UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

GENIVALDO BRAZ DE JESUS SILVA

O USO DE ARGUMENTOS VÁLIDOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ABORDAGEM COM ESTUDANTES DO 7º ANO PARA APRIMORAR A ARGUMENTAÇÃO LÓGICA

VITÓRIA DA CONQUISTA – BAHIA
2024

GENIVALDO BRAZ DE JESUS SILVA

O USO DE ARGUMENTOS VÁLIDOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ABORDAGEM COM ESTUDANTES DO 7º ANO PARA APRIMORAR A ARGUMENTAÇÃO LÓGICA

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmat da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Flaulles Boone Bergamaschi

VITÓRIA DA CONQUISTA – BAHIA
2024

S85u Silva, Genivaldo Braz de Jesus.
Uso de argumentos válidos nas aulas de matemática do ensino fundamental: uma abordagem com estudantes do 7º ano para aprimorar a argumentação lógica. / Genivaldo Braz de Jesus Silva, 2024.
88f.
Orientador (a): Dr. Flaulles Boone Bergamaschi.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - BA, 2024.
Inclui referências. 72 - 73.
1.Ensino de matemática. 2. Argumentos válidos. 3. Lógica. 4. Proposições. 5. Raciocínio lógico. I. Bergamaschi, Flaulles Boone. II. Universidade Estadual Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - Ba. III. T.

CDD: 510.7

Catalogação na fonte: Karolyne Alcântara Profeta - CRB 5/2134
UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

Genivaldo Braz de Jesus Silva

O uso de argumentos válidos nas aulas de matemática no ensino fundamental: uma abordagem com estudantes do 7º ano para aprimorar a argumentação lógica

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Flaulles Boone Bergamaschi - UESB

Prof. Dr. Roque Mendes Prado Trindade - UESB

Prof.ª Dr.ª Antônia Jocivania Pinheiro - UFERSA

Vitória da Conquista - Ba

Aprovada em 27 de setembro de 2024

Documento assinado eletronicamente por **Antônia Jocivania Pinheiro**, **Usuário Externo**, em 27/09/2024, às 16:01, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014.

Documento assinado eletronicamente por **Flaulles Boone Bergamaschi**, **Professor Titular**, em 30/09/2024, às 11:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014.

Documento assinado eletronicamente por **Roque Mendes Prado Trindade**, **Professor Adjunto**, em 09/10/2024, às 15:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014.

Ao meu filho Lucas Neves Silva, nascido no ano 2022 com o estudo em curso, que contribuiu muito para uma maior responsabilidade na vida e foco nos estudos e, à minha esposa Eliene de Magalhães Neves pelo apoio incondicional aos meus estudos e à pesquisa.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida e pelos inúmeros livramentos dos perigos durante as longas viagens até a universidade e vice-versa. Obrigado Deus!

Agradeço à minha esposa por compreender a minha ausência em diversos momentos em que deveria estar presente e pela ajuda nos momentos mais difíceis durante essa jornada de estudos. Obrigado Eliene Neves!

Agradeço ao meu filho, que mesmo sem entender nada, ficou por muitas vezes sem a presença do pai em momentos que, com certeza faria muita diferença em sua vida. Obrigado Lucas!

Agradeço à minha família pelo apoio e pela compreensão em diversos momentos. Obrigado Família!

Agradeço a meu orientador por aceitar este desafio de me orientar e pela paciência em me atender por diversas vezes de forma remota e presencial. Obrigado Prof. Dr. Flaulles!

Agradeço aos professores por contribuir bastante para o meu desenvolvimento e pela paciência durante os diversos momentos de dúvidas. Obrigado Prof. Dr. André! Obrigado Prof. Dr. Fernando! Obrigado Prof. Dr. Flaulles! Obrigado Prof.ª Dr.ª Clênia! Obrigado Prof.ª Dr. Galvina!

Agradeço aos colegas por ser uma turma bastante unida e por caminharmos juntos nessa jornada, pelas resenhas, pelos momentos de estudos juntos, pelos momentos de dramas e inquietações, pelo apoio e companheirismo nos diversos momentos de tensões como nos dias de prova, principalmente no dia do temido Exame Nacional de Qualificação (ENQ). Obrigado colegas!

Agradeço a colega de viagem e de estudos pela imensa contribuição nos meus momentos de incompreensão e por ser peça chave para podemos continuar até o final desta jornada. Obrigado Claudia Magalhães!

Agradeço ao meu compadre por ter sido motorista durante praticamente todo o período de estudo, pois sem ele, as viagens teriam sido muito mais cansativas. Obrigado compadre Aparecido!

Agradeço aos estudantes do 7º ano que contribuíram com suas respostas e seus argumentos para o desenvolvimento deste estudo. Obrigado alunos do 7º ano!

Agradeço à esquipe escolar como um todo, professores, funcionários e a gestão por contribuir e permitir este estudo no ambiente escolar. Obrigado equipe escolar!

Agradeço aos amigos que, de uma forma ou de outra, me incentivaram, forneceram apoio e até materiais necessários para prosseguir nos estudos. Obrigado meus amigos!

Agradeço a todos que contribuíram de forma direta e indireta para a realização do sonho de se tornar Mestre em Matemática! Obrigado a Todos!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. Obrigado à CAPES!

