



UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI

Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Antônio Carlos Alves de Oliveira

**RELATOS DE PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO QUE PARTICIPARAM DE UM
MINICURSO SOBRE FUNÇÃO BASEADO NA REVISITAÇÃO DO REPOSITÓRIO
DO PROFMAT**

Teófilo Otoni

2024

Antônio Carlos Alves de Oliveira

**RELATOS DE PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO QUE PARTICIPARAM DE UM
MINICURSO SOBRE FUNÇÃO BASEADO NA REVISITAÇÃO DO REPOSITÓRIO
DO PROFMAT**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, como requisito para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof.^a Dr.^a Silvia Swain Canôas.

Teófilo Otoni

2024

Catálogo na fonte - Sisbi/UFVJM

O48r Oliveira, Antônio Carlos Alves de
2025 RELATOS DE PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO QUE PARTICIPARAM DE
UM MINICURSO SOBRE FUNÇÃO BASEADO NA REVISITAÇÃO DO
REPOSITÓRIO DO PROFMAT [manuscrito] / Antônio Carlos Alves de
Oliveira. -- Teófilo Otoni, 2025.
82 p. : il.

Orientador: Prof. Silvia Swain Canôas.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) --
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri,
Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teófilo Otoni, 2024.

1. Educação matemática. 2. Capacitação. 3. Função. I.
Canôas, Silvia Swain. II. Universidade Federal dos Vales do
Jequitinhonha e Mucuri. III. Título.

ANTÔNIO CARLOS ALVES DE OLIVEIRA

**RELATOS DE PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO QUE PARTICIPARAM DE UM
MINICURSO SOBRE FUNÇÃO BASEADO NA REVISITAÇÃO DO REPOSITÓRIO DO
PROFMAT**

Dissertação apresentada ao
MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL, nível de MESTRADO,
como parte dos requisitos para
obtenção do título de MESTRE EM
MATEMÁTICA.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a SILVIA
SWAIN CANÔAS

Data da aprovação: 19/12/2024

Prof.^a Dr.^a SILVIA SWAIN CANÔAS (Orientador)

Prof. Dr. ALEXANDRE FAISSAL BRITO (UFVJM)

Prof. MARCO ANTÔNIO ESCHER (UFJF)

 Documento assinado digitalmente
SILVIA SWAIN CANOAS
Data: 05/02/2025 18:07:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

 Documento assinado digitalmente
ALEXANDRE FAISSAL BRITO
Data: 16/01/2025 10:56:29-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

 Documento assinado digitalmente
MARCO ANTONIO ESCHER
Data: 06/01/2025 21:01:01-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me dado força e coragem para superar as adversidades na busca do sonho de conquistar o título de mestre. A caminhada não foi fácil, mas com fé e perseverança, os obstáculos foram superados.

Agradeço à minha esposa, Adriana, e ao meu filho Pietro, por estarem juntos comigo em todos os momentos, compartilhando as alegrias e frustrações.

Aos meus familiares e amigos, pelo incentivo.

À CAPES, pois o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Ao coordenador e aos professores do PROFMAT, pelos conhecimentos compartilhados.

À minha orientadora, Dra. Silvia Swain Canôas, por ter aceitado o convite e pelo seu imenso apreço pela construção de uma Educação Básica de qualidade.

Às equipes gestoras e colegas de trabalho das escolas onde exerço a minha profissão.

RESUMO

Neste trabalho, foi elaborado um minicurso de capacitação sobre funções para professores de uma escola da rede pública do município de Teófilo Otoni/MG. Foram escolhidas duas dissertações no repositório do PROFMAT que serviram de base para a elaboração deste minicurso a partir de critérios objetivos. Esta ação tem por objetivo trazer para a sala de aula uma releitura das produções acadêmicas do PROFMAT; suscitar discussão quanto as iniciativas que devem ser tomadas para que os professores adotem estas produções como fonte de pesquisa e prática de sala de aula. Amparados no campo da Didática da Matemática encontrou-se teorias que serviram de aporte teórico e metodologia de pesquisa qualitativa desenvolvida numa escola pública de Educação Básica. A aplicação do minicurso ocorreu no primeiro semestre de 2024 e contou com a participação de quatro professores de Matemática da Educação Básica. Foram aplicados questionários e colhidos relatos de experiência. Após análise dos questionários e de toda a discussão suscitada a partir da aplicação do minicurso, evidenciou-se que não basta apenas informar que as produções acadêmicas do PROFMAT são de fácil acesso e gratuita, faz-se necessário capacitar os professores para que estas sejam utilizadas em sala de aula e adotadas como fonte de pesquisa para a preparação das aulas de matemática. Os resultados obtidos apontam para a necessidade de esforço contínuo do programa na publicização desses produtos educacionais e estabelecimento de diretrizes claras para os professores.

Palavras-chave: educação matemática; capacitação; função.

ABSTRACT

In this work, a mini training course on functions was prepared for teachers at a public school in the city of Teófilo Otoni/MG. Two dissertations were chosen from the PROFMAT repository that served as the basis for the preparation of this mini-course based on objective criteria. This action aims to bring to the classroom a reinterpretation of PROFMAT's academic productions; to raise discussion regarding the initiatives that must be taken so that teachers adopt these productions as a source of research and classroom practice. Supported in the field of Mathematics Didactics, theories were found that served as theoretical support and qualitative research methodology developed in a public Basic Education school. The mini-course was administered in the first semester of 2024 and included the participation of four Mathematics teachers from Basic Education. Questionnaires were administered and experience reports were collected. After analyzing the questionnaires and all the discussion raised from the application of the short course, it became clear that it is not enough to simply inform that PROFMAT academic productions are easily accessible and free, it is necessary to teachers, empower and this material to be used in the classroom and adopted as a source of research for the preparation of mathematics classes. Our data point to the need for continued effort by the program to publicize these educational products and establish clear guidelines for teachers.

Keywords: mathematics education; training; function.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Layout do GooGebra.....	55
Figura 2 – Caixa de diálogo.....	55
Figura 3 – Posicionamento dos controles deslizantes para análise da função exponencial	57
Figura 4 – Posicionamento do controles deslizantes para análise da função logarítmica	58
Figura 5 – Configuração do eixo das abscissas para análise das funções trigonométricas	59
Gráfico 1 – Formação profissional dos professores participantes do minicurso.....	60
Gráfico 2 – Experiência docente dos participantes do minicurso	61
Gráfico 3 – Satisfação dos professores quanto às horas destinadas à capacitação.....	66
Quadro 1 – Primeira questão do minicurso	47
Quadro 2 – Segunda questão do minicurso	47
Quadro 3 – Terceira questão do minicurso.....	48
Quadro 4 – Quarta questão do minicurso	49
Quadro 5 – Quinta questão do minicurso	50
Quadro 6 – Sexta questão do minicurso	50
Quadro 7 – Sétima questão do minicurso.....	51
Quadro 8 – Oitava questão do minicurso	51
Quadro 9 – Nona questão do minicurso	52
Quadro 10 – Décima questão do minicurso.....	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Etapas do desenvolvimento do minicurso	42
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CR/MG	Currículo Referência de Minas Gerais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFVJM	Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
2	A CONSTRUÇÃO DO MINICURSO SOBRE FUNÇÃO.....	15
2.1	Função: aplicação e contextualização histórica	15
2.1.1	<i>Extraindo os principais constructos sobre o conceito de função com o auxílio da história da matemática</i>	<i>16</i>
3	O ENSINO DE FUNÇÃO E PESQUISAS NO CAMPO DA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA.....	27
3.1	Situações didáticas.....	31
3.2	Engenharia didática.....	35
4	CAMINHOS METODOLÓGICOS.....	38
4.1	Escolha das dissertações.....	39
4.1.1	<i>Momento de criar adaptações para a construção do minicurso envolvendo as duas sequências.....</i>	<i>41</i>
4.2	Relato de experiência.....	43
4.2.1	<i>Momento I – Desenvolvimento histórico do conceito de função.....</i>	<i>44</i>
4.2.2	<i>Momento II – A Didática da Matemática como ferramenta metodológica e construção do conceito de função</i>	<i>46</i>
4.2.3	<i>Momento III – O GeoGebra como ferramenta auxiliar no desenvolvimento do conceito de função.....</i>	<i>54</i>
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	60
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
	REFERÊNCIAS	75
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO: MOMENTO I.....	78
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO: MOMENTO II.....	79
	APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO: MOMENTO III.....	81

1 INTRODUÇÃO

Para a promoção de uma Educação Básica de qualidade, o professor é fundamental. Não se pode discutir resultados educacionais, sem primeiro levar em conta a atuação desses profissionais que têm um papel importante na ascensão do conhecimento. Neste sentido, vale ressaltar, a importância da formação continuada na carreira docente, uma vez que a sociedade passa por mudanças constantes e a escola precisa responder os anseios do mundo contemporâneo, cumprindo assim seu papel social.

Segundo Nóvoa (2019), a formação do professor nunca está pronta e acabada, mesmo após concluir a graduação, esse processo continua ao longo da vida. Portanto, a busca por capacitação torna-se imperiosa na prática de sala aula. Os alunos de hoje têm estímulos diferentes daqueles que motivaram seus professores.

Com os novos desafios impostos, o docente precisa assumir um papel proativo e se adaptar às novas demandas emanadas pela dinâmica social, sendo capaz de atender as necessidades da escola de hoje. Neste sentido, “o professor passou, então, a ser continuamente desafiado a atualizar-se e tentar ensinar de um modo diferente daquele vivido em seu processo de escolarização e formação profissional” (Fiorentini, 2008, p. 45).

Há, portanto, uma forte demanda para que a escola seja capaz de atender às necessidades do aluno de hoje, formando cidadãos críticos e atuantes. Fiorentini (2008) relata que a pressão sobre mudança da escola e atualização dos professores que ocorreu em meados das décadas de 1990 e 2000, é decorrente das rápidas transformações no processo de trabalho e de produção da cultura no contexto da globalização e do desenvolvimento das tecnologias de informação e comunicação.

Portanto, faz-se necessário uma busca constante por aperfeiçoamento profissional e ressignificação da prática. O Plano Nacional de Educação (PNE), Lei n.º 13.005, de 25 junho de 2014, destaca a necessidade da formação continuada na carreira docente ao estabelecer como meta:

Formar, em nível de pós-graduação, 50% (cinquenta por cento) dos professores da educação básica, até o último ano de vigência deste PNE, e garantir a todos (as) os (as) profissionais da educação básica formação continuada em sua área de atuação, considerando as necessidades, demandas e contextualizações dos sistemas de ensino (Brasil, 2014).

Nesta perspectiva, o programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), colabora, portanto, com a formação continuada dos professores da Educação Básica para alcançar a meta estabelecida pelo PNE, oferecendo o Mestrado na área de Matemática.

Para os ingressos no curso, que tem duração de vinte quatro meses, além das disciplinas obrigatórias e do Exame Nacional de Qualificação, ao final do curso é exigido a apresentação de uma dissertação, para conquistar o título de Mestre. O PROFMAT tem conceito 5, nota máxima para programas que oferecem o mestrado profissional, ou seja, trata-se de uma formação de excelência que é ofertada de forma gratuita pelas Instituições credenciadas.

Presente nas cinco regiões do país, na sua proposta, o PROFMAT oferece uma formação técnica sólida, entregando à educação básica professores com formação aprofundada em Matemática, contribuindo, portanto, para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem de Matemática em nosso país.

O repositório do programa possui, atualmente, mais de sete mil dissertações¹. São trabalhos, na sua maioria, desenvolvidos partindo da premissa que os professores da Educação Básica vão utilizá-los com seus alunos em sala de aula. Os temas abordados nas dissertações são variados, dentro da proposta dos currículos da Educação Básica. Portanto, há um acúmulo considerável de materiais disponíveis e de fácil acesso.

Por se tratar de um programa de alcance nacional, espera-se que todo esse conhecimento matemático gerado a partir das publicações, seja utilizado não somente pelos egressos, mas por toda a comunidade escolar. São trabalhos que podem contribuir para alavancar os índices educacionais apurados recentemente a partir de avaliações periódicas, contribuindo de forma mais abrangente com professores e alunos nas salas de aula de Matemática. A hipótese é que toda a discussão estabelecida a partir da apresentação dos projetos de pesquisas bem como os produtos educacionais confeccionados apresentados nas dissertações, são subutilizados.

Diante de tão importante proposta de formação de professores e as qualidades mencionadas anteriormente, a seguinte questão de pesquisa se impõe: como trazer para sala de aula de Matemática uma releitura das dissertações produzidas pelos egressos do PROFMAT? Mais especificamente: 1) Escolher dois trabalhos que abordem o mesmo tema em Matemática e adaptá-los para uma perspectiva que englobe a formação de professores da

¹ Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>

Educação Básica; 2) Elaborar minicurso para professores de uma escola pública do Município de Teófilo Otoni/MG com o material selecionado anteriormente; 3) Avaliar junto com os professores participantes do minicurso as possibilidades de utilização desse material em sala de aula.

A busca por repostas à questão anterior, foi motivada após meu ingresso no PROFMAT/UFVJM no ano de 2022. Ao longo do curso tive a oportunidade de conhecer melhor os trabalhos produzidos pelos egressos do programa. Já possuo dezesseis anos de vivência da rotina escolar, atuando como docente em escolas da rede estadual do município de Teófilo Otoni/MG.

Ciente da realidade das escolas em que atuei, foi possível notar o quanto as produções do PROFMAT podem auxiliar os professores na sua prática em sala de aula. Diante disso, fui então desafiado a buscar meios para que as ideias discutidas durante o desenvolvimento dos projetos de pesquisa e confecção dos produtos educacionais, pudessem de fato atingir os alunos nas escolas de Educação Básica, ultrapassando assim, o círculo mais restrito dos egressos do programa.

Nesta direção, elaborei e apliquei um minicurso de capacitação a quatro professores que ministram aulas de Matemática em uma escola pública no município de Teófilo Otoni/MG. Para elaboração do minicurso, recorri ao repositório do PROFMAT para selecionar trabalhos a serem apresentados aos professores com a intenção de mostrar a esses docentes que o programa possui inovações que podem auxiliá-los na prática docente. Estes trabalhos estão à disposição de todos e podem ser acessados a partir do repositório do programa.

Em um universo das propostas de atividades produzidas, selecionei no repositório do programa, duas dissertações que serviram de base para a elaboração do minicurso de capacitação. Para tanto, estabeleci critérios de escolha: o primeiro critério utilizado foi a escolha da instituição credenciada onde estou cursando o PROFMAT, a UFVJM. Por se tratar de uma escola do município de Teófilo Otoni, cidade onde há um *campus* da UFVJM, foi proposto o recorte de dissertações defendidas por discentes vinculados a esta Instituição.

Com os trabalhos selecionados e delimitados, houve a necessidade de estabelecer um segundo critério: o tema a ser abordado no minicurso. Dentre os vários tópicos da Matemática, foi escolhido o ensino de função. Esta escolha foi motivada devido à obrigatoriedade deste conteúdo na educação básica, uma vez que está presente na BNCC e

consequentemente CR/MG, bem como a sua aplicação em várias áreas do conhecimento. Além de estar colado ao dia a dia dos professores e estudantes.

Foram encontradas seis dissertações que atendem aos dois critérios preestabelecidos, sendo que uma delas não discorre sobre conteúdos abordados no ensino médio. Das cinco que restaram, duas foram selecionadas por optarem pelo produto: sequência didática para o ensino médio e por trazerem propostas metodológicas complementares. Portanto, os trabalhos escolhidos foram:

- **O ensino de funções: desafios e perspectivas**, da professora Silvia Teixeira Coelho Menezes;
- **Trajetórias de sucesso escolar: capacitando professores por meio de um minicurso para o ensino de funções básicas utilizando o recurso computacional GeoGebra**, do professor Flávio Ribeiro da Silva.

Após a escolha das dissertações sobre função, foi percebido a necessidade de aprofundamento nos dois trabalhos que demandaram adaptações a uma proposta de minicurso que foi trabalhado com os professores de Matemática nas horas destinadas à capacitação.

Além disso, buscou-se compreender pesquisas no campo da Didática da Matemática que embasaram a criação e o desenvolvimento do minicurso. Foram utilizadas como referência a Teoria da Transposição Didática, Teoria das Situações e a Engenharia Didática.

Este trabalho está organizado em quatro capítulos principais, além da introdução e das considerações finais. No segundo capítulo, buscou-se compreender as definições apresentadas a partir desenvolvimento histórico do conceito de função. Para tanto, considerou-se três momentos históricos distintos, a saber: antiguidade, idade média e período moderno.

No terceiro capítulo, buscou-se no campo da Didática da Matemática, autores e teorias que fundamentaram o trabalho. A partir da revisão bibliográfica, foi dada ênfase à importância da compreensão das sequências didáticas como uma ferramenta para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática, especialmente, o conceito de função.

O quarto capítulo traz as motivações para a elaboração do minicurso bem como relatos de experiências dos professores participantes. São relatos que nos ajudam a atender os desafios e as dificuldades enfrentadas por estes docentes. As informações que embasaram este

capítulo foram colhidas durante o desenvolvimento do minicurso através de questionários e falas dos professores.

No quinto capítulo, será apresentada a discussão dos resultados obtidos a partir da análise dos questionários e dos relatos dos professores.

Não se pretende aqui esgotar o assunto a respeito da utilização das produções acadêmicas dos egressos do PROFMAT, mas entender quais são os principais obstáculos a serem superados no sentido utilizar estas produções em prol do desenvolvimento da Educação Básica.

2 A CONSTRUÇÃO DO MINICURSO SOBRE FUNÇÃO

Na construção da proposta de minicurso que foi desenvolvida com os professores de Matemática, dada as características dos trabalhos selecionados, percebeu-se a necessidade de elaboração de adaptações que permitissem deixar claro como o conceito de função evoluiu ao longo do tempo.

Assim, inicia-se esta jornada na busca pelo entendimento da maneira como o tema se desenvolveu na História da Matemática, procurando delimitar como o conceito de função foi ganhando cada vez mais destaque na Matemática e sua relevância no mundo contemporâneo.

2.1 Função: aplicação e contextualização histórica

O conceito de função foi o tema escolhido para o desenvolvimento do minicurso de capacitação proposto neste trabalho. A escolha foi motivada pela grande relevância deste tema para alunos da educação básica. Além disso, a experiência vivenciada a partir da sala de aula, mostra que os alunos ainda apresentam muitas dificuldades no desenvolvimento deste tópico.

Por se tratar de um conteúdo obrigatório, em algum momento da sua atuação docente, o professor de Matemática que ministra aulas na Educação Básica, principalmente nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, irá abordá-lo com seus alunos.

As aplicações das funções abordadas nesta fase escolar não ficam restritas ao contexto da própria Matemática. A sua utilização se expande para outras áreas do conhecimento como nas ciências da natureza e nas ciências sociais aplicadas. Além da modelagem de situações concretas do cotidiano de alunos e professores. De acordo com Ramos (2013, p. 1), “[...] é inegável a importância do conceito de função, e grande é a sua aplicabilidade em variadas áreas, dentre outras, as áreas da Física, Química, Ciências Contábeis, Economia, Ciência da Computação”.

Portanto, o estudo sobre função torna-se uma necessidade para que o estudante compreenda o poder da matemática na modelagem de situações-problemas e tenha condições de entender fenômenos que possam ser modelados por meio desta importante ferramenta.

Dada a importância deste conteúdo, será feita uma breve exposição, a partir de uma revisão histórica, desde as noções intuitivas presentes nas civilizações antigas, passando pela idade média, até chegar na definição atual que faz uso da linguagem de conjuntos.

Essa breve revisão ajuda na compreensão de como se deu a definição e os motivos que levaram os matemáticos a apresentá-la. Segundo Rossini (2006), a importância do estudo histórico se dá não apenas como testemunho da contribuição de matemáticos, físicos, astrônomos, mas também como registro do trabalho coletivo em resolver problemas.

A definição que se utiliza no meio científico atualmente, foi apresentada no início do século XX. Para chegar a esta definição, o caminho foi sinuoso e cheio de nuances, que se desenrolaram a partir da matemática praticada em cada momento histórico. Assim, os conceitos apresentados sintetizam um pouco da matemática de cada época.

