

LUIZA RESSIGUIER GRIPP

**A SALA DE AULA INVERTIDA COMO
ESTRATÉGIA DE ENRIQUECIMENTO NO
ENSINO DE EQUAÇÕES**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF

CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

17 de dezembro de 2024

LUIZA RESSIGUIER GRIPP

A SALA DE AULA INVERTIDA COMO
ESTRATÉGIA DE ENRIQUECIMENTO NO ENSINO
DE EQUAÇÕES

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Orientador: Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE

DARCY RIBEIRO - UENF
CAMPOS DOS GOYTACAZES - RJ

17 de dezembro de 2024

LUIZA RESSIGUIER GRIPP

A SALA DE AULA INVERTIDA COMO
ESTRATÉGIA DE ENRIQUECIMENTO NO ENSINO
DE EQUAÇÕES

“Dissertação apresentada ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Matemática.”

Aprovada em 17 de dezembro de 2024.

gov.br

Documento assinado digitalmente
LÍVIA AZELMAN DE FARIA ABREU
Data: 17/06/2025 10:49:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Lívia Azelman de Faria Abreu

D.Sc. - IFF

Documento assinado digitalmente

gov.br

OSCAR ALFREDO PAZ LA TORRE
Data: 16/06/2025 16:22:41-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Oscar Alfredo Paz La Torre

D.Sc. - UENF



Profª. Nancy Baygorrea Cusihuallpa

D.Sc. - UENF

Documento assinado digitalmente

gov.br

RIGOBERTO GREGORIO SANABRIA CASTRO
Data: 16/06/2025 10:48:52-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro

D.Sc. - UENF

(ORIENTADOR)

Dedico este trabalho à minha mãe, familiares, amigos e mestres.

Agradecimentos

Agradeço aos meus familiares, orientadores e professores, pela paciência, incentivo e suporte emocional.

Aos colegas e amigos, pela troca de conhecimentos e pelo apoio moral nos momentos desafiadores.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo o ensino de equações usando metodologia de sala de aula invertida, uma abordagem pedagógica que transformou a tradicional dinâmica da sala de aula. Nesse ambiente inovador, os estudantes não são meros receptores de informações, mas protagonistas ativos em suas jornadas educacionais. As apresentações, realizadas pelos próprios estudantes, trouxeram à luz a riqueza de compreensão que a Sala de Aula Invertida pode proporcionar. Os temas foram divididos em seções, destacando a profundidade do aprendizado alcançado. O tema central desse experimento educacional foi o universo complexo das equações, explorando os temas i) Equação do Segundo Grau, ii) Equações Biquadradas, iii) Sistema de Equações, iv) Equações Fracionárias e v) Equações Irracionais. O público alvo, por sua vez, foi uma turma de 19 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II de uma escola privada na cidade de Campos dos Goytacazes – RJ. A Sala de Aula Invertida não apenas proporcionou conhecimento aprofundado, mas também cultivou habilidades essenciais, como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a comunicação eficaz. Os estudantes não apenas absorveram informações; eles se tornaram construtores ativos do saber, transformando a sala de aula em um espaço dinâmico e colaborativo. Essa experiência inovadora reforça a ideia de que, ao inverter o papel do educador e do educando, podemos criar uma atmosfera que inspira a busca pelo conhecimento e transforma a aprendizagem em uma jornada empolgante e significativa. A Sala de Aula Invertida emerge não apenas como uma estratégia, mas como uma revolução no ensino, capacitando os estudantes a se tornarem verdadeiros arquitetos do próprio aprendizado.

Palavras-chaves: Sala de Aula Invertida, Equações, Aprendizagem Ativa, Metodologia Ativa

Abstract

This work aims to teach equations using the flipped classroom methodology, a pedagogical approach that has transformed the traditional classroom dynamic. In this innovative environment, students are not merely passive receivers of information but active protagonists in their educational journeys. The presentations, conducted by the students themselves, showcased the depth of understanding that flipped learning can provide. The topics were divided into sections, emphasizing the breadth and depth of learning achieved. The central theme of this educational experiment was the complex world of equations, exploring topics such as: i) Quadratic Equation, ii) Biquadratic Equations, iii) Systems of Equations, iv) Fractional Equations, and v) Irrational Equations. The target audience consisted of 19 students from the 9th grade of Elementary School at a private school in Campos dos Goytacazes, RJ. Flipped learning not only provided in-depth knowledge but also cultivated essential skills such as critical thinking, problem-solving, and effective communication. The students did not simply absorb information; they became active constructors of knowledge, transforming the classroom into a dynamic and collaborative space. This innovative experience reinforces the idea that by reversing the roles of educator and student, we can create an atmosphere that inspires the pursuit of knowledge and transforms learning into an exciting and meaningful journey. Flipped learning emerges not just as a strategy but as a revolution in teaching, empowering students to become true architects of their own learning.

Key-words: Flipped Classroom, Equations, Active Learning, Active Methodology

Lista de ilustrações

Figura 1 – Turma assistindo à apresentação realizada pelos colegas.	36
Figura 2 – Integrantes do grupo durante a apresentação sobre a equação do segundo grau, destacando os conceitos e aplicações da sua fórmula resolutiva.	37
Figura 3 – Alunos em atividade prática, aplicando conceitos da equação do segundo grau.	38
Figura 4 – Aluna aplicando métodos para a resolução de equações biquadradas. . .	38
Figura 5 – Resolução de equação biquadrada com erro de substituição de variável: registro da tentativa do aluno em aplicar o método corretamente, evidenciando a importância de revisar os passos intermediários.	39
Figura 6 – Registro da resolução de um sistema de equações no caderno do aluno: demonstração do raciocínio lógico aplicado na organização e solução das equações.	39
Figura 7 – Resolução de uma equação fracionária.	40
Figura 8 – Resolução de uma equação irracional apresentada na lousa interativa. . .	40
Figura 9 – Resolução de uma equação irracional apresentada na lousa interativa. . .	40
Figura 10 – Turma assistindo à apresentação realizada pelos colegas.	41

Lista de abreviaturas e siglas

BNCC Base Nacional Comum Curricular

SAI Sala de Aula Invertida

FLN Flipped Learning Network

Lista de símbolos

Δ	Discriminante
$+$	Operador de adição
$-$	Operador de subtração
\pm	Mais ou menos
$=$	Sinal de igualdade
$\sqrt{\quad}$	Raiz quadrada
\Rightarrow	Implicação
$\{\}$	Conjunto ou agrupamento de elementos
U	Conjunto universo
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
\in	Pertence
\neq	Diferença, diferente de

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
2	A SALA DE AULA INVERTIDA	15
2.1	Contexto Histórico	15
2.2	Mas, o que realmente é Sala de Aula Invertida (SAI)?	16
2.3	O que realmente se inverte na Sala de Aula Invertida?	18
2.4	Bergmann e Sams: A Base da Sala de Aula Invertida	19
3	ASPECTOS TEÓRICOS DAS EQUAÇÕES	20
3.1	Equação do 2º grau	20
3.2	Equação biquadrada	23
3.3	Sistema de Equações	24
3.4	Equação Fracionária	25
3.5	Equação Irrracional	27
4	ASPECTOS METODOLÓGICOS	29
4.1	Caracterização da Pesquisa	29
4.2	Intervenção Pedagógica	31
4.2.1	Fase de Planejamento	32
4.2.2	Fase de Implementação	33
4.2.3	Fase da Avaliação	33
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
5.1	Observações Durante as Apresentações das Atividades	35
6	CONCLUSÕES	43
	REFERÊNCIAS	45
	APÊNDICES	47
	APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO	48
	APÊNDICE B – COMO RESOLVER AS EQUAÇÕES	50
	APÊNDICE C – INSTRUÇÕES SOBRE O TRABALHO	54

APÊNDICE D – LISTA DE EXERCÍCIOS SOBRE EQUAÇÕES 58

Appendices 64

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo investigar a aplicação da sala de aula invertida no ensino de equações matemáticas para alunos do 9º. ano do Ensino Fundamental II, considerando a relevância dessa metodologia para o aprimoramento das práticas pedagógicas e para o desenvolvimento das competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A pesquisa foca na utilização da sala de aula invertida em um contexto de ensino presencial, uma vez que essa abordagem busca engajar os estudantes de forma mais participativa e colaborativa, alinhando-se às demandas educacionais contemporâneas.

O ensino de matemática, historicamente, tem se configurado como um desafio tanto para alunos quanto para professores, exigindo novas práticas pedagógicas que considerem as necessidades e potencialidades dos estudantes da era digital. Nesse sentido, este trabalho investiga como a metodologia ativa pode ser uma solução para superar alguns dos entraves tradicionais do ensino da disciplina, promovendo um aprendizado mais significativo e participativo. Busca-se compreender de que forma a metodologia de sala de aula invertida, aplicada em um ambiente presencial, pode favorecer o desenvolvimento das competências e habilidades previstas na BNCC. A ênfase está na construção da autonomia dos alunos e no fortalecimento de um aprendizado ativo, no qual os estudantes participam de maneira mais consciente do processo educacional.

[Camargo e Daros \(2018\)](#) destacam que, em diálogos com alunos de diferentes etapas da educação básica e superior, é evidente a insatisfação com o modelo tradicional de ensino adotado nas instituições. Entre as críticas mais recorrentes está a centralização do conhecimento no professor, o que limita a participação ativa dos estudantes no processo de aprendizagem. Além disso, os alunos apontam que o tempo excessivo dedicado à repetição de conceitos, a falta de conexão entre os conteúdos apresentados e o cotidiano, assim como deficiências nos processos avaliativos, contribuem para a desmotivação. Outro ponto mencionado é o uso inadequado de recursos pedagógicos, tornando as aulas menos atrativas e significativas.

Por outro lado, os professores compartilham preocupações semelhantes. Entre as

queixas mais frequentes estão a falta de tempo para planejar e aprimorar metodologias pedagógicas eficazes, o crescente desinteresse dos alunos, a baixa remuneração e outras dificuldades enfrentadas no cotidiano docente. De acordo com [Tardif \(2002\)](#), essas dificuldades refletem a complexidade do trabalho docente, marcado por múltiplas exigências e pela constante tensão entre as condições objetivas de trabalho e as expectativas pedagógicas. Esses desafios reforçam a necessidade de buscar alternativas pedagógicas que promovam maior engajamento dos estudantes e valorizem o papel do professor, equilibrando inovação e eficácia no processo de ensino-aprendizagem.

As insatisfações relacionadas ao modelo tradicional de ensino se intensificam em um contexto de ampla disseminação das tecnologias digitais de informação e comunicação, por meio de diversos dispositivos conectados à internet. O acesso rápido e ilimitado a informações tem provocado transformações significativas nos espaços sociais, rompendo as fronteiras entre o mundo físico e o virtual e promovendo novas formas de expressão, interação e relacionamento. Segundo [Kenski \(2012\)](#), o uso das TDICs no contexto educacional amplia as possibilidades de construção do conhecimento, tornando o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico, interativo e conectado às práticas sociais contemporâneas.

Nesse cenário, a educação brasileira conta com um documento normativo essencial: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que estabelece as habilidades mínimas a serem construídas ao longo das três etapas da Educação Básica. A BNCC enfatiza a importância de inserir as tecnologias de forma intencional no ambiente escolar, orientando para o desenvolvimento de 10 competências gerais. Entre essas competências, destaca-se a Cultura Digital, que propõe que os alunos aprendam a compreender, utilizar e adaptar as tecnologias digitais de forma crítica, significativa, reflexiva e ética em diferentes contextos sociais, incluindo o escolar. De acordo com a BNCC, “essas habilidades visam capacitar os estudantes para comunicar-se de maneira eficaz, acessar e disseminar informações, produzir conhecimento, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria tanto na esfera pessoal quanto na vida coletiva” [BRASIL \(2017, p. 9\)](#).

