SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

JOSÉ LUIZ DOS SANTOS

MATRIZES, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DE MATEMÁTICA DO ENEM – UMA ABORDAGEM DA DÉCADA (2014 – 2023)

PORTO VELHO

2024

JOSÉ LUIZ DOS SANTOS

MATRIZES, COMPETÊNCIAS E HABILIDADES DE MATEMÁTICA DO ENEM – UMA ABORDAGEM DA DÉCADA (2014 – 2023)

Trabalho de Conclusão de curso apresentado ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT no polo da Universidade Federal de Rondônia – UNIR, como requisito parcial para a obtenção de título de Mestre em Matemática Profissional.

Orientador: Prof. Dr. Fabricio Antônio Oliveira dos Santos.

Porto Velho

2024

Catalogação da Publicação na Fonte

Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR

S237m Santos, Jose Luiz dos.

Matrizes, competências e habilidades de matemática do Enem - uma abordagem da década (2014-2023) / Jose Luiz dos Santos. - Porto Velho, 2025.

55f.: il.

Orientação: Prof. Dr. Fabricio Antônio Oliveira dos Santos.

Dissertação (Mestrado). Departamento de Matemática. Núcleo de Ciências Exatas e da Terra. Fundação Universidade Federal de Rondônia.

1. Matrizes. 2. Competências. 3. Habilidades. I. Santos, Fabricio Antônio Oliveira dos.

II. Título.

Biblioteca Central CDU 51

Bibliotecário(a) Marcelo Garcia Cardoso CRB-11/1080

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha mãe, minha mulher e minhas irmãs por sempre me apoiarem e incentivarem.
Obrigado Deus por ter colocado vocês em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Fabricio, pela perseverança, por sempre ter me apoiado, pela paciência durante todo o processo de elaboração desta dissertação.

Aos meus professores da UNIR, que contribuíram para a minha formação.

À minha mãe, minha mulher e minhas irmãs, que sempre me apoiaram nos estudos.

À Deus pela vida, pela saúde e por forças para lutar por um futuro melhor.

RESUMO

O Exame Nacional do Ensino Médio – Enem é sempre um desafio para os estudantes ao final do ensino médio. Dessa forma, o conhecimento aprofundado sobre o exame é um diferencial para os professores no momento da preparação de suas aulas. Neste sentido, a presente pesquisa não só mostra como a avaliação é estruturada, matrizes, competências e habilidades, através de um levantamento dos últimos dez anos (2014 – 2023), como também, destaca a Matriz de Referência Matemática e suas Tecnologias, conceituando o critério de avaliação do exame TRI (Teoria de Resposta ao Item) e os dados estatísticos do exame e dos candidatos. A partir dessa leitura, há um guia para relacionar o conteúdo trabalhado em sala de aula com o que é exigido na avaliação do Enem.

Palavras-chave: Enem. Matrizes. Competências. Habilidades.

ABSTRACT

The National High School Exam (Enem) is always a challenge for students at the end of high school. Therefore, in-depth knowledge about the exam is a differential for teachers when preparing their classes. In this sense, this research not only shows how the assessment is structured, matrices, competencies and skills, through a survey of the last ten years (2014 - 2023), but also highlights the Mathematical Reference Matrix and its Technologies, conceptualizing the assessment criteria of the TRI (Item Response Theory) exam and the statistical data of the exam and candidates. Based on this reading, there is a guide to relate the content worked on in the classroom with what is required in the Enem assessment.

Keywords: Enem. Matrices. Competencies. Skills.

SUMÁRIO

1 Introdução.....9
2 Entendendo a Matriz do Enem 12
3 Eixos cognitivos 14
4 Relação entre competências, habilidades e eixos cognitivos 15
5 Verbos que descrevem habilidades de diversas áreas na matriz de referência do Enem. 15
6 Competências versus Habilidades 17
7 Tabela com as questões do Enem (2014 - 2018).....19
7.1 Tabela com as questões do Enem (2019 - 2023).....221
8 Exemplos de questões por competência, habilidades e eixos cognitivos 24
9 Competências e habilidades segundo a BNCC 33
10 Objetos de conhecimento associados às Matrizes de Referências 34
11 Total de Questões por Competência versus habilidades na década (2014 – 2023) 35
12 Total de Questões por Competência na década (2014 – 2023) 36
13 Total de questões por habilidades em ordem decrescente na década (2014 – 2023) .36
14 Medidas de Tendência Central 37
14.1 Média aritmética Simples 37
14.2 Média aritmética das competências de área 38
14.3 Média Aritmética das Habilidades 38
14.4 Mediana 39
14.5 Mediana das competências de área.....40
14.6 Mediana das habilidades.....40
14.7 Moda.....41
14.8 Moda das competências de área 41
14.9 Moda das Habilidades 41
15 Medidas de Dispersão.....42
15.1 Variância.....42
15.2 Variância das competências de área 42
15.3 Variância das Habilidades 43
15.4 Desvio Padrão 44

15.5 Desvio Padrão das competências de área 44
15.6 Desvio Padrão das habilidades 44
16 TRI - Teoria de Resposta ao Item.....45
17 Análise de dados ENEM 2018 – 2023.....46
17.1 Candidatos Enem por gênero.....47
17.2 Candidatos Enem por Unidade da Federação.....48
17.3 Candidatos Enem por faixa-etária 49
17.4 Candidatos Enem por tipo de escola.....50
17.5 Candidatos Enem por Cor/Raça 51
18 Desempenho nas áreas de conhecimento.....52
18.1 Desempenho em Matemática nos exames 53
19 Considerações Finais 54
20 Referências 55

1 INTRODUÇÃO

A matriz de referência é um documento estruturado com base no conteúdo de cada componente e as competências exigidas do aluno em avaliações, levando em consideração as habilidades desenvolvidas em cada série e disciplina. Assim, trata-se de uma medida que viabiliza melhoras no desempenho dos estudantes nas avaliações. [1]

Por conseguinte, entender como funciona a estrutura do Exame Nacional do Ensino Médio – Enem, levará o professor do ensino médio a um melhor aproveitamento do direcionamento das aulas ministradas, visto que a prova de matemática requer muito conhecimento de conceitos básicos trabalhados desde o ensino fundamental, como mostra a pesquisa da última década a competência mais exigida foi a competência de área 1 que exige conhecimentos da Matemática básica.

A experiência de 18 anos de sala de aula em escolas públicas trabalhando no ensino fundamental e médio me fez observar que muitos professores de Matemática não se atentam ao critério da interdisciplinaridade que está previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e cobrado no Enem, o que torna uma dificuldade para os estudantes que em boa parte não possuem hábito de leitura e por isso têm limitações quanto aos eixos cognitivos da prova, (DL) domínio da linguagem e (CA) construir argumentação, que mais parecem estar apenas relacionados com a prova de linguagens e redação, porém está presente em todas as 180 questões inclusive nas 45 de matemática. Morin (2005) diz:

> "O saber fragmentado que nós levamos no corpo, encontra hoje realidades e problemas, questões transversais, planetárias e globais. Questões essas com uma instabilidade geral unida a incapacidade de resolver. Logo, podemos nos questionar: se o problema se apresenta de forma universal e o aluno possui o conhecimento fragmentado, como lidará com esse problema? O ser humano se sente pessoa, com o corpo completo de saberes, ou pedaços colados? Pois ao se deparar com um problema global, ele não sabe a que pedaço recorrer. É na medida em que a interdisciplinaridade se produz como atitude que pode colaborar como articuladora do processo de ensino e de aprendizagem." [2]

Além disso, quando as questões de uma prova são bem formuladas e indexadas a uma matriz, é possível avaliar conhecimentos diversos e, principalmente, o nível individual de cada aluno. Para isso, a matriz de referência poderá ser parte dos objetivos pedagógicos do professor de ensino médio que prepara a turma para a avaliação, afinal é uma das ferramentas usadas no exame para democratizar as oportunidades de acesso às vagas de ensino superior. Ademais, houve uma mudança no Enem de 2009 em diante nos

eixos cognitivos que serão abordados nesta pesquisa, conceituando os temas que entrelaçam as várias disciplinas abordadas na prova e exigindo do candidato uma contextualização e um domínio de leitura e interpretação de texto que são fundamentais para um bom desempenho. [4]

Outrossim, a pesquisa apresenta as questões da prova de Matemática e suas Tecnologias de forma detalhada relacionando cada questão à competência de área, habilidades e conteúdos dos últimos 10 anos. É fundamental que o candidato demonstre bom domínio da linguagem escrita e compreensão textual. A abordagem interdisciplinar da Matemática, que contextualiza os conteúdos, contribui significativamente para um melhor desempenho dos estudantes no exame.

Importante relatar as conexões entre competências e habilidades, nesse documento está relacionado ao levantamento dos últimos dez anos (2014 – 2023), contendo em separado as competências e habilidades que mais foram exigidas nessas provas com alguns conceitos estatísticos de centralidade como média, moda, mediana e medidas de dispersão (variância e desvio padrão). Assim, como todo ano o Enem se baseia em uma matriz de referência para realizar suas provas, ao fazer um levantamento desses documentos, o professor pode analisar quais os resultados obtidos naquele ano e aplicar isso a seus alunos. Pois, basear-se em uma matriz real para elaborar as provas pode contribuir, por exemplo, na identificação de gaps de aprendizado em determinada classe ou instituição. [1]

Além disso, as matrizes podem auxiliar no planejamento das suas aulas, onde o corpo docente pode reorganizar suas prioridades de conteúdo a partir do resultado das provas realizadas. E também, saber identificar as dificuldades de cada um dos alunos, é um ponto indispensável na hora da análise que o professor faz. Para tanto, pode-se realizar trabalhos em conjunto com os demais professores, com a finalidade do alinhamento do estudo, do uso e da aplicação da matriz de referência como aliado no acompanhamento dos alunos.

Outra situação abordada: como é calculado a nota final de um candidato no Enem? De um modo geral, os candidatos acreditam que todas as questões têm o mesmo peso. Nesta pesquisa conceituamos o TRI que é um conjunto de modelos matemáticos que busca representar a relação entre a probabilidade de o participante responder corretamente a uma questão, seu conhecimento na área em que está sendo avaliado e as características (parâmetros) dos itens, em outras palavras, a nota do Enem não leva em consideração apenas a quantidade bruta de erros e de acertos, e sim a TRI considera a particularidade

de cada questão da prova, basicamente, não beneficiar quem acerta a questão ao acaso (chute).

Portanto, essa dissertação traz dados estatísticos sociais dos últimos 6 anos do Exame Nacional do Ensino Médio – Enem, assim como o total de estudantes por cor, raça, região e outros; e mostra o desempenho desses na prova de Matemática. Além disso, ao sintonizar as perspectivas de todos os responsáveis pela educação de qualidade dentro da instituição, os alunos saem ganhando. Como também, pensar na preparação das aulas com base nos interesses dos estudantes é fator decisório para a sucesso na realização da prova.