Não se pode dizer, portanto, que esta ou aquela definição não se baseia no rigor que a matemática exige, uma vez que as ferramentas empregadas traduzem, em certa medida, a visão do método científico que se aplicava naquele momento da história.

Foram utilizados como referência para construção do relato histórico do conceito de função, os trabalhos de Boyer (2012), Roque e Carvalho (2012), Rossini (2006) e Zuffi (2016).

2.1.1 Extraíndo os principais constructos sobre o conceito de função com o auxílio da história da matemática

Em termos históricos, o conceito de função é relativamente novo, desenvolveu-se, principalmente, a partir da criação do cálculo infinitesimal, muito embora situações em que elementos que constituem a conceituação atual já estivessem presentes desde a antiguidade. Parte dessa evolução se deu a partir de problemas físicos que se apresentavam como obstáculos a serem superados.

As raízes históricas, sociais e epistemológicas confirmam que o crescimento paulatino, progressivo e irrefreável do conhecimento científico matemático sucedeu, de modo indubitável, a partir do enfrentamento e da solução de vários problemas não triviais, por vezes de ordem prática e, por vezes, estritamente abstratos e complexos (Alves, 2021, p. 117).

A solução de problemas físicos de ordem prática ou intrínsecos à própria matemática sempre serviram de fonte de inspiração para matemáticos ao longo da história.

Quando se trata de função, ao observar algumas construções matemáticas das civilizações antigas, com o conhecimento que temos hoje, a noção intuitiva deste conceito surge com uma certa naturalidade.

A ideia de correspondência, por exemplo, já estava presente nas tabelas babilônicas e egípcias, isso nos leva, num primeiro momento, imaginar que estes povos já tinham a ideia clara do conceito de função. No entanto, tal exercício de imaginação torna-se infértil, uma vez que embora alguns elementos que caracterizam uma função já estivessem presentes, não se considerava as relações de correspondência contidas nessas tabelas como objeto de estudo.

Segundo Roque e Carvalho (2012), a ênfase dada sobre a ideia de correspondência, levou alguns historiadores da Matemática a vislumbrar a noção de função nessas tabelas. Os autores ponderam ainda que a noção de variável, por exemplo, só foi introduzida formalmente no século XIX, mas a noção de variação já estava presente na física matemática dos séculos XVI e XVII.

Rossini (2006, p. 32), relata que “o estudo dos diferentes casos de dependência entre duas quantidades não levou à criação de nenhuma noção geral de quantidades variáveis nem de funções”. Zuffi (2016) afirma que não é possível identificar, a partir dos diversos autores, um consenso a respeito da origem do conceito de função. Portanto, não é possível atribuir às civilizações antigas a criação dos rudimentos do que hoje se conhece como função, mas vale registrar as suas habilidades e criatividade, na resolução problemas, em particular, na organização de um conjunto de dados em tabelas.

Desde a antiguidade, passando pela idade média, não há registros de avanços significativos na abordagem do conceito de função como objeto de estudo. Segundo Ponte (1992), quem mais se aproximou de uma formulação deste conceito, na idade média, foi Nicole d'Oresme (1323-1382).

Boyer (2012) argumenta que os termos usados por Oresme são semelhantes aos que se utiliza atualmente na Geometria Analítica. Ainda segundo o autor, mais imaginativa que as suas notações, Oresme sugeriu que era possível proporções irracionais. Ao tentar exprimir $x^{\sqrt{2}}$, como se escreve hoje, isso pode ser interpretado, segundo o autor, como sendo o primeiro vestígio de uma função transcendente.

Já no período moderno, após Galileu - que fez parte da revolução científica do século XVII - os fenômenos da natureza puderam ser entendidos e interpretados por intermédio da Matemática.

Os séculos XVI e XVII foram marcados por avanços significativos no modo de conceber a ciência, inaugurando uma nova era no pensamento científico. Esses avanços foram percebidos em várias áreas do conhecimento, em particular, foram concebidas leis matemáticas que davam uma melhor compreensão aos fenômenos do mundo físico. Em outras palavras, o avanço da matemática passou a permitir que fenômenos da natureza pudessem ser descritos por leis. Nota-se que não se pretendia apenas explicar fatos isolados que pudessem ser expressos por leis matemáticas, mas reforçar a ideia da interpretação de fenômenos. A Matemática torna-se então, uma ferramenta essencial para compreensão desses fenômenos.

É neste contexto de mudanças e do modo de conceber a ciência que Descartes (1596-1650) desenvolve as suas ideias que revolucionaram o pensamento científico. Roque e Carvalho (2012) asseguram que ao assinalar que os problemas geométricos podiam ser formulados em linguagem algébrica, Descartes dá um passo fundamental para legitimar o estudo de geometria por meio da álgebra. Estas descobertas abrem possibilidades, uma vez que curvas que até então eram representadas de forma geométrica, agora poderiam ser expressas através de expressões algébricas. Descartes já trabalhava com equações em x e y nas quais era possível expressar a relação de dependência entre duas quantidades variáveis.

Note que até este ponto, reforça-se a relação de dependência entre quantidades e não do conceito de função propriamente dito. No entanto, já estava presente, mesmo que de forma implícita, uma relação funcional. Estas descobertas juntamente com o estudo das séries infinitas, trouxeram avanços para a matemática.

Ainda que os tipos de relação entre variáveis não fossem tematizados na época, havia uma concepção implícita de que estas relações eram dadas por expressões analíticas de curvas algébricas ou por meio de séries infinitas. Diversos exemplos demandavam o uso de séries infinitas, o que levou a uma ampliação do universo de objetos considerados centrais na Matemática da época (Roque; Carvalho, 2012, p. 265).

No século XVII, já era possível calcular a área usando o método proposto por Cavalieri (1598-1647) na obra *Geometria indivisibilibus continuorum nova*, publicada em 1635. Segundo Boyer (2012), nesta obra, os argumentos de Cavalieri são os encontrados nas ideias de Kepler, Galileu e Oresme sobre quantidades infinitamente pequenas.

A Matemática praticada no século XVII já prenunciava o surgimento do cálculo infinitesimal, uma vez que o conceito equivalente a integrais, como se conhece hoje, já era abordado pelos matemáticos.

É creditado a Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), de forma independente, a criação do cálculo infinitesimal. De acordo com Roque e Carvalho (2012, p. 245), “a grande diferença introduzida por estes últimos está no grau de generalidade e unidade que os métodos infinitesimais adquiriram com seus trabalhos”.

Neste período, a Matemática já tinha as curvas, a variação e de forma implícita, as funções como objeto principal de estudo. O estudo das curvas que desde Descartes já expressavam a relação de dependência entre variáveis, passa a ser central na produção de conhecimento matemático.

Com a introdução das séries infinitas para estudar as curvas, “a relação funcional entre as variáveis podia ser dada por uma série infinita e é justamente pela importância dessas séries que uma função será dada por sua expressão analítica” (Roque; Carvalho, 2012, p. 300).

O termo função, por exemplo, aparece pela primeira vez numa correspondência de Leibniz a Johann Bernoulli (1667-1748) entre os anos de 1694 e 1698. Embora, de acordo com Rossini (2006), Leibniz já tinha utilizado a palavra função nos seus manuscritos, em 1673. Num primeiro momento esta palavra tinha um significado diferente do que é atribuído hoje.

Função como objeto de estudo, mesmo que de forma embrionária, já se apresentava como meio imprescindível para o desenvolvimento da Matemática. Segundo Roque e Carvalho (2012), a motivação para a definição de função surge a partir da falta de um termo geral para exprimir quantidades arbitrárias, que dependem de outra quantidade variável.

Neste período o termo função já era utilizado para designar a relação de dependência entre variáveis, mesmo que de forma implícita, nas expressões analíticas.

A publicação da definição de função como expressão analítica, ocorreu em 1718, num artigo de Bernoulli apresentado à Academia Real de Ciências em Paris com o seguinte texto: “Definição. Chamamos função de uma grandeza variável uma quantidade composta, de um modo qualquer, desta grandeza variável e de constantes” (*Opera omnia*, v. II, 1718, p. 241 *apud* Roque; Carvalho, 2012, p. 301). Segundo os autores, esta definição proposta por Bernoulli indica a tendência da época que fez com que o cálculo infinitesimal abandonasse as referências geométricas e mecânicas fazendo uso da linguagem algébrica e aritmética na formulação das definições.

Leonard Euler (1707-1783), discípulo de Bernoulli, também teve um papel importante no desenvolvimento do conceito de função. As contribuições de Euler não se restringem à Matemática, ele desenvolveu trabalhos em várias áreas do conhecimento.

Uma definição dada por Euler, aparece no volume 1 da sua obra denominada *Introductio in analysis infinitorum*, de 1748. Neste trabalho, “Euler faz um estudo detalhado do conceito de função tal como ele foi efetivamente utilizado na análise” (Rossini, 2006, p. 41). Segundo Zuffi (2016), Euler trouxe grandes contribuições para a linguagem simbólica, inclusive a notação que se utiliza hoje para denotar uma função, “ $f(x)$ ”.

Roque e Carvalho (2012) esclarecem que Euler foi o primeiro a tratar o cálculo como uma teoria das funções e que a ideia de que a análise matemática é uma ciência geral das variáveis e de suas funções, foi fundada por ele. A seguir temos uma definição dada por Euler.

Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica, composta de alguma maneira desta mesma quantidade e números ou quantidades constantes. Assim, qualquer expressão analítica a qual, além da variável z , contém também quantidades constantes, é uma função de z . Por exemplo: $a + 3z$; $az - 4zz$; $az + b/aa - zz$; cz etc.; são funções de z (Sierpinska, 1992 *apud* Zuffi, 2016, p. 3).

Esta definição segue o que foi proposto por Bernoulli, como se pode observar, o termo quantidade foi substituído por expressão analítica. Roque e Carvalho (2012) esclarecem que Euler não considera apenas as funções algébricas, mas também as transcendentais - funções que podem ser definidas por operações não necessariamente algébrica.

Em 1755, a partir do estudo do problema físico das vibrações infinitamente pequenas de uma corda presa nas suas extremidades, que foi estudado por D'Alembert (1717-1783), Euler reformula sua definição de função. Esta nova definição não é baseada nas expressões analíticas.

Se certas quantidades dependem de outras quantidades de maneira que, se as outras mudam, estas quantidades também mudam, então temos o hábito de chamar estas quantidades de funções destas últimas. Esta denominação é bastante extensa e contém nela mesma todas as maneiras pelas quais uma quantidade pode ser determinada por outras, conseqüentemente, se x designa uma quantidade variável, então todas as outras quantidades que dependem de x , de qualquer maneira, ou que são determinadas por x , são chamadas de funções de x (*Opera omnia*, ser. I, v. X, 1718, p. 4 *apud* Roque; Carvalho, 2012, p. 305).

O problema das cordas vibrantes consiste em analisar as vibrações infinitamente pequenas de uma corda presa pelas suas extremidades, solucioná-la é equivalente a determinar a função que descreve a forma da corda no instante t .

Rossini (2006) pondera que as primeiras discussões a respeito do conceito de função que ocorreram no século XVIII estão relacionadas com o problema cordas vibrantes e que as controvérsias sobre ele envolveram vários matemáticos da época, mas o primeiro passo decisivo em direção a teoria foi dado por D'Alembert.

D'Alembert já havia exprimido o problema [corda vibrante] através de uma equação diferencial parcial. Segundo Boyer (2012, p. 318), “[...] ao estudar o problema das cordas vibrantes, ele foi levado à equação diferencial parcial $\partial^2 u / \partial t^2 = \partial^2 u / \partial x^2$ para o qual, em 1747, deu (nas Memorias da Academia de Berlim) a solução $f(x + t) + g(x - t)$, onde f e g são funções arbitrárias”.

Roque e Carvalho (2012) reiteram que para D'Alembert, supondo a velocidade inicial nula, a função ϕ era determinada no intervalo $(0, l)$ pela forma inicial da corda sendo que as condições iniciais podem ser muito diversas, mas deviam ser representadas por uma expressão analítica. Em 1748, Euler retorna ao problema.

Euler escreve um trabalho no qual concorda com a solução de D'Alembert, mas observa que ela permanece válida se a configuração inicial da corda em que concorda com a solução de D'Alembert, no entanto, esclarece que a solução permanece válida se a configuração inicial não é dada por uma única fórmula (Roque; Carvalho, 2012, p. 304).

Embora a generalização proposta por Euler não se limitasse às expressões analíticas, o desenvolvimento do conceito de função ainda estava ligado aos problemas físicos. Todo o debate em torno deste problema (cordas vibrantes) trouxe contribuições para o desenvolvimento da matemática e, conseqüentemente, para o conceito de função.

Antes mesmo da reformulação da definição proposta por Euler, os matemáticos já haviam estendido a definição para incluir as funções definidas por partes.

Agora, o conceito de função já era tratado como objeto de estudo e juntamente com a noção de continuidade passam a ser parte importante da análise. Vale ressaltar que Euler tratava funções contínuas como sendo aquelas que não apresentavam invariabilidade na sua expressão analítica.

De acordo com Roque e Carvalho (2012, p. 306), “[...] a concepção geral de função, definida de modo arbitrário, ganhará cada vez mais destaque na matemática”. Ainda

segundo os autores, Condorcet (1743-1794) foi um dos primeiros matemáticos a avaliar esta nova concepção. Lacroix (1765-1843), que de acordo com relatos históricos, é bem provável que tenha lido o tratado de Condorcet, publicou a seguinte definição: “[...] toda quantidade que depende de outras quantidades é dita função destas últimas, ainda que não se saiba por quais operações podemos passar destas últimas quantidades à primeira”.

No final do século XVIII, a França passou por momentos de turbulências políticas e econômicas que culminaram na revolução francesa, desencadeando mudanças que afetaram o sistema de educação superior e a produção de conhecimento. Segundo Boyer (2012), a maioria dos matemáticos do século XVIII que estavam produzindo conhecimento antes da revolução francesa, não estavam ligados às universidades e além da reserva de conhecimento, esses matemáticos foram em grande medida, responsáveis pelas linhas principais de desenvolvimento na proliferação da matemática do século seguinte, levando a França a tornar-se o centro matemático do mundo.

Nesta época, foram estabelecidas instituições públicas de ensino na França, evidenciando a ideia de que a formação científica poderia ser útil para o desenvolvimento da nação. Ainda neste período, surgiram muitas publicações que eram os livros textos elaborados por matemáticos, que agora tinham também o papel de transmitir conhecimentos. “Foi neste contexto que Lagrange e Lacroix produziram livros-textos que se tornaram ferramentas cruciais para o ensino superior da Matemática e formaram gerações de matemáticos fundamentais nesta transformação, como Cauchy” (Roque; Carvalho, 2012, p. 296). Como vários matemáticos tinham também o papel de ensinar, houve a necessidade de fazer com que os conceitos pudessem ser ensinados a pessoas que queriam seguir outras carreiras, que não fosse estritamente a de matemático, isso contribuiu para o desenvolvimento do rigor matemático, característico do início do século XIX (Zuffi, 2016). Esse movimento foi responsável pela transformação da análise, rompendo com o que era proposto anteriormente.

Uma definição de função dada por Cauchy (1789-1857), que segundo Roque e Carvalho (2012) era baseada na distinção entre variáveis dependentes e independentes, é a seguinte:

Quando quantidades variáveis são ligadas de modo que, quando o valor de uma delas é dado, pode-se inferir os valores das outras, concebemos ordinariamente estas várias quantidades como expressas por meio de uma delas que recebe, portanto, o nome de “variável independente”; e as outras quantidades, expressas por meio da variável independente, são as que chamamos funções desta variável (Cauchy, s./d., [35], p. 19 *apud* Roque; Carvalho, 2012, p. 329).

Os autores apontam que embora apresente um caráter geral, comentários posteriores apontam que Cauchy tinha em mente casos particulares de função, contudo a sua definição é mais ampla que as do século XVIII. Esta definição é análoga à definição dada por Fourier.

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768–1830) trouxe grandes contribuições para o desenvolvimento do conceito de função ao estudar a propagação de calor.

A contribuição principal de Fourier e seu clássico à matemática foi a ideia, vislumbrada por Daniel Bernoulli, de qualquer função $y = f(x)$ poder ser representada por uma série da forma

$$y = \frac{1}{2}a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots + a_n \cos nx + \dots + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots \\ \dots + b_n \sin nx \dots \text{ agora conhecida como série de Fourier (Boyer, 2012, p. 333).}$$

Segundo o autor, esta representação traz uma generalidade maior do que a série de Taylor (1685-1731) quanto ao tipo de função que pode ser estudada. Na definição apresentada Fourier, os coeficientes são dados por:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad (1)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx, \quad (2)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx. \quad (3)$$

Roque e Carvalho (2012) asseguram que a tentativa de Fourier em demonstrar que uma função pode ser expressa por uma série trigonométrica, deu grande impulso no desenvolvimento do conceito de função. Ainda segundo os autores, Fourier mostrou também que a definição de continuidade proposta por Euler era inadequada.

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), matemático alemão que também estudou na França, analisou as condições que uma função precisava atender para ser possível calcular sua integral. De acordo com Roque e Carvalho (2012, p. 339), “Dirichlet percebeu que nem toda função pode ser integrada e, em um artigo em 1829, dá o seguinte exemplo: $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x \text{ racional} \\ 1 & \text{para } x \text{ irracional} \end{cases}$ ”.

Segundo os autores, este tipo de função que não pode ser dada por uma, nem várias expressões analíticas, nem tão pouco pode ser representada por uma série de Fourier, pressuponha um caráter mais geral para o conceito de função. Numa versão revisada de um artigo que fora publicado em 1829, Dirichlet publica, em 1837, uma definição muito citada.

Seja a e b dois números fixos e x uma quantidade variável que recebe sucessivamente todos os valores entre a e b . Se, a cada x , um único y finito de maneira que, quando x se move, continuamente no intervalo entre a e b , $y = f(x)$ também varia progressivamente, então y é dita uma função contínua de x neste intervalo. Para isto, não é obrigatório, em absoluto, nem que y dependa de x de acordo com uma mesma e única lei, nem mesmo que seja representado por uma única relação expressa por operações matemáticas (Dirichlet, 1837, p. 135-136 *apud* Roque; Carvalho, 2012, p. 340).

Segundo os autores, a exigência de unicidade de que para cada valor de x tenhamos um único y , também aparece nas definições conjuntistas que aprendemos na escola. No entanto, ela é independente da noção de conjunto.

No final do terceiro quarto de século do século XIX, Cantor estabeleceu a cardinalidade dos conjuntos, mostrando que é possível enumerar o conjunto dos números racionais, ou seja, é possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre os números naturais e os números racionais.

Segundo Zuffi (2016), a definição de função que é utilizada no meio matemático e científico foi dado por um grupo de jovens franceses de pseudônimo Nicolas Bourbaki, diz a definição “uma função é uma tripla ordena (X, Y, f) , em que X e Y são conjuntos e f é um subconjunto de $X \times Y$ tal que, se $(x, y) \in f$ e $(x, y') \in f$, então $y = y'$ ” (Sierpinski, 1992 *apud* Zuffi, 2016, p. 7).

Com esta definição encerra-se a apresentação do breve relato do desenvolvimento histórico do conceito de função. Foram destacadas as partes que se julgou mais relevantes para compreender as motivações que levaram a criação deste conceito.

No Brasil, de acordo com Rossini (2006), após o advento da 2ª Guerra Mundial, dois bourbakistas deram contribuições à matemática nacional, vindo para Universidade de São Paulo, são eles: Jean Dieudonné (1906-1992) e André Weil (1906-1988).

Segundo a autora, Luiz Henrique Jacy Monteiro redigiu, em português, as notas de aula de álgebra de Jean Dieudonné. Por sinal, um livro clássico muito utilizado, *Elementos de Álgebra*, é de autoria de Jacy Monteiro. Neste livro, já no prefácio, o autor apresenta o objetivo do livro: uniformizar o ensino da Álgebra.

Nesta obra, destaca-se algumas definições dadas por Monteiro (1978) para contribuir com o que já discorremos a respeito de função. A inclusão desse autor se dá pela relevância da sua obra para o desenvolvimento da Matemática.