RESUMO

A Matemática tem em sua estrutura uma organização, de modo que há um encadeamento entre os conteúdos abordados em diferentes níveis de ensino. Ela se mostra estruturada de forma que, ao resolver uma determinada situação-problema, a resolução é permeada por uma ligação lógica de sentenças, afirmações, fatos, entre outros, que, quando organizados e argumentados, levam à solução procurada, baseada em um sistema dedutivo. No entanto, nota-se argumentos muitos superficiais e até incoerentes por parte de muitos alunos, principalmente no ensino fundamental. Com isso, cabe na questão de pesquisa o seguinte questionamento: **como melhorar o uso do argumento válido de maneira intuitiva no ensino de matemática nas séries finais do ensino fundamental?** Dessa forma, o objetivo do presente estudo é mostrar como o pensamento e o raciocínio lógico argumentativo contribui para o ensino e a aprendizagem de matemática nos anos finais do ensino fundamental. Todo trabalho foi centrado em três momentos: momento de estudo em teses e trabalhos publicados; momento de aplicação de sequência de atividades com estudantes do 7º ano de uma escola localizada na zona rural do interior da Bahia e um momento de análise destes resultados. Ao final do trabalho, observou-se uma melhora significativa na argumentação dos estudantes envolvidos e uma perspectiva de melhor aprendizagem apontada tanto pelos estudantes como pelo professor regente da turma. O estudo, aqui desenvolvido, pode ser adaptado a qualquer ano e nível de ensino para o desenvolvimento do argumentar de maneira lógica e intuitiva por parte dos estudantes, auxiliando os educadores em suas metodologias de sala de aula, seja na disciplina de Matemática ou de outros componentes curriculares.

Palavras-chave: Argumentos válidos. Lógica. Proposições. Raciocínio lógico.

ABSTRACT

Mathematics is structured in an organized way, so that there is a connection between the contents covered at different levels of education. It is structured in such a way that, when solving a given problem situation, the resolution is permeated by a logical connection of sentences, statements, facts, among others, which, when organized and argued, lead to the desired solution, based on a deductive system. However, many students, especially in elementary school, use very superficial and even incoherent arguments. Therefore, the following question arises in the research question: **how can we improve the use of valid arguments in an intuitive way in teaching mathematics in the final years of elementary school?** Thus, the objective of this study is to show how logical argumentative thinking and reasoning contribute to the teaching and learning of mathematics in the final years of elementary school. All the work was focused on three moments: the study of theses and published works; moment of applying a sequence of activities with 7th grade students from a school located in the rural area of the interior of Bahia and a moment of analysis of these results. At the end of the work, a significant improvement in the argumentation of the students involved was observed and a perspective of better learning pointed out by both the students and the teacher in charge of the class. The study, developed here, can be adapted to any year and level of education for the development of logical and intuitive argumentation by the students, assisting educators in their classroom methodologies, whether in the subject of Mathematics or other curricular components.

Keywords: Valid arguments. Logic. Propositions. Logical reasoning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

$\notin$: não pertence ou não é elemento de.

$\in$: pertence ou é elemento de.

$\cap$: interseção

$\subset$: está contido ou é subconjunto de

$\not\subset$: não está contido ou não é subconjunto de

$\cup$: união

$\mathbb{C}$: Conjunto dos números complexos

$\mathbb{N}$: Conjunto dos números naturais.

$\mathbb{Q}$: Conjunto dos números racionais.

$\mathbb{R}$: Conjunto dos números reais.

$\mathbb{Z}$: Conjunto dos números inteiros.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

ENQ – Exame Nacional de Qualificação

FIFA – Federação Internacional de Futebol

OBMEP – Olimpíada Brasileiras de Matemática da Escolas Públicas

OCM – Olimpíada Carioca de Matemática

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede

SABE – Sistema de Avaliação Baiano da Educação

Saeb – Sistema de Avaliação da Educação Básica

UESB – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

SUMÁRIO

CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO

A Matemática se faz presente em diversas situações diárias de tal forma, que muitas vezes, se passam despercebida. É interessante que cada indivíduo, mesmo fazendo uso da Matemática de forma corriqueira, adquira um certo domínio sobre certas práticas envolvendo a educação matemática, nem que seja de maneira informal.

Todos estão sujeitos a enfrentar situações como as que envolve fazer um pagamento e receber um troco; comprar móveis para sua residência e ter noção se tem o espaço adequado para comportar esses móveis; realizar uma compra e perceber se é mais vantajoso a compra a prazo ou à vista ou se é mais vantajoso comprar um produto com determinada quantidade de massa por um preço, ou outro com uma massa de maior quantidade na embalagem por outro preço; enfim, tantas e tantas outras situações.

Nessa perspectiva, a educação matemática oferecida nas escolas deve ter um papel crucial na formação dos cidadãos e, no ensino fundamental, sobretudo nos anos finais. A Matemática é de suma importância para que o estudante desenvolva a percepção de seu papel frente as demandas da sociedade e para que adquira as bases necessárias para prosseguir nos estudos.

Para que o estudante desenvolva as habilidades e conhecimentos matemáticos, é necessário que, além do interesse pelo assunto, que se desenvolva o letramento matemático, principalmente durante o Ensino Fundamental. Com isso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) salienta que:

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018, pág. 266).

O ensino de matemática permeia uma infinidade de estratégias viabilizando a compreensão do estudante e, como o fazer matemático depende muito do raciocinar, do pensar e da tomada de decisão, percebe-se a necessidade de dar um enfoque maior no uso do raciocínio lógico argumentativo e de suas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem. Fica evidente que o argumentar de maneira lógica, ou seja, de maneira válida e coerente, possibilita ao estudante uma aprendizagem mais sólida e significativa.

A argumentação desempenha um papel fundamental no ensino de matemática. Ela ajuda os alunos a desenvolverem habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e raciocínio matemático. Através de argumentos lógicos, os alunos aprendem a identificar padrões, fazer inferências e aplicar princípios matemáticos de maneira consistente. Isso é essencial para a compreensão de conceitos matemáticos, como álgebra e geometria, e para a resolução de problemas do dia a dia. Além disso, o argumentar ajuda a promover a clareza e a precisão no pensamento e na comunicação, habilidades essas, de grande valor para diversos aspectos da educação matemática e da vida.