2 Entendendo a Matriz do Enem

O que é a matriz de referência e quais as suas vantagens?

A matriz de referência é um documento estruturado com base no conteúdo que será exigido de um aluno em determinada prova e determina as competências e habilidades cobradas nesta, levando em consideração as habilidades de cada série e disciplina. Trata-se de uma medida que viabiliza melhoras no direcionamento dos estudantes para obter um bom desempenho. Quando as questões de uma prova são bem formuladas e indexadas a uma matriz é possível avaliar conhecimentos diversos e, principalmente, o nível individual de cada aluno.

Como funciona?

Fragmenta cada área (Linguagens, Matemática, Natureza e humanas) em subáreas (competências) acerca das quais são especificadas situações em que devem ser aplicadas (habilidades).

Por que estamos falando disso?

O professor, titular de uma turma que vai prestar vestibular, poderá embasa-se na matriz de referência que ajudará nos seus objetivos pedagógicos, afinal ela é uma das ferramentas que norteia o Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) para democratizar as oportunidades de acesso às vagas de ensino superior. Neste sentido, antes de qualquer dica, que fundamental esclarecer que as matrizes em momento algum substituirão as propostas curriculares ou objetivos pedagógicos, pois elas contemplam apenas questões pontuais.

Diante do exposto, todo ano o Enem baseia-se em uma matriz de referência para realizar suas provas, ao fazer um levantamento desses documentos, o professor pode analisar quais os resultados obtidos naquele ano e aplicar isso a seus alunos. Sendo assim, apoiar-se em uma matriz real para elaborar suas provas pode contribuir, por exemplo, na identificação de gaps de aprendizado em determinada classe ou instituição. Além disso, as matrizes podem auxiliar no planejamento das suas aulas, onde o corpo docente pode reorganizar suas prioridades de conteúdo a partir do resultado das provas realizadas, saber identificar as dificuldades de cada aluno da turma também é um ponto indispensável na hora da análise que o professor faz. Para tanto, pode-se realizar trabalhos em conjunto com os demais professores, a fim de alinhamento de estudos, do uso e da aplicação da matriz de referência como aliado no acompanhamento dos alunos. Além disso, ao sintonizar as perspectivas de todos os responsáveis pela educação de qualidade dentro da

instituição, os alunos serão beneficiados, então, pensar na preparação das aulas com base nos interesses e sucesso dos estudantes é fator decisório para a realização da prova.

Como ter acesso às matrizes de referência do Enem?

Através do portal do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa (INEP), qualquer pessoa tem acesso às matrizes de referência do Enem para cada área de conhecimento exigida na prova. O acesse ao Portal é imprescindível para conhecimento das questões o que facilita na preparação das aulas pautadas na matriz de referência, o que provavelmente logrará êxito na aprovação do exame, possibilitando ingressar em uma instituição de ensino superior de renome e qualidade.

[1]

3 Eixos cognitivos

Com a reformulação em 2009, o exame passou a contar com uma estrutura de quatro provas, contendo 45 questões objetivas de múltipla escolha e uma proposta de redação. As provas referem-se aos conhecimentos de: Prova I – Linguagens, Códigos e suas Tecnologias (Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Artes e Educação Física) e Redação (feita em Língua Portuguesa estruturada na forma de texto em prosa do tipo dissertativo-argumentativo, com base em tema de ordem social, científica, cultural ou política); Prova II – Matemática e suas Tecnologias; Prova III – Ciências humanas e suas tecnologias (História, Geografia, Filosofia e Sociologia); Prova IV – Ciências da Natureza e suas Tecnologias (Química, Física e Biologia).

Outro aspecto relevante é que a matriz de referência estruturou-se em cinco eixos cognitivos comuns a todas as áreas de conhecimento. São eles:

I. Dominar linguagens (DL): dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemáticas, artística e científica e das línguas espanhola e inglesa.

II. Compreender fenômenos (CF): construir e aplicar conceito das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processo histórico geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.

III. Enfrentar situações-problemas (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

IV. Construir argumentação (CA): relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente.

V. Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

[4]

4 Relação entre competências, habilidades e eixos cognitivos

Competência de área	DL	CF	SP	CA	EP
C1	H1	H2	H3	H4	H5
C2	H6	H7	H8	H9	-
C3	H10	H11	H12	H13	H14
C4	-	H15	H16	H17	H18
C5	H19	H20	H21	H22	H23
C6	-	-	H24	H25	H26
C7	-	H27	H28	H29	H30

[4]

5 Verbos que descrevem habilidades de diversas áreas na matriz de referência do Enem.

Verbos	Linguagens	Matemática	Ciências da Natureza	Ciências Humanas
Inferir	X			
Identificar	X	X	X	X
Reconhecer	X	X	X	X
Estabelecer	X			
Relacionar	X		X	X
Recorrer	X			
Utilizar	X	X	X	
Associar	X		X	X
Analisar	X		X	X
Resolver		X		
Avaliar		X	X	
Interpretar		X	X	X
Calcular		X		
Confrontar			X	
Dimensionar			X	
Selecionar			X	X
Compreender			X	
Caracterizar			X	
Comparar				X

[7]

Os verbos que se associam diretamente a matriz da prova de matemática no Enem são: Identificar, Reconhecer, Utilizar, Resolver, Avaliar, Interpretar e Calcular.

O objetivo principal do ensino médio é aprimorar os conhecimentos obtidos pelos estudantes no ensino fundamental I e II, além de prepará-los para o mercado de trabalho,

seja para ingressar imediatamente em uma profissão (possível com a união entre ensino médio e técnico) ou conseguir uma vaga numa Universidade e assim construir aos poucos uma carreira de nível superior.

Durante o ensino médio o adolescente já possui mais independência e está apto para tomar suas próprias decisões. Sendo assim, todo o esforço envolvendo os estudos deve partir dele e não dos professores que estão nas salas de aula prontos para ensinar e auxiliar no processo, então estudar nas horas vagas, desenvolver os trabalhos e pesquisas e investir no futuro profissional só o aluno pode fazer. Além disso, a adolescência é uma fase que envolve não só questões relacionadas aos estudos, mas também a personalidade do jovem. O ensino médio, é então, uma etapa que permite a criação e o fortalecimento de laços de amizade que podem até mesmo durar a vida toda, além de proporcionar atividades que envolvem o autoconhecimento e outras questões. [8]

Portanto, o Enem como prova de avaliação desse processo vem propor uma interação entre as disciplinas para proporcionar no decorrer da vida acadêmica do estudante uma melhor compreensão do mundo e de seus desafios, essa ideia é defendida pelo grande Piajet, suíço e um dos melhores pensadores do século XX que nos seus conceitos sobre psicologia da aprendizagem conforme segue:

> "[...] Piajet aposta na transdisciplinaridade, entendida como integração global das ciências, afirmando ser esta uma etapa posterior e mais integradora que a interdisciplinaridade, visto que, segundo o autor, alcançaria as interações entre investigações especializadas, no interior de um sistema total, sem fronteiras estáveis entre as disciplinas". [9]

6 Competências versus Habilidades

Competência de área 1 – Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.

H1 – Reconhecer, no contexto social, diferentes significados e representações dos números e operações – naturais, inteiros, racionais ou reais.

H2 – Identificar padrões numéricos ou princípios de contagem.

H3 – Resolver situação-problema envolvendo conhecimento numérico.

H4 – Avaliar a razoabilidade de um resultado numérico na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas.

H5 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos numéricos.

Competência de área 2 – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

H6 – Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

H7 – Identificar características de figuras planas ou espaciais.

H8 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.

H9 – Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 – Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.

H11 – Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.

H12 – Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.

H13 – Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.

H14 – Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Competência de área 4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H15 – Identificar a relação de dependência entre grandezas.

H16 – Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

H17 – Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.

H18 – Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Competência de área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

H19 – Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.

H20 – Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.

H21 – Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.

H22 – Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.

H23 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Competência de área 6 – Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

H24 – Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências.

H25 – Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

H26 – Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Competência de área 7 – Compreender o caráter aleatório e não determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística.

H27 – Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos.

H28 – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade.

H29 – Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação.

H30 – Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade**.**

[3]

7 Tabela com as questões do Enem (2014 - 2018)

As questões são classificadas por nível de dificuldade, numa escala de 0 a 10. Quanto maior o número, maior a complexidade. Por exemplo, a questão 150, com dificuldade 10, é considerada a mais desafiadora da prova.

Competência x Habilidade		Enem (2014 – 2018)					Conteúdo relacionado
		2014	2015	2016	2017	2018	
Comp. área 1	H1	177(4,5)	169(6), 177(5,5)	158(6,5)	164(5,5), 174(6,5)	164(8)	Análise Combinatória (PFC, permutações, arranjos e combinações), Matemática Básica (MMC, MDC, Fatoração, Sistema Decimal, operações numéricas), Regularidades (padrões, sequências, PA, PG), Porcentagem.
Comp. área 1	H2	151(9,5), 165(9)	170(8,5)	153(8,5), 157(8)	149(10)	149(7), 161(8,5)	
Comp. área 1	H3	138(5), 159(6)	152(8,5), 155(8,5)	168(8), 170(8,5)	152(7,5), 167(9)	160(6)	
Comp. área 1	H4	144(6), 180(8)	162(7,5)	164(6), 169(7)	161(8), 166(7)	137(7)	
Comp. área 1	H5	156(8)	146(8,5)	156(7)	138(7,5), 140(7)	142(8,5), 153(6)	
Comp. área 2	H6	-	168(8)	172(8), 178(4)	158(4,5)	155(6,5)	Geometria Plana (Triângulos, semelhança, relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo, quadriláteros, polígonos regulares, áreas), Geometria Espacial (Poliedros, projeção ortogonal, prisma, pirâmide, tronco de pirâmide,
Comp. área 2	H7	140(5,5)	148(6,5), 156(7,5)	162(9,5)	154(7)	139(7)	
Comp. área 2	H8	166(9,5), 171(7,5)	143(8), 151(7)	146(7,5), 165(5,5)	146(7), 157(8)	169(7,5), 179(8,5)	
Comp. área 2	H9	145(7)	140(8), 164(6,5)	159(8,5)	147(5,5), 163(8,5)	146(6,5)	

