimento são estabelecidas através dos outros. Com isso:

O paradigma esboçado sugere, assim, um redimensionamento do valor das interações sociais (entre os alunos e o professor e entre as crianças) no contexto escolar. Essas passam a ser entendidas como condição necessária para a produção de conhecimento por parte dos alunos, particularmente aquelas que permitam o diálogo, a cooperação e a troca de informações mútuas, o confronto de pontos de vista divergentes e que implicam na divisão de tarefas onde cada um tem uma responsabilidade que, somadas, resultarão no alcance de um objetivo comum. Cabe, portanto, ao professor não somente permitir que elas ocorram, como também promovê-las no cotidiano das salas de aula (REGO, 2001, p.110).

Na prática, a abordagem construcionista das sequências didáticas propostas por este trabalho será recebida de maneiras distintas por alunos distintos, pois alguns alunos vão conseguir avançar com um número menor de instruções construindo um conhecimento de forma mais autônoma e, inclusive, vão expor o que entenderam para o professor e para seus pares.

Essa dinâmica revela a riqueza que pode conter na aula, pois o estudante não apenas vai registrar seus comandos para a máquina, como também vai compartilhar o que entendeu, exercitando simultaneamente sua habilidade comunicativa ao compartilhar o conhecimento recém adquirido. Assim, tornam-se protagonistas na construção de seu próprio conhecimento, de seus colegas e ao programar cálculos no computador.

Esse enriquecimento está de acordo com as ideias de (PENALTI; ALTOÉ, 2005) sobre o construcionismo ser:

... uma corrente teórica empenhada em explicar como a inteligência humana se desenvolve, partindo do princípio de que o desenvolvimento da inteligência é determinado pelas ações mútuas entre o sujeito e o meio. Considera-se que a inteligência não é inata, mas que o sujeito também não é passivo sob influência do meio, isto é, ele responde aos estímulos externos agindo sobre eles para construir e organizar o seu próprio conhecimento, de forma cada vez mais elaborada (PENALTI; ALTOÉ, 2005, p.1).

Após a etapa preparatória, quando a planilha já estiver programada, inicia-se outra etapa na construção do conhecimento, e dessa vez espera-se ainda mais autonomia do aluno. O computador vai apresentar respostas correspondentes às interações de cada estudante, daí ele mesmo vai obter respostas a partir de testes que vão exigir a tentativa e erro, já que a planilha mostra o resultado a partir das variáveis escolhidas pelo discente.

(BORBA; PENTEADO, 2003) relatam suas experiências de utilização de recursos computacionais gráficos em suas aulas para em seguida realizar investigações sobre os resultados observados na tela e, segundo os próprios autores, seria inviável chegar às mesmas conclusões sem o uso das ferramentas naquele contexto, pelo grau de complexidade e praticidade proporcionado pela tecnologia em questão.

Proponho atividades simples, com uso de poucos recursos gráficos, apenas para que o aluno tire suas próprias conclusões a partir de observações de suas próprias produções, sem exigir um grau de experiência ou alguma técnica aprimorada. Essa oferta de ensino simplificado proporciona uma experiência com novos objetos de conhecimento, preparando-os para atividades sem auxílio de uma máquina, em uma oportunidade futura.

Sobre oportunizar que os estudantes experimentem como seria ensinar o que eles conhecem para o computador, para (PAPERT, 1994):

Todo o professor sabe que um bom modo de aprender um assunto é dar um curso sobre ele; sendo assim, meio de brincadeira, sugeri que uma criança poderia obter um pouco do mesmo tipo de benefício “ensinando”, ou seja, programando o computador (PAPERT, 1994, p.143).

Nesse aspecto, o estudante tem no computador, enquanto manipula a planilha e verifica as consequências de sua interferência, um estímulo automatizado que permite que ele perceba por si só as mudanças nos resultados a cada alteração que ele faz nos valores de cada variável. Uma investigação por experiência feita no tempo do aluno e com valores que ele julga relevante testar.

Tais esforços almejam instigar que o estudante perceba padrões ao aumentar ou diminuir o valor de uma variável, ou a diferença entre testar um número negativo, positivo ou nulo.

Isso torna mais rápida e prática a resolução de problemas por tentativa e erro e a identificação de padrões, especialmente para quem tem dificuldades, comete erros

nos cálculos ou até mesmo aos que sentem-se desmotivados em verificar propriedades matemáticas em experiências com casos particulares. Alguns podem considerar essa tarefa cansativa, repetitiva ou demorada.

Ao longo da minha trajetória docente, implementei diversas aulas informatizadas, inclusive com o auxílio do GeoGebra. Embora essas experiências não tenham sido documentadas como estudos de caso acadêmicos, revelaram-se extremamente valiosas.

Considero crucial compartilhar essas ações bem-sucedidas por observar um maior engajamento de alguns alunos que, por vezes, demonstraram dificuldade em se envolver nas aulas convencionais. Muitos desses estudantes se perdiam nas etapas de operações ou nas sequências exigidas por expressões numéricas ou algébricas.