Na definição 4 do seu livro, Monteiro apresenta a definição de produto cartesiano: “chamaremos de produto cartesiano de um conjunto não vazio A por um conjunto não vazio B ao conjunto de todos os pares ordenados (a, b) com o primeiro elemento em A e o segundo elemento em B” (Monteiro, 1978, p. 14).

Após definir relação entre os elementos de dois conjuntos, Monteiro (1978, p. 29) apresenta a definição de aplicação na definição 11:

Sejam E e F dois conjuntos e seja f uma relação de E em F, isto é, f é um subconjunto do produto cartesiano de E por F. Diz-se que f é uma aplicação de E em F, se e somente se, estiverem verificadas as seguintes condições:

- a) para todo x em E existe um elemento y de F tal $(x, y) \in f$;
- b) quaisquer que sejam os elementos x, y e y', com x em E e y e y' em F, se $(x, y) \in f$ e $(x, y') \in f$, então $y = y'$;
- c) para todo x em E existe um único y em F tal que $(x, y) \in f$.

O autor acrescenta que “uma aplicação de E em F também é denominada função definida em E e com valores em F apesar de que a palavra função, em geral é reservada para o caso em que F é um conjunto numérico” (Monteiro, 1978, p. 30).

Em seguida o autor define o domínio, o contradomínio e o conjunto imagem.

Se f é uma aplicação de E em F e se x é um elemento qualquer de E, então, o único elemento y de F tal que $(x, y) \in f$, ou seja, tal que xyf , será indicado pela notação $f(x)$ (leia-se: “f aplicado a x”, ou “valor de f em x”, ou simplesmente, “f de x”) e será denominado imagem de x pela aplicação f ou correspondente de x pela aplicação f ou ainda o valor de f em x. O conjunto E também é chamado campo de definição de f ou domínio de f e também diremos que f está definida sobre E. O conjunto F passa a ser denominado contradomínio de f. Alguns autores usam as seguintes denominações para E e F, respectivamente, conjunto de partida e conjunto de chegada da aplicação f (Monteiro, 1978, p. 30).

Em muitos problemas abordados no ensino médio, são contempladas definições que foram elaboradas ao longo da história. A noção intuitiva de função, por exemplo, utilizada para introduzir o conceito de função, já fazia parte da matemática desde tempos remotos.

No livro didático adotado pela escola onde o minicurso proposto neste trabalho foi aplicado, o tema função é apresentado a partir de uma situação-problema que aborda o conceito, de forma intuitiva, partindo de situações concretas em que os alunos já conhecem, para depois definir o conceito de função.

Cabe ao professor compreender bem o conceito para suprir as possíveis carências dos materiais pedagógicos utilizados no desenvolvimento de suas aulas e ter condições de justificar a necessidade do uso da linguagem de conjuntos nas definições. Sabe-se que há um leque enorme de fontes de pesquisas que podem auxiliar o professor nesta tarefa.

No próximo capítulo será feita uma análise de como se dá a construção do conceito de função. Será dado um destaque às pesquisas no campo da Didática da Matemática, principalmente, as que guardam relação com os pesquisadores franceses, visando compreender a relação entre os atores envolvido na construção do saber.

O próximo passo na elaboração do minicurso envolveu uma breve análise da construção do conceito de função e seus desdobramentos no campo da Educação Matemática.

3 O ENSINO DE FUNÇÃO E PESQUISAS NO CAMPO DA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

No capítulo anterior, foi apresentado de forma sucinta como se deu o desenvolvimento do conceito de função, focando-se na parte histórica, sem aprofundar na matemática desenvolvida em todo o processo de construção deste conceito. Por sinal, esse desenvolvimento produziu conhecimentos que originou novos campos de estudo.

Trata-se de um conceito intrínseco à própria matemática. As definições surgiram justamente para sistematizar um conceito que se apresentava como imprescindível, para o desenvolvimento da Matemática, principalmente, a partir do advento do cálculo infinitesimal.

A partir da análise histórica, com um conteúdo extenso de Matemática, que na sua maioria é abordado no Ensino Superior. Seria inimaginável desenvolver todo esse conteúdo concebido até chegar ao conceito de função, numa sala de aula de uma escola de Educação Básica. Não se trata do conceito como é apresentado aos alunos, ou como aparecem nos livros didáticos, mas de todo o corpo de conhecimentos que guardam relação com a conceituação. Zuffi (2016) afirma que nem todas as motivações históricas que surgiram para o aprimoramento das definições de função podem estar presentes em sala de aula.

Para compreender toda a matemática desenvolvida, seria necessário aprofundar em conceitos que demandariam tempo e muito esforço. Vale ressaltar que, enquanto o conceito de função era sistematizado, a produção de conhecimento matemático seguiu o seu curso.

Embora as definições pareçam muito belas e simples nos livros didáticos, para tornar esse corpo teórico de conhecimentos, hoje, já consolidado, em um conhecimento que pudesse ser ensinado aos alunos da educação básica, foi preciso isolar as partes mais importantes, dentro das possibilidades impostas pelos sistemas de ensino e adaptá-las para atender as demandas do mundo contemporâneo.

Segundo Chevallard (1988), em sua maioria, corpos de conhecimentos foram criados para serem usados e não para serem ensinados. No entanto, este é um dos desafios do professor, juntamente com as instâncias que formam os sistemas de ensino - criar meios para que o aluno acesse esse corpo de conhecimentos.

A escola não está à margem dos acontecimentos sociais e culturais do meio em que está inserida. O ato de escolher os conteúdos que farão parte do currículo, envolve a participação de todo um conjunto ordenado de instâncias: sociedade civil, sistemas de ensino,

pais de alunos e interferências do próprio meio cultural. Todas essas instâncias atuam, nas tomadas de decisões dos conteúdos a serem selecionados como indispensáveis à formação dos alunos.

Segundo Leite (2004 *apud* Alkimim; Paiva, 2012), as influências externas exercida pela interface entre o saber e os especialistas de educação, as políticas públicas, os autores de livros, professores e comunidades, que recebe o nome de noosfera, segundo descrição de Chevallard, evidencia a inserção da representação do sistema didático na sociedade.

Não é papel do professor, sozinho, tomar a decisão de quais conhecimentos científicos, dentro do corpo teórico, serão transmitidos, ou melhor dizendo, quais partes de uma teoria serão desenvolvidas em sala de aula, uma vez que as teorias precisam ser transformadas em conteúdo a serem ensinados aos alunos. Portanto, compreender a atuação das instâncias que influenciam as tomadas de decisões, possibilita ao professor a construção de um plano alinhado com os seus anseios.

A transição que um conhecimento sofre para torná-lo assimilável aos alunos, e que vem sendo pesquisado por estudiosos, é chamada de Transposição Didática. Segundo Domingui (2008), o termo Transposição Didática foi introduzido pelo sociólogo Michel Verret (1975) em sua tese de doutorado em que o autor faz um estudo sociológico da distribuição do tempo das atividades escolares e posteriormente melhor apresentado e aprimorado por Yves Chevallard e Marie-Albert Johsua (1982).

Em um texto apresentado durante o Simpósio Internacional de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática, Bratislava, Tchecoslováquia, em 1998, traduzido por Cleonice Puggian, Chevallard (2013) afirma que “a transição do conhecimento considerado como uma ferramenta a ser posto em prática, para o conhecimento como algo a ser ensinado e aprendido, é precisamente o que eu tenho chamado de transposição didática do conhecimento”.

Na França no final do século XVIII, quando matemáticos passaram a exercer a função de professor tendo que ministrar aulas de matemática a alunos que, não necessariamente, iriam seguir carreira de matemático, muitas das notas de aulas desses professores tornaram-se livros textos, ou seja, mesmo que de forma implícita, já aparecia ali a ideia de Transposição Didática. Esses matemáticos, que agora tinham também a obrigação de ensinar, precisavam isolar as partes que consideravam importantes, dentro do corpo teórico, para ministrar as suas aulas.

Pode-se inferir, portanto, que o professor na sua prática de sala de aula está a todo momento fazendo adaptações e modificações para que o conhecimento científico produzido pela academia, que fora adquirido na sua formação, seja ensinado aos alunos. Portanto, a Transposição Didática faz parte da rotina destes profissionais, as adaptações ocorrem toda vez que um novo conhecimento é proposto.

Dada a relevância desta teoria, sua análise, torna-se imprescindível ao professor durante a sua prática docente. Nesta pesquisa não iremos aprofundar no tema, será dada uma ênfase às partes que se julgou mais relevantes para o professor. Por sinal, a sala de aula é um excelente laboratório para o professor refletir sobre a sua prática.

São componentes da transposição didática: o saber do sábio, o saber a ensinar e o saber ensinado.

O *savoir savant* (saber do sábio), que no caso é o saber elaborado pelos cientistas; o *savoir a enseigner* (saber a ensinar), que no caso é a parte específica aos professores e que está diretamente relacionada à didática e à prática de condução de sala de aula; e último, o *savoir enseigné* (saber ensinado), aquele que foi absorvido pelo aluno mediante as adaptações e as transposições feitas pelos cientistas e pelos professores (Almeida, 2007 *apud* Domingui, 2008, p. 11).

Esses saberes guardam uma estreita relação entre si e fazem parte da atuação docente. Oportunizar ao aluno condições de tomar esse conhecimento para si, é uma tarefa que impõem grandes desafios aos docentes.

É na formação acadêmica que o professor, ao acessar os conhecimentos produzidos na academia – conhecimentos científicos – começam a adquirir repertórios que serão exigidos na sua prática docente. O domínio desses conhecimentos científicos se constitui uma ferramenta indispensável à prática de sala de aula.

Para ensinar é preciso que o professor se aproprie destes conhecimentos, antes mesmo de iniciar o seu trabalho. A Transposição Didática implica em modificações e adaptações de um saber a fim de torná-lo assimilável ao aluno. No entanto, se o professor não tem uma bagagem de conhecimentos, capaz de fazer as modificações ou adaptações, necessárias, a Transposição Didática, torna-se inviável.

Portanto, a atividade docente exige uma busca constante por aperfeiçoamento. Ter domínio dos conhecimentos científicos representa uma condição essencial no processo ensino e aprendizagem. Pesquisadores como Fiorentini (2008) e Nóvoa (2019) apontam para a necessidade de aperfeiçoamento contínuo do professor.

À medida que a sociedade avança a escola tem que estar preparada para responder às demandas que o mundo contemporâneo impõe. A imposição destas demandas força os sistemas de ensino a buscar meios para atender o aluno de hoje, no sentido de propor conhecimentos indispensáveis à prática social.

O aluno que está cursando a educação básica hoje, é bem diferente do aluno que estudava há 20 anos. Hoje, essa geração é marcada pelo acesso à informação, muito embora, boa parte dessa informação não passe pelo crivo da ciência.

Para que o ensino e aprendizagem ocorram, é preciso que, de um lado, se apresente alguém com o conhecimento e do outro lado, alguém que precisa tomar esse conhecimento para si. Daí a importância da relação entre o aluno, o conhecimento e o professor. Essa relação se apresenta como objeto de estudo dentro de pesquisas realizadas, principalmente, na França e adotada em vários países. No caso específico do ensino de matemática, a Didática da Matemática se apresenta como uma ferramenta de suporte ao trabalho docente.

Vamos destacar aqui algumas teorias científicas que buscam trazer luz ao processo de construção do conhecimento matemático. Serão evidenciados os trabalhos de pesquisadores franceses que desenvolveram teorias no campo da Didática de Matemática. Boa parte desses trabalhos remonta à década de 80, mas no Brasil, segundo pesquisas, tem ganhado maior repercussão nas publicações científicas, na última década.

As principais teorizações e teóricos que compõem esse sistema francês são: Teoria da Transposição Didática de Chevallard; Teoria dos Obstáculos Epistemológicos de Bachelard; Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud; Teoria das Situações Didáticas e Teoria do Contrato Didático de Brousseau; Teoria da Engenharia Didática de Artigue e a Teoria da Dialética-Ferramenta-Objeto de Regine Douady (Souza, 2013, p. 7775).

Segundo Souza (2013), a Didática da Matemática francesa é constituída por um sistema de teorias que se desenvolveram a partir do século XX.

Neste trabalho, foi dado ênfase a Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau e a Engenharia Didática, muito associada a Michèle Artigue, dentro do campo da Didática da Matemática, que serão úteis para a discussão das sequências didáticas apresentadas na forma de minicurso.

Guy Brousseau (1933–2024) foi um pesquisador francês, pioneiro no desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas. Segundo Teixeira e Passos (2013), Brousseau (1986) define didática como uma relação específica entre conteúdos de ensino, a maneira como os alunos adquirem conhecimentos e os métodos.

Didática da Matemática estuda atividades didáticas que têm como objetivo o ensino da parte específica dos saberes matemáticos, propiciando explicações, conceitos e teorias, assim como meios de previsão e análise; incorporando resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos, além dos tipos de situações utilizadas e os fenômenos de comunicação do saber (Brousseau, 1986 *apud* Teixeira; Passos, 2013, p. 157).

Michèle Artigue é uma renomada pesquisadora francesa, a quem muitos atribuem a teoria da Engenharia Didática como método de pesquisa e ensino.

O estudo das teorias propostas por estes pesquisadores, dentro do campo da Didática da Matemática, serviu de base teórica para elaboração do minicurso de capacitação, tomando como referência duas sequências didáticas produzidas por egressos do PROFMAT/UFVJM.

3.1 Situações didáticas

Atualmente existe uma quantidade considerável de materiais disponíveis, nos diversos meios, de apoio ao professor para elaboração de seus planos de ensino. A Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE/MG), por exemplo, disponibiliza, através do Material de Apoio Pedagógico para Aprendizagens (MAPA), material para a complementação do processo de ensino e aprendizagem. Este material é ofertado de forma gratuita a alunos e professores.

De acordo com Teixeira e Passos (2013):

A aprendizagem deve ser um processo envolvente para o aluno, que constrói, modifica, enriquece e diversifica esquemas de conhecimento já internalizados a respeito de diferentes conteúdos, a partir do significado e do sentido que pode atribuir a esses conteúdos e ao próprio fato de estar aprendendo (Teixeira; Passos, 2013, p. 158).

Brousseau, por sua vez, define aprendizagem como “o processo em que os conhecimentos são modificados” (Brousseau, 2008, p. 28). Envolver o aluno na busca pelo conhecimento implica criar condições para que este construa o seu saber de forma autônoma.

Espera-se que o professor ao abordar um conteúdo em sala de aula que ele seja capaz de conhecer as bases teóricas que o fundamentam, saber como ocorre o processo de aprendizagem deste conteúdo e quais ações didáticas serão implementadas.

Dentro do campo da Didática da Matemática, destaca-se a teoria proposta por Guy Brousseau (1986), conhecida como Teoria das Situações Didáticas, como um conhecimento essencial ao professor de Educação Básica. De acordo com Teixeira e Passos (2013), na sua Teoria, Brousseau (1986) considera que discentes e docentes são indispensáveis na relação de ensino e aprendizagem como também o meio em que situação didática se desenrola. Os autores ponderam ainda que, o objeto central de estudo desta teoria, não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática.

A teoria de Brousseau esclarece a integração das dimensões epistemológicas, cognitivas e sociais no campo da Educação Matemática, permitindo, assim, a compreensão das interações sociais que ocorrem na sala de aula entre alunos e professores e das condições e da forma com que o conhecimento matemático pode ser apropriado e aprendido (Teixeira; Passos, 2013, p. 157).

Esta teoria leva em consideração os conhecimentos que os alunos possuíam antes que uma determinada situação de aprendizagem ocorra, bem como as interações que ocorrem na sala aula.

[...] distinguimos a Teoria das Situações Didáticas – TSD – que, de modo prosaico, busca constituir um campo epistêmico e teórico, consubstanciado nas interações do trinômio clássico estudante (de Matemática) – professor (de Matemática) – conhecimento matemático (Alves, 2021, p. 121).

Na Teoria das Situações Didáticas, o professor, o aluno e o meio exercem papéis importantes no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Matemática. Propor situações que desafiam os alunos na busca pelo conhecimento, torna-se uma obrigação para o professor de Matemática. “As concepções atuais de ensino exigirão do professor que provoque o aluno – por meio da seleção sensata dos ‘problemas’ que propõem – as adaptações desejadas” (Brousseau, 2008, p. 34).

A Teoria das Situações Didáticas, apresenta um modelo teórico que pode proporcionar a fundamentação teórica para a construção de materiais didáticos capaz de modificar os conhecimentos dos alunos e torná-los sujeito da sua aprendizagem.

Não é raro encontrar alunos que não desenvolveram a autonomia capaz de encarar problemas que apresentam maior capacidade de abstração. Por exemplo, como docente da Educação Básica já me deparei com inúmeras situações em que os alunos desistem do

problema proposto, na primeira dificuldade que aparece. Vale destacar que isso não exige o professor de refletir, sobre as condições que levaram os alunos a esses comportamentos.

Brousseau (2008, p. 53) destaca ainda que “uma situação torna-se didática se, e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais)”.

Depreende-se, portanto, que o processo de ensino e aprendizagem é uma via de mão dupla, de um lado é preciso ter professores capacitados em condições de propor aos alunos situações de aprendizagem, por outro lado, o aluno tem que se sentir desafiado na busca pelo conhecimento.

Para Brousseau (1986 *apud* Teixeira; Passos, 2013), o aluno já traz consigo certos conhecimentos que ele utiliza para construir o saber. Como os alunos possuem saberes diferentes, esta é uma situação que precisa ser administrada pelo professor. Neste sentido:

[...] o papel do professor é oferecer um conjunto de boas situações de ensino, de modo a aperfeiçoar a ação autônoma do aluno. Estas sequências de atividades devem permitir que o aluno atue sobre a situação, com a mínima interferência explícita ou condução do professor (Pommer, 2013, p. 15).

Neste trabalho, a teoria proposta por Brousseau serve como modelo teórico para elaboração de sequências didáticas para o ensino de função. O conceito função está diretamente ligado ao cotidiano dos alunos de educação básica. Mesmo que de forma intuitiva, todos os alunos utilizam desta ferramenta matemática, seja na modelagem em situações de ensino, ou até mesmo, em situações práticas do cotidiano.

Há um vasto campo teórico que envolve a conceituação de função. Neste sentido, o minicurso de capacitação foi pensado, justamente para oferecer aos professores, uma alternativa metodológica na construção de saberes relacionados a este tema, bem como apresentar os trabalhos produzidos pelos egressos do PROFMAT como fonte de pesquisa e apoio na elaboração de situações de aprendizagem, principalmente, para elaboração e análise de sequências didáticas.

Teixeira e Passos (2013) afirmam que:

Uma sequência didática é uma série de situações que se estruturam ao longo de uma quantidade prefixada de aulas. Devidamente estruturadas, essas situações têm como objetivo tornar possível a aquisição de saberes bastante claros, sem esgotar o assunto trabalhado. Desse modo, uma sequência didática não pode, a priori, ter seu tempo de duração estipulado de acordo com o programado, pois o seu cumprimento leva em conta as necessidades e as dificuldades dos alunos durante o processo (Teixeira; Passos, 2013, p. 162).

Portanto, uma sequência didática vai muito além de uma mera lista de exercícios. Como apontam os autores, trata-se de uma série de situações estruturadas para tornar possível a aquisição de saberes. No nosso caso específico, saberes relacionados ao tema função.

Um dos meios muito utilizados pelo professor de matemática como fonte de pesquisa e construção dos planos de aula, ainda é o livro didático e o problema não está nesta escolha em si, mas sim na maneira como os conteúdos matemáticos são apresentados aos alunos e, como o processo de ensino é conduzido. O modelo tradicional de ensino em que os alunos são submetidos a uma grande quantidade de exercícios, que prioriza a decoração de algoritmos, ainda é praticado nas escolas de educação básica.

Atualmente as coleções que são aprovadas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) já trazem nos seus textos temas atualizados para contextualizar os conceitos. Vale ressaltar que as coleções produzidas, já apresentam os conteúdos transmutados, dentro daquilo que os sistemas de ensino consideram essencial a partir da elaboração dos currículos.