							cilindro, cone, tronco de cone, esfera).
Comp. área 3	H10	178(7)	153(7,5), 174(7)	177(5,5)	169(8)	136(6,5)	Escala (desenhos, mapas), conversão de unidades (sistema métrico decimal, sistema hexadecimal, áreas e volumes), medidas geométricas, proporção
Comp. área 3	H11	136(8), 160(7)	144(6)	176(7)	165(8)	141(7,5)	
Comp. área 3	H12	-	167(8,5)	161(7), 175(7,5)	137(9), 180(8,5)	170(10)	
Comp. área 3	H13	153(7,5)	161(7)	149(5)	139(9)	158(7)	
Comp. área 3	H14	158(8), 174(7,5)	163(7), 179(7,5)	166(8)	150(7)	175(8)	
Comp. área 4	H15	-	138(4,5)	137(8)	156(7,5)	174(9,5)	Proporção Inversa, Proporção Mista (direta e inversa), regra de Três Simples, Regra de Três Composta.
Comp. área 4	H16	168(8), 173(7,5)	173(6)	179(7,5)	143(8), 162(5,5)	152(7,5)	
Comp. área 4	H17	149(4)	147(8), 172(5,5)	142(8,5), 173(5,5)	151(8)	171(9)	
Comp. área 4	H18	146(8), 147(7), 179(5,5)	157(10)	154(10)	172(8,5)	165(9)	
Comp. área 5	H19	137(7), 167(9)	137(8), 159(7)	174(8,5)	144(9,5), 179(9)	138(7,5), 145(7,5)	Equações e Funções (Afim, Linear, Quadrática, Exponencial, Logarítmica, Trigonométrica), Análise de Fórmulas, Leitura de Gráficos, Geometria Analítica (Ponto, Reta e Circunferência no plano cartesiano)
Comp. área 5	H20	139(7,5), 157(6), 172(5)	141(5,5)	140(7), 163(7)	136(6,5)	151(7), 178(8,5)	
Comp. área 5	H21	175(7)	165(10), 145(9,5)	145(9), 152(8)	168(7,5), 176(8)	168(9), 172(8,5)	
Comp. área 5	H22	-	176(10), 171(8)	171(8)	160(9,5), 175(7,5)	148(9), 166(8,5)	
Comp. área 5	H23	164(5,5), 176(5,5)	136(8,5), 154(6)	155(7,5)	145(10)	177(9)	
Comp. área 6	H24	142(8)	139(8,5), 142(8,5)	143(7), 160(7,5)	141(4,5)	143(6)	Leitura, Interpretação e Inferência de dados fornecidos por meio de gráficos e tabelas, Representação de tabelas e
Comp. área 6	H25	141(6), 148(8)	150(7,5)	138(7), 151(8,5)	153(7,5), 173(9)	156(5,5), 167(6,5)	
Comp. área 6	H26	143(7,5)	178(4)	136(7), 139(7,5)	177(8), 178(7,5)	157(9), 173(7,5)	

							sistemas de equações por Matrizes.
Comp. área 7	H27	155(8,5)	160(7)	150(7), 180(6)	170(7)	154(7), 147(7)	Probabilidade (definição de probabilidade, união e intersecção de eventos, probabilidade condicional, diagrama de Venn), Estatística (Média Aritmética, Moda, Mediana, Variância e Desvio Padrão)
Comp. área 7	H28	152(9), 162(8,5)	149(9,5), 180(4)	147(9), 148(5)	142(8), 171(9,5)	162(7,5), 163(7,5)	
Comp. área 7	H29	161(7,5), 170(7)	175(9), 166(8,5)	141(7), 167(5)	155(6,5), 159(5)	140(9), 176(9,5)	
Comp. área 7	H30	150(7)	158(10)	144(8)	148(7,5)	180(9)	

[10]

7.1 Tabela com as questões do Enem (2019 - 2023)

As questões são classificadas por grau de dificuldade, de 0 a 10, sendo 10 o nível máximo. Por exemplo, a questão 150, com dificuldade 10, é considerada a mais difícil da prova.

Competência x Habilidade		ENEM (2019 – 2023)					Conteúdo relacionado
		2019	2020	2021	2022	2023	Análise Combinatória (PFC, permutações, arranjos e combinações), Matemática Básica (MMC, MDC, Fatoração, Sistema Decimal, operações numéricas), Regularidades (padrões, sequências, PA, PG), Porcentagem.
Comp. Área 1	H1	144(5), 148(4,5)	147(8), 149(4,5)	136(6), 137(6)	144(4,5), 159(7,5)	168(5)	
Comp. Área 1	H2	137(7,5), 159(7,5)	166(7), 170(8)	139(7,5), 179(7)	150(8), 177(8,5)	152(6), 159(5,5)	
Comp. Área 1	H3	157(6,5), 160(9,5)	142(8,5), 153(8,5), 176(7)	138(6,5), 140(7,5)	149(6,5), 161(9)	141(7)	
Comp. Área 1	H4	143(6), 168(8),	143(8)	142(6), 156(7,5)	140(6,5)	148(7,5), 163(8,5)	
Comp. Área 1	H5	141(7)	174(6,5)	143(6)	157(9)	151(6,5), 155(8,5)	

Comp. Área 2	H6	139(5)	159(4,5)	180(10)	178(8), 165(7), 141(5,5)	179(4,5)	Geometria Plana (Triângulos, semelhança, relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo, quadriláteros, polígonos regulares, áreas), Geometria Espacial (Poliedros, projeção ortogonal, prisma, pirâmide, tronco de pirâmide, cilindro, cone, tronco de cone, esfera).
Comp. Área 2	H7	161(8)	137(5,5), 158(7)	144(6,5), 145(8)	163(8)	174(7,5)	
Comp. Área 2	H8	171(7), 178(9)	168(7,5)	146(7,5), 147(8)	169(8)	164(8), 178(7,5)	
Comp. Área 2	H9	146(7,5), 174(7)	169(7)	152(7,5)	145(10), 142(7,5)	137(8), 147(7,5)	
Comp. Área 3	H10	167(7,5)	140(8)	149(8)	138(8)	143(8)	Escala (desenhos, mapas), conversão de unidades (sistema métrico decimal, sistema hexadecimal, áreas e volumes), medidas geométricas, proporção
Comp. Área 3	H11	162(8)	138(8), 150(8,5)	163(7)	179(8), 160(8,5)	138(7)	
Comp. Área 3	H12	151(7), 152(7,5)	165(7)	151(7,5)	137(7), 147(8)	146(8), 175(7)	
Comp. Área 3	H13	169(7,5)	152(8), 154(7)	148(7,5)	167(8,5)	-	
Comp. Área 3	H14	136(7,5)	175(7), 179(7), 180(9)	153(7,5)	148(8)	150(8)	
Comp. Área 4	H15	163(6,5)	-	154(6,5), 155(7,5)	172(7,5)	167(8,5)	Proporção Inversa, Proporção Mista (direta e inversa), regra de Três Simples, Regra de Três Composta.
Comp. Área 4	H16	155(7), 156(8,5)	161(7)	157(8), 158(8)		136(7)	
Comp. Área 4	H17	145(8,5)	146(6)	159(6)	156(9), 170(7,5)	173(4,5)	

Comp. Área 4	H18	179(8)	144(8), 148(8)	160(7,5)	154(9), 171(9)	140(7,5)	
Comp. Área 5	H19	170(6,5), 173(8,5)	145(7,5), 156(8,5)	176(7)		161(7), 171(6)	Equações e Funções (Afim, Linear, Quadrática, Exponencial, Logarítmica, Trigonométrica), Análise de Fórmulas, Leitura de Gráficos, Geometria Analítica (Ponto, Reta e Circunferência no plano cartesiano)
Comp. Área 5	H20	142(6), 147(5,5)	136(6,5), 171(5)	161(8)	139(7)	162(5,5), 176(4,5)	
Comp. Área 5	H21	140(8), 158(8), 180(10)	139(8,5)	162(10)	155(8)	180(7,5)	
Comp. Área 5	H22	-	157(7)	150(5,5)	174(9)	160(8)	
Comp. Área 5	H23	154(7,5)	177(7,5)	-	176(8)	156(6,5)	
Comp. Área 6	H24	153(5)	164(7,5)	164(8), 165(5,5)	164(5), 180(6,5)	144(7)	Leitura, Interpretação e Inferência de dados fornecidos por meio de gráficos e tabelas, Representação de tabelas e sistemas de equações por Matrizes.
Comp. Área 6	H25	138(8,5), 175(7,5)	155(6)	166(7), 168(6)	151(8), 168(5,5)	154(6,5)	
Comp. Área 6	H26	150(10), 177(7)	151(5), 167(6)	167(7,5), 170(6)	143(6,5), 146(5)	139(6)	
Comp. Área 7	H27	166(7,5)	162(6,5)	169(6,5), 171(7)	173(8), 153(7,5)	145(8), 165(6)	Probabilidade (definição de probabilidade, união e intersecção de eventos, probabilidade condicional, diagrama de Venn), Estatística (Média Aritmética, Moda, Mediana, Variância e Desvio Padrão)
Comp. Área 7	H28	165(6,5), 176(8,5)	163(6)	172(8), 173(7,5)	152(10)	149(6,5), 158(8)	
Comp. Área 7	H29	172(8)	160(6)	174(4,5), 175(7)	166(5,5)	157(8)	
Comp. Área 7	H30	164(8,5)	172(8)	177(8,5)	136(8)	166(8,5), 169(5,5)	

[10]

As tabelas dos itens 7 e 7.1 apresentam as questões da década de 2014-2023, classificadas de acordo com as sete competências de área, as trinta habilidades e os conteúdos matemáticos relacionados.

8 Exemplos de questões por competência, habilidades e eixos cognitivos

1) ENEM 2011 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 162) COMPETÊNCIA 1 – HABILIDADE 2 – EIXO COGNITIVO CF. O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

A) 38 000

B) 40 500

C) 41 000

D) 42 000

E) 48 000

[8]

2) ENEM 2013 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 158) COMPETÊNCIA 1 – HABILIDADE 3 - EIXO COGNITIVO SP. O contribuinte que vende mais de R$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado). Um contribuinte que vende por R$ 34 mil um lote de ações que custou R$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de:

A) R$ 900,00

B) R$ 1 200,00

C) R$ 2 100,00

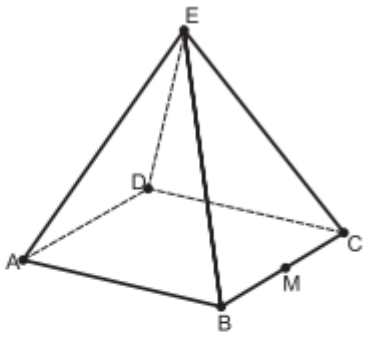
D) R$ 3 900,00

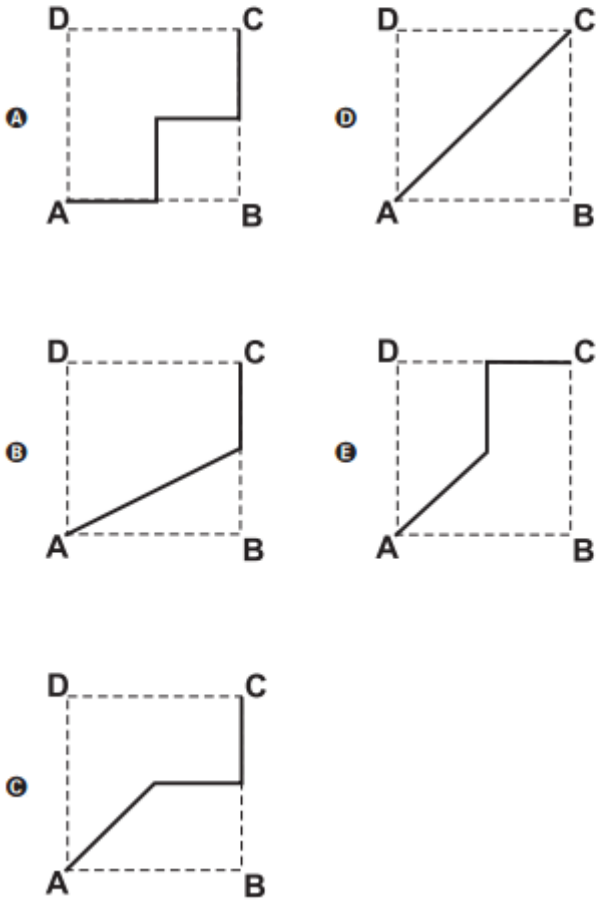
E) R$ 5 100,00

[8]

