Fernanda Maria da Silva Fernandes

A aplicação da metodologia de Resolução de Problemas no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Poliedros da Geometria Espacial

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

Dezembro de 2024

Fernanda Maria da Silva Fernandes

A aplicação da metodologia de Resolução de Problemas no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Poliedros da Geometria Espacial

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Orientador: Profª. Drª. Elba Orocia Bravo Asenjo

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE
DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ
Dezembro de 2024

Fernanda Maria da Silva Fernandes

A aplicação da metodologia de Resolução de Problemas no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Poliedros da Geometria Espacial

"Dissertação apresentada ao Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática."

Trabalho aprovado. Campos dos Goytacazes, RJ, Brasil, 11 de dezembro de 2024:

Prof. Roger Ruben Huaman Huanca
D. Sc. - UEPB

Prof. Ausberto Silverio Castro Vera
D. Sc. - UENF

Prof. Luis Humberto Guillermo Felipe
D. Sc. - UENF

Elba Orocla Bravo Asenjo
D. Sc. - UENF
(ORIENTADORA)

Dedico esta dissertação a Deus, pela força e orientação em todos os momentos desta jornada, ao meu marido Antônio Carlos, à minha tia Francy, aos meus filhos João Vítor e Daniel. Aos meus alunos, que ao longo desses anos de magistério, me ensinaram muito mais do que eu pude ensinar a eles.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pela força, sabedoria e orientação em todos os momentos desta jornada.

Ao meu querido marido, por seu amor incondicional, paciência e apoio constante, que me incentivaram a seguir em frente mesmo nos momentos mais desafiadores.

Aos meus filhos, que são a fonte de minha inspiração e alegria diária. Seu carinho e compreensão me motivaram a nunca desistir dos meus sonhos.

À minha tia, pelo encorajamento, pelos conselhos sábios e por sempre acreditar em mim. Sua presença em minha vida é um presente inestimável.

Aos professores do PROFMAT-UENF pela contribuição à minha formação.

À minha orientadora, Elba Orocia Bravo Asenjo, pela dedicação, paciência e orientação ao longo deste trabalho. Sua sabedoria e experiência foram fundamentais para o meu crescimento acadêmico e profissional.

Aos meus colegas de turma, agradeço profundamente pelo apoio mútuo e pela força que compartilhamos ao longo dessa jornada. Juntos, enfrentamos e superamos muitas dificuldades, e essa solidariedade foi fundamental para o nosso sucesso.

A todos vocês, meu mais profundo agradecimento e amor eterno.

"Mestre não é quem sempre ensina,
mas quem de repente aprende."
João Guimarães Rosa

Resumo

Percebe-se que, no ensino da Geometria Espacial, muitos alunos apresentam dificuldades em compreender conceitos abstratos, como os relacionados aos poliedros, e em aplicá-los em contextos práticos. A abordagem tradicional, muitas vezes focada na memorização de fórmulas e procedimentos, não parece promover uma compreensão profunda e significativa dos conteúdos. Assim sendo, o objetivo deste trabalho é verificar a eficácia da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na construção de conceitos de Geometria Espacial para alunos da 2ª série do Ensino Médio da escola pública. Os procedimentos de coleta de dados foram a observação e o registro das produções dos alunos geradas no desenvolvimento de cada situação-problema abordando os conceitos de poliedros e não poliedros, face, aresta, vértice (Relação de Euler), área lateral, total e volume dos prismas, área lateral, total e volume das pirâmides. Trata-se de uma abordagem educacional em que o pioneiro a valorizar a resolução de problemas foi Polya (1978) e, sua proposta era tornar os estudantes de Matemática bons resolvedores de problemas. Houve avanços e recuos em relação a essa metodologia e muitos colaboraram para isto, entre eles: Walle (2000) e Onuchic et al. (2014), colocando o aluno no centro do processo de aprendizagem, incentivando-o a ser um aprendiz ativo e autônomo. O pressuposto teórico que fundamenta a pesquisa foi apoiado nas etapas da metodologia de Resolução de Problemas no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação proposta por Onuchic e Allevato (2011). Os resultados da análise dão indicativo de que a Metodologia Resolução de Problemas no Ensino-Aprendizagem-Avaliação pode constituir um diferencial para o ensino de Poliedros da Geometria Espacial, pois favorece um ambiente motivador e desafiador, ao mesmo tempo em que propicia condições necessárias para o envolvimento ativo do aluno no processo de construção de seu conhecimento. Também pode-se perceber que a Metodologia da Resolução de Problemas pode contribuir tanto para o desenvolvimento do pensamento e raciocínio geométricos, com vistas a uma evolução significativa dos rendimentos qualitativos e quantitativos.

Palavras-chave: Metodologia Resolução de Problemas; Geometria Espacial; Poliedros.

Abstract

It is observed that, in the teaching of Spatial Geometry, many students have difficulties in understanding abstract concepts, such as those related to polyhedra, and in applying them in practical contexts. The traditional approach, often focused on memorizing formulas and procedures, does not seem to promote a deep and meaningful understanding of the content. Therefore, the objective of this work is to verify the effectiveness of the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving in the construction of Spatial Geometry concepts for 2nd-year high school students in public schools. The data collection procedures were the observation and recording of students' productions generated in the development of each problem situation addressing the concepts of polyhedra and non-polyhedra, face, edge, vertex (Euler's Relation), lateral area, total area, and volume of prisms, lateral area, total area, and volume of pyramids. It is an educational approach in which the pioneer in valuing problem-solving was Polya (1978), and his proposal was to make Mathematics students good problem solvers. There have been advances and setbacks regarding this methodology, and many have contributed to this, including Walle (2000) and Onuchic et al. (2014), placing the student at the center of the learning process, encouraging them to be active and autonomous learners. The theoretical assumption that underpins the research was supported by the stages of the Problem Solving methodology in the Teaching-Learning-Assessment process proposed by Onuchic e Allevato (2011). The analysis results indicate that the Problem Solving Methodology in Teaching-Learning-Assessment can constitute a differential for the teaching of Polyhedra in Spatial Geometry, as it fosters a motivating and challenging environment while providing the necessary conditions for the active involvement of the student in the process of constructing their knowledge. It can also be seen that the Problem-Solving Methodology can contribute both to the development of geometric thinking and reasoning, aiming at a significant evolution of qualitative and quantitative performance.

Key-words: Problem Solving Methodology; Spatial Geometry; Polyhedrons.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Poliedros Convexo e Côncavo 36
Figura 2 – Não Poliedro 36
Figura 3 – Elementos de uma pirâmide 40
Figura 4 – Apótema de uma pirâmide 40
Figura 5 – Pirâmide qualquer 40
Figura 6 – Figuras planas e espaciais 47
Figura 7 – Separando poliedros de não poliedros 55
Figura 8 – Sólidos platônicos produzidos pelos alunos 56
Figura 9 – Encontro 3 - Questão 9 resposta certa e errada 58
Figura 10 – Embalagens antes do cálculo da área 59
Figura 11 – Embalagens depois do cálculo da área 59
Figura 12 – Encontro 4 - Grupo 1 acertou todos os cálculos da área lateral e total do prisma 61
Figura 13 – Grupo 3 apresentando os cálculos da questão 3 61
Figura 14 – Encontro 5 - Questão 7 - resposta correta 62
Figura 15 – Encontro 5 - Questão 7 - resposta incorreta 62
Figura 16 – Grupo 3 medindo volume do prisma triangular regular 63
Figura 17 – Grupo 5 medindo volume do prisma hexagonal regular 64
Figura 18 – Encontro 7 - Questão 5 - resposta incorreta 65
Figura 19 – Encontro 7 - Questão 5 - resposta correta 66
Figura 20 – Pirâmides montadas pelos grupos 67
Figura 21 – Forrando a pirâmide quadrangular, estratégia para o cálculo da área lateral e total 67
Figura 22 – Pirâmides após o cálculo da área 68
Figura 23 – Encontro 9 - Questão 4 - resposta correta 69
Figura 24 – Encontro 9 - Questão 4 - resposta incorreta 69
Figura 25 – Encontro 10 - Prismas e pirâmides com mesma base e mesma altura 69
Figura 26 – Medindo o volume 70
Figura 27 – Encontro 11 - Questão 1 - cálculo incorreto 71
Figura 28 – Encontro 11 - Questão 1 - cálculo e resposta corretos 72
Figura 29 – Encontro 12 - Estratégia de desenhar o sólido 72

Figura 30 – Encontro 12 - Estratégia de numerar e reproduzir planificações . . . 73
Figura 31 – Encontro 12 - Estratégia de numerar 73
Figura 32 – Encontro 12 - Colagem incorreta no Álbum de Figurinhas 74
Figura 33 – Encontro 12 - Colagem incorreta no Álbum de Figurinhas 74
Figura 34 – Satisfação dos alunos por encontro - Parte 1 78
Figura 35 – Satisfação dos alunos por encontro - Parte 2 79

Lista de tabelas

Tabela 1 – Distribuição da sequência de atividades 46
Tabela 2 – Acertos na atividade do Encontro 1 56
Tabela 3 – Acertos na atividade do Encontro 2 57
Tabela 4 – Acertos na atividade do Encontro 3 58
Tabela 5 – Acertos na atividade do Encontro 4 60
Tabela 6 – Acertos na atividade do Encontro 5 60
Tabela 7 – Acertos na atividade do Encontro 6 64
Tabela 8 – Acertos na atividade das Encontro 7 65
Tabela 9 – Acertos na atividade do Encontro 8 68
Tabela 10 – Acertos na atividade do Encontro 9 68
Tabela 11 – Acertos na atividade das Encontro 10 71
Tabela 12 – Acertos na atividade das Encontro 11 71
Tabela 13 – Tabela de Acertos no Álbum do Encontro 12 76
Tabela 14 – Média percentual de Acertos nas 12 atividades deste projeto 77

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Problemática	14
1.2	Objetivos	14
1.3	Justificativa	14
1.4	Estrutura da Dissertação	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1	Trilhando pelos caminhos das Metodologias Ativas	16
2.2	Os Tipos de Metodologias Ativas na literatura	19
2.3	Desafios da implementação das Metodologias Ativas	25
2.4	Metodologia Resolução de Problemas	27
2.4.1	Definições matemáticas	34
2.4.2	Relação de Euler	41
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	43
3.1	Metodologia da Pesquisa	43
3.2	Autorização para a pesquisa	44
3.3	Sujeitos da pesquisa	44
3.4	Instrumentos de pesquisa	45
3.5	Elaboração da Sequência Didática	45
3.6	Detalhamento das atividades indicadas na Tabela 1	46
3.6.1	Encontro 1 - Introdução à Geometria Espacial	46
3.6.2	Encontro 2 - Planificação Poliedros de Platão - Relação de Euler	48
3.6.3	Encontro 3 - Exercício de Fixação sobre a introdução de Geometria Espacial, sólidos de Platão e Relação de Euler	48
3.6.4	Encontro 4 - Área Lateral e Total dos Prismas	49
3.6.5	Encontro 5 - Exercícios de Fixação Área Lateral e Total dos Prismas	49
3.6.6	Encontro 6 - Volume dos Prismas	49
3.6.7	Encontro 7 - Exercícios de Fixação Volume dos Prismas	50
3.6.8	Encontro 8 - Área Lateral e Total das Pirâmides	50
3.6.9	Encontro 9 - Exercícios de Fixação Área Lateral e Total das Pirâmides	51
3.6.10	Encontro 10 - Volume das Pirâmides	51
3.6.11	Encontro 11 - Exercícios de Fixação Volume das Pirâmides	51
3.6.12	Encontro 12 - Avaliação Final dos Poliedros - Álbum de figurinhas	52
4	APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E RESULTADOS	54

4.1 Desenvolvimento e Análise da Sequência Didática 55
4.1.1 Análise do Encontro 1 55
4.1.2 Análise do Encontro 2 56
4.1.3 Análise do Encontro 3 57
4.1.4 Análise do Encontro 4 58
4.1.5 Análise do Encontro 5 60
4.1.6 Análise do Encontro 6 62
4.1.7 Análise do Encontro 7 65
4.1.8 Análise do Encontro 8 66
4.1.9 Análise do Encontro 9 68
4.1.10 Análise do Encontro 10 68
4.1.11 Análise do Encontro 11 70
4.1.12 Análise do Encontro 12 71
4.2 Avaliação da sequência de atividades pelos pelos alunos 76

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 80
5.1 Trabalhos futuros 81

REFERÊNCIAS 82

APÊNDICES 87

APÊNDICE A – AUTORIZAÇÃO DA DIREÇÃO E TERMO DE COMPROMISSO 88

APÊNDICE B – ENCONTROS 91

Capítulo 1

Introdução

Uma das principais características do ser humano é a tendência de evitar conflitos. No entanto, no cotidiano, somos frequentemente confrontados com situações desafiadoras, e é nesse contexto que a educação desempenha um papel crucial, nos preparando e desenvolvendo habilidades para resolvê-las. Ao ensinar por meio do método de Resolução de Problemas, o foco do aprendizado é transferido para o aluno, enquanto o professor assume o papel de orientador. Isso permite que o aluno seja um participante ativo, em vez de passivo, como no ensino mecânico, promovendo sua autonomia e preparando-o para enfrentar a vida real.

Portanto, a Resolução de Problemas no ensino da Matemática possibilita ao aluno desenvolver capacidades intelectuais, como o pensamento matemático, o senso crítico e a autonomia. Para que isso ocorra, é essencial que a resolução de problemas não seja trabalhada de forma isolada dos conteúdos, mas sim como uma ferramenta para a construção dos conceitos, onde novas informações são integradas ao conhecimento prévio. Dessa forma, o aluno tem a oportunidade de vivenciar situações reais na sala de aula, facilitando a descoberta de novas ideias.

A aprendizagem matemática tem sido um componente essencial no desenvolvimento cognitivo dos alunos, fornecendo ferramentas fundamentais para o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a tomada de decisões. O estudo dos conceitos matemáticos segue uma progressão estruturada, partindo de ideias simples e concretas até alcançar tópicos mais abstratos e complexos. Esse processo ajuda os estudantes a construir uma base sólida de conhecimento, permitindo a aplicação de princípios matemáticos em situações práticas e no cotidiano. O desenvolvimento dessas habilidades também estimula a autonomia intelectual e a capacidade de pensar criticamente sobre problemas diversos.

1.1 Problemática

Apoiados na ideia e no desejo de poder motivar alunos e professores diante de situações envolvendo a Geometria Espacial, a pergunta que a pesquisa pretende responder ao final desta aplicação e avaliação de resultados é: A aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas representa uma alternativa para a construção de conceitos e conteúdos geométricos espaciais pelos alunos do Ensino Médio?

1.2 Objetivos

Objetivo Geral:

Investigar a eficácia da Metodologia de Resolução de Problemas no Ensino-Aprendizagem-Avaliação da Geometria Espacial, analisando seu impacto na compreensão conceitual dos alunos e no desenvolvimento de habilidades práticas e críticas.

Objetivos Específicos:

1. Realizar uma pesquisa bibliográfica sobre os aspectos fundamentais da Metodologia de Resolução de Problemas, além de compreender o conceito de Problema Gerador de novos conceitos matemáticos;
2. Entender as etapas recomendadas pela Metodologia para resolver problemas específicos e selecionar um conjunto de problemas básicos de Geometria Espacial - Poliedros;
3. Aplicar a Metodologia de Resolução de Problemas utilizando os problemas selecionados e elaborar uma análise dos resultados obtidos em sala de aula;
4. Trabalhar com problemas interdisciplinares que apresentem o conteúdo de forma contextualizada;
5. Desenvolver a capacidade de construção e representação de figuras geométricas.

1.3 Justificativa

O que motivou o desenvolvimento desta pesquisa foi a percepção de que, no ensino da Geometria Espacial, muitos alunos apresentam dificuldades em compreender conceitos abstratos, como os relacionados aos poliedros, e em aplicá-los em contextos práticos. A abordagem tradicional, muitas vezes focada na memorização de fórmulas e procedimentos, não parece promover uma compreensão profunda e significativa dos conteúdos. Assim, sentiu-se a necessidade de investigar formas de engajar os alunos mais ativamente e desenvolver suas capacidades de pensamento crítico e resolução de problemas.

A escolha da Metodologia de Resolução de Problemas como foco central desta pesquisa se deu pela sua capacidade de colocar o aluno no centro do processo de aprendizagem, promovendo a construção do conhecimento de maneira mais participativa e reflexiva. E como, a partir dela pode-se agregar também metodologias ativas, como Gamificação, Sala de Aula Invertida, dentre outras, acredita-se que essa abordagem oferece uma forma mais eficiente de ensino, em que os alunos podem aplicar os conceitos de Geometria Espacial em situações concretas, desenvolvendo não apenas habilidades matemáticas, mas também sua autonomia intelectual.

A motivação, portanto, surge da vontade de contribuir para a melhoria da aprendizagem de Geometria Espacial, explorando formas de ensino que proporcionem um aprendizado mais profundo e significativo, ao mesmo tempo em que capacitem os alunos para enfrentar problemas reais de maneira criativa e eficaz.

1.4 Estrutura da Dissertação

O texto do trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 1 inicia-se com a apresentação da introdução, na qual são destacadas a motivação para o trabalho e considerações da pesquisadora, os objetivos geral e específicos da pesquisa; no Capítulo 2 discute-se o referencial teórico que deu suporte e balizou essa pesquisa; no Capítulo 3, descreve-se o percurso metodológico utilizado nessa pesquisa; no Capítulo 4, destacamos o desenvolvimento das atividades da sequência didática; e por fim no Capítulo 5, as considerações finais.

Capítulo 2

Referencial Teórico

A Resolução de Problemas surge como um caminho transformador no ensino de Matemática, promovendo o protagonismo do aluno na construção do conhecimento e o papel mediador do professor. Essa abordagem ultrapassa a mera memorização de conceitos, pois desafia os estudantes a explorar, questionar e conectar ideias matemáticas de forma significativa, tornando a aprendizagem mais ativa e contextualizada. No ensino de Poliedros, essa metodologia possibilita compreender as formas tridimensionais não apenas como objetos geométricos abstratos, mas como estruturas ricas em padrões e relações que dialogam com o mundo real. Ao colocar os problemas como ponto de partida, favorece-se o desenvolvimento do raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de argumentação, fundamentais para formar cidadãos críticos e preparados para resolver desafios complexos.

Para tanto, alguns tópicos serão abordados. Inicialmente, será apresentada uma discussão sobre as Metodologias Ativas de Ensino, seus diferentes tipos e seus desafios. Em seguida, será detalhada a Metodologia de Resolução de Problemas, destacando suas etapas e características. Por fim, serão discutidos os conceitos fundamentais da Geometria Espacial, com foco nos poliedros e suas definições.

2.1 Trilhando pelos caminhos das Metodologias Ativas

As metodologias ativas são abordagens de ensino que se baseiam na participação dos estudantes no processo de aprendizagem, em contraste com os métodos tradicionais de ensino, nos quais os alunos têm um papel mais passivo, de receptor das informações. Essas metodologias visam promover a melhor compreensão, o pensamento crítico, a resolução de problemas e a aplicação prática do conhecimento.

O vocábulo metodologias ativas não é novo, mas muito se tem discutido sobre sua importância e influência na educação, pois o grande desafio dos professores sempre foi encontrar e utilizar um método de como ensinar para manter ativa a participação e o envolvimento dos discentes no desenvolvimento das aulas. Assim, as metodologias ativas são estratégias de ensino que objetivam incentivar os alunos a aprenderem de forma autônoma e participativa, através de problemas e situações reais, realizando tarefas que os estimulem a pensar, a tomarem iniciativa, tornando-se responsáveis pela construção de seu próprio conhecimento (DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017, p. 12).

Fazendo uma breve retrospectiva, é possível enfatizar que as metodologias ativas têm seu início antes da década de 1980, onde estudiosos buscavam mostrar os inúmeros fatores que interferem no processo de aprendizagem, como também identificar a necessidade de desenvolver novas habilidades capazes de despertar o desejo por aprender. Nesse sentido, as metodologias ativas defendem uma maior participação do aluno no seu próprio aprendizado sendo sujeitos ativos e participantes, onde a função dos docentes passa a ser monitor do conhecimento, tendo como papel proporcionar ambientes diversos e criativos para a aprendizagem de seus alunos (MOTA; ROSA, 2018, p. 263).

Surgem assim as metodologias ativas como proposta para "focar o processo de ensinar e aprender na busca da participação ativa de todos os envolvidos, centrados na realidade em que estão inseridos" (FIALHO; MACHADO, 2017, p. 66).

O pensamento pedagógico de Dewey (1979) (apud (LOVATO et al., 2018) p.156-157) defende a liberdade por parte do aluno em buscar seu próprio conhecimento.

> O objetivo da educação é visto como a formação de estudantes com competência e criatividade, capazes de gerenciar sua própria liberdade. Dewey criticou a cultura de obediência e submissão, enfatizando o seu desgosto mediante a memorização de conteúdos pelos educandos presente nas escolas, a qual para ele era na verdade um obstáculo à verdadeira educação. Ele então postulou que para o progresso da ordem social, deveriam ser buscados os princípios da iniciativa, originalidade e da cooperação.

O uso de metodologias ativas como estratégias do processo ensino e aprendizagem nos diversos eixos de estudo, podendo ser na matemática e ciências, entre outras disciplinas, precisam quebrar barreiras que impedem o aprendizado ativo e participativo dos alunos, pois é sabido que o mundo evoluiu e por isso é preciso rever as antigas práticas pedagógicas de modo a favorecer o ensino-aprendizado dos alunos.

São considerados "métodos ativos" aqueles que possibilitam um aprender participativo e, nesta metodologia, "os discentes participam de aulas desafiadoras e significativas em que o professor assume o papel de mediador" (GOUVEIA; MATOS; PETRILLO, 2022, p. 56).

As Metodologias Ativas são estratégias de aprendizagem que colocam o estudante no centro do processo de ensino, promovendo sua autonomia e participação ativa. Segundo Morán (2018), essas metodologias são aplicadas para tornar o aprendizado mais significativo e envolvente, enquanto Santos e Castaman (2022) destacam que elas se baseiam na autonomia, problematização da realidade, reflexão, valorização do trabalho em equipe e inovação. O estudante, como agente construtor de seu próprio conhecimento, é incentivado a ser mais ativo e participativo, desenvolvendo uma postura crítica e coparticipativa durante o processo de ensino.

Essas metodologias também enfatizam a problematização da realidade e a reflexão, buscando uma relação constante entre teoria e prática. A fragmentação do conteúdo é evitada, e o aprendizado é contextualizado com a vida real, permitindo que os alunos critiquem e reflitam sobre a realidade, sentindo-se desafiados e curiosos sobre os problemas propostos. O trabalho em equipe é valorizado, criando um ambiente de discussão e interação social, onde as trocas de opiniões e argumentos são vistas positivamente. Além disso, a inovação é incentivada, buscando maneiras alternativas de interação entre professor e aluno, com o professor atuando como mediador, facilitador e orientador, em vez de ser apenas uma fonte de informações.

A educação contemporânea tem como premissa central a formação de indivíduos críticos, autônomos e capazes de interagir ativamente no processo de construção do conhecimento. Nesse contexto, o foco não está apenas na transmissão de conteúdos, mas na criação de um ambiente de aprendizagem que favoreça o desenvolvimento integral do estudante. A relação entre professor e aluno é transformada, promovendo maior participação, reflexão e engajamento, com metodologias que incentivam o pensamento crítico, a colaboração e a inovação. A seguir, são destacados os principais aspectos que fundamentam as metodologias ativas compilados por Santos e Castaman (2022, adaptado pela autora).

- **Aluno**: o estudante é agente construtor de seu próprio conhecimento, tem controle do processo de aprendizagem, sendo guiado por atividades que permitam ser mais ativo e participativo.
- **Autonomia**: um aluno com controle de seu processo de aprendizagem, desenvolve sua autonomia, devido a postura crítica e coparticipativa durante o processo de ensino e da liberdade durante as aulas.
- **Problematização da realidade e reflexão**: há uma busca constante na relação entre teoria e prática, fugindo da fragmentação do conteúdo, e buscando a problematização da realidade, a possibilidade de significar o aprendizado a partir da contextualização com a vida, surgindo a ação do estudante em criticar e/ou refletir sobre a realidade e tomar consciência dela, de se sentir desafiado e curioso sobre os problemas propostos.
- **Trabalho em equipe**: as estratégias didáticas adotadas estão repletas de momentos de discussão e de interação social, refletindo na atitude do aluno e do professor, criando um ambiente em que há possibilidade de opinar e argumentar, no qual as trocas com o outro são vistas positivamente.
- **Inovação**: inovar é buscar maneiras alternativas de interação entre o professor e o aluno, que fujam da aula pautada na transmissão pelo professor e a absorção de conteúdos e o papel de ouvinte passivo do aluno.

- **Professor**: possui um papel de mediador, de facilitador, de orientador e não mais de fonte de informações e de transmissor delas. (SANTOS; CASTAMAN, 2022)

"As teorias que se desenvolveram em torno da aprendizagem, não se esgotam em si mesmas, tampouco uma sobrepõe a outra, mas entre elas existe uma relação de continuidade e de complementaridade" (LACERDA; GUERREIRO, 2023, p. 5).

A escolha da metodologia pode depender do contexto, dos objetivos de aprendizagem e das preferências dos educadores e dos alunos, pois conforme indica Masetto (2012), "[...] toda aprendizagem, para que realmente aconteça, precisa ser significativa para o aprendiz, isto é, precisa envolvê-lo como pessoa, como um todo: ideias, inteligência, sentimento, cultura, profissão e sociedade".

Portanto, a escolha da metodologia ativa depende dos objetivos de aprendizagem, do contexto educacional e das necessidades dos alunos. Muitas vezes, uma combinação de abordagens ativas é usada para criar um ambiente de aprendizado dinâmico e eficaz. O objetivo principal é envolver os alunos de forma mais profunda e tornar a aprendizagem mais significativa, pois "quando isso ocorre o aluno é induzido a refletir sobre suas ações e valores, o que pode levá-lo a mudá-los para que se estabeleça harmonia entre seus conhecimentos, valores e condutas" (FRASSON; LABURÚ; ZOMPERO, 2019, p. 315).

O professor possui um papel de mediador, de facilitador, de orientador e não mais de fonte de informações e de transmissor delas, conforme indicado por Santos e Castaman (2022) , e, para tanto:

> O profissional da área da educação, precisa desenvolver habilidades que contribuam o suficiente para a construção do conhecimento. Vale lembrar que o ambiente educacional trará as pressões externas e, ao professor cabe trabalhar com essas novas necessidades, de modo que o aluno perceba como os modos de produção e as relações de poder modificam, a fim de sempre perpetuar seu domínio (TEIXEIRA; NATH-BRAGA, 2017, p. 4).

2.2 Os Tipos de Metodologias Ativas na literatura

As metodologias ativas não se restringem a um único método de aplicação, mas a variadas práticas que tem como objetivo tornar a aula mais proveitosa e dinâmica, e Santos e Castaman (2022) propõem diversos exemplos de metodologias ativas.

- **Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP)**: nessa abordagem, os alunos são apresentados a problemas complexos e tarefas que precisam ser resolvidas, eles trabalham em grupos para investigar, pesquisar e encontrar soluções para esses problemas.

- **Aprendizagem Baseada em Projetos**: os alunos trabalham em projetos significativos e de longo prazo que incentivam a pesquisa, planejamento e execução, podem abranger diversas disciplinas e promover a colaboração, a criatividade e a resolução de problemas.
- **Sala de aula invertida**: nessa abordagem, os alunos estudam o material antes da aula, muitas vezes por meio de vídeos ou leituras, e a sala de aula é usada para discussão, atividades práticas e esclarecimento de dúvidas.
- **Aprendizagem entre Pares ou Aprendizagem colaborativa**: a aprendizagem colaborativa envolve os alunos trabalhando em grupos para alcançar objetivos de aprendizagem. Eles compartilham conhecimentos, resolvem problemas juntos e aprendem uns com os outros, promovendo habilidades de trabalho em equipe e comunicação.
- **Gamificação**: a gamificação incorpora elementos de jogos na aprendizagem para torná-la mais envolvente e motivadora.
- **Ensino por descoberta**: nessa metodologia, os alunos são incentivados a descobrir conceitos e princípios por meio da exploração ativa, experimentação e resolução de problemas, em vez de receber informações passivamente.
- **Aprendizagem baseada em equipe**: os alunos trabalham em equipes para tarefas ou projetos, promovendo a realização, a comunicação e o desenvolvimento de habilidades interpessoais.
- **Ensino híbrido**: combina elementos do ensino presencial e online para oferecer flexibilidade e personalização na aprendizagem.
- **Aprendizagem auto-organizada**: os alunos têm a responsabilidade de definir seus próprios objetivos de aprendizagem, selecionar recursos e avaliar seu próprio progresso.

De acordo com Morán (2012, p. 16) “os métodos tradicionais, que privilegiam a transmissão de informações pelos professores, faziam sentido quando o acesso à informação era difícil”.

Para Dewey (1979), “os homens vivem em comunidade em virtude das coisas que têm em comum; e a comunicação é o meio porque chegam a possuir coisas comuns.” Dessa forma, estabelecem relações com o meio social de forma a se constituírem. “O que eles devem ter em comum para formar uma comunidade ou sociedade são os objetivos, as crenças, as aspirações, os conhecimentos, um modo comum de compreender, mentalidade similar, conforme dizem os sociólogos.” (DEWEY, 1979, p. 17).

Segundo Camargo e Daros (2018, p. 16) “o uso de metodologias ativas de aprendizagem desenvolve competências pessoais e profissionais, além daquelas desenvolvidas na aula tradicional”. Segundo Camargo e Daros (2018, p. 16), “a utilização de atividades de aprendizagem mais ativas, por meio de práticas colaborativas, melhoram o aprendizado e a capacidade de retenção do conhecimento”.

Para Bacich e Morán (2018, p. 61) “a grande vantagem (...) é criar oportunidades para o aluno aplicar o que está aprendendo e também desenvolver algumas habilidades e competências”. Os autores continuam dizendo que “o método de Resolução de Problemas pode ser desenvolvido individualmente ou em grupos, dentro de uma unidade curricular ou como projetos integradores (interdisciplinares)”.

Segundo Valente “metodologias ativas constituem alternativas pedagógicas que colocam o foco do processo de ensino e de aprendizagem no aprendiz, envolvendo-o na aprendizagem por descoberta, investigação ou resolução de problemas” (VALENTE, 2018, p. 27).

Morán (2012) acredita que o “nosso desafio maior é caminhar para um ensino e uma educação de qualidade, que integrem todas as dimensões do ser humano.” A educação de forma integral, na sua totalidade, e isso implica o envolvimento de “pessoas que façam essa integração, em si mesmas, do sensorial, intelectual, emocional, ético e tecnológico, que transitem de forma fácil entre o pessoal e o social, que expressem nas palavras e ações que estão sempre evoluindo, mudando, avançando.” (MORÁN, 2012, p. 29).

Ele completa dizendo que “O jovem lê o que pode visualizar, precisa ver para compreender: Toda a sua fala é mais sensorial-visual do que racional e abstrata. Lê, vendo.” (MORÁN, 1999, p. 29).

Dewey (1979) reflete sobre “a possibilidade de compartilhar os conhecimentos adquiridos com a comunidade educativa, colegas, estudantes, famílias e a possibilidade de promover mudanças cultura que contribua com as disciplinas regulares.” Sob uma visão integradora, perpassa o conhecimento, que ocorre entre as disciplinas “numa perspectiva transdisciplinar, com uma formação integral, numa perspectiva dialógica e que, sobretudo, possa preparar para viver de forma mais feliz e harmonizada.” “quando a educação se funda na experiência e a experiência educativa é concebida como um processo social, a situação muda radicalmente.” (DEWEY, 1979, p. 55).

De acordo com Mendes (2019), a gamificação é compreendida como uma estratégia para ser utilizada nos ambientes formais e não formais de ensino, de modo que ela pode ter suas influências nos processos de ensino e aprendizagem.

Os jogos muitas vezes apresentam desafios, regras e sistemas de recompensa, o que pode ser comparado a questões filosóficas sobre o livre-arbítrio, a ética e a moralidade. Através da gamificação, é possível explorar essas questões de forma mais concreta e prática, permitindo uma compreensão mais intuitiva e acessível.

A gamificação é a aplicação de elementos e mecânicas de jogos em contextos não lúdicos, com o objetivo de engajar e motivar as pessoas a alcançarem determinados objetivos. Ela tem sido amplamente utilizada em diversas áreas, como educação, negócios, saúde e até mesmo em questões sociais. Ainda as intervenções gamificadas "[...] não se restringem a informações contidas nos livros, mas abarcam a cultura, fator primordial para a construção da estrutura cognitiva do aprendiz" (SILVA-PIRES; TRAJANO; ARAUJO-JORGE, 2021, p. 17).

Ao criar experiências gamificadas, é possível superar barreiras físicas, cognitivas e sociais, proporcionando oportunidades de participação igualitária e confiante para a quebra de estigmas e preconceitos. Além disso, a gamificação também pode incentivar a empatia e a compreensão entre as pessoas, pois muitas vezes os participantes são colocados no lugar de outros indivíduos que enfrentam desafios específicos.

A Aprendizagem Baseada em Projetos é uma estratégia de ensino que objetiva arquitetação dos saberes a partir de inquietações do cotidiano ou que seja de interesse dos participantes, sendo uma atividade genericamente em grupo, com diálogos e reflexões na investigação de respostas (BENDER, 2015). A Aprendizagem Baseada em Projetos é uma abordagem educacional que enfatiza a aprendizagem ativa e prática por meio da realização de projetos significativos. Em vez de apenas absorver informações teóricas, os alunos se envolvem em tarefas práticas que os desafiam a aplicar o conhecimento e as habilidades que estão aprendendo em um contexto do mundo real. Essa abordagem promove a compreensão profunda, o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico e colaboração.

Conforme Bender (2015, p. 16) ressalta "Visto que ABP aumenta a motivação para aprender, trabalhar em equipe e desenvolver habilidade colaborativas, hoje ela é recomendada como uma técnica de ensino do século XXI". Ainda de acordo com Bender (2015, p. 13) "a ABP já é vista por muitos como a melhor abordagem para enfatizar as habilidades de resolução de problemas em um mundo onde o conhecimento se torna obsoleto no momento em que é impresso".

Os projetos começam com uma questão central ou um problema autêntico que os alunos devem resolver. Essa questão central é o motor que impulsiona o projeto e mantém os alunos engajados. Os alunos realizam pesquisas para coletar informações relevantes, fazem perguntas, exploram recursos e buscam soluções para o problema. Isso envolve pesquisa de dados, entrevistas, experimentação e outras formas de investigação.