Não se pretende sugerir que se trabalhe conteúdos além daqueles expressos pelo currículo. Mas espera-se que o processo de ensino e aprendizagem proporcione aos alunos a possibilidade de propor soluções aos problemas apresentados a partir da assimilação do conceito. Levando os alunos a entender os fenômenos e não apenas os fatos. Segundo Chevallard (2013), a ciência se preocupa justamente com o entendimento dos fenômenos.

Depreende-se, então, que é fundamental a organização e ação do professor em prover meios adequados para que o estudante acesse o corpo teórico de conhecimentos.

Um professor atento e com conhecimento mais aprofundado sobre o tema proposto, tem a possibilidade de direcionar os estudantes numa discussão, suprimindo eventuais lacunas deixadas pelas escolhas didáticas.

Ressalta-se que o livro didático é apenas um material de apoio ao professor. O planejamento de aula não se limita apenas as apresentações que estão contidas nele. Caso contrário, o papel do professor poderia ser dispensável.

Uma fonte de pesquisa, gratuita e pouco utilizada pelos professores de matemática da educação básica é o repositório do PROFMAT. O repositório do PROFMAT conta atualmente com mais de sete mil trabalhos que versam sobre conteúdos de matemática da Educação Básica. Portanto, surge como alternativa na elaboração e utilização de sequência de atividades bem como fontes de pesquisas na construção de conceitos. Os trabalhos produzidos pelos egressos estão à disposição dos professores e podem auxiliá-los na elaboração de planos de aulas. Muitos desses trabalhos apresentam sequências didáticas que já foram aplicadas. Além da fundamentação teórica da construção do conceito, apresentam também a discussão sobre a aplicação.

Portanto, o desafio que se impõe é motivar os professores a acessarem as publicações do programa que surgem como um leque de opções a serem exploradas e que está à disposição de todos que tiverem interesse em utilizar esta fonte de pesquisa e utilização de materiais didáticos.

Os modelos teóricos da Didática da Matemática se apresentam como ferramentas essenciais para a criação de sequências estruturadas de atividades bem como a interpretação de resultados a partir da sua implementação.

3.2 Engenharia didática

É no ambiente escolar que os conhecimentos acumulados ao longo da história, os conhecimentos científicos, são transmitidos às novas gerações. Neste sentido, o meio e os materiais escolhidos pelo professor desempenham um papel preponderante no exercício da docência. Como visto no tópico anterior, conhecer como se estabelece a relação entre o professor, o aluno e o saber, é importante para a promoção do conhecimento.

Dentro do campo da Didática da Matemática, a Engenharia Didática apresenta um modelo teórico para a construção de matérias e de pesquisa e prática para a sala de aula.

O conceito Engenharia Didática foi criado por Brousseau (1981) e amplamente estudado, desenvolvido e divulgado por Artigue (1988) e tem se constituído como uma metodologia de investigação científica que procura “extrair relações entre pesquisa e ação [...], sobre o sistema baseado em conhecimentos didáticos preestabelecidos” (Artigue, 1988 *apud* Souza, 2013, p. 7775).

O termo Engenharia Didática faz analogia ao trabalho de um engenheiro que na execução de suas atividades se depara com situações que nem sempre são contempladas por teorias já existentes, assim, nem sempre os modelos teóricos são suficientes para suprimir todas as demandas e desafios da sala de aula.

De acordo com Artigue (2020), a pesquisa em didática da matemática não surgiu em um vácuo científico, no início, se apegou a campos científicos já estabelecidos dos quais essa teoria se aproximava e isso ajudou na garantia e no reconhecimento dos trabalhos desenvolvidos neste novo campo.

Portanto, trata-se de uma construção que se estabeleceu a partir de teorias e conceitos já existente, se consolidando a partir de trabalhos de pesquisadores que se dedicam a estudar fenômenos da prática educativa. Isso fez com que, “[...] relativamente cedo, esta pesquisa sentiu a necessidade de desenvolver um ambiente metodológico próprio, adaptado à especificidade de suas questões” (Artigue, 2020, p. 29).

De acordo com Carneiro (2005), a Engenharia Didática designa as produções para o ensino, bem como uma específica metodologia de pesquisa baseada na experiência em sala de aula, podendo ser vista como um referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino.

Pais (2005) pondera que a contemplação da dimensão teórica quanto a experimental da pesquisa em didática, possibilita a Engenharia Didática, uma sistematização metodológica para a realização prática da pesquisa, considerando as relações entre teoria e prática. Segundo ele, esse é um dos argumentos que valoriza sua escolha na condução da investigação de fenômenos didáticos.

As duas características essenciais da engenharia didática são:

- é baseada em relações didáticas em sala de aula, ou seja, na concepção, implementação, observação e análise das sequências de ensino,
- sua validação é interna, com base na comparação entre a análise a priori e a posteriori, e a sua estruturação em quatro fases: a das análises preliminares, a da concepção e análise a priori da engenharia, a da experimentação e coleta de dados e, por último, a da análise a posteriori e a validação (Artigue, 2020, p. 32).

Como aponta a autora, esta metodologia é baseada nas relações didáticas, contemplando tanto a dimensão teórica como experimental, interligando o plano teórico da racionalidade à experimentação da prática educativa.

Almouloud e Silva (2012) ponderam que uma pesquisa seguindo a metodologia da Engenharia Didática passa pelas quatro fases propostas por Artigue (2020), a saber: a das

análises preliminares, a da concepção e análise *a priori* das situações didáticas, da experimentação e análise *a posteriori* e validação.

Na primeira fase, de acordo com Pais (2005), sem prejuízo do referencial teórico:

[...] o objeto é submetido a uma análise preliminar, através da qual se faz as devidas inferências, tais como levantar constatações empíricas, destacar concepções dos sujeitos envolvidos, e compreender as condições da realidade, sobre a qual a experiência será realizada (Pais, 2005, p. 101).

Segundo Vieira, Alves e Catarino (2021), é nesta fase que é feito o levantamento bibliográfico construindo um corpo epistêmico-matemático por meio das definições que se pretende explorar.

A segunda fase, a da concepção e da análise *a priori*, “[...] consiste na definição de um certo número de variáveis de comando do sistema de ensino que supostamente interfere na constituição do fenômeno. Essas variáveis serão articuladas e devidamente analisadas no transcorrer da sequência didática” (Pais, 2005, p. 101). Nesta fase, segundo Vieira, Alves e Catarino (2021), as variáveis selecionadas podem ser micro-didáticas atreladas à organização de uma estruturação específica da situação utilizada; ou macro-didáticas, referindo-se à estrutura global da metodologia.

Na terceira fase, a da experimentação e coleta de dados, que de acordo Pais (2005), é uma etapa importante para garantir a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica. É nesta fase, de acordo com Vieira, Alves e Catarino (2021), que ocorre a aplicação das situações didáticas confeccionadas na fase anterior. Os autores destacam ainda que os registros são necessários para análise na fase seguinte.

A quarta fase, segundo Vieira, Alves e Catarino (2021), consiste em analisar os dados obtidos na experimentação.

A compreensão das fases desta metodologia se faz necessário para o desenvolvimento de sequências didáticas em sala de aula e para o desenvolvimento de pesquisas qualitativas.

Os modelos teóricos do campo da Didática da Matemática fundamentaram o desenvolvimento do minicurso de capacitação. Partindo da premissa que estas teorias têm potencial para subsidiar o trabalho do professor em sala de aula ao proporcionar bases para a compreensão das interações entre professor, aluno e o meio em que as situações de aprendizagem se desenrolam.

4 CAMINHOS METODOLÓGICOS

Após o meu ingresso no PROFMAT tive a oportunidade de participar de seminários de pesquisas e conhecer melhor as produções acadêmicas dos egressos do programa. São trabalhos que, na sua maioria, abordam conteúdos de Matemática que são obrigatórios pelo currículo da Educação Básica.

Esses produtos podem oferecer aos professores uma excelente fonte de pesquisa bem como propostas de atividades prontas para serem utilizadas.

Ciente da realidade das escolas de Educação Básica da rede estadual do município de Teófilo Otoni/MG (cidade onde há um *campus* da UFVJM), em que atuei, fiquei observando o quanto esses produtos educacionais poderiam ajudar os professores de Matemática na sua prática em sala de aula.

São materiais que em muitos casos já foram testados ou que foram elaborados tendo como premissa o desenvolvimento da Educação Básica. Além do conteúdo de Matemática que o discente do PROFMAT se dispõe a desenvolver, várias dissertações, conta com a discussão de resultados que pode servir de subsídios para os professores na elaboração de planos de aula. Os trabalhos apresentados ao final curso ficam à disposição, em acesso público, no repositório do programa com acesso livre e gratuito².

O grande desafio que se impõe é trazer esses materiais para as salas de aula e fazer com que os professores de Matemática acessem essas produções. Diante disso, a seguinte questão torna-se imperiosa: como trazer para sala de aula de Matemática uma releitura das dissertações produzidas pelos egressos do PROFMAT?

Uma alternativa a ser considerada, é levar este conhecimento matemático a esses professores, rompendo assim, o círculo mais restrito dos egressos e atingido os demais docentes das redes educacionais.

Para atingir este objetivo, seria necessário apresentar aos professores, que ainda não conhecem o programa, os produtos educacionais disponíveis no repositório e demonstrá-los o quanto esses recursos podem ser úteis. Não somente a utilização dos recursos em si, mas também a análise das reflexões produzidas a partir da construção dos produtos educacionais, além da consulta de autores que desenvolveram pesquisas na área de ensino de Matemática e em seguida capacitar esses professores. Tendo em vista a otimização de recursos empenhados

² Disponível em: <https://profmatsbm.org.br/dissertacoes/>

para possibilitar o oferecimento do programa de mestrado e a possibilidade de alavancagem dos resultados dos alunos aferidos a partir das avaliações.

Na tentativa de demonstrar a viabilidade destes produtos educacionais, serão apresentadas, na forma de minicurso de capacitação, aos professores de Matemática de uma escola de Educação Básica da rede estadual do município de Teófilo Otoni/MG, dissertações que versão sobre conteúdos de Matemática da Educação Básica.

4.1 Escolha das dissertações

Considerando os critérios já apresentados na introdução do trabalho, as dissertações selecionadas foram:

- Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas da professora Silvia Teixeira Coelho Menezes³;
- Trajetórias de sucesso escolar: capacitando professores por meio de um minicurso para o ensino de funções básicas utilizando o recurso computacional GeoGebra⁴.

A primeira escolha se deu devido ao tema, ensino de função, na segunda, buscou-se uma proposta que contemplasse as principais funções abordadas no ensino médio e com uma proposta metodológica diferente que não fosse conflitante a com a primeira escolha.

Menezes (2018) propõe a realização de um diagnóstico, antes dar início ao tema proposto. Este tipo de abordagem permite ao docente verificar em qual nível de aprendizagem o aluno se encontra, subsidiando-o na tomada de decisão quanto às competências que ainda não foram consolidadas e qual a melhor estratégia para abordá-las.

Contudo, neste trabalho, optou-se por não utilizar o diagnóstico e tal escolha se deveu à proposta do minicurso, capacitar professores. As dissertações utilizadas serão disponibilizadas aos docentes, caso algum deles queiram incorporá-las, como fonte de pesquisa na preparação de suas aulas. Ressalta-se que os créditos serão dados aos autores das sequências.

³ Disponível em: https://sca.profmatsbm.org.br/profmatsbm_tcc.php?id1=3887&id2=150961681. Acesso em: 29 nov. 2023.

⁴ Disponível em: https://sca.profmatsbm.org.br/profmatsbm_tcc.php?id1=4442&id2=160960163. Acesso em: 29 nov. 2023.

O trabalho de Menezes (2018) foi desenvolvido com alunos do primeiro período do curso de Licenciatura em Matemática do IFMG. A autora aponta que:

[...] pretende-se trabalhar com o conceito de função, para que o estudante seja capaz de reconhecer quando uma relação entre grandezas se torna uma função; explorar o conceito de função nas suas ideias fundamentais em uma perspectiva diversificada; e, por fim, discutir as principais representações que estão relacionadas ao conceito função (Menezes, 2018, p. 22).

A Matemática possui uma linguagem própria e para o aluno avançar é necessário a apropriação desta linguagem. Não se trata de formalização excessiva, mas do domínio mínimo da linguagem que constitui o tópico estudado. As questões propostas pela autora, têm por objetivo levar o estudante a compreender os conceitos básicos que caracterizam uma função. A não compreensão deste conceito pode trazer dificuldades que impossibilitam a construção de uma aprendizagem que tenha significado, tornando o conhecimento fragmentado.

O trabalho de Silva (2019) também aborda o conceito de função fazendo uso das tecnologias digitais como ferramenta metodológica para desenvolvimento do conceito. Antes de elaborar o trabalho, o autor fez um monitoramento do Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (PAEBES) para verificar em qual nível de aprendizagem os alunos da rede estadual da cidade de São Mateus/ES, cidade onde o autor reside, se encontravam. O autor aponta que:

A eficiência da utilização dos recursos computacionais não se dá apenas em tornar prazeroso o aprendizado, todavia, em dar carga importante de significado ao que se aprende, com a empregabilidade dos conteúdos que ficam as margens da teoria e são vislumbrados na prática de profundas atividades diárias (Silva, 2019, p. 24).

Embora os dois trabalhos apresentem abordagens distintas, elas não são conflitantes. Na proposta de Menezes (2018), a construção do conceito parte de uma situação-problema, enquanto Silva (2019) apresenta as definições das principais funções abordadas no ensino médio e em seguida utiliza o *software* de geometria dinâmica GeoGebra para fazer a sintaxe destas funções.

Ressalta-se que o uso da tecnologia, sem a contextualização devida, não contribui muito para o desenvolvimento de habilidades. Para que a aprendizagem aconteça é preciso aliar a tecnologia com o planejamento e intenção didática. Neste trabalho, optou-se por dar

um significado ao conceito de função e posteriormente fazer uso das ferramentas tecnológicas.

4.1.1 Momento de criar adaptações para a construção do minicurso envolvendo as duas sequências

Após a leitura atenta das dissertações, foi necessário fazer adaptações para tornar possível a capacitação em três encontros, conforme o projeto. O trabalho de Meneses (2018) faz uso da resolução de problemas como ferramenta metodológica.

Inicialmente a autora propõe um diagnóstico para verificar em qual nível de aprendizagem os alunos se encontram, para posteriormente, elaborar e desenvolver uma sequência de atividades. Vale ressaltar que a autora desenvolveu esta sequência de ensino com alunos do ensino superior.

Para viabilizar o desenvolvimento do minicurso, dentro do tempo estipulado, foram selecionadas 9 (nove) questões que ao nosso ver, sintetizaram a proposta da autora. As questões foram apresentadas na íntegra; além disso, em cada uma delas foi inserida uma pergunta com objetivo de extrair informações e nortear o diálogo com os professores de Matemática.

A dissertação de Silva (2019) propõe o desenvolvimento do conceito de função utilizando o *software* de geometria dinâmica, GeoGebra, como ferramenta auxiliar. No seu trabalho, ele desenvolve a parte teórica que envolve as definições das funções básicas que são abordadas no ensino médio e em seguida apresenta uma capacitação de como trabalhar o conceito destas funções com auxílio do GeoGebra.

Entretanto, a sequência não foi aplicada integralmente, nesta pesquisa, foi utilizado apenas a capacitação que faz uso do *software* de geometria dinâmica como ferramenta metodológica para o desenvolvimento do conceito de função, uma vez que o livro didático adotado pela escola, onde o minicurso foi ofertado, já traz as definições das principais funções abordadas no ensino médio. A opção pela utilização do livro didático também foi uma maneira de valorizar o trabalho desenvolvido pelos professores e mostrar que os recursos que eles têm à disposição, se bem interpretado, é uma alternativa para criar situações de aprendizagem. A Tabela 1 traz as etapas do desenvolvimento do minicurso.

Na primeira etapa, apresentou-se a pesquisa, bem como um levantamento do desenvolvimento histórico do conceito de função, principais atores envolvidos na conceituação,

como se deu o surgimento e quais motivações influenciaram as definições apresentadas ao longo da história. Foi mencionado também, como os rudimentos deste tema aparece em escritos da antiguidade. O conhecimento do desenvolvimento histórico do conceito de função é uma ferramenta de suma importância para o trabalho do professor de Matemática. Para levar o conceito para sala de aula, o conhecimento é uma condição necessária.

Tabela 1 – Etapas do desenvolvimento do minicurso

	Metodologia	Duração	Coleta de dados
1º Encontro (maio de 2024)	Apresentação da pesquisa e momento I: O desenvolvimento histórico do conceito de função.	2h	Questionário e relatos de experiência
2º Encontro (junho de 2024)	Momento II: A Didática da Matemática como ferramenta metodológica e construção do conceito de função.	2h	Questionário e relatos de experiência
3º Encontro (junho de 2024)	Momento III: O GeoGebra como ferramenta auxiliar no desenvolvimento do conceito de função.	4h	Questionário e relatos de experiência

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

De acordo com Zuffi (2016), o conhecimento dos processos históricos da gênese do conceito de função, pode contribuir na apresentação do conceito como um conhecimento que se desenvolveu ao longo da história, enfatizando o caráter dinâmico do conhecimento matemático, bem como na orientação aos discentes [neste trabalho, professores] em questões que remetem às definições dadas.

A segunda fase do minicurso foi construída a partir do trabalho de Menezes (2018), esta escolha se deu pela proposta do seu trabalho: construir o conceito de função a partir de situações-problemas. Este tipo de abordagem permite ao docente criar situação de aprendizagem fazendo com que o discente se torne sujeito ativo da sua aprendizagem. Nesta proposta, o professor assume um papel importante na condução do processo de aprendizagem. Depreende-se também que para fazer a análise gráfica de uma determinada função, é necessário que o conceito de função já esteja consolidado.

Na terceira parte do minicurso, a última etapa da capacitação, foi feita a análise gráfica das principais funções abordadas no ensino médio, proposta no trabalho de Silva (2019).

Para esta etapa foi preciso apresentar o GeoGebra e seus principais comandos. Optou-se por não aprofundar muito nos comandos do *software* por acreditar que se os docentes entenderem que o *software* é de difícil manipulação, isso poderia se tornar um

obstáculo no desenvolvimento da sequência didática. Inicialmente, foi dado um destaque aos comandos essenciais para análise das funções.

As sequências didáticas se apresentam como uma ferramenta importante para o desenvolvimento de conteúdos de Matemática em sala de aula. Entender as suas potencialidades é o desafio que ora se impõe.

Neste trabalho, temos como hipótese, que há um leque enorme de enlaces de conhecimento que podem ser formados no sentido de promover o tema função apresentado pelo programa como uma ferramenta com grande potencial para a promoção de uma educação transformadora.

4.2 Relato de experiência

O minicurso ocorreu em três encontros presenciais e contou com a participação de quatro professores que ministram aulas de Matemática em uma escola pública da rede estadual de ensino do município de Teófilo Otoni/MG. Para viabilizar a realização do minicurso, inicialmente, a proposta foi apresentada à direção da escola, que prontamente abraçou a ideia.

Esta escola atende alunos da região periférica da cidade de Teófilo Otoni. Funciona em três turnos, atendendo alunos do ensino fundamental II e ensino médio. Sendo que o ensino médio diurno é de tempo integral. Atualmente, a escola tem 600 alunos matriculados.

Quanto ao corpo docente, possui cinco professores de Matemática, incluindo o pesquisador, sendo que todos fazem parte do corpo docente permanente da escola. Portanto, salvo algumas exceções, não há rotatividade de professores, isso permite dar continuidade ao trabalho desenvolvido⁵. O professor sabe que irá permanecer na mesma escola, tendo a possibilidade de pensar no desenvolvimento de ações a longo prazo.

Uma característica marcante da escola é a abertura para formar parcerias com Instituições de Ensino Superior com propostas de auxílio ao processo de ensino e aprendizagem. Numa destas parcerias, recebeu discentes do curso de Matemática da UFVJM que participavam do Programa Institucional de Bosa de Iniciação Docência (PIBID) e Residência Pedagógica.