1.1. Justificativa

A falta de argumentos convincentes e os inúmeros resultados abaixo do esperado nos rendimentos dos estudantes em relação à matemática tanto nas escolas em que leciono quanto no cenário nacional e, até mesmo o fato de que muitos estudantes com bons rendimentos escolares acabarem se saindo mal nas avaliações externas como Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb), Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e, mais recente, no Sistema de Avaliação Baiano da Educação (SABE) vem inquietando tanto a mim como outros professores com o qual temos trocado ideias tanto nos planejamentos escolares quanto nos bate-papos informais do dia a dia.

Nessa perspectiva, há a necessidade de melhorar a forma como os estudantes estudam, compreendem e expressam os seus conhecimentos sobre a matemática. Assim, foi pensado na temática deste estudo **“O Uso de Argumentos Válidos no Ensino de Matemática no Ensino Fundamental”.**

1.2. Questão de pesquisa

Analisando a experiência em sala de aula e as muitas discussões nos diversos momentos de jornada pedagógica e nos planejamentos pedagógicos entre professores de matemática e diversas outras áreas do conhecimento, é observado que, a grande maioria dos estudantes do Ensino Fundamental, tem problemas no uso da argumentação lógica. Então, como melhorar o uso do argumento válido de maneira intuitiva no ensino de matemática nas séries finais do ensino fundamental?

Na tentativa de responder esse questionamento, procura-se mostrar neste estudo como a lógica proposicional, as relações de pertinência e continência de conjuntos, dentre outros aspectos podem contribuir para isso. Assim, será bem mais fácil argumentar sobre soluções válidas ou não.

A aprendizagem matemática significativa perpassa pela compreensão dos conceitos e enunciados, bem como pela sua relação com a vivência diária e, para melhor aprender matemática se faz necessário a compreensão do uso do argumento de forma lógica, organizada e sistematizada.

Diante disso, se faz necessário uma abordagem sobre a importância da validade do argumento no processo de ensino e de aprendizagem matemática, possibilitando o desenvolvimento de habilidades de argumentação entre estudantes, e ainda, um novo jeito de analisar e propor situações de desenvolvimento desses argumentos válidos durante as aulas dos professores da rede básica de ensino.

1.3. O local de estudo

O presente estudo se desenvolveu em uma escola pública localizada em área rural de um município no interior da Bahia. A unidade escolar se encontra a uma distância de aproximadamente 25 km da sede do município e está localizada em um povoado que possui uma estrutura de vila com a existência de farmácia, mercado, posto de saúde, posto de combustível, quadra de futsal, água encanada via poço artesiano entre outros. Esta unidade consta com estudantes da educação infantil e do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, sendo 49 alunos matriculados na educação infantil e 210 no Ensino Fundamental, destes, temos 120 alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental (Fundamenta 1) e 90 alunos nos anos finais do Ensino Fundamental (Fundamental 2). Esse trabalho foi desenvolvido junto a 37 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, sendo 18 alunos em uma turma e 19 alunos em outra turma.

1.4. Estado da arte

Estudando livros relacionados à lógica, conversando com o orientador e com alguns colegas e professores, deu-se início à pesquisa voltadas para o tema em estudo. Inicialmente foi feita uma busca no banco de dissertações do PROFMAT da UESB (http://www2.uesb.br/ppg/profmat/?post_type=dissertacao) e, encontramos registros de 2013 a 2023 num total de 95 publicações até a data da pesquisa. Analisando títulos, resumos e sumários, sem a necessidade de uma busca por palavras-chaves, destacamos as dissertações na tabela seguinte:

Tabela 1 – Dissertações no site do PROFMAT da UESB

Título/autor/orientador	Ano de publicação	Data da pesquisa
Título: Proposta de atividades para o desenvolvimento do raciocínio lógico utilizando o sudoku **Autor:** Leonardo Dias de Novaes **Orientador:** Júlio Cesar Dos Reis	2016	27/12/2023
Título: A lógica matemática e o jogo de xadrez aplicado ao ensino fundamental II **Autor:** Lucas Vieira Brito **Orientador:** Roberto Hugo Melo dos Santos	2022	27/12/2023
Título: Uma proposta para introdução da lógica fuzzy no ensino médio **Autor:** Rodrigo Ribeiro Santos **Orientador:** Flaulles Boone Bergamaschi	2022	27/12/2023

Fonte: Site do PROFMAT da UESB

Prosseguindo, pesquisando o banco de dissertações do Profmat nacional (https://profmat-sbm.org.br/dissertacoes/) verificou-se na página que há um total de 7221 registros até a data da pesquisa. Porém, após seguirmos em outros bancos de dissertações com as mesmas palavras-chaves, notou-se que os mesmos trabalhos se encontravam na plataforma do Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Assim, a concentração da pesquisa se deu no Google acadêmico (https://scholar.google.com.br/?hl=pt) e no *Catálogo de Teses e Dissertações* da CAPES disponível no endereço https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/.

A pesquisa se deu por palavras-chaves em dezembro de 2023 e apresentou os seguintes resultados:

Tabela 2 – Resultados da pesquisa

Palavras-chave	**Resultados**	
	Google acadêmico	***Catálogo de Teses e Dissertações* da CAPES**
Argumentação Matemática	209000	465
Lógica matemática	1430000	1212
Intuição matemática	131000	82
Lógica proposicional	51300	120
Raciocínio lógico	303000	809

Fonte: Google Acadêmico e site da CAPES

Utilizando a análise dos títulos, resumo e sumários, foram destacados 41 estudos sobre o uso dos argumentos válidos, entre artigos, livros, teses e dissertações. Nas tabelas seguintes, trago alguns dos estudos catalogados tanto do Google Acadêmico quanto do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, sendo estes registros, os de maior relevância para o nosso estudo. Estes estão ordenados por ordem crescente em relação à data de publicação.