Contudo, a implementação dessas tecnologias nas escolas é um desafio. [Bacich, Neto e Trevisani \(2015\)](#) ressaltam que o envolvimento de professores e demais profissionais da educação nesse processo exige tempo e planejamento, além de enfrentarem o desinteresse dos alunos e outras dificuldades. Nesse cenário, as metodologias ativas surgem como uma proposta, proporcionando ao estudante um papel protagonista e reflexivo no processo de aprendizagem, essencial para acompanhar as mudanças sociais e tecnológicas. Como observa [Allan \(2015\)](#), cada nova tecnologia exige reflexão sobre sua utilidade e impacto, e a popularização da internet, especialmente via smartphones, reforça a necessidade de práticas pedagógicas atualizadas e inovadoras.

A estrutura deste estudo inclui: uma apresentação histórica sobre o ensino da matemática no Brasil, destacando os desafios enfrentados; a apresentação dos conceitos

fundamentais da sala de aula invertida e sua implementação prática; o desenvolvimento de atividades voltadas para a promoção da autonomia e engajamento dos estudantes; e, por fim, a análise e discussão dos resultados obtidos a partir das experiências realizadas, oferecendo uma reflexão crítica sobre o impacto dessa metodologia no desempenho dos alunos.

Este trabalho está organizado em cinco capítulos:

No capítulo 1, são expostos os objetivos e hipóteses que orientam o desenvolvimento do estudo.

O capítulo 2 aborda a base teórica do trabalho, concentrando-se na metodologia da Sala de Aula Invertida e suas implicações pedagógicas. É realizada uma revisão sobre os processos de ensino e aprendizagem, além de discussão sobre como a tecnologia pode ser incorporada ao ensino de forma significativa. A parte matemática deste capítulo enfoca o conceito de equações e seus desdobramentos, apresentando uma breve revisão teórica.

O capítulo 3 é dedicado aos procedimentos metodológicos, detalhando as etapas de produção, bem como a caracterização dos participantes e do local da pesquisa. Também é apresentada a sequência didática desenvolvida para o ensino de equações no 9º. ano do Ensino Fundamental II e o produto educacional elaborado a partir dessa pesquisa.

O capítulo 4 é reservado para a discussão e análise das atividades aplicadas, relacionando-os com as teorias estudadas e evidenciando os avanços observados no processo de ensino-aprendizagem de equações.

Por fim, no capítulo 5, são apresentadas as considerações finais, ressaltando os principais resultados, as limitações encontradas e as possíveis variações e desdobramentos futuros que podem ser explorados a partir desta pesquisa.

Capítulo 2

A SALA DE AULA INVERTIDA

Este capítulo oferece um breve histórico da metodologia da Sala de Aula Invertida (SAI) para compreender seu processo de surgimento. Em seguida, será apresentada a construção e estruturação da SAI, com uma explicação detalhada sobre seus quatro pilares: Flexibilidade no ambiente de aprendizagem (Flexible Environment), Cultura de aprendizagem (Learning Culture), Intencionalidade no conteúdo (Intentional Content) e Profissional educador (Professional Educator). Com base nas contribuições dos autores relevantes na área, serão discutidos os pontos selecionados para responder à pergunta: “Qual a importância de inverter a sala de aula?” Além disso, será explorada a interação sob a perspectiva da concepção de “seres humanos como mídias.”

2.1 Contexto Histórico

O conceito de Sala de Aula Invertida (SAI) tem raízes em práticas educacionais anteriores, como evidenciado pelas professoras Barbara Walvoord (Universidade de Notre Dame) e Virginia Johnson (Ciências Biológicas na Universidade de Towson, nos Estados Unidos), que, em 1998, defenderam a preparação prévia dos alunos para a aula, permitindo que recebessem feedback durante o tempo em sala ([WALVOORD; JOHNSON, 1998](#)). J. Wesley Baker, na 11th International Conference on College Teaching and Learning (11ª Conferência Internacional de Ensino e Aprendizagem Universitária), em 2001, também propôs a disponibilização de aulas online para aumentar as oportunidades de interação entre alunos e professores ([BAKER, 2001](#)). Outros educadores, como Maureen J. Lage, Glenn J. Platt e Michael Treglia, em *Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment*, destacaram a SAI como uma abordagem inclusiva ao enfatizar a diversidade de aprendizado em sala de aula ([LAGE; PLATT; TREGLIA, 2000](#)).

Jeremy F. Strayer, em sua tese de doutorado intitulada *The effects of the classroom flip on the learning environment: A comparison of learning activity in a traditional classroom and a flip classroom that used an intelligent tutoring system*, defendida em 2007, investigou

a aplicação da SAI no ensino de Matemática, ressaltando a necessidade de uma transição gradual para que os alunos se adaptassem à nova metodologia (STRAYER, 2007). Eric Mazur introduziu o método *Peer Instruction* na Universidade de Harvard, o qual permitiu que alunos estudassem o conteúdo previamente e, durante a aula, se envolvessem em discussões e avaliações interativas (MAZUR, 1997).

Bergmann e Sams (2016), ao lidarem com altas taxas de absenteísmo em sua escola rural, começaram a gravar videoaulas em 2007, permitindo que o tempo em sala fosse dedicado a discussões e atividades práticas. Essa prática popularizou o termo "Flipped Classroom." Em 2012, foi criada a Flipped Learning Network (FLN), uma comunidade online de educadores dedicados a compartilhar experiências e aprimorar a prática da SAI. A FLN (2014) estabeleceu quatro pilares fundamentais para a Aprendizagem Invertida: F–L–I–P, que incluem Ambiente Flexível (Flexible environment), Cultura de Aprendizagem (Learning culture), Conteúdo Intencional (Intentional content) e Educador Profissional (Professional Educator).

Em 2012, foi estabelecida a Flipped Learning Network (FLN) nos Estados Unidos, uma comunidade online sem fins lucrativos composta por mais de 20 mil educadores de diversas partes do mundo, todos interessados em aprofundar seus conhecimentos sobre a Sala de Aula Invertida (SAI). Nesse espaço, os membros têm a oportunidade de compartilhar informações e experiências, visando aprimorar suas práticas pedagógicas relacionadas à SAI. A Flipped Learning Network (2014) observa que muitos professores podem atribuir a seus alunos a leitura de um novo conteúdo ou a visualização de um vídeo como "tarefas de casa", mas isso não garante que a aprendizagem esteja realmente invertida. Assim, surge a pergunta: como podemos garantir que nossas abordagens estejam alinhadas com a proposta da SAI?

2.2 Mas, o que realmente é Sala de Aula Invertida (SAI)?

É cada vez mais frequente a realização de estudos em diversas instituições de ensino que buscam entender como os alunos reagem a metodologias, práticas e abordagens pedagógicas que desafiam o modelo educacional tradicional. O acesso facilitado à informação, impulsionado pelas tecnologias digitais, tem suscitado reflexões sobre o papel da sala de aula, a natureza do conhecimento e as funções tanto do educador quanto do educando. Há um esforço contínuo para desenvolver estratégias que coloquem o aluno no centro do aprendizado, tornando-o responsável não apenas pelo seu conhecimento, mas também pela maneira como este é construído. Nesse contexto, as investigações sobre metodologias ativas têm ganhado destaque, oferecendo um panorama diversificado onde o estudante se torna um protagonista no processo de ensino-aprendizagem. A abordagem pedagógica da "Sala de Aula Invertida" se alinha a essas premissas, buscando transformar

a dinâmica educacional.

Morán et al. (2015), ao discutirem as transformações na educação que promovem um papel mais ativo para o estudante e um papel de orientador para o professor, destacam a importância de “reduzir o tempo de aulas expositivas e disponibilizar o conteúdo fundamental na web, criando roteiros de aula que permitam aos alunos lerem previamente os materiais essenciais e realizarem atividades mais enriquecedoras em sala, com a supervisão dos professores” (p. 19). Os autores enfatizam que não se deve seguir rigidamente modelos ou padrões de ensino, mas sugerem que “[...] um dos modelos mais eficazes é transferir para o ambiente virtual as informações básicas, reservando para a sala de aula as atividades mais criativas e supervisionadas. Essa abordagem é o que chamamos de sala de aula invertida”.

As orientações fundamentais para a implementação da sala de aula invertida elaboradas pelo Flipped Classroom Field Guide, FCFG (2014), enfatizam a necessidade de que as atividades realizadas em sala de aula sejam ricas em questionamentos, resolução de problemas e outras formas de aprendizagem ativa. É essencial que as aulas permitam aos alunos estabelecer conexões com os conteúdos apresentados nas videoaulas. Além disso, o relatório destaca a importância do feedback imediato após as atividades presenciais, uma vez que esse retorno contribui para o aprendizado efetivo dos estudantes. Para que a abordagem funcione, o professor deve empregar estratégias que incentivem a participação dos alunos tanto nas atividades online quanto nas presenciais, assegurando que todas sejam objeto de avaliação. O planejamento cuidadoso e a estruturação dos materiais são igualmente fundamentais para o sucesso da metodologia.

Tanto as diretrizes do FCFG (2014) quanto as da FLN (2014) enfatizam a relevância de um professor preparado para fornecer feedback instantâneo aos alunos, além de garantir que suas aulas — sejam virtuais ou presenciais — sejam bem elaboradas e organizadas. Assim, observa-se que a SAI se apresenta como uma estratégia que promove discussões enriquecedoras e ativa a participação dos estudantes no processo de aprendizagem, potencializando sua formação e entendimento do conteúdo abordado.

Assim, a terminologia “sala de aula invertida” utilizada por Bergmann e Sams (2016) foi mantida para evitar confusões, embora neste trabalho a abordagem SAI tenha sido desenvolvida à luz dos quatro pilares F-L-I-P da Aprendizagem Invertida, conforme proposto pela FLN (2014). É crucial entender a SAI não como um simples método ou uma metodologia rígida, mas como uma abordagem pedagógica que cria um ambiente propício para (re)invenções nas práticas de ensino e aprendizagem. Essa abordagem visa promover intervenções e interações que respeitem a diversidade de habilidades dos estudantes, permitindo que cada um encontre seu próprio caminho no processo educativo.

2.3 O que realmente se inverte na Sala de Aula Invertida?

A Sala de Aula Invertida (SAI) representa uma mudança profunda no modelo tradicional de ensino, em que o papel do professor e do aluno é ressignificado. No método convencional, o professor é a figura central, responsável por transmitir o conteúdo em sala, enquanto os alunos assumem uma postura mais passiva, reservando as atividades práticas e reflexivas para o ambiente doméstico. Já na SAI, o estudante assume um papel mais ativo desde o início, sendo ele o responsável por acessar os materiais e compreender os conceitos básicos antes de chegar à escola. Essa inversão coloca o aprendizado no controle do aluno, permitindo maior autonomia e flexibilidade na construção do conhecimento (BERGMANN; SAMS, 2012).