⁵ Ainda é comum, em escolas da rede estadual, professores serem convocados com contratos temporários.

Quando conversei com a equipe pedagógica sobre a possibilidade de desenvolver o minicurso na escola, toda a equipe se mostrou motivada em participar, entendendo que era uma oportunidade para os professores aprimorarem os seus conhecimentos. O diretor pediu para que fosse escolhido o ambiente que melhor atendesse a proposta do minicurso, dentro das possibilidades da escola. Como no minicurso estava previsto o uso do *software* de geometria dinâmica, GeoGebra, optou-se pelo laboratório de informática.

Quem conhece a rotina de uma escola pública de educação básica, sabe que nem sempre é possível seguir um roteiro previamente estabelecido, dado as demandas internas da escola e da SEE/MG, no caso de Minas Gerais.

Um primeiro obstáculo a ser superado foi a agenda dos professores, tivemos que procurar cada um separadamente e aplicar o minicurso em um horário que todos estivessem disponíveis dentro da carga horária destinada a capacitação.

Um fato que dificultou bastante o agendamento da reunião com os professores foi a greve deflagrada pelo sindicato que representa os professores da rede estadual de Minas Gerais. Após conversas com a equipe gestora e com os professores, estas dificuldades foram superadas.

A seguir será feito o relato dos encontros com os professores nas três etapas do minicurso de capacitação.

4.2.1 Momento I – Desenvolvimento histórico do conceito de função

O primeiro encontro ocorreu no dia 22 de maio de 2024, nas dependências da própria escola e contou com a participação dos quatro professores que ministram aulas de Matemática. Esses professores serão identificados como Professor 1, Professor 2, Professor 3 e Professor 4.

Além dos quatro professores que ministram aulas de Matemática, participaram dois convidados, uma professora que ministra aulas de Biologia e um professor que ministra aulas de Química, ambos fazem parte do corpo docente permanente da escola. Isso aconteceu, pois os professores estavam ocupando o tempo oficial destinado à capacitação estabelecido pela escola.

Inicialmente, após os cumprimentos, foi apresentado o projeto de pesquisa, o tema a ser pesquisado e a sua relevância para a Educação Básica. Foi apresentado também, o

repositório do PROFMAT como fonte de pesquisa e auxílio ao professor de Matemática nas suas práticas em sala de aula.

Como o ensino de função foi o tema escolhido para o minicurso, foi apresentado aos professores presentes, uma síntese do desenvolvimento histórico do conceito de função. A apresentação, seguiu a proposta do segundo capítulo, considerando as três fases do desenvolvimento histórico do conceito de função: antiguidade, idade média e período moderno. Foi acordado que a qualquer momento os professores tinham a liberdade de expor as suas opiniões.

Após a apresentação do tema a ser pesquisado, do problema que a pesquisa pretende resolver, bem como o resumo do desenvolvimento histórico do conceito de função, foi aberto um espaço para que os professores pudessem relatar as suas impressões a respeito da pesquisa bem como contar as suas experiências. Já na parte final do primeiro encontro foi apresentado o TCLE, o primeiro questionário e em seguida foi colhida as assinaturas dos participantes. Ressalta-se que esta pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética e Pesquisa, porém recebeu parecer, RETIRADO, uma vez que o trabalho apresentado refere-se a um projeto de ensino.

Os professores demonstraram grande expectativa e se mostraram solícitos em participar da pesquisa, gostaram da ideia da reunião com seus pares da mesma área de conhecimento e aproveitaram o encontro para compartilhar experiências.

Durante as colocações dos professores, um fato chamou atenção, já nas primeiras falas, os professores relataram que não tinham conhecimento que os produtos educacionais presentes nas dissertações dos egressos do PROFMAT eram de acesso livre. A partir desta informação, foi possível inferir que esses materiais não são utilizados como fonte de pesquisa. Eles ficaram admirados ao saber que os produtos do repositório podem ser consultados por qualquer pessoa com acesso à internet.

Ao relatarem as suas experiências sobre o ensino de função, o Professor 2 informou que as dificuldades apresentadas por seus alunos aparecem, principalmente, na transição da noção intuitiva de função para representação algébrica. Veja o relato do professor:

Professor 2: Eles [estudantes] vão muito bem quando o tema é apresentado e até conseguem entender casos concretos que são apresentados, mas na hora de modelar os problemas através de uma expressão algébrica, começam surgir as dificuldades, colocou "x" no meio, as dificuldades aumentam.

Ainda segundo o Professor 2, a introdução do conceito de função é feita a partir de uma situação-problema. Já o Professor 4 informou que aborda o conceito de função buscando significados da palavra função em situações concretas do cotidiano.

Estes relatos são valiosos para a nossa pesquisa, pois ajudam a entender como o conceito de função é abordado em sala de aula e qual a visão dos docentes a respeito do desenvolvimento deste tema.

Após os relatos dos professores foi agendado o segundo encontro.

4.2.2 Momento II – A Didática da Matemática como ferramenta metodológica e construção do conceito de função

O segundo encontro ocorreu no dia 12 de junho do corrente ano e, também, contou com a participação dos quatro professores de Matemática e uma convidada especial, a orientadora deste projeto, Professora Dra. Silvia Swain Canôas.

No primeiro, encontro foi apresentado um resumo do desenvolvimento histórico do conceito de função, ou seja, era esperado que os professores já estivessem mais familiarizados com o tema e mais à vontade para falarem das suas experiências.

Inicialmente foi apresentada a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e construção de produtos pedagógicos e como essa metodologia pode contribuir para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática em sala de aula. Apresentou-se também as etapas, propostas por Michèle Artigue, para o desenvolvimento de um trabalho com sequências didáticas.

Discutiu-se também a importância das teorias da Didática da Matemática e como elas podem auxiliar os docentes na prática de sala de aula.

Os professores ouviram atentamente a apresentação e aos poucos começaram a interagir. Não foi estabelecido momento de falas, os docentes tinham a liberdade de a qualquer momento fazer perguntas, falar das suas experiências ou deixar suas impressões a respeito do conteúdo do minicurso.

Após o momento de análise da parte teórica do minicurso foi apresentada a sequência proposta no trabalho de Menezes (2018) com as 9 (nove) questões selecionadas e uma questão que acrescentada. O Quadro 1 apresenta a primeira questão do minicurso. Esta questão não consta na dissertação de Menezes (2018).

Quadro 1 – Primeira questão do minicurso

Considerando os conhecimentos adquiridos durante a sua formação e ao logo da sua atuação como docente, na sua concepção o que é uma função?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Os professores foram orientados a registrarem suas respostas por escrito. Num primeiro momento, houve hesitação em registrar as ideias, ao invés disso, eles começaram citar situações do cotidiano em que aparecem a ideia de função.

Esta pergunta foi colocada para verificar se o conceito de função estava cristalizado, já que é um conteúdo que é abordado ao longo da Educação Básica. Embora não seja uma resposta muito simples, era esperado respostas mais gerais, como a definição de função, função como regra, ou que fosse dado destaque aos elementos formais que constituem uma função.

A partir deste ponto, todas as questões constam no trabalho de Menezes (2018). Além das questões propostas pela autora, foi inserido uma pergunta para nortear diálogo. A ideia aqui é mostrar aos professores como o conceito de função pode ser introduzido, mesmo que num primeiro momento, o aluno não esteja ciente disso

A segunda questão, conforme o Quadro 2, evoca conhecimentos numéricos dos alunos, pois para cada valor pensado anteriormente, obtém-se um único valor correspondente. O desenvolvimento desta atividade conduz à noção intuitiva de função. A pergunta norteadora tinha o objetivo de levantar esta discussão e verificar se os professores estavam atentos à possíveis questionamentos.

Quadro 2 – Segunda questão do minicurso

Questão proposta por Menezes (2018)	Cada aluno deve fazer o que se pede separadamente. Pense em um número. Em seguida multiplique-o por três e ao resultado subtraia quatro unidades. Registre o valor encontrado. Aluno 1: _____ Aluno 2: _____ Repita o processo novamente, cada aluno usando números diferentes. Aluno 1: _____ Aluno 2: _____ É provável que cada estudante tenha obtido um resultado diferente. Sendo assim, o que foi determinante para o resultado?
Pergunta norteadora	Em qual aspecto esta atividade se relaciona com o conceito de função?

Fonte: Menezes, 2018, p. 108.

Por se tratar de uma questão que envolve dados numéricos e, pela proposta, esta é uma atividade que deve ser desenvolvida com alunos do ensino médio, não oferece dificuldades para estudantes desta fase. Além de conduzir à percepção da relação de dependência, a intenção aqui é dar autonomia para que o aluno se sinta seguro e confiante na busca por solução.

A terceira questão, conforme o Quadro 3, ainda trata da noção intuitiva de função, traz a ideia de variação, ou seja, a partir da variação da quantidade de combustível, em litros, o cliente poderia conquistar quantidades diferentes de cupons.

Até este ponto, ainda não tinha sido discutido os elementos que caracterizam uma função, conforme Lima (2013). A ideia aqui é que os professores percebessem que as dificuldades vão aumentando paulatinamente e, é necessário ter clareza dos objetivos que se pretende alcançar com cada atividade.

Quadro 3 – Terceira questão do minicurso

Questão proposta por Menezes (2018)	O dono de um posto de gasolina, com o objetivo de aumentar as vendas, resolveu criar um sistema de fidelidade do cliente. A cada abastecimento o cliente ganharia cupons que mais tarde poderiam ser trocados por brindes no próprio posto. Os cupons eram distribuídos da seguinte maneira: • Até 10 litros de combustível o cliente ganha um cupom. • Acima de 10 até 20 litros de combustível o cliente ganha 2 cupons. • Acima de 20 litros até 40 litros de combustível o cliente ganha 3 cupons. • Acima de 40 litros de combustível o cliente ganha 4 cupons. Um cliente deste posto deseja adquirir um acessório para o seu carro com cupons adquiridos na promoção. Ele sabia que para conseguir o acessório desejado ele irá precisar no mínimo 50 cupons. Analisando a situação acima o que é necessário ao cliente para que ele consiga o acessório?
Pergunta norteadora	Quais são as variáveis envolvidas?

Fonte: Menezes, 2018, p. 109.

Cabe destacar que o trabalho com sequências didáticas pressupõe a análise de todo o contexto que envolve o ensino do tema a ser abordado, neste caso específico, o ensino de função. As questões apresentadas anteriormente fluíram com muita naturalidade e trouxeram informações relevantes para os professores a partir da discussão das fases que compõem o trabalho com sequências didáticas.

A quarta questão, conforme o Quadro 4, traz um problema clássico e que com frequência aparece nos livros didáticos. Ao responderem à pergunta norteadora, os professores afirmaram que a situação-problema apresentada caracteriza uma função.

Vale ressaltar que as definições formais do conceito de função foram apresentadas através do desenvolvimento histórico deste conceito. Portanto, era esperado que os professores tivessem mais clareza aos elementos que constituem uma função, como se conhece hoje. Não se trata de rigor excessivo, mas destacar a necessidade de observação da formalização do conceito.

Neste ponto, a análise histórica se apresenta como ferramenta para auxiliar na compreensão das definições que foram apresentadas ao longo da história e como elas podem aparecer na discussão de situações como a que foi proposta nesta questão.

Quadro 4 – Quarta questão do minicurso

Questão proposta por Menezes (2018)	Um grupo de estudantes de meteorologia pesquisou as variações de temperatura em certa cidade. Após longa coleta de dados, o grupo concluiu que a temperatura podia ser calculada por meio da fórmula matemática. $T = -\frac{1}{6}t^2 + 4t + 10$, na qual T representa a temperatura, e t a hora do dia. É fato que a expressão algébrica encontrada pelos estudantes possui duas variáveis e descreve uma relação de dependência entre elas. Analisando o contexto da atividade e a expressão algébrica, responda: a) Quais variáveis podemos destacar? _____ b) Qual é a variável independente? _____ c) Qual é a variável dependente? _____
Pergunta norteadora	Quais são as grandezas envolvidas?

Fonte: Menezes, 2018, p. 110.

Na quinta questão, conforme o Quadro 5, já começa aparecer os elementos que caracterizam uma função, como domínio, contradomínio e imagem.

A pergunta norteadora para essa questão tinha a pretensão de destacar a importância dos conhecimentos prévios dos alunos. Para desenvolver a noção de domínio, contradomínio e imagem de uma função, a noção de conjuntos e intervalos reais se faz necessária.

Quadro 5 – Quinta questão do minicurso

Questão proposta por Menezes (2018)	Um ônibus de 35 lugares transporta diariamente turista para um passeio. Se todos os lugares estão ocupados, o preço de cada passagem é R\$ 6,00. Caso contrário, para cada lugar vago será acrescida a importância de R\$ 1,00 ao preço de cada passagem. Assim, o faturamento da empresa de ônibus, cada viagem, pode ser representado por uma expressão algébrica, sendo x o número de lugares vagos no ônibus, e f o faturamento da empresa por viagem. a) Qual a expressão algébrica representa o faturamento da empresa em uma viagem? b) Para que valores de x a expressão algébrica encontrada pode ser calculada? c) Considerando o contexto do problema, quais os valores podem ser atribuídos a variável x? d) Considerando a condição do item (c), existem restrições para o valor da variável f?
Pergunta norteadora	Quais são as habilidades mobilizadas para desenvolver esta atividade?

Fonte: Menezes, 2018, p. 111.

No ensino médio, pelo CR/MG, a noção de conjuntos e intervalos são trabalhos antes do desenvolvimento do conceito de função. Portanto, é esperado que o estudante já traga esse conhecimento, antes mesmo de iniciar o desenvolvimento do tópico. Mas caso este conceito não esteja consolidado, é uma boa oportunidade para ser retomado.

A sexta questão, conforme o Quadro 6, procura definir, usando a linguagem Matemática, o conceito de função. Nela já aparece os elementos que constituem uma função e possibilita ao professor inferir se o estudante compreende os conceitos básicos que caracterizam uma função.

Quadro 6 – Sexta questão do minicurso

Questão proposta por Menezes (2018)	Observe as funções a seguir: $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} \mid f(x) = x^2$ e $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \mid g(x) = x^2$ As funções f e g representam a mesma função?
Pergunta norteadora	Quais condições devem ser observadas para que uma relação represente uma função?

Fonte: Menezes, 2018, p. 112.

A partir das ponderações dos professores a respeito desta questão, parece que as definições não são muito valorizadas. Devido às dificuldades apresentadas pelos alunos, segundo relatos dos professores, essa formalização torna-se difícil de ser trabalhada bem como a assimilação por parte destes. Após algumas considerações, foi apresentada a definição formal de função, usando a linguagem de conjuntos.

A partir da definição dada na questão seis, esperava-se que a compreensão de uma função como uma relação que associa elementos de dois conjuntos de forma unívoca estivesse cristalizada, ou seja, desgrudada da ideia de função como expressão analítica. A noção Matemática de função é composta de três elementos indispensáveis: domínio, contradomínio e lei de formação.

A questão sete, conforme o Quadro 7, tem por objetivo levantar a discussão a respeito da formalização do conceito de função. A ideia de função expressa apenas por uma lei de formação ainda é bastante utilizada no ensino médio.

Quadro 7 – Sétima questão do minicurso

Questão proposta por Menezes (2018)	Diante de tudo que falamos até agora, escreva usando linguagem matemática a definição de função.
Pergunta norteadora	A observação do rigor matemático pode auxiliar no desenvolvimento de habilidades?

Fonte: Menezes, 2018, p. 113.

E aqui não se trata de rigor matemático excessivo, mas de uma formalização necessária para a assimilação do conceito. Ainda é comum, na educação básica, trabalhar casos particulares sem que as definições sejam assimiladas.

A questão oito, conforme o Quadro 8, pretende mostrar através da representação gráfica, como é importante a definição do domínio de uma função. Embora as funções tenham a mesma lei de formação, os seus domínios determinam funções diferentes.

Quadro 8 – Oitava questão do minicurso

Questão proposta por Menezes (2018)	Tendo o conhecimento de um plano cartesiano, retorne à atividade 6 e construa o gráfico de cada uma das funções propostas na atividade. <table border="1" data-bbox="683 1630 1289 1818"> <tr> <td>$f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} \mid f(x) = x^2$</td><td>$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \mid g(x) = x^2$</td></tr> </table> Qual diferença podemos observar no gráfico dessas funções?	$f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} \mid f(x) = x^2$	$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \mid g(x) = x^2$
$f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} \mid f(x) = x^2$	$g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R} \mid g(x) = x^2$		
Pergunta norteadora	Você faz uso da construção de gráficos como uma estratégia de aprendizagem?		

Fonte: Menezes, 2018, p. 113.

A questão nove, conforme o Quadro 9, trata da construção gráfica de uma função. Mesmo com o auxílio das tecnologias, a construção de gráficos utilizando régua, esquadro e compasso, ainda é utilizada. Esta atividade pode proporcionar aos professores uma oportunidade de conhecer funções cujos gráficos apresentam comportamentos que precisam de uma análise mais criteriosa para serem construídos.

Quadro 9 – Nona questão do minicurso

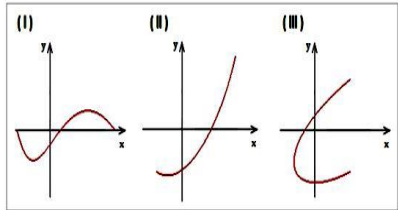
Questão proposta por Menezes (2018)	Em cada um dos itens abaixo analise a expressão algébrica dada e defina uma função $f: D \rightarrow R$ com a lei de formação representada pela expressão. Construa o esboço do gráfico da função definida. a) $f(x) = x^3 - x^2$ b) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ c) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 11x + 30, & \text{se } x > 5 \\ x - 4, & \text{se } x < 0 \end{cases}$
Pergunta norteadora	Quais são as possíveis dificuldades a serem enfrentadas na resolução desta atividade?

Fonte: Menezes, 2018, p. 116.

Uma maneira prática de construir o gráfico de uma função é arbitrar valores para a variável dependente e partir destes, através da lei de formação, determinar os valores da variável independente. É muito comum a utilização de valores inteiros, neste caso específico, apenas valores inteiros, não são suficientes para fazer uma análise precisa.

Para finalizar a apresentação, foi discutida a questão 10, conforme o Quadro 10:

Quadro 10 – Décima questão do minicurso

Questão proposta por Menezes (2018)	Na imagem abaixo temos a representação gráfica de três curvas.  a) Analisando as curvas dadas, qual(is) delas não pode(m) representar uma função $f: D \rightarrow R$. b) Qual a condição de uma função que é contrariada pela(s) curva(s) escolhida(s)?
Pergunta norteadora	Qual a importância das definições para a construção do saber?

Fonte: Menezes, 2018, p. 118.

Esta questão traz um exercício clássico que permite identificar, a partir da análise gráfica, se um gráfico pode ou não representar uma função.

Durante a apresentação, não houve, por parte dos professores, dificuldades quanto à proposta apresentada. Com exceção à questão 4, que não houve um entendimento claro, foi aguardada uma manifestação até o final do encontro, como os docentes não se manifestaram, a explicação foi deixada para o próximo encontro.

Os professores falaram das estratégias utilizadas para iniciar o ensino do conceito de função a seus alunos. Os participantes destacaram que poucas vezes tiveram a oportunidade de reunir somente professores de Matemática para discutir assuntos relacionados à prática de sala de aula e o desenvolvimento de atividades.

Foi uma troca de experiências muito proveitosa, cabe destacar que dois dos professores que participaram do curso têm pelo menos trinta de docência. Mesmo com tanta experiência acumulada ao longo dos anos de trabalho, estes professores mostraram-se abertos a novas aprendizagens.

Algumas considerações chamaram a atenção, uma delas foi relatada pelos professores, após a questão sete. Esta questão tinha por objetivo apresentar a definição de função como aparece nos livros didáticos. No entanto, houve por parte dos docentes, questionamentos quanto às habilidades desenvolvidas pelos alunos. Pela colocação deles, seria inviável desenvolver algumas questões da sequência com os alunos da escola, uma vez que estes não desenvolveram as habilidades suficientes para acompanhar as questões propostas. A intenção, no entanto, era apresentar uma alternativa metodológica para abordar o tema função em sala de aula. Foi priorizada a necessidade das definições, bem como da generalização da ideia de função. Outro apontamento importante é que as atividades apresentadas não representam um modelo rígido, pode ser adaptado conforme as necessidades da turma.