3) ENEM 2012 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 165) COMPETÊNCIA 2 – HABILIDADE 6 - EIXO COGNITIVO DL. João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria

desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide. O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C. O desenho que Bruno deve fazer é:

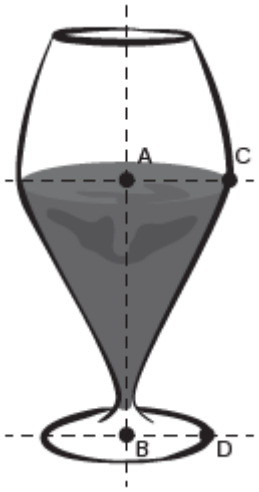




[8]

4) ENEM 2013 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 178) – COMPETÊNCIA 2 – HABILIDADE 8 - EIXO COGNITIVO SP. Um restaurante utiliza, para servir bebidas, bandejas com bases quadradas. Todos os copos desse restaurante têm o formato

representado na figura: Considere que BD AC. 5 7 = e que l é a medida de um dos lados da base da bandeja. Qual deve ser o menor valor da razão BD l para que uma bandeja tenha capacidade de portar exatamente quatro copos de uma só vez?



A) 2

B) $\frac{14}{5}$

C) 4

D) $\frac{24}{5}$

E) $\frac{28}{5}$

[8]

5) COMPETÊNCIA 3 – HABILIDADE 12 - EIXO COGNITIVO SP. Nos Estados Unidos a unidade de medida de volume mais utilizada em latas de refrigerante é a onça fluida (fl oz), que equivale a aproximadamente 2,95 centilitros (cl). Sabe-se que o centilitro é a centésima parte do litro e que a lata de refrigerante usualmente comercializada no Brasil tem capacidade de 355 ml. Assim, a medida do volume da lata de refrigerante de 355 ml, em onça fluida (fl oz), é mais próxima de:

A) 0,83

B) 1,20

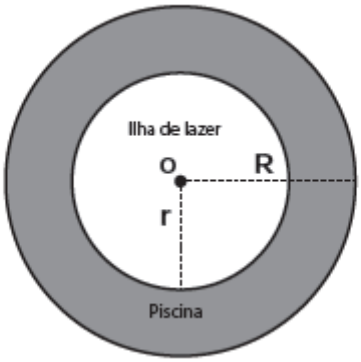
C) 12,03

D) 104,73

E) 120,34

[8]

6) ENEM 2013 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 157) COMPETÊNCIA 3 – HABILIDADE 14 - EIXO COGNITIVO EP. Num parque aquático existe uma piscina infantil na forma de um cilindro circular reto, de 1 m de profundidade e volume igual a 12 m3, cuja base tem raio R e centro O. Deseja-se construir uma ilha de lazer seca no interior dessa piscina, também na forma de um cilindro circular reto, cuja base estará no fundo da piscina e com centro da base coincidindo com o centro do fundo da piscina, conforme a figura. O raio da ilha de lazer será r. Deseja-se que após a construção dessa ilha, o espaço destinado à água na piscina tenha um volume de, no mínimo, 4 m³.



Considere 3 como valor aproximado para π. Para satisfazer as condições dadas, o raio máximo da ilha de lazer r, em metros, estará mais próximo de:

A) 1,6

B) 1,7

C) 2,0

D) 3,0

E) 3,8

[8]

7) ENEM 2011 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 166) COMPETÊNCIA 4 – HABILIDADE 16 - EIXO COGNITIVO SP. Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo. Época. 26 abr. 2010 (adaptado). Suponha que nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma 15proporção. De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a:

A) 4 mil

B) 9 mil

C) 21 mil

D) 35 mil

E) 39 mil

[8]

8) ENEM 2013 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 155) COMPETÊNCIA 4 – HABILIDADE 18 – EIXO COGNITIVO EP. Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente. A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a:

A) 2

B) 4

C) 5

D) 8

E) 9

[8]

9) ENEM 2013 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 171) COMPETÊNCIA 5 – HABILIDADE 19 - EIXO COGNITIVO DL. Na aferição de um novo semáforo, os tempos são ajustados de modo que, em cada ciclo completo (verde-amarelo-vermelho), a luz amarela permaneça acesa por 5 segundos, e o tempo em que a luz verde permaneça acesa seja igual a 3 2 do tempo em que a luz vermelha fique acesa. A luz verde fica acesa, em cada ciclo, durante X segundos e cada ciclo dura Y segundos. Qual é a expressão que representa a relação entre X e Y?

A) $5X - 3Y + 15 = 0$

B) $5X - 2Y + 10 = 0$

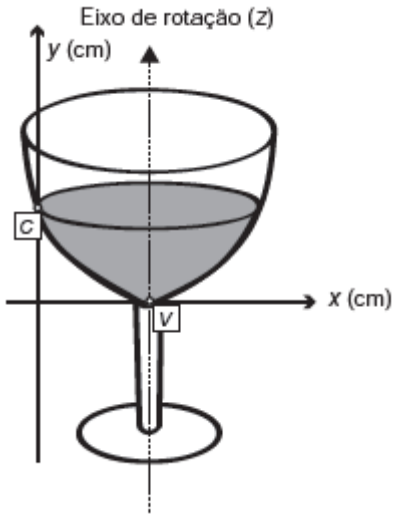
C) $3X - 3Y + 15 = 0$

D) $3X - 2Y + 15 = 0$

E) $3X - 2Y + 10 = 0$

[8]

10) ENEM 2013 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 152) COMPETÊNCIA 5 – HABILIDADE 21 - EIXO COGNITIVO SP. A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z, conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei: $F(x) = 3/2\ x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V, na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x. Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é:

a) 1

b) 2

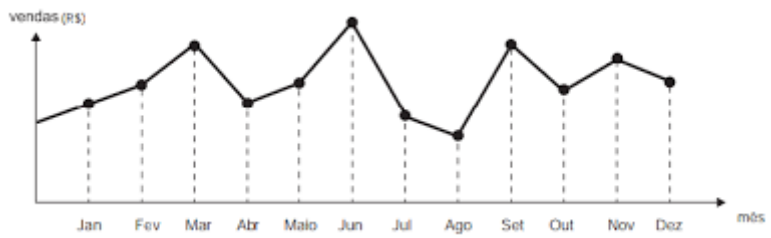
c) 4

d) 5

e) 6

[8]

11) ENEM 2012 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 148) COMPETÊNCIA 6 – HABILIDADE 24 - EIXO COGNITIVO SP. O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011. De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absolutas em 2011 foram:



A) março e abril

B) março e agosto

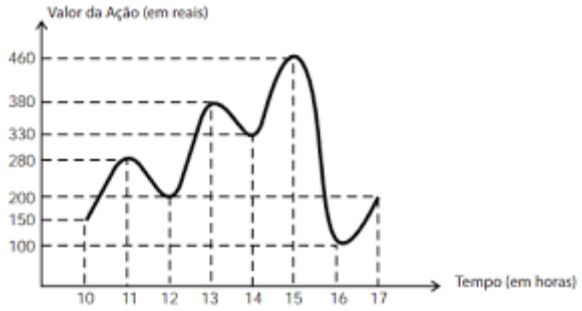
C) agosto e setembro

D) junho e setembro

E) junho e agosto

[8]

12) ENEM 2012 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 162) COMPETÊNCIA 6 – HABILIDADE 25 - EIXO COGNITIVO CA. O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

A) 1

B) 2

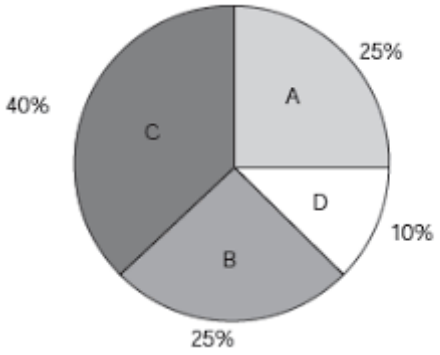
C) 3

D) 4

E) 5

[8]

13) ENEM 2013 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 162) COMPETÊNCIA 7 – HABILIDADE 27 - EIXO COGNITIVO CF. Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R$ 200,00; B = R$ 300,00; C = R$ 400,00 e D = R$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é:

A) 300,00

B) 345,00

C) 350,00

D) 375,00

E) 400,00

[8]

14) ENEM 2013 (CADERNO AZUL – QUESTÃO 169) COMPETÊNCIA 7 – HABILIDADE 29 - EIXO COGNITIVO CA. Considere o seguinte jogo de apostas: Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela. O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (R$)
6	2,00
7	12,00
8	40,00
9	125,00
10	250,00

Cinco apostadores, cada um com R$ 500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções: Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos; Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos; Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos; Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos; Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos. Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são:

A) Caio e Eduardo

B) Arthur e Eduardo

C) Bruno e Caio

D) Arthur e Bruno

E) Douglas e Eduardo

[8]

O item 8 apresenta 14 questões do ENEM (2011-2013) que ilustram como as 7 competências de área, 30 habilidades e 5 eixos cognitivos se aplicam na prática.

9 Competências e habilidades segundo a BNCC

O Conselho Nacional de Educação (CNE) institui as normas sobre a pratica da interdisciplinaridade como: “A transversalidade orienta para a necessidade de se instituir, na prática educativa, uma analogia entre apreender conhecimentos teoricamente sistematizados (apreender sobre a realidade) e as questões da vida real (aprender na realidade e da realidade). Dentro de uma compreensão interdisciplinar do conhecimento, a transversalidade tem significado, sendo uma proposta didática que possibilita o tratamento dos conhecimentos escolares de forma integrada. Assim, nessa abordagem, a gestão do conhecimento parte do pressuposto de que os sujeitos são agentes da arte de problematizar e interrogar, e buscam procedimentos interdisciplinares capazes de problematizar e interrogar, e buscam procedimentos interdisciplinares capazes de acender a chama do diálogo entre diferentes sujeitos, ciências, saberes e temas.” [5]

10 Objetos de conhecimento associados às Matrizes de Referências

Matemática e suas tecnologias

. Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.

. Conhecimentos geométricos: Características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escala; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de reta; simetria de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.

. Conhecimentos de estatística e probabilidade: Representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana) desvios e variância; noções de probabilidade.