Adicionalmente, o fato de pesquisadores apresentados nesta dissertação relatarem situações semelhantes à experiência que tive reforça a importância da inclusão do que observei em minha vivência profissional.

Embora o presente trabalho tenha como principal objetivo apresentar uma sequência didática fundamentada teoricamente para a introdução da álgebra por meio de planilhas eletrônicas, é fundamental reconhecer o caráter de modelo teórico desta dissertação. A experiência do autor, que já aplicou algumas das atividades propostas, indicou um maior engajamento dos alunos, especialmente aqueles que apresentavam dificuldades em aulas convencionais. No entanto, essas observações não foram documentadas como estudos de caso acadêmicos. A ausência de uma avaliação formal da metodologia, comparando a efetividade do uso de planilhas com abordagens tradicionais, representa um importante ponto a ser aprofundado, conforme as discussões sobre a importância de alinhar teoria e prática no contexto da formação continuada de professores.

Trabalho Futuro: Avaliação da Metodologia e Comparativo de Efetividade

Para solidificar e validar o potencial das sequências didáticas propostas nesta dissertação, é imprescindível que um próximo estágio de pesquisa seja realizado. Esse estudo se concentraria na avaliação empírica e rigorosa da metodologia, comparando a eficácia do uso das planilhas eletrônicas com o ensino convencional de Álgebra. A seguir, detalhamos a estrutura proposta para esse estudo quase experimental:

1. **Direção Geral da Pesquisa:** Realizar uma avaliação rigorosa e formal da efetividade do uso das planilhas eletrônicas no ensino da Álgebra para o sétimo ano, preenchendo a lacuna metodológica identificada neste estudo.

2. **Desenho da Pesquisa e Grupos de Estudo:** A pesquisa seria um estudo quase experimental, conduzido com duas turmas de alunos do sétimo ano:
 - Grupo de Controle: Seguiria a metodologia de ensino de Álgebra tradicionalmente utilizada, sem o apoio das planilhas eletrônicas.
 - Grupo Experimental: Aplicaria integralmente as sequências didáticas propostas nesta dissertação, utilizando o Google Planilhas como ferramenta principal.
3. **Coleta de Dados:** A coleta envolveria métodos mistos (quantitativos e qualitativos):
 - Avaliação Quantitativa: Aplicação de pré-testes e pós-testes em ambos os grupos para mensurar o ganho de aprendizagem e comparar o desempenho na compreensão de conceitos algébricos e na resolução de problemas, permitindo uma análise estatística da efetividade do método.
 - Avaliação Qualitativa: Realização de entrevistas semiestruturadas com os professores envolvidos e com uma amostra de alunos de ambos os grupos para coletar percepções sobre a ferramenta, o engajamento, as dificuldades e o potencial da abordagem para fomentar a autonomia e o pensamento computacional.
4. **Objetivo do Estudo:** Fornecer evidências empíricas sobre o impacto do uso de planilhas eletrônicas, comparando-o diretamente com o ensino convencional. Os resultados visam validar a proposta teórica e gerar conhecimento para a comunidade educacional sobre as melhores práticas para a integração de tecnologias digitais no currículo de matemática.

Referências

- ALMEIDA, M. E. B. D. Tecnologias na educação: dos caminhos trilhados aos atuais desafios. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, v. 21, n. 29, p. 99–129, 2008. Citado na página 13.
- ALMEIDA, M. E. B. T. M.; VALENTE, J. A.; SILVA, M. E. d. O computador na escola: contextualizando a formação de professores. *Revista de Educação*, v. 10, n. 2, p. 45–60, 2000. Citado na página 14.
- AUSUBEL, D. P. *A aprendizagem significativa*. São Paulo: Moraes, 1982. Citado na página 1.
- BARBOSA, L. L. D. S.; MALTEMPI, M. V. Matemática, pensamento computacional e bncc: desafios e potencialidades dos projetos de ensino e das tecnologias na formação inicial de professores. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 3, n. 3, 2020. Citado na página 1.
- BLANCO, E.; SILVA, B. D. Tecnologia educativa em Portugal: conceito, origens, evolução, áreas de intervenção e investigação. *Universidade do Minho. Instituto de Educação (IE)*, 1993. Citado na página 13.
- BORBA, M. d. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. [S.l.]: Autêntica, 2003. Citado na página 48.
- BORGES, R. d. S. L. A utilização de planilhas eletrônicas como instrumento didático no processo de ensino e aprendizagem da matemática: uma análise bibliográfica. *Universidade Federal da Paraíba*, 2023. Citado na página 21.
- BRASIL. *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996*. 1996. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm>. Citado na página 10.
- BRASIL. Ministério da educação. *Base nacional comum curricular*, MEC Brasília, v. 2, 2018. Citado na página 9.
- BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Matriz de avaliação de matemática – PISA 2012*. 2012. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf>. Citado na página 1.
- CANDAU, V. M. F. Formação continuada de professores: tendências atuais. In: CANDAU, V. M. (Ed.). *Magistério: construção cotidiana*. Petrópolis: Vozes, 1997. p. 51–68. Citado na página 17.
- CHAIB, M. Frankenstein na sala de aula-as representações sociais docentes sobre informática. *Nuances: estudos sobre Educação*, v. 8, n. 8, 2002. Citado na página 15.
- CHIMENTÃO, L. K. O significado da formação continuada docente. In: *Congresso Norte Paranaense de Educação Física Escolar*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–6. Citado na página 16.