Acredita-se que este segundo encontro proporcionou momentos enriquecedores, foi possível compartilhar experiências que devido à dinâmica da própria escola, nem sempre é possível dispor de momentos de capacitação destinados apenas para discussão de questões de um tema específico.

O relato do Professor 2, posteriormente, corrobora o que foi dito no parágrafo anterior: *“esses encontros são bons, depois que você apresentou a história do conceito de função eu comecei a pesquisar a respeito”*.

Relatos como este nos mostram o quanto a capacitação foi proveitosa e nos fazem refletir a respeito da proposta deste trabalho.

Ficou claro que apenas o acesso aos produtos educacionais não é suficiente para a utilização destes de maneira que seja capaz de trazer resultados significativos em sala de aula, faz-se necessário também, capacitação e orientações para o seu uso.

Ao final deste encontro, aplicou-se o segundo questionário, com objetivo de levantar, entre outras informações, o conhecimento dos professores em relação ao *software* GeoGebra que será tratado a seguir.

4.2.3 Momento III – O GeoGebra como ferramenta auxiliar no desenvolvimento do conceito de função

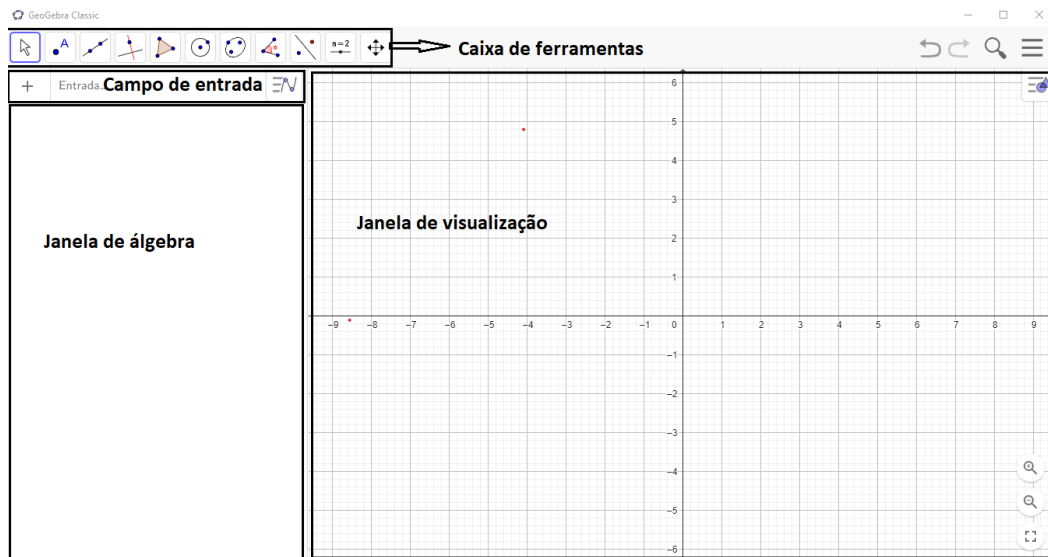
O terceiro encontro ocorreu no dia 17 de junho de 2024. Neste encontro, foi apresentada a capacitação proposta por Silva (2019). Em seu trabalho, Silva (2019) apresenta o *software* GeoGebra como ferramenta auxiliar para o desenvolvimento do conceito de função.

Este *software*, gratuito, multiplataforma e de fácil utilização, apresenta-se como aliado do professor no processo ensino e aprendizagem. Uma das vantagens da sua utilização é a interação e manipulação que ele proporciona. Permite, por exemplo, analisar o comportamento do gráfico de uma função a partir da variação dos coeficientes dos termos que a constitui.

No início do encontro foi apresentado o GeoGebra e suas potencialidades para o desenvolvimento do tema função em sala de aula. Verificou-se, através do questionário 2, que fora aplicado no segundo encontro, que três dos professores participantes do minicurso, já conheciam o GeoGebra e dominava alguns comandos básicos deste *software*. Com esta informação foi possível preparar uma apresentação concentrando esforços para atender às necessidades do professor que ainda não tinha nenhum conhecimento.

Inicialmente, apresentou-se as quatro áreas que compõem o layout do *software*, a saber: a caixa de ferramentas, a janela de álgebra, a caixa de entrada e a janela de visualização, conforme a Figura 1. Além dos comandos básicos como construir pontos, retas, segmentos de retas e polígonos, foram apresentados os comandos necessários para o desenvolvimento da análise do comportamento do gráfico de algumas funções.

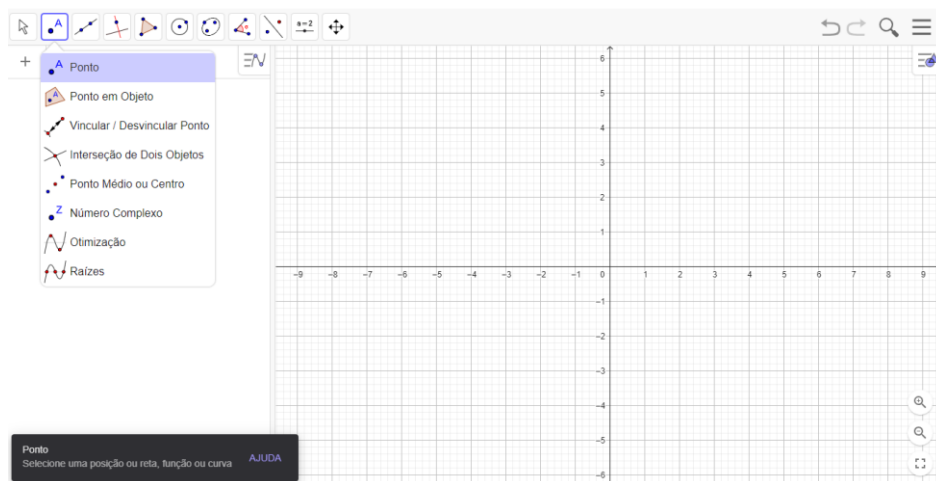
Figura 1 - Layout do GeoGebra



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Na caixa de ferramentas, ao passar o cursor do mouse em cima dos ícones, já abre uma caixa de diálogo informando a função de cada um deles. A Figura 2 mostra esta ação, ao clicar no segundo ícone na caixa de ferramentas.

Figura 2 - Caixa de diálogo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Para o desenvolvimento do momento III, foi disponibilizado o roteiro proposto por Silva (2019), que norteou as ações dos professores na capacitação. Após a apresentação dos principais comandos do GeoGebra, primeiramente, foi analisado o comportamento do gráfico da função afim a partir da variação de seus coeficientes.

Neste trabalho, optou-se por seguir as definições propostas pelo livro didático, por ser um material que já está à disposição dos professores. O livro adotado pela escola é da coleção *Matemática em Conceitos* dos autores José Roberto Dante e Fernando Viana. Esta coleção é composta de seis volumes, dos quais três abordam o tema função. Além disso, não foi desenvolvida a análise de todas as funções proposta no trabalho de Silva (2019).

Após apresentação das definições, os professores começaram a analisar o comportamento do gráfico no GeoGebra, a partir da variação dos coeficientes. Inicialmente foram criados controles deslizantes a e b , em seguida foi inserida a lei de formação da função afim na caixa de entrada. Logo após a inserção, começou-se a análise dos coeficientes da função afim. Primeiro, conforme o comando da sequência didática, fizeram variar o coeficiente “ a ” da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$, depois o coeficiente “ b ”.

Até este ponto, não houve dificuldades significativas, três dos professores já sabiam manipular os comandos básicos do GeoGebra e o professor que ainda não conhecia o *software*, assimilou bem os comandos. Além disso, todos os professores abordam este tema em sala de aula. O destaque do minicurso consiste justamente em dar um caráter dinâmico a apresentação de conceitos expressos no livro didático por meio de gráficos estáticos.

Concluída a análise gráfica da função afim, iniciou-se a análise da função quadrática. Para esta função, foi inicialmente apresentado o conceito de parábola como lugar geométrico dos pontos e a sua construção no GeoGebra. Após a apresentação da parábola, seguiu-se o roteiro sugerido para a função afim: foram criados os controles deslizantes a , b e c referentes aos coeficientes da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. A partir da variação dos valores desses coeficientes, através dos controles deslizantes, é possível analisar a influência destes no gráfico da função quadrática.

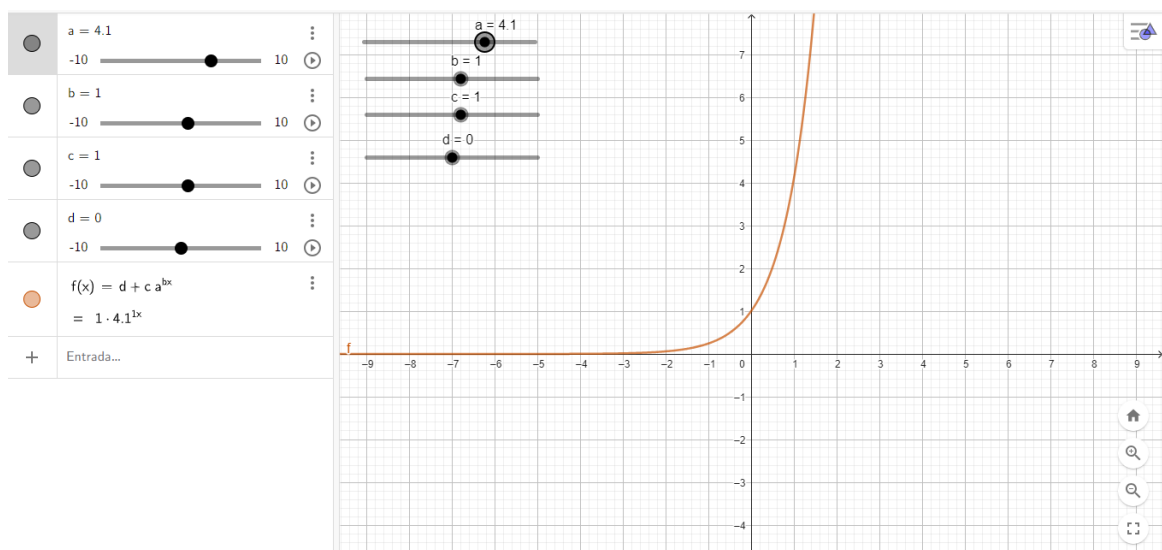
À medida que os professores começaram a se familiarizar com a criação dos controles deslizantes, a atividade começou a ser realizada com maior fluidez, eles já sabiam quais coeficientes, no caso específico da função quadrática, seriam manipulados.

A única intervenção ocorreu quando o controle deslizante “ b ” variava, a princípio não estava claro para os professores, qual seria a influência deste coeficiente na parábola. Para esclarecer a dúvida foi sugerido aos professores que fizessem variar esse controle e observassem o comportamento do gráfico.

Na sintaxe da função exponencial, primeiramente, foi analisado a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ tal que $f(x) = a^x$, para todo x real. Como nem sempre as situações do mundo real podem ser modeladas por funções desse tipo, daí a necessidade de analisar as funções do tipo exponencial. Para tanto, inicialmente, foram criados os quatro controles deslizantes, a , b , c , e d para a análise das funções de tipo exponencial $f(x) = d + c \cdot a^{b \cdot x}$, foram posicionados os controles deslizantes b e c em 1, e o controle deslizante d em zero, conforme a Figura 3.

Em seguida foi analisado o comportamento do gráfico quando $0 < a < 1$ e quando $a > 1$. Após a análise da função exponencial, os demais controles deslizantes foram movimentados, seguidos de uma análise da influência de cada um dos parâmetros no gráfico das funções do tipo exponencial $f(x) = d + c \cdot a^{b \cdot x}$.

Figura 3 - Posicionamento dos controles deslizantes para análise da função exponencial



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

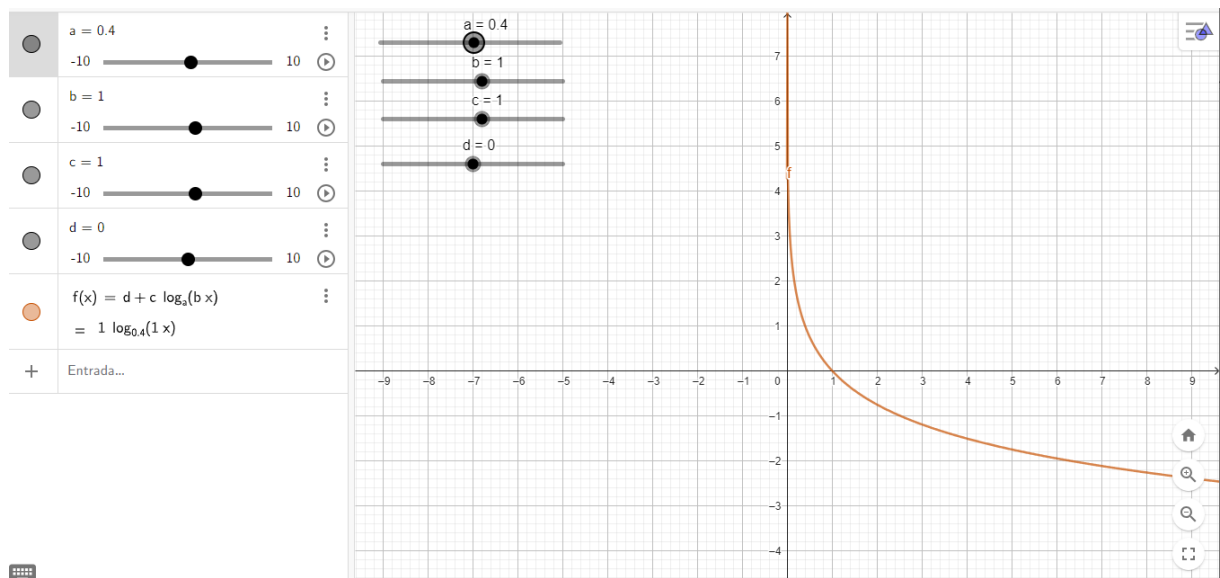
Essas funções representam uma importante ferramenta para compreender fenômenos naturais. No ensino médio, quando o ensino de função exponencial não é mediado por *softwares* ou calculadoras científicas, a proposta é construir gráfico de funções exponenciais com o valor do parâmetro “ a ”, ou seja, a base da função exponencial com números inteiros, isso é devido às dificuldades de operações com muitas casas decimais sem auxílio de calculadoras.

A próxima função a ser abordada foi a função logarítmica, $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \log_a x$.

Como os professores já estavam mais familiarizados com o *software*, para a sintaxe da função logarítmica, já aproveitaram os controles deslizantes utilizados para a função exponencial. Para tanto, foi deletado no campo de entrada do GeoGebra a função de tipo exponencial e inserido a função logarítmica, $f(x) = d + c \cdot \log_a b \cdot x$.

O procedimento foi análogo à função exponencial, inicialmente, foram posicionados os controles deslizantes b e c em 1, e o controle deslizante d em zero, conforme a Figura 4. Com esta ação começaram a analisar a influência do parâmetro a.

Figura 4 - Posicionamento dos controles deslizantes para análise da função logarítmica



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

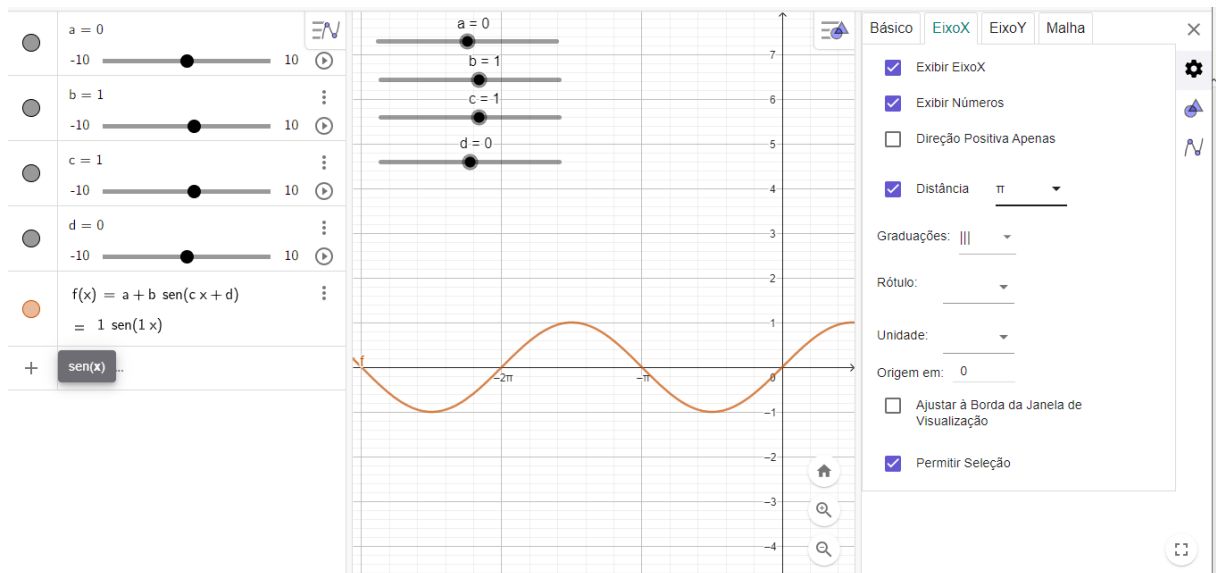
Foi analisado o comportamento do gráfico da função quando $0 < a < 1$ e quando $a > 1$. No ensino médio, normalmente, o gráfico das funções logarítmicas é apresentado com a base com números inteiros ou racionais, a extrapolação para qualquer número real é pouco trabalhada.

Finalmente, foi apresentada a sintaxe das funções trigonométricas, mais especificamente da função $\text{sen} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Como os controles deslizantes a, b, c e d já estavam em tela, foi apagado na caixa de entrada a função logarítmica e inserido a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c \cdot x + d)$. Inicialmente, foram posicionados os controles deslizantes a e d em zero e, b e c em um. Com esta ação deu-se início a análise do gráfico da função

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \sin x$. Para a análise desta função foram mudadas as configurações do eixo das abscissas, conforme a Figura 5.

Após a apresentação da função seno, foi analisado o comportamento do gráfico da função mais abrangente $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = a + b \cdot \sin(c \cdot x + d)$. Para tanto, foi movimentado o seletor do controle deslizante “a” e fez-se a análise do gráfico da função. Foi seguido este procedimento para os outros controles deslizantes, ou seja, após o movimento de um seletor, este era pausado para em seguida movimentar o próximo e analisar o comportamento do gráfico.

Figura 5 - Configuração do eixo das abscissas para análise das funções trigonométricas



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

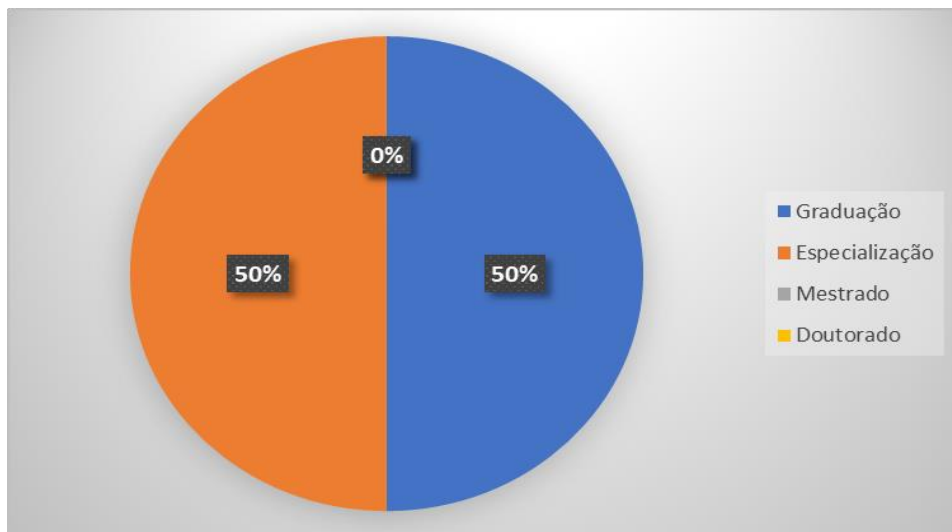
Após o encerramento da análise gráfica de algumas funções estudadas no ensino médio com auxílio do GeoGebra, foi aplicado o questionário 3 que, juntamente com os questionários 1 e 2, serão analisados no próximo capítulo.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em cada encontro do minicurso de capacitação, foi aplicado um questionário com objetivo de obter informação que se julgava relevante para a pesquisa. Nos próximos parágrafos, será feito a análise das informações extraídas destes questionários.