. Conhecimentos algébricos: Gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e 2.º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

. Conhecimentos algébricos/geométricos: Plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

[3]

11 Total de Questões por Competência versus habilidades na década (2014 – 2023); dos itens 7 e 7.1:

Competência Área 1	H1	H2	H3	H4	H5
Total de questões.	15	18	19	16	13

Competência Área 2	H6	H7	H8	H9
Total de questões.	12	13	18	15

Competência Área 3	H10	H11	H12	H13	H14
Total de questões.	11	13	14	10	14

Competência Área 4	H15	H16	H17	H18
Total de questões.	9	13	13	14

Competência Área 5	H19	H20	H21	H22	H23
Total de questões.	16	17	16	11	11

Competência Área 6	H24	H25	H26
Total de questões.	14	17	17

Competência Área 7	H27	H28	H29	H30
Total de questões.	15	18	16	11

12 Total de Questões por Competência na década (2014 – 2023); do item 11:

Competências de área	Total de questões
C1	81
C2	58
C3	62
C4	49
C5	71
C6	48
C7	60

13 Total de questões por habilidades em ordem decrescente na década (2014 – 2023); do item 11:

Habilidades	Total de questões
H3	19
H2	18
H8	18
H28	18
H20	17
H25	17
H26	17
H4	16
H19	16
H21	16
H29	16
H1	15
H9	15
H27	15
H12	14
H14	14
H18	14
H24	14
H5	13
H7	13
H11	13
H16	13
H17	13
H6	12
H10	11
H22	11
H23	11
H30	11
H13	10
H15	9

14 Medidas de Tendência Central

A Estatística também é chamada de a Ciência das Médias, portanto vamos definir as medidas de posição que estão relacionadas a coleta de dados do ENEM da última década. Para isto torna-se necessário, após a tabulação dos resultados e da representação gráfica, encontrar valores que possam representar a distribuição como um todo. São as chamadas medidas de tendência central ou medidas de posição.

As medidas de posição ou também conhecidas como medidas de tendência central compõem-se de um número que representa um conjunto particular de informações. Geralmente se localizam em torno do centro da distribuição, onde a maior parte das observações tende a concentrar-se.

[9],[10]

14.1 Média aritmética Simples

Consiste em somar todas as observações ou medidas dividindo-se o resultado pelo número total de valores.

Seja x uma variável quantitativa e x_1, x_2, ..., x_n os valores assumidos por x. Define-se a média aritmética de x – indicada por ιlx – como a divisão da soma de todos esses valores pelo número de valores, isto é:

$$\iota|x = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n} = \frac{x1 + x2 + x3 + \ldots + xn}{n}$$

[9],[10]

14.2 Média aritmética das competências de área

Fazendo Média aritmética das competências de área do item 12 $_{ɥc}$:

$$_{ɥc} = \frac{[\sum xi]}{n}$$

$$_{ɥc} = \frac{C1 + C2 + C3 + C4 + C5 + C6 + C7}{7}$$

$$_{ɥc} = \frac{81 + 58 + 62 + 49 + 71 + 48 + 60}{7}$$

$$_{ɥc} = \frac{429}{7}$$

$_{ɥc} \cong 61{,}3$

Assim podemos considerar: as Competências C2, C3 e C7 bem próximas a média; as competências C1 e C5 acima da média e as competências C4 e C6 abaixo da média.

14.3 Média Aritmética das Habilidades

Fazendo Média Aritmética das Habilidades do item 13 $_{ɥh}$:

$$_{ɥh} = \frac{\sum xi}{n}$$

$$_{ɥh} = \frac{H1 + H2 + \ldots + H29 + H30}{30}$$

$$ɥh = \frac{15 + 18 + \ldots + 16 + 11}{30}$$

$$ɥh = \frac{429}{30}$$

$$ɥh = 14{,}3$$

Assim podemos considerar: as Habilidades H12, H14, H18 e H24 praticamente na média; as Habilidades H2, H3, H8, H20, H25, H26, H28 bem acima da média e as Habilidades H13 e H15 abaixo da média.

14.4 Mediana

É o valor central em um rol, ou seja, a mediana de um conjunto de valores ordenados, ou ainda a mediana divide a distribuição ao meio.

Mediana de valores brutos

Sejam $x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_n$ os n valores ordenados de uma variável x.

Ordenar os valores em ordem crescente (rol); verifica-se o número (n) de elementos é par ou ímpar; se n for ímpar, posição da mediana no conjunto será o valor localizado na posição dada por:

$$P = \frac{n+1}{2}$$

Se n for par, o conjunto terá dois valores centrais, neste caso, a mediana será igual a média aritmética dos valores centrais, cujas posições são dadas por:

$$P1 = \frac{n}{2} \quad e\ P2 = \frac{n}{2} + 1$$

Essa definição garante que a mediana seja um valor que divide o conjunto de dados em duas partes nas quais o número de elementos é o mesmo e de modo que o número de valores menores ou iguais à mediana seja igual ao número de valores maiores ou iguais a ela. [9],[10]

14.5 Mediana das competências de área

Escrevendo os valores por competência em ordem crescente do item 12 temos:

C6	C4	C2	C7	C3	C5	C1
48	49	58	60	62	71	81

Sendo a mediana o valor central por se tratar de quantidade ímpar de competências temos:

$P = \frac{n+1}{2}$ $e\ n = 7\ temos$:

$P = \frac{(7+1)}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Na posição $n = 4$, temos $C7 = 60$. Portanto a mediana das competências de área é 60.

14.6 Mediana das habilidades

Considerando a tabela do item 11. Escrevendo os valores por Habilidade em ordem crescente temos:

H15	H13	. . .	H2	H3
9	10	. . .	18	19

Como temos uma quantidade par de Habilidades ($n = 30$), temos a mediana:

$P1 = \frac{n}{2}$ $e\ P2 = \frac{n}{2} + 1$

$assim\ temos$:

$P1 = \frac{30}{2} = 15\ e\ P2 = \frac{30}{2} + 1 = 15 + 1 = 16$

Da tabela do item 11; posição 15 é 14 e na posição 16 também temos 14 daí:

$\text{Me} = \frac{(14+14)}{2} = \frac{28}{2} = 14$

$\text{Me} = 14$

Assim temos a mediana das Habilidades sendo H12, H14, H18 e H24.

14.7 Moda

Numa distribuição de frequência chamamos classe modal à classe que possui maior frequência. Como o ponto médio é representativo de qualquer classe de frequências, chamamos moda bruta ao ponto médio da classe modal.

Seja x uma variável quantitativa que assume os valores x_1, x_2, ..., x_k, com frequências absolutas iguais a n_1, n_2, ..., n_k, respectivamente. Se o máximo entre n_1, n_2, ..., n_k é igual a n_j, $j \in (1, 2, ..., k)$, dizemos que a moda – indicada por M_o – é igual ao valor x_j.

Ou seja:

A moda de um conjunto de valores corresponde ao valor que ocorre mais vezes. [9],[10]

14.8 Moda das competências de área

Nesse caso (tabela do item 11), todos os valores "aparecem" com a mesma frequência unitária. Assim, não há moda nessa distribuição.

14.9 Moda das Habilidades

As Habilidades H5, H7, H11, H16 e H17(tabela do item 12), tiveram a maior repetição de questões com 13 cada, nesse caso configurando a moda das 30 Habilidades da prova de Matemática do ENEM:

$\mathrm{Mo} = \mathrm{H5}, \mathrm{H7}, \mathrm{H11}, \mathrm{H16}, \mathrm{H17}.$

15 Medidas de Dispersão

Importantíssima na análise de dados, pois avaliam a variabilidade em torno da média. Verificaremos também que as medidas de dispersão avaliam a representatividade das medidas de posição.

[9],[10]

15.1 Variância

É a média quadrática das somas dos desvios em relação à média aritmética. É uma medida de dispersão bastante usada no meio científico.

Seja x uma variável quantitativa que assume os valores $x_1, x_2, \ldots, x_n$ e $\bar{x}$ a média aritmética correspondente a esses valores.

A variância desses valores – indicada por Var(x) é definida por:

$$\text{Var}(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(x1 - \bar{x}\right)^2}{n} = \frac{\left[\left(x1 - \bar{x}\right)^2 + \left(x2 - \bar{x}\right)^2 + \ldots + \left(xn - \bar{x}\right)^2\right]}{n}$$

Notemos que cada termo do numerador corresponde ao quadrado da diferença entre um valor observado e o valor médio. Essa diferença traduz o quanto um valor observado se distância do valor médio, sendo, portanto, uma medida do grau de variabilidade dos dados em estudo.

[9],[10]

15.2 Variância das competências de área

Seja a média das competências de área $\bar{c} \cong 61,3$; para facilitar faremos $\bar{c} = 61$ e $n = 7$, fazendo Variância das competências de área Var(c) temos:

$$Var(c) = \frac{\left[\left(C1 - \bar{c}\right)^2 + \left(C2 - \bar{c}\right)^2 + \ldots + \left(C7 - \bar{c}\right)^2\right]}{7}$$

$$Var(c) = \frac{\left[(81 - 61)^2 + (58 - 61)^2 + \ldots + (60 - 61)^2\right]}{7}$$

$$Var(c) = \frac{\left[(20)^2 + (-3)^2 + \ldots + (-1)^2\right]}{7}$$

$$Var(c) = \frac{\left[(400) + (9) + \ldots + (1)\right]}{7}$$

$$Var(c) = \frac{\left[(824)\right]}{7}$$

$Var(c) \cong 117{,}63$

15.3 Variância das Habilidades

Seja a média das habilidades $\mu h \cong 14{,}3$; para facilitar faremos $\mu h = 14$ e $n = 30$, fazendo Variância das Habilidades Var(h) temos:

$$Var(\mathrm{h}) = \frac{\left[\left(\mathrm{H1} - \mu\mathrm{h}\right)^2 + \left(\mathrm{H2} - \mu\mathrm{h}\right)^2 + \ldots + \left(\mathrm{H30} - \mu\mathrm{h}\right)^2\right]}{30}$$

$$Var(\mathrm{h}) = \frac{\left[(15 - 14)^2 + (18 - 14)^2 + \ldots + (11 - 14)^2\right]}{30}$$

$$Var(\mathrm{h}) = \frac{\left[(1)^2 + (4)^2 + \ldots + (-3)^2\right]}{30}$$

$$Var(\mathrm{h}) = \frac{[1 + 16 + \ldots + 9]}{30}$$

$$Var(\mathrm{h}) = \frac{[205]}{30}$$

$Var(\mathrm{h}) \cong 6{,}74$

15.4 Desvio Padrão

É a medida mais informativa da variação de dados. O desvio padrão nos fornece uma indicação do que ocorre entre os dois extremos. Portanto, o desvio padrão é a medida de quanto os valores observados variam em torno da média.