Tabela 3 – Dissertações no site do Google Acadêmico

Título/autor/instituição	Data	Palavra-chave
Título: O método de dedução natural aplicado as lógicas proposicionais paraconsistentes Cn **Autor:** Milton Augustinis de Castro **Instituição:** Universidade Estadual de Campinas	1998	Lógica proposicional
Título: Uma lógica proposicional de resolução de problemas. **Autor:** Antônio Carlos de Albuquerque **Instituição:** Universidade Federal da Paraíba	1998	Lógica proposicional
Título: Iniciação à lógica matemática **Autor:** Edgard de Alencar Filho **Instituição:** Editora Nobel	2002	Lógica matemática
Título: Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático **Autor:** José Carlos Cifuentes **Instituição:** Universidade Federal do Paraná	2005	Intuição matemática
Título: Raciocinar em matemática com imagens visuais vagas e com intuição **Autor:** Manoel Junqueira Saraiva **Instituição:** Associação de Professores de Matemática	2008	Intuição matemática
Título: Analisando justificativas e argumentação matemática de alunos do ensino fundamental **Autores:** Carlos Augusto Aguilar Júnior e Lilian Nasser **Instituição:** Revista Vydia	2012	Argumentação Matemática
Título: O desenvolvimento do raciocínio lógico matemático: possíveis articulações afetivas **Autora:** Sandra Maria Nascimento de Mattos **Instituição:** Universidade Católica de Petrópolis	2012	Raciocínio lógico
Título: Lógica Matemática **Autor:** Rogério Augusto dos Santos Fajardo **Instituição:** Editora da Universidade de São Paulo	2017	Lógica matemática
Título: O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turma do Ensino Fundamental **Autor:** Pi-Jen Lin **Instituição:** Universidade Federal do Rio Grande do Sul	2018	Argumentação Matemática
Título: Um estudo sobre o incentivo e desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, através da estratégia de resolução de problemas **Autor:** Marcelo Camargos de Vasconcelos. **Instituição:** Universidade Federal de Santa Catarina	2022	Raciocínio lógico

Fonte: Google Acadêmico

Tabela 4 – Dissertações no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES

Título/autor/instituição	Data	Palavra-chave
Título: A conjectura de Goldbach e a intuição matemática **Autora:** Carolina da Silva Bitencourt **Instituição:** Universidade Federal da Bahia	2018	Intuição matemática
Título: Lógica Fuzzy: uma perspectiva para avaliações **Autor:** Claudio Roberto Pereira Silva **Instituição:** Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro	2018	Raciocínio lógico
Título: Ensino da lógica proposicional no ensino médio: uma proposta pedagógica **Autor:** Alan Ladislau Cavalcante **Instituição:** Universidade Estadual do Ceará	2019	Lógica matemática
Título: Uma Breve Reflexão Sobre a Lógica Proposicional com Sugestões Didáticas para Melhoria da Aprendizagem **Autor:** Uendel Ferreira Goncalves **Instituição:** Universidade Federal de Goiás	2020	Lógica proposicional
Título: Argumentação e aprendizagem de matemática: uma experiência de geometria no ensino fundamental **Autor:** Raylson José Deodato Bernardo **Instituição:** Universidade Estadual da Paraíba	2022	Argumentação matemática
Título: A importância da argumentação matemática na resolução de problemas **Autor:** Railson Pereira De Sousa **Instituição:** Universidade Estadual da Paraíba	2023	Argumentação matemática

Fonte: Site da CAPES

Além das pesquisas mencionadas, também foi base de apoio ao nosso estudo o livro *Introdução à Lógica Simbólica* do Autor Paulo Roberto Marguti Pinto, publicado em 2001. Neste, Pinto aborda a lógica de uma maneira natural, partindo da ideia de argumentos e sua validade, para a partir daí, entrar nos conceitos mais elaborados sobre o estudo da lógica.

O livro *Iniciação à lógica matemática* do autor Edgard de Alencar Filho, edição 2002, traz de uma maneira mais simbólica e explicativa com clareza a questão da lógica matemática, iniciando pelas definições das proposições, apresentando os conectivos lógicos e as operações lógicas sobre as proposições. Em seguida, avança para termos mais específicos da lógica matemática. Como nossa abordagem neste estudo é voltado para a lógica proposicional, este livro contribuiu bastante para o desenvolvimento do nosso trabalho de pesquisa.

O livro *Introdução à história da matemática* de Howard Eves (2011) também contribuiu para nosso estudo, sendo peça chave para o entendimento da história da lógica.

Ressaltamos aqui que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento norteador do ensino básico escolar na atualidade no Brasil e, ela fará parte do nosso estudo e trará algumas contribuições para o desenvolvimento dele.

Prosseguindo os estudos junto a artigos, dissertações e teses destacadas na pesquisa, com o intuito de apontar fatos relevantes para o desenvolvimento do raciocínio lógico argumentativo entre estudantes, nota-se no artigo intitulado "Analisando justificativas e argumentação matemática de alunos do ensino fundamental", além de outros aspectos, que:

> O desenvolvimento da habilidade de argumentar e provar em Matemática requer um trabalho voltado para tal, ou seja, o professor deve estar consciente da importância desta competência/habilidade e procurar abordar os assuntos do currículo também sob o olhar da prova e da argumentação (AGUILAR JÚNIOR; NASSER, 2012, pág. 145).

A BNCC contribui nesse sentido quando traz a seguinte competência específica de Matemática para o ensino fundamental:

> Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes (Brasil, 2018, pág. 267).

Cabe ao educador, propiciar situações em que o estudante seja levado a justificar suas respostas de maneira sistematizada, clara e reflexiva, levando sempre em consideração o contexto em que a situação esteja inserida. É importante também, que ao analisar as questões respondidas pelos estudantes, se observe com atenção os aspectos qualitativos e quantitativos de modo que, possa orientar os seus educandos a se desenvolverem como cidadãos com capacidade crítica e reflexiva perante o mundo.