Outro aspecto que se inverte na SAI é o tempo e o local em que as atividades acontecem. Na abordagem tradicional, o aprendizado inicial ocorre exclusivamente na escola, com horários rígidos e uma estrutura fixa. Na SAI, a aquisição do conhecimento básico ocorre em casa, por meio de videoaulas, textos ou outros materiais disponibilizados pelo professor. O tempo na escola, por sua vez, é dedicado a debates, atividades práticas e resolução de problemas, transformando a sala de aula em um espaço de interação e colaboração. Essa mudança permite que os estudantes utilizem o tempo escolar de maneira mais produtiva, focando em atividades que demandam apoio e orientação direta do professor (BERGMANN; SAMS, 2012).

A inversão também se manifesta na dinâmica da interação entre alunos e professores. Enquanto no modelo tradicional o professor assume o papel de transmissor de conhecimento, na SAI ele se torna um mediador e facilitador do processo de aprendizagem. O professor orienta, tira dúvidas, e conduz discussões mais profundas, enquanto os alunos são estimulados a questionar, debater e compartilhar suas próprias interpretações do conteúdo. Essa relação mais horizontal entre professor e aluno promove um ambiente de aprendizagem mais dinâmico, criativo e participativo (BERGMANN; SAMS, 2012; MORÁN et al., 2015).

Por fim, inverte-se a própria concepção do que é aprender. Na SAI, a aprendizagem deixa de ser um processo linear e unidirecional para se tornar mais flexível e personalizado. O estudante passa a construir seu próprio percurso de aprendizagem, acessando e revisitando os materiais conforme necessário e participando ativamente de discussões e atividades em grupo. Essa abordagem não apenas amplia o alcance do aprendizado, mas também favorece o desenvolvimento de competências como autonomia, pensamento crítico e colaboração, essenciais para os desafios do século XXI (????).

2.4 Bergmann e Sams: A Base da Sala de Aula Invertida

Neste trabalho, foi adotada a abordagem de Sala de Aula Invertida (SAI) apresentada por [Bergmann e Sams \(2016\)](#) por razões que envolvem a simplicidade e clareza da metodologia proposta, especialmente voltada para professores que trabalham com jovens em processo de formação. A escolha justifica-se também pela representatividade dos autores como principais disseminadores da proposta, vinculada à comunidade FLN. A abordagem deles fornece ferramentas acessíveis e práticas para professores interessados em uma metodologia que valoriza a autonomia dos estudantes, ao mesmo tempo que promove o diálogo e a interação em sala de aula.

[Bergmann e Sams \(2016\)](#) destacam diversos benefícios da SAI que se alinham com os objetivos deste trabalho, entre eles: a capacidade de personalizar a aprendizagem, o incentivo ao trabalho colaborativo e a criação de um ambiente mais interativo entre professores e alunos. Essa metodologia permite que os estudantes aprendam os conteúdos em casa, por meio de recursos como videoaulas, enquanto na escola o tempo é dedicado a discussões, trabalhos em grupo e resolução de dúvidas. Assim, a sala de aula transforma-se em um espaço de construção coletiva de conhecimento, ampliando as possibilidades de interação e aprendizado.

Um ponto relevante destacado pelos autores é o uso de videoaulas, que "[...] falam a língua dos estudantes" ([BERGMANN; SAMS, 2016](#), p. 14). Isso se deve à afinidade que os jovens têm com as tecnologias digitais, o que torna o aprendizado mais acessível e dinâmico. Além disso, a possibilidade de pausar, retroceder ou rever as aulas permite que cada estudante aprenda no seu próprio ritmo, contribuindo para a superação de dificuldades individuais. Para os professores, essa estratégia traz uma oportunidade de conhecer melhor seus alunos, uma vez que o tempo presencial é utilizado para interações mais próximas e personalizadas.

A SAI também contribui para a democratização do ensino. Ao disponibilizar conteúdos online, os professores abrem as "paredes" da sala de aula, permitindo que pais e responsáveis acompanhem e até participem do processo educativo. Essa transparência fortalece a parceria entre escola e família, promovendo uma rede de suporte mais ampla para o aprendizado dos estudantes. Conforme argumentam [Bergmann e Sams \(2016\)](#), a inversão não apenas transforma a dinâmica da sala de aula, mas também potencializa o papel do professor como mentor e facilitador de uma aprendizagem ativa e significativa.

Capítulo 3

Aspectos Teóricos das Equações

Esta seção apresentará a fundamentação teórica das equações utilizadas na atividade proposta, visando oferecer um embasamento matemático rigoroso para sua aplicação. Serão abordados os seguintes tópicos: i) equações do segundo grau e o método resolutivo baseado na fórmula quadrática para determinação das raízes; ii) equações biquadradas, com ênfase na redução à forma quadrática e respectivas soluções; iii) sistemas de equações; iv) equações fracionárias, com destaque para o tratamento dos denominadores e as restrições do domínio; e v) equações irracionais, detalhando as condições de existência e as técnicas empregadas para a eliminação de radicais. A exposição será realizada de maneira estruturada, objetivando contextualizar a aplicação prática dessas categorias no desenvolvimento da atividade.

3.1 Equação do 2^o grau

A origem da fórmula geral para encontrar as raízes de uma equação do segundo grau remonta a importantes contribuições da matemática indiana. Entre os séculos IX e X, o matemático hindu Sridhara apresentou uma descrição sistemática da regra geral para resolver equações polinomiais do segundo grau, que serviu de base para o método atualmente utilizado. Sridhara reconheceu aspectos fundamentais da resolução, como o entendimento das possíveis quantidades de raízes de uma equação quadrática e as limitações relativas a números negativos. Posteriormente, o matemático Bhaskara aperfeiçoou e popularizou essa metodologia, detalhando um procedimento para determinar as soluções das equações dessa natureza. Pitombeira (PITOMBEIRA, 2004) descreve o método da seguinte forma:

“Multiplique ambos os lados da equação por uma quantidade igual a quatro vezes o coeficiente do quadrado da incógnita; adicione a ambos os lados uma quantidade igual ao quadrado do coeficiente da incógnita; então extraia a raiz quadrada.”

Esse avanço histórico é destacado por estudiosos da história da matemática, que ressaltam a relevância desses matemáticos para o desenvolvimento do álgebra clássica (KATZ, 2009).

Utilizando a técnica de completar o quadrado, se multiplicarmos a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \in \mathbb{R}^*$, por $4a$, teremos:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0.$$

Teremos um trinômio quadrado perfeito apenas se adicionarmos um termo igual a b^2 aos dois lados da equação. Então:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac + b^2 = b^2.$$

Ou seja,

$$(2ax + b)^2 + 4ac = b^2.$$

Portanto,

$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac},$$

e isolando a incógnita, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

que é a fórmula resolutiva de equações do segundo grau.

O hábito de associar o nome de Bhaskara à fórmula resolutiva da equação do segundo grau é uma peculiaridade do sistema educacional brasileiro, consolidada por volta da década de 1960. Em outras partes do mundo, tal nomenclatura não é utilizada, pois problemas relacionados a equações quadráticas já eram estudados muito antes, por volta de quatro mil anos atrás, em registros dos babilônios. Esses textos antigos descreviam, de forma narrativa e sem simbologia matemática, procedimentos para determinar as raízes em exemplos concretos com coeficientes numéricos (KATZ, 2009).

Bhaskara, matemático indiano que viveu entre 1114 e 1185, é amplamente reconhecido como um dos principais matemáticos do século XII. Seus trabalhos mais notáveis incluem *Lilavati* e *Vijaganita*, que abordam tópicos de aritmética e álgebra, apresentando diversos problemas sobre equações lineares e quadráticas (BOYER; MERZBACH, 1996). No entanto, até o final do século XVI, não existia uma fórmula generalizada para resolver equações quadráticas, já que a prática de utilizar letras para representar os coeficientes das equações foi introduzida apenas por François Viète, matemático francês que viveu entre os séculos XVI e XVII (KATZ, 2009). Apesar disso, a contribuição de Bhaskara para o desenvolvimento da matemática é inquestionável.

A seguir, podemos explorar uma dedução alternativa para a fórmula resolvente da equação do segundo grau, diferente da abordagem atribuída a Bhaskara. Para isso, realizaremos a seguinte manipulação:

Vamos dividir toda a equação $ax^2 + bx + c = 0$ por a , com $a \in \mathbb{R}^*$:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Agora, subtraindo o termo independente $\frac{c}{a}$ de ambos os lados da equação, temos:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} - \frac{c}{a} = -\frac{c}{a}$$

Ou seja

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Somando o termo $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ em ambos os membros, obtemos:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2.$$

Como o primeiro membro da equação é agora um trinômio quadrado perfeito, podemos fatorá-lo:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2.$$

Logo, temos:

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2}.$$

Finalmente, isolando x , obtemos a fórmula geral de resolução da equação do segundo grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Na fórmula geral da equação do segundo grau, o termo $b^2 - 4ac$ é conhecido como discriminante, representado pela letra grega Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

O discriminante Δ desempenha um papel crucial na determinação do número e do tipo de raízes da equação:

- Se $\Delta > 0$: A equação possui duas raízes reais e distintas, já que a raiz quadrada de um número positivo gera dois valores diferentes ($+\sqrt{\Delta}$ e $-\sqrt{\Delta}$).
- Se $\Delta = 0$: A equação possui uma raiz real dupla. Nesse caso, $\sqrt{\Delta} = 0$, tornando as duas soluções iguais.
- Se $\Delta < 0$: A equação não possui raízes reais. Em vez disso, apresenta duas raízes complexas conjugadas, devido à raiz quadrada de um número negativo resultar em números imaginários.

Portanto, o valor de Δ permite identificar a natureza das soluções de uma equação quadrática, fornecendo informações essenciais para sua interpretação algébrica.

3.2 Equação biquadrada

Uma equação é classificada como do 4º grau quando pode ser expressa na forma $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$, com $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Contudo, existem casos especiais de equações do 4º grau em que os coeficientes dos termos de grau ímpar são iguais a zero. Nesses casos, temos:

$$ax^4 + cx^2 + e = 0, \quad \text{com } a \neq 0.$$

Essas equações recebem o nome de equações biquadradas, pois $x^4 = (x^2)^2$, ou seja, representam o quadrado de um quadrado. Essa propriedade é utilizada para resolver esse tipo de equação. Considere, por exemplo, a equação biquadrada $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$: Como $x^4 = (x^2)^2$, introduzimos uma variável auxiliar, k , tal que $x^2 = k$. Assim, $x^4 = k^2$. Substituindo, a equação biquadrada se transforma em uma equação do segundo grau:

$$k^2 - 13k + 36 = 0.$$

As raízes dessa equação são 4 e 9, já que sua soma é 13 e seu produto é 36. Fatorando a equação, temos:

$$(k - 4)(k - 9) = 0 \implies \begin{cases} k - 4 = 0 \implies k = 4 \\ \text{ou} \\ k - 9 = 0 \implies k = 9 \end{cases}.$$

Como $x^2 = k$, substituímos os valores obtidos:

Para $k = 4$, temos $x^2 = 4 \implies x = \pm 2$;

Para $k = 9$, temos $x^2 = 9 \implies x = \pm 3$.

Portanto, o conjunto solução, denotado por S , é:

$$S = \{-3, -2, 2, 3\}.$$

3.3 Sistema de Equações

Resolver um sistema de equações com duas incógnitas significa encontrar os valores dessas incógnitas que satisfazem simultaneamente todas as equações do sistema. Para isso, utilizam-se métodos práticos, como substituição, adição ou comparação, baseados em técnicas algébricas e aritméticas, a depender do contexto do problema (DOLCE; POMPEO, 1999). O conjunto solução de um sistema desse tipo é formado por pares ordenados que representam as soluções das incógnitas.