O primeiro questionário tinha por objetivo conhecer melhor os professores participantes do minicurso. Na primeira pergunta deste questionário, os professores foram indagados a respeito da sua formação profissional. Dos quatro professores participantes, conforme o Gráfico 1, apenas dois possuem especialização, os outros dois pararam na graduação.

Gráfico 1 - Formação profissional dos professores participantes do minicurso



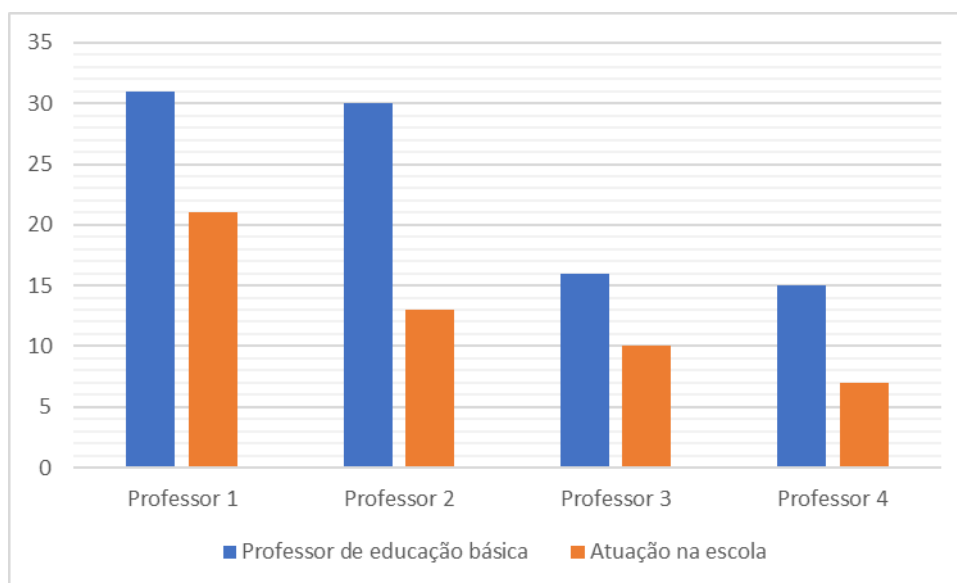
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Não foi perguntado os motivos que levaram esses professores a não buscarem a participação em cursos de pós-graduação, no entanto, foi destacado a importância da formação continuada na carreira docente. Segundo Nóvoa (2019, p. 9), “A formação nunca está pronta e acabada, é um processo que continua ao longo da vida”.

Já na segunda e terceira perguntas, os docentes foram indagados sobre o tempo de atuação na Educação Básica (tempo em anos) e o tempo de atuação na escola em que estão atualmente. O Gráfico 2 mostra os resultados.

Dois dos professores têm trinta anos ou mais de atuação docente e os outros dois com quinze anos ou mais, todos já atuam a mais de sete anos na mesma escola. Portanto, são professores que possuem uma experiência considerável na atuação docente.

Gráfico 2 – Experiência docente dos participantes do minicurso



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Na quarta questão, foi indagado se os professores abordam o tema função nas suas aulas e para quais anos escolares. Todos os professores informaram que abordam este tema em sala de aula, sendo que apenas um deles aborda o tema função nos três anos do ensino médio, dois deles apenas no primeiro ano e um professor aborda o tema no nono ano do ensino fundamental e primeiro ano do ensino médio. Com exceção do professor que atua nos três anos do ensino médio, todos têm turmas no ensino fundamental II.

Observou-se, durante a aplicação do minicurso, que um dos professores, não estava muito familiarizado com as funções logarítmicas. De acordo com os docentes nem sempre é possível trabalhar todas as funções que seriam abordadas no primeiro ano do ensino médio de acordo com CR/MG, parte deste tópico precisa ser retomada no ano seguinte. Analisando os questionários e as falas dos professores que relataram as dificuldades que os alunos já trazem de anos anteriores, infere-se, portanto, que a falta de familiaridade com estas funções pode estar relacionada com as dificuldades enfrentadas ao desenvolverem este tópico em sala de aula.

Na quarta, quinta e sexta questões, os docentes foram indagados a respeito do uso de *softwares* educacionais. A partir das respostas, foi identificado que apenas um dos professores não conhecia o GeoGebra. Dois deles informaram que tem conhecimento básico, o outro disse que está aprendendo a utilizar o *software*. Além do GeoGebra, os professores citaram que utilizam televisão, Datashow, WordWall, Canva, OpenBoard e Photomath, como recursos tecnológicos nas aulas de Matemática.

Os professores relataram também a importância de encontros como o que acabara de participar, uma vez que, embora a carga horária do professor da rede estadual de Minas Gerais já reserve parte desta carga horária para reuniões e capacitação, nem sempre é possível reunir apenas os professores de uma mesma área para tratar de um assunto específico, devido a outras demandas da própria escola. Portanto, segundo eles, encontros como estes são produtivos, uma vez que todos têm a oportunidade de relatar as suas experiências, adquirir novos conhecimentos e refletir sobre as dificuldades enfrentadas no dia a dia da sala de aula.

No final do primeiro encontro, foi feito o convite para o segundo e todos manifestaram interesse em participar. Portanto, podemos inferir que mesmo tendo uma longa caminhada na educação básica, esses professores estão abertos a novos conhecimentos e demonstram desejo em interagir com seus pares, neste caso específico, abertos a refletir sobre a prática docente.

No segundo questionário, foram coletadas informações a respeito da prática dos professores em sala de aula. Na primeira pergunta, os professores foram indagados a respeito dos maiores desafios enfrentados no desenvolvimento dos conteúdos de Matemática na escola. A seguir temos a transcrição das respostas dos professores.

Professor 1: Garantir a sequência nas aulas, como trabalho com o noturno, a frequência não é regular e o conteúdo precisa ter uma sequência com os mesmos alunos.

Professor 2: A defasagem escolar que gera automaticamente um desinteresse pelo conteúdo, uma vez que não conseguem acompanhá-lo.

Professor 3: Despertar interesse dos alunos, defasagem de aprendizado de conteúdos prévios, propostas pedagógicas que não refletem a realidade dos alunos. Trabalho realizado em conjunto com outros professores da escola se restringe apenas em pequenos projetos.

Professor 4: A falta de uma base Matemática. O aluno chega no fundamental 2 sem conhecimento das 4 operações e isso se arrasta ao longo da vida estudantil, gerando grande dificuldade execução dos materiais dados.

Dentre as maiores dificuldades, a defasagem escolar aparece com maior frequência. Segundo os docentes, os alunos chegam no ensino fundamental II, sem as habilidades necessárias para compreender os conteúdos propostos para esta etapa de ensino, fazendo com as dificuldades sejam levadas para os anos seguintes. Dentre os professores que citaram a falta dos conhecimentos prévios, dois também relataram a falta de interesse por parte do aluno.

Embora o Professor 1 não tenha apontado desinteresse do aluno como uma das dificuldades enfrentadas, segundo ele, a falta de sequências das atividades desenvolvidas, devido à infrequência dos alunos, é um dos desafios a ser superado. Neste caso especial, não se trata da escola como um todo já que este professor trabalha no turno da noite. Mas a sua resposta vai de encontro com os seus pares elencaram, já que se o aluno não participa das aulas, conseqüentemente os conteúdos não são desenvolvidos, gerando, portanto, defasagem na aprendizagem.

Na segunda questão do segundo questionário, procurou-se extrair informações a respeito dos meios utilizados como fonte de pesquisas na preparação das aulas. Nesta questão, três professores responderam que utilizam sites na internet como fonte de pesquisa, dois destes informaram também que utilizam os livros didáticos e um respondeu que utiliza questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Vale ressaltar que o livro didático ainda constitui uma ferramenta importante para o professor, e embora tenha as suas limitações, trata-se de obras aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o mesmo não se pode dizer de sites que não passam por nenhuma verificação de conteúdos. Os docentes não foram indagados a respeito dos sites que as buscas são feitas.

Na terceira questão do segundo questionário, os professores foram instados a listarem, pelo menos, dois fatores que interferem no desenvolvimento dos conteúdos de Matemática na escola. Esta interferência poderia ser positiva ou negativa:

Professor 1: Negativamente - infrequência dos alunos implica na falta de gradação de dificuldade dos conteúdos. Negativamente – desinteresse dos alunos em dar continuidade nos estudos.

Professor 2: Interesse dos alunos; Aulas mais atrativas.

Professor 3: Falta de interesse da maioria dos alunos, muitos, pela dificuldade e, ou, defasagem de aprendizado, refletem negativamente; sequência didática e intervenções pedagógicas podem interferir positivamente.

Professor 4: Negativamente – falta de compromisso dos alunos e dos pais com o estudo e também a falta de base matemática. Positivamente – acompanhamento dos pais na vida escolar do aluno e execução de atividades diárias propostas pelo professor.

Novamente os professores apontaram a falta de interesse dos alunos como um dos fatores que mais interferem negativamente.

A falta de motivação dos alunos foi um assunto recorrente durante o segundo encontro. Os professores relataram que nos últimos anos os alunos estão chegando no ensino fundamental II e no ensino médio com muitas dificuldades. O Professor 1 relatou que muito dos alunos que estão chegando no ensino fundamental II não desenvolvem habilidades relacionadas “às quatro operações”. Quanto aos fatores que interferem positivamente, dois professores citaram aulas dinâmicas, a intervenção pedagógica e aulas atrativas como fatores que podem interferir no desenvolvimento dos conteúdos.

Na quarta pergunta do questionário 2, os professores foram questionados se eles têm o hábito de utilizar artigos científicos, monografias e trabalhos de conclusão de curso e outras produções científicas na elaboração dos seus planos de aulas. Ao elaborar o questionário 2, a intenção com esta pergunta era entender se os professores buscavam fontes de informação para elaboração de seus planos de aulas que não fossem as triviais como livros didáticos e pesquisas na internet. Como os produtos educacionais do PROFMAT são apresentados, na sua maioria, nas dissertações, para ter acesso a esses produtos com mais profundidade é preciso ler as dissertações.

A seguir temos a transcrição das respostas dos professores.

Professor 1: Baseando-se na clientela é que eu busco opções menos aprofundadas.

Professor 2: Infelizmente (não), procuro os materiais mais simples possíveis, justamente pela defasagem gritante em que o aluno se encontra.

Professor 3: Nunca tinha pensado nisso e o acesso a esse material é pouco divulgado.

Professor 4: Muitas vezes, pela linguagem técnica é pouco prático. Pela necessidade de encontrar materiais com ideias prontas, por causa da falta de tempo para ler e estudar.

Nesta questão, os professores foram unânimes, ao responderem que não têm o hábito de ler produções acadêmicas. Além da informação quanto a não utilização das produções acadêmicas em sala de aula, também foram obtidas informações importantes para compreender os motivos pelos quais os produtos educacionais do PROFMAT não são utilizados como fonte na de pesquisas.

As respostas anteriores mostram que os professores não utilizam produções acadêmicas na preparação de suas aulas. Além desta constatação, destacam-se alguns dos argumentos elencados: como a defasagem dos alunos, a falta de divulgação das produções

acadêmicas, a linguagem técnica destas produções, a falta de e a procura por materiais prontos e a simplicidade da informação.

Os argumentos utilizados pelos docentes deveriam justificar a busca pelas produções acadêmicas e não o contrário, se aluno está com muita dificuldade, há uma necessidade maior de buscar no meio acadêmico teorias para embasar a busca para sanar esta dificuldade, uma vez que o problema já foi identificado. A falta de tempo de leitura e acesso a essas produções são fatores que devem ser analisados com mais profundidade. Uma sugestão para o PROFMAT seria formar parcerias com as SREs, no caso de Minas Gerais.

A carga horária do professor de educação básica da rede estadual de Minas Gerais é de 24 (vinte e quatro) horas semanais, sendo 16(dezesseis) horas em sala de aula e as horas restantes são destinadas a capacitação, reuniões e atividades ligadas à rotina escolar. Quanto à divulgação das produções acadêmicas, no caso específico do PROFMAT, as dissertações ficam armazenadas no repositório do programa.

Na questão cinco do questionário 2, os professores foram indagados se já conheciam o PROFMAT. Apenas o Professor 4 nos informou que ainda não conhecia. Dos professores que já conhecem o programa de mestrado, dois conhecem o PROFMAT/UFVJM e o outro PROFMAT/UESB. Vale ressaltar que o Professor 4 é que tem menos tempo de atuação docente. Outra informação relevante é que os professores que falaram que conhecem o PROFMAT não sabiam que as dissertações eram de acesso livre e gratuito.

Na sexta questão do questionário 2, os professores foram questionados se a utilização de recursos didáticos variados (livro, material concreto, material concreto manipulável, sequências didáticas etc.) podem contribuir com desenvolvimento dos conteúdos de Matemática. Nesta questão todos os professores responderam, sim. A seguir temos a transcrição das justificativas.

Professor 1: Para começar uma aula, sempre procuro não mencionar de que se trata, busco o caminho lúdico e aos poucos insiro definições e por fim, coloco o título ou tema no quadro, quando o aluno insiste muito. Primeiro, faço a redação e coloco o título depois. Mais ou menos assim!

Professor 2: Já tenho experiência para concluir que quanto mais concreto possível, mais chances temos de contribuição para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática.

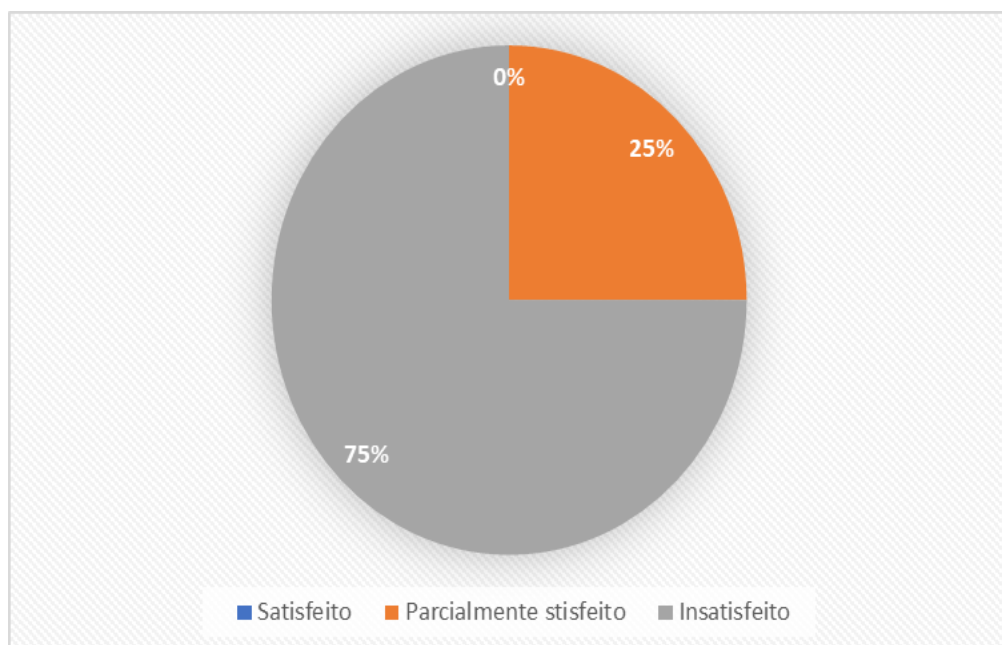
Professor 3: É sempre proveitoso utilizar recursos que possam prender a atenção do aluno. A diversificação deve ser aplicada nas estratégias de ensino, e, sendo assim, tornar-se possível avaliar o que deu certo daquilo que não deu certo.

Professor 4: O uso de materiais concretos no ensino de Matemática uma vivência pedagógica. O estudante possa ter um papel ativo no processo ensino/aprendizagem.

Os professores reconhecem a importância dos recursos didáticos como uma ferramenta para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática. O Professor 1 trouxe um relato de como desenvolve os tópicos de Matemática em suas aulas, destacando os materiais lúdicos como forma de introduzir os conteúdos. Foi dado um destaque especial a utilização de materiais concretos. Destaca-se também neste encontro a troca de experiências entre os professores, compartilhando informações a respeito da prática de sala de aula.

Na questão 7, a última do questionário 2, os professores foram instados a expressar a percepção em relação às horas destinadas à capacitação estabelecidas pela SEE/MG. Os resultados estão expressos no Gráfico 3.

Gráfico 3 - Satisfação dos professores quanto às horas destinadas à capacitação



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A seguir temos a transcrição das justificativas dadas pelos professores.

Professor 1: Falta-me tempo para esse preparo. Mas, quando posso aproveito selecionando questões contextualizadas para aplicar em sala de aula.

Professor 2: Muitas horas para atividades burocráticas e não para capacitação.

Professor 3: Percebe-se que é sempre mais do mesmo.

Professor 4: As escolas públicas não oferecem espaço adequado para que o professor se dedique a essa função.

Os professores entendem a necessidade da formação continuada na carreira docente, no entanto, afirmam que as horas destinadas a este fim não são suficientes.

O questionário 2 tinha como objetivo conhecer um pouco mais da prática dos professores. Ouvi-os quanto aos desafios e dificuldades enfrentadas, verificar se eles têm o hábito de buscar produções acadêmicas na preparação de suas aulas bem como a sua satisfação com as horas destinadas à capacitação.

Por hipótese, neste trabalho, foi admitido que os professores que não cursaram o PROFMAT não utilizam as produções do programa como fonte de pesquisas. As questões 4 e 6, trouxeram informações importantes a respeito desta hipótese.

Por fim, será realizada a análise dos resultados obtidos a partir do questionário 3 que foi aplicado no último encontro. Este questionário teve por objetivo obter informações dos professores a respeito da participação destes no minicurso, tais como: quais são as percepções, saber se as sequências didáticas aplicadas poderiam ser reproduzidas em sala de aula ou necessitaria de adaptações e por fim, foi deixado um espaço para sugestão das próximas edições do minicurso.

Na questão 1 do terceiro questionário, os professores foram questionados se as atividades apresentadas durante a capacitação podem contribuir para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática em sala de aula, todos responderam que sim. Nesta etapa da capacitação os professores já tinham condições de emitir opinião a respeito da proposta do minicurso. A seguir temos a transcrição da justificativa dos professores:

Professor 1: As questões foram bem selecionadas e abrangem linhas de raciocínio diferente.

Professor 2: Trabalhos bem interessantes e que podemos utilizá-los em sala de aula para inovar e acrescentar novas metodologias de ensino.

Professor 3: Pela possibilidade de adequação de conteúdos respeitando uma sequência didática e nivelamento dos alunos e despertar o interesse pela Matemática através da utilização de recursos didáticos que favoreçam o aprendizado.

Professor 4: Formas diferentes de se trabalhar um determinado conteúdo abrange muito mais alunos.

Entender a percepção dos professores; saber se eles utilizariam ou não estas sequências em suas aulas e se seria necessário fazer adaptações foi muito interessante.

Na questão 2 do terceiro questionário, os professores foram indagados a respeito da necessidade de adaptação das atividades propostas para o desenvolvimento do conceito de função na escola. Na visão deles, a adaptação se faz necessária seja pela dificuldade de assimilação do conteúdo pelos alunos, ou para aumentar o grau dificuldade, dependendo da turma.

Não é objetivo julgar os trabalhos que foram tomados como base para a elaboração do minicurso, mas suscitar a discussão a respeito do trabalho com sequências didáticas. Como elas podem ser utilizadas em qualquer ano escolar, mesmo que seja necessário fazer adaptações.