A ABP frequentemente envolve trabalho em equipe. Os alunos colaboram para desenvolver soluções, compartilhar ideias e aproveitar as habilidades e conhecimentos uns dos outros. Os alunos têm um papel ativo na condução do projeto. Eles fazem escolhas sobre como abordar o problema, definem metas e prazos, e tomam decisões sobre como apresentar suas descobertas ou soluções.

A ABP é uma abordagem educacional que coloca o aluno no centro do processo de aprendizagem, incentivando-o a ser um aprendiz ativo e autônomo. Nesse método, os alunos aprendem através da resolução de problemas reais ou simulados, em vez de simplesmente receber informações passivamente.

Segundo Tangerino (2017) os objetivos da metodologia de estudos por meio de problemas:

> É baseado no estudo de problemas propostos com a finalidade de fazer com que o aluno estude determinados conteúdos. Embora não constitua a única prática pedagógica, predomina para o aprendizado de conteúdos cognitivos e integração de disciplinas. Esta metodologia é formativa à medida que estimula uma atitude ativa do aluno em busca do conhecimento e não meramente informativa como é o caso da prática pedagógica tradicional (TANGERINO, 2017, p. 50).

A ABP envolve uma apresentação de cenários ou casos complexos, que representam situações do mundo real, para os alunos investigarem e resolverem. Os alunos são incentivados a identificar o que eles já sabem sobre o tema, o que precisam aprender e como podem adquirir esse conhecimento. Eles são encorajados a fazer perguntas, colaborar com colegas, pesquisar, discutir, analisar e sintetizar informações relevantes para encontrar soluções para os problemas apresentados.

Essa abordagem pedagógica visa desenvolver não apenas o conhecimento dos alunos, mas também suas habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e trabalho colaborativo, preparando-os para enfrentar desafios no mundo real e incentivando a aprendizagem ao longo da vida.

A Sala de Aula Invertida é uma proposta de inversão da prática de ensino, o que se fazia em casa agora faz na escola e vice-versa, além de fazer um uso amplo de TDIC (BERGMANN; SAMS, 2016). A sala de aula invertida, é uma abordagem educacional em que o processo de aprendizagem tradicional é invertido. Em vez de os alunos receberem instrução direta do professor durante o tempo de aula e fazerem exercícios ou trabalhos de casa em casa, na sala de aula invertida, os alunos recebem o conteúdo de ensino antes da aula e usam o tempo de aula para discutir, aplicar e aprofundar o que aprenderam.

Estudos de Bergmann e Sams (2016, p. 29) apontam que conceitualmente a sala de aula invertida é quando “[...] o que tradicionalmente é feito em sala de aula [...]

é executado em casa, e o que tradicionalmente é feito como trabalho de casa, [...] é realizado em sala de aula". Conforme contextualizado por Valério e Moreira (2018, p. 215) a metodologia da Sala de Aula Invertida consiste em um método de estudo que permite aos alunos um contato prévio com os conteúdos "[...] materiais produzidos e/ou disponibilizados antecipadamente pelos professores, quase sempre com mediação de tecnologias digitais".

A sala de aula invertida é uma abordagem flexível que pode ser adaptada a diferentes níveis de ensino e disciplinas. No entanto, a sua implementação bem sucedida requer planejamento cuidadoso, acesso a recursos digitais e uma mudança na abordagem do ensino por parte dos educadores. Nesse sentido, "[...] a inversão da sala de aula estabelece um referencial que oferece aos estudantes uma educação personalizada, ajustada sob medida às suas necessidades individuais" (BERGMANN; SAMS, 2016, p. 22).

No entanto, a implementação da sala de aula invertida requer planejamento cuidadoso por parte dos professores, acesso à tecnologia e a criação de recursos de aprendizagem eficazes para os alunos estudarem em casa. Além disso, é importante garantir que os alunos tenham acesso aos recursos e ao suporte necessários para terem sucesso nesse modelo. Valente (2018, p. 85) afirma que, com a metodologia aplicada à sala de aula invertida, "o conteúdo e as instruções são estudados on-line antes de o aluno frequentar a sala de aula, que agora passa a ser o local para trabalhar os conteúdos já estudados".

Aprendizagem entre Pares é uma instrução em duplas, sendo um processo mútuo de aprendizagem, que ampliam a visão sobre as questões de estudo (BACICH; MORÁN, 2018). A aprendizagem entre pares, também conhecida como aprendizagem colaborativa, é um método educacional que envolve a interação ativa entre estudantes para promover a compreensão de um tópico específico ou alcançar metas de aprendizagem comuns. Nesse tipo de abordagem, os alunos trabalham juntos de maneira cooperativa, em vez de competitiva, compartilhando conhecimentos, experiências e perspectivas para alcançar um objetivo educacional comum.

A aprendizagem entre pares oferece vários benefícios de acordo com Bacich e Morán (2018), incluindo:

- **Diversidade de Perspectivas**: Os alunos trazem diferentes pontos de vista e experiências para o processo de aprendizagem, enriquecendo a compreensão do tópico.

- **Aprendizado Ativo**: Os alunos são mais ativos e envolvidos no processo de aprendizagem, em vez de apenas receberem informações passivamente.

- **Desenvolvimento de Habilidades Sociais**: Os alunos melhoram suas habilidades de comunicação, colaboração e trabalho em equipe.
- ***Feedback* Significativo**: A avaliação entre pares pode fornecer *feedback* significativo e específico, ajudando os alunos a melhorar seu trabalho.
- **Aprendizado Autônomo**: Os alunos podem se tornar mais independentes em sua aprendizagem, pois aprenderem a buscar ajuda e recursos entre os colegas.

A aprendizagem entre pares é frequentemente utilizada em ambientes educacionais, desde a educação infantil até o ensino superior. Ela pode ser uma abordagem eficaz para melhorar o aprendizado e o desenvolvimento de habilidades dos alunos, desde que seja estruturada e monitorada para garantir que os objetivos educacionais sejam alcançados.

2.3 Desafios da implementação das Metodologias Ativas

As metodologias ativas são abordagens de ensino que colocam o aluno no centro do processo de aprendizagem, promovendo a participação ativa, a resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades práticas. Embora sejam reconhecidas por seus benefícios, também enfrentam desafios.

Professores, alunos e até mesmo instituições podem resistir à mudança nas práticas de ensino tradicionais, em função da experiência do aprender, estimulando a autoaprendizagem e a coaprendizagem, como forma de aquisição de conhecimentos, habilidades, valores e atitudes. A transição para metodologias ativas muitas vezes exige uma mudança cultural e pode encontrar resistência inicial, como teorizado por Behrens (2014, p. 53): O “advento da mudança de paradigma na ciência ensejou novas abordagens na educação”.

Professores e instituições podem resistir às mudanças de métodos tradicionais de ensino para metodologias ativas, muitas vezes devido à familiaridade e conforto com as abordagens convencionais.

Citando Bacich e Morán (2018, p. 4) afirmam que o professor e o seu papel é “ajudar os alunos a irem além de onde conseguirem ir sozinhos, motivando, questionando, orientando” [...] e que “estudos revelam que quando o professor fala menos, orienta mais e o aluno participa de forma ativa, a aprendizagem é mais significativa”, mas ao mesmo tempo tem que se pensar que “toda aprendizagem é ativa em algum grau, porque exige tanto do aprendiz como do docente formas diferentes de movimentação interna e externa, de motivação, seleção, interpretação, comparação, avaliação, aplicação” (BACICH; MORÁN, 2018, p. 3).

A implementação bem-sucedida das metodologias ativas pode depender de recursos adequados, como tecnologia, materiais educativos, espaços físicos adaptados e treinamento para professores. Nem todas as instituições têm acesso a esses recursos. Professores podem não estar totalmente preparados para adotar metodologias ativas sem a devida capacitação. A falta de conhecimento sobre como facilitar discussões, projetos de grupo e outras atividades interativas pode limitar o sucesso da implementação.

Como explicou Valério e Moreira (2018), sobre o método de sala de aula invertida:

> A Sala de Aula Invertida estimula que os professores resumam suas aulas em formatos mais curtos, menos detalhados, mais adequados ao entretenimento ou à visão geral do conteúdo. Isso poderia afastar os estudantes do contato direto com os saberes construídos culturalmente, inclusive com os originais, e tornar ainda mais desafiador seu domínio pleno e genuíno dos conhecimentos propostos. (VALÉRIO; MOREIRA, 2018, p. 224)

Trabalhar com a metodologia da sala de aula invertida é muito desafiador, uma vez que o planejamento utiliza bastante tempo para a elaboração de conteúdos para apoio, para que de alguma forma o estudante consiga encontrar a solução dos problemas que estão sendo trabalhados.

Avaliar o desempenho dos alunos em ambientes de aprendizagem ativos pode ser desafiador. Métodos tradicionais de avaliação podem não refletir adequadamente as habilidades e competências desenvolvidas por meio dessas abordagens.

Os alunos podem ter diferentes níveis de participação nas atividades, o que pode levar a desigualdades na aprendizagem. Garantir que todos os alunos se envolvam igualmente pode ser um desafio.

Como defende Masetto (2012, p. 23), não podemos pensar, que o papel do estudante é “assistir aulas, fazer provas e trabalhar”, pois atualmente o conceito de aprendizagem “é bem mais abrangente e profundo”, portanto, a implementação de metodologias ativas muitas vezes exige mais tempo de preparação por parte dos professores. Planejar e executar atividades envolventes e interativas pode ser mais demorado do que os métodos de ensino mais tradicionais.

Implementar metodologias ativas demanda mais tempo de preparação por parte dos professores. Planejar atividades envolventes, alinhar objetivos de aprendizagem e criar materiais personalizados exigem um investimento significativo de tempo, criatividade e persistência.

Nem todos os alunos podem se engajar da mesma forma em ambientes de aprendizagem ativa. Alguns podem preferir abordagens mais tradicionais, enquanto outros podem prosperar em metodologias mais participativas, sendo um grande desafio, uma vez que "o engajamento do aluno em relação às novas aprendizagens [...] é condição essencial para ampliar suas possibilidades de exercitar a liberdade e a autonomia na tomada de decisões" (BERBEL, 2011, p. 28-29).

Implementar metodologias ativas em grande escala, especialmente em instituições de ensino superior, pode ser um desafio logístico. Garantir a consistência e a qualidade em turmas numerosas pode ser difícil.

Nem todos os alunos podem se envolver igualmente em atividades ativas. Alguns podem ser mais extrovertidos e confortáveis com a participação ativa, enquanto outros podem sentir dificuldades ou resistência. Em alguns casos, os alunos podem se concentrar mais na realização de tarefas imediatas do que na compreensão profunda do conteúdo. Isso pode levar a um aprendizado superficial se as atividades não forem bem projetadas.

Para uma implementação eficaz, as metodologias ativas muitas vezes requerem um apoio institucional significativo. Isso inclui políticas educacionais favoráveis, treinamento contínuo para professores e suporte administrativo. Professores muitas vezes enfrentam restrições de tempo, o que pode tornar difícil incorporar metodologias ativas de maneira eficaz. O planejamento e a execução dessas atividades podem ser mais demorados.

Garantir que todos os alunos tenham acesso igualitário aos recursos e oportunidades proporcionados pelas metodologias ativas é um desafio. Disparidades socioeconômicas e digitais podem impactar a participação e o desempenho dos alunos, talvez pelo fato de os alunos não estarem muito engajados em estudar previamente a matéria se faz necessária uma explicação maior por parte da professora.

Algumas metodologias ativas podem exigir ajustes no currículo existente. A integração eficaz dessas abordagens pode exigir uma revisão cuidadosa dos objetivos e conteúdos de ensino. As metodologias ativas podem precisar ser adaptadas para diferentes disciplinas, níveis de ensino e contextos educacionais.

Superar esses desafios requer um comprometimento contínuo por parte dos educadores, das instituições e até mesmo dos alunos. O apoio à inovação educacional, a formação de professores e a flexibilidade para ajustar abordagens são componentes cruciais para o sucesso das metodologias ativas.

2.4 Metodologia Resolução de Problemas

A Aprendizagem Baseada em Resolução de Problemas é uma técnica didática pedagógica que se enreda a partir de um problema, para promover luzes a competências e habilidades na resolução do problema, fortalecendo definições imprescindíveis para construções de saberes. Ela é uma abordagem educacional que coloca o aluno no centro do processo de aprendizagem, incentivando-o a ser um aprendiz ativo e autônomo. Nesse método, os alunos aprendem através da resolução de problemas reais ou simulados, em vez de simplesmente receber informações passivamente.

Nas nossas tentativas para resolver muitos problemas do cotidiano, a aprendizagem ocorre" (SOUZA, 2016, p. 55).

> É uma forma de ensino e aprendizagem colaborativa, construtivista e contextualizada, na qual situações-problema são utilizadas para iniciar, direcionar e motivar a aprendizagem de conceitos, teorias e desenvolvimento de habilidades e atitudes no contexto de sala de aula, isto é, sem a necessidade de conceber disciplinas específicas para este fim (SOUZA, 2016, p. 48).

Em seu livro, Onuchic et al. (2014), discorrem detalhadamente sobre a integração entre ensino, aprendizagem e avaliação, e como a resolução de problemas se conecta a esses elementos.

> Embora ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática se constituam em elementos distintos, que não ocorrem necessariamente ao mesmo tempo ou como decorrência um do outro, o que se considera ideal é que ensino e aprendizagem se realizem, sim, integrados nas situações de sala de aula; com esse sentido é que, não raro, se emprega a expressão ensino-aprendizagem. Ocorre que, mais recentemente, também o conceito de avaliação começou a ser repensado e, a partir da compreensão da necessidade de adotar princípios de avaliação contínua e formativa, ela passou a ser incorporada mais ao desenvolvimento dos processos e menos ao julgamento dos resultados obtidos com esses processos. Kilpatrick e Silver (2000) apontam a avaliação como um dos elementos de destaque entre os desafios para os educadores matemáticos contemporâneos, recomendando que ela deva configurar-se como uma oportunidade para aprender (Pironel, 2002).
>
> Por essa razão e assumindo como foco dos nossos trabalhos, estudos e pesquisas a concepção de trabalhar Matemática através de resolução de problemas passamos a empregar a expressão ensino-aprendizagem-avaliação, dentro de uma dinâmica que integra a avaliação às atividades de sala de aula que entendemos como uma metodologia, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da resolução de problema.
>
> A palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador. (ONUCHIC et al., 2014)

Agora, para melhor entendermos a Metodologia de Resolução de Problemas, faz-se necessário definir primeiro o que constitui um problema. Em seu trabalho, Romanatto (2012) compila diversas definições de problema.

> Para Polya (1978), ter um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.
>
> Thompson (1989) afirma que um problema inclui quebra-cabeças, labirintos e atividades envolvendo ilusões com imagens e considera que problemas devem possibilitar uma variedade de abordagens para a sua solução, não devem depender só de elementos conhecidos, mas conduzir à busca e descoberta de novas ideias e, em geral, envolvem desafios, diversões e também frustrações.
>
> Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2004) apontam que um problema é algo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer.
>
> Van de Walle (2009) diz que um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.
>
> Em termos filosóficos, Saviani (2000) afirma que problema é uma questão cuja resposta desconhecemos e necessitamos conhecer. Para esse autor, o conceito de problema implica tanto a conscientização de uma situação de necessidade (aspecto subjetivo), como uma situação conscientizadora da necessidade (aspecto objetivo). (ROMANATTO, 2012)

Entende-se então que um problema se mostra como um desafio a ser superado, e que, ao instigar os alunos com esse tipo de mentalidade, foge-se do tradicionalismo de apenas transmitir conhecimento, para um ambiente de aprendizado ativo e reflexivo, onde os alunos passam a exercitar sua criatividade para solucioná-lo.

Esse pensamento de superação de desafios é aprofundado por Polya (1978), onde traz uma reflexão que diz:

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolve por seus próprios meios, experimentará a tensão e vivenciará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. (POLYA, 1978)

Assim complementando as definições anteriores e apresentando um olhar ao futuro daqueles que passam pela experiência da Metodologia de Resolução de Problemas.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas, consolidada pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), tem se mostrado uma abordagem promissora para transformar o ensino da Geometria Espacial. Fundamentada em princípios construtivistas e na ideia de que a aprendizagem se dá pela construção ativa do conhecimento, essa metodologia coloca os alunos no centro do processo, incentivando-os a formular hipóteses, testar estratégias e validar resultados. Conforme apontado por Onuchic e

Allevato (2011), a resolução de problemas, quando utilizada como eixo estruturador do ensino, permite que os estudantes desenvolvam não apenas habilidades matemáticas, mas também competências investigativas e argumentativas, essenciais para a compreensão aprofundada dos conceitos geométricos.

No contexto da Geometria Espacial, a aplicação dessa metodologia revela-se ainda mais relevante, pois os conceitos de poliedros muitas vezes apresentam dificuldades adicionais relacionadas à visualização e abstração. Estudos como os de Onuchic (2013) e Onuchic e Allevato (2011) indicam que a aprendizagem baseada na resolução de problemas favorece a construção do pensamento geométrico, pois permite aos alunos estabelecer conexões entre diferentes representações e compreender as propriedades estruturais dos sólidos. Dessa forma, ao trabalhar com problemas contextualizados, os alunos são incentivados a relacionar a matemática com situações do cotidiano, tornando o aprendizado mais significativo e promovendo uma postura ativa diante dos desafios matemáticos

Com o intuito de colocar essa metodologia em prática, Onuchic et al. (2014) indicam um roteiro de etapas, sendo elas descritas a seguir.

- 1. **Preparação do problema**: Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula. Onuchic e Allevato (2011)

A proposição de problemas por parte do professor ou dos alunos é uma prática crucial para o desenvolvimento do aprendizado matemático. Conforme destacado por (CAI et al., 2015), a formulação de problemas desempenha um papel fundamental no aprofundamento do conhecimento matemático. É vital valorizar a capacidade dos alunos de propor problemas desde o início das atividades matemáticas, pois isso incentiva a participação ativa e o pensamento crítico, elementos essenciais para a construção de um entendimento sólido e abrangente da matemática.

A proposição de um problema no contexto educacional é um passo crucial e deve ser realizada com muita cautela. Para que o processo educativo se inicie de forma eficaz, é fundamental que o docente tenha plena consciência da delimitação do problema. Essa delimitação deve ser feita cuidadosamente, pois os problemas geradores servem como ponto de partida para o processo de aprendizagem.

Quando um problema é bem delineado, ele permite que tanto o docente quanto os discentes se engajem em reflexões profundas sobre o tema. Essas reflexões podem ser conduzidas pelo docente, que atua como facilitador e guia no processo, ou podem ser estimuladas de forma autônoma pelos próprios alunos. Em ambos os casos, o objetivo é promover um ambiente de aprendizado ativo e reflexivo, onde os alunos participam ativamente na construção do conhecimento.

Propor problemas de alta qualidade no campo da matemática é “uma das formas mais altas de conhecimento matemático e um caminho seguro para ganhar status no mundo da matemática” (CRESPO, 2015, p. 494). Esses problemas não apenas desafiam os estudantes e profissionais da área, mas também estimulam o pensamento crítico, a criatividade e a resolução de problemas complexos.

Crespo (2015) destaca que a capacidade de formular problemas matemáticos de alta qualidade não só demonstra um profundo entendimento dos conceitos matemáticos, mas também pode aumentar o reconhecimento e o status de quem os propõe no campo da matemática. Isso ocorre porque tais problemas não são apenas exercícios de aplicação direta de fórmulas, mas desafiam os limites do conhecimento matemático existente, incentivando novas descobertas e abordagens.

Portanto, propor problemas desafiadores e de qualidade é não apenas uma forma de promover o aprendizado significativo, mas também de contribuir para o avanço do conhecimento matemático e para o prestígio dentro da comunidade acadêmica e profissional da matemática.

- 2. **Leitura individual**: Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

Um problema que é codificado com sucesso serve como uma ferramenta eficaz para auxiliar os alunos no processo de resolução. A codificação adequada de um problema significa apresentá-lo de uma maneira clara, compreensível e desafiadora, que incentive o aluno a se engajar profundamente com a tarefa.

Durante o processo de descodificação do problema, os alunos são encorajados a elaborar insights que os ajudam a avançar na resolução. Esse processo envolve a interpretação do enunciado, a identificação de informações relevantes e a aplicação de conceitos matemáticos ou de outra natureza para encontrar uma solução.

- 3. **Leitura em conjunto**: Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

  - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
  - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.

(ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

Nesse momento, uma nova leitura do problema é realizada por pequenos grupos de alunos. Esta etapa é essencial para promover a colaboração e a troca de ideias. Após a leitura em grupo, os alunos discutem o problema entre si, compartilhando suas perspectivas e as codificações do problema que já foram elaboradas individualmente na etapa anterior.

- 4. **Resolução do problema**: A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da *matemática nova* que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

É de fundamental importância que os discentes realizem um trabalho reflexivo sobre o problema. Essa reflexão crítica permite que os alunos analisem os invariantes das situações impostas, ou seja, os elementos constantes e as relações subjacentes que se mantêm estáveis em diferentes contextos.

Portanto, incentivar os alunos a realizar um trabalho reflexivo sobre os problemas propostos não só aprimora suas habilidades de resolução de problemas, mas também promove um aprendizado mais significativo e duradouro. Essa abordagem está alinhada com as ideias de Paulo Freire, que enfatiza a importância da reflexão crítica no processo educativo, visando a formação de indivíduos conscientes e capazes de transformar a realidade.

- 5. **Observar e incentivar**: Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

> O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

O docente observa como os alunos interagem, quais estratégias utilizam, e identifica dificuldades e avanços. Esta observação é crucial para fornecer feedback direcionado e útil. Ao analisar o comportamento dos alunos, o professor pode identificar dinâmicas de grupo, lideranças emergentes, e como os alunos lidam com conflitos e desafios. O docente incentiva a colaboração, ajudando os alunos a verem o valor de trabalhar juntos, compartilhar ideias e aprender uns com os outros.

Transformar o papel do docente de transmissor para mediador do conhecimento é essencial para promover um aprendizado mais profundo e colaborativo. Ao observar, analisar e estimular o trabalho colaborativo, o professor cria um ambiente de aprendizagem dinâmico, onde os alunos desenvolvem não apenas habilidades cognitivas, mas também sociais e emocionais.

- 6. **Registro das resoluções na lousa**: Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

Ao permitir que os representantes dos grupos registrem e apresentem suas soluções na lousa, cria-se um ambiente de aprendizado colaborativo e reflexivo. Essa prática não só valoriza a diversidade de pensamentos e abordagens, mas também promove a análise crítica e o desenvolvimento de habilidades de comunicação.

- 7. **Plenária**: Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

Nesta etapa, a discussão coletiva das diferentes resoluções permite que os alunos desenvolvam habilidades de argumentação, análise crítica e justificação de ideias. O professor, atuando como guia e mediador, promove um ambiente de aprendizado colaborativo e reflexivo, incentivando a participação ativa de todos os alunos.

- 8. **Busca do consenso**: Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

- 9. **Formalização do conteúdo**: Neste momento, denominado *formalização*, o professor registra na lousa uma apresentação *formal* - organizada e estruturada

> em linguagem matemática - padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011)

A formalização do conteúdo na etapa final não apenas consolida o aprendizado matemático dos alunos, mas também fortalece suas habilidades de comunicação e argumentação. Ao registrar de forma organizada e estruturada na lousa, o professor ajuda os alunos a visualizar e revisar os princípios matemáticos construídos durante a exploração do problema. Esta abordagem não só reforça o entendimento conceitual como também prepara os alunos para aplicar seus conhecimentos em novos contextos e desafios matemáticos.

Segundo Onuchic e Allevato (2011), uma das atuais tendências que se mostram para a Resolução de Problemas é a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, apoiada em fundamentos claros e abordagem renovadora. O conhecimento construído e a produção científica do GTERP atestam sua relevante contribuição no sentido de intensificar os diálogos entre a pesquisa e a prática educativa, de alunos e professores, e aumentar as possibilidades dessa prática, particularmente no trabalho com Matemática.

2.4.1 Definições matemáticas

Para melhor entender os sólidos geométricos, é importante revisar algumas definições matemáticas básicas. Ressalta-se que toda essa subseção se apresenta fortemente baseada nos conceitos matemáticos apresentados por Dolce e Pompeo (2022a), Dolce e Pompeo (2022b) e Lima et al. (2022).

- **1. Sólidos Geométricos**

Os sólidos geométricos são objetos tridimensionais que possuem volume e forma definidos. Eles são fundamentais para o estudo da geometria espacial e têm aplicações em diversas áreas da matemática e da engenharia. O conhecimento dos sólidos geométricos é essencial para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados, como áreas, volumes, superfícies e relações espaciais.

Destacamos, no Quadro 1, alguns trabalhos que abordam os sólidos geométricos e suas implicações para a aprendizagem. Nele, é possível observar diferentes abordagens para o ensino dos sólidos geométricos, como o uso de WebQuest, Realidade Aumentada, Software Calques 3D e Jogos Pedagógicos. Cada uma dessas abordagens apresenta benefícios específicos para a aprendizagem dos alunos, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades matemáticas e espaciais.

Quadro 1 – Trabalhos que abordam sólidos geométricos

Autores	**Abordagem**	**Implicações na aprendizagem**
Silva (2006)	WebQuest	Evidenciou que esta atividade apresenta algum benefício às aulas tradicionais com uso de livros e apostilas. Constatou que os alunos construíram seus conhecimentos matemáticos ao verificar que os mesmos atingiram o nível de compreensão geométrica de visualização.
Dantas (2018)	Realidade Aumentada	A geometria espacial com o uso de um projeto de Realidade Aumentada promove a autonomia do discente no aprendizado, sendo capaz de trazer a atenção e a curiosidade do aluno, fazendo dessa ferramenta tecnológica um recurso pedagógico atrativo e eficiente.
Alves (2007)	Software Calques 3D	"Os resultados mostraram um melhor desempenho entre os alunos que utilizaram a ferramenta computacional."
Fizzon (2018)	Jogos Pedagógicos	"Evidencia que o aprendizado a partir do uso de materiais concretos proporciona aos alunos uma maior assimilação do conteúdo matemático."

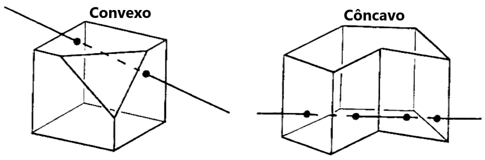
Fonte: Elaboração própria

- **2. Poliedros**

Sua definição é dada por Lima et al. (2022), onde diz que poliedro (Figura 1) é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados faces onde:

1. Cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono.
2. A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice ou é vazia. Cada lado de um polígono, comum a exatamente duas faces, é chamado uma aresta do poliedro e cada vértice de uma face é um vértice do poliedro.
3. É sempre possível ir de um ponto de uma face a um ponto de qualquer outra, sem passar por nenhum vértice (ou seja, cruzando apenas arestas).

Figura 1 – Poliedros Convexo e Côncavo



Fonte: Lima et al. (2022) - Alterado pela autora

Todo poliedro (no sentido da definição acima), limita uma região do espaço chamada de interior desse poliedro. Dizemos que um poliedro é convexo se o seu interior é convexo.

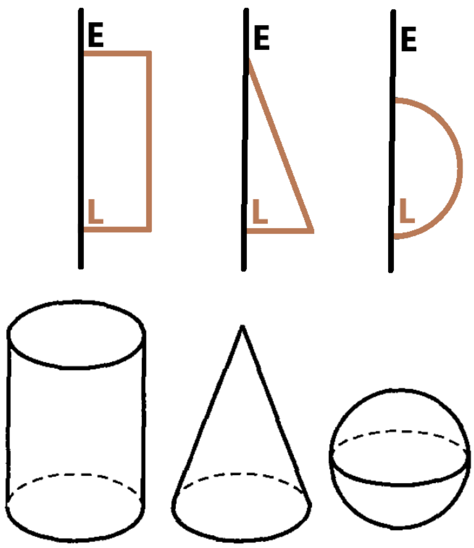
Um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos.

Quando não satisfizer a estas 3 condições, temos um não poliedro ou corpo redondo ou ainda sólido de revolução.

- **3. Não poliedros**

Consideremos em um plano, uma reta **E** chamada eixo e uma linha **L**, simples, que não corta esse eixo, ambos apresentados na Figura 2. Imagine que essa linha "gire" em torno do eixo, ou seja, cada ponto **L** descreva uma circunferência em um plano perpendicular a **E** e com centro sobre **E**. Sendo a linha **L** fechada ou se seus dois extremos pertencerem ao eixo, a superfície de revolução delimita um sólido chamado sólido de revolução.

Figura 2 – Não Poliedro



Fonte: Lima et al. (2022) - Alterado pela autora

Repare que a rotação de um retângulo em torno de um eixo que contém um de seus lados produz um cilindro, a rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo que contém um dos catetos produz um cone e a rotação de uma semicircunferência em torno de um eixo que contém o diâmetro produz uma esfera.

- **4. Área**

Área de uma superfície limitada é um número real positivo associado à superfície de forma tal que:

1º Às superfícies equivalentes estão associadas áreas iguais (números iguais) e reciprocamente.

$$A \approx B \Longleftrightarrow (\text{Área de A} = \text{Área de B})$$

2º A uma soma de superfícies está associada uma área (número) que é a soma das áreas das superfícies parcelas.

$$(C = A + B) \Rightarrow (\text{Área de C} = \text{Área de A} + \text{Área de B})$$

3º Se uma superfície está contida em outra, então sua área é menor (ou igual) que a área da outra.

$$B \subset A \Rightarrow \text{Área de B} \leqslant \text{Área de A}$$

- **5. Poliedros Convexos**

Consideremos um número finito n (n $\leqslant$ 4) de polígonos planos convexos (ou regiões poligonais convexas) tais que:

1. dois polígonos não estão num mesmo plano;
2. cada lado de polígono é comum a dois e somente dois polígonos;
3. o plano de cada polígono deixa os demais polígonos num mesmo semiespaço.

Nessas condições, ficam determinados *n* semiespaços, cada um dos quais tem origem no plano de um polígono e contém os restantes. A interseção desses semiespaços é chamado **poliedro convexo**.

Um poliedro convexo possui: **faces**, que são os polígonos convexos; **arestas**, que são os lados dos polígonos e **vértices**, que são os vértices dos polígonos.

A reunião das faces é a superfície do poliedro.

- **6. Poliedros Platônicos**

Um poliedro é chamado poliedro de Platão se, e somente se, satisfaz as três seguintes condições:

1. todas as faces têm o mesmo número (*n*) de arestas;
2. todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número (*m*) de arestas;
3. vale a relação de Euler ($V - A + F = 2$).

- **7. Prisma: definição, superfícies e volume**

Consideremos um polígono convexo (região poligonal convexa) $ABCD$ ... MN situado num plano a e um segmento de reta $\overline{PQ}$, cuja reta suporte intercepta o plano α. Chama-se **prisma** (ou prisma convexo) à reunião de todos os segmentos congruentes e paralelos a $\overline{PQ}$, com uma extremidade nos pontos do polígono e situados num mesmo semiespaço dos determinados por α.

Podemos também definir o prisma como segue:

Prisma convexo limitado ou **prisma convexo definido** ou **prisma convexo** é a reunião da parte do prisma convexo ilimitado, compreendida entre os planos de duas seções paralelas e distintas, com essas seções.

Seja um prisma de aresta lateral medindo a e $l_1, l_2, \ldots, l_n$ as medidas dos lados de uma seção reta. Cada face lateral é um paralelogramo de base a e altura igual a um lado da seção reta.

Assim,

$$A_l = al_1 + al_2 + \cdots + al_n a = (l_1 + l_2 + \cdots + l_n) \cdot a \implies A_l = 2p \cdot a$$

em que $2p$ é a medida do perímetro da seção reta e a é a medida da aresta lateral.

A **área total** de um prisma é a soma das áreas das faces laterais (A_l) com as áreas das bases (duas bases).

Assim,

$$A_t = A_l + 2B \implies A_t = 2p \cdot a + 2B$$

em que B é a área de uma base.

Volume de um sólido ou medida do sólido é um número real positivo associado ao sólido de forma que:

1º) sólidos congruentes têm volumes iguais;

2º) se um sólido S é a reunião de dois sólidos S_1 e S_2 que não têm pontos **interiores** comuns, então o volume de S é a soma dos volumes de S_1 com S_2.

Os sólidos são medidos por uma unidade que, em geral, é um cubo. Assim, o volume desse cubo é 1. Se sua aresta medir 1 cm (um centímetro), seu volume será 1 cm3 (um centímetro cúbico). Se sua aresta medir 1 m, seu volume será 1 m^3.

- **8. Pirâmide: definição, superfícies e volume**

Consideremos um polígono convexo (região poligonal convexa) ABC ... MN situado num plano α e um ponto V fora de α. Chama-se pirâmide (ou pirâmide convexa) à reunião dos segmentos com uma extremidade em V e a outra nos pontos do polígono.

V é o vértice, e o polígono ABC ... MN e a base da pirâmide.

Podemos também definir a pirâmide como segue:

Pirâmide convexa limitada ou **pirâmide convexa definida** ou **pirâmide convexa** é a parte da pirâmide ilimitada que contém o vértice quando se divide essa pirâmide pelo plano de uma seção, reunida com essa seção.

Superfície lateral é a reunião das faces laterais da pirâmide. A área dessa superfície é chamada área lateral e indicada por A_l.

Superfície total é a reunião da superfície lateral com a superfície da base da pirâmide. A área dessa superfície é chamada área total e indicada por A_t.

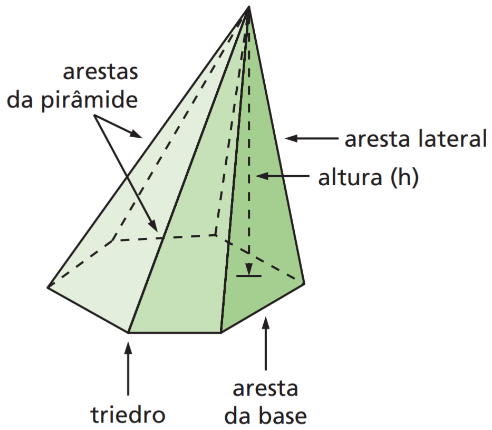
A Figura 3 ilustra os elementos de uma pirâmide, sendo eles: suas arestas, altura e triedro. Já a Figura 4 ilustra a apótema de uma pirâmide. Em seu trabalho, Dolce e Pompeo (2022a) afirmam que: “Chama-se **apótema** de uma pirâmide regular à altura (relativa ao lado da base) de uma face lateral.”

A Figura 5 ilustra o cálculo de volume de uma pirâmide qualquer, através de sua decomposição em tetraedros.

Seja B a área da base e h a medida da altura de uma pirâmide qualquer. Esta pirâmide é soma de $(n = 2)$ tetraedros.