Vejamos a seguinte situação-problema:

Um grupo de amigos decidiu comprar um presente de casamento para a irmã de um deles no valor de R\$ 2.700,00. Porém, antes de recolher o dinheiro, dois membros do grupo desistiram de participar. Para manter a compra do presente, o valor que caberia a cada integrante aumentou em R\$ 8,00. Quantos amigos havia no grupo originalmente?

Para resolver, consideremos x o número de amigos do grupo e y o valor que cada um contribuiria inicialmente. O problema pode ser descrito pelas seguintes equações:

$$\text{I. } xy = 2700$$

$$\text{II. } (x - 2)(y + 8) = 2700$$

Como temos duas equações, podemos resolvê-las como um sistema de equações:

$$\begin{cases} xy = 2700 \\ (x - 2)(y + 8) = 2700 \end{cases}$$

Substituímos $y = \frac{2700}{x}$ da primeira equação na segunda:

$$(x - 2) \left(\frac{2700}{x} + 8 \right) = 2700$$

Simplificamos:

$$(x - 2) \frac{2700 + 8x}{x} = 2700$$

$$\begin{aligned}\frac{(x-2)(2700+8x)}{x} &= 2700 \\ (x-2)(2700+8x) &= 2700x \\ 2700x + 8x^2 - 5400 - 16x &= 2700x \\ 8x^2 - 16x - 5400 &= 0\end{aligned}$$

Dividimos a equação por 8:

$$x^2 - 2x - 675 = 0$$

Aplicamos a fórmula resolvente da equação do segundo grau:

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-675) = 4 + 2700 = 2704$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{2704}}{2(1)} = \frac{2 \pm 52}{2}$$

As raízes são:

$$x' = \frac{2+52}{2} = 27 \quad \text{e} \quad x'' = \frac{2-52}{2} = -25$$

Como o número de amigos não pode ser negativo, temos $x = 27$. Substituímos na equação $y = \frac{2700}{x}$:

$$y = \frac{2700}{27} = 100$$

Portanto, o número de amigos originalmente era $x = 27$ e cada um contribuiria com $y = 100$. Assim, o conjunto solução é:

$$S = \{(27, 100)\}.$$

3.4 Equação Fracionária

Vejamos alguns exemplos de equações:

$$\frac{3}{x} + 5 = 1$$

$$\frac{4}{y} - \frac{1}{y+2} = 1$$

O que elas têm em comum?

Podemos observar que, em todas as equações apresentadas, as variáveis aparecem nos denominadores. Essas equações são chamadas de equações fracionárias.

Como sabemos que o denominador de uma fração não pode ser igual a zero, é necessário analisar a condição de existência de cada equação fracionária. A condição de

existência consiste em determinar os valores que a variável não pode assumir, ou seja, identificar os números que tornam o denominador igual a zero e excluí-los do conjunto de possíveis soluções.

Na equação $\frac{3}{x} + 5 = 1$, o denominador é x , e sabemos que ele não pode ser igual a zero. Assim, a condição de existência é:

$$x \neq 0$$

Portanto, o conjunto universo, restrito pela condição de existência, é:

$$U = \mathbb{R} - \{0\} \quad \text{ou} \quad U = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}.$$

Na equação $\frac{4}{y} - \frac{1}{y+2} = 1$, os denominadores são y e $y + 2$. Para evitar divisões por zero:

$$y \neq 0 \quad \text{e} \quad y + 2 \neq 0,$$

o que implica $y \neq -2$.

Assim, a condição de existência é:

$$y \neq 0 \quad \text{e} \quad y \neq -2.$$

Consequentemente, o conjunto universo, restrito pela condição de existência, é:

$$U = \mathbb{R} - \{0, -2\} \quad \text{ou} \quad U = \{y \in \mathbb{R} \mid y \neq 0 \text{ e } y \neq -2\}.$$

Agora, vamos resolver a equação:

$$\frac{4}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{2}{1-x^2}.$$

Passos para resolver:

1. Definir o conjunto universo restrito pela condição de existência: o denominador não pode ser igual a zero:

$$1 - x \neq 0 \quad \text{e} \quad 1 + x \neq 0 \quad \text{e} \quad 1 - x^2 \neq 0.$$

Assim, $x \neq 1$ e $x \neq -1$. Logo:

$$U = \mathbb{R} - \{-1, 1\}.$$

2. Determinar o denominador comum:

$$\text{MMC}(1-x, 1+x, (1+x)(1+x)) = (1-x)(1+x) = 1-x^2.$$

3. Multiplicar todos os termos pelo MMC: Multiplicamos cada termo pelo $1 - x^2$ e simplificando numerador e denominador em cada termo:

$$4(1 + x) + 1(1 - x) = 2.$$

4. Simplificar a equação:

$$4 + 4x + 1 - x = 2 \Rightarrow 3x + 5 = 2.$$

5. Resolver a equação:

$$3x = -3 \Rightarrow x = -1.$$

6. Verificar a condição de existência: Como $x = -1$ não pertence ao conjunto universo ($x \neq -1$), a equação não possui solução no conjunto dos números reais.

Conclusão: Para resolver equações fracionárias, é fundamental determinar a condição de existência antes de aplicar os procedimentos algébricos, pois soluções que não atendem a essas condições devem ser descartadas.

3.5 Equação Irracional

Equações matemáticas abertas que envolvem uma igualdade e possuem incógnitas dentro de radicais irredutíveis ou com expoentes fracionários, são chamadas de equações irracionais. Veja a seguir alguns exemplos de equações irracionais:

- $\sqrt[4]{x} = 2$
- $\sqrt{2x} = 5$
- $\sqrt[3]{x^2} = 8$

Para resolver uma equação irracional, é necessário eliminar os radicais da equação. Para isso, utilizamos a técnica de elevar ambos os lados da equação ao valor do índice da raiz. No entanto, essa técnica pode gerar soluções que não satisfazem a equação original. Assim, ao encontrar as soluções potenciais, devemos verificar se elas realmente resolvem a equação dada, substituindo a incógnita pelo valor encontrado.

Exemplo:

- $\sqrt{5x - 4} = 2x - 4$
- Elevando ambos os lados ao quadrado:

$$(\sqrt{5x - 4})^2 = (2x - 4)^2 \Rightarrow 5x - 4 = 4x^2 - 16x + 16$$

- Reorganizando a equação:

$$4x^2 - 21x + 20 = 0$$

- Calculando o discriminante:

$$\Delta = (-21)^2 - 4(4)(20) = 441 - 320 = 121$$

- Encontrando as raízes:

$$x = \frac{-(-21) \pm \sqrt{121}}{2(4)} = \frac{21 \pm 11}{8}$$

- Soluções:

$$x_1 = \frac{21 + 11}{8} = \frac{32}{8} = 4 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{21 - 11}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

Verificação:

Para $x = 4$:

$$\sqrt{5(4) - 4} = 2(4) - 4 \Rightarrow \sqrt{20 - 4} = 8 - 4 \Rightarrow \sqrt{16} = 4 \Rightarrow 4 = 4$$

A igualdade é verdadeira.

Para $x = \frac{5}{4}$:

$$\sqrt{5\left(\frac{5}{4}\right) - 4} \neq 2\left(\frac{5}{4}\right) - 4$$

Após a análise, verificamos que a equação não é verdadeira, ou seja, $x = \frac{5}{4}$ não é solução.

Portanto, a solução dessa equação é o conjunto $S = \{4\}$.

Capítulo 4

Aspectos Metodológicos

O capítulo de Aspectos Metodológicos tem como objetivo apresentar de forma detalhada os procedimentos adotados na realização da pesquisa, descrevendo os métodos, recursos e técnicas utilizados para alcançar os objetivos propostos. Nele, serão abordados os aspectos relacionados ao tipo de pesquisa, à abordagem adotada, à população e amostra envolvidas, aos instrumentos de coleta de dados, bem como à justificativa para a escolha da metodologia da sala de aula invertida. Além disso, serão discutidas as limitações do estudo, o cronograma de execução da pesquisa e as principais características da dinâmica de trabalho com os alunos. O capítulo será estruturado em duas seções principais: a Caracterização da Pesquisa, que irá detalhar o caráter, a abordagem e os procedimentos metodológicos adotados, e a Intervenção Pedagógica, que será subdividida em três fases: Planejamento, Implementação e Avaliação. Este capítulo visa fornecer uma visão clara e objetiva sobre como a pesquisa foi conduzida, permitindo uma compreensão aprofundada dos métodos que sustentam a análise dos resultados apresentados.

4.1 Caracterização da Pesquisa

A pesquisa realizada possui caráter aplicado e abordagem qualitativa. A escolha dessa abordagem deve-se ao objetivo principal do estudo, que foi intervir diretamente no processo de ensino-aprendizagem para verificar como a utilização de uma metodologia ativa, como a sala de aula invertida, impacta o desempenho dos alunos e a dinâmica das apresentações. Ao adotar uma abordagem qualitativa, o estudo focou na observação de comportamentos, interações dos alunos e participação nas atividades propostas, buscando compreender as experiências, percepções e desafios enfrentados pelos estudantes durante o processo de aprendizagem.

Segundo [Bogdan e Biklen \(1994\)](#), a pesquisa qualitativa preocupa-se com o significado que as pessoas atribuem às suas ações, enfatizando o contexto natural em que os fenômenos ocorrem. Nessa perspectiva, o pesquisador é o principal instrumento de coleta

de dados, interagindo com os participantes e interpretando os dados de maneira subjetiva e reflexiva.

A pesquisa qualitativa permitiu a coleta de dados não numéricos, enfatizando as observações diretas e interações entre os alunos durante as apresentações e atividades práticas. Foi adotada a metodologia de observação participante, na qual a pesquisadora atuou como observadora ativa durante a realização das apresentações e também fez intervenções pontuais para esclarecer dúvidas dos alunos. Tais ações estão de acordo com a concepção de intervenção pedagógica, que, segundo [Damiani \(2012\)](#), pressupõe a participação ativa do pesquisador no processo de ensino-aprendizagem.

Além disso, a avaliação foi realizada através da participação ativa dos alunos nas atividades propostas por seus colegas, focando nas habilidades de colaboração, comunicação e autonomia no processo de aprendizagem. O público-alvo foi uma turma de 19 alunos do 9º. ano do Ensino Fundamental II do colégio Sunflower, escola da rede privada de Campos dos Goytacazes.

Os alunos foram divididos em grupos, sendo cada grupo responsável por um tema específico dentro do conteúdo da grade curricular (equação do segundo grau, equação biquadrada, sistema de equações, equações fracionárias e equações irracionais), o que favoreceu o desenvolvimento da cooperação e divisão de responsabilidades. A amostra, portanto, foi intencional, uma vez que todos os alunos da turma participaram da pesquisa, sem a necessidade de um sorteio ou seleção aleatória.

A coleta de dados foi realizada por meio da observação direta das apresentações dos grupos e da avaliação da participação dos colegas nas atividades propostas. A pesquisa foi estruturada nas seguintes etapas:

- **Preparação das apresentações:** Nesse período, contaram com a orientação contínua da pesquisadora para o esclarecimento de dúvidas.
- **Apresentações e atividades:** As apresentações ocorreram ao longo de quatro tempos de aula, com cada grupo abordando seu tema, explicando conceitos teóricos e propondo atividades para que os colegas realizassem de forma autônoma, dentro da proposta de sala de aula invertida.
- **Observação das interações:** A pesquisadora observou atentamente a dinâmica da turma, focando na participação ativa dos alunos durante os desafios propostos pelos grupos, como a resolução de atividades em grupo e individuais, além da qualidade da interação entre colegas.
- **Avaliação da participação:** Foi feita uma avaliação qualitativa da participação dos alunos nas atividades e nas discussões, levando em consideração tanto o empenho individual quanto a colaboração em grupo.