Seja $x_1, x_2, \ldots, x_n$ os valores assumidos por uma variável x. chamamos desvio padrão de x – indicado por DP(x) a raiz quadrada da variância de x:

$\mathrm{DP(x)} = \sqrt{\mathrm{Var(x)}}$

[9],[10]

15.5 Desvio Padrão das competências de área

Seja Desvio Padrão das competências de área DP(c):

$\mathrm{DP(c)} = \sqrt{\mathrm{Var(c)}}$ e $Var(c) \cong 117{,}63$

$\mathrm{DP(c)} = \sqrt{117{,}63}$ então $\mathrm{DP(c)} \cong 10{,}8459$

Assim o Desvio Padrão das competências de área é aproximadamente 10,8.

15.6 Desvio Padrão das habilidades

Seja Desvio Padrão das habilidades DP(h):

$\mathrm{DP(h)} = \sqrt{\mathrm{Var(h)}}$ e $Var(h) \cong 6{,}74$

$\mathrm{DP(h)} = \sqrt{6{,}74}$ então $\mathrm{DP(c)} \cong 2{,}5968$

Assim o Desvio Padrão habilidades é aproximadamente 2,6.

16 TRI - Teoria de Resposta ao Item

A Teoria de Resposta ao Item, a famosa TRI, é o algoritmo usado pelo ENEM para corrigir e dar nota às questões da prova. A Teoria é um modo de legitimar a prova e os conhecimentos dos alunos que a fazem e também é uma forma de impedir o chute.

Para o TRI funcionar, as 180 questões do Enem têm níveis FÁCIL – MÉDIO – DIFÍCIL. O algoritmo consegue identificar pelo padrão de erros e acertos do candidato, se ele acertou porquê de fato sabia – recebendo o ponto inteiro da questão – ou chutou – não recebendo a pontuação cheia.

Desse jeito, a nota final não depende só de número de acertos, e sim do nível de dificuldade das questões que você acertou e também das que errou.

E como esse nível de dificuldade é definido? Dá para o estudante adivinhar enquanto faz a prova? Não, não dá para descobrir, porque esse nível só é fechado pela banca do Enem quando os cartões-resposta estão sendo corrigidos.

As questões mais acertadas pelos candidatos entram no grupo das mais fáceis, tendo uma pontuação mais baixa. Enquanto as questões com uma taxa baixa de acertos são consideradas mais difíceis e têm um valor maior.

Nessa lógica, as questões de nível médio têm mais ou menos 50% de acerto e de erro. A sua pontuação será entre o valor da mais baixa e da mais alta.

Mas por que o Enem usa a TRI?

O primeiro motivo pelo qual o MEC usa o TRI para dar a nota é: imagina se uma prova que é feira por milhões de pessoas tivesse uma contagem de pontos só de certo e de errado, um monte de gente teria notas iguais, né? E o trabalhão para desempatar por "15679" critérios? Fica quase impossível fazer isso tudo até janeiro, já que a prova normalmente é no início de novembro.

O segundo motivo é para evitar o chute. Como falamos lá no primeiro tópico, o chute representa acertar uma questão na sorte, sem ter estudado de verdade.

Usando a TRI, o exame reforça a importância de realmente adquirir o conhecimento que será cobrado e acertar porque realmente o estudante sabe, porque estudou, porque treinou e tem certeza daquela resposta – e não por uma questão de sorte. [11]

17 Análise de dados Enem 2018 – 2023

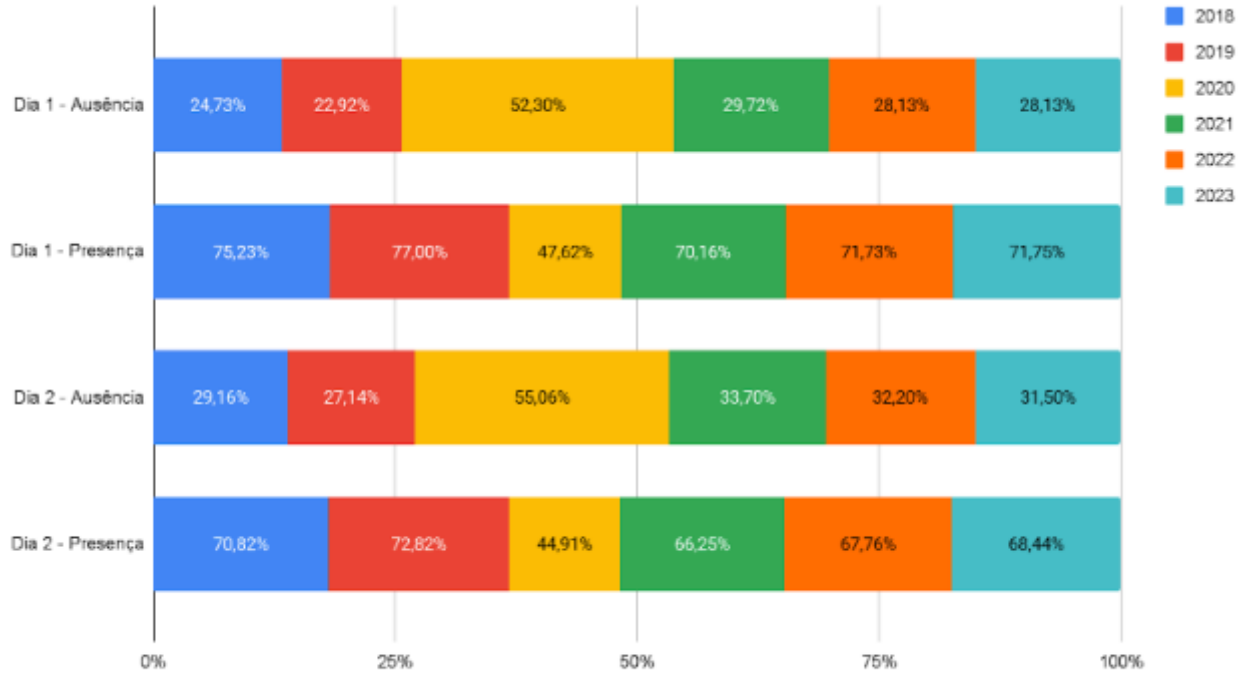
Aqui representamos dados e relatório estatísticos referente aos últimos 6 anos do Exame Nacional do Ensino Médio.

A tabela a seguir apresenta a quantidade de inscritos em cada ano do exame. Uma primeira análise dessas informações mostra uma queda de quase 2,5 milhões de inscritos em 2021 em decorrência da pandemia. Com a quarentena imposta no ano de 2020 ainda tivemos um grande número de inscrições no mesmo ano, porém no ano seguinte, quando as atividades foram retomadas, tivemos o maior impacto nas inscrições. As edições de 2022 e 2023 começaram a recuperar a quantidade de inscritos mas ainda sem o mesmo volume de 2019, ano anterior a pandemia. Os dias de prova apresentam uma média de 69% no primeiro dia e 65% no segundo dia.

Ano	Inscritos
2018	5.513.733
2019	5.095.171
2020	5.783.109
2021	3.389.832
2022	3.476.105
2023	3.933.955

[12]

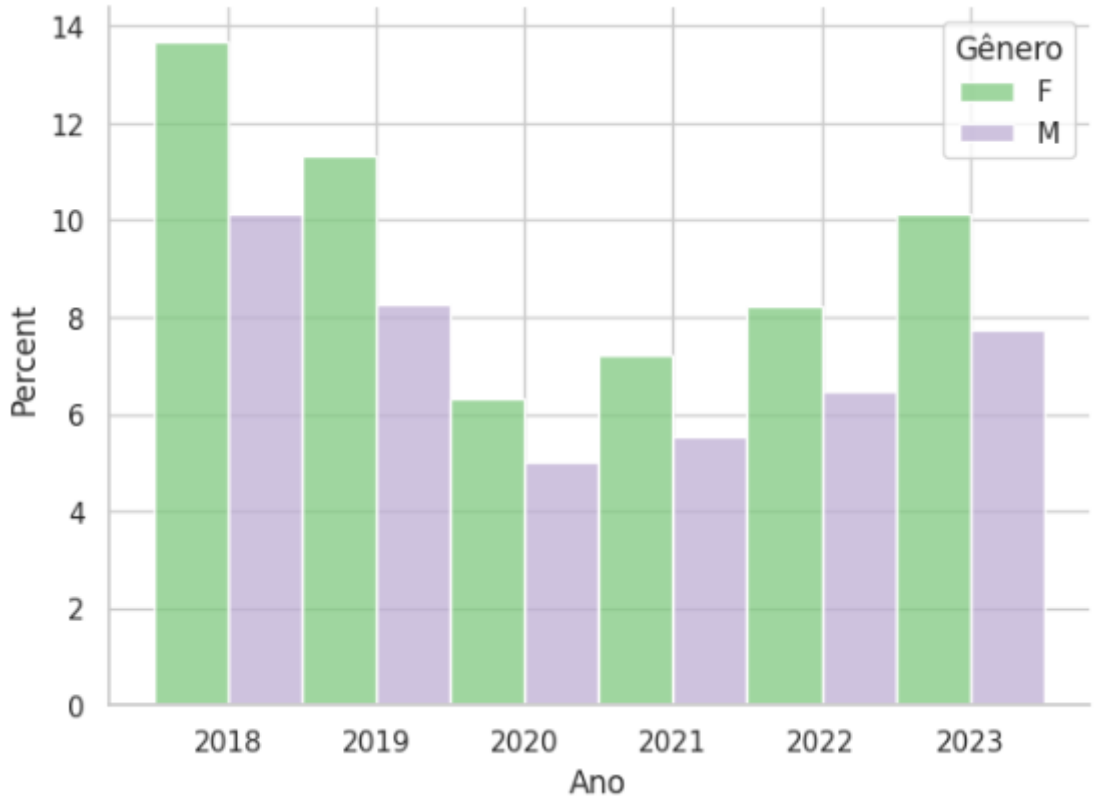
A figura a seguir mostra que o ano de 2020 teve uma abstenção de mais de 50% nos dois dias de exame. A recente volta das restrições de circulação da quarentena e o receio de contaminação no ambiente da prova, em uma sala com outros candidatos, ´podem explicar este fato. Calculando o volume de ausências no segundo dia de provas, temos o número de 3.184.180 candidatos que não compareceram.