Para a BNCC, os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem "são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação)" (Brasil, 2018, pág. 266). Assim, situações problemas contribuem muito para o desenvolvimento da aprendizagem matemática e, solucionar situações problemas de maneira sistemática e organizada, aumenta as possibilidades de uma aprendizagem mais sólida.

Muitas vezes, se faz necessário o uso da intuição nos momentos de resolução de situações problemas. “O ensino de Matemática é justificado por vários motivos, dentre eles, a transcrição da realidade quantitativa dos fatos e o desenvolvimento ao raciocínio lógico. Porém, a análise breve da história mostra que a intuição também estimula o pensamento matemático” (Bitencourt, 2018, pág. 32).

1.5. Estrutura do trabalho

Toda a pesquisa/estudo se deu por meio de estudos bibliográficos e na aplicação de uma sequência organizada de atividades viabilizando a melhora no desenvolvimento do argumentar do estudante durante os estudos em sala de aula, nos estudos pessoais em casa e nas diversas situações de vida.

Este estudo está organizado em capítulos, onde no **Capítulo 1** se encontra a introdução, com a motivação pela temática, os objetivos, a justificativa, o estado da arte e a estrutura do trabalho; no **Capítulo 2**, será apresentada uma abordagem sobre o uso dos argumentos no cotidiano e nas aulas de Matemática, abordando um pouco da lógica e seus conceitos básicos: a história da lógica, suas principais estruturas e a discussão de alguns pontos relevantes para este estudo; no **Capítulo 3**, se encontra uma proposta de aprimoramento dos argumentos através de atividades desenvolvidas em sala de aula; no **Capítulo 4,** uma análise dos resultados do estudo e dos testes aplicados em sala de aula e, por fim, o **Capítulo 5** é destinado às considerações finais. Conclui-se o estudo com as referências bibliográficas e os anexos.

CAPÍTULO II

2. O Uso do Argumento no Dia a Dia

Argumentar é algo que se faz presente de maneira constante na vida das pessoas. Mas afinal, o que é um argumento? “definiremos argumento como sendo aquele discurso no interior do qual se extrai uma consequência. Neste nível, ‘argumento’ é sinônimo de ‘raciocínio’” (Pinto, 2001, pág. 17). Pinto ainda afirma que uma consequência é sempre extraída diante de um argumento.

Alencar Filho (2002, pág. 11) corrobora com Pinto ao definir proposição como sendo “todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprime um pensamento de sentido completo” e ao afirmar que “as proposições transmitem pensamentos, isto é, afirmam fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados entes”. Assim, sempre é possível obter uma conclusão a partir dos fatos ou questionamentos apresentados em uma determinada situação problema.

Os argumentos não são todos da mesma maneira e, neste sentido, “é comum a distinção entre o argumento demonstrativo e o persuasivo, sendo o primeiro o objeto de estudo da lógica”. (Pinto, 2001, pág. 17)

Entende -se que, ao solucionar determinada situação problema, o que se faz é uma demonstração de como se obtém a solução. Nesta perspectiva, ao resolver problemas, o estudante utiliza de maneira escrita ou apenas por meio do pensamento, a descrição organizada e sequenciada, procurando tornar-se convencido e convencer o leitor da situação problema, da validade ou não dos argumentos e procedimentos adotados.

> A validade de uma inferência não depende da verdade ou falsidade das sentenças que constituem o argumento. 'Validade inferencial' não é sinônimo de 'verdade' e um argumento correto não envolve necessariamente sentenças verdadeiras (Pinto, 2001, pág. 27).

Neste estudo, a ênfase não será dada à solução de situações problemas, mas sim, nos argumentos estruturados de forma lógica e coerente, utilizadas pelos estudantes ao inferir determinada solução para uma determinada situação problema e, principalmente, ao decidir se determinado argumento é válido ou não.

2.1. O uso do argumento pela Matemática

Na matemática, quase sempre o estudante se depara com situações que envolve, além do conhecimento matemático, a necessidade de tomar decisões baseadas no uso do raciocínio e precisa justificar o porquê de ter tomado determinada decisão e não outra. Para se desenvolver matematicamente, compreende-se que além dos conceitos matemáticos, se faz necessário uma compreensão do objeto de conhecimento em estudo, uma análise diante das situações problemas propostos e uma tomada de decisão que, por meio de argumentos e do raciocínio lógico, a aprendizagem se torna concreta.

Pólya (2006, pág. 4) ao explicitar como resolver um problema, salienta que se deve seguir as quatro fases: **compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano e retrospecto.** Entende-se aqui, que o estabelecimento de um plano e a execução desse plano é uma tomada de decisão que, se não for feita de forma concisa e por meio de um caminho que se tenha sentido, pode representar na não solução do problema. Ao solucionar determinado problema, o argumento se faz presente o tempo todo, principalmente por meio de articulações de sentenças organizadas logicamente.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) elenca oito competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental a serem desenvolvidas pelos estudantes na construção da aprendizagem e, uma delas é "desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 2018, pág. 267).

Muitas vezes “temos de utilizar argumentos no trato com as pessoas em geral e na resolução de diversos tipos de problemas” (Pinto, 2001, pág. 16). Isto é, o uso do argumento se faz presente na vida das pessoas de diversas formas. Na escola não pode ser diferente, principalmente no estudo da Matemática.

“Ao longo da história, o conhecimento matemático não foi somente objeto puro da razão, senão também da emoção, manifestando-se esta através da intuição matemática e da apreciação estética” (Cifuentes, 2005, pág. 2). Nessa perspectiva, Cifuentes relata a importância da intuição matemática para também solucionar e argumentar diante de situações problemas reais e imaginárias. Indo mais além, também relata que muitas vezes a linguagem formal necessita de uma linguagem visual. “O visual na matemática não deve ser entendido só em relação à percepção física, senão também a um certo tipo de percepção intelectual, ligada fortemente à intuição matemática” (Cifuentes, 2005, pág. 4).