Os recursos utilizados para o desenvolvimento da pesquisa foram, principalmente, material didático tradicional, recursos da internet e a lousa interativa da escola, que desempenhou papel fundamental nas apresentações dos grupos.

A sala de aula invertida foi escolhida como metodologia ativa devido à sua capacidade de promover uma maior autonomia e engajamento dos alunos no processo de aprendizagem. Nesta abordagem, os alunos são incentivados a estudar os conceitos teóricos em casa, utilizando recursos como vídeos, textos e outros materiais da internet, e, durante as aulas, eles aplicam o conhecimento adquirido de forma prática, resolvendo problemas, discutindo ideias e colaborando com os colegas.

O uso de sala de aula invertida teve como objetivo otimizar o tempo de aula, transformando a sala em um ambiente de interação e resolução de problemas, em vez de uma simples exposição teórica. A proposta favoreceu o desenvolvimento de habilidades como comunicação, trabalho em equipe e pensamento crítico, além de incentivar os alunos a se tornarem protagonistas de seu próprio aprendizado, ao assumirem a responsabilidade pela explicação e pela construção de conhecimentos de forma colaborativa.

Essa metodologia também buscou superar o modelo tradicional de ensino, na qual o professor é o principal transmissor de conhecimento, e propiciar um modelo mais dinâmico e interativo de aprendizagem.

Os principais instrumentos de coleta de dados utilizados foram:

- Observação direta durante as apresentações e atividades propostas.
- Anotações da pesquisadora, registrando comportamentos dos alunos, dificuldades encontradas, nível de participação e a qualidade das interações.
- Avaliação das apresentações dos grupos, observando não apenas o conteúdo, mas a maneira como os alunos se engajaram com os colegas e as atividades propostas.
- Feedbacks orais durante o processo, fornecendo apoio aos alunos conforme necessário, além de obter informações sobre suas percepções sobre a metodologia aplicada.

4.2 Intervenção Pedagógica

A intervenção pedagógica é dividida em três fases: planejamento, implementação e avaliação. Ressalta-se que a pesquisadora também atuou como professora regente da turma durante todo o processo, o que possibilitou uma intervenção mais direta e contínua, tanto no planejamento quanto na mediação das atividades realizadas.

4.2.1 Fase de Planejamento

O cronograma de execução foi alinhado ao 2º trimestre da grade curricular de matemática do ano de 2023, com a preparação das apresentações ocorrendo ao longo de duas semanas e as apresentações sendo realizadas em quatro tempos de aula. Os responsáveis pelos alunos receberam, via WhatsApp, um termo de autorização oficial (Apêndice A), solicitando consentimento para a participação de seus filhos nas atividades planejadas no âmbito deste trabalho. O termo foi enviado com todas as informações detalhadas sobre os objetivos e a dinâmica das atividades, garantindo a transparência do processo e permitindo que os pais ou responsáveis tivessem ciência e pudessem manifestar sua autorização de maneira prática e rápida.

A turma foi organizada em cinco grupos, sendo quatro compostos por quatro alunos e um composto por três alunos. Cada grupo recebeu um conjunto de instruções detalhadas (conforme descrito no Apêndice C), um passo a passo para resolução das equações (Apêndice B) e uma lista de exercícios (Apêndice D) abrangendo os cinco temas trabalhados: equação do 2º grau, equação biquadrada, sistema de equações, equações fracionárias e equação irracional. Todos os alunos resolveram a lista de exercícios, garantindo uma base sólida para o aprendizado, e cada grupo ficou responsável por apresentar um dos temas. Durante todo o processo, a professora (autora desta pesquisa) ofereceu suporte constante para esclarecer dúvidas e assegurar que todos os grupos tivessem as condições necessárias para preparar suas apresentações.

Os alunos já possuíam um conhecimento prévio consolidado em diversos tópicos essenciais para a compreensão dos conteúdos abordados. No caso das equações do 2º grau, eles já haviam aprendido e praticado a resolução por meio do completamento de quadrados, bem como utilizando a relação entre soma e produto das raízes. Além disso, no início do capítulo do livro didático, foi proposta uma atividade contextualizada envolvendo o cálculo de áreas, que reforçou a aplicação prática desse tipo de equação em problemas do cotidiano.

Em relação às equações biquadradas, os alunos já demonstravam uma boa base no tema de potenciação, o que facilitou o entendimento da transformação de equações em equações do 2º grau por meio de substituições. Esse conhecimento prévio foi fundamental para que eles lidassem com problemas que envolviam potências mais elevadas.

No que diz respeito aos sistemas de equações, os alunos já haviam estudado esse tema em anos anteriores. Contudo, durante o trabalho, foram introduzidos sistemas que envolviam a resolução de equações do 2º grau, adicionando um novo nível de complexidade ao que eles já conheciam. Esse enfoque permitiu conectar conhecimentos de diferentes tópicos matemáticos, promovendo um aprendizado integrado.

Para as equações fracionárias, foi feita uma revisão sobre a condição de existência

das soluções e o cálculo do denominador comum (MMC), conceitos necessários para lidar com denominadores envolvendo expressões algébricas. No caso das equações irracionais, o trabalho abordou estratégias para eliminar radicais por meio de potenciação e enfatizou a importância de verificar as soluções encontradas, garantindo que estas não violassem as condições iniciais da equação.

Esses passos preparatórios foram essenciais para que os alunos desenvolvessem a base necessária para explorar os desafios propostos de maneira autônoma e colaborativa, dentro da abordagem de sala de aula invertida.

4.2.2 Fase de Implementação

Dando continuidade ao cronograma de execução, uma vez proposto o tema para cada grupo, os alunos tiveram duas semanas para se preparar até o início das apresentações. Essas apresentações ocorreram em dois dias distintos, com dois tempos de aula dedicados a cada dia.

As apresentações foram organizadas utilizando slides como ferramenta de suporte visual, e os exemplos foram resolvidos diretamente pelos alunos na lousa interativa. Esse formato permitiu maior interação entre os apresentadores e os colegas, promovendo a troca de ideias e esclarecimento de dúvidas em tempo real. Durante as apresentações, os colegas foram incentivados a participar, tanto por meio de perguntas quanto de sugestões sobre a resolução dos exemplos.

Posteriormente, ao término das explicações, cada grupo sugeriu pelo menos uma atividade retirada do livro didático para que os demais alunos resolvessem. Essas atividades tiveram como objetivo aplicar imediatamente os conceitos apresentados, consolidando o aprendizado e estimulando a prática coletiva. A resolução dessas atividades foi realizada de forma colaborativa, reforçando a integração dos conhecimentos e incentivando a reflexão conjunta sobre os métodos e estratégias utilizados.

4.2.3 Fase da Avaliação

A avaliação da implementação foi realizada por meio de observação contínua, durante todas as etapas do processo. A pesquisadora, que também era a professora da turma, acompanhou atentamente a dinâmica das apresentações, analisando aspectos como clareza na exposição dos conceitos, interação entre os alunos e engajamento nas discussões. Durante a resolução das atividades propostas pelos grupos, o foco da observação esteve na participação ativa dos colegas, na troca de ideias e no trabalho colaborativo, características fundamentais da abordagem da sala de aula invertida.

Além disso, foram avaliados o desempenho individual e coletivo nas atividades práticas, considerando não apenas a correção das respostas, mas também o esforço e a

capacidade de argumentação dos alunos ao justificar suas soluções. O ambiente interativo permitiu identificar pontos fortes e aspectos a serem aprimorados, fornecendo uma visão qualitativa do impacto das atividades na aprendizagem e no desenvolvimento de habilidades como pensamento crítico e comunicação.

Capítulo 5

Resultados e Discussões

Neste capítulo, será detalhada a apresentação das atividades e análise das informações coletadas ao longo da pesquisa, com o intuito de responder à questão de pesquisa proposta. A análise busca interpretar as observações feitas durante as apresentações, o desempenho dos alunos nas atividades, as interações entre eles e a dinâmica da sala de aula, dentro do contexto da metodologia de sala de aula invertida. Além disso, serão discutidas as contribuições que essas observações e resultados oferecem para a compreensão dos efeitos dessa metodologia no processo de ensino-aprendizagem e no engajamento dos alunos.

A análise visa responder às questões de pesquisa, uma vez que permite identificar padrões de participação, dificuldades enfrentadas pelos alunos e a eficácia da sala de aula invertida para estimular a interação entre eles, o que se reflete na dinâmica da turma e na atitudes dos alunos diante das atividades propostas.

5.1 Observações Durante as Apresentações das Atividades

As apresentações realizadas pelos grupos proporcionaram um ambiente dinâmico e colaborativo, refletindo o impacto positivo da metodologia da sala de aula invertida. O interesse e a participação dos alunos foram notáveis, criando um clima de aprendizado ativo e desafiador. Houve também um ambiente saudável de cooperação com uma leve competição, o que incentivou os estudantes a se envolverem nas questões propostas pelos colegas. Alguns alunos se destacaram pela participação mais ativa, enquanto outros permaneceram mais reservados, evidenciando a influência de fatores como personalidade e confiança no conteúdo. Na Figura 1, observa-se a turma assistindo atentamente à apresentação realizada por esse grupo.

O primeiro grupo (Figura 3), responsável por apresentar a resolução de equações do 2º grau utilizando sua fórmula resolvente, realizou sua apresentação de forma clara e sem cometer erros. Os conceitos foram bem explicados, e as atividades propostas foram



Figura 1 – Turma assistindo à apresentação realizada pelos colegas.

Fonte: arquivo pessoal

resolvidas corretamente pelos colegas, evidenciando a assimilação do conteúdo (Figura 2).

O segundo grupo, que abordou as equações biquadradas (Figura 4), também obteve sucesso na apresentação e resolução inicial das equações. No entanto, durante a execução das atividades, foi notado que alguns alunos esqueceram de retornar à variável x , deixando de encontrar as soluções completas (Figura 5). Essa dificuldade pontual foi corrigida durante a revisão das atividades.

O terceiro grupo tratou do tema de sistemas de equações e realizou uma apresentação envolvente, abordando um problema contextualizado relacionado ao cálculo de área (Figura 6). A aplicação prática despertou o interesse dos alunos, que se mostraram engajados e participaram ativamente da resolução das atividades.