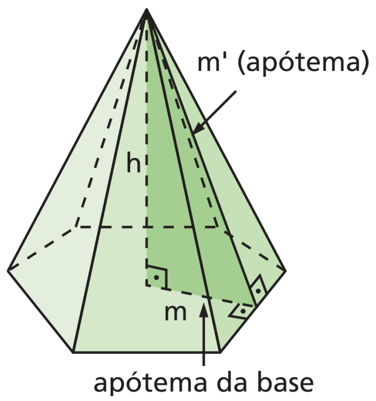
$$V = V_{T_1} + V_{T_2} + \cdots + V_{T_{n-2}} \implies$$
$$\implies V = \frac{1}{3}B_1 h + \frac{1}{3}B_2 h + \cdots + \frac{1}{3}B_{n-2} h \implies$$
$$\implies V = \frac{1}{3}h(B_1 + B_2 + \cdots + B_{n-2}) \implies$$

Figura 3 – Elementos de uma pirâmide



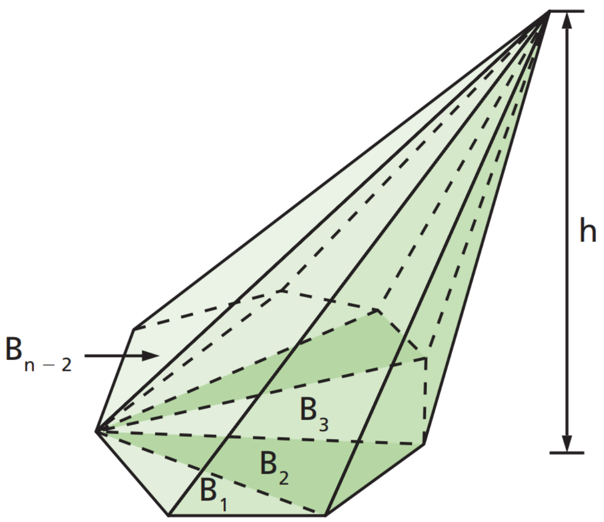
Fonte: Dolce e Pompeo (2022a)

Figura 4 – Apótema de uma pirâmide



Fonte: Dolce e Pompeo (2022a)

Figura 5 – Pirâmide qualquer



Fonte: Dolce e Pompeo (2022a)

$$\implies V = \frac{1}{3}B \cdot h$$

2.4.2 Relação de Euler

O "Teorema de Euler" é um resultado matemático importante e possui várias formulações e aplicações em diferentes áreas da matemática. Ele é regularmente utilizado para descrever as propriedades dos sólidos geométricos e suas relações entre vértices, arestas e faces. O teorema de Euler é uma ferramenta poderosa para a análise e classificação de poliedros, bem como para a resolução de problemas práticos em diversas áreas da matemática e da engenharia.

> Entendendo a relevância de identificar os conhecimentos geométricos necessários para compreensão, e posteriormente, demonstração do teorema, a seguir, propomos destacar pontos importantes do teorema de Euler, considerando tais conhecimentos geométricos, pontos importantes na construção e obtenção das atividades e tarefas com a geometria dinâmica (PEREIRA, 2022).

O teorema mencionado tem sido ensinado nas aulas de Matemática há muitas décadas. Ele é reconhecido por sua popularidade e atratividade, caracterizando-se pela simplicidade de enunciado e pela elegância e inteligência de sua demonstração. Essas qualidades contribuem para tornar o teorema não apenas acessível, mas também interessante para os estudantes ao longo do tempo.

O Teorema de Euler é um resultado fundamental na matemática que relaciona vértices, arestas e faces de poliedros convexos. Para compreender e demonstrar esse teorema, é importante identificar os conhecimentos geométricos necessários, como proposto por (PEREIRA, 2022). A utilização da geometria dinâmica pode ser especialmente eficaz na construção de atividades e tarefas que ajudem os alunos a visualizar e explorar as relações geométricas envolvidas no teorema de Euler.

Uma das demonstrações do Teorema de Euler é feita por Filho (2010) onde o mesmo é enunciado da seguinte forma: "Seja P um poliedro convexo com F faces. A arestas e V vértices. Tem-se necessariamente $F - A + V = 2$."

Na demonstração deste teorema, feita por Filho (2010), ele relembra algumas definições que destacaremos abaixo.

> Um conjunto C, do plano ou do espaço, diz-se *convexo* quando qualquer segmento de reta que liga dois pontos de C está inteiramente contido em C.
>
> Um *poliedro* é uma reunião finita de polígonos convexos, chamados as *faces* do poliedro. Os lados desses polígonos chamam-se *arestas* do poliedro e os vértices: dos polígonos são também chamados *vértices do poliedro*. Exige-se ainda que a interseção de duas faces quaisquer do

> poliedro seja uma aresta comum a essas faces, ou um vértice comum, ou seja vazia.
>
> Diz-se que um poliedro é *convexo* quando ele limita um sólido convexo no sentido da definição acima. Cada aresta de um poliedro convexo é lado de exatamente duas faces desse poliedro. Aceitaremos este fato como parte da definição, embora saibamos que ele pode ser demonstrado a partir dela.

Em seu trabalho, Filho (2010) divulga sua maneira de demonstrar o Teorema de Euler.

Capítulo 3

Aspectos Metodológicos

Este trabalho constitui-se como uma pesquisa de abordagem qualitativa. No que diz respeito aos objetivos, trata-se de uma pesquisa exploratória. Essa abordagem destaca a importância de considerar o papel ativo dos sujeitos observadores no processo de conhecimento, enfatizando a necessidade de uma abordagem mais contextualizada e significativa para a educação.

3.1 Metodologia da Pesquisa

A abordagem qualitativa dessa pesquisa tem seu objetivo definido por Gil (2008, p. 43) como sendo a de "proporcionar uma visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato". Assim, pretende-se explorar as possibilidades de utilização de uma sequência didática no ensino de um conteúdo de Matemática e os resultados de sua utilização.

Como instrumentos de coleta de dados foram utilizados questionários e atividades. De acordo com Severino (2007, p. 125) o questionário permite "levantar informações escritas por parte dos sujeitos pesquisados, com vistas a conhecer a opinião dos mesmos sobre os assuntos em estudo". O questionário é um instrumento empregado para se obter informações. É um método de fácil acesso que aborda as mesmas questões para todos e garante o anonimato dos participantes, podendo conter questões que atendam a finalidade específica da pesquisa.

Os dados levantados durante as diferentes etapas da pesquisa, com a utilização de aulas e questionários, foram analisados qualitativamente através da técnica de análise de conteúdo.

Acreditamos que seja possível dar significado ao ensino da Geometria Espacial, no Ensino Médio, a partir de um trabalho diferenciado em sala de aula, fazendo uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e levando em conta o arcabouço de conhecimentos anteriores dos alunos em sua caminhada escolar.

3.2 Autorização para a pesquisa

Por envolver os estudantes, a pesquisa foi inicialmente submetida à apreciação da direção da escola, conforme autorização no Apêndice A e foi criado um Termo de Compromisso, entre professor e pais ou responsáveis pelos alunos participantes, para orientar a disciplina em sala de aula. Após assinado, o documento (Apêndice A) ficou de posse do professor.

O benefício direto deste trabalho está em possibilitar, ao professor, uma reflexão sobre sua prática pedagógica e sobre sua formação continuada, e, ao aluno, a possibilidade de vivenciar metodologias ativas, que o motivem o aprendizado. Como benefício indireto, destaca-se a contribuição para a formação de professores no paradigma da Matemática a partir da divulgação dos resultados da pesquisa por meio de publicações científicas.

3.3 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa é de caráter qualitativo e a aplicação didática com coleta de dados foram desenvolvidas, no decorrer do 2º bimestre do ano de 2024, com alunos de 2º ano do Ensino Médio Integral/Formação de Professores, do Colégio Estadual Alberto Torres, Código INEP: 33013497, uma escola pública da rede estadual de ensino, localizada no município de São João da Barra, estado do Rio de Janeiro, situada na Rua João Francisco de Almeida, 439.

O universo da pesquisa se restringe a um público, de 25 alunos, que se propôs a desenvolver as atividades práticas propostas, ao qual forneceu-se informações precisas para a elaboração desse trabalho.

No ano de 2024 foram matriculados 408 alunos nesta escola, distribuídos em 22 turmas, nas seguintes modalidades oferecidas pela escola:

- Ensino Médio Regular: 12 turmas
- Ensino Médio Linguagem: 3 turmas
- Ensino Médio Curso Normal: 3 turmas
- NEJA: 4 turmas

A escola apresenta a seguinte infraestrutura: um refeitório, uma biblioteca, um laboratório de ciências, uma sala *Maker*, uma secretaria, uma sala de professores, uma sala da direção, uma quadra de esportes descoberta, uma cozinha, uma despensa, dois banheiros para professores (masculino e feminino), banheiros para alunos (masculino e feminino), um almoxarifado e área verde.

3.4 Instrumentos de pesquisa

Como instrumentos de coleta de dados foram utilizadas atividades desenvolvidas em 12 encontros, sendo 2 encontros por semana, num total de 24 aulas.

De acordo com Severino (2007, p. 125) o questionário permite "levantar informações escritas por parte dos sujeitos pesquisados, com vistas a conhecer a opinião dos mesmos sobre os assuntos em estudo". O questionário é um instrumento empregado para se obter informações. É um método de fácil acesso que aborda as mesmas questões para todos e garante o anonimato dos participantes, podendo conter questões que atendam a finalidade específica da pesquisa.

A elaboração do questionário se justifica com base na questão norteadora desse trabalho e trouxe possibilidades de dialogar com os objetivos propostos, dando aos participantes possibilidades de responder sobre as questões propostas de maneira a dialogar com o tema em pauta.

A tabulação das atividades se deu em computador pessoal, protegido por senha, sem conexão com redes de dados e os entrevistados não foram identificados nominalmente.

3.5 Elaboração da Sequência Didática

Os momentos anteriormente descritos compuseram as etapas da sequência de atividades. A organização da sequência de atividades em termos de tais critérios, das etapas e momentos, das atividades desenvolvidas, conteúdos abordados e avaliação, apresentadas na Tabela 1.

Essa sequência de atividades combina teoria, prática e aplicação, proporcionando aos alunos uma experiência completa e significativa no estudo de sólidos geométricos. Além disso, incentiva a criatividade e a exploração de diferentes formas geométricas de maneira lúdica e envolvente.

Essas etapas formam o ciclo completo da pesquisa, desde o desenvolvimento inicial do questionário até a análise dos resultados finais após a aplicação das atividades planejadas. O cuidado e a atenção dedicados a cada etapa contribuem significativamente para a qualidade e validade dos resultados obtidos.

Tabela 1 – Distribuição da sequência de atividades

Etapa	**Conteúdo**	**Atividade**
Encontro 1	Apresentação da sequência de atividades e da temática.	Introdução a Geometria Espacial - Jogo Minecraft
Encontro 2	Sólidos Platônicos e a Relação de Euler	Construção e exploração dos Sólidos de Platão
Encontro 3	Compreendendo o conteúdo	Exercícios de fixação em grupo
Encontro 4	Prisma	Área lateral e total do prisma
Encontro 5	Compreendendo o conteúdo	Exercícios de fixação em grupo
Encontro 6	Continuação de Prismas	Volume dos prismas
Encontro 7	Compreendendo o conteúdo	Exercícios de fixação em grupo
Encontro 8	Pirâmides	Área lateral e total da pirâmide
Encontro 9	Compreendendo o conteúdo	Exercícios de fixação em grupo
Encontro 10	Continuação de Pirâmides	Volume das pirâmides
Encontro 11	Compreendendo o conteúdo	Exercícios de fixação em grupo
Encontro 12	Avaliação Final dos poliedros	Álbum de figurinhas

Fonte: Elaboração própria

3.6 Detalhamento das atividades indicadas na Tabela 1

A elaboração e aplicação de uma sequência de atividades requer um planejamento detalhado e estruturado, por parte do professor, para garantir a eficácia do processo de ensino-aprendizagem.

Ao elaborar e aplicar uma sequência de atividades, é importante considerar a diversidade de estilos de aprendizagem dos alunos, promover a participação ativa e reflexiva, e utilizar uma variedade de recursos e metodologias. Adaptar a sequência conforme as necessidades e interesses dos alunos também é fundamental para garantir um aprendizado significativo e eficaz.

3.6.1 Encontro 1 - Introdução à Geometria Espacial

Os objetivos deste encontro (Apêndice B) são:

- Familiarizar os alunos com os conceitos básicos da geometria espacial, promovendo a compreensão das propriedades e características das figuras tridimensionais.
- Desenvolver a habilidade de orientação espacial e visualização mental através da construção e análise de figuras tridimensionais no Minecraft.
- Aplicar conceitos de simetria e proporção na construção dessas figuras.

Figura 6 – Figuras planas e espaciais

Fonte: Acervo da Pesquisa

Foi apresentado aos estudantes a temática a ser desenvolvida. E, nesta primeira etapa introduziu-se a geometria espacial, mostrando a diferença entre figuras bidimensionais e tridimensionais. Para isso usou-se moldes de papel no formato de triângulo, retângulo e quadrado e os sólidos geométricos, de acrílico, existentes na escola (Figura 6). Os alunos foram instigados a observarem, detalhadamente, os sólidos geométricos e os separarem em dois grupos por semelhança. Inicialmente, separaram os que “rolam” (não poliedros) daqueles que “não rolam” (poliedros). Foi solicitado, em seguida, que observassem apenas os poliedros e os separassem em dois subgrupos. Separaram os prismas (que possuem duas bases) das pirâmides (que possuem apenas uma base). Após esta familiarização iniciou-se a aplicação da sequência didática da resolução do problema a ser resolvido, conforme Apêndice B. A turma foi dividida em cinco grupos para que fosse trabalhado ao longo de toda a sequência didática.

A capacidade de entender e aplicar esses conceitos tem relevância em áreas como arquitetura, design de materiais e ciência dos materiais, onde o preenchimento eficiente do espaço pode ter implicações práticas significativas. O estudo dessas formas e suas propriedades desenvolve o pensamento espacial, a capacidade de visualizar e manipular objetos tridimensionais, habilidades cruciais em muitas áreas da ciência e engenharia.

Portanto, o estudo da geometria espacial é fundamental para compreender as propriedades e as possibilidades do espaço tridimensional, tanto em termos teóricos quanto práticos.

O problema gerador selecionado foi uma questão do ENEM-2018. Esta questão aborda o jogo Minecraft que foi criado e desenvolvido pela empresa sueca Mojang AB em 2009, sendo um sucesso mundial desde o lançamento oficial em 2011. Em 2015, a Mojang AB foi adquirida pela Microsoft e o Minecraft passou a ser disponibilizado para Xbox, Playstation e celulares. A interface gráfica é complexa, trazendo blocos tridimensionais, permitindo ao jogador a manipulação de blocos cúbicos para construção de artefatos. O principal objetivo do jogo é a sobrevivência do avatar. Para isso, com ferramentas apropriadas, deve-se iniciar colhendo madeira para fazer fogo, arar a terra para plantar, construir cercas para os animais capturados e organizar blocos para construir uma moradia, a fim de proteger-se dos inimigos (chamados *creepers*) que aparecem à noite (o jogo possui um sistema sazonal, com passagem de dias, noites, estações). A interdisciplinaridade é amplamente explorável e as estratégias para sobreviver no jogo são inúmeras e concomitantes, requerendo a atenção contínua do jogador.

3.6.2 Encontro 2 - Planificação Poliedros de Platão - Relação de Euler

No Encontro 2 voltou-se relembrando aos estudantes que a geometria espacial é tridimensional. A escola possui uma sala *maker*. Para realização das atividades desta etapa da sequência didática, os estudantes foram levados para esta sala para trabalhar em grupos, que foram anteriormente definidos.

Os objetivos deste encontro (Apêndice B) são:

- Desenvolver a compreensão dos alunos sobre a relação entre figuras planas e sólidos geométricos através da montagem de sólidos a partir de suas planificações.
- Fornecer planificações de diferentes sólidos geométricos para os alunos analisarem e discutirem em grupo.
- Desenvolver a capacidade de construção e representação de figuras geométricas. Construir poliedros estabelecendo relações entre faces, vértices e arestas.

3.6.3 Encontro 3 - Exercício de Fixação sobre a introdução de Geometria Espacial, sólidos de Platão e Relação de Euler

Os objetivos deste encontro (Apêndice B) são:

- Identificar poliedros côncavos e convexos.
- Reconhecer os sólidos platônicos.
- Aplicar a relação de Euler.
- Visualizar a transformação de uma figura plana em uma figura tridimensional (no caso, um dado) e aplicar uma propriedade específica dos dados comuns para identificar a configuração correta.

3.6.4 Encontro 4 - Área Lateral e Total dos Prismas

O Encontro 4 (Apêndice B) tem como objetivo calcular as áreas laterais e totais dos prismas. Para isso cada grupo recebeu uma folha com as instruções a serem seguidas e também uma embalagem no formato de um prisma como descrito abaixo:

- Grupo 1: Cubo - enfeite de mesa;
- Grupo 2: Paralelepípedo - caixa de sabonetes Natura;
- Grupo 3: Prisma triangular - caixa de barrinha de cereal Monama;
- Grupo 4: Prisma quadrangular - caixa de algodão Apolo;
- Grupo 5: Prisma hexagonal - caixa de biscoito Koalas Bauducco.

O problema gerador deste encontro foi calcular as áreas laterais e totais dos prismas, usando como estratégia cobrir, com papel colorido, todas as superfícies da embalagem em formato de poliedros e prismas. E, calcular a quantidade de papel que o grupo gastou para cobrir a lateral e toda a superfície do seu poliedro. Os grupos escolheram uma cor de papel laminado para cobrir seu prisma. Para calcular as áreas laterais e totais dos prismas, é importante primeiro compreender a estrutura e os componentes de um prisma. Um prisma é um sólido geométrico com duas bases paralelas congruentes e faces laterais que são quadriláteros. Com esse passo a passo, os alunos aplicaram os conceitos e fizeram os cálculos de forma prática. Garantindo assim, uma compreensão mais sólida sobre a área lateral e total de prismas diferentes.

3.6.5 Encontro 5 - Exercícios de Fixação Área Lateral e Total dos Prismas

O Encontro 5, começou com uma revisão dos conteúdos abordados na aula anterior, o que é uma prática importante para consolidar o aprendizado e conectar os conhecimentos já adquiridos com os novos. Após a revisão, foram distribuídas as folhas de exercícios de fixação (Apêndice B) para que fossem feitos os exercícios de revisão.

3.6.6 Encontro 6 - Volume dos Prismas

O Encontro 6 (Apêndice B) tem como objetivo: Calcular o volume do prisma. Cada grupo recebeu o mesmo prisma da aula do cálculo da área lateral e total.

Problema Gerador: Qual a capacidade do Prisma do seu grupo, ou seja, quanto cabe nele?

Foi usado o método de deslocamento de grãos ou método de preenchimento com grãos. Este método envolve encher o prisma com grãos (como arroz ou areia) para medir o volume ocupado, sendo esta uma abordagem prática e tangível para entender e calcular volumes de formas geométricas tridimensionais.

Cada grupo recebeu um copo medidor e certa quantidade de grãos triturados para encher completamente o seu poliedro - prisma. Em seguida, transferiram a quantidade que coube no poliedro para o copo medidor e, assim registrando quantos mililitros couberam no prisma.

Através dessa atividade, os alunos não só compreenderam as fórmulas, mas também desenvolveram um entendimento profundo dos conceitos geométricos subjacentes e suas aplicações práticas.

3.6.7 Encontro 7 - Exercícios de Fixação Volume dos Prismas

O Encontro 7 buscou fixar o conceito de volume dos prismas. O objetivo do encontro é calcular, corretamente, o volume dos prismas, através da resolução dos exercícios de fixação (Apêndice B).

3.6.8 Encontro 8 - Área Lateral e Total das Pirâmides

Objetivo: calcular, corretamente, a área lateral e total das pirâmides.

Problema Gerador: Calcular as áreas laterais e totais das pirâmides, usando como estratégia o uso de papel colorido para cobrir toda a superfície da pirâmide e o cálculo da quantidade gasta para cobrir a embalagem.

Cada grupo recebeu uma folha com as instruções a serem seguidas (Apêndice B) e também um tipo de pirâmide como descrito abaixo:

- **Grupo 1**: Pirâmide quadrangular (mesma altura e base do cubo recebido na aula anterior);
- **Grupo 2**: Pirâmide retangular (mesma altura e base do paralelepípedo recebido na aula anterior);
- **Grupo 3**: Pirâmide triangular (mesma altura e base do prisma triangular recebido na aula anterior);
- **Grupo 4**: Pirâmide quadrangular (mesma altura e base do prisma quadrangular recebido na aula anterior);
- **Grupo 5**: Pirâmide hexagonal (mesma altura e base do prisma hexagonal recebido na aula anterior).

Em seguida, escolheram uma cor de papel laminado para cobrir sua pirâmide. Para calcular as áreas laterais e totais das pirâmides, é importante primeiro compreender a estrutura e os componentes de uma pirâmide. Uma pirâmide é um sólido geométrico com apenas uma base e faces laterais triangulares.

3.6.9 Encontro 9 - Exercícios de Fixação Área Lateral e Total das Pirâmides

O Encontro 9, começou com uma revisão dos conteúdos abordados na aula anterior. Após a revisão, foram distribuídas as folhas de exercícios de fixação (Apêndice B) para que fossem feitos os exercícios de revisão.

3.6.10 Encontro 10 - Volume das Pirâmides

O Encontro 10 tem por objetivo: calcular o volume das pirâmides.

Problema Gerador: Qual a capacidade da Pirâmide, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nele?

Cada grupo recebeu uma folha com as instruções (Apêndice B), grãos triturados, um prisma e uma pirâmide que possuíam a mesma altura e a mesma base.

- O grupo 1 recebeu o mesmo cubo das aulas anteriores e uma pirâmide de base quadrada (mesma altura e base do cubo recebido na aula anterior);
- O grupo 2 recebeu o mesmo paralelepípedo das aulas anteriores e uma pirâmide de base retangular (mesma altura e base do paralelepípedo recebido na aula anterior);
- O grupo 3 recebeu o mesmo prisma triangular regular das aulas anteriores e uma pirâmide de base triangular (mesma altura e base do prisma triangular recebido na aula anterior);
- O grupo 4 recebeu o mesmo prisma quadrangular das aulas anteriores e uma pirâmide de base quadrangular (mesma altura e base do prisma quadrangular recebido na aula anterior);
- O grupo 5 recebeu o mesmo prisma hexagonal das aulas anteriores e uma pirâmide de base hexagonal (mesma altura e base do prisma hexagonal recebido na aula anterior).

3.6.11 Encontro 11 - Exercícios de Fixação Volume das Pirâmides

A resolução dos exercícios de fixação (Apêndice B) sobre Volume de Pirâmides tem como objetivo: calcular, corretamente, o volume das pirâmides.

Iniciou-se fazendo uma revisão da definição de Volume de Pirâmides e destacando que é muito importante, inicialmente, identificar a base da pirâmide para que se possa calcular, corretamente, o seu volume. Depois de entender e revisar a fórmula do volume de pirâmides, que é um terço da área da base vezes a sua altura, os grupos de alunos receberam folhas de exercícios para fixar o conceito de volume de pirâmides.

3.6.12 Encontro 12 - Avaliação Final dos Poliedros - Álbum de figurinhas

Para a avaliação foi utilizada a estratégia da confecção de um Álbum de Figurinhas sobre Poliedros.

Cada aluno recebeu um pacotinho contendo 20 figuras em papel fotográfico adesivo e um álbum impresso em forma de livreto, composto por 6 páginas com 20 espaços e sua respectiva descrição ou definição, para que o aluno pudesse identificar qual a figura deverá ser colada.

Nesta prática, temos uma avaliação holística dos alunos, levando em conta não apenas seus conhecimentos teóricos, mas também suas habilidades práticas, criativas e sociais. A avaliação holística dos alunos é uma abordagem que visa considerar o indivíduo de maneira integral. Isso significa avaliar não apenas o conhecimento teórico, mas também habilidades práticas, criativas e sociais.

Essa prática é importante para reconhecer e valorizar diferentes aspectos do desenvolvimento e da aprendizagem dos alunos, proporcionando uma visão mais completa de suas capacidades e potencialidades.

Objetivos:

- Avaliar se os alunos entendem os conceitos fundamentais dos poliedros, como faces, arestas, vértices, e como essas partes se relacionam para formar o poliedro;
- Verificar se os alunos conseguem visualizar e manipular mentalmente as formas geométricas, o que é crucial para a compreensão da geometria tridimensional;
- Observar se os alunos conseguem aplicar o conhecimento teórico na prática, identificando e colando corretamente as planificações dos poliedros;
- Avaliar a criatividade dos alunos na elaboração do álbum, bem como suas habilidades artísticas e de apresentação;
- Verificar o desenvolvimento das habilidades motoras finas através do corte, colagem e montagem das figuras;

- Avaliar o nível de interesse e engajamento dos alunos com a atividade, o que pode ser um indicativo de sua motivação e atitude em relação à aprendizagem da geometria.

Esta atividade avaliativa apresentou excelentes resultados, sendo muito bem recebida pelos alunos.

Foi extremamente interessante observar que cada aluno, de forma intuitiva, utilizou diferentes estratégias para facilitar a correta identificação da figura que ocuparia determinado espaço, garantindo que não fosse reutilizada. Alguns alunos numeraram o verso das figuras, outros as separaram por páginas, desenharam a figura no espaço correspondente do álbum, organizaram-nas em pilhas ou identificaram-nas com seus respectivos nomes.

Além disso, foi gratificante constatar que, ao colar a última figura, alguns alunos perceberam que haviam colocado uma figura anterior de forma incorreta, já que a figura restante não correspondia às características do espaço disponível. Eles solicitaram permissão para descolar as figuras, o que foi permitido, e conseguiram corrigir a posição, finalizando a atividade corretamente.

Capítulo 4

Aplicação da Metodologia e Resultados

Neste capítulo, são apresentadas a análise e a discussão dos dados. Os dados foram coletados através de atividades e aula prática.

Do ponto de vista da pesquisa, a finalidade foi observar o aprendizado dos estudantes e analisar as atividades realizadas por eles, uma vez que o intuito era despertar engajamento e a motivação dos estudantes nas aulas, para assim, aguçar o interesse pela aprendizagem deles.

Avaliar consiste numa etapa importante no processo de ensino e aprendizagem do aluno, e através dessas respostas foi possível organizá-las e fazer a análise dos dados.

Durante as aulas, foram aplicadas as 10 etapas do método de Resolução de Problemas propostas por Onuchic et al. (2014). De modo geral, as aulas se iniciavam com a distribuição do material de estudo que propunha o problema, que ainda não foi trabalhado, para ser abordado em sala, foi dado um tempo para que os alunos pudessem fazer sua leitura individual, refletir e compreender o problema proposto. Em seguida, em pequenos grupos faz-se nova leitura e discutem o problema. Agora, os alunos resolvem o problema enquanto a docente acompanha de perto seus métodos e motivava os discentes em sua jornada. Os alunos registram a solução na linguagem matemática ou linguagem corrente ou desenhos. Após serem resolvidas as questões, os alunos apresentaram suas resoluções na lousa (certas, erradas ou feitas por processos diferentes) que são posteriormente discutidas com a turma para que se chegue a um consenso sobre o resultado correto. Por fim, formaliza-se o conteúdo abordado, de maneira formal e estruturada, padronizando os conceitos. Finaliza-se propondo novos problemas para consolidar o aprendizado dos alunos.

4.1 Desenvolvimento e Análise da Sequência Didática

Todos os dados obtidos foram analisados quantitativamente para descrever os sentidos, ou compreensões do assunto, contidos nas explanações. Como em todo processo de construção do conhecimento, diagnosticar a aprendizagem não é uma tarefa fácil, principalmente quando os alunos apontam não terem conhecimento sobre o conteúdo proposto.

Desse modo, analisa-se os dados buscando descobrir as fragilidades e necessidades dos estudantes, que no caso da temática da sequência de atividades, vão desde a conceituação, as práticas e cálculos.

4.1.1 Análise do Encontro 1

Neste Encontro introdutória explicou-se aos estudantes a importância das práticas através das atividades/questionários (Figura 7) para seu aprendizado e como ajudará a ajustar o ensino às suas necessidades, reforçando que não é uma avaliação formal, mas uma ferramenta de diagnóstico, que será aplicado em após cada aula.

Figura 7 – Separando poliedros de não poliedros

Fonte: Acervo da Pesquisa

Todos os grupos acertaram a resolução do problema gerador que foi a questão do ENEM 2018 envolvendo o jogo Minecraft (Apêndice B). Mas, na hora de responder o questionamento alguns grupos erraram, como observa-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Acertos na atividade do Encontro 1

Grupos	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Percentual de acertos	30	40	85	100	80

Fonte: Elaboração própria

4.1.2 Análise do Encontro 2

Problema Gerador: Verificar a relação de Euler.

Neste encontro cada grupo ficou responsável por um dos 5 poliedros platônicos (Figura 8), da seguinte forma: Tetraedro (grupo 1), Cubo (grupo 2), Octaedro (grupo 3), Dodecaedro (grupo 4) e Icosaedro (grupo 5). Cada grupo recebeu sua atividade específica (Apêndice B), na qual determinava como deveria realizar suas 3 tarefas de construção que foram:

Figura 8 – Sólidos platônicos produzidos pelos alunos

Fonte: Acervo da Pesquisa

- **1ª tarefa**: montar o poliedro específico do seu grupo, em uma atividade de recortar, dobrar, colar e montar (modelo do tipo casca - destacando as faces);
- **2ª tarefa**: reproduzir o poliedro usando palitos e jujubas (modelo do tipo esqueleto - destacando os vértices e as arestas);

- **3ª tarefa**: reproduzir este poliedro usando canudinhos e barbantes (modelo do tipo esqueleto - destacando as arestas).

Cada aluno pôde explorar e mostrar suas habilidades em uma das 3 tarefas. A construção dos sólidos com jujubas e canudos foi a mais interessante para eles. A tarefa com os canudos foi a mais difícil para os grupos do dodecaedro e do icosaedro, devido a quantidade de arestas. Com as três construções concluídas (Figura 8) cada grupo registrou, na folha de atividades (Apêndice B), várias observações assim como o número de faces, o número de vértices e o número de arestas. E também registrou-se qual o valor encontrado para a expressão: N° vértices + N° faces - N° arestas.

O momento de maior surpresa foi ao final exposição dos trabalhos de cada grupo, onde todos perceberam que o valor encontrado para a expressão: N° vértices + N° faces - N° arestas foi o mesmo para todos os grupos, ou seja, todos encontraram o número dois.

Assim, formalizou-se a Relação de Euler para toda a classe. Esta relação foi descoberta pelo matemático suíço Leonhard Euler em 1758. Euler inicialmente desenvolveu essa fórmula para poliedros convexos, mas ela tem implicações muito mais amplas na matemática, estendendo-se a outras áreas como a topologia.

A relação de Euler, que relaciona o número de vértices (V), arestas (A) e faces (F) de um poliedro convexo é expressa da seguinte forma: $V + F = A + 2$ ou $V - A + F = 2$. Esta relação para poliedros convexos é um testemunho da elegância e simplicidade da matemática, revelando uma estrutura subjacente comum a todos os poliedros convexos e estabelecendo uma base para desenvolvimentos posteriores na topologia e geometria, como mostra na Tabela 3.

Tabela 3 – Acertos na atividade do Encontro 2

Grupos	**Grupo 1**	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**	**Grupo 5**
Percentual de acertos	100	85	100	100	100

Fonte: Elaboração própria

4.1.3 Análise do Encontro 3

O Encontro 3 iniciou com uma revisão do Encontro 2 e, em seguida, cada grupo recebeu uma folha de exercícios de fixação (Apêndice B).

A relação de Euler é uma ferramenta poderosa para estudar as propriedades dos poliedros convexos. Ao entender e aplicar essa relação, os alunos ganham uma compreensão mais profunda da geometria dos sólidos tridimensionais.

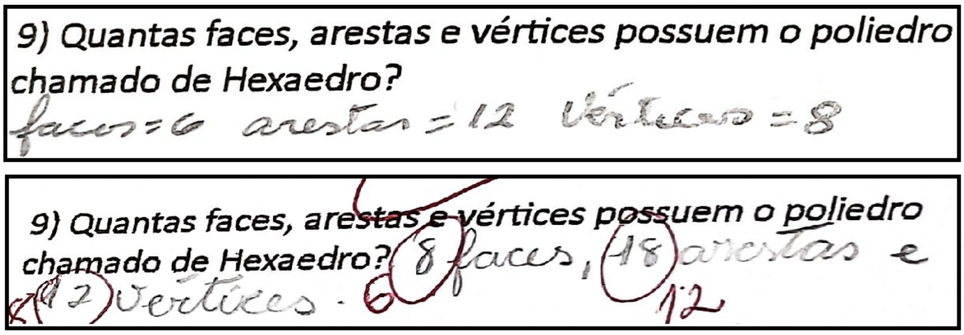
Analisando o aproveitamento dos grupos encontramos o seguinte resultado Tabela 4. E, na Figura 9 encontra-se a resolução correta (cima) e a incorreta (baixo) da questão 9 do Exercício de Fixação no Encontro 3 (Apêndice B).

Tabela 4 – Acertos na atividade do Encontro 3

Grupos	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Percentual de acertos	70	60	80	100	100

Fonte: Elaboração própria

Figura 9 – Encontro 3 - Questão 9 resposta certa e errada



Fonte: Acervo da Pesquisa

4.1.4 Análise do Encontro 4

O Problema Gerador selecionado para este encontro é: calcular a área lateral e total dos prismas. Usa-se como estratégia, cobrir, com papel colorido, todas as superfícies da embalagem em formato de poliedros - Prismas. Em seguida, calcular a quantidade de papel que o grupo gastou para cobrir a lateral e toda a superfície do poliedro.

Cada grupo recebeu um tipo de embalagem, que foram:

- Grupo 1: enfeite de mesa (cubo)
- Grupo 2: caixa de sabonete (paralelepípedo)
- Grupo 3: caixa de barra de cereais (prisma triangular regular)
- Grupo 4: caixa de algodão (prisma quadrangular)
- Grupo 5: caixa de biscoito Koalas da Bauducco (prisma hexagonal regular)

Cada grupo determina a quantidade de papel necessária para cobrir a embalagem: medindo as dimensões do prisma, calculando as áreas conforme o tipo de prisma e depois somando todas essas áreas para obter a quantidade total de papel colorido necessária.