A intuição “é definida como a capacidade para entender, identificar ou pressupor coisas que não dependem de um conhecimento empírico, de conceitos racionais ou de uma avaliação mais específica” (Bitencourt 2018, pág. 32). Muitas vezes, o argumentar do estudante se faz de maneira natural e intuitiva, no entanto, há determinadas situações que exigem mais embasamento matemático e sentido lógico.

O argumentar matematicamente envolve uma série de propriedades e definições acerca do conteúdo matemático abordado. Assim, é necessário que o estudante se utilize das estruturas próprias dos argumentos válidos que veremos adiante e, em paralelo, compreenda e adote as propriedades e definições referentes a cada conteúdo matemático.

Nessa perspectiva, o nosso estudo se constitui, como já dito anteriormente, por meio do uso de argumentos válidos no contexto da lógica.

> Uma teoria matemática resulta da interação de dois fatores, um conjunto de postulados e uma lógica. O conjunto de postulados constitui a base da qual a teoria brota e a lógica proporciona as regras pelas quais essa base pode se expandir para transformar-se num corpo de teoremas (Eves, 2011, pág. 668).

Compreende-se que a Matemática em seu contexto, é estruturada em cima de uma lógica onde há um encadeamento de cada informação com um conjunto de regras que a torna válido. Porém, é necessário destacar que:

> A argumentação e a prova matemática não fazem parte da prática pedagógica da maioria dos professores da escola básica. De fato, a argumentação lógico-dedutiva é uma habilidade que não pode ser ensinada em algumas aulas. É uma habilidade que deve ser desenvolvida desde os primeiros anos, ao longo de toda escolaridade, numa constante graduação dos níveis de argumentação, de maneira a conduzir o aluno a construir justificativas que possam ser aceitas como prova de resultados matemáticos (AGUILAR JÚNIOR; NASSER, 2012, pág. 146).

Embora a argumentação e a prova matemática deva ser uma prática constante durante as aulas de Matemática, “muitos professores de ensino fundamental não acham que possuem formação suficiente em matemática para ensinar argumentação ou nem mesmo uma ideia clara de como a argumentação seria” (Lin, 2018, pág.1172). Isso mostra um equívoco muito grande e, que de certa forma, leva muitos professores a ignorarem até as demonstrações que já vem nos livros didáticos do aluno. Fatos como este, contribuem para o fracasso escolar e para um ensinar mecânico e sem sentido, tanto para o estudante quanto para o professor.

Portanto, é necessário que o ensino de Matemática, desde os primeiros anos escolares, não se restrinja apenas à transmissão de conteúdos, mas também promova desenvolvimento das habilidades de argumentação e raciocínio lógico intuitivo e dedutivo de maneira gradual e continua. Isso fortalece a compreensão dos conceitos matemáticos e possibilita aos estudantes a construírem justificativas sólidas e convincentes. Essas habilidades são essenciais tanto para resolver problemas matemáticos quanto para desenvolver o pensamento crítico e a capacidade de raciocínio em diversas situações de vida estudantil ou não. Portanto, os educadores precisam receber suporte e formação adequada para incorporar, de maneira eficaz, a argumentação matemática em suas práticas pedagógicas, contribuindo assim para um ensino mais significativo e para um melhor desempenho dos estudantes ao longo de sua vida estudantil.

2.2. Lógica e Seus Conceitos Básicos

O termo “lógica” pode ser entendido de diversas maneiras e é utilizado pelas pessoas em diversos contextos nas situações diárias. É bem comum ouvirmos das pessoas expressões do tipo: “isso não tem lógica nenhuma”; “é a lógica da vida”; use a “lógica do jogo” e, dentre outras. Mas afinal, o que é lógica?

“A lógica é uma área da filosofia que visa estudar a estrutura formal dos enunciados (proposições) e suas regras. Em suma, a lógica serve para se pensar corretamente, sendo assim, uma ferramenta do correto pensar” (Menezes, 2023). A lógica “pode ser definida como estudos dos princípios que regem a inferência válida” (Pinto, 2001, pág. 27). Pinto ainda salienta que “Lógica” vem do grego ‘logos’, significando ‘palavra’, ‘dito’, ‘argumento’, ‘ordem’, ‘razão’, ‘justificação’, dentre outras coisas, referindo-se aos princípios que regem a nossa própria racionalidade.

A lógica está diretamente ligada à razão. Neste sentido é preciso compreender que “não existe uma definição satisfatória de Lógica. Tal questão pertence à Filosofia que trata, entre outras coisas, de temas que não possuem resposta cabal” (Abe; Scalzitti; Silva Filho; 2001, pág. 13). No entanto, aqui, vamos nos ater à lógica que a Matemática se ocupa, principalmente da análise de proposições no intuito de identificar se uma dada proposição é verdadeira ou é falsa.

2.3. História da lógica

A Lógica teve seu início com o filosofo Aristóteles (384a.C. – 322 a.C.) por meio da sistematização da lógica dedutiva e, após esse início, ela permanece sem grandes mudanças por muito tempo. “E. Kant chegou mesmo a asseverar que a ciência descoberta pelo Estagirita se constituía numa ciência acabada: a lógica não havia dado nenhum passo para diante e nenhum para trás (desde sua introdução)” (Abe; Scalzitti; Silva Filho; 2001, pág. 11).