[12]

17.1 Candidatos Enem por gênero

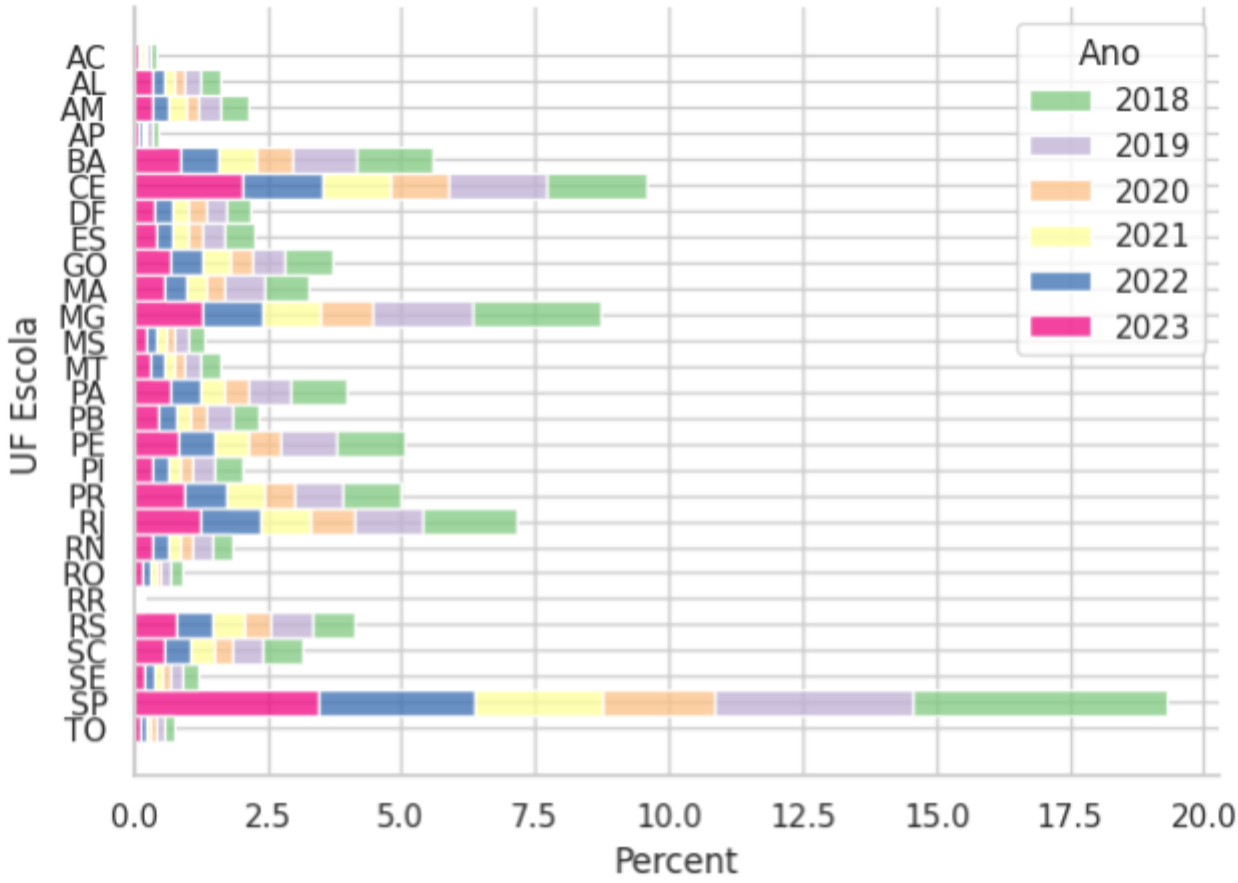
O concurso tem a maioria dos candidatos do gênero feminino. A figura a seguir apresenta os percentuais de candidatos por gênero em cada um dos concursos. A maior diferença entre os gêneros foi no ano de 2018 quando o percentual foi de quase 4% a mais.



[12]

17.2 Candidatos Enem por Unidade da Federação

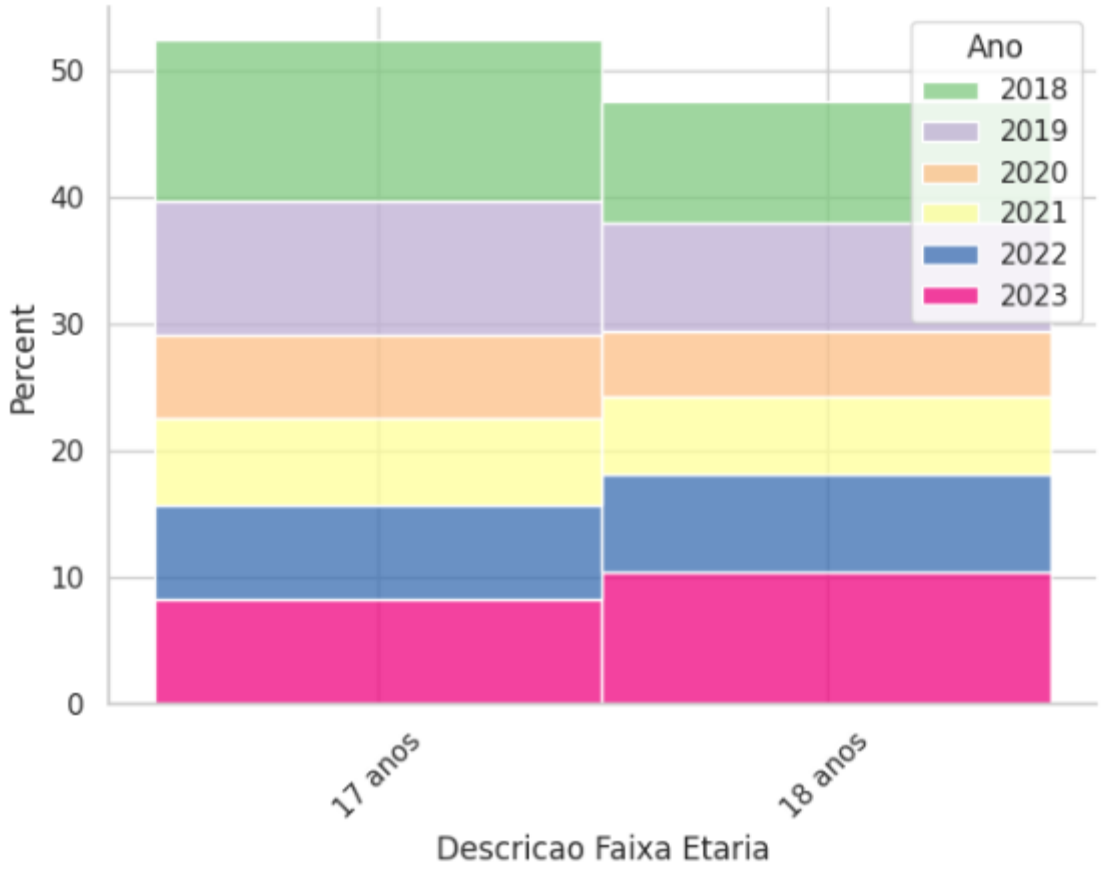
Os estados com maior participação de candidatos são: São Paulo, Ceará, Minas Gerais, Rio de Janeiro e Bahia. Na figura a seguir temos o percentual de participantes em cada uma das edições e, excetuando o Ceará, temos relação direta com a densidade demográfica do país. Uma justificativa para essa posição é a longevidade dos programas de incentivo a educação no estado.



[12]

17.3 Candidatos Enem por faixa-etária

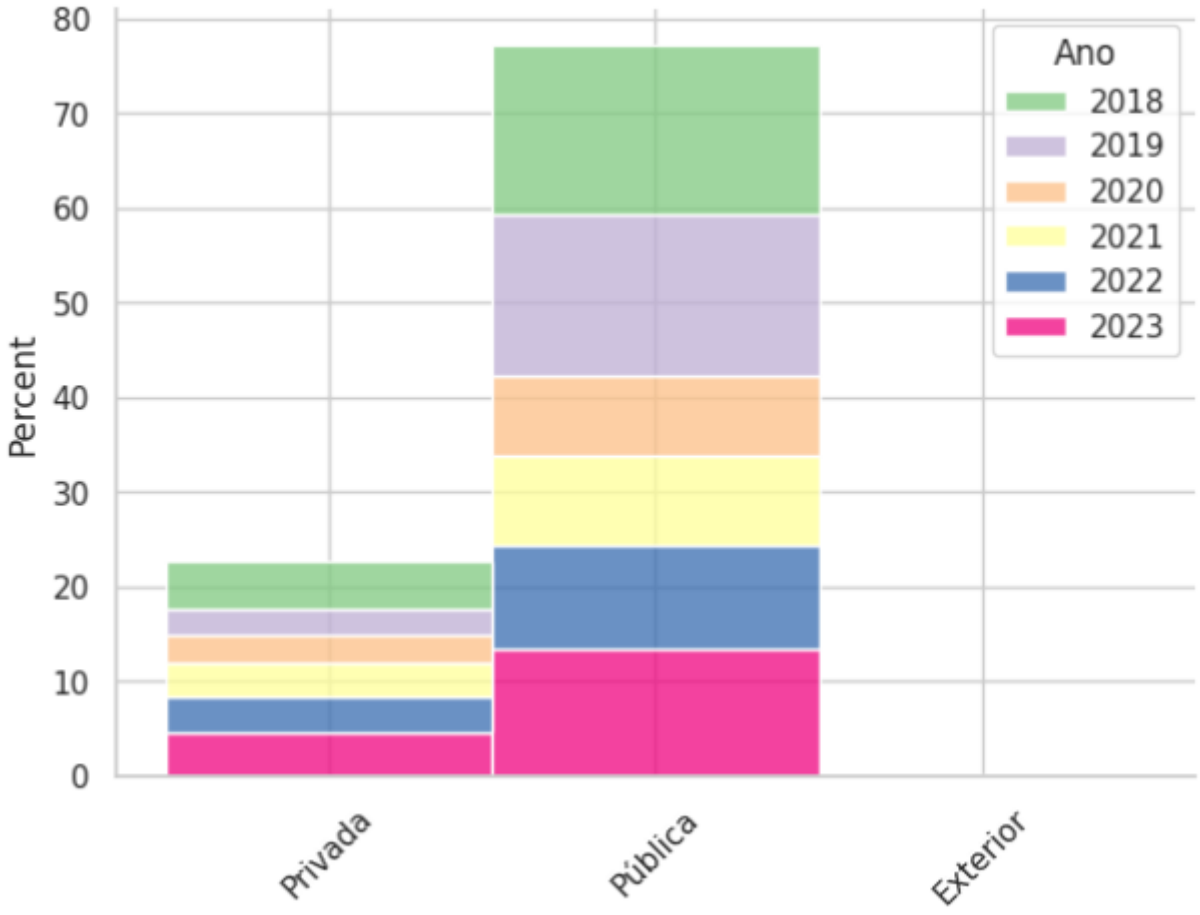
O exame é realizado majoritariamente por candidatos com 17 ou 18 anos. Na distribuição das faixas etárias do concurso, mais de 97% dos candidatos estão nas faixas de 17 ou 18 anos. Observando os extremos, aparecem candidatos menores que 17 anos e maiores que 70 anos.