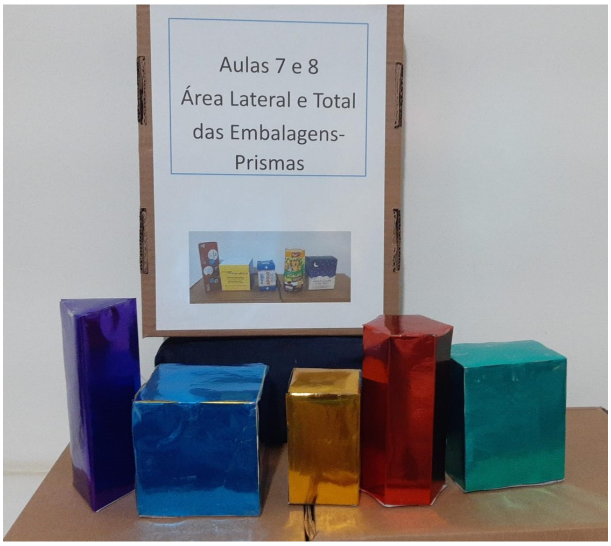
Neste problema gerador, dois grupos se destacaram na plenária, o 3 e o 5. O grupo 3, que recebeu o prisma triangular, mediu todas as dimensões, fez a planificação do prisma, fez todos os cálculos baseados na planificação e depois a colou na embalagem (Figura 10). Já o grupo 5, que recebeu o prisma hexagonal, mediu todas as dimensões, fez um grande retângulo para cobrir toda a lateral do prisma, calculou a sua área, fez as duas bases hexagonais separadas, calculou a sua área e colou as 3 partes na embalagem (Figura 11). Os demais grupos fizeram cada face que compunha o seu respectivo prisma, calculou a sua área e colou cada face.

Este tipo de experimento foi muito apreciado por todos os alunos.

Figura 10 – Embalagens antes do cálculo da área

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 11 – Embalagens depois do cálculo da área



Fonte: Acervo da Pesquisa

Foi feita a formalização do conteúdo na lousa:

Definição de Prisma: um prisma é um poliedro composto por duas bases congruentes e paralelas, conectadas por faces laterais que são paralelogramos. O nome do prisma é dado pelo formato de sua base (por exemplo, prisma triangular, prisma hexagonal).

Área Lateral de um Prisma: A **área lateral** de um prisma é a soma das áreas de todas as suas faces laterais, que são paralelogramos. Para calcular a área lateral, basta multiplicar o perímetro da base pelo valor da altura do prisma.

Fórmula da Área Lateral (AL): $AL = P * h$, onde: P é o perímetro da base; h é a altura do prisma (distância entre as duas bases).

Área Total de um Prisma: A área total de um prisma é a soma da área lateral com as áreas das duas bases.

Fórmula da Área Total (AT): $AT = AL + 2 * Ab$, onde: AL é a área lateral; Ab é a área de uma das bases.

Resumindo: a área lateral é a superfície das faces laterais do prisma. A área total é a soma da área lateral e das áreas das duas bases.

O aproveitamento dos grupos neste encontro está registrado na Tabela 5.

Tabela 5 – Acertos na atividade do Encontro 4

Grupos	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Percentual de acertos	100	0	80	20	40

Fonte: Elaboração própria

4.1.5 Análise do Encontro 5

O objetivo deste encontro foi calcular as áreas laterais e totais dos prismas.

Foi feita uma recapitulação do conteúdo e, em seguida, cada grupo de alunos recebeu a folha de exercícios de fixação (Apêndice B). Esses exercícios tinham como objetivo principal reforçar a habilidade dos alunos em calcular as áreas laterais e totais de qualquer prisma, contanto que tivessem as informações necessárias sobre a forma da base, suas dimensões e a altura do prisma.

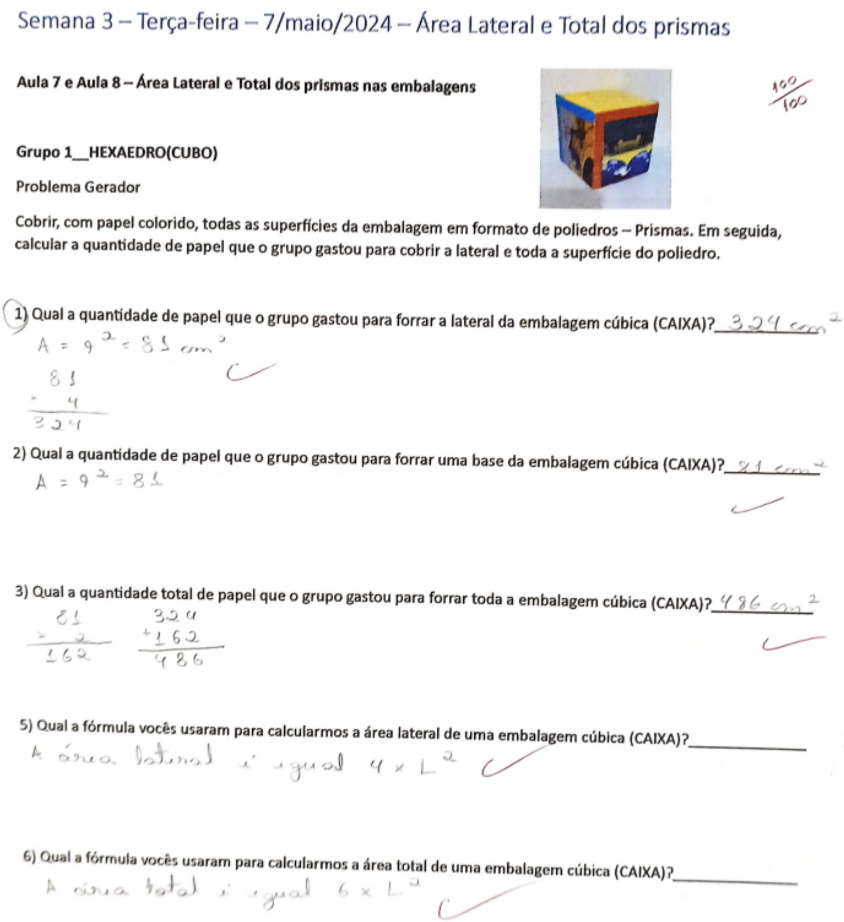
Em nosso dia-a-dia, é possível identificar vários elementos que possuem formato de prisma, como caixas de sapato, prédios, cômodos da casa, entre outros. E com isso trazer a nossa realidade para as aulas de geometria espacial.

Tabela 6 – Acertos na atividade do Encontro 5

Grupos	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Percentual de acertos	70	70	80	70	100

Fonte: Elaboração própria

Figura 12 – Encontro 4 - Grupo 1 acertou todos os cálculos da área lateral e total do prisma



Semana 3 – Terça-feira – 7/maio/2024 – Área Lateral e Total dos prismas

Aula 7 e Aula 8 – Área Lateral e Total dos prismas nas embalagens

100/100

Grupo 1__HEXAEDRO(CUBO)

Problema Gerador

Cobrir, com papel colorido, todas as superfícies da embalagem em formato de poliedros – Prismas. Em seguida, calcular a quantidade de papel que o grupo gastou para cobrir a lateral e toda a superfície do poliedro.

1) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da embalagem cúbica (CAIXA)? 324 cm²

$A = 9^2 = 81 \text{ cm}^2$

$81 \times 4 = 324$

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar uma base da embalagem cúbica (CAIXA)? 81 cm²

$A = 9^2 = 81$

3) Qual a quantidade total de papel que o grupo gastou para forrar toda a embalagem cúbica (CAIXA)? 486 cm²

$81 \times 2 = 162$ $\quad 324 + 162 = 486$

5) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área lateral de uma embalagem cúbica (CAIXA)?

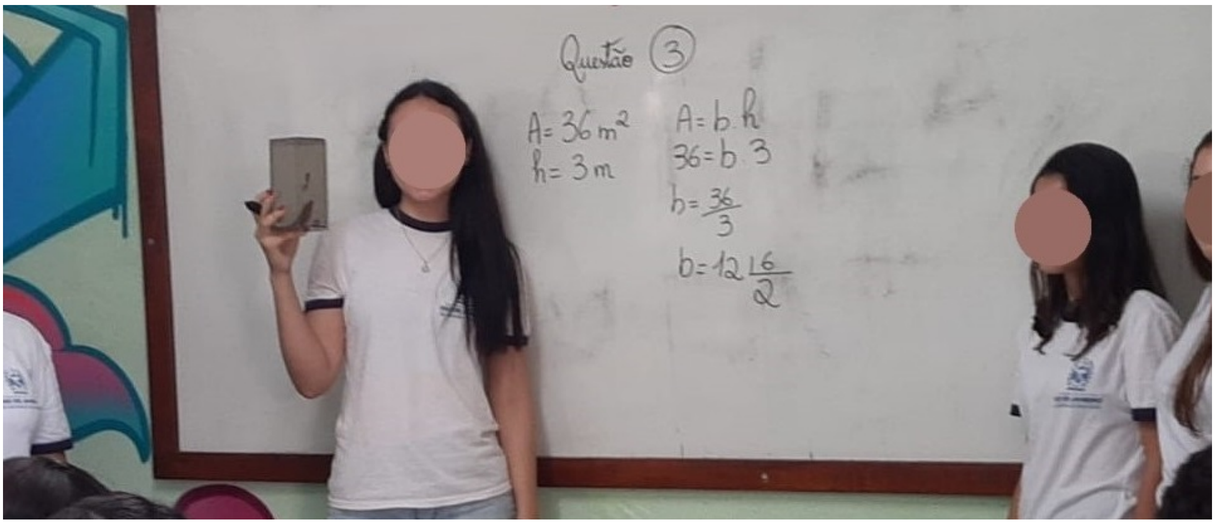
A área lateral é igual $4 \times L^2$

6) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área total de uma embalagem cúbica (CAIXA)?

A área total é igual $6 \times L^2$

Fonte: Acervo da Pesquisa

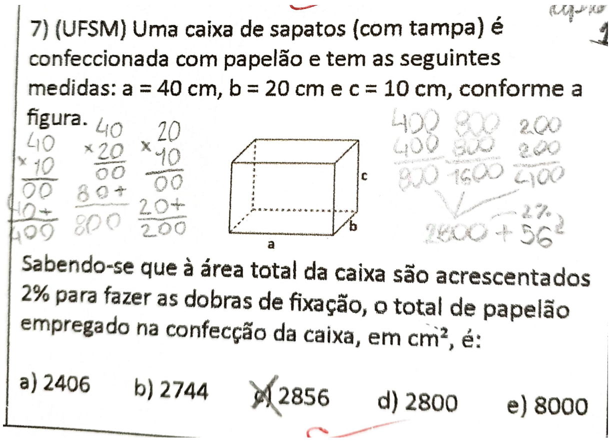
Figura 13 – Grupo 3 apresentando os cálculos da questão 3



Fonte: Acervo da Pesquisa

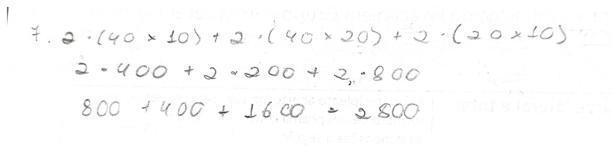
O grupo 3 se destacou ao fazer o registro da sua resolução na lousa, como mostra a Figura 13. O Grupo 1 resolveu corretamente a questão 7, como mostra a Figura 14, enquanto a Figura 15, mostra a resolução incorreta, desta mesma questão, pelo grupo 4. A Tabela 6 mostra o percentual de acertos dos nestas aulas.

Figura 14 – Encontro 5 - Questão 7 - resposta correta



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 15 – Encontro 5 - Questão 7 - resposta incorreta



Fonte: Acervo da Pesquisa

4.1.6 Análise do Encontro 6

O objetivo deste encontro foi calcular o volume dos prismas (Apêndice B).

Cada grupo recebeu um tipo de embalagem, que foram:

- **Grupo 1**: enfeite de mesa (cubo)
- **Grupo 2**: caixa de sabonete (paralelepípedo)
- **Grupo 3**: caixa de barra de cereais (prisma triangular regular)
- **Grupo 4**: caixa de algodão (prisma quadrangular)
- **Grupo 5**: caixa de biscoito Koalas da Bauducco (prisma hexagonal regular)

Cada grupo abriu com estilete uma das bases do prisma do seu grupo e o encheu, completamente, com os grãos disponibilizados (Figura 17). Transferiu-se para o medidor toda a quantidade que coube no interior do seu prisma (Figura 16) e, registraram a sua capacidade em mililitros. Fizeram as transformações de mililitro para litro, de litro para dm^3 e de dm^3 para cm^3. Cada grupo registrou a altura do seu prisma e também que calculou a área da base do seu respectivo prisma. Em seguida, multiplicaram a medida da altura pela área da base e compararam este resultado com o encontrado pelo medidor. Constatando assim, que os valores ficaram muito próximos.

Figura 16 – Grupo 3 medindo volume do prisma triangular regular

Fonte: Acervo da Pesquisa

Na plenária, percebeu-se que todos os grupos obtiveram valores muito próximos, ao comparar o volume de grãos encontrado com o valor encontrado ao multiplicar a altura do prisma pela área da base.

Formalizou-se, após a plenária, a definição de Volume de um Prisma que é: a quantidade de espaço que ele ocupa no espaço tridimensional. Para encontrar o volume de um prisma, multiplicamos a área da base pela altura (a distância entre as duas bases paralelas). Logo, conclui-se que o volume de um prisma depende da forma de sua base e da sua altura.

Passos para calcular a capacidade (volume) de um prisma:

1. Identificar a forma da base: Um prisma pode ter várias formas de base, como retangular, triangular, hexagonal, etc.
2. Calcular a área da base: Use a fórmula apropriada para a forma da base.

Figura 17 – Grupo 5 medindo volume do prisma hexagonal regular

Fonte: Acervo da Pesquisa

3. Multiplicar a área da base pela altura do prisma. Lembrando que, a altura é a distância entre as duas bases paralelas.

Fórmula do Volume de um Prisma: o volume de um prisma pode ser calculado utilizando a seguinte fórmula:

$V = Ab * h$

Onde: V é o volume do prisma, Ab é a área da base do prisma e h é a altura do prisma (distância entre as duas bases).

Este tipo de experimento foi amplamente apreciado por todos os alunos.

Tabela 7 – Acertos na atividade do Encontro 6

Grupos	**Grupo 1**	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**	**Grupo 5**
Percentual de acertos	100	100	100	100	100

Fonte: Elaboração própria

4.1.7 Análise do Encontro 7

Neste encontro o objetivo foi fixar e calcular, corretamente, o volume dos prismas. Iniciou-se fazendo uma recapitulação da definição de volume e destacando que é muito importante, inicialmente, identificar a base do prisma para que se possa calcular, corretamente, a sua área. E que em seguida, para se calcular corretamente o volume do prisma basta multiplicar a área da base pela altura do prisma (Apêndice B). Em seguida, cada grupo recebeu a sua folha de exercícios de fixação do conceito de volume de prisma. Cada grupo apresentou sua solução a serem analisadas e debatidas na plenária.

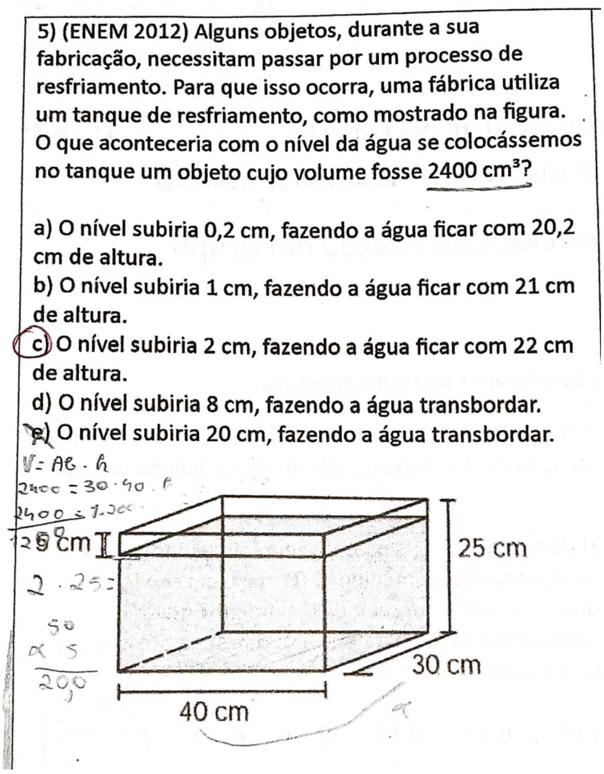
O grupo 2 não teve 100% de acerto, como mostra a Tabela 8. Este grupo apresentou certa dificuldade para entender e resolver algumas questões, como mostrada na Figura 18. Enquanto os demais grupos responderam corretamente a mesma questão, como mostra a Figura 19.

Tabela 8 – Acertos na atividade das Encontro 7

Grupos	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Percentual de acertos	Faltou	70	100	100	100

Fonte: Elaboração própria

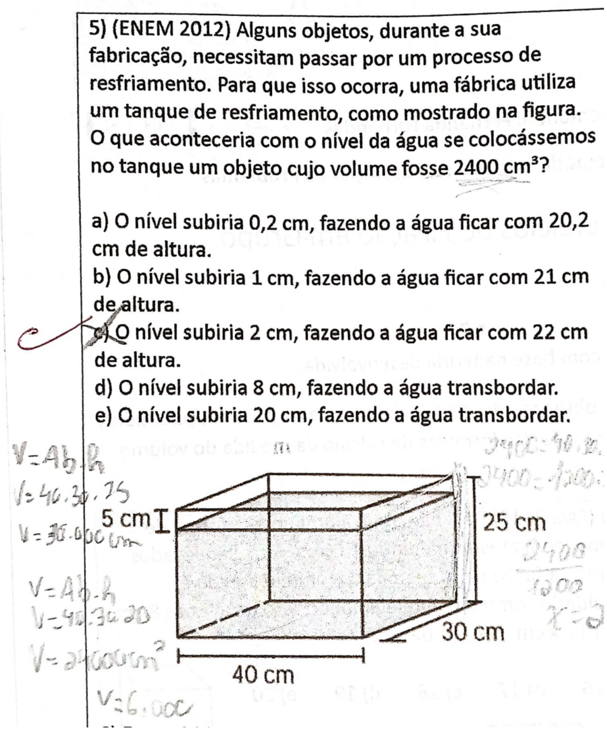
Figura 18 – Encontro 7 - Questão 5 - resposta incorreta


5) (ENEM 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura. O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse 2400 cm³?

a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 19 – Encontro 7 - Questão 5 - resposta correta


5) (ENEM 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura. O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse 2400 cm³?

a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.

Fonte: Acervo da Pesquisa

4.1.8 Análise do Encontro 8

Neste encontro o problema gerador foi: Qual a área lateral e total da pirâmide do seu grupo? A estratégia usada foi calcular a quantidade de papel colorido gasto para cobrir a lateral e a totalidade da superfície da pirâmide (Apêndice B).

Os alunos recortaram, dobraram, colaram e, finalmente, montaram a sua pirâmide (Figura 20). Observaram que, na pirâmide, todas as faces laterais são triângulos e que só possui uma base. Mediram com a régua a base do triângulo e a sua altura. Desenharam e recortaram, no papel laminado, cada face triangular, que foi colada na sua pirâmide (Figura 21 e Figura 22). E, calcularam a quantidade de papel necessária para cobrir uma face da pirâmide. Calcularam a área da base conforme o tipo de pirâmide que receberam. Depois, para calcular a área lateral bastava multiplicar a área de uma face pelo número de lados do polígono da base. E para calcular a área total bastava somar a área da base com a área lateral. Assim, obtiveram a quantidade total de papel laminado necessária para cobrir toda a pirâmide do seu grupo.

Cada grupo apresentou seus cálculos a serem analisados e debatidos na plenária. Em seguida, formalizou-se a área lateral e total da pirâmide.

Definição de Pirâmide: é um poliedro com uma base poligonal e faces laterais que são triângulos, todos convergindo para um ponto chamado vértice. O nome da pirâmide é dado pelo formato de sua base (pirâmide triangular, pirâmide quadrangular).

Área Lateral de uma Pirâmide: é a soma das áreas de todas as suas faces laterais, que são triângulos. Como as laterais são sempre triângulos, a área de uma face é calculada por:

$$A_L = \left(\frac{b*h}{2}\right)$$

Onde: a base b de uma face é igual ao lado da base e a altura h igual ao apótema lateral da pirâmide.

No caso particular da base ser um polígono regular:

$$A_L = n * \left(\frac{b*h}{2}\right)$$

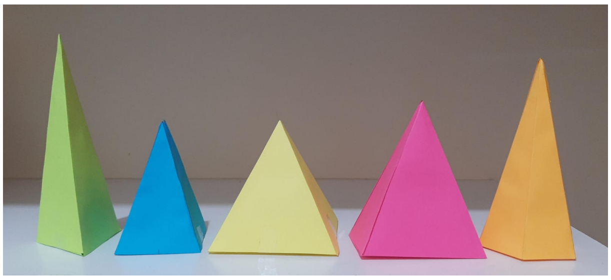
Onde: n é o número de lados da base e multiplica a área dos triângulos laterais.

Área Total de uma Pirâmide: é a soma da área lateral com a área da base. A fórmula da Área Total é:

$$AT = A_L + Ab$$

Onde: A_L é a área lateral e Ab é a área da base.

Figura 20 – Pirâmides montadas pelos grupos



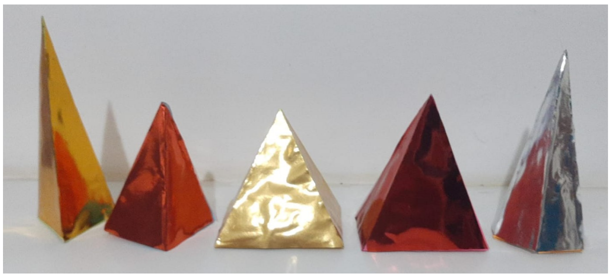
Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 21 – Forrando a pirâmide quadrangular, estratégia para o cálculo da área lateral e total

Fonte: Acervo da Pesquisa

Este tipo de experimento foi muito apreciado por todos os alunos.

Figura 22 – Pirâmides após o cálculo da área



Fonte: Acervo da Pesquisa

Tabela 9 – Acertos na atividade do Encontro 8

Grupos	**Grupo 1**	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**	**Grupo 5**
Percentual de acertos	80	80	70	90	80

Fonte: Elaboração própria

4.1.9 Análise do Encontro 9

Neste Encontro o objetivo foi: calcular, corretamente, a área lateral e total das pirâmides.

Tabela 10 – Acertos na atividade do Encontro 9

Grupos	**Grupo 1**	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**	**Grupo 5**
Percentual de acertos	30	70	90	80	40

Fonte: Elaboração própria

Iniciou-se fazendo uma recapitulação da definição de a área Lateral e Total das pirâmides e destacando que é muito importante, inicialmente, identificar a base da pirâmide para que se possa calcular, corretamente, a sua área lateral e total. Em seguida, cada grupo recebeu a sua folha de exercícios de fixação do conceito de volume de prisma (Apêndice B). Cada grupo apresentou sua solução a serem analisadas e debatidas na plenária.

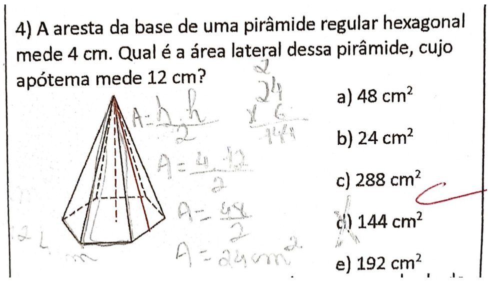
O grupo 1 apresentou certa dificuldade para entender e resolver algumas questões, como mostra a Tabela 10. Na Figura 23 e na Figura 24 temos, respectivamente, a resolução correta e a incorreta da questão 4.

4.1.10 Análise do Encontro 10

Neste Encontro cujo objetivo era calcular o volume da pirâmide (Apêndice B). Não foi uma atividade de raciocínio tão imediato.

Como calcular a capacidade da Pirâmide não é tarefa fácil, então, de posse dos grãos triturados, do prisma e da pirâmide, que possuíam a mesma base e a mesma

Figura 23 – Encontro 9 - Questão 4 - resposta correta


4) A aresta da base de uma pirâmide regular hexagonal mede 4 cm. Qual é a área lateral dessa pirâmide, cujo apótema mede 12 cm?

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$A = \frac{4 \cdot 12}{2}$

$A = \frac{48}{2}$

$A = 24 cm^2$

a) 48 cm²

b) 24 cm²

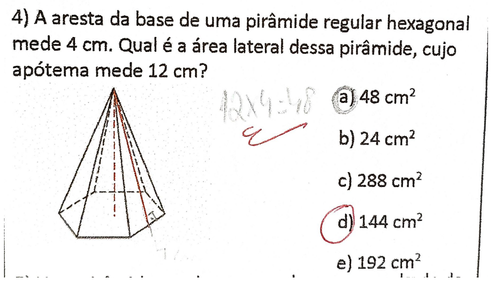
c) 288 cm²

d) 144 cm²

e) 192 cm²

Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 24 – Encontro 9 - Questão 4 - resposta incorreta


4) A aresta da base de uma pirâmide regular hexagonal mede 4 cm. Qual é a área lateral dessa pirâmide, cujo apótema mede 12 cm?

$12 \times 4 = 48$

a) 48 cm²

b) 24 cm²

c) 288 cm²

d) 144 cm²

e) 192 cm²

Fonte: Acervo da Pesquisa

altura (Figura 25), para cada grupo foi solicitado que:

Figura 25 – Encontro 10 - Prismas e pirâmides com mesma base e mesma altura

Fonte: Acervo da Pesquisa

1. Identificasse os poliedros que receberam;

2. Comparasse a altura dos 2 poliedros que receberam;

3. Comparasse as bases dos 2 poliedros que receberam;

4. Abrisse apenas uma base do prisma e a base da pirâmide;

5. Enchesse totalmente o seu prisma, usando a sua pirâmide como medidor, observando quantas desse medidor são necessários para enchê-lo completamente.

A partir deste experimento (Figura 26), os grupos apresentaram os resultados encontrados e, na plenária, concluiu-se que, todos os grupos precisaram do conteúdo

Figura 26 – Medindo o volume

Fonte: Acervo da Pesquisa

de 3 pirâmides/medidor para encher, completamente, o prisma correspondente e que o volume da pirâmide é um terço da área da base vezes a sua altura.

Em seguida, após a plenária formalizou-se a definição do volume da pirâmide:

Definição de Volume de uma Pirâmide: é a quantidade de espaço tridimensional que a pirâmide ocupa. Ele é calculado multiplicando-se a área da base pela altura da pirâmide e, em seguida, dividindo o resultado por três. Isso ocorre porque a pirâmide ocupa apenas um terço do volume de um prisma com a mesma base e altura.

Fórmula do Volume de uma Pirâmide é $V = \frac{Ab*H}{3}$, onde V é o volume da pirâmide, Ab é a área da base da pirâmide e H é a altura da pirâmide.

Este tipo de experimento foi muito encantador para os alunos! E a aprendizagem foi satisfatória como mostra a Tabela 11.

4.1.11 Análise do Encontro 11

Neste encontro a proposta foi a resolução dos exercícios para fixar o conceito de Volume de Pirâmides (Apêndice B), cujo objetivo é: calcular, corretamente, o volume

Tabela 11 – Acertos na atividade das Encontro 10

Grupos	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Percentual de acertos	100	100	100	100	100

Fonte: Elaboração própria

das pirâmides.

Para fixar esses conceitos, é essencial praticar com exercícios que envolvam diferentes formas de bases e alturas das pirâmides. Isso ajuda a consolidar a compreensão da relação entre a área da base, a altura e o volume nas diferentes figuras geométricas.

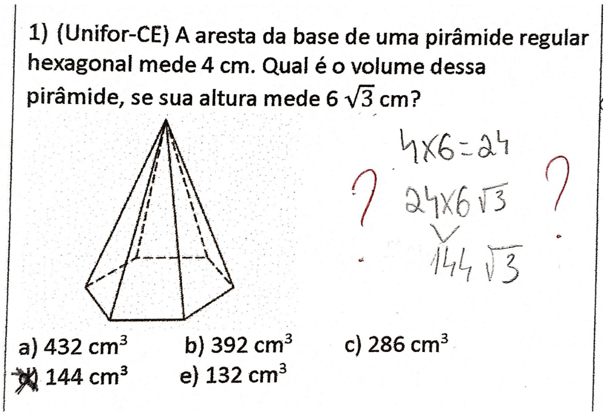
Percebeu-se que, o grupo 2 apresentou certa dificuldade para entender e resolver algumas questões, como mostra a Tabela 12 e a Figura 27. E, na Figura 28, constata-se o cálculo correto da mesma questão, feito pelo grupo 5.

Tabela 12 – Acertos na atividade das Encontro 11

Grupos	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
Percentual de acertos	75	50	80	100	100

Fonte: Elaboração própria

Figura 27 – Encontro 11 - Questão 1 - cálculo incorreto



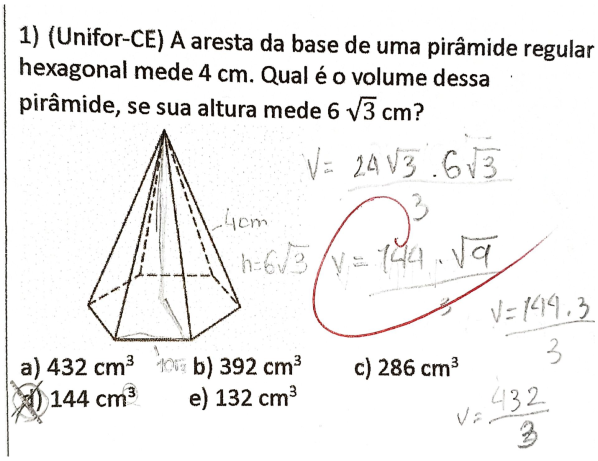
Fonte: Acervo da Pesquisa

4.1.12 Análise do Encontro 12

A avaliação holística, onde avaliou-se o ensino-aprendizagem usando-se como estratégia a Confecção de um Álbum de Figurinhas sobre Poliedros, visando considerar o indivíduo de maneira integral. Isso significa avaliar não apenas o conhecimento teórico, mas também habilidades práticas, criativas e sociais.

Foi incrível observar que cada aluno, intuitivamente, usou um recurso diferente para facilitar a identificação correta da figura que ocuparia determinado espaço e que

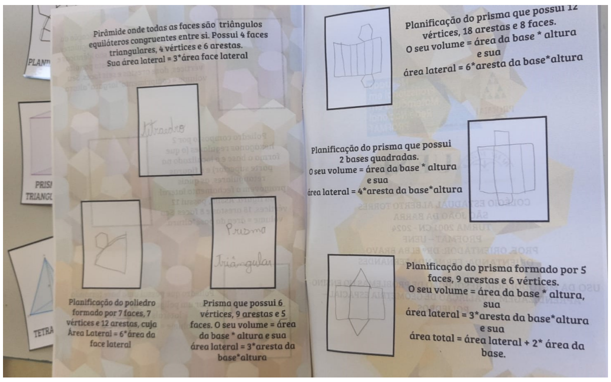
Figura 28 – Encontro 11 - Questão 1 - cálculo e resposta corretos



Fonte: Acervo da Pesquisa

não mais poderia ser usada outra vez. Alguns separaram por página, outros desenharam a figura no espaço do álbum (Figura 29), outros numeraram e reproduziram as planificações (Figura 30), outros numeraram o verso da figura (Figura 31) e outros colocaram o nome na figura.

Figura 29 – Encontro 12 - Estratégia de desenhar o sólido



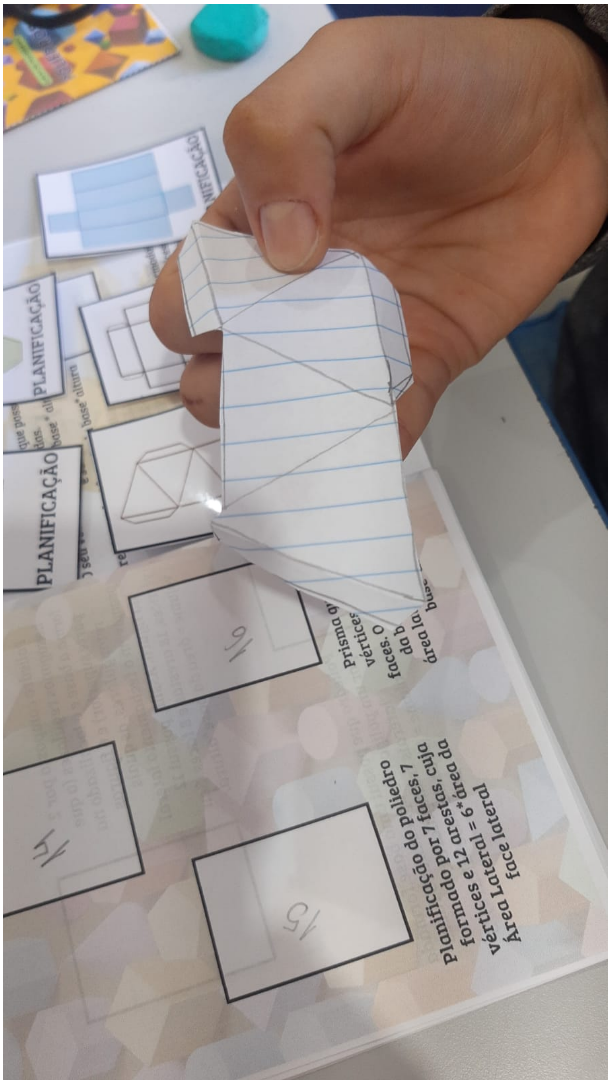
Fonte: Acervo da Pesquisa

Notou-se que alguns alunos quando foram colar a última figura perceberam que colaram na posição errada (Figura 32 e Figura 33) alguma figura pois a que sobrou não possuía as características descritas no espaço que sobrou no álbum. E aí, perguntaram se poderiam descolar. Os alunos conseguiram descolar e refazer, corretamente. Este fato possui vários significados e implicações educacionais a serem considerados:

1. Autoconsciência e Autorreflexão:

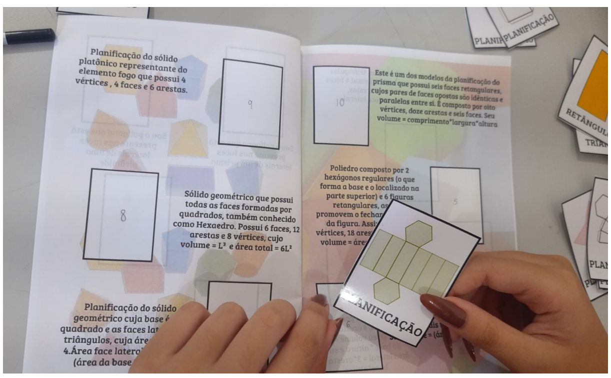
    - Desenvolvimento da Metacognição: O aluno está desenvolvendo a habilidade de pensar sobre seu próprio processo de aprendizado, identificando erros e compreendendo onde e por que cometeu esses erros.