O quarto grupo, que apresentou as equações fracionárias, destacou-se pela abordagem organizada do conteúdo (Figuras 8 e 9). O grupo explicou corretamente a necessidade de estabelecer as condições de existência antes de resolver as equações e conduziu a turma

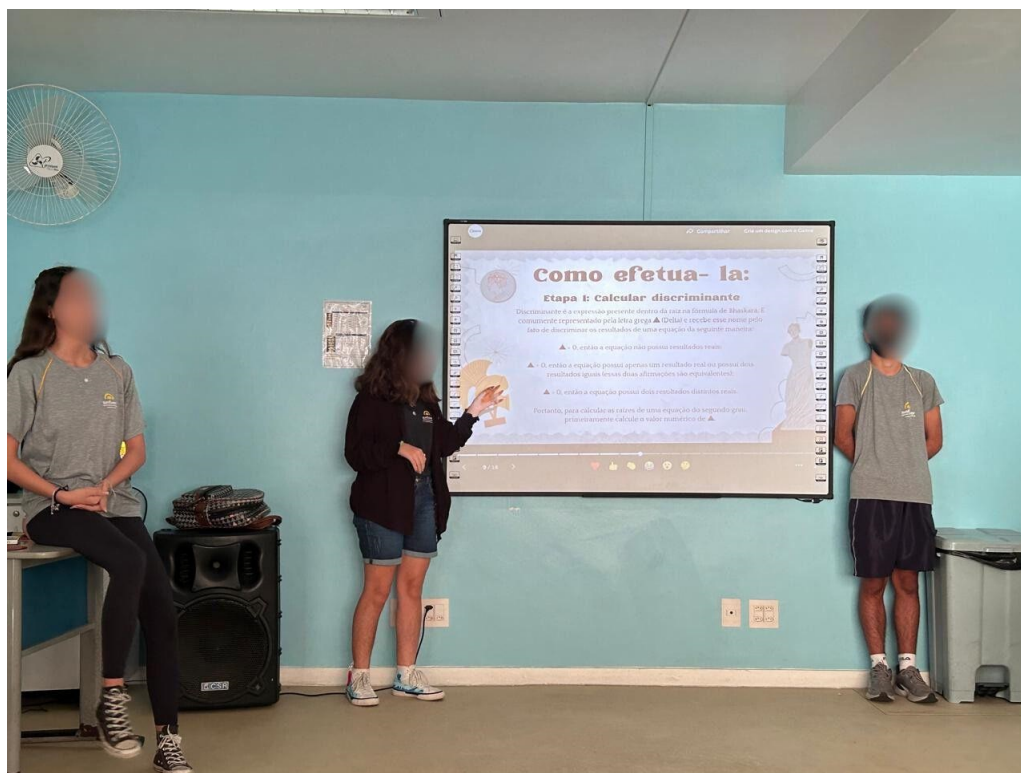


Figura 2 – Integrantes do grupo durante a apresentação sobre a equação do segundo grau, destacando os conceitos e aplicações da sua fórmula resolvente.

Fonte: arquivo pessoal

sem maiores dificuldades (Figura 7), o que resultou em uma apresentação bem-sucedida.

Por fim, o quinto grupo, que trabalhou com equações irracionais, apresentou os conceitos de forma clara e promoveu boas atividades. Entretanto, foi observado que alguns alunos esqueceram de verificar as soluções após eliminar os radicais, o que resultou em respostas incorretas em algumas situações. Esse erro foi discutido e corrigido durante a devolutiva das atividades.

Além da qualidade das apresentações, foi possível observar pequenos erros de formatação nos slides, que, embora não tenham comprometido o conteúdo, sugerem a necessidade de mais atenção aos detalhes técnicos. A dinâmica das apresentações, aliada à participação ativa dos alunos, reforça a eficiência da sala de aula invertida como metodologia, promovendo maior engajamento e troca de ideias entre os estudantes.

Comparando os resultados desta pesquisa com estudos anteriores, nota-se consistência com os benefícios apontados pela literatura, como o aumento do engajamento dos alunos e a promoção de uma aprendizagem mais ativa. No entanto, algumas limitações foram identificadas, como a amostra reduzida de 19 alunos, o tempo restrito para atividades em sala e a diversidade de habilidades cognitivas e sociais, que influenciaram a dinâmica da turma.

Ainda assim, a experiência mostrou-se enriquecedora, permitindo que os alunos

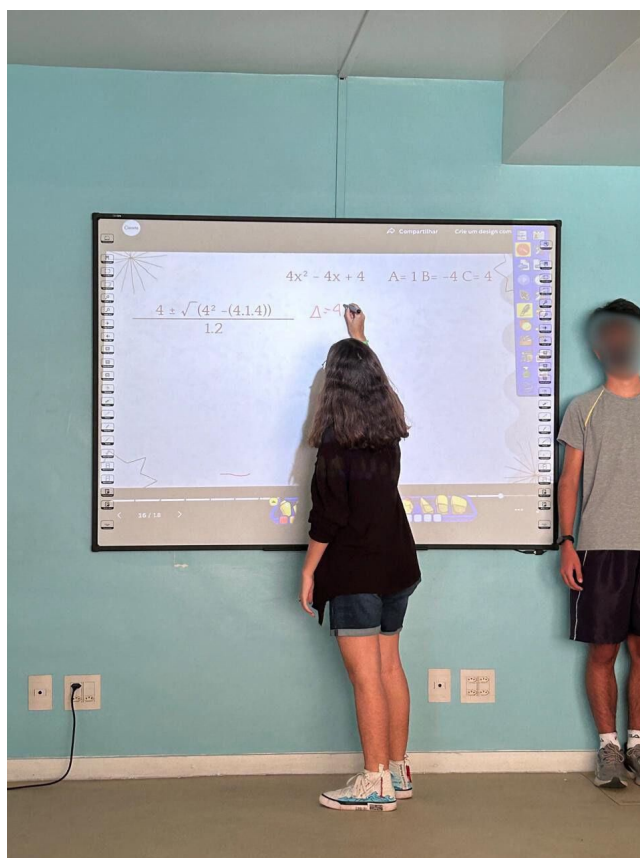


Figura 3 – Alunos em atividade prática, aplicando conceitos da equação do segundo grau.

Fonte: arquivo pessoal

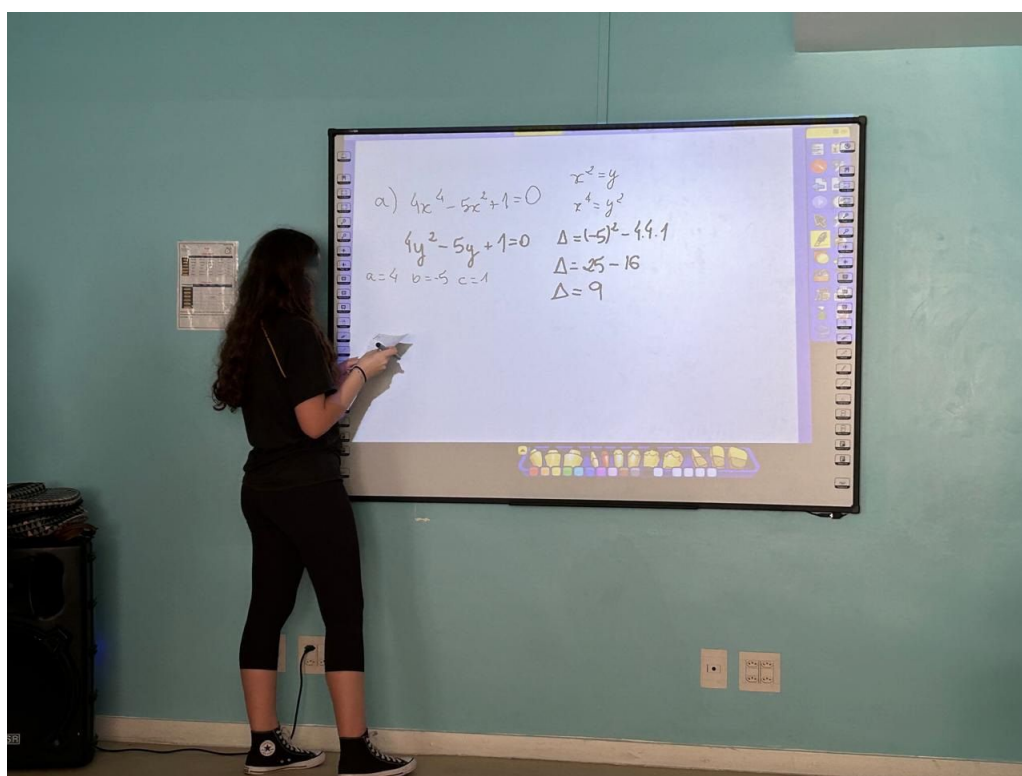


Figura 4 – Aluna aplicando métodos para a resolução de equações biquadradas.

Fonte: arquivo pessoal

1-a) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$ $y = x^2$

$4y^2 - 5y + 1 = 0$

$\begin{matrix} \downarrow a & \downarrow b & \downarrow c \end{matrix}$

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 9$

$\Delta = 25 - 16$

$\Delta = 9$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$ $x_1 = \frac{5 + 3}{8} = 1$

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 4}$ $x_2 = \frac{5 - 3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$S = \left\{ \frac{1}{4}, 1 \right\}$

Figura 5 – Resolução de equação biquadrada com erro de substituição de variável: registro da tentativa do aluno em aplicar o método corretamente, evidenciando a importância de revisar os passos intermediários.

Fonte: arquivo pessoal

4) a) $(2+x+2+2+y+2+2+x+2+2+y+2)=56$
 $(2+x+2) \cdot (2+y+2) = 192$

$\begin{cases} 2x + 2y + 16 = 56 \\ (x+4) \cdot (y+4) = 192 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 56 - 16 \\ 2x + 2y = 40 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} xy + 4x + 4y + 16 = 192 \\ xy + 4x + 4y = 192 - 16 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 20 \\ y = 20 - x \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} xy + 4x + 4y = 176 \\ xy + 4x + 4y = 176 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 20 - x \\ y_1 = 20 - 12 = 8 \\ y_2 = 20 - 8 = 12 \end{cases}$

$x \cdot (20 - x) + 4x + 4 \cdot (20 - x) = 176$

$20x - x^2 + 4x + 80 - 4x = 176$

$-x^2 + 20x + 80 - 176 = 0$

$-x^2 + 20x - 96 = 0 \cdot (-1)$

$x^2 - 20x + 96 = 0$

$\Delta = (-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 96 = 400 - 384 = 16$

$x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{20 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{24}{2} = 12 \\ x_2 = \frac{16}{2} = 8 \end{cases}$

R: $2 + 12 + 2 = 16$ metros
 $2 + 8 + 2 = 12$ metros

b) $x = 12$ m
 $y = 8$ m

c) $V = 8 \cdot 12 \cdot \frac{1}{4} = 24$ m³

Figura 6 – Registro da resolução de um sistema de equações no caderno do aluno: demonstração do raciocínio lógico aplicado na organização e solução das equações.

Fonte: arquivo pessoal

Handwritten solution of a rational equation on lined paper. The equation is $\frac{x+2}{2} + \frac{x+3}{3} = 1$. The student finds a common denominator of 6 and rewrites the equation as $\frac{3(x+2) + 2(x+3)}{6} = 1$. This simplifies to $\frac{3x+6+2x+6}{6} = 1$, which is $\frac{5x+12}{6} = 1$. Multiplying both sides by 6 gives $5x+12=6$. Subtracting 12 from both sides gives $5x=-6$, and dividing by 5 gives $x=-6/5$. To the right, there is a small table with a vertical line: $\begin{array}{r|l} 2-3 & 2 \\ 1-3 & 3 \\ 1-1 & \end{array}$.

Figura 7 – Resolução de uma equação fracionária.

Fonte: arquivo pessoal

Handwritten solution of a cube root equation on a digital whiteboard. The equation is $\sqrt[3]{x+5} = 2$. The student cubes both sides to get $x+5 = 8$, then subtracts 5 to get $x = 3$. On the right, the student shows $\sqrt[3]{3+5} = \sqrt[3]{8} = 2$, which matches the original equation.

Figura 8 – Resolução de uma equação irracional apresentada na lousa interativa.

Fonte: arquivo pessoal

Handwritten solution of a nested radical equation on a digital whiteboard. The equation is $\sqrt[3]{\sqrt{2x-1}} = 2$. The student cubes both sides to get $\sqrt{2x-1} = 8$, then squares both sides to get $2x-1 = 64$, and finally adds 1 and divides by 2 to get $x = 65$. On the right, the student shows $\sqrt[3]{\sqrt{2 \cdot 65 - 1}} = \sqrt[3]{\sqrt{129}} = \sqrt[3]{64} = 4$, which does not match the original equation. The student then shows $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3]{8} = 2$, which matches the original equation. The final solution is $S = \{2\}$.