Na terceira questão do questionário 3, os professores foram indagados se para além da formação proposta, a participação no minicurso tem potencial para contribuir para alavancar o desempenho dos alunos aferidos nas avaliações externas. Para três professores, sim. Veja a seguir o principal motivo apresentado pelos professores:

Professor 1: O minicurso acendeu a chama de trabalhar mais a prática da Matemática em detrimento ao famoso bom cuspe e giz. Aliás, cuspe e pincel.

Professor 2: Tudo que acrescentamos na nossa formação, contribui para um melhor desempenho. Quanto às avaliações externas, a dificuldade está na diferença existente com a defasagem escolar.

Professor 3: Desenvolvimento de ideais para aplicação de recursos didáticos e troca de experiências, motivam para uma nova perspectiva de ensino e metodologias inovadoras.

Professor 4: Os nossos alunos apresentam questões bem mais complexas que influenciam no ensino-aprendizagem.

O Professor 4 traz à discussão outros problemas enfrentados pela escola, como os apontados anteriormente.

Na questão quatro do questionário 3, os professores foram questionados a respeito da importância da formação continuada na carreira docente. A seguir, temos a transcrição das respostas dos professores.

Professor 1: Evita o marasmo e ajuda a oxigenar o cérebro nas boas práticas.

Professor 2: Muito importante, traz inovação, novas metodologias e principalmente a exploração de novos recursos.

Professor 3: Permite que os professores se adaptem às necessidades dos alunos, que aprendam sobre metodologias educacionais, que integram novas abordagens pedagógicas.

Professor 4: A formação continuada é muito importante, pois amplia o conhecimento e desenvolvimento em sala de aula, garantindo um ensino de qualidade.

Estas respostas indicam que os professores estão cientes da importância da formação continuada na carreira docente. Talvez falte o pontapé inicial, como nos relatou o Professor 1: “[...] a participação no minicurso acendeu a chama”.

Na última questão do questionário 3, os professores foram indagados se o minicurso contribuiu para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática em sala de aula. Esta questão foi respondida por três professores, todos responderam que sim. O Professor 4 deixou a quinta questão do terceiro questionário sem resposta. A seguir será apresentada a transcrição do motivo elencado pelo Professor 3.

A descoberta de recursos didáticos e metodologia inovadora que permitiram uma prática docente capaz de agregar abordagens pedagógicas que se adequem à realidade dos alunos. Além da gama de possibilidades de diversificação ao planejamento e aplicação nas aulas.

Aqui se encerra a análise das perguntas propostas nos três questionários. Além das questões, no questionário 3 foi reservado um espaço para os professores registrarem observações e/ou sugestão de novas edições do minicurso de capacitação. Veja os relatos a seguir:

Professor 1 – Geometria espacial no GeoGebra 3D, geometria analítica, técnica com origami e probabilidade [sugestões].

Professor 2 – Adorei o GeoGebra. Já conhecia, mas nunca havia explorado tantos recursos. Pretendo utilizá-lo nas minhas aulas posteriores [depoimento].

Professor 3 – A prática docente fomenta a dinâmica da sala de aula. Uma capacitação sobre esse tema será de grande valia [sugestão].

O Professor 4 não registrou nenhuma observação.

Após a análise dos questionários e levando em consideração as falas dos professores durante a aplicação do minicurso, foram extraídas informações que vão de encontro à questão de pesquisa.

Ao terminar o minicurso, constatou-se que a escola tem um grupo de professores de Matemática com experiência acumulada ao longo de muitos anos de atuação docente e que estão dispostos a buscar meios para superar os desafios impostos na prática de sala de aula. Estes professores relataram as dificuldades que vem enfrentando, principalmente, com a defasagem na aprendizagem.

Ao mesmo tempo que traz à discussão as dificuldades enfrentadas na escola, os docentes mostraram muita disposição em participar do minicurso, não somente os docentes, mas também a direção escolar.

Segundo os docentes, o desenvolvimento do tema função ainda precisa ser melhor trabalhado na escola. Para justificar esta necessidade apontaram como fator dificultador, a defasagem escolar. No entanto, entende-se aqui que quanto maiores as dificuldades, se faz necessário a busca por novas alternativas metodológicas para abordagem dos temas em sala de aula.

É neste contexto que os produtos educacionais produzidos pelo PROFMAT podem auxiliar os professores, mesmo aqueles que ainda não tiveram a oportunidade de cursar o programa. A formação oferecida é inquestionável, principalmente a formação técnica, que oferece uma base sólida de conhecimentos matemáticos.

No entanto, os professores participantes do minicurso apontaram alguns fatores que dificultam a utilização destes produtos educacionais. Segundo os docentes, as produções acadêmicas não estão entre as fontes de pesquisas na preparação de suas aulas. Os principais motivos apontados para a não utilização destas produções nas suas fontes de pesquisa são: as deficiências de conteúdos por parte dos alunos, a falta de divulgação das produções acadêmicas, a linguagem técnica, falta de tempo etc.

Vale ressaltar que os docentes não conheciam o repositório do PROFMAT, portanto não sabiam que este acervo estava à disposição com livre acesso. No entanto, a partir dos questionários, é possível inferir que a falta de conhecimento dos produtos não é o principal fator que dificulta a inclusão das produções do programa nas fontes de pesquisas e utilização dos produtos em sala de aula, uma vez que os docentes não leem produções acadêmicas.

Mesmo não sendo o objetivo principal do programa, pelo esforço e recursos empenhados na execução e pela capacidade de auxiliar os professores e consequentemente os alunos, esses produtos poderiam ser melhor aproveitado.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram apresentadas, por meio de um minicurso de capacitação, parte de duas dissertações produzidas por egressos do PROFMAT/UFVJM. Mostrou-se como estes produtos educacionais podem ser utilizados em sala de aula como ferramenta impulsionadora do conhecimento matemático.

Os professores que participaram do minicurso possuem muitos anos de experiência e já desenvolvem o tema função com seus alunos. Portanto, o minicurso contribuiu com a fundamentação teórica deste conceito, além disso, trouxe alternativas metodológicas para abordá-lo em sala de aula; colocando o aluno no centro do processo ensino-aprendizagem, como propõe a teoria das Situações Didáticas.

As pesquisas no campo da Didática da Matemática foram utilizadas como metodologia para nortear a construção e desenvolvimento do conceito de função. O ensino deste tópico faz parte da rotina dos professores. A inovação deste trabalho é apresentar alternativas metodológicas, uma vez que o trabalho com sequências de ensino pressupõe a observação das fases da Engenharia Didática.

No minicurso foi proposto uma abordagem que tinha por objeto reforçar a necessidade da formalização da construção do conceito de função e apontar caminhos e ferramentas essenciais para esta formalização. Portanto, foi necessário fazer adaptações nas dissertações selecionadas para atender à proposta.

Inicialmente, trabalhou-se com a construção do conceito. Buscando a origem do conceito, percebeu-se que antes de se trabalhar com as funções que são abordadas no ensino médio, faz-se necessário conhecer o que é uma função, abandonando a noção de função como expressão analítica. As metodologias apresentadas vão de encontro a esta proposta, num primeiro momento, aprofunda-se na fundamentação teórica do conceito para em seguida fazer as generalizações. Foi nesta linha que o desenvolvimento histórico do conceito de função foi apresentado aos professores, bem como as motivações que levaram os matemáticos a criar as várias definições apresentadas ao longo da história.

Após a análise dos questionários e dos relatos dos professores, foi percebido uma falta de teorias científicas para embasar as tomadas de decisões. A falta de tempo e a linguagem técnica foram justificativas apresentadas pelos docentes para a não inclusão das produções acadêmicas às suas fontes de pesquisas. No entanto, infere-se a partir dos relatos,

que estas justificativas não são os maiores obstáculos a serem superado; faltam iniciativas no sentido de promover um debate em que o professor se sinta desafiado.

Neste sentido, acredita-se que o minicurso contribuiu significativamente para a prática dos professores em sala de aula, esta percepção foi corroborada pela resposta dos professores à última questão do questionário 3. Além de externalizar que o minicurso trouxe contribuições para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática em sala de aula, as justificativas apontam que a capacitação proporcionou momentos de reflexão ao fazer emergir a discussão a respeito do desenvolvimento de conceitos matemáticos em sala de aula.

Ressalta-se que o corpo docente da escola possui muitos anos de experiência e estão dispostos a buscar novos conhecimentos. Ficou evidente que se trata de professores comprometidos o processo ensino-aprendizagem.

Portanto, as contribuições das produções acadêmicas do PROFMAT, seria um desperdício não aproveitar todo esse o conhecimento matemático, uma vez que a Educação Básica está clamando por ajuda.

Nesta direção, para além da formação oferecida, emergiu esse olhar aos professores, onde a busca por capacitação e aperfeiçoamento tem que ser constante, pensando em práticas docentes capazes de promover a construção do saber.

Notou-se também a necessidade de aprofundamento maior nos conhecimentos científicos (o saber do sábio), no sentido de trazer para a sala de aula conhecimentos carregados de significados. Do lado dos sujeitos, o enfrentamento dos fatores negativos que dificultam o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática, passam também pela forma com que os conteúdos são apresentados pelos alunos (o saber ensinar). A escolha de bons problemas, contextualizados, pode ser o caminho para resgatar a confiança dos alunos e colocá-los no centro do processo ensino e aprendizagem. Pensando na melhoria da qualidade do ensino (o saber ensinado).

Neste sentido, a Engenharia Didática foi apresentada como importante ferramenta metodológica para a construção de materiais didáticos e desenvolvimento de pesquisa. A primeira fase desta metodologia pressupõe a análise de todo o contexto que envolve o conteúdo que se pretende ensinar, neste caso específico, o ensino de função.

Pode-se concluir então que o minicurso cumpriu o seu propósito ao trazer as dissertações do programa e suscitar o debate em torno da utilização destas produções como fonte de pesquisa.

A hipótese assumida nesta pesquisa foi que, embora os produtos educacionais produzidos pelos egressos do PROFMAT tenham um potencial enorme para auxiliar o professor de matemática na sala de aula, esses materiais eram pouco utilizados. Constatou-se que além das produções não serem utilizadas em sala de aula, existem obstáculos a serem superados.

Portanto, não basta simplesmente mostrar que o repositório do programa oferece uma fonte riquíssima de auxílio aos docentes na sala de aula de Matemática, é preciso capacitar os professores. A proposta do minicurso foi justamente essa; apresentar trabalhos produzidos pelos egressos do PROFMAT/UFVJM e mostrar como é possível explorar as potencialidades dessas produções em sala de aula.

Ressalta-se que esta pesquisa não tem a pretensão de questionar a postura dos professores. A internet, assim como o livro didático, pode se tornar boa fonte de pesquisa, desde que o docente tenha consciência da sua intenção didática, e que principalmente, as pesquisas feitas na internet sejam de fontes confiáveis.

Não é o objetivo principal do PROFMAT, fazer a ponte entre os conhecimentos produzidos pelos egressos do programa e os demais professores da Educação Básica. No entanto, a formação de parceria com as secretarias de ensino pode facilitar o acesso às produções do programa e auxiliar os professores de Matemática nas salas de aula, onde a construção do saber acontece.

Por ser um minicurso que foi aplicado para um grupo bem pequeno de professores, não é possível afirmar, categoricamente, que os conhecimentos produzidos pelo programa não estão sendo utilizados pelos professores de educação básica que não conhecem o programa. Mas dentro do nosso universo, confirmou-se a hipótese que norteou esta investigação.

Mesmo que o universo da pesquisa seja bem reduzido, a partir das informações colhidas, algumas ações podem ser consideradas para que a proposta de releitura das produções do PROFMAT aconteça e atinja o chão da escola. Dentre elas, desmitificar que as produções apresentam uma linguagem que não é acessível, pensar em alternativas de divulgação, investir em capacitação e considerar as dificuldades enfrentados pelos professores da Educação Básica.

Com isso em mente, após o desenvolvimento de trabalho de capacitação integrado pelas secretarias de educação, o próximo passo seria a criação de multiplicadores dos produtos educacionais da rede do PROFMAT nas escolas públicas.

REFERÊNCIAS

ALKIMIM, Edson; PAIVA, Maria Auxiliadora V. A Transposição Didática e o conceito de função. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 2, n. 2, p. 39-51, 2012. Disponível em: <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/35>. Acesso em: 01 fev. 2025.

ALMOULOUD, Saddo A.; SILVA, Maria José. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p22>. Acesso em: 01 fev. 2025.

ALVES, Francisco R. V. Situação Didática Olímpica (SDO): aplicações da teoria das situações didáticas para o ensino de olimpíadas. **Revista Contexto & Educação**, v. 36, n. 113, p. 116–142, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.21527/2179-1309.2021.113.116-142>. Acesso em: 01 fev. 2025.

ARTIGUE, Michèle. Metodologias de investigação no ensino de matemática: onde estamos? **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 3, p. 25-64, 2020. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p025-064>. Acesso em: 03 fev. 2025.

BOYER, Carl. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher; EDUSP, 1974.

BRASIL. Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, 26 jun. 2014. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm. Acesso em: 01 fev. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008. 128p.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 13, n. 1, p. 87–120, 2005. DOI: 10.20396/zet.v13i23.8646981. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646981>. Acesso em: 02 jun. 2024.

CHEVALLARD, Yves. Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias. **Revista de Educação, Ciência e Matemática**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 1-14, 2013. Disponível em: <https://publicacoes.unigranrio.edu.br/recm/article/view/2338>. Acesso em: 03 fev. 2025.

CRUZ, Rodrigo M. (org.). **Manual de normatização**: monografias, dissertações e teses. 4. ed. Diamantina: UFVJM, 2023.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos**: função afim e função quadrática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos**: função exponencial e função logarítmica. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos**: trigonometria e sistemas lineares. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

DOMINGUINI, Lucas. A transposição didática como intermediadora entre o conhecimento científico e o conhecimento escolar. **Revista Eletrônica de Ciências da Educação**, Campo Largo, v. 7, n. 2, 2008. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/pibidfilosofiasociologia/files/2021/03/Transposicao-como-intermediadora.pdf>. Acesso em: 03 fev. 2025.

FIORENTINI, Dario. A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das políticas públicas no Brasil. **Bolema**, Rio Claro, v. 21, n. 46, p. 43-60, 2008. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1718/>. Acesso em: 03 fev. 2025.

LIMA, Elon L. Números e funções reais. **PROFMAT**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

MARICONDA, Pablo R. Galileu e a ciência moderna. **Cadernos de Ciências Humanas**, v. 9, n. 16, p. 267-292, 2006.

MENEZES, Silvia Teixeira Coelho. **Ensino e aprendizagens de funções**: desafios e perspectivas. 201 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal dos Vales Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2018.

MONTEIRO, Luiz Henrique Jacy. **Elementos de Álgebra**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1978.

NÓVOA, António. Os professores e a sua formação num tempo de metamorfose da escola. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 44, n. 3, e84910, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/edreal/a/DfM3JL685vPJryp4BSqyPZt/>. Acesso em: 03 fev. 2025.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. ISBN 85-7526-029-0

POMMER, Wagner M. **A Engenharia Didática em sala de aula**: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. São Paulo: SN, 2013.

PONTE, João Pedro. O conceito de função no currículo de Matemática. **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, n. 15, p. 3-9, 1990.

PONTE, João Pedro. The history of the concept of function and some education implications. **The Mathematics Educator**, Athens, v. 3, n. 2, p. 3-8, 1992. Disponível em: https://repositorio.ulisboa.pt/handle/10451/3168?locale=pt_PT. Acesso em: 03 fev. 2025.

RAMOS, Maria Aparecida R. O conceito de função: de Leibniz a Riemann. **X Seminário Nacional de História da Matemática**, 2013. Disponível em: <https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/anais-snhm/article/view/61>. Acesso em: 01 out. 2024.

ROQUE, Tatiana; CARVALHO, João Bosco P. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

ROSSINI, Renata. **Saberes docentes sobre o tema função**: uma investigação da praxeologias. 382 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

SILVA, Flavio Ribeiro. **Trajetórias de sucesso escolar**: capacitando professores por meio de um minicurso para o ensino de funções básicas utilizando o recurso computacional GeoGebra. 201 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal dos Vales Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2019.

SOUZA, Carla Alves. Influências da engenharia didática francesa na educação Matemática no Brasil: a circulação e a apropriação de ideias. In: VII CIBEM, 2013, Montevideo. **Actas del VII CIBEM**, Montevideo, 2013. Montevideo: Disponível em: <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1171075/Alves2013Influ25C325AAncias.pdf>. Acesso em: 03 fev. 2025.

TEIXEIRA, Paulo Jorge M.; PASSOS, Cláudio C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetiké**, Campinas, v. 21, n. 39, jan./jun. 2013. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646602>. Acesso em: 01 fev. 2025.

VIEIRA, Renata Passos M.; ALVES, Francisco Regis V.; CATARINO, Paula Maria Machado C. Ensino da função quadrática por meio do PheT Colorado e da Engenharia Didática. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 18, p. e021018, 2021. DOI: 10.37001/remat25269062v17id522. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/135>. Acesso em: 10 jun. 2024.

ZUFFI, Edna M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Hipátia**, Campos do Jordão, v. 1, n. 1, p. 1-10, dez. 2016. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/436/75>. Acesso em: 01 mar. 2024.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO: MOMENTO I

1. Qual é a sua formação profissional?

☐ Graduação

☐ Especialização

☐ Mestrado

☐ Doutorado

2. Há quantos anos você atua como professor da educação básica? Em qual nível ensino?

3. Há quanto tempo você atua na Escola Estadual São Sebastião?

4. Você desenvolve o tópico função nas suas aulas? Se sim, para quais anos escolares?

5. Você faz uso dos recursos tecnológicos nas suas aulas?

☐ Sim

☐ Não

Se a sua resposta foi sim, Quais?

6. Conhece o *software* de geometria dinâmica GeoGebra?

Sim ☐

Não ☐

Se sim, qual é o seu nível de habilidade com este *software*?

7. Conhece outros *softwares* voltados para a sala de aula de matemática?

☐ Sim ☐ Não

Se sim, Quais?

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO: MOMENTO II

1. Na sua opinião, quais são os maiores desafios no desenvolvimento dos conteúdos de Matemática na escola? Justifique sua resposta.

2. Quais são as principais fontes de pesquisa que você utiliza na preparação de suas aulas? (Liste pelo menos 3 fontes.)

3. Liste os principais fatores (pelo menos 2 fatores) que podem interferir (positivamente/negativamente) no desenvolvimento do conteúdo de Matemática em sala de aula?

4. Você costuma utilizar artigos científicos, monografias, trabalhos de conclusão de curso, etc. para a elaboração de suas aulas?

☐ Sim

☐ Não

Por qual motivo: _____

5. Você conhece o Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT?

- ☐ Sim. De qual universidade? _____
- ☐ Não

6. Na sua opinião, a utilização de recursos didáticos (livro, material concreto, material concreto manipulável, sequência didática, *softwares* etc.) variados pode contribuir para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática?

- ☐ Sim
- ☐ Não

Justifique: _____

7. Com relação às horas destinadas a capacitação na escola, estabelecida pela SEE/MG, você:

- ☐ está muito satisfeito
- ☐ está satisfeito parcialmente
- ☐ está insatisfeito

Justifique sua resposta: _____

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO: MOMENTO III

1. Os trabalhos apresentados durante o minicurso podem contribuir para o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática em sala de aula?

☐ Sim

☐ Não

Justifique sua resposta: _____

2. Há necessidade de adaptação das atividades propostas para o desenvolvimento dos tópicos sugeridos na sala de aula de Matemática?

3. Além da formação recebida, você acredita que sua participação no minicurso pode contribuir para alavancar os índices aferidos nas avaliações internas e externas da escola?

☐ Sim

☐ Não

Principal motivo: _____

4. Na sua opinião, qual a importância da formação continuada na carreira docente?

5. O minicurso contribuiu para o desenvolvimento dos conteúdos na sala de aula de Matemática?

☐ Sim

☐ Não

Principal motivo: _____

Registre aqui observações e/ou sugestões para novas edições de minicursos de capacitação.