Figura 30 – Encontro 12 - Estratégia de numerar e reproduzir planificações



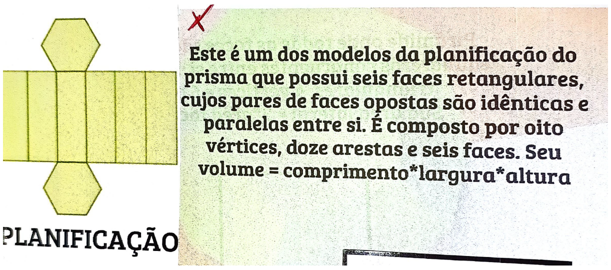
Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 31 – Encontro 12 - Estratégia de numerar



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 32 – Encontro 12 - Colagem incorreta no Álbum de Figurinhas



Fonte: Acervo da Pesquisa

Figura 33 – Encontro 12 - Colagem incorreta no Álbum de Figurinhas

Fonte: Acervo da Pesquisa

- Autocrítica Construtiva: A capacidade de reconhecer os próprios erros é um passo importante para a autocrítica construtiva, que pode levar a uma melhoria contínua.

2. Independência e Autonomia:

   - Resolução Independente de Problemas: A conclusão de que cometeu um erro sem a intervenção de um professor ou colega mostra que o aluno está adquirindo a capacidade de resolver problemas de forma independente.
   - Autodisciplina: O aluno demonstra autodisciplina e responsabilidade pelo seu próprio aprendizado.

3. Motivação e Persistência:

   - Motivação Intrínseca: A habilidade de reconhecer e corrigir erros por conta própria pode indicar uma alta motivação intrínseca, onde o aluno está genuinamente interessado em aprender e melhorar.
   - Persistência: Concluir que errou e continuar tentando pode refletir a persistência do aluno diante de desafios.

4. Crescimento e Aprendizado:

- Oportunidade de Aprendizado: Reconhecer os erros é uma oportunidade para aprender com eles, ajustando estratégias e abordagens para evitar os mesmos erros no futuro.
- Crescimento Cognitivo: O processo de identificar e corrigir erros promove o crescimento cognitivo e o entendimento mais profundo dos conceitos.

5. Aspectos Psicológicos:

   - Confiança e Autoestima: Dependendo da reação do aluno ao erro, isso pode impactar a confiança e autoestima. Um aluno que vê o erro como uma oportunidade para aprender pode desenvolver uma atitude positiva em relação à aprendizagem contínua.

6. Feedback e Melhorias:

   - Feedback Interno: O aluno está desenvolvendo a habilidade de fornecer feedback interno, o que é crucial para a aprendizagem ao longo da vida.
   - Ajuste de Estratégias: Reconhecer erros permite ao aluno ajustar suas estratégias de estudo e abordagem de problemas, melhorando assim seu desempenho futuro.

Em resumo, a capacidade de um aluno reconhecer sozinho que errou ao realizar uma atividade escolar é um sinal positivo de desenvolvimento de habilidades metacognitivas, independência, motivação intrínseca e potencial para crescimento acadêmico e pessoal.

Portanto, como mostra a Tabela 13, observou-se que:

- 48% da turma teve 100% de acerto
- 22% da turma teve 90% de acerto
- 9% da turma teve 85% de acerto
- 9% da turma teve 80% de acerto
- 4% da turma teve 70% de acerto
- 4% da turma teve 60% de acerto
- 4% da turma teve 50% de acerto

A tabulação do percentual de acertos das atividades de todos os encontros foi feita na planilha Excel. O resultado percentual médio, por aluno, ao final deste projeto é apresentado pela Tabela 14.

Tabela 13 – Tabela de Acertos no Álbum do Encontro 12

Aluno	**Percentual de acertos**
1	100
2	100
3	90
4	90
5	100
6	90
7	100
8	80
9	70
10	90
11	60
12	100
13	100
14	90
15	100
16	85
17	100
18	100
19	85
20	100
21	50
22	100
23	80

Fonte: Elaboração própria

4.2 Avaliação da sequência de atividades pelos pelos alunos

A abordagem incentiva a participação ativa dos alunos, uma vez que eles precisam discutir, argumentar e justificar suas ideias. Isso pode aumentar o interesse e o engajamento nas aulas. Ao explorar problemas relacionados ao mundo real, os alunos conseguem ver a aplicação prática dos conceitos geométricos, o que pode tornar o aprendizado mais significativo.

Trabalhar em grupo para resolver problemas pode ajudar aos alunos a desenvolver habilidades de comunicação e colaboração, importantes tanto para a vida acadêmica quanto para a vida profissional. Os alunos são incentivados a pensar de forma criativa e a aplicar conhecimentos teóricos para resolver problemas práticos, o que fortalece sua capacidade de resolver problemas em contextos variados.

Alguns problemas podem ser complexos e desafiadores, o que pode ser frustrante para alunos com dificuldades ou pouco interesse em matemática. Para que a metodologia fosse eficaz, foi necessário um planejamento cuidadoso por parte do pro-

Tabela 14 – Média percentual de Acertos nas 12 atividades deste projeto

Aluno	**Percentual de acertos**
1	89
2	87
3	79
4	54
5	78
6	68
7	88
8	64
9	85
10	73
11	59
12	88
13	75
14	36
15	33
16	56
17	54
18	57
19	73
20	87
21	58
22	75
23	55

Fonte: Elaboração própria

fessor para garantir que os problemas fossem apropriados ao nível dos estudantes e que todas as fases do processo de resolução fossem adequadamente guiadas.

Avaliar esse processo de Resolução de Problemas foi desafiador, pois envolveu não apenas a solução final, mas o processo de pensamento e as estratégias utilizadas pelos estudantes.

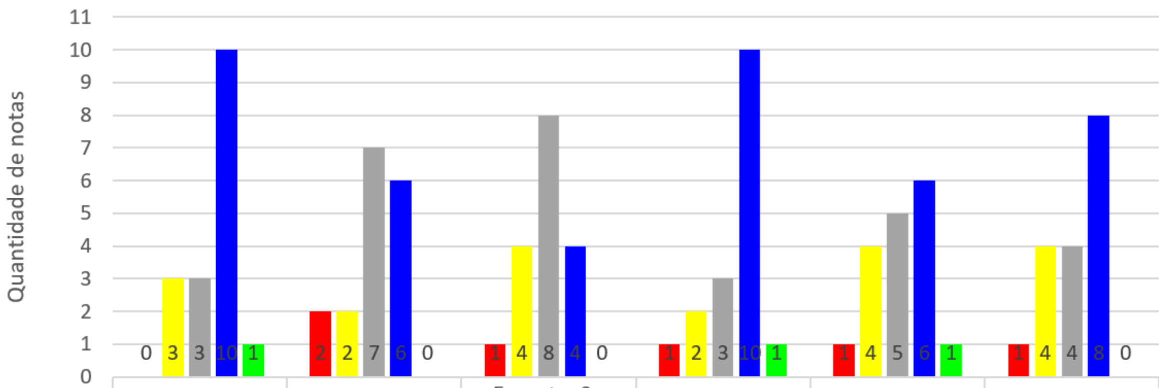
A Metodologia de Resolução de Problemas é uma ferramenta poderosa no ensino de Poliedros da Geometria Espacial, promovendo um aprendizado mais ativo e significativo. No entanto, seu sucesso depende de uma implementação cuidadosa e do suporte contínuo aos estudantes durante o processo.

Baseado nos resultados da avaliação realizada com os estudantes, constatou-se que a sequência de atividades são excelentes ferramentas pedagógicas, visto que trabalham os conteúdos de maneira divertida e prazerosa, despertando a curiosidade dos alunos, auxiliando na aprendizagem.

Essa abordagem destaca a importância de diversificar as atividades pedagógicas para despertar o interesse dos alunos e melhorar a eficácia do ensino-aprendizagem. A utilização de diferentes ferramentas, é considerada uma aliada poderosa para os professores atingirem seus objetivos pedagógicos. As sequências de atividades, em particular, são vistas como uma estratégia eficaz para engajar os alunos e facilitar a aprendizagem. A expectativa é que os resultados desta pesquisa inspirem professores de diversas áreas do conhecimento a integrarem mais atividades diversificadas com a metodologia baseada em problemas em suas práticas pedagógicas, reconhecendo seu valor na formação integral dos estudantes.

Por meio da sequência de atividades, os estudantes aprenderam muito além da simples prática de copiar os conteúdos e realizar listas de exercício sobre ele, pois promovem a socialização entre alunos e professor, assim como a cooperação, sendo um recurso importante para abordar diversas temáticas que percorrem o currículo. As atividades utilizando a metodologia baseada em problemas, não trazem respostas prontas, mas favorecem a investigação, a pesquisa e a reflexão envolta de situações problema.

Figura 34 – Satisfação dos alunos por encontro - Parte 1

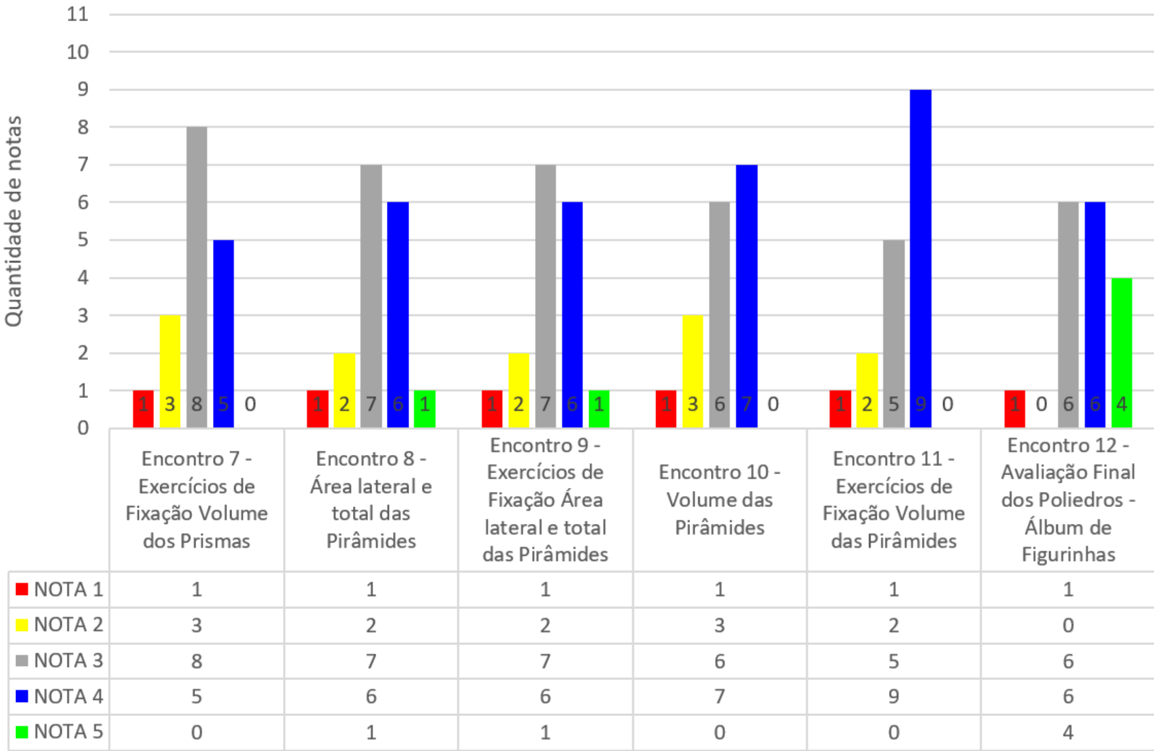


	Encontro 1 - Introdução a Geometria Espacial	Encontro 2 - Sólidos Platão – Relação Euler	Encontro 3 - Exercícios de Fixação Introdução, Sólidos Platônicos e Relação de Euler	Encontro 4 - Área lateral e total dos Prismas	Encontro 5 - Exercícios de Fixação Área lateral e total dos Prismas	Encontro 6 - Volume dos Prismas
NOTA 1	0	2	1	1	1	1
NOTA 2	3	2	4	2	4	4
NOTA 3	3	7	8	3	5	4
NOTA 4	10	6	4	10	6	8
NOTA 5	1	0	0	1	1	0

Fonte: Acervo da Pesquisa

A análise dos gráficos de notas atribuídas pelos alunos aos encontros de Geometria Espacial (Figura 34 e Figura 35) revela uma tendência geral de satisfação positiva. A maioria das aulas recebeu predominantemente Notas 3 e 4, indicando que os alunos consideraram as aulas boas, com algumas variando entre satisfatórias e

Figura 35 – Satisfação dos alunos por encontro - Parte 2



Fonte: Acervo da Pesquisa

muito boas. Encontros como “Introdução a Geometria Espacial” e “Exercícios de Fixação: Área lateral e total dos Prismas” destacaram-se com Notas 4, mostrando uma aceitação particularmente boa. Em contraste, poucos encontros receberam Notas 5, sugerindo que, embora bem recebidas, poucas foram consideradas excelentes. Notas 1 e 2 apareceram em menor quantidade, indicando que a insatisfação foi relativamente baixa. Essa distribuição aponta para uma experiência de aprendizado positiva, com algumas áreas de melhorias para alcançar níveis de excelência percebidos pelos alunos.

Capítulo 5

Considerações Finais

Essa pesquisa, preocupou-se em estimular o aluno a pensar e a participar ativamente da construção de novos conhecimentos. Assim, ao trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, ficou evidente que, provocou-se os alunos para que, ao buscar a resolução, pensassem, refletissem e, com segurança, a encontrassem.

Portanto, agora que se finalizou a pesquisa, pode-se responder à pergunta lançada no início da mesma: O uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas constitui-se num caminho alternativo para a construção de conceitos e conteúdos geométricos espaciais pelos alunos do Ensino Médio?

Consegue-se demonstrar que a Resolução de Problemas é um dos principais métodos para ensinar, aprender e avaliar a Matemática em sala de aula. Conforme afirmou Walle (2000, p. 40), a maioria, senão todos, os conceitos e procedimentos matemáticos importantes podem ser melhor ensinados através da Resolução de Problemas. Ou seja, tarefas ou problemas podem e devem ser propostos de modo a engajar os estudantes no pensar e promover um aprendizado mais profundo e significativo.

Com base nas evidências coletadas nessa pesquisa, acredita-se fortemente que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas é uma alternativa eficaz que permite aos alunos a construção de conceitos e conteúdos matemáticos, explorando e aproveitando seu próprio potencial e habilidades. Os alunos ficaram comprometidos com o trabalho e focados nas atividades propostas, não havendo dispersão. Conseguiu-se também, uma evolução significativa dos rendimentos qualitativos e quantitativos. A Resolução de Problemas se torna, assim, um recurso valioso não só para ensinar, mas também para aprender e praticar Matemática. Por fim, espera-se que a pesquisa suscite novos questionamentos e que ajude aos professores a reconhecerem o valor da Matemática na formação de cidadãos críticos e reflexivos, essenciais para uma sociedade em constante mudança.

5.1 Trabalhos futuros

Para futuros trabalhos, várias direções promissoras podem ser exploradas, visando aprofundar e ampliar os resultados obtidos. Primeiramente, seria interessante investigar a aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em diferentes contextos educacionais, incluindo escolas públicas e privadas, e em diversas regiões geográficas, para verificar a generalidade dos resultados.

Outro caminho a ser explorado é a aplicação dessa metodologia em outras áreas da matemática além da geometria espacial, como álgebra, estatística e cálculo, para avaliar sua eficácia em diferentes conteúdos e níveis de complexidade. Além disso, seria valioso conduzir estudos longitudinais para acompanhar o desenvolvimento dos alunos ao longo do tempo, verificando o impacto a longo prazo da Resolução de Problemas em suas habilidades matemáticas e em seu desempenho acadêmico geral.

Também seria enriquecedor desenvolver e testar novas ferramentas e recursos didáticos que possam complementar a metodologia de Resolução de Problemas, como o uso de tecnologias educacionais, jogos matemáticos e atividades colaborativas, e avaliar como esses recursos podem potencializar a aprendizagem e o engajamento dos alunos.

Adicionalmente, a formação e o desenvolvimento profissional dos professores que utilizam essa metodologia merecem atenção especial. Investigar as melhores práticas para capacitar e apoiar os professores na implementação eficaz da Resolução de Problemas em suas salas de aula pode contribuir significativamente para a disseminação e o sucesso da metodologia.

Por fim, uma abordagem interessante seria a análise comparativa entre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e outras metodologias inovadoras de ensino, como a aprendizagem baseada em projetos ou a sala de aula invertida. Isso permitiria identificar pontos fortes e áreas de melhoria, além de possibilitar a combinação de diferentes estratégias para um ensino de matemática ainda mais eficaz.

Em resumo, futuras pesquisas podem expandir o conhecimento sobre a metodologia de Resolução de Problemas, explorando sua aplicação em diferentes contextos e conteúdos, desenvolvendo novos recursos didáticos, focando na formação de professores e comparando-a com outras abordagens inovadoras. Esperamos que esses trabalhos futuros contribuam para a evolução contínua do ensino de matemática, promovendo uma educação mais dinâmica, envolvente e significativa para os alunos.

Referências

ALVES, G. D. S. Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com o uso do computador. *Brazilian Symposium on Computers in Education (Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE)*, v. 1, n. 1, p. 1–10, 2007. Disponível em: http://milanesa.ime.usp.br/rbie/index.php/sbie/article/download/550/536. Acesso em: 19/12/2024. Citado na página 35.

BACICH, L.; MORÁN, J. M. *Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico prática*. Porto Alegre: Penso, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 21, 24 e 25.

BEHRENS, M. A. Metodologia de projetos: aprender e ensinar para a produção do conhecimento numa visão complexa. *Complexidade: Redes e conexões na produção do conhecimento*, Curitiba, 2014. Citado na página 25.

BENDER, W. *Aprendizagem baseada em Projetos: educação diferenciada para o século XXI*. Porto Alegre: Penso, 2015. Citado na página 22.

BERBEL, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. *Ciências Sociais e Humanas, Londrina, v. 32, n. 1*, 2011. Citado na página 27.

BERGMANN, J.; SAMS, A. *Sala de aula invertida: Uma metodologia ativa de aprendizagem*. 1. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

CAI, J. et al. Problem posing research in mathematics: Some answered and unanswered questions. *In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), Mathematical problem posing: From research to effective practice. New York, NY: Springer*, 2015. Citado na página 30.

CAMARGO, F.; DAROS, T. *A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo*. Porto Alegre, RS; São Paulo, SP: Penso, 2018. (Série Desafios da educação). ISBN 9788584291199. Citado na página 21.

CRESPO, S. A collection of problem posing experiences for prospective mathematics teachers that make a difference. *Mathematical Problem Posing: From research to effective practice*, Springer, New York, 2015. Citado na página 31.

DANTAS, E. H. *Uso da realidade aumentada no ensino da geometria espacial*. Dissertação (Mestrado) — 2018, 2018. Disponível em: http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3253. Acesso em: 19/12/2024. Citado na página 35.

DEWEY, J. *Vida e Educação*. 10. ed. São Paulo: Melhoramentos, 1979. Citado 3 vezes nas páginas 17, 20 e 21.

DIESEL, A.; BALDEZ, A. L. S.; MARTINS, S. N. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. *Revista Thema*, v. 14, n. 1, p. 268–288, fev 2017. Disponível em: https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/404. Acesso em: 06/07/2024. Citado na página 17.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de matemática elementar volume 10: Geometria espacial posição e métrica*. São Paulo: Editora Atual, 2022. v. 10. ISBN 9788535717587. Disponível em: https://barbosadejesu.wordpress.com/wp-content/uploads/2021/09/fundamentos-da-matematica-elementar-10.pdf. Acesso em: 28/12/2024. Citado 3 vezes nas páginas 34, 39 e 40.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Fundamentos de matemática elementar volume 9: Geometria plana (aluno)*. São Paulo: Editora Atual, 2022. v. 9. ISBN 9788535716863. Disponível em: https://barbosadejesu.wordpress.com/wp-content/uploads/2021/09/fundamentos-da-matematica-elementar-9.pdf. Acesso em: 28/12/2024. Citado na página 34.

FIALHO, F. A. P.; MACHADO, A. de B. Metodologias ativas, conhecimento integral, jung, montessori e piaget. In: . Florianópolis: Contexto Digital Tecnologia Educacional, 2017. p. 63–81. ISBN 9788593437038. Citado na página 17.

FILHO, Z. A. Demonstração do teorema de euler para poliedros convexos. *Revista do Professor de Matemática*, v. 3, jan 2010. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~pleite/pub/artigos/elon/rpm3.pdf. Acesso em: 19/12/2024. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.

FIZZON, L. M. *O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/10201. Acesso em: 19/12/2024. Citado na página 35.

FRASSON, F.; LABURÚ, C. E.; ZOMPERO, A. de F. Aprendizagem significativa conceitual, procedimental e atitudinal: uma releitura da teoria ausubeliana. *Revista Contexto & Educação*, v. 34, n. 108, p. 303–318, jun 2019. Disponível em: https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/8840. Acesso em: 06/07/2024. Citado na página 19.

GIL, A. C. *Métodos e Técnicas De Pesquisa Social*. São Paulo: Atlas, 2008. ISBN 9788522451425. Citado na página 43.

GOUVEIA, C. A. A.; MATOS, T. A. de A.; PETRILLO, R. P. Metodologias ativas. In: . 2. ed. Rio de Janeiro, RJ: Editora Processo Ltda.- ME, 2022. p. 27–39. ISBN 9786589351931. Citado na página 17.

LACERDA, C. R.; GUERREIRO, M. G. Aprendizagem significativa : estudo sobre a visão dos professores no ensino superior. *Revista Internacional de Educação Superior*, Campinas, SP, v. 9, p. e023036, sep 2023. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/riesup/article/view/8668162. Acesso em: 06/07/2024. Citado na página 19.

LIMA, E. L. et al. *A Matematica Do Ensino Medio (colecao Do Professor De Matematica) N. 1; V. Ii*. SBM, 2022. v. 2. ISBN 9788585818111. Disponível em: https:

//www.ime.usp.br/~toscano/disc/2021/LimaCarvalhoWagnerMorgadoEMvol2.pdf. Acesso em: 02/02/2025. Citado 3 vezes nas páginas 34, 35 e 36.

LOVATO, F. L. et al. Metodologias ativas de aprendizagem: Uma breve revisão. *Acta Scientiae*, v. 20, p. 18, 5 2018. ISSN 2178-7727. Disponível em: https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss2id3690. Acesso em: 06/07/2024. Citado na página 17.

MASETTO, M. T. Docência universitária: repensando a aula. *Ensinar e aprender no ensino superior: por uma epistemologia da curiosidade na formação universitária*, Mackenzie, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 26.

MENDES, L. O. R. A gamificação como estratégia de ensino: a percepção de professores de matemática. *Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa*, 2019. Citado na página 21.

MORÁN, J. M. Internet no ensino. *Comunicação & Educação.*, Companhia das Letras, São Paulo, v. 14, n. 14, p. 17–26, abr 1999. Disponível em: https://revistas.usp.br/comueduc/article/view/36839. Acesso em: 19/12/2024. Citado na página 21.

MORÁN, J. M. *A Educação que Desejamos: novos desafios e como chegar lá*. Campinas: Papirus, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

MORÁN, J. M. *Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda*. Porto Alegre: Penso, 2018. 1-25 p. Disponível em: https://acervo.enap.gov.br/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=52403. Acesso em: 06/07/2024. Citado na página 18.

MOTA, A. R.; ROSA, C. T. W. da. Ensaio sobre metodologias ativas: reflexões e propostas. *Revista Espaço Pedagógico*, v. 25, n. 2, p. 261–276, maio 2018. Disponível em: https://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/8161. Acesso em: 06/07/2024. Citado na página 17.

ONUCHIC, L. de la R. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? *Revista Espaço Pedagógico*, São Paulo, SP, v. 20, n. 1, out 2013. Disponível em: https://seer.upf.br/index.php/rep/article/view/3509. Acesso em: 25/01/2024. Citado na página 30.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos,avanços e novas perspectivas. v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011. ISSN 0103-636X. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/boletim/index.php/BOLEMA/article/view/41. Acesso em: 19/12/2024. Citado 7 vezes nas páginas 6, 7, 30, 31, 32, 33 e 34.

ONUCHIC, L. de la R. et al. *Resolução de Problemas: Teoria e Prática*. Paco e Littera, 2014. ISBN 9788546217557. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=xAOcDwAAQBAJ. Acesso em: 10/07/2024. Citado 5 vezes nas páginas 6, 7, 28, 30 e 54.

PEREIRA, T. d. L. M. Geometria dinâmica : um estudo de atividades investigativas e demonstrações em geometria plana. *Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal* *de Juiz de Fora, Institutode Ciências Exatas. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional- (PROFMAT)*, 2022. Citado na página 41.

POLYA, G. *A Arte De Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978. ISBN 9788571931367. Citado 3 vezes nas páginas 6, 7 e 29.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de matemática. *Revista Eletrônica de Educação*, v. 6, n. 1, p. 299–311, maio 2012. Disponível em: https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413. Acesso em: 28/12/2024. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.

SANTOS, D. F. A. dos; CASTAMAN, A. S. Metodologias ativas: uma breve apresentação conceitual e de seus métodos. *Revista Linhas*, v. 23, n. 51, p. 334–357, maio 2022. Disponível em: https://www.revistas.udesc.br/index.php/linhas/article/view/20185. Acesso em: 06/07/2024. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 45.

SILVA, M. B. da. *A geometria espacial no ensino médio a partir da atividade webquest: Análise de uma experiência*. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2006. Disponível em: https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11091. Acesso em: 19/12/2024. Citado na página 35.

SILVA-PIRES, F. do E. S.; TRAJANO, V. da S.; ARAUJO-JORGE, T. C. de. A teoria da aprendizagem significativa e o jogo. *Rev. Educ. Questão [online]. 2020, vol.58, n.57, E-21088. Epub 12-Ago-21*, 2021. ISSN 1981-1802. Citado na página 22.

SOUZA, D. V. de. O ensino de noções de cálculo diferencial e integral por meio da aprendizagem baseada em problemas. *Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP*, 2016. Citado na página 28.

TANGERINO, L. I. Reflexões acerca do uso da aprendizagem baseada em problemas no ensino de matemática em um curso técnico integrado ao ensino médio. *145f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo*, 2017. Citado na página 23.

TEIXEIRA, L. A. A.; NATH-BRAGA, M. A. Metodologias ativas no século XXI, repensando a educação brasileira. *Encontro Científico Cultural Interinstitucional*, v. 15, n. 15, 2017. ISSN 1980-7406. Citado na página 19.

VALENTE, A. J. A sala de aula invertida e a possibilidade do ensino personalizado: uma experiência com a graduação em midialogia. In: PENSO (Ed.). *Metodologias ativas para uma construção inovadora: uma abordagem teórico-prática*. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 26–45. ISBN 9788584291151. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7722229/mod_resource/content/1/Metodologias-Ativas-para-uma-Educacao-Inovadora-Bacich-e-Moran.pdf. Acesso em: 06/07/2024. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 24.

VALÉRIO, M.; MOREIRA, A. L. O. R. Sete críticas à sala de aula invertida. *Revista Contexto & Educação, 33(106)*, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 26.

WALLE, J. A. V. de. *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. 4th ed. ed. New York: Addison Wesley Longman, 2000. ISBN 9780801332548 9780801332531. Citado 3 vezes nas páginas 6, 7 e 80.

Apêndices

APÊNDICE A

Autorização da Direção e Termo de Compromisso

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT
Mestrado Profissional em Matemática

AUTORIZAÇÃO

Prezado Diretor,

Os alunos da turma 2001 CN, do Colégio Estadual Alberto Torres, estão sendo convidados a participar de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Matemática, PROFMAT, da UENF, realizado pela mestranda e professora de Matemática dos referidos alunos, Fernanda Maria da Silva Fernandes. A pesquisa será realizada no 2º bimestre, durante algumas aulas de Matemática, com o seguinte tema: "Uso da metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros". Essa Metodologia permite que as aulas sejam mais dinâmicas, enfatizando a resolução de problemas e o desenvolvimento de atividades. O objetivo principal dessa experimentação é verificar se essa metodologia acarreta melhora no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação dos alunos. Dessa forma, gostaria de pedir sua autorização para que a Escola e a referida turma possam participar da pesquisa, e que os registros das atividades possam ser publicados. Desde de já, agradeço, e se estiver de acordo, peço que preencha o formulário a seguir:

Eu, ALANILDO SALES ABREU, diretor do Colégio Estadual Alberto Torres, autorizo a participação da turma 2001 CN na pesquisa sobre: "Uso da metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros", desenvolvida pela professora de Matemática, Fernanda Maria da Silva Fernandes.

C. E. ALBERTO TORRES
Alanildo Sales Abreu
Diretor Geral
MAT. 0815247-2
ID: 37417142

Assinatura

São João da Barra, 23 de abril de 2024.

UENF
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro

PROFMAT
Mestrado Profissional em Matemática

SBM

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Senhores Pais/Responsáveis,

Em conformidade com o que é proposto na BNCC e na matriz curricular do Estado do Rio de Janeiro, adotado pelo **Colégio Estadual Alberto Torres**, adentramos no conteúdo de Geometria Espacial, na disciplina de Matemática, com os alunos do 2º ano do Curso Normal.

Ao longo do desenvolvimento desse conteúdo, eu, Fernanda Maria da Silva Fernandes, professora da referida disciplina, gostaria de solicitar sua autorização para registrar e publicar os resultados que serão obtidos no desenvolvimento das atividades pedagógicas para compor a minha dissertação de mestrado em Matemática de tema: “Uso da metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros”. realizada pelo programa Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), na Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF). A participação de seu(sua) filho(a) nesta pesquisa será muito importante. Para a coleta de dados será aplicado um questionário, bem como a gravação em áudio e anotações em diário de campo através da observação durante as aulas. Ao participar das etapas da pesquisa seu(sua) filho(a) estará contribuindo com possibilidades inovadoras no processo de ensino-aprendizagem no ensino de Matemática.

Os benefícios esperados com a participação, estão relacionados ao engajamento e motivação, para testar uma metodologia de aprendizagem podendo potencializar o ensino de Matemática, colaborando no processo de ensino e aprendizagem.

OBS.: Os resultados de atividades e questionários aplicados serão divulgados anonimamente de maneira coletiva e as fotos utilizadas não exporão a imagem de qualquer aluno.

Desde de já, agradeço, e peço que, aprovando a participação do seu(sua) filho(a), destaque e preencha o formulário a seguir:

Eu, ____, autorizo a participação do meu filho(a) ____

na pesquisa desenvolvida pela professora de Matemática, Fernanda Maria da Silva Fernandes, sobre Material didático manipulativo para o ensino de polígonos e Sólidos Geométricos.

Nome do aluno: ____

São João da Barra, 09 de agosto de 2023.

APÊNDICE B

Encontros

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 26 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

Aplicação do Problema Gerador

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 1 – Quinta-feira – Introdução da Geometria Espacial com Minecraft

Aula 1 e Aula 2 – Introdução à Geometria Espacial - Problema Gerador

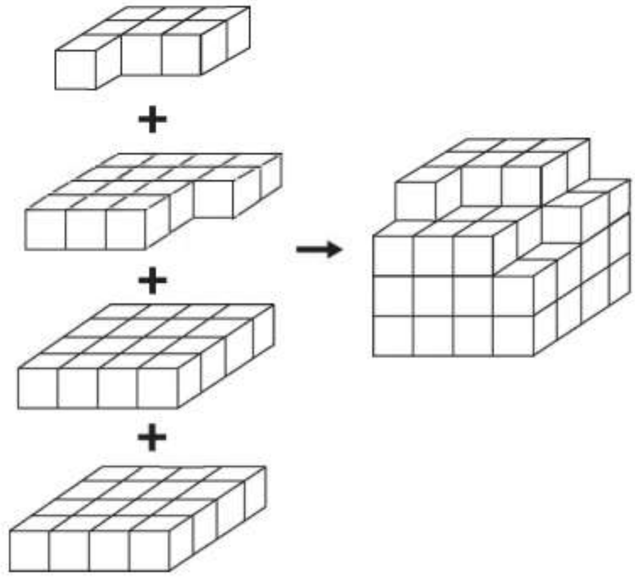
Objetivos: Desenvolver a habilidade de orientação espacial e visualização mental através da construção e análise de figuras tridimensionais no Minecraft. Aplicar conceitos de simetria e proporção na construção dessas figuras.

Competência específica da BNCC: Utilizar estratégias, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

Sobre o Jogo Minecraft

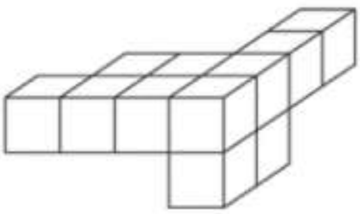
O jogo Minecraft foi criado e desenvolvido pela empresa sueca Mojang AB em 2009, sendo um sucesso mundial desde o lançamento oficial em 2011. Em 2015, a Mojang AB foi adquirida pela Microsoft e o Minecraft passou a ser disponibilizado para Xbox, Playstation e celulares. A interface gráfica é complexa, trazendo blocos tridimensionais, permitindo ao jogador a manipulação de blocos cúbicos para construção de artefatos. O principal objetivo do jogo é a sobrevivência do avatar. Para isso, com ferramentas apropriadas, deve-se iniciar colhendo madeira para fazer fogo, arar a terra para plantar, construir cercas para os animais capturados e organizar blocos para construir uma moradia, a fim de proteger-se dos inimigos (chamados creepers) que aparecem à noite (o jogo possui um sistema sazonal, com passagem de dias, noites, estações). A interdisciplinaridade é amplamente explorável e as estratégias para sobreviver no jogo são inúmeras e concomitantes, requerendo a atenção contínua do jogador.

(ENEM - 2018) Minecraft é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos. Um jogador deseja construir um cubo com dimensões 4 x 4 x 4. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.