Figura 9 – Resolução de uma equação irracional apresentada na lousa interativa.

Fonte: arquivo pessoal



Figura 10 – Turma assistindo à apresentação realizada pelos colegas.

Fonte: arquivo pessoal

assumissem um papel ativo em seu aprendizado. A metodologia estimulou a troca de ideias e a colaboração, contribuindo para uma aprendizagem significativa e para o desenvolvimento de habilidades além do conteúdo curricular, como autonomia e trabalho em equipe (Figuras 8 e 10).

Durante as aulas, os alunos que conduziram as apresentações desempenharam um papel central no processo de ensino-aprendizagem, sendo responsáveis por explicar os conceitos, propor atividades e conduzir discussões com os colegas. Esse protagonismo esteve em consonância com os princípios da sala de aula invertida, que valoriza a participação ativa do estudante e o desenvolvimento de habilidades de comunicação e colaboração. O conteúdo foi previamente disponibilizado, e, adicionalmente, realizou-se uma breve explanação inicial com o objetivo de contextualizar os temas e garantir um nível básico de compreensão por parte da turma. Essa mediação inicial contribuiu para orientar o foco das pesquisas dos grupos e facilitar o engajamento com as tarefas propostas. Ao longo das apresentações, observou-se que os alunos demonstraram domínio dos conteú-

dos e conseguiram envolver os colegas nas resoluções. A atuação docente, por sua vez, esteve voltada a momentos pontuais de intervenção, com esclarecimentos e orientações necessárias, sem comprometer a autonomia dos estudantes na condução das atividades. A experiência evidenciou o potencial dos alunos em assumir responsabilidades no processo de aprendizagem, promovendo a construção coletiva do conhecimento.

Os resultados observados nesta pesquisa apresentam forte correspondência com os quatro pilares fundamentais da metodologia da sala de aula invertida, conhecidos pela sigla F–L–I–P: Ambiente Flexível (Flexible environment), Cultura de Aprendizagem (Learning culture), Conteúdo Intencional (Intentional content) e Educador Profissional (Professional educator).

O Ambiente Flexível manifestou-se na possibilidade de os alunos acessarem os conteúdos básicos previamente, em seus próprios tempos e espaços, o que contribuiu para que o tempo em sala fosse dedicado a discussões, práticas e resolução de dúvidas, conforme evidenciado nas apresentações e atividades em grupo.

A Cultura de Aprendizagem foi observada na mudança do papel do aluno, que passou a ser protagonista no processo, interagindo e colaborando ativamente com os colegas, promovendo um ambiente dinâmico e participativo, conforme as observações sobre a interação e engajamento dos estudantes.

Quanto ao Conteúdo Intencional, os materiais disponibilizados e as atividades propostas foram cuidadosamente planejados para focar nas competências essenciais e nos pontos de maior dificuldade dos alunos, o que facilitou a assimilação dos conceitos e a aplicação prática durante as apresentações.

Por fim, o papel do Educador Profissional ficou evidenciado na mediação do processo de aprendizagem, no suporte para a resolução de dúvidas e na condução das discussões, garantindo a qualidade das intervenções pedagógicas e a manutenção do foco nos objetivos educacionais.

Essa articulação entre os resultados da pesquisa e os pilares F–L–I–P reforça a efetividade da sala de aula invertida como metodologia, apontando para seu potencial de promover uma aprendizagem mais ativa, colaborativa e significativa.

Comparando os resultados desta pesquisa com estudos anteriores, nota-se consistência com os benefícios apontados pela literatura, como o aumento do engajamento dos alunos e a promoção de uma aprendizagem mais ativa.

Capítulo 6

Conclusões

A metodologia adotada neste trabalho, que combinou a sala de aula invertida com o uso de recursos tecnológicos, proporcionou uma experiência de ensino enriquecedora e interativa no contexto do ensino de equações. O objetivo principal da pesquisa, que foi explorar a sala de aula invertida como estratégia de enriquecimento para o ensino de equações, foi alcançado com êxito, conforme evidenciado pela análise das apresentações e atividades realizadas pelos alunos.

Os resultados mostraram que a sala de aula invertida estimulou a participação ativa dos estudantes, promovendo um ambiente agradável e colaborativo, no qual os alunos assumiram um papel protagonista na construção de seu conhecimento. A interação entre os colegas e o uso de ferramentas como a lousa interativa, o material didático tradicional e a internet contribuíram significativamente para o engajamento da turma. Além disso, os alunos demonstraram um bom domínio dos conteúdos apresentados, mesmo em tópicos mais complexos, como as equações biquadradas e irracionais, evidenciando que o formato adotado foi eficaz para promover a compreensão dos conceitos e a aplicação prática.

Embora tenha havido desafios, como o gerenciamento do tempo limitado e pequenas dificuldades técnicas ou conceituais durante as apresentações, esses aspectos não comprometeram a qualidade geral do trabalho. Ao contrário, tais desafios foram utilizados como oportunidades de aprendizado e de reflexão sobre como melhorar a aplicação dessa metodologia em situações futuras.

A análise qualitativa das atividades revelou que a sala de aula invertida contribuiu para enriquecer o ensino de equações, ampliando a autonomia dos alunos e incentivando uma aprendizagem mais ativa e significativa. O envolvimento dos estudantes nas discussões e a resolução colaborativa de problemas demonstraram que o formato favoreceu não apenas a aquisição de conhecimento, mas também o desenvolvimento de habilidades como trabalho em equipe, comunicação e pensamento crítico.

Ao inverter a lógica tradicional da sala de aula, deslocando a exposição do conteúdo

para o momento anterior às aulas presenciais, a metodologia possibilitou que o tempo em sala fosse aproveitado para a aplicação prática, o diálogo e a troca de ideias entre os alunos. Assim, compreende-se que a importância de inverter a sala de aula está justamente em favorecer uma cultura de aprendizagem mais ativa, onde o aluno deixa de ser apenas receptor e passa a ter papel central na construção do próprio saber.

Como proposta para futuros trabalhos, sugere-se a ampliação do tempo dedicado à preparação das atividades e a exploração de novos recursos tecnológicos, que podem potencializar ainda mais os benefícios dessa metodologia. Além disso, a aplicação da sala de aula invertida em turmas maiores ou mais diversificadas poderia oferecer novas perspectivas sobre sua eficácia em diferentes contextos educacionais.

Em síntese, este trabalho confirmou que a sala de aula invertida pode ser uma estratégia poderosa para enriquecer o ensino de equações, tornando o aprendizado mais dinâmico, colaborativo e significativo. No entanto, sua efetividade depende de fatores como o acesso prévio dos alunos aos materiais, a formação continuada dos professores e o planejamento pedagógico alinhado aos objetivos da aprendizagem. Com esses ajustes e cuidados, a metodologia apresenta um grande potencial para ser aplicada em diversas áreas do conhecimento, contribuindo para a transformação da prática pedagógica e para o desenvolvimento integral dos alunos.

Referências

- ALLAN, L. Escola. com: como as novas tecnologias estão transformando a educação na prática. *Barueri, SP: Figurati*, 2015. Citado na página 13.
- BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. de M. *Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação*. [S.l.]: Penso editora, 2015. Citado na página 13.
- BAKER, J. W. The classroom flip: Using web course management tools to become the guide by the side. In: *11th International Conference on College Teaching and Learning*. Jacksonville, FL: [s.n.], 2001. Citado na página 15.
- BERGMANN, J.; SAMS, A. *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. Washington, DC: International Society for Technology in Education, 2012. Citado na página 18.
- BERGMANN, J.; SAMS, A. Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem. *Rio de Janeiro: LTC*, v. 114, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 19.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994. Citado na página 29.
- BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. Citado na página 21.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica*. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2017. Citado na página 13.
- CAMARGO, F.; DAROS, T. *A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo*. [S.l.]: Penso Editora, 2018. Citado na página 12.
- DAMIANI, M. F. *Intervenção pedagógica: possibilidades de atuação nos processos de ensinar e aprender*. [S.l.]: Mediação, 2012. Citado na página 30.
- DOLCE, O.; POMPEO, D. *Matemática: Volume Único*. 1. ed. [S.l.]: Atual Editora, 1999. Citado na página 24.
- FCFG. *Flipped Classroom Field Guide*. [s.n.], 2014. Acesso em: set. 2016. Disponível em: <<http://www.elearn.nl/2013/06/11/flipped-classroom-field-guide>>. Citado na página 17.
- Flipped Learning Network. *The Four Pillars of F-L-I-P™*. 2014. Acesso em: 11 jun. 2025. Disponível em: <<https://flippedlearning.org/definition-of-flipped-learning>>. Citado na página 16.
- FLN. Definition of flipped learning. 2014. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.

KATZ, V. J. *A History of Mathematics: An Introduction*. 3rd. ed. [S.l.]: Addison-Wesley, 2009. Citado na página 21.

KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. [S.l.]: Papirus, 2012. Citado na página 13.

LAGE, M. J.; PLATT, G. J.; TREGLIA, M. Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. *The Journal of Economic Education*, Taylor & Francis, v. 31, n. 1, p. 30–43, 2000. Citado na página 15.

MAZUR, E. *Peer Instruction: A User's Manual*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1997. Citado na página 16.

MORÁN, J. et al. Mudando a educação com metodologias ativas. *Coleção mídias contemporâneas. Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens*, v. 2, n. 1, p. 15–33, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.

PITOMBEIRA, J. B. Revisitando uma velha conhecida. *Departamento de Matemática, PUC-Rio*, p. 25, 2004. Citado na página 20.

STRAYER, J. F. *The Effects of the Classroom Flip on the Learning Environment: A Comparison of Learning Activity in a Traditional Classroom and a Flip Classroom That Used an Intelligent Tutoring System*. Tese (PhD Thesis) — The Ohio State University, Columbus, OH, 2007. Citado na página 16.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. [S.l.]: Vozes, 2002. Citado na página 13.

WALVOORD, B. E.; JOHNSON, V. *Effective Grading: A Tool for Learning and Assessment in College*. San Francisco: Jossey-Bass, 1998. Citado na página 15.

Apêndices

APÊNDICE A

Termo de Autorização

TRABALHO DE PESQUISA CIENTÍFICA

AUTORIZAÇÃO

Senhores Pais/Responsáveis,

Em conformidade com o que é proposto no material didático do Sistema de Ensino Bernoulli, adotado pelo Centro Educacional Sunflower, adentraremos no conteúdo de Equações (Volume 2, Frente A, capítulo 4) na disciplina de Matemática, com os alunos do 9º ano.

Ao longo do desenvolvimento desse conteúdo, eu, Luiza Ressiguer Gripp, professora da referida disciplina, gostaria de solicitar sua autorização para registrar e publicar os resultados que serão obtidos no desenvolvimento das atividades pedagógicas para compor a minha dissertação de mestrado em Matemática de tema “A Sala de Aula Invertida como Estratégia de Enriquecimento no Ensino de Equações” realizada pelo programa Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), na Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF).

OBS.: Os resultados de atividades aplicados serão divulgados anonimamente de maneira coletiva e as fotos utilizadas não expõem a imagem de qualquer aluno.