- CORTELLA, M. S. Informática e informatolatria: equívocos na educação. *Acesso*, São Paulo, n. 11, p. 32–35, 1995. Citado na página 10.
- FONTES, C.; VIEIRA, A.; GONÇALVES, A. As tics em português: que rumos? In: UNIVERSIDADE DO MINHO. *Anais da 1. Conferência Internacional Challenges'99/Desafios'99*. Braga, Portugal, 1999. Citado na página 13.
- FROTA, M. E. S. d. *Aprendizagem de matemática financeira no ensino médio: uso de planilha eletrônica em uma abordagem construcionista*. Tese (Dissertação) — Universidade Federal do Ceará, 2023. Citado na página 22.
- IMBERNÓN, F. *Formação permanente do professorado: novas tendências*. São Paulo: Cortez, 2009. Citado na página 14.
- LEMOV, D. *Aula Nota 10 3.0: 63 Técnicas para Melhorar a Gestão da Sala de Aula*. [S.l.]: Penso Editora, 2022. Citado na página 29.
- LIBÂNEO, J. C. Formação de professores e didática para desenvolvimento humano. *Educação & Realidade*, SciELO Brasil, v. 40, p. 629–650, 2015. Citado na página 14.
- LUNA, L. C. D.; LINS, A. F. O não uso de calculadoras em aulas de matemática: uma questão de formação. *Educação Matemática em Revista*, v. 1, n. 18, p. 144–153, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- MATTE, M. L. *A linguagem logo como possibilidade de aprendizagem em matemática*. 2011. 15 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 20.
- MELLO, N. F. d. *Sequências numéricas recursivas nos anos finais do Ensino Fundamental: Introdução à álgebra através de generalizações*. 90f. p. Dissertação (Mestrado) — Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Canoas, 2024. Citado na página 2.
- NASCIMENTO, M. d. G. *A formação continuada dos professores: modelos, dimensões e problemática*. 2000. Ciclo de Conferências da Constituinte Escolar. Caderno Temático, Belo Horizonte, n. 5, jun. Citado na página 17.
- PAIVA, V. L. M. *O uso da tecnologia no ensino de línguas estrangeiras: breve retrospectiva histórica*. 2008. Disponível em: <www.veramenezes.com/techist.pdf>. Citado na página 14.
- PANIZZA, M. Reflexões gerais sobre o ensino da matemática. In: *Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análise e propostas*. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 19–33. Citado na página 10.
- PAPERT, S. *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994. Trad. Sandra Costa. Citado na página 48.
- PAPERT, S.; HAREL, I. *Constructionism*. New Jersey, Norwood: Ablex Publishing, 1991. Citado na página 18.
- PENALTI, M.; ALTOÉ, A. O construtivismo e o construcionismo fundamentando a ação docente em ambiente informatizado. *Educação e novas tecnologias*. Maringá: Eduem, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

- PENTEADO, H. D. de O. Relação docência/ciência na perspectiva da pedagogia da comunicação. *Cadernos de Educação*, n. 14, 2000. Citado na página 14.
- PEREIRA, M. N.; SARAIVA, M. J. O sentido do símbolo na aprendizagem da álgebra em alunos do 7º ano de escolaridade. In: *Proceedings XII Simpósio de la Sociedad Española de Investigación Matemática/XXVIII Encontro de Investigação em Educação Matemática/XIX Seminário de Investigação em Educação Matemática*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 517–527. Citado na página 10.
- REGO, L. L. R. L. d. S. *A Linguagem e a Interação Social na Sala de Aula*. [S.l.]: Vozes, 2001. Citado na página 47.
- ROSA, R. Trabalho docente: dificuldades apontadas pelos professores no uso das tecnologias. In: *Anais do Encontro de Pesquisa em Educação e Congresso Internacional de Trabalho Docente e Processos Educativos*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 214–227. Citado na página 14.
- SANTOS, D. M. d. *Planilhas eletrônicas em sala de aula: refletindo sobre noções iniciais de álgebra*. 2023. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- TAVARES, R. Aprendizagem significativa. *Revista conceitos*, v. 10, n. 55, p. 55–60, 2004. Citado na página 1.
- WING, J. M. Computational thinking. *Communications of the ACM*, v. 49, n. 3, p. 33–35, 2006. Citado na página 11.