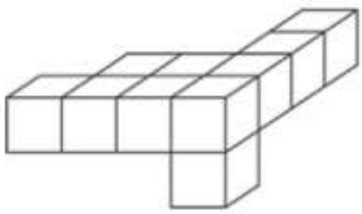


Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa. O formato da peça capaz de completar o cubo 4 x 4 x 4 é:

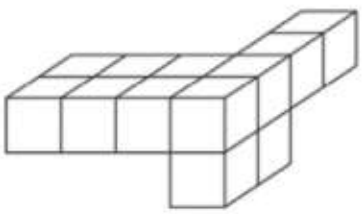
A



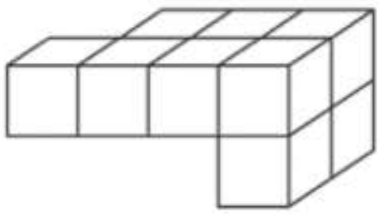
B



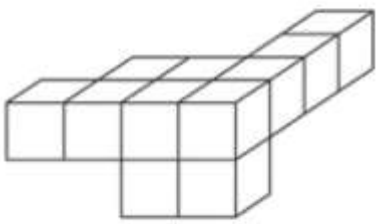
C



D



E



Questionamentos:

a) Quantos cubinhos, ao todo, o jogador empilhou para finalizar a construção do cubo com dimensões 4 x 4 x 4?_____________
b) Quantos cubinhos tem no comprimento do cubo finalizado?____________
c) Quantos cubinhos tem na largura do cubo finalizado?_______________
d) Quantos cubinhos tem na base do cubo finalizado?_________________
e) O que significa o resultado do produto entre o número de cubinhos do comprimento e o número de cubinhos da largura do cubo finalizado?_______________
f) O total de cubinhos da base do cubo finalizado representa a _____________ da base do cubo finalizado.
g) Quantos cubinhos tem na altura do cubo finalizado?________________
h) Quantos cubinhos tem, ao todo, o cubo finalizado?____________
i) O que significa o resultado do produto do número de cubinhos do comprimento com o número de cubinhos da largura e o número de cubinhos da altura do cubo finalizado?________________
j) O total de cubinhos do cubo finalizado representa o _____________ do cubo.

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 26 ALUNOS (5 GRUPOS)

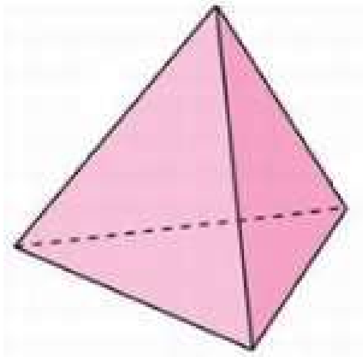
PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

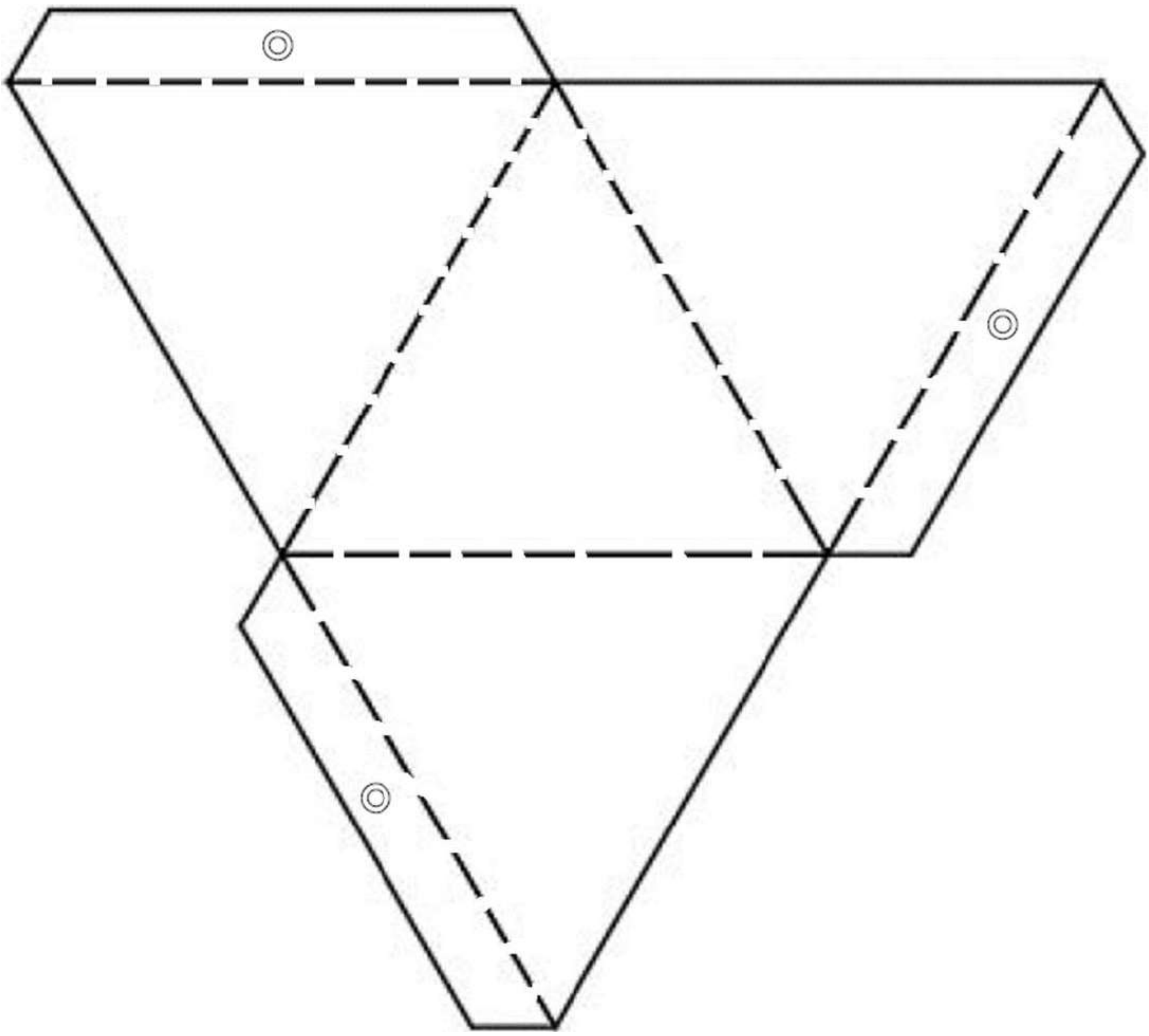
Aula 3 e 4 _Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

GRUPO 1: TETRAEDRO REGULAR

◎ Colar
— Cortar
--- Dobrar





Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

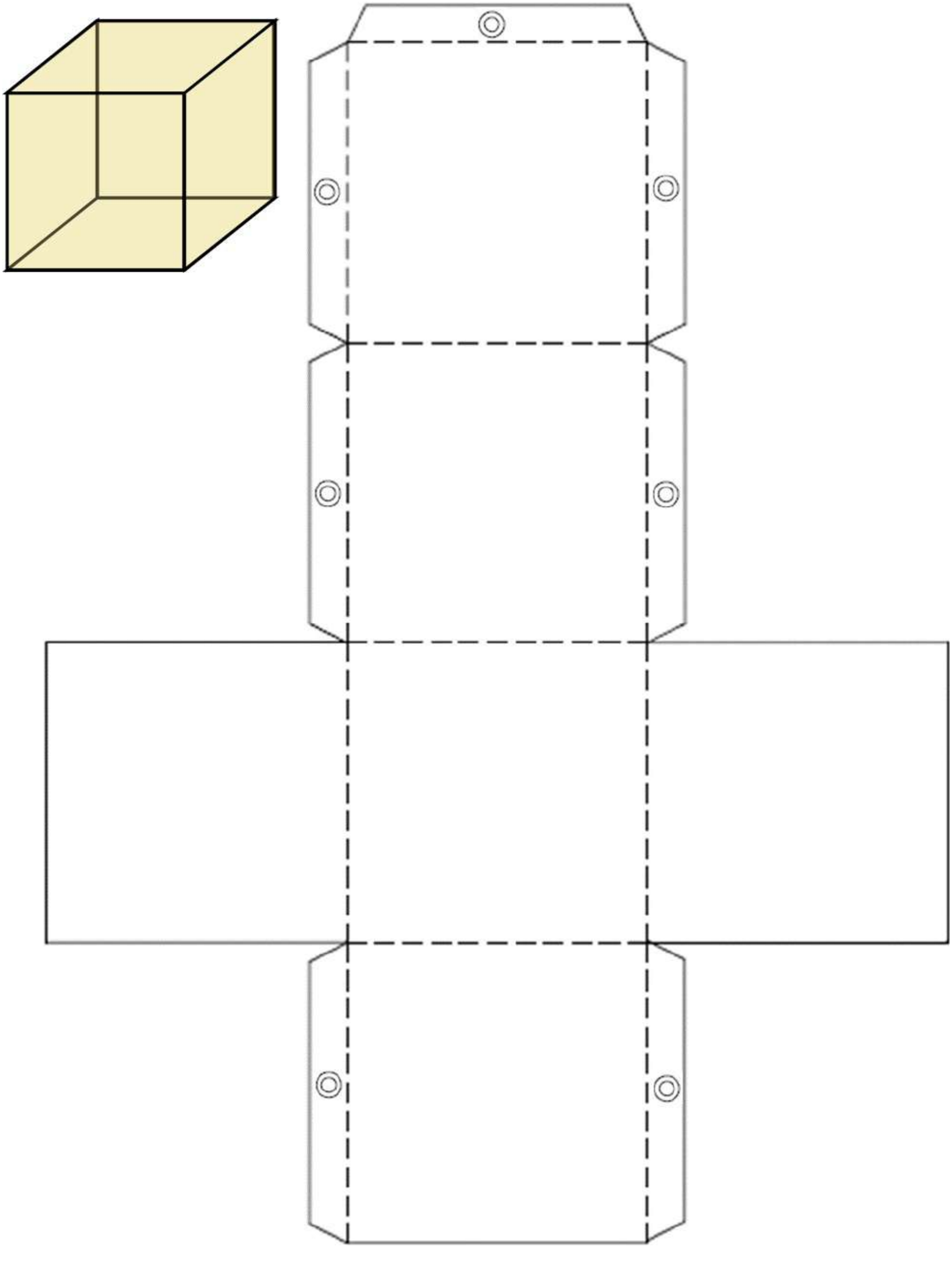
Turma 2001 CN 2024_____ 26 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

GRUPO 2: HEXAEDRO (CUBO)



Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

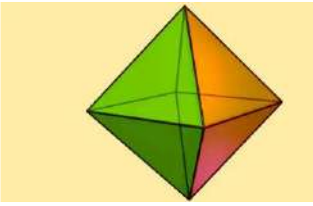
Turma 2001 CN 2024_____ 26 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

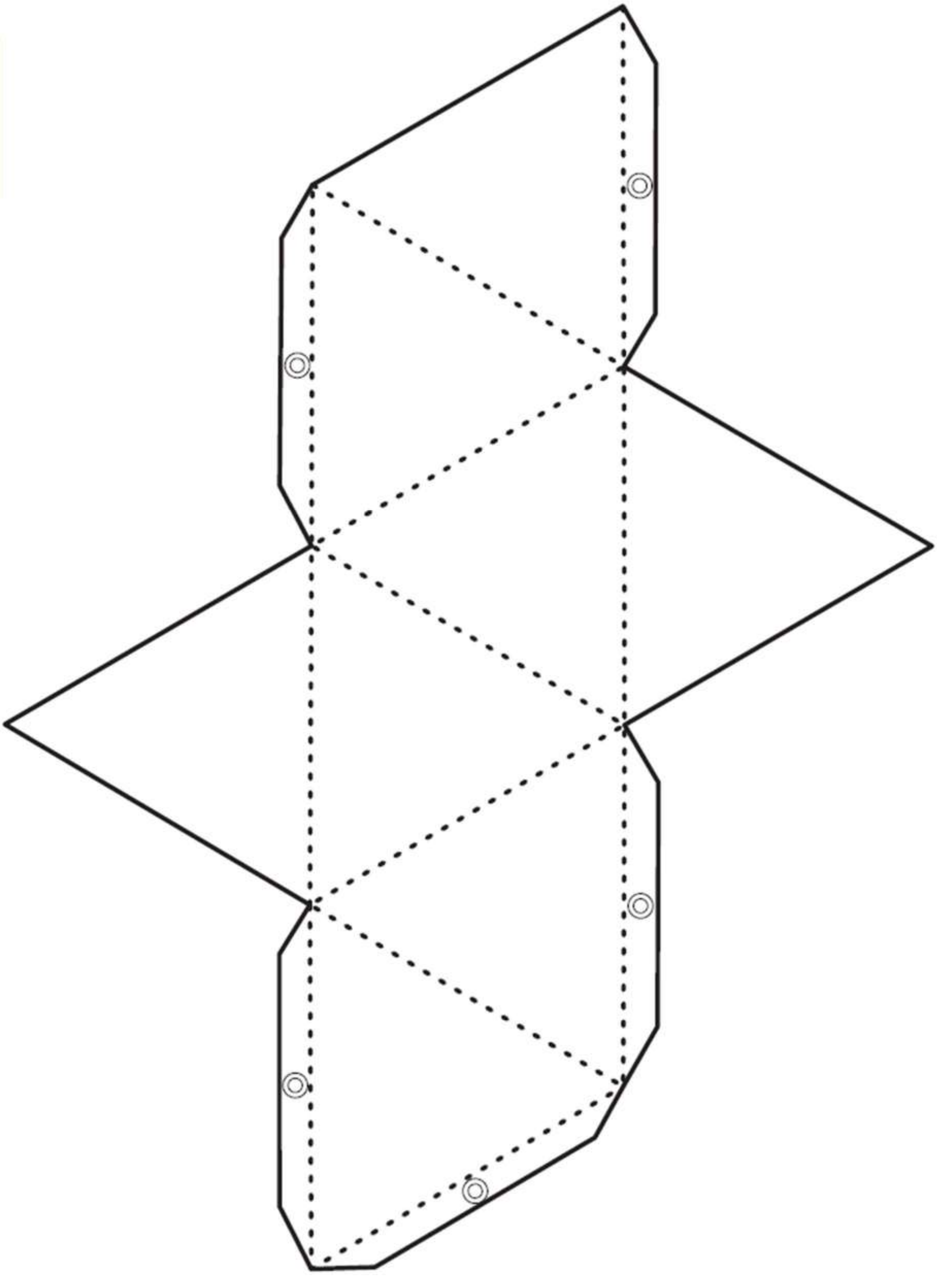
GRUPO 3: OCTAEDRO REGULAR



Colar

Cortar

Dobrar



Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

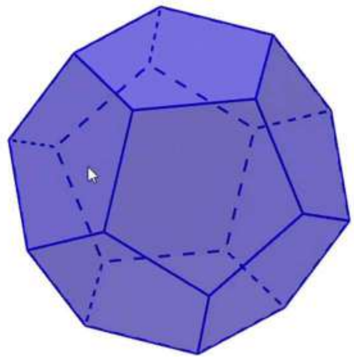
Turma 2001 CN 2024_____ 26 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

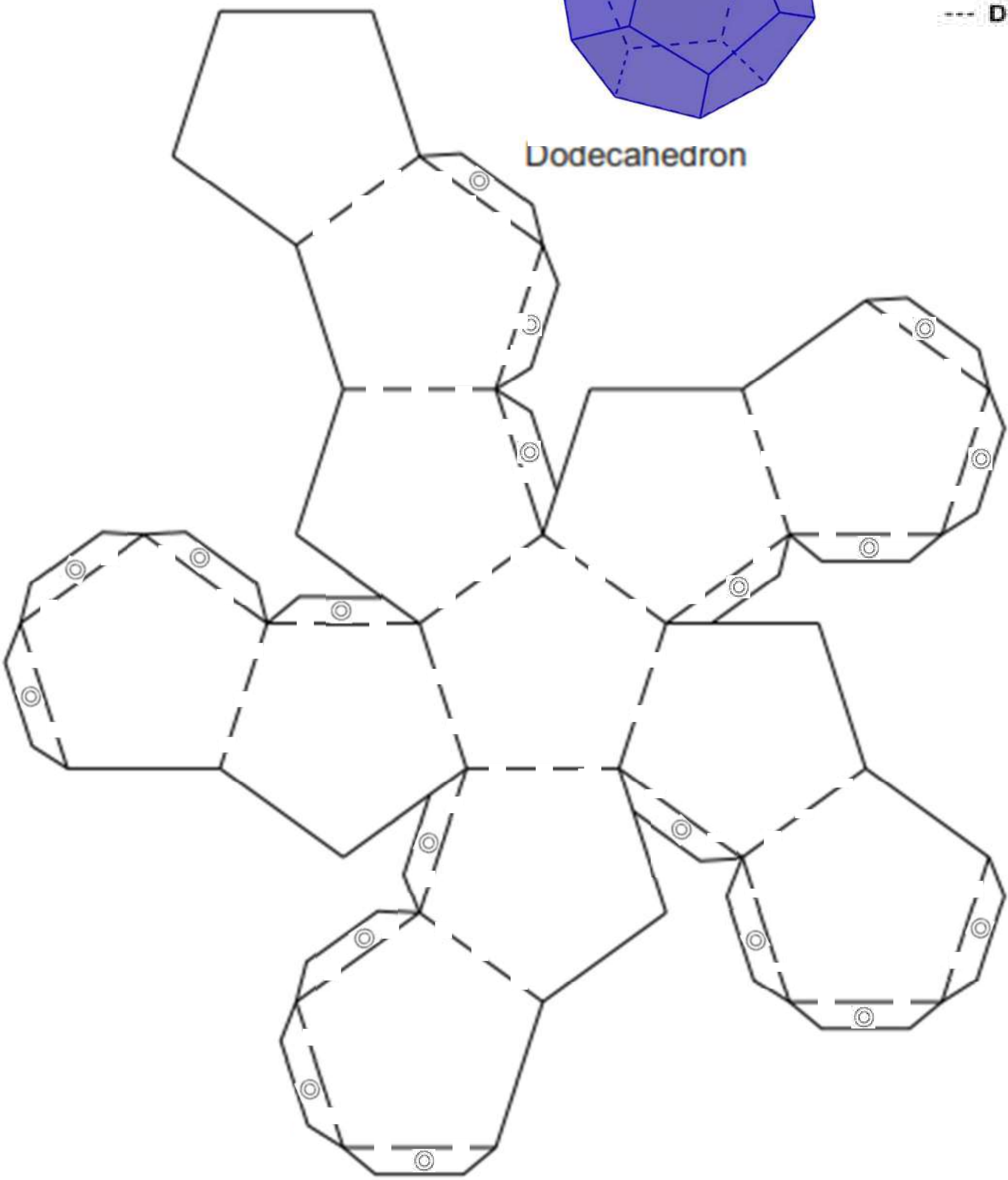
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

GRUPO 4: DODECAEDRO



Dodecahedron

◎ Colar
— Cortar
--- Dobrar



Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

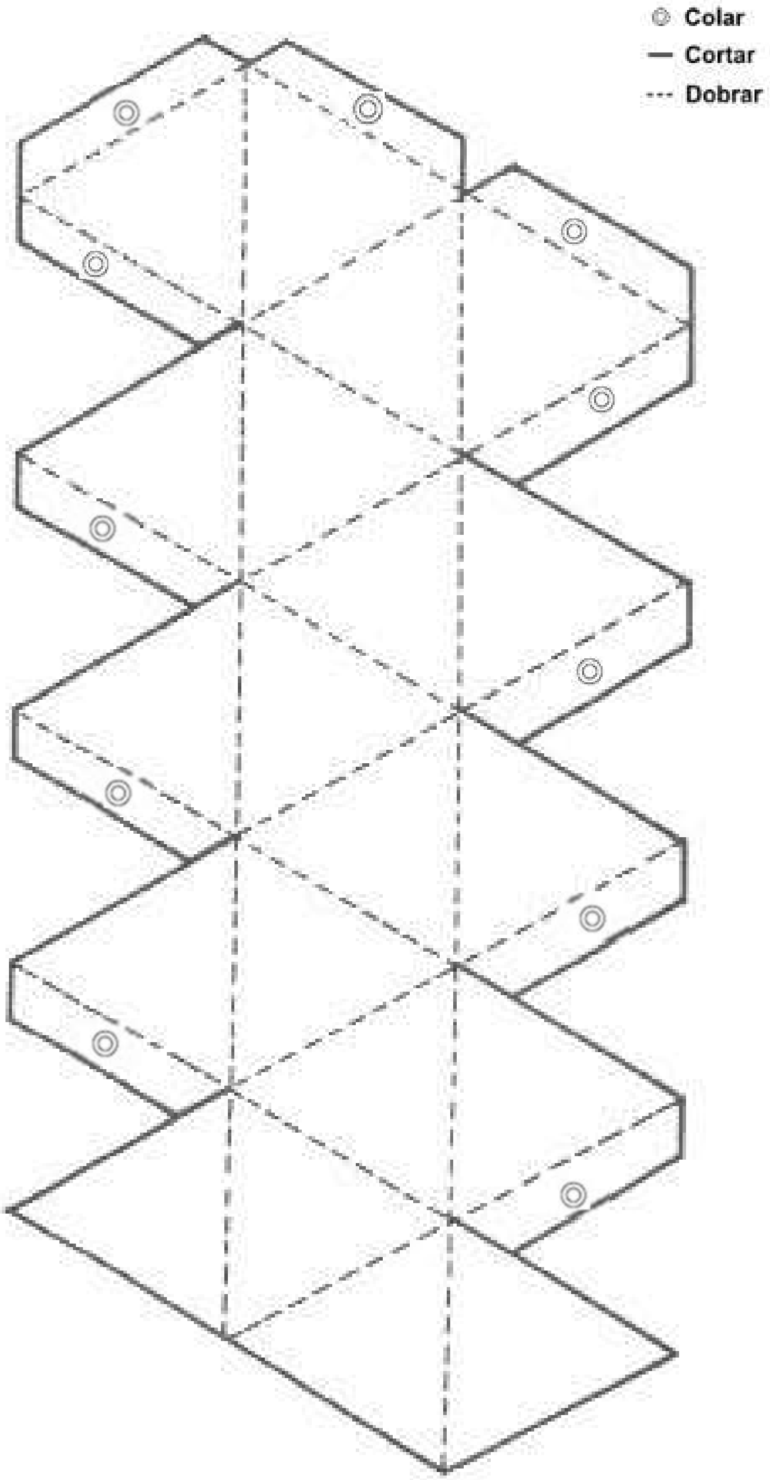
Turma 2001 CN 2024_____ 26 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

GRUPO 5: ICOSAEDRO



Grupo 1__TETRAEDRO

1_Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação

que está no seu grupo de trabalho (modelo do tipo casca).

2_Agora, reproduza este poliedro usando palitos e jujubas (modelo do tipo esqueleto).

Objetivo: Desenvolver a capacidade de construção e representação de figuras geométricas. Construir poliedros estabelecendo relações entre faces, vértices e arestas.

3_Finalmente, reproduza este poliedro usando canudinhos e barbantes (modelo do tipo esqueleto).

No esquema que segue, indicaremos por → o sentido em que a linha deve ser inserida num canudo vazio e indicaremos por ⇒ o sentido em que ela dever ser inserida num canudo já ocupado por algum pedaço de linha.

Construção de um tetraedro regular

O material a ser utilizado na atividade a seguir é um metro de linha, seis pedaços de canudo de mesma cor e comprimento (sugerimos 8 centímetros).

Tome o fio de linha, passe-o através de três pedaços de canudo, construindo um triângulo e feche-o por meio de um nó. Agora, passe o restante de linha por mais dois pedaços de canudo, juntando-o e formando mais um triângulo com um dos lados do primeiro triângulo. Finalmente, passe a linha por um dos lados desse triângulo e pelo pedaço que ainda resta, fechando a estrutura com um nó. Essa estrutura representa as arestas de um tetraedro regular, e as etapas intermediárias de sua construção estão representadas na Figura 1.

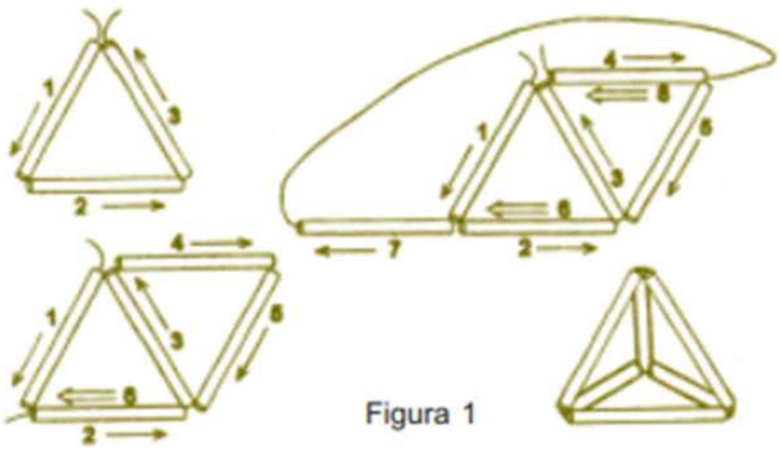


Figura 1

Figura 2

Temos observado que alguns mais habilidosos, ao fazerem essa construção, não dão o nó indicado para a obtenção do primeiro triângulo, utilizando o pedaço de linha sem interrupções para a construções do esqueleto do tetraedro. Isso demonstra que tais alunos perceberam que os nós, apesar de facilitarem a construção, podem ser evitados.

Nas construções das estruturas é importante observar que, para se dar firmeza aos vértices de uma estrutura, é necessário reforçá-los, passando o fio de linha mais de uma vez por cada pedaço de canudo, ligando-o aos outros dois. O esquema apresentado na Figura 2 ilustra essa situação.

Grupo 1__TETRAEDRO

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

4_ Manuseie cada um desses modelos e, identifique:

Lembrete!!
• Faces: eles são os polígonos que formam as superfícies do sólido geométrico; • Arestas: São os segmentos de reta provenientes do encontro entre duas faces. • Vértices: São os pontos de encontro das arestas.

a) Quantas faces este poliedro apresenta?_____________

b) Quantos palitos você usou para construir a base?______________

c) Quantos palitos você usou para construir as laterais ?______________

d) Qual o número total de palitos usados?_______________

e) O número de palitos usados representa o número de __________do Tetraedro.

f) Qual a relação entre o número de palitos usados na base e o número total de palitos usados na construção desse poliedro?____

g) Quantas jujubas você usou para construir a base?_____________

h) Qual o número total de jujubas usadas?________________

i) O número de jujubas usadas representa o número de __________do Tetraedro.

j) Qual a relação entre o número de jujubas usadas na base e o número total de jujubas usados na construção desse poliedro?____

k) Qual o valor da expressão nº de vértice + nº de faces – nº de arestas? __________

l) Compare o resultado obtido pelo seu grupo com o resultado dos outros grupos. Foi observado algum padrão? __________ Qual? _________________________________

PROFMAT Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT

UENF

Grupo 2__HEXAEDRO = CUBO

1_Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação que está no seu grupo de trabalho (modelo do tipo casca).
2_Agora, reproduza este poliedro usando palitos e jujubas (modelo do tipo esqueleto).

Objetivo: Desenvolver a capacidade de construção e representação de figuras geométricas. Construir poliedros estabelecendo relações entre faces, vértices e arestas.

3_Finalmente, reproduza este poliedro usando canudinhos e barbantes (modelo do tipo esqueleto).

No esquema que segue, indicaremos por → o sentido em que a linha deve ser inserida num canudo vazio e indicaremos por ⇒ o sentido em que ela dever ser inserida num canudo já ocupado por algum pedaço de linha.

Construção de um cubo e de suas diagonais
Serão necessários doze pedaços de canudo da mesma cor e medindo 8 cm, seis canudos de outra cor ou de diâmetro menor do que o anterior, e mais um canudo de cor diferente das demais. Com pedaços de canudo da mesma cor construa um cubo de 8 cm de aresta. Para isso, passe o fio através de quatro canudos e passe a linha novamente por dentro do primeiro canudo, construindo um quadrado. Considerando um dos lados desse quadrado e passando a linha por mais três canudos, construa mais um quadrado. Observe que ainda faltam dois canudos para completar as arestas do cubo. Prenda-os de maneira a completá-lo. Se você não conseguir realizar essa tarefa, observe o esquema da Figura 5.

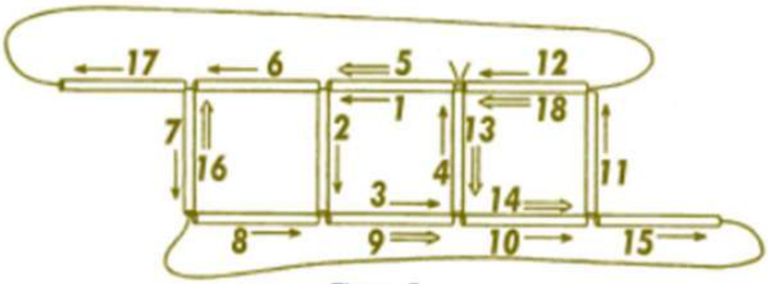


Figura 5

Os alunos observarão que a estrutura construída não tem rigidez própria, pois os seus lados não ficam por si sós perpendiculares à superfície da mesa. Então é necessário que os levemos a conjecturar em como tornar essa estrutura rígida. Nesse processo, notamos que os alunos observam que, se construirmos triângulos nas faces dessa estrutura ou no seu interior, ela se enrijecerá. Dando continuidade a esse raciocínio, sugerimos ao aluno a tarefa seguinte:

Figura 6

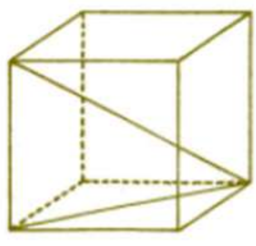


Figura 7

Agora, com pedaços de canudo de cor (ou diâmetro) diferente da usada para representar as arestas do cubo, construa uma diagonal em cada face, de modo que em cada vértice que determina a diagonal cheguem mais duas diagonais. Que estrutura você construiu? Observe a Figura 6. Assim procedendo, o aluno construirá um tetraedro formado por seis diagonais das faces do cubo.
A seguir, com um pedaço de canudo de cor diferente das anteriores, construa uma diagonal do cubo. Devemos levar o aluno a observar que essa diagonal formará com uma das arestas do cubo e com uma das diagonais da face, um triângulo retângulo. Essa construção é muito útil para ilustrar aplicações do Teorema de Pitágoras, pois a maioria dos alunos têm problemas para visualizar situações como essa

Grupo 2__HEXAEDRO = CUBO

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

4_ Manuseie cada um desses modelos e, identifique:

Lembrete!!
• Faces: eles são os polígonos que formam as superfícies do sólido geométrico;
• Arestas: São os segmentos de reta provenientes do encontro entre duas faces.
• Vértices: São os pontos de encontro das arestas.

a) Quantas faces este poliedro apresenta?_____________

b) Quantos palitos você usou para construir a base inferior?______________

c) Quantos palitos você usou para construir a base superior?______________

d) Quantos palitos você usou para unir as duas bases?____________

e) Quantos palitos você usou ao todo?____________

f) O número total de palitos usados representa o número de ___________do cubo.

g) Qual a relação que existe entre o número de palitos usado na base e o número total de palitos usados na construção deste poliedro?____________________________

h) Quantas jujubas você usou na base inferior?_____________

i) Quantas jujubas você usou na base superior?_____________

j) Quantas jujubas você usou no total?_____________

k) O número de jujubas usadas representa o número de ___________do cubo.

l) Qual a relação que existe entre o número de jujubas usadas na base e o número total de jujubas usadas na construção deste poliedro?____________________________

m) Qual o valor da expressão Nº de vértice + nº de faces – nº de arestas? ___________

n) Compare o resultado obtido pelo seu grupo com o resultado dos outros grupos. Foi observado algum padrão? ___________ Qual? ___________________________________

Grupo 3__ OCTAEDRO

1_Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação grupo de trabalho (modelo do tipo casca).

2_Agora, reproduza este poliedro usando palitos e jujubas (modelo do tipo esqueleto).

Objetivo: Desenvolver a capacidade de construção e representação de figuras geométricas. Construir poliedros estabelecendo relações entre faces, vértices e arestas.

3_Finalmente, reproduza este poliedro usando canudinhos e barbantes (modelo do tipo esqueleto).

No esquema que segue, indicaremos por → o sentido em que a linha deve ser inserida num canudo vazio e indicaremos por ⇒ o sentido em que ela dever ser inserida num canudo já ocupado por algum pedaço de linha.

Para a Construção de um Octaedro use como base a construção do tetraedro regular

O material a ser utilizado na atividade a seguir é um metro de linha, seis pedaços de canudo de mesma cor e comprimento (sugerimos 8 centímetros).

Tome o fio de linha, passe-o através de três pedaços de canudo, construindo um triângulo e feche-o por meio de um nó. Agora, passe o restante de linha por mais dois pedaços de canudo, juntando-o e formando mais um triângulo com um dos lados do primeiro triângulo. Finalmente, passe a linha por um dos lados desse triângulo e pelo pedaço que ainda resta, fechando a estrutura com um nó. Essa estrutura representa as arestas de um tetraedro regular, e as etapas intermediárias de sua construção estão representadas na Figura 1.

Figura 1

Figura 2

Temos observado que alguns mais habilidosos, ao fazerem essa construção, não dão o nó indicado para a obtenção do primeiro triângulo, utilizando o pedaço de linha sem interrupções para a construções do esqueleto do tetraedro. Isso demonstra que tais alunos perceberam que os nós, apesar de facilitarem a construção, podem ser evitados.

Nas construções das estruturas é importante observar que, para se dar firmeza aos vértices de uma estrutura, é necessário reforçá-los, passando o fio de linha mais de uma vez por cada pedaço de canudo, ligando-o aos outros dois. O esquema apresentado na Figura 2 ilustra essa situação.

Grupo 3__ OCTAEDRO

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

4_ Manuseie cada um desses modelos e, identifique:

Lembrete!!

- Faces: eles são os polígonos que formam as superfícies do sólido geométrico;
- Arestas: São os segmentos de reta provenientes do encontro entre duas faces.
- Vértices: São os pontos de encontro das arestas.

a) Quantas faces este poliedro apresenta?________________

b) Quantos palitos você usou?______________

c) O número de palitos usados representa o número de __________do Octaedro.

d) Quantas jujubas você usou?_____________

e) O número de jujubas usadas representa o número de __________do Octaedro.

f) Qual o valor da expressão nº de vértice + nº de faces – nº de arestas? __________

g) Compare o resultado obtido pelo seu grupo com o resultado dos outros grupos. Foi observado algum padrão? __________ Qual? __________________________________

Grupo 4__DODECAEDRO

1_Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação grupo de trabalho (modelo do tipo casca).

2_Agora, reproduza este poliedro usando palitos e jujubas (modelo do tipo esqueleto).

Objetivo: Desenvolver a capacidade de construção e representação de figuras geométricas. Construir poliedros estabelecendo relações entre faces, vértices e arestas.

Siga as mesmas orientações da construção com canudos

3_Finalmente, reproduza este poliedro usando canudinhos e barbantes (modelo do tipo esqueleto).

No esquema que segue, indicaremos por → o sentido em que a linha deve ser inserida num canudo vazio e indicaremos por ⇒ o sentido em que ela dever ser inserida num canudo já ocupado por algum pedaço de linha.