[12]

17.4 Candidatos Enem por tipo de escola

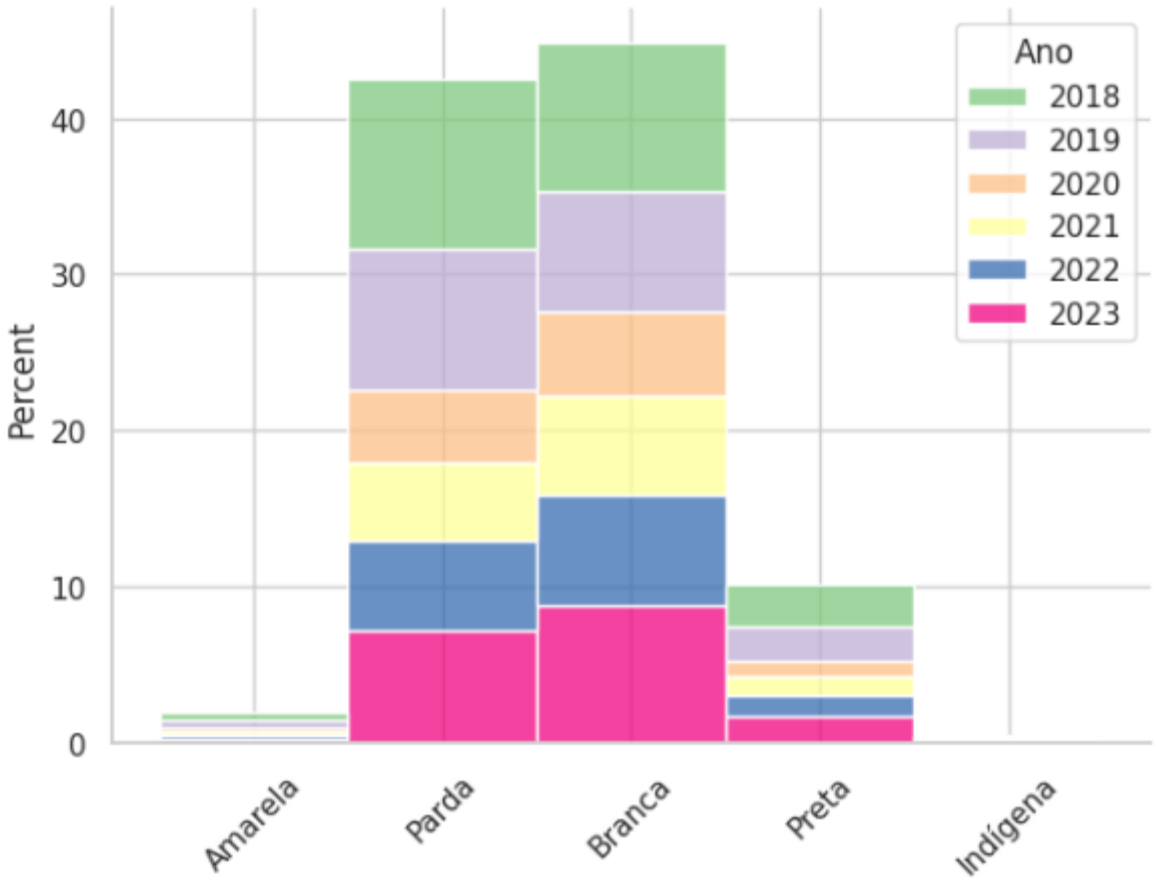
Em relação ao tipo de escola que o candidato estudou temos a predominância dos oriundos de escolas públicas. A figura a seguir mostra que quase 80% dos candidatos são de escolas públicas. Esta distribuição se aproxima da distribuição média dos tipos de escolas no Brasil.



[12]

17.5 Candidatos Enem por Cor/Raça

Os candidatos estão majoritariamente concentrados entre a cor/raça Branca e parda. A figura a seguir apresenta o maior percentual é de candidatos Brancos, seguidos bem próximo do percentual de Pardos. Os candidatos Negros representam 10% do total, há um pequeno percentual de Amarelos e um traço de Indígenas.



[12]

Os itens 17.1 a 17.5 oferecem uma análise detalhada do perfil demográfico dos candidatos do ENEM nos últimos 6 anos. Essa análise abrange aspectos como faixa etária, gênero, distribuição geográfica por estado, tipo de escola (pública ou privada) e cor/raça, proporcionando um panorama abrangente da diversidade dos participantes.

18 Desempenho nas áreas de conhecimento

Observando o desempenho dos candidatos nos seis concursos nos permite estabelecer um ponto de controle para uma comparação do desempenho em cada um dos anos.

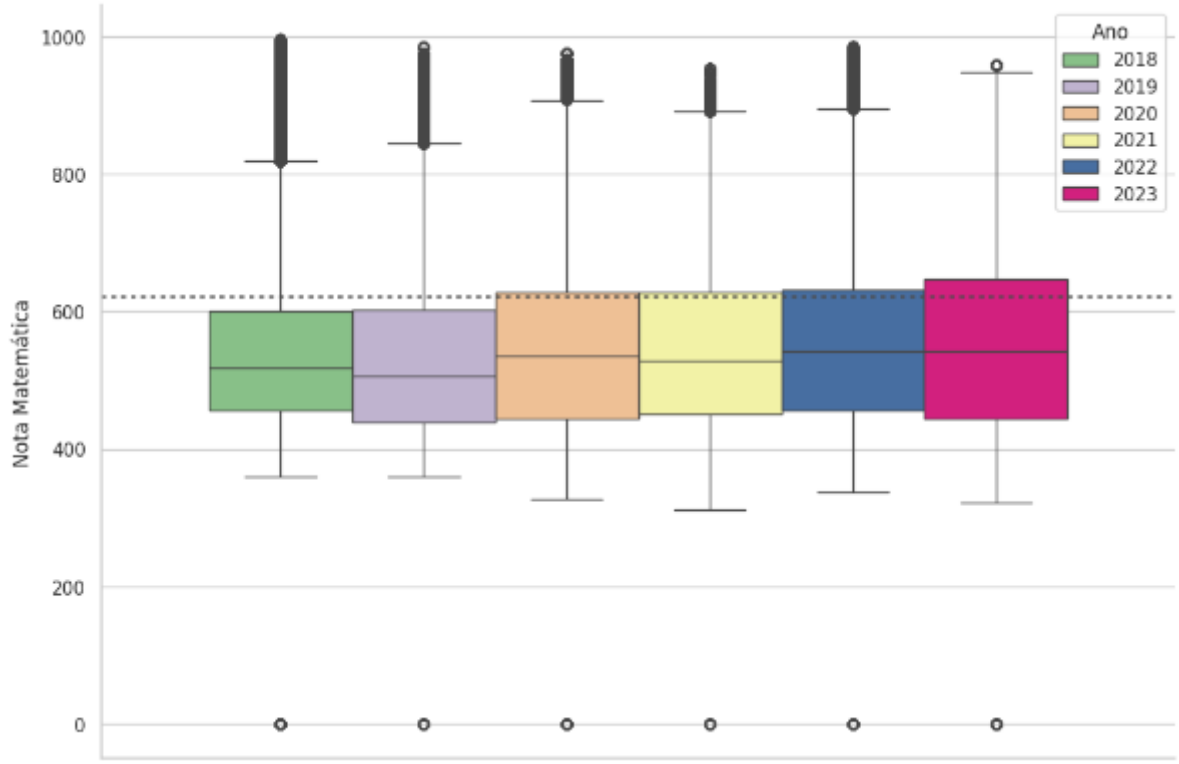
Para análise desse desempenho foi calculada a média, o desvio padrão e identificamos os valores de referência que dividem os dados em quatro partes iguais (quartil). Assim, os valores que aparecem nas colunas 25%, 50%, 75% e Max representam o valor que divide o primeiro, segundo, terceiro e quarto quartil, respectivamente. A tabela a seguir apresenta os dados de desempenho calculados para os concursos realizados entre 2018 e 2023.

Área do Conhecimento	Média	Desvio Padrão	25%	50%	75%	Max
Linguagens e Códigos	522,00	72,78	475,40	528,20	574,10	820,80
Ciências Humanas	532,44	86,84	471,00	537,40	586,70	862,60
Ciências da Natureza	492,29	78,74	432,40	485,30	547,40	875,30
Matemática	540,41	115,23	448,80	525,10	622,00	996,10
Redação	598,78	204,66	480,00	600,00	740,00	1000,00

[12]

18.1 Desempenho em Matemática nos exames

A figura a seguir mostra o desempenho dos candidatos em Matemática. A linha pontilhada representa a nota do terceiro quartil do desempenho geral que equivale a 622,00. A média global dos concursos melhorou, porém sem um comportamento regular de crescimento. O ano de 2019 teve o pior desempenho e o ano de 2023 o melhor.



[12]

19 Considerações Finais

A pesquisa revela que o ENEM tem valorizado cada vez mais a interdisciplinaridade nas questões de Matemática. Essa tendência indica a necessidade de uma mudança de paradigma no ensino da disciplina, que deve se conectar a outras áreas do conhecimento. Ao adotar uma abordagem interdisciplinar, professores podem proporcionar aos alunos uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos matemáticos, além de prepará-los de forma mais eficaz para os desafios do exame. Sugere-se que os docentes incorporem projetos interdisciplinares em suas aulas, promovendo a resolução de problemas reais e a aplicação da Matemática em diferentes contextos.

O texto enfatiza a necessidade de desenvolver habilidades interdisciplinares para ter sucesso no ENEM. As questões do exame não se limitam a avaliar o conhecimento isolado de cada disciplina, mas exigem que os estudantes integrem informações de diferentes áreas. Ao resolver uma questão de matemática, por exemplo, o aluno precisa interpretar textos, analisar dados apresentados em gráficos e aplicar conceitos matemáticos, demonstrando assim sua capacidade de resolver problemas complexos e contextualizados.

O conhecimento estatístico sobre as questões do ENEM permite que os professores do ensino básico planejem suas aulas de forma mais eficiente, priorizando os conteúdos de matemática básica que são mais frequentemente cobrados no exame. Dessa forma, os estudantes estarão melhor preparados para enfrentar os desafios do ENEM e alcançar um bom desempenho.

20 Referências

[1] https://provafacilnaweb.com.br/blog/matriz-de-referencia-do-enem/

[2] https://arq.ifsp.edu.br/eventos/files/pdfs/SEMATED_2017_T6.pdf

[3] https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/2009_2010.pdf

[4] https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf

[5] https://www2.carmensalles.com.br/site/attachments/article/74/competencias

[6] https://pt.wikipedia.org/wiki/Base_Nacional_Comum_Curricular

[7]_https://www.academia.edu/31061747/Uma_an%C3%A1lise_da_matriz_de_refer%C3%AAncia_e_das_provas_do_Enem_Multimodalidade_em_foco

[8]_https://www2.carmensalles.com.br/site/attachments/article/74/competencias-habilidades-matematicas-enem.pdf

[9] https://ccse.uepa.br/downloads/material_2010/LIVRO_ESTATISTICA.pdf

[10] Iezzi, Gelson Fundamentos de matemática elementar, Volume 11, Editora Moderna, Ano 2006.

[11]_https://www.gov.br/secom/pt-br/assuntos/noticias/2021/10/veja-como-funciona-a-metodologia-da-teoria-de-resposta-ao-item-tri

[12]_https://conteudos.qedu.org.br/analise-de-dados-enem-2018-2023-resultados-preliminares/