> Embora os gregos antigos tivessem desenvolvido consideravelmente a lógica formal e Aristóteles (384-322 a.C.) tivesse sistematizado o material resultante, esse trabalho pioneiro foi levado a efeito totalmente com o uso da linguagem corrente. Os matemáticos da atualidade entenderam que seria uma tarefa praticamente inútil, tendo em conta as preocupações modernas, continuar abordando a lógica dessa maneira. A fim de que essa matéria pudesse ser estudada com o caráter científico necessário, era necessário introduzir-se uma linguagem simbólica. A concretização desse intento resultou no que se chama hoje de lógica simbólica ou lógica matemática (Eves, 2011, pág. 669).

Dessa forma, com a introdução à simbolização à lógica, temos a chamada lógica matemática.

> Considera-se que Leibniz tenha sido o primeiro a cogitar seriamente dos benefícios de uma lógica simbólica. Num de seus primeiros trabalhos, *De arte combinatoria,* publicado em 1666, ele manifestou sua crença na possibilidade de uma linguagem científica universal, expressa num simbolismo reduzido e prático que guiaria o processo do raciocínio. Retornando a essas ideias entre os anos 1679 e 1690, Leibniz realizou progressos consideráveis no sentido da criação de uma lógica simbólica, formulando, inclusive, muitos conceitos de grande importância modernamente (Eves, 2011, pág. 669).

Ainda, segundo Eves (2011, pág. 669):

- A partir de publicações de George Boole (1815-1864), em 1847, ressurgiu o interesse pela lógica simbólica e, em 1854, Boole pode expor de maneira notável suas ideias em *An Investigation into the Laws of Thought, on Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probability*.
- O contemporâneo de Boole, Augustus De Morgan (1806-1871), desenvolveu estudos sobre a lógica das relações.
- Nos Estados Unidos, Charles Sanders Peirce (1839-1914), filho do ilustre matemático de Harvard, Benjamin Peirce (1809-1880), redescobriu alguns dos princípios enunciados por seus predecessores.
- O tratado Vorlesungen über die Algebra der Logic, publicado no período entre 1890 e 1895 de Ernst Schröder (1841-1902), deu um acabamento e uma complementação nas noções booleanas. Os lógicos modernos tendem a designar a lógica simbólica segundo a tradição booleana por álgebra de Boole-Schröder.
- Com o trabalho do alemão Gottlob Frege (1848-1925), no período entre 1879 e 1903, e as pesquisas de Giuseppe Peano (1858-1932), deu-se início a uma abordagem mais moderna da lógica simbólica. Essa abordagem levou a uma obra monumental e muito influente, em três volumes (1910-1913): *Principia mathematica* de Alfred North Whitehead (1861-1947) e Bertrand Russell (1872-1970), cuja ideia é a identificação de grande parte da Matemática com a lógica pela dedução do sistema dos números naturais, consequentemente a partir de um conjunto de premissas ou postulados da própria lógica.
- Entre 1934 e 1939 o livro Grundlagen der Mathematik de David Hilbert (1862-1943) e Paul Bernays (1888-1977) procurava construir a Matemática mediante o uso da lógica simbólica de uma nova maneira cujo objetivo era tornar possível a determinação da consistência da matemática.

- Atualmente há muitos matemáticos empenhados em pesquisas elaboradas no campo da lógica simbólica, principalmente em função do impulso dado a esse campo pelos *Principia mathematica*.

Nota-se que a lógica evoluiu desde Aristóteles até a lógica simbólica, possibilitando a introdução de uma linguagem formal. Essa transformação, iniciada por Leibniz e desenvolvida por Boole, Frege e outros, permitiu um estudo mais rigoroso da lógica. A seguir, veremos fundamentos e aplicações da lógica matemática, graças a essa evolução da lógica.

2.4. Lógica Matemática

2.4.1. Princípios básicos da lógica matemática

Alencar Filho (2002, pág. 11), nos diz que **proposição** é todo conjunto de palavras ou símbolos que exprime um pensamento de sentido completo, sendo elas classificadas como simples ou atômicas e compostas ou moleculares.

> Chama-se **proposição simples** ou proposição atômica aquela que não contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. As proposições simples são geralmente designadas pelas letras latinas minúsculas p, q, r, s..., chamadas letras proposicionais. Assim, p. ex., são proposições simples as seguintes:
> p: Carlos é careca.
> q: Pedro é estudante.
> r: O número 25 é quadrado perfeito.
> Chama-se **proposição composta** ou proposição molecular aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições. As proposições compostas são habitualmente designadas pelas letras latinas maiúsculas P, Q, R, S, ..., também chamadas letras proposicionais. Assim, p. ex., são proposições compostas as seguintes:
> P: Carlos é careca e Pedro é estudante.
> Q: Carlos é careca ou Pedro é estudante.
> R: Se Carlos é careca, então é feliz.
> Visto que cada uma delas é formada por duas proposições simples.
> Alencar Filho (2002, pág. 12)

Ainda para Alencar Filho (2002, pág. 11), a **Lógica Matemática** adota como regras fundamentais do pensamento os dois seguintes princípios (ou axiomas):

(I) PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

(II) PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUIDO: Toda a proposição, ou é verdadeira, ou é falsa, isto é, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

“Pelo fato de nessa lógica uma proposição só admitir dois valores lógicos — verdadeiro ou falso — ela se denomina lógica bivalente” (Eves, 2011, pág. 669).

“Chama-se **conectivos** palavras que se usam para formar novas proposições a partir de outras” (Alencar Filho, 2002, pág. 13).