Construção de um dodecaedro regular

Na construção do dodecaedro regular, a maior dificuldade encontrada é dar estabilidade à estrutura. Por esse motivo, uniremos todos os vértices do dodecaedro ao centro do poliedro. Cada aresta da estrutura tem como medida um canudo de lado l.
Precisaremos de 30 canudos de lado l. A construção começa pela base, e depois levantamos uma pirâmide conforme a figura 1.

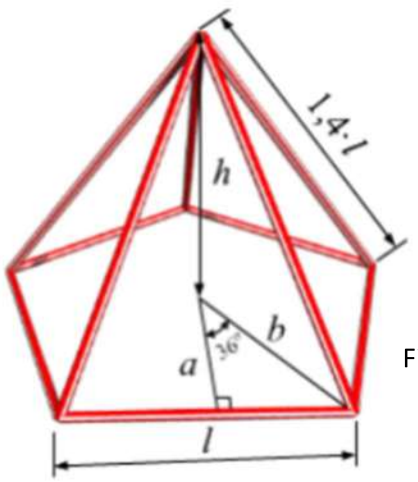


Figura 1

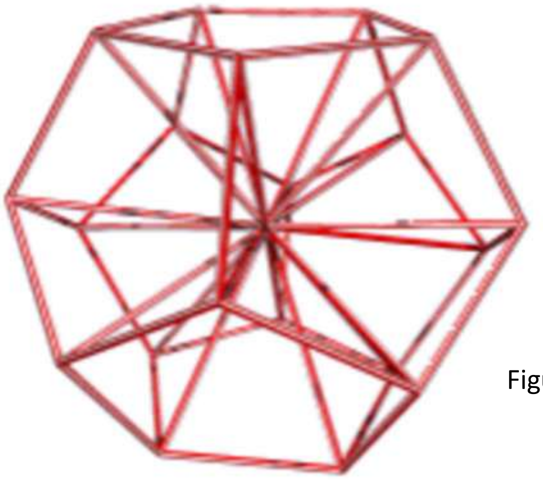


Figura 2

Mas não é uma pirâmide qualquer, pois o dodecaedro deverá ter no fim do processo 12 pentágonos iguais, e para que isso ocorra esta pirâmide deverá ter uma altura específica. Através das características do pentágono podemos encontrar o apótema a e a distância b do centro ao vértice do pentágono.
É possível concluir que h, altura da pirâmide, é dada por . Lembre-se que l é o lado do pentágono, e também o comprimento dos canudos que formam as arestas. Utilizando o teorema de Pitágoras, encontramos o comprimento dos canudos que ligarão os vértices como sendo de 1,4·l.
Assim, precisaremos de mais 20 canudos de comprimento 1,4l para fazer a estrutura interna. Logo teremos um dodecaedro regular construído com canudos semelhante ao da figura 2.

Grupo 4__DODECAEDRO

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

4_ Manuseie cada um desses modelos e, identifique:

Lembrete!!

- Faces: eles são os polígonos que formam as superfícies do sólido geométrico;
- Arestas: São os segmentos de reta provenientes do encontro entre duas faces.
- Vértices: São os pontos de encontro das arestas.

a) Quantas faces este poliedro apresenta? ______________

b) Quantos palitos você usou?______________

c) O número de palitos usados representa o número de __________do Dodecaedro.

d) Quantas jujubas você usou?___________

e) O número de jujubas usadas representa o número de __________do Dodecaedro.

f) Qual o valor da expressão nº de vértice + nº de faces – nº de arestas? __________

g) Compare o resultado obtido pelo seu grupo com o resultado dos outros grupos.
Foi observado algum padrão? __________ Qual? ______________________________

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT

UENF

Grupo 5__ICOSAEDRO

1_Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação grupo de trabalho (modelo do tipo casca).

2_Agora, reproduza este poliedro usando palitos e jujubas (modelo do tipo esqueleto).

Objetivos: Desenvolver a capacidade de construção e representação de figuras geométricas. Construir poliedros estabelecendo relações entre faces, vértices e arestas.

Siga as mesmas orientações da construção com canudos

3_Finalmente, reproduza este poliedro usando canudinhos e barbantes (modelo do tipo esqueleto).

No esquema que segue, indicaremos por → o sentido em que a linha deve ser inserida num canudo vazio e indicaremos por ⇒ o sentido em que ela dever ser inserida num canudo já ocupado por algum pedaço de linha.

Construção de um icosaedro regular

Para essa atividade, são necessários três metros de linha, trinta pedaços de canudo de mesma cor e comprimento (sugerimos a medida de 7 centímetros).
Construa quatro triângulos, seguindo o esquema da figura 4 e os una obtendo uma pirâmide regular de base pentagonal, como a desenhada na figura.
Repita essa construção, obtendo mais uma pirâmide.
Una cada uma das pirâmides através dos vértices das bases, por meio de pedaços de canudos, de tal forma que em cada vértice se encontrem cinco canudos.

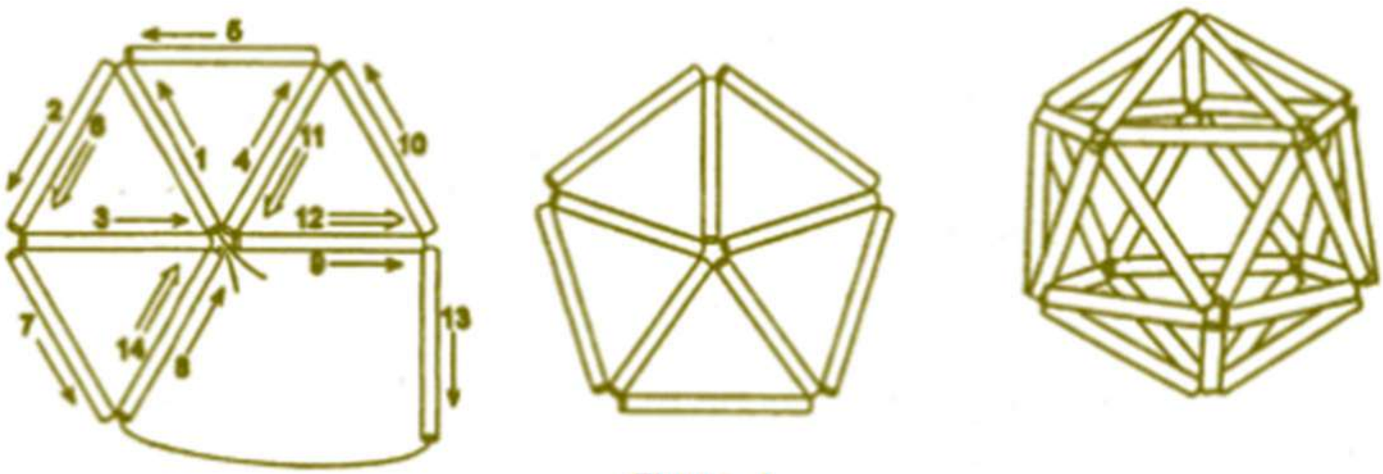


Figura 4

Grupo 5__ICOSAEDRO

Aplicação do Problema Gerador: Verificar a relação de Euler

4_ Manuseie cada um desses modelos e, identifique:

Lembrete!!

- Faces: eles são os polígonos que formam as superfícies do sólido geométrico;
- Arestas: São os segmentos de reta provenientes do encontro entre duas faces.
- Vértices: São os pontos de encontro das arestas.

a) Quantas faces este poliedro apresenta?____________

b) Quantos palitos você usou?_____________

c) O número de palitos usados representa o número de __________do Icosaedro.

d) Quantas jujubas você usou?____________

e) O número de jujubas usadas representa o número de __________do Icosaedro.

f) Qual o valor da expressão nº de vértice + nº de faces – nº de arestas? __________

g) Compare o resultado obtido pelo seu grupo com o resultado dos outros grupos.
____

h) Foi observado algum padrão? __________ Qual? ____________________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 26 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

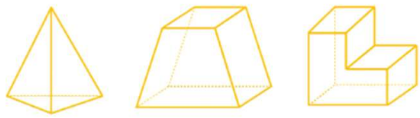
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 2 – Quinta-feira – Exercícios de Fixação em grupo

Aula 5 e Aula 6   **Objetivo**: Aplicar a relação de Euler e determinar o nº de faces, vértices e arestas de um poliedro.

Exercícios de Fixação – Poliedros e Relação de Euler

1) Um poliedro pode ser classificado como convexo ou côncavo, dependendo do seu formato. Veja alguns poliedros.



I   II   III

a) Côncavo, convexo e côncavo.
b) Convexo, côncavo e convexo.
c) Convexo, convexo e côncavo.
d) Côncavo, côncavo e convexo.
e) Convexo, convexo e convexo.

2) Os sólidos de Platão são conhecidos como os únicos poliedros regulares, ou seja, todas as faces são iguais. Dos poliedros a seguir, são considerados sólidos de Platão, exceto:

a) cubo.   b) dodecaedro.   c) tetraedro.
d) paralelepípedo.   e) icosaedro.   f) octaedro.

3) Um poliedro possui 16 faces e 18 vértices. Qual é o número de arestas desse poliedro?

a) 16   b) 18   c) 32   d) 34   e) 40

4) O número de faces de um poliedro convexo que possui 34 arestas é igual ao número de vértices. Quantas faces possui esse poliedro?

a) 18   b) 20   c) 36   d) 34   e) 19

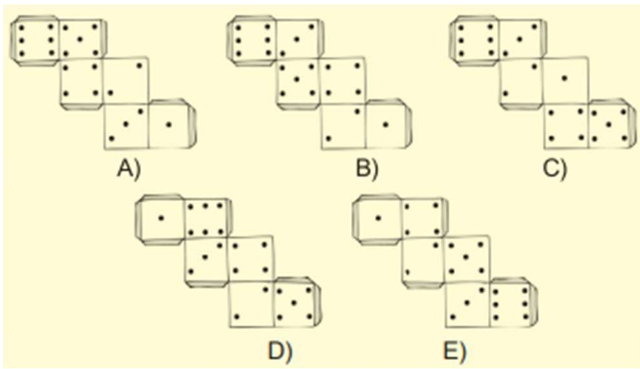
5) (Unirio) Um geólogo encontrou, numa de suas explorações, um cristal de rocha no formato de um poliedro, que satisfaz a relação de Euler, de 60 faces triangulares. O número de vértices desse cristal é igual a:

a) 35   b) 34   c) 33   d) 32   e) 31

6) (Cesgranrio) Um poliedro convexo é formado por 4 faces triangulares, 2 faces quadrangulares e 1 face hexagonal. O número de vértices desse poliedro é de:

a) 6   b) 7   c) 8   d) 9   e) 10

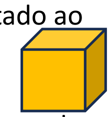
7) (Cesgranrio) Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7. É possível construir um dado comum dobrando e colando uma das peças de papelão a seguir. Que peça é essa?



8) (UCPEL) Um poliedro convexo possui 9 faces, 5 quadrangulares e 4 triangulares. Então, o número de arestas e o de vértices desse poliedro, respectivamente, é:
a) 16 e 9   b) 18 e 6   c) 12 e 10   d) 14 e 8   e) 10 e 6

9) Quantas faces, arestas e vértices possuem o poliedro chamado de Hexaedro?

10) (UPE-2013 – Universidade de Pernambuco)
Para pintar completamente o cubo representado ao lado, são necessários 300 mililitros de tinta.



Mantendo o mesmo rendimento de pintura, quantos litros seriam necessários para pintar completamente a peça representada abaixo, formada por 14 cubos?
a) 0,7 L   b) 1,9 L   c) 2,1 L   d) 3,0 L   e) 4,2 L

Gabarito

1) Alternativa (c).

2) Alternativa (d).

3) 16 faces e 18 vértices, A = ?

Relação de Euler: V + F = A + 2

18 + 16 = A + 2

A = 34 – 2 = 32

Alternativa (c).

4) Relação de Euler: V + F = A + 2

F + F = 34 + 2

2F = 36

F = 36/2 = 18

Alternativa (a).

5) (Unirio) v =?

60 faces triangulares ___ 60 x 3 lados = 180 lados

180 lados : 2 = 90 arestas

Relação de Euler: V + F = A + 2

V = A + 2 – F = 90 + 2 – 60 = 32

Alternativa (d).

6) (Cesgranrio) V =?

4 faces triangulares _____ 4 x 3 lados = 12 lados

2 faces quadrangulares __ 2 x 4 lados = 8 lados   total de 26 lados : 2 = 13 arestas

1 face hexagonal _______ 1 x 6 lados = 6 lados

4 + 2 + 1 = 7 faces no total

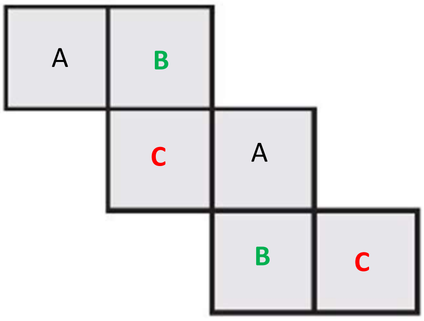
Relação de Euler: V + F = A + 2

V = A + 2 – F = 13 + 2 – 7 = 8

Alternativa (c).

7) (Cesgranrio)

Faces opostas:



Alternativa (c).

8) (UCPEL) A=? e V=?

9 faces, 5 quadrangulares e 4 triangulares

5 quadrangulares __ 5 X 4 lados = 20 lados

4 triangulares _____ 4 x 3 lados = 12 lados   20+12 = 32 lados

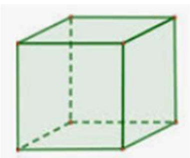
Arestas = 32 : 2 = 16

Relação de Euler: V + F = A + 2

V = A + 2 – F = 16 + 2 – 9 = 9

Alternativa (a).

9) Hexaedro = Cubo



V = 8

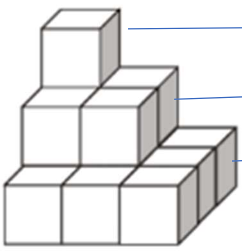
F = 6

A = 12

10) (UPE-2013 - Universidade de Pernambuco)

Solução: Para pintar cada face foram necessários 300 ml : 6 faces = 50 mililitros/face.

Pela figura, há 14 cubos totalizando 42 faces quadradas **expostas** para serem pintadas.



4 (faces laterais) + 1 (topo) = 5 faces expostas

8 (faces laterais) + 3 (topo) =11 faces expostas

12 (faces laterais) + 5 (topo) + 9 (chão) = 26 faces expostas

Total de faces expostas: 5+11+26 = 42 faces expostas

Assim, para pintar a peça inteira serão necessários 42 faces·50 ml =2100 ml = 2,1 litros de tinta. Alternativa (c).

Como o enunciado não está muito claro, considerei a resposta dos alunos que raciocinaram que, todos os cubinhos foram completamente pintados e, depois montaram a peça. 14 cubos*300ml = 4200ml = 4,2L. Alternativa (e).

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 3 – Terça-feira – 7/maio/2024 – Área Lateral e Total dos prismas

Aula 7 e Aula 8 – Área Lateral e Total dos prismas nas embalagens

Objetivo: Calcular as áreas laterais e totais dos prismas.

Grupo 1__HEXAEDRO(CUBO)

Problema Gerador: calcular as áreas laterais e totais dos prismas, usando como estratégia cobrir, com papel colorido, todas as superfícies da embalagem.

1) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da embalagem cúbica (CAIXA)?____________

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar uma base da embalagem cúbica (CAIXA)?___________

3) Qual a quantidade total de papel que o grupo gastou para forrar toda a embalagem cúbica (CAIXA)?____________

5) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área lateral de uma embalagem cúbica (CAIXA)?______________

6) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área total de uma embalagem cúbica (CAIXA)?_______________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 3 – Terça-feira – 7/maio/2024 – Área Lateral e Total dos prismas

Aula 7 e Aula 8 – Área Lateral e Total dos prismas nas embalagens

Objetivo: Calcular as áreas laterais e totais dos prismas.

Grupo 2__PARALELEPÍPEDO

Problema Gerador: calcular as áreas laterais e totais dos prismas,

usando como estratégia cobrir, com papel colorido, todas as superfícies da embalagem.

1) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da embalagem no formato de um paralelepípedo (CAIXA DE SABONETES)?____________________

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar uma base da embalagem no formato de um paralelepípedo (CAIXA DE SABONETES)? ____________________

3) Qual a quantidade total de papel que o grupo gastou para forrar toda a embalagem no formato de um paralelepípedo (CAIXA DE SABONETES)? ____________________

5) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área lateral de um paralelepípedo (CAIXA DE SABONETES)?_____

6) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área total de um paralelepípedo (CAIXA DE SABONETES)?______

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 3 – Terça-feira – 7/maio/2024 – Área Lateral e Total dos prismas

Aula 7 e Aula 8 – Área Lateral e Total dos prismas nas embalagens

Objetivo: Calcular as áreas laterais e totais dos prismas.

Grupo 3__PRISMA TRIANGULAR

Problema Gerador: calcular as áreas laterais e totais dos prismas,

usando como estratégia cobrir, com papel colorido, todas as superfícies da embalagem.

1) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da embalagem no formato de um prisma triangular (BARRAS DE CEREAIS MONAMA)? ____________________

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar uma base da embalagem no formato de um prisma triangular (BARRAS DE CEREAIS MONAMA)? ____________________

3) Qual a quantidade total de papel que o grupo gastou para forrar toda a embalagem no formato de um prisma triangular (BARRAS DE CEREAIS MONAMA)? ____________________

5) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área lateral de um prisma triangular (BARRAS DE CEREAIS MONAMA)?________________

6) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área total de um prisma triangular (BARRAS DE CEREAIS MONAMA)?________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 3 – Terça-feira – 7/maio/2024 – Área Lateral e Total dos prismas

Aula 7 e Aula 8 – Área Lateral e Total dos prismas nas embalagens

Objetivo: Calcular as áreas laterais e totais dos prismas.

Grupo 4__PRISMA QUADRANGULAR

Problema Gerador: calcular as áreas laterais e totais dos prismas,

usando como estratégia cobrir, com papel colorido, todas as superfícies da embalagem.

1) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da embalagem no formato de um prisma quadrangular (CAIXA DE ALGODÃO)? ____________________

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar uma base da embalagem no formato de um prisma quadrangular (CAIXA DE ALGODÃO)? ____________________

3) Qual a quantidade total de papel que o grupo gastou para forrar toda a embalagem no formato de um prisma quadrangular (CAIXA DE ALGODÃO)? ____________________

5) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área lateral de um prisma quadrangular (CAIXA DE ALGODÃO)?_____________

6) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área total de um prisma quadrangular (CAIXA DE ALGODÃO)?______________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 3 – Terça-feira – 7/maio/2024 – Área Lateral e Total dos prismas

Aula 7 e Aula 8 – Área Lateral e Total dos prismas nas embalagens

Objetivo: Calcular as áreas laterais e totais dos prismas.

Grupo 5__PRISMA HEXAGONAL

Problema Gerador: calcular as áreas laterais e totais dos prismas,

usando como estratégia cobrir, com papel colorido, todas as superfícies da embalagem.

1) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da embalagem no formato de um prisma hexagonal (CAIXA DE BISCOITO KOALAS DA BAUDUCCO)? ____________________

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar uma base da embalagem no formato de um prisma hexagonal (CAIXA DE BISCOITO KOALAS DA BAUDUCCO)? ____________________

3) Qual a quantidade total de papel que o grupo gastou para forrar toda a embalagem no formato de um prisma hexagonal (CAIXA DE BISCOITO KOALAS DA BAUDUCCO)? ____________________

5) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área lateral de um prisma hexagonal (CAIXA DE BISCOITO KOALAS DA BAUDUCCO)?________________

6) Qual a fórmula vocês usaram para calcularmos a área total de um prisma hexagonal (CAIXA DE BISCOITO KOALAS DA BAUDUCCO)?________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

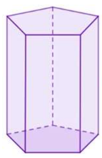
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 3 – Quinta-feira – Exercícios de Fixação em Grupo – Área Lateral e Total de Prismas

Aula 9 e Aula 10 **Objetivo**: Calcular as áreas laterais e totais dos prismas;

Exercícios de Fixação - Área lateral e total de Prismas

1) Analise o sólido geométrico abaixo. Pode-se afirmar que:



(I) esse sólido geométrico possui o total de 10 arestas.
(II) esse sólido geométrico é composto por 5 retângulos e 2 pentágonos.
(III) esse sólido geométrico é um poliedro.

Marque a alternativa correta.
A) Somente I é falsa
B) Somente II é falsa
C) Somente III é falsa
D) Somente I e II são falsas
E) Somente I e III são falsas

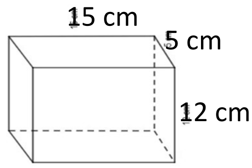
2) Considere os sólidos geométricos a seguir.

I II

Podemos afirmar que:
A) somente I é um poliedro.
B) somente II é um poliedro.
C) ambos são poliedros.
D) nenhum deles é um poliedro.
E) ambos são formados por quadriláteros.

3) (UFPA) Num prisma regular de base hexagonal, a área lateral mede 36 m² e a altura é 3 m. A aresta da base é:
a) 2 m b) 4 m c) 6 m d) 8 m e) 10 m

4) Um recipiente aberto, na sua parte superior, possui formato de um prisma com as dimensões a seguir:



Qual a quantidade, mínima, de papel é necessária comprar para cobrir toda a parte externa do recipiente?

5) (FGV-SP) Um arquiteto tem dois projetos para construção de uma piscina retangular com 1 m de profundidade:

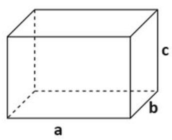
Projeto 1: dimensões do retângulo: 16 m x 25 m
Projeto 2: dimensões do retângulo: 10 m x 40 m

Sabendo que as paredes laterais e o fundo da piscina são revestidos de azulejos cujo preço é R$ 10,00 o metro quadrado, qual a despesa com azulejos em cada projeto?

6) (ENEM 2003) Uma editora pretende despachar um lote de livros, agrupados em 100 pacotes de 20cm x 20cm x 30 cm. A transportadora acondicionará esses pacotes em caixas com formato de bloco retangular de 40cm x 40cm x 60cm. A quantidade mínima necessária de caixas para esse envio será é:

a) 09 b) 11 c) 13 d) 15 e) 17

7) (UFSM) Uma caixa de sapatos (com tampa) é confeccionada com papelão e tem as seguintes medidas: a = 40 cm, b = 20 cm e c = 10 cm, conforme a figura.



Sabendo-se que à área total da caixa são acrescentados 2% para fazer as dobras de fixação, o total de papelão empregado na confecção da caixa, em cm², é:

a) 2406 b) 2744 c) 2856 d) 2800 e) 8000

GABARITO

1) (A)

2) (B)

3) Prisma regular de base hexagonal (6 lados _ 6 retângulos)

área lateral mede 36 m² e a altura é 3 m. Aresta da base= ?

AL = 36 → 6a *3 = 36 :3 → 6a = 12 → a = 12/6 = 2 m Letra (A)

4) AT = AL + Ab = (15+5+15+5)*12 + 15*5 = 40*12 + 75 = 480+75 = 555 cm²

5) Piscina com 1 m de profundidade:

Projeto 1: dimensões do retângulo: 16 m x 25 m	**Projeto 2**: dimensões do retângulo: 10 m x 40 m
A = AL + Ab **A = (16+16+25+25)*1 + 16*25** **A = (82)*1 + 400 = 482 m²**	**A = AL + Ab** **A = (10+10+40+40)*1 + 10*40** **A = (100)*1 + 400 = 500 m²**
revestidos de azulejos cujo preço é R$ 10,00 /m² despesa = 482*10 = 4820 reais	revestidos de azulejos cujo preço é R$ 10,00 /m² despesa = 500*10 = 5000 reais

6) lote de livros, agrupados em 100 pacotes de 20cm x 20cm x 30 cm

acondicionará esses pacotes em caixas com formato de bloco retangular de 40cm x 40cm x 60cm.

A quantidade mínima necessária de caixas para esse envio = ?

Volume de 1 pacote = 20*20*30 = 12000 cm³

Volume de 1 caixa = 40*40*60 = 96000 cm³

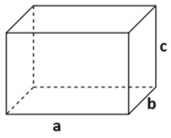
E 1 caixa caberá quantos pacotes? 96000 : 12000 = 96 : 12 = 8 pacotes cabem numa caixa

8 pacotes ____1 caixa

100 pacotes____ x caixas

8x = 100 → X = 100/8 = 12,5
Logo preciso de 13 caixas Letra (C)

7) a = 40 cm, b = 20 cm e c = 10 cm



AT = AL + 2 Ab = (40+40+20+20)*10 +2*(40*20)

AT = 120*10 + 2*800 = 1200 + 1600 = 2800

São acrescentados 2% para fazer as dobras

2800*1,02 = 2856 Letra (C)

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 5 – Terça-feira – Volume dos Prismas

Aula 11 e Aula 12

Problema Gerador - Qual a capacidade do Prisma, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nele?

Objetivo: Calcular o volume de sólidos.

Competência específica da BNCC: Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Use os grãos de milho triturado e o copo medidor disponível no seu grupo.

8 cm

Grupo 1__HEXAEDRO OU CUBO

Qual a capacidade do Prisma, embalagem no formato de um CUBO(CAIXA)? Ou seja, quanto cabe nele? ____

Use os grãos de milho triturado para verificar quanto cabe no cubo. Em seguida, use o copo medidor disponível no seu grupo para verificar quanto de milho triturado coube no cubo e registre aqui: ______________ml

Já vimos no 1° bimestre que, 1 litro = 1 dm³ e, também, como fazer as conversões de unidades. Então, faça as conversões da quantidade de mililitros, verificada no medidor:

______ml = _______L = _________dm³ = __________cm³.

Formalização

- Meça a altura do seu prisma   altura = ______
- Calcule a área da base do seu prisma   Área da base = ___________
- Multiplique esses dois valores   altura x Área da base = ___________
- Compare este valor encontrado com a quantidade em centímetros cúbicos que você encontrou dentro do sólido. O que você observou? ____

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 5 – Terça-feira – Volume dos Prismas

Aula 11 e Aula 12

Problema Gerador - Qual a capacidade do Prisma, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nele?

Objetivo: Calcular o volume de sólidos.

Competência específica da BNCC: Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Use os grãos de milho triturado e o copo medidor disponível no seu grupo.

Grupo 2__PARALELEPÍPEDO

8 cm

Qual a capacidade do Prisma, embalagem no formato de um paralelepípedo(CAIXA DE SABONETES)? Ou seja, quanto cabe nele? ____

Use os grãos de arroz para verificar quanto cabe no paralelepípedo. Em seguida, use o copo medidor disponível no seu grupo para verificar quantos mililitros de arroz couberam no paralelepípedo e registre aqui: ______________ml

Já vimos no 1° bimestre que, 1 litro = 1 dm³ e, também, como fazer as conversões de unidades. Então, faça as conversões da quantidade de mililitros, verificada no medidor:

______ml = _______L = _________dm³ = __________cm³.

Formalização

- Meça a altura do seu prisma   altura = ______
- Calcule a área da base do seu prisma   Área da base = ___________
- Multiplique esses dois valores   altura x Área da base = ___________
- Compare este valor encontrado com a quantidade em centímetros cúbicos que você encontrou dentro do sólido. O que você observou? ____

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 5 – Terça-feira – Volume dos Prismas

Aula 11 e Aula 12

Problema Gerador - Qual a capacidade do Prisma, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nele?

Objetivo: Calcular o volume de sólidos.

Competência específica da BNCC: Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Use os grãos de milho triturado e o copo medidor disponível no seu grupo.

Grupo 3__PRISMA TRIANGULAR

8 cm

Qual a capacidade do Prisma, embalagem no formato de um prisma triangular (BARRAS DE CEREAIS MONAMA)? Ou seja, quanto cabe nele? ____

Use os grãos de arroz para verificar quanto cabe no prisma triangular. Em seguida, use o copo medidor disponível no seu grupo para verificar quantos mililitros de arroz couberam no prisma triangular e registre aqui: ______________ml

Já vimos no 1° bimestre que, 1 litro = 1 dm³ e, também, como fazer as conversões de unidades. Então, faça as conversões da quantidade de mililitros, verificada no medidor:

______ml = _______L = _________dm³ = __________cm³.

Formalização

- Meça a altura do seu prisma   altura = ______
- Calcule a área da base do seu prisma   Área da base = ___________
- Multiplique esses dois valores   altura x Área da base = ___________
- Compare este valor encontrado com a quantidade em centímetros cúbicos que você encontrou dentro do sólido. O que você observou? ____

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 5 – Terça-feira – Volume dos Prismas

Aula 11 e Aula 12

Problema Gerador - Qual a capacidade do Prisma, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nele?

Objetivo: Calcular o volume de sólidos.

Competência específica da BNCC: Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Use os grãos de milho triturado e o copo medidor disponível no seu grupo.

8 cm

Grupo 4__PRISMA QUADRANGULAR

Qual a capacidade do Prisma, embalagem no formato de um prisma quadrangular (CAIXA DE ALGODÃO)? Ou seja, quanto cabe nele? ____

Use os grãos de arroz para verificar quanto cabe no prisma quadrangular. Em seguida, use o copo medidor disponível no seu grupo para verificar quantos mililitros de arroz couberam no prisma quadrangular e registre aqui: ______________ml

Já vimos no 1° bimestre que, 1 litro = 1 dm³ e, também, como fazer as conversões de unidades. Então, faça as conversões da quantidade de mililitros, verificada no medidor:

______ml = _______L = _________dm³ = __________cm³.

Formalização

- Meça a altura do seu prisma   altura = ______
- Calcule a área da base do seu prisma   Área da base = ___________
- Multiplique esses dois valores   altura x Área da base = ___________
- Compare este valor encontrado com a quantidade em centímetros cúbicos que você encontrou dentro do sólido. O que você observou? ____

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 5 – Terça-feira – Volume dos Prismas

Aula 11 e Aula 12

Problema Gerador - Qual a capacidade do Prisma, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nele?

Objetivo: Calcular o volume de sólidos.

Competência específica da BNCC: Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

Use os grãos de milho triturado e o copo medidor disponível no seu grupo.

Grupo 5__PRISMA HEXAGONAL

Qual a capacidade do Prisma, embalagem no formato de um prisma hexagonal (CAIXA DE BISCOITO KOALAS DA BAUDUCCO)? Ou seja, quanto cabe nele? ____

Use os grãos de arroz para verificar quanto cabe no prisma hexagonal. Em seguida, use o copo medidor disponível no seu grupo para verificar quantos mililitros de arroz couberam no prisma hexagonal e registre aqui: ______________ml

Já vimos no 1° bimestre que, 1 litro = 1 dm³ e, também, como fazer as conversões de unidades. Então, faça as conversões da quantidade de mililitros, verificada no medidor:

______ml = _______L = _________dm³ = __________cm³.

Formalização

- Meça a altura do seu prisma altura = ______
- Calcule a área da base do seu prisma Área da base = ___________
- Multiplique esses dois valores altura x Área da base = ___________
- Compare este valor encontrado com a quantidade em centímetros cúbicos que você encontrou dentro do sólido. O que você observou? ____

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 5 – Quinta-feira, 16/05/2024 – Exercícios de Fixação em Grupo

Aula 13 e Aula 14

Objetivos: • Calcular, corretamente, o volume de prismas.

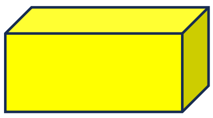
• Resolver problemas, justificando logicamente sua resposta com base na teoria desenvolvida.

Competência específica da BNCC: Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

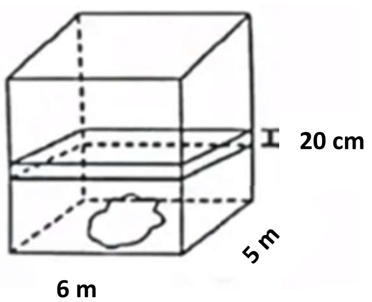
Exercícios de Fixação – Volume de Prismas

1) (UFG) Durante o planejamento da construção de um posto de combustível, o engenheiro responsável estava pesquisando sobre o tamanho do reservatório de combustível a ser construído. O reservatório de um posto é sempre subterrâneo, e, nesse caso, ele deveria ter capacidade para 24 m³, comportando, portanto, 24 mil litros de combustível. Sabendo que esse reservatório possui formato de um paralelepípedo retângulo, o engenheiro o construiu com 3 metros de largura e 4 metros de comprimento para que ele tenha os 24 m³ desejados. A profundidade desse reservatório deve ser de:

A) 2 metros   B) 3 metros   C) 4 metros
D) 5 metros   E) 6 metros



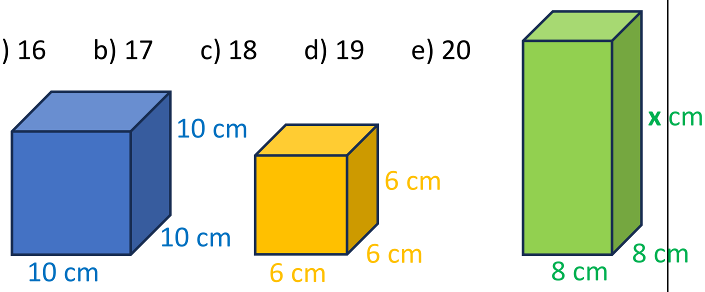
2) (IFG) Considere um aquário em forma de paralelepípedo reto de base retangular, contendo água até certo nível e com dimensões da base, medindo 6 metros e 5 metros. Após a imersão de certo objeto sólido nesse aquário, o nível da água subiu 20 cm sem que água transbordasse. Nessas condições, é correto afirmar que o volume desse objeto sólido em metros cúbicos é de



A) 0,6 m³   B) 6 m³   C) 60 m³   D) 600 m³

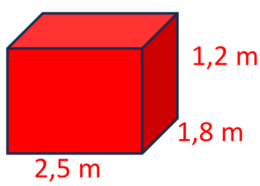
3) (FAG 2016) Dois blocos de alumínio, em forma de cubo, com arestas medindo 10 cm e 6 cm são levados juntos à fusão e em seguida o alumínio líquido é moldado como um paralelepípedo reto de arestas 8 cm, 8 cm e x cm. O valor de x é:

a) 16   b) 17   c) 18   d) 19   e) 20



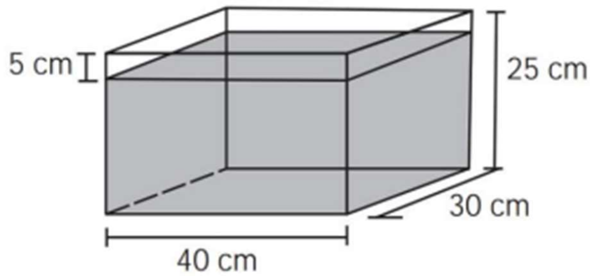
4) (IFG) As medidas internas de um reservatório no formato de um paralelepípedo são de 2,5 m de comprimento, 1,8 m de largura e 1,2 m de profundidade (altura). Se, em um determinado momento do dia, esse reservatório está apenas com 70% de sua capacidade, a quantidade **de litros** que faltam para enchê-lo é igual a:

a) 1620 L   b) 1630 L   c) 1640 L   d) 1650 L   e) 1660 L

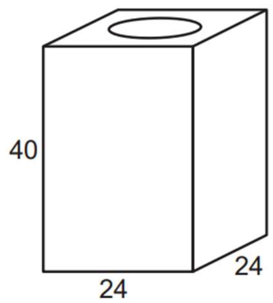


5) (ENEM 2012) Alguns objetos, durante a sua fabricação, necessitam passar por um processo de resfriamento. Para que isso ocorra, uma fábrica utiliza um tanque de resfriamento, como mostrado na figura. O que aconteceria com o nível da água se colocássemos no tanque um objeto cujo volume fosse 2400 cm³?

a) O nível subiria 0,2 cm, fazendo a água ficar com 20,2 cm de altura.
b) O nível subiria 1 cm, fazendo a água ficar com 21 cm de altura.
c) O nível subiria 2 cm, fazendo a água ficar com 22 cm de altura.
d) O nível subiria 8 cm, fazendo a água transbordar.
e) O nível subiria 20 cm, fazendo a água transbordar.