Desde de já, agradeço, e peço que, aprovando a participação do seu filho(a), destaque e preencha o formulário a seguir:

Eu, _____, autorizo a participação do meu filho(a) _____ na pesquisa desenvolvida pela professora de Matemática, Luiza Ressiguer Gripp, sobre A Sala de Aula Invertida como Estratégia de Enriquecimento no Ensino de Equações.

Nome do aluno: _____

Campos dos Goytacazes, 10 de agosto de 2023.

APÊNDICE B

Como Resolver as Equações

Instruções para Resolução de Equações

Observe o passo a passo para resolver os cinco tipos de equações trabalhados pelos grupos. Cada tópico apresenta instruções claras e exemplos ilustrativos para facilitar o aprendizado.

1. Equações do 2º Grau

Passo a Passo:

- 1. Identifique os coeficientes:** Observe a equação no formato $ax^2 + bx + c = 0$ e identifique a , b e c .
- 2. Calcule o discriminante (Δ):** Use a fórmula $\Delta = b^2 - 4ac$.
- 3. Classifique as raízes:**
 - Se $\Delta > 0$, a equação tem duas raízes reais e distintas.
 - Se $\Delta = 0$, a equação tem uma raiz real (raiz dupla).
 - Se $\Delta < 0$, a equação não tem raízes reais.
- 4. Resolva usando Bhaskara:** Aplique a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.
- 5. Verifique as soluções:** Substitua as raízes na equação original para confirmar.

Exemplo: Resolver $2x^2 - 3x - 2 = 0$:

- $a = 2, b = -3, c = -2$
- $\Delta = (-3)^2 - 4(2)(-2) = 9 + 16 = 25$
- $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{25}}{2(2)} = \frac{3 \pm 5}{4}$
- $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}$

2. Equações Biquadradas

Passo a Passo:

- 1. Substitua $y = x^2$:** Transforme $ax^4 + bx^2 + c = 0$ em $ay^2 + by + c = 0$.

2. **Resolva como uma equação do 2º grau:** Aplique os passos descritos anteriormente.
3. **Retorne à variável x :** Substitua y por x^2 e resolva $x^2 = y_1$ e $x^2 = y_2$.
4. **Verifique as soluções reais:** Apenas os valores positivos de y produzem raízes reais.

Exemplo: Resolver $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$:

- Substitua $y = x^2$: $y^2 - 5y + 4 = 0$
- Raízes: $y_1 = 4$, $y_2 = 1$
- Volte para x : $x^2 = 4$ ($x = \pm 2$); $x^2 = 1$ ($x = \pm 1$).

3. Sistemas de Equações

Passo a Passo:

1. **Escolha o método de resolução:** Substituição ou adição.
2. **Reescreva uma equação:** Isolando uma variável.
3. **Substitua na outra equação:** Substitua a variável isolada na segunda equação.
4. **Resolva a equação resultante:** Resolva para encontrar a primeira variável.
5. **Substitua o valor encontrado:** Use-o na equação inicial para encontrar a outra variável.
6. **Verifique a solução no sistema original.**

Exemplo: Resolver $x + y = 5$ e $x^2 + y^2 = 25$:

- Isolar y : $y = 5 - x$
- Substituir: $x^2 + (5 - x)^2 = 25$
- Expandir e resolver: $x^2 + 25 - 10x + x^2 = 25$, $2x^2 - 10x = 0$
- Fatorar: $x(2x - 10) = 0$, $x = 0$ ou $x = 5$
- Soluções: $(x, y) = (0, 5)$ e $(5, 0)$.

4. Equações Fracionárias

Passo a Passo:

1. **Determine as restrições:** Identifique os valores que tornam os denominadores iguais a zero.
2. **Elimine os denominadores:** Multiplique toda a equação pelo mínimo múltiplo comum (MMC) dos denominadores.

3. **Resolva a equação resultante:** Use os métodos apropriados (1^o ou 2^o grau).
4. **Verifique as soluções:** Certifique-se de que nenhuma solução viole as restrições.

Exemplo: Resolver $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} = 3$:

- Restrições: $x \neq 0, x \neq -1$
- MMC: $x(x+1)$; Multiplicar: $(x+1) + 2x = 3x(x+1)$
- Resolver: $x+1+2x = 3x^2+3x, 3x^2 = 0, x = 0$ (inválida).

5. Equações Irracionais

Passo a Passo:

1. **Isolar o radical:** Coloque a raiz sozinha em um lado da equação.
2. **Eleve ambos os lados ao quadrado:** Elimine o radical.
3. **Resolva a equação resultante:** Use métodos apropriados (1^o ou 2^o grau).
4. **Verifique as soluções:** Substitua na equação original para descartar soluções inválidas.

Exemplo: Resolver $\sqrt{x+3} = x-1$:

- Elevar ao quadrado: $x+3 = (x-1)^2$
- Expandir: $x+3 = x^2 - 2x + 1$
- Resolver: $x^2 - 3x - 2 = 0, (x-2)(x+1) = 0, x = 2$ ou $x = -1$
- Verificar: $x = -1$ não é solução.

APÊNDICE C

Instruções Sobre o Trabalho

Equações - Sala de Aula Invertida



Aluno (a) : _____
Data: _____
Turma: _____
Professor: Luiza Gripp



TEMA DO TRABALHO: Equações - Sala de Aula Invertida

INTRODUÇÃO AO TRABALHO:

Este trabalho tem como objetivo aprofundar o entendimento dos alunos sobre diversos tipos de equações, por meio da resolução de questões aplicadas. Os alunos serão divididos em grupos e cada grupo deverá estudar um dos temas relacionados a equações, explorando técnicas de resolução específicas para cada tipo de equação.

MATERIAL PARA USAR:

- **Livro didático** da turma ou outras fontes de matemática.
- **Computador/Software** de apoio (se necessário) para resolução de equações, como o Wolfram Alpha, GeoGebra, entre outros.
- **Caderno ou folha de papel** para fazer anotações e apresentar as soluções.

O QUE FAZER:

1. A turma será dividida em 5 grupos.
2. Cada grupo deve selecionar e estudar um tipo de equação, que deve ser resolvida utilizando os temas apresentados. O grupo deverá:
 - Elaborar uma **apresentação** (slides).
 - **Explicar detalhadamente** como resolver as equações escolhidas, aplicando o método correto de resolução.
 - Discutir o **conceito e a aplicação prática** do método escolhido.

COMO FAZER:

1. **Seleção dos Temas:** Cada grupo escolhe um tipo de equação de acordo com os temas abaixo:
 - i) Resolvendo equações do 2^o grau pela fórmula de Bhaskara;
 - ii) Equações biquadradas;
 - iii) Sistema de equações;
 - iv) Equações fracionárias;
 - v) Equações irracionais.
2. **Elaboração da Apresentação:** A apresentação deve ser clara e objetiva. Cada grupo deve usar recursos visuais para ilustrar a resolução das equações. A apresentação deve ser **bem estruturada**, contendo:
 - Introdução ao tema.
 - Exemplos práticos de resolução de equações.
 - Explicação passo a passo de como resolver as equações escolhidas.
 - Conclusões sobre os métodos aplicados.
3. **Resolução das Equações:** Selecionar **duas questões** que envolvam as equações do tema escolhido. Resolver cada questão **passo a passo**, destacando as técnicas usadas.
4. **Entrega:** Cada grupo deve enviar uma cópia digital da apresentação até a data limite. A apresentação oral deve ser feita na sala de aula na data marcada, com duração de até **30 minutos por grupo**.

QUANDO ENTREGAR:

Data de entrega da apresentação: _____.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO:

- **Clareza na explicação** dos métodos e das resoluções das equações.
- **Correção e precisão** nas soluções das questões.
- **Estrutura da apresentação:** organização, objetivos claros e uso adequado de recursos visuais.
- **Participação de todos os membros** do grupo durante a apresentação e na resolução das questões.
- **Capacidade de aplicar o conteúdo** aprendido durante as aulas às questões propostas.

OBSERVAÇÕES EXTRAS:

- **Cada grupo deve ter 4 alunos.**
- **Importante:** o trabalho deve ser colaborativo, com todos os membros do grupo participando ativamente.

APÊNDICE D

Lista de Exercícios sobre Equações

Lista de Exercícios: Equações



Aluno (a) : _____
Data: _____
Turma: _____
Professor: Luiza Gripp



1 Equação do 2º Grau - Fórmula de Bhaskara

1. Utilizando a Fórmula de Bhaskara, resolva, no conjunto dos números reais, as seguintes equações, encontrando suas raízes:

a) $-3x^2 + 4x + 5 = 0$

b) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

c) $-2x^2 + 5x + 3 = 0$

d) $7x - 4 = -3x^2$

e) $4x + x^2 - 7 = 0$

f) $-6y^2 + 2y + 4 = 0$

g) $f(x) = -2x^2 - x + 1$

h) $x^2 - 4x + 4 = 0$

3. Determine quantas raízes reais a equação possui.

a) $x^2 + x + 1 = 0$

b) $x^2 - 4x + 4 = 0$

c) $x^2 - 3x - 4 = 0$

4. Encontre dois números ímpares consecutivos cujo produto seja 899.

2 Equação Biquadrada

1. Resolva as equações biquadradas a seguir:

a) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

b) $3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$

c) $4x^4 = 5x^2 + 8$

d) $x^4 - 9x^2 = 0$

e) $x^4 - 25 = 0$

2. A área de um quadrado é dada pela expressão $-x^2(x+4)(x-4)$ e a área de um retângulo é dada por $2x^2(x^2+5) - 24$. Calcule os valores de x para que o quadrado e o retângulo possuam áreas iguais.

3 Sistema de Equações

1. RESOLVA o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ xy = 14 \end{cases}$$

2. O produto entre dois números positivos é 24 e a soma de um deles com o dobro do outro é 14. Encontre esses números.

3. Um retângulo possui área igual a 60 m^2 . Se aumentarmos 5 unidades em cada uma de suas dimensões, sua área triplica. Quais são as dimensões desse retângulo?

4. Visando uma maior proteção para seus filhos, famílias que possuem piscinas em suas casas comumente instalam no entorno delas o que chamamos de “cercadinho de proteção”. Fernanda pretende instalar em sua casa um cercadinho com uma distância constante de 2 m ao redor de toda a piscina, cujo formato é retangular, e, para isso, serão necessários 56 m lineares de cerca. Considerando essas informações, faça o que se pede:

- a) Sabendo que a área a ser cercada possui 192 m^2 , DETERMINE as dimensões do cercado.
- b) DETERMINE as dimensões da piscina.

- c) Sabendo que a piscina possui profundidade constante de 1,5 m, CALCULE sua capacidade máxima. Considere que a capacidade total, ou volume total, é encontrada através do produto das dimensões da piscina.

4 Equações Fracionárias

1. RESOLVA as equações:

a)

$$\frac{x+1}{5} - \frac{x}{3} = 1$$

b)

$$\frac{x+2}{2} + \frac{x+3}{3} = 1$$

c)

$$\frac{x-1}{4} + \frac{x+2}{3} = 1$$

2. Dois pedestres partem, ao mesmo tempo, para uma cidade distante 72 km. O primeiro, que anda 2 km por hora a mais do que o segundo, chega 3 horas antes que o outro. Quantos quilômetros por hora andou cada um?

5 Equações Fracionárias

1. RESOLVA as equações irracionais:

a) $\sqrt{x+3} - 5 = 2$

b) $\sqrt{2x-1} = 4$

c) $\sqrt{x+6} + 2 = 5$

d) $\sqrt[3]{\sqrt{x-1}} = 2$

e) $\sqrt[3]{x+5} = 2$

f) $\sqrt{2x+3} = \sqrt{x+5}$