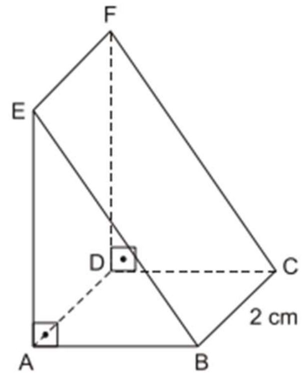
6) Enem 2014 - Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.



Será produzida uma nova lata, com os mesmos formato e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual. Para obter a altura da nova lata, a altura da lata atual deve ser reduzida em

a) 14,4%
b) 20,0%
c) 32,0%
d) 36,0%
e) 64,0%

7) (Espm) No sólido representado abaixo, sabe-se que as faces ABCD e BCFE são retângulos de áreas 6cm² e 10 cm², respectivamente.



O volume desse sólido é de:
a) 8 cm³
b) 10 cm³
c) 12 cm³
d) 16 cm³
e) 24 cm³

GABARITO:

1) $V = 24\ m^3$

$3*4*X = 24$

$X = 2\ m$

Letra (A)

2) deslocamento de 20 cm = 0,20 m

$V = 6*5*0{,}20 = 6\ m^3$

Letra (B)

3) $V1 = 10^3 = 1000\ cm^3$

$V2 = 6^3 = 216\ cm^3$

Volume total levado à fusão = $1216\ cm^3$

Volume paralelepípedo = $1216\ cm^3$

$8*8*X = 1216$

$X = 19\ cm$

Letra (D)

4) $V = 2{,}5*1{,}8*1{,}2 = 5{,}4$

$V = 5{,}4\ m^3 = 5400\ dm^3 = 5400$ Litros

30% de 5400 = 1620 Litros

Letra (A)

5)

V objeto = $2\,400\ cm^3$.

$40*30*X = 2\,400$

$1200*X = 2\,400$

$X = 2400/1200$

$X = 2$ cm.

Portanto, a água não transbordará.

Letra (C)

6) V lata tinta = $24*24*40 = 23\,040\ cm^3$

Base 25% maior = $24*1{,}25 = 30$ cm

V lata nova = V lata tinta

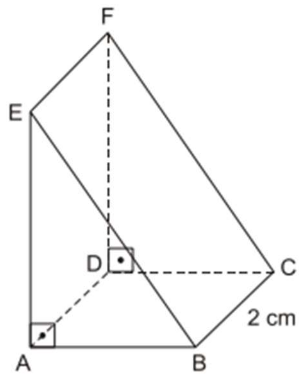
$30*30*H = 23\,040$

$H = 25{,}6$ $\qquad$ $40 - 25{,}6 = 14{,}4$

$14{,}4/40 = 0{,}36$ $\qquad$ redução de 36%

Letra (D)

7) área da face ABCD = $6\ cm^2$, logo AB = CD = 3 cm
área da face BCFE = $10\ cm^2$, logo BE = CF = 5 cm



Calculando AE = DF:
$AB^2 + AE^2 = BE$
$3^2 + AE^2 = 5^2$
$AE^2 = 25 – 9 = 16$
$AE = 4$
V prisma = $Ab * h = (3*4/2)*2 = 12$

Letra (C)

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

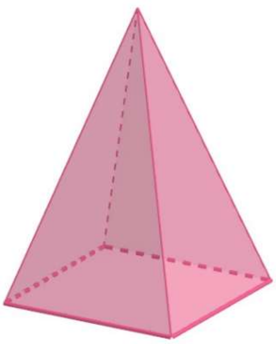
Semana 6 – Terça-feira, 21/05/2024 – Área Lateral e Total das Pirâmides

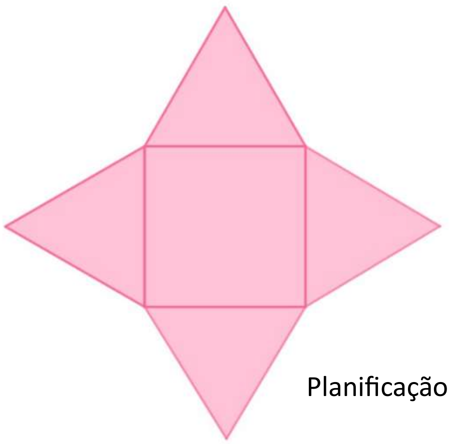
Aula 15 e Aula 16 – Área Lateral e Total das pirâmides

Objetivo: Calcular, corretamente, a área lateral e total das pirâmides.

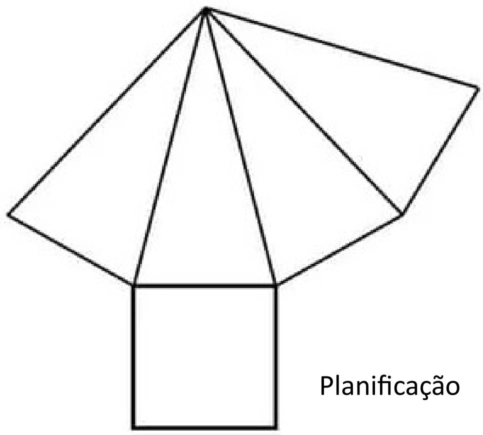
Problema Gerador – Calcular as áreas laterais e totais das pirâmides, usando como estratégia o uso de papel colorido para cobrir toda a superfície da pirâmide e o cálculo da quantidade gasta para cobrir a embalagem.

Grupo 1__Pirâmide quadrangular





Planificação



Planificação

Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação que está no seu grupo de trabalho.

1) Identifique o poliedro que seu grupo montou: _________________________

Agora, forre a pirâmide com papel colorido e faça os registros solicitados abaixo:

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da Pirâmide retangular? _________________

3) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a base da Pirâmide retangular? ________________

4) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar todo a Pirâmide retangular? _______________

5) Qual a fórmula para calcularmos a área lateral da Pirâmide retangular?________________

6) Qual a fórmula para calcularmos a área total da Pirâmide retangular?________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

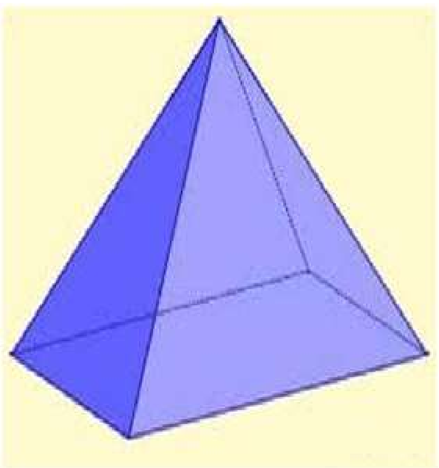
Semana 6 – Terça-feira – Área Lateral e Total das Pirâmides

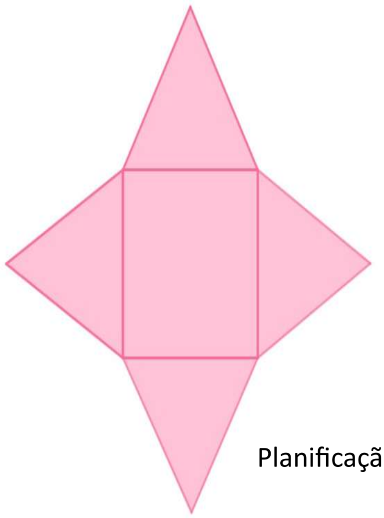
Aula 15 e Aula 16 – Área Lateral e Total das pirâmides

Objetivo: Calcular, corretamente, a área lateral e total das pirâmides.

Problema Gerador – Calcular as áreas laterais e totais das pirâmides, usando como estratégia o uso de papel colorido para cobrir toda a superfície da pirâmide e o cálculo da quantidade gasta para cobrir a embalagem.

Grupo 2__Pirâmide retangular





Planificação

Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação que está no seu grupo de trabalho.

1) Identifique o poliedro que seu grupo montou: _________________________

Agora, forre a pirâmide com papel colorido e faça os registros solicitados abaixo:

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da Pirâmide retangular? _________________

3) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a base da Pirâmide retangular? ________________

4) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar todo a Pirâmide retangular? _______________

5) Qual a fórmula para calcularmos a área lateral da Pirâmide retangular?________________

6) Qual a fórmula para calcularmos a área total da Pirâmide retangular?________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

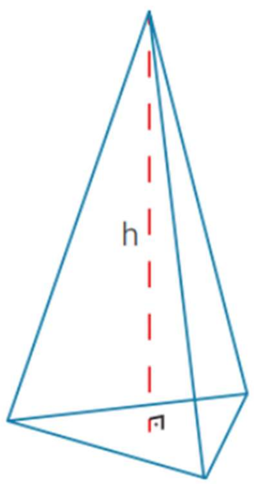
Semana 6 – Terça-feira – Área Lateral e Total das Pirâmides

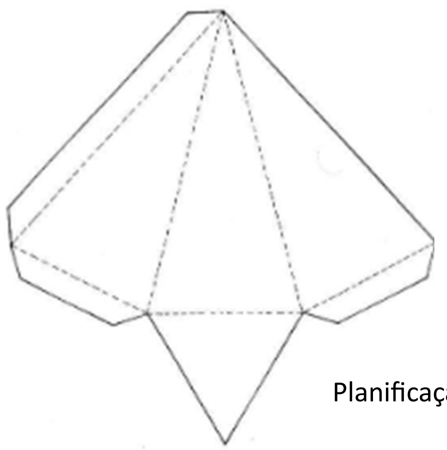
Aula 15 e Aula 16 – Área Lateral e Total das pirâmides

Objetivo: Calcular, corretamente, a área lateral e total das pirâmides.

Problema Gerador – Calcular as áreas laterais e totais das pirâmides, usando como estratégia o uso de papel colorido para cobrir toda a superfície da pirâmide e o cálculo da quantidade gasta para cobrir a embalagem.

Grupo 3__PIRÂMIDE TRIANGULAR





Planificação

Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação que está no seu grupo de trabalho.

1) Identifique o poliedro que seu grupo montou: ________________________________

Agora, forre a pirâmide com papel colorido e faça os registros solicitados abaixo:

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da pirâmide triangular? __________________

3) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a base da pirâmide triangular?_____________

4) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar toda a pirâmide triangular? ______________

5) Qual a fórmula para calcularmos a área lateral de uma pirâmide triangular?_________________

6) Qual a fórmula para calcularmos a área total de uma pirâmide triangular?_________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

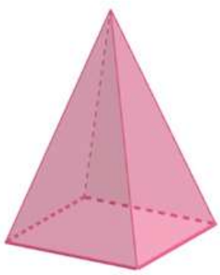
Semana 6 – Terça-feira – Área Lateral e Total das Pirâmides

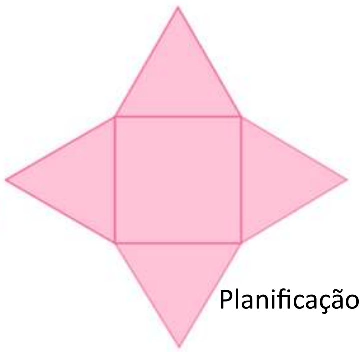
Aula 15 e Aula 16 – Área Lateral e Total das pirâmides

Objetivo: Calcular, corretamente, a área lateral e total das pirâmides.

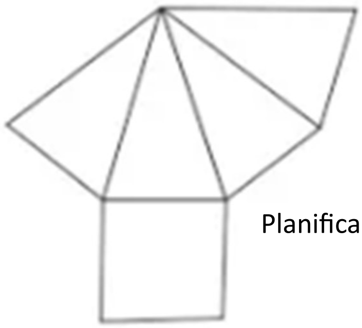
Problema Gerador – Calcular as áreas laterais e totais das pirâmides, usando como estratégia o uso de papel colorido para cobrir toda a superfície da pirâmide e o cálculo da quantidade gasta para cobrir a embalagem.

Grupo 4__ PIRÂMIDE QUADRANGULAR





Planificação



Planificação

Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação que está no seu grupo de trabalho.

1) Identifique o poliedro que seu grupo montou: ___________________

Agora, forre a pirâmide com papel colorido e faça os registros solicitados abaixo:

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da pirâmide quadrangular? ___________

3) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a base da pirâmide quadrangular? ____________

4) Qual a quantidade de papel que o grupo gastará para forrar toda a pirâmide quadrangular? ____________

5) Qual a fórmula para calcularmos a área lateral de uma pirâmide quadrangular?________________

6) Qual a fórmula para calcularmos a área total de uma pirâmide quadrangular?________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF **Prof. Orientador: Elba Bravo** **Orientanda: Fernanda Fernandes**

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

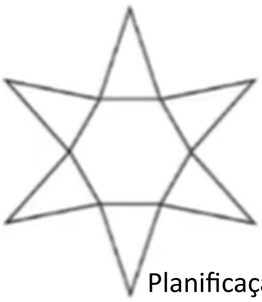
Semana 6 – Terça-feira – Área Lateral e Total das Pirâmides

Aula 15 e Aula 16 – Área Lateral e Total das pirâmides

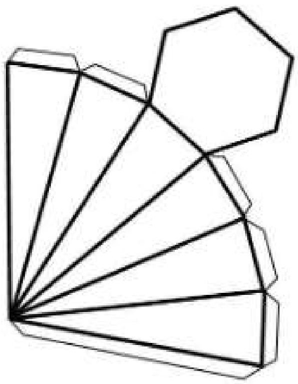
Objetivo: Calcular, corretamente, a área lateral e total das pirâmides.

Problema Gerador – Calcular as áreas laterais e totais das pirâmides, usando como estratégia o uso de papel colorido para cobrir toda a superfície da pirâmide e o cálculo da quantidade gasta para cobrir a embalagem.

Grupo 5__ PIRÂMIDE HEXAGONAL



Planificação



Planificação

Recorte, dobre todas as linhas pontilhadas e cole a planificação que está no seu grupo de trabalho.

1) Identifique o poliedro que seu grupo montou: ________________________

Agora, forre a pirâmide com papel colorido e faça os registros solicitados abaixo:

2) Qual a quantidade de papel que o grupo gastou para forrar a lateral da pirâmide hexagonal? ___________

3) Qual a quantidade de papel que o grupo gastará para forrar a base pirâmide hexagonal? ____________

4) Qual a quantidade de papel que o grupo gastará para forrar toda a pirâmide hexagonal? ____________

5) Qual a fórmula para calcularmos a área lateral de uma pirâmide hexagonal?________________

6) Qual a fórmula para calcularmos a área total de uma pirâmide hexagonal?________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 6 – Quinta-feira, 23/05/2024 – Exercícios de Fixação em Grupo

Aula 17 e Aula 18 **Objetivo**: Calcular, corretamente, n° de faces, arestas e vértices, bem como a área lateral e total das pirâmides.

Exercícios de Fixação – Área lateral e total das Pirâmides

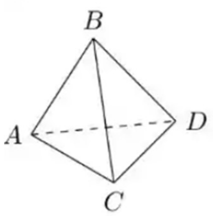
1) Um dos principais pontos turísticos de Paris é o conjunto de pirâmides do Museu do Louvre, localizado na praça Cour Napoléon. Com suas superfícies em vidro suportadas por estruturas metálicas, a maior e principal pirâmide possui 20,6 m de altura. Sua base é um quadrado de 35 m de lado. Com base nestas informações, responda:

a) Geometricamente, esse museu é representado por uma pirâmide de base quadrada. Qual a quantidade de cada tipo de figura plana que a formam?

( ) 2 quadrados e 4 retângulos.
( ) 1 retângulo e 4 triângulos isósceles.
( ) 2 quadrados e 4 trapézios isósceles.
( ) 1 quadrado e 2 trapézios retângulos.
( ) 1 quadrado e 4 triângulos isósceles.

b) Qual a quantidade de vidro necessário para sua construção, em metros quadrados?

2) A aresta de um tetraedro regular mede 4 cm. Sua área total, em centímetros quadrados, e o seu volume valem:



3) (Enem 2016 2ª aplicação) Um lapidador recebeu de um joalheiro a encomenda para trabalhar em uma pedra preciosa cujo formato é o de uma pirâmide, conforme ilustra a Figura 1. Para tanto, o lapidador fará quatro cortes de formatos iguais nos cantos da base. Os cantos retirados correspondem a pequenas pirâmides, nos vértices P, Q, R e S, ao longo dos segmentos tracejados, ilustrados na Figura 2.

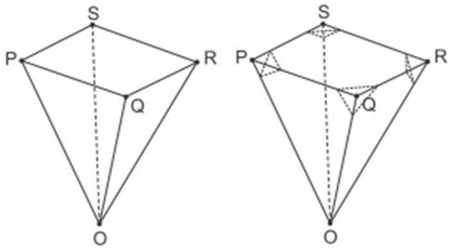
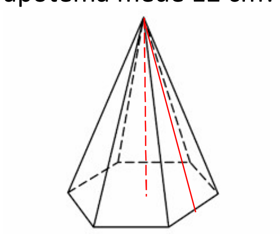


Figura 1 Figura 2

Depois de efetuados os cortes, o lapidador obteve, a partir da pedra maior, uma joia poliédrica cujos números de faces, arestas e vértices são, respectivamente, iguais a

a) 9, 20 e 13. b) 3, 24 e 13. c) 7,15 e 12.
d) 10,16 e 5. e) 11,16 e 5.

4) A aresta da base de uma pirâmide regular hexagonal mede 4 cm. Qual é a área lateral dessa pirâmide, cujo apótema mede 12 cm?



a) 48 cm^2

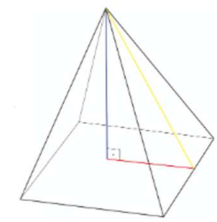
b) 24 cm^2

c) 288 cm^2

d) 144 cm^2

e) 192 cm^2

5) Uma pirâmide regular tem por base um quadrado de lado 6 cm. Qual a área total desta pirâmide, sabendo que sua altura mede 4 cm?

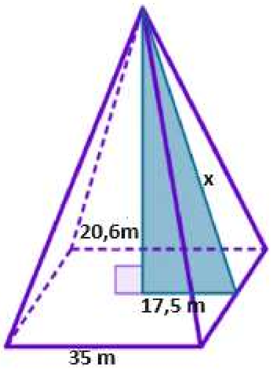


GABARITO:

1)

a) Uma pirâmide de base quadrada é formada por: 1 quadrado e 4 triângulos isósceles.

b) 20,6 m de altura. Sua base é um quadrado de 35 m de lado



Cálculo apótema:

$x^2 = (20,6)^2 + (17,5)^2$

$x^2 = 424,36 + 306,25 = 730,61$

x = 27 m

Cálculo Área Face triangular:

A = 35*27/2 = 472,5 m²

Cálculo Vidro:

AL = 4*472,5 = 1890 m²

2) Tetraedro regular aresta = 4 cm. Área total?

Área total = 4* área Δ equilátero = $4 * 4^2 \sqrt{3}/4 = 16\sqrt{3}$ cm²

3)

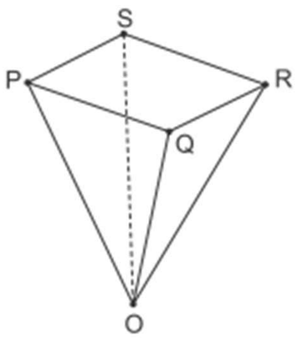


Figura 1

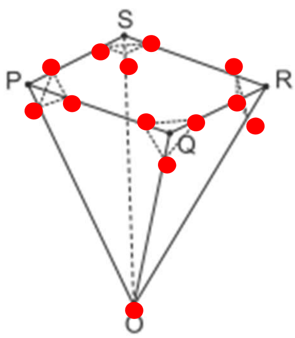


Figura 2

5 + 4 = 9 faces

8 + (3*4) = 20 arestas

3*4 + 1 = 13 vértices

LETRA (A)

4) pirâmide regular hexagonal aresta = 4 cm, apótema = 12 cm AL = ?

AL = 6*AΔ = 6* (4*12/2) = 6*24 = 144 cm²

LETRA (D)

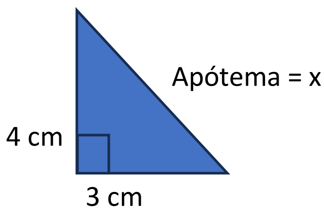
5) Pirâmide regular quadrangular aresta = 6 cm, altura pirâmide = 4 cm Área total?

$Ab = 6^2 = 36$ cm²

AL = 4* AΔ = 4* 6*apótema/2

AL = 4*(6*5/2)

AL = 4*15 = 60 cm²



$x^2 = 3^2 + 4^2$

$x^2 = 25$

x = 5

AT = Ab + AL = 36 + 60 = 96 cm²

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (4 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

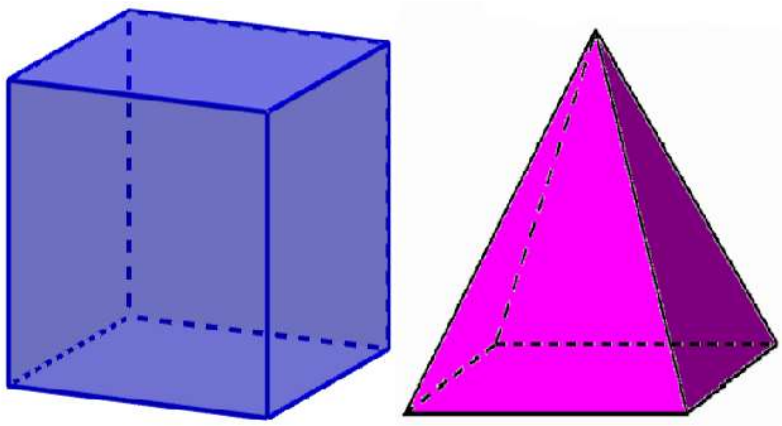
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 7 – Terça-feira, 27/05/2024 – Volume das Pirâmides

Aula 19 e Aula 20   **Objetivo**: Calcular, corretamente, o volume das pirâmides.

Problema Gerador – Qual a capacidade da Pirâmide, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nela?

Grupo 1__



1) Identifique os 2 poliedros do seu grupo:__________________________________

2) Compare a altura dos 2 poliedros. O que vocês observaram?___________________________

3) Compare as bases dos 2 poliedros. O que vocês observaram?___________________________

4) Agora, com estilete, abra uma base dos dois poliedros. Em seguida, encha de grãos de milho triturado a pirâmide.

5) Usando a sua pirâmide quadrangular como medida, de quantas medidas o seu grupo precisa para encher totalmente o cubo?______________________________

6) Qual é a fórmula para calcularmos o volume de um prisma quadrangular?________________

7) Com base no seu experimento e na resposta anterior, qual deve ser a fórmula para calcularmos o volume de uma pirâmide triangular?__________________________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (4 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

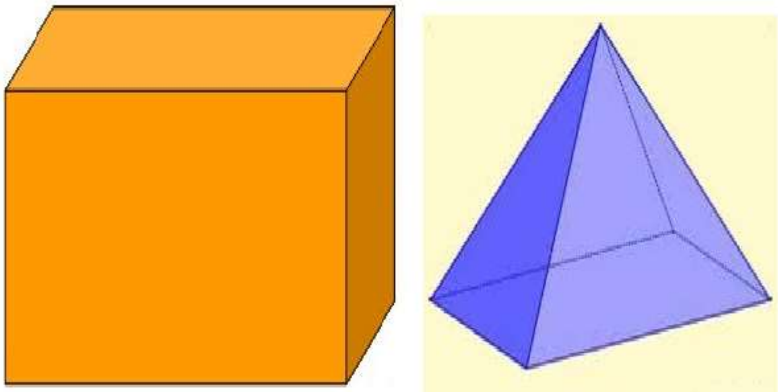
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 7 – Terça-feira, 27/05/2024 – Volume das Pirâmides

Aula 19 e Aula 20 **Objetivo**: Calcular, corretamente, o volume das pirâmides.

Problema Gerador – Qual a capacidade da Pirâmide, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nela?

Grupo 2__



1) Identifique os 2 poliedros do seu grupo:___________________________________

2) Compare a altura dos 2 poliedros. O que vocês observaram?____________________________

3) Compare as bases dos 2 poliedros. O que vocês observaram?____________________________

4) Agora, com estilete, abra uma base dos dois poliedros. Em seguida, encha de grãos de milho triturado a pirâmide.

5) Usando a pirâmide retangular como medida, quantas medidas o seu grupo precisa para encher totalmente o paralelepípedo?______________________________

6) Qual é mesmo a fórmula para calcularmos o volume de um paralelepípedo?_________________

7) Com base no seu experimento e na resposta anterior, qual deve ser a fórmula para calcularmos o volume de uma pirâmide retangular?__________________________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (4 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

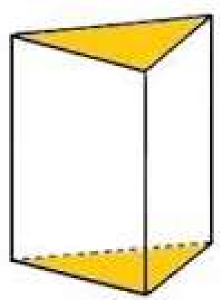
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 7 – Terça-feira, 27/05/2024 – Volume das Pirâmides

Aula 19 e Aula 20   **Objetivo**: Calcular, corretamente, o volume das pirâmides.

Problema Gerador – Qual a capacidade da Pirâmide, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nela?

Grupo 3__



1) Identifique os 2 poliedros do seu grupo:___________________________________

2) Compare a altura dos 2 poliedros. O que vocês observaram?____________________________

3) Compare as bases dos 2 poliedros. O que vocês observaram?____________________________

4) Agora, com estilete, abra uma base dos dois poliedros. Em seguida, encha de grãos de milho triturado a pirâmide.

5) Usando o tetraedro como medida, quantas medidas o seu grupo precisa para encher totalmente o prisma triangular?______________________________

6) Qual é mesmo a fórmula para calcularmos o volume de um prisma triangular?________________

7) Com base no seu experimento e na resposta anterior, qual deve ser a fórmula para calcularmos o volume de uma pirâmide triangular? __________________________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (4 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

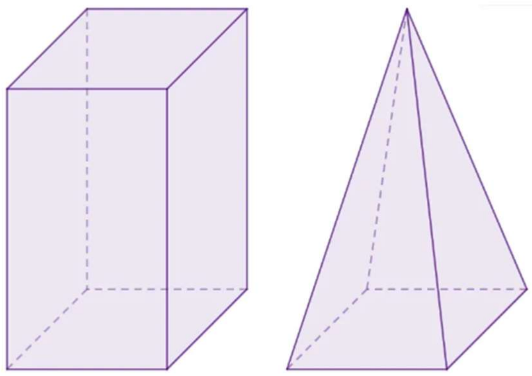
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 7 – Terça-feira, 27/05/2024 – Volume das Pirâmides

Aula 19 e Aula 20 **Objetivo**: Calcular, corretamente, o volume das pirâmides.

Problema Gerador – Qual a capacidade da Pirâmide, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nela?

Grupo 4__



1) Identifique os 2 poliedros do seu grupo:_________________________________

2) Compare a altura dos 2 poliedros. O que vocês observaram?___________________________

3) Compare as bases dos 2 poliedros. O que vocês observaram?___________________________

4) Agora, com estilete, abra uma base dos dois poliedros. Em seguida, encha de grãos de milho triturado a pirâmide.

5) Usando a sua pirâmide quadrangular como medida, quantas medidas o seu grupo precisa para encher totalmente o prisma quadrangular?______________________________________

6) Qual é mesmo a fórmula para calcularmos o volume de um prisma quadrangular?________________

7) Com base no seu experimento e na resposta anterior, qual deve ser a fórmula para calcularmos o volume de uma pirâmide quadrangular?_________________________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (4 GRUPOS)

PROFMAT – UENF   Prof. Orientador: Elba Bravo   Orientanda: Fernanda Fernandes

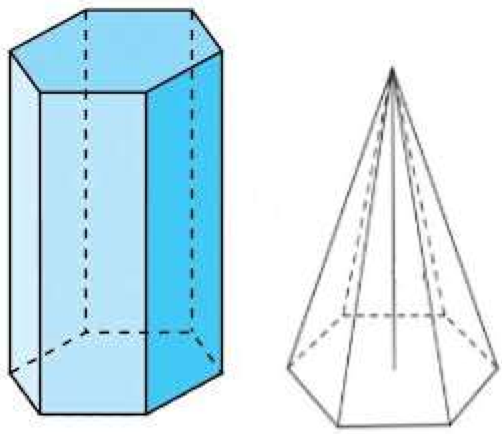
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 7 – Terça-feira, 27/05/2024 – Volume das Pirâmides

Aula 19 e Aula 20   **Objetivo**: Calcular, corretamente, o volume das pirâmides.

Problema Gerador – Qual a capacidade da Pirâmide, do seu grupo, ou seja, quanto cabe nela?

Grupo 5__



1) Identifique os 2 poliedros do seu grupo:___________________________________

2) Compare a altura dos 2 poliedros. O que vocês observaram?____________________________

3) Compare as bases dos 2 poliedros. O que vocês observaram?____________________________

4) Agora, com estilete, abra uma base dos dois poliedros. Em seguida, encha de grãos de milho triturado a pirâmide.

5) Usando a sua pirâmide hexagonal como medida, quantas medidas o seu grupo precisa para encher totalmente o prisma hexagonal?_______________________________

6) Qual é mesmo a fórmula para calcularmos o volume de um prisma hexagonal?_________________

7) Com base no seu experimento e na resposta anterior, qual deve ser a fórmula para calcularmos o volume de uma pirâmide hexagonal?__________________________________

Colégio Estadual Alberto Torres – São João da Barra

Turma 2001 CN 2024_____ 25 ALUNOS (5 GRUPOS)

PROFMAT – UENF Prof. Orientador: Elba Bravo Orientanda: Fernanda Fernandes

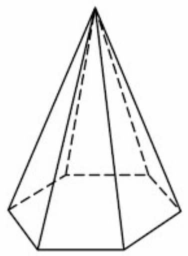
– Uso da Metodologia Resolução de Problemas No Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria Espacial – Poliedros

Semana 7 – Terça-feira, 02/06/2024 – Exercícios de Fixação em Grupo

Aula 21 e Aula 22 **Objetivo**: Calcular, corretamente, o volume das pirâmides.

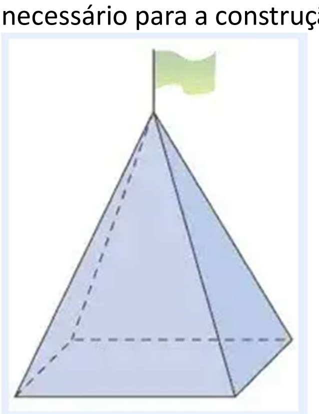
Exercícios de Fixação – Volume das Pirâmides

1) (Unifor-CE) A aresta da base de uma pirâmide regular hexagonal mede 4 cm. Qual é o volume dessa pirâmide, se sua altura mede $6\sqrt{3}$ cm?



a) 432 cm^3 b) 392 cm^3 c) 286 cm^3
d) 144 cm^3 e) 132 cm^3

2) (Unesp) O prefeito de uma cidade pretende colocar em frente à prefeitura um mastro com uma bandeira, que será apoiado sobre uma pirâmide de base quadrada feita de concreto maciço. Sabendo-se que a aresta da base da pirâmide terá 3 m e que a altura da pirâmide será de 4 m, o volume de concreto (em m^3) necessário para a construção da pirâmide será:



a) $36m^3$ b) $27m^3$ c) $18m^3$ d) $12m^3$ e) $4m^3$

3) (IFRN) Um dos mistérios da humanidade consiste em saber como as pirâmides, como as do Sol e da Lua, foram construídas por civilizações que não tinham o aporte tecnológico que há na atualidade. Para se construir, em argila, uma escultura com 15 m de altura em formato de pirâmide maciça de base quadrada com 10 m de lado, o volume do material usado foi de

https://diariosdeferias.wordpress.com/2018/12/23/visitando-teotihuacan/acesso em: 21/04/2024

a) 650 m^3 b) 550 m^3 c) 500 m^3 d) 400 m^3

4) (FGV-RJ) Certa empresa pretende vender amêndoas torradas em embalagens de papel com formato de pirâmides. O setor de marketing da empresa sugeriu três características para a embalagem: a base da pirâmide deve ser um quadrado, a altura deve ter o dobro do comprimento do lado do quadrado da base e o volume da embalagem deve ser de 144 cm^3 para caber a quantidade ideal de amêndoas. Desprezando a espessura do papel, o comprimento do lado do quadrado da base da pirâmide que atende a especificação do marketing é

a) 12 cm b) 8 cm c) 9 cm d) 6 cm e) 10 cm

GABARITO:

1) Pirâmide regular hexagonal a = 4 cm. altura = $6\sqrt{3}$ cm

$V = Ab*h/3 = (3*4^2\sqrt{3}/2 * 6\sqrt{3})/3 = (3*16*3*3)/3 = 144\ cm^3$ LETRA (D)

2) Pirâmide de base quadrada, aresta da base = 3 m, altura da pirâmide = 4 m

$V = Ab*h/3 = (3^2 * 4)/3 = (9*4) = 12\ m^3$ LETRA (D)

3) Pirâmide de base quadrada, altura = 15 m, aresta da base = 10 m

$V = Ab*h/3 = (10^2 * 15)/3 = (100*15)/3 = 500\ m^3$ LETRA (C)

4) $V = 144\ cm^3$ - a altura (2L) deve ter o dobro do comprimento do lado (L) do quadrado da base

$Ab*h/3 = 144$

$L^2*2L = 3*144$

$L^3 = 432/2$

$L^3 = 216 = 2^3*3^3$

$L = 2*3 = 6$ LETRA (D)