> Assim, p. ex., nas seguintes proposições compostas:
> P: O número 6 é par **e** o número 8 é cubo perfeito.
> Q: O triângulo ABC é retângulo **ou** isósceles.
> R: **Não** está chovendo.
> S: **Se** Jorge é engenheiro, **então** sabe matemática.
> T: O triângulo ABC é equilátero **se e somente se** é equiângulo.
> São **conectivos** usuais em Lógica Matemática as palavras que estão grifadas, isto é: **“e”**, **“ou”**, **“não”**, **“se ... então ...”**, **“... se e somente se**....”
> (Alencar Filho, 2002, pág. 13)

Segundo Alencar Filho (2002, pág. 13), de acordo com o Princípio do terceiro excluído, toda proposição simples $\boldsymbol{p}$**,** ou é verdadeira, ou é falsa, ou seja, ou tem o valor lógico V(verdade) ou o valor lógico F(falsidade). Então, podemos representar da seguinte forma:

Tabela 5 – Valores lógicos de uma proposição

Proposição/ possibilidades	$\boldsymbol{p}$
1ª	V
2ª	F

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

“O valor lógico de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes, ficando por eles univocamente determinado” (Alencar Filho, 2002, pág. 14).

Alencar Filho (2002, pág. 14) salienta que para determinar o valor lógico de uma proposição composta, pode recorrer-se à tabela-verdade, um instrumento onde há todos os possíveis valores lógicos da proposição composta correspondentes a todas as possíveis atribuições de valores lógicos as proposições simples componentes.

Assim, por exemplo, no caso de uma proposição composta cujas proposições simples componentes são p: *hoje é sexta-feira* e q:*está chovendo*, as únicas possíveis atribuições de valores lógicos a p e a q são:

Tabela 6 – Valores lógicos de duas proposições

Proposições/ Possibilidades	P	Q
1ª	V	V
2ª	V	F
3ª	F	V
4ª	F	F

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Mais adiante retornaremos a tabela-verdade para verificarmos os chamados conectivos lógicos.

2.5. A lógica proposicional

"A lógica é a análise dos métodos de raciocínio. A lógica proposicional é uma lógica lida com proposições. Uma proposição é uma sentença que seja verdadeira ou falsa. O "verdadeiro" e o "falso" são chamados de valores de verdade" (Santos 2022, pág. 3).

A lógica proposicional pode ser compreendida como uma maneira de raciocinar a partir de afirmações onde se objetiva apenas concluir se ela é ou verdadeira ou falsa ou ainda, como tirar uma conclusão dentro de um contexto a partir de várias afirmações.

> A lógica proposicional pode ser considerada como sendo um conjunto de operações aplicadas em proposições a fim de se obter a estrutura de um argumento, eliminando dúvidas existentes na linguagem natural. Esse conjunto nos permite analisar um argumento de forma precisa e concluir sua veracidade" (Cavalcante, 2019, pág. 28).

Cavalcante (2019, pág. 28) destaca que a lógica proposicional deve respeitar três princípios básicos fundamentais para a sua construção, são eles:

1. PRINCÍPIO DA IDENTIDADE: Se uma proposição é verdadeira então ela é verdadeira;

2. PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO: Uma proposição só pode ser verdadeira ou falsa, não havendo outra alternativa;

3. PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO: Uma proposição não pode ser ao mesmo tempo verdadeira e falsa sob uma mesma condição.

A lógica proposicional, como próprio nome já diz, tem como principal elemento, as proposições, sendo proposição entendida como toda "oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou falsa, mas não as duas. Dizer que é uma oração significa que possui sujeito e predicado, e ao afirmar que é declarativa é o mesmo que afirmar que a oração é afirmativa ou negativa” (Cavalcante, 2019, pág. 28).

Veja os exemplos de proposições abaixo, sendo as três primeiras verdadeiras e as duas últimas falsas:

(i). O número π é irracional.

(ii). Um pentágono possui cinco vértices.

(iii). $4 + 3 = 7$.

(iv). $\frac{7}{8}$ é um número natural.

(v). Salvador é capital do Brasil.

A lógica proposicional “é a lógica mais conhecida entre não-matemáticos, servindo frequentemente de temas para concursos públicos e sendo, ocasionalmente, ensinada no ensino médio” (Fajardo, 2017, pág. 19). A seguir, veremos os principais operadores lógicos da lógica proposicional.

2.5.1. Operadores lógicos (conectivos lógicos)

“A linguagem da teoria dos conjuntos constitui na linguagem universal da lógica” (Abe; Scalzitti; Silva Filho; 2001, pág. 24).

Nesta seção, serão definidos os operadores lógicos, associando-os à Teoria dos Conjuntos.

2.5.1.1. Negação ($\sim$ $\boldsymbol{ou}$ $\neg$)

Recebe o nome de negação de uma proposição p, a proposição representada por ~p (não p), cujo valor lógico é a verdade(V) quando p é falsa é a falsidade(F) quando p é verdadeira. Portanto, "não p” tem o valor lógico oposto daquele de p.

Observe na Tabela 6 os valores lógicos da negação e, logo abaixo, dois exemplos de se representar a negação das proposições p e q na linguagem comum.

Tabela 7 – Valores lógicos da negação de uma proposição simples

Proposição/ possibilidades	**p**	**~p**
1ª	V	F
2ª	F	V

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

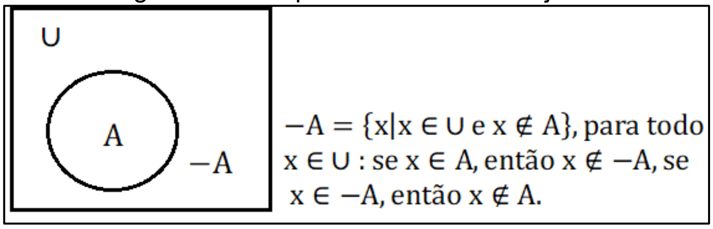
Exemplo 1 – p: hoje é sexta-feira. ~p: hoje não é sexta-feira.

Exemplo 2 – q: está chovendo. ~q: não está chovendo

Associando à Teoria dos Conjuntos, a negação pode ser entendida como o **complemento**.

“Se considerarmos um universo 'U' qualquer, no qual esteja contido o conjunto 'A', o complemento de 'A' é tudo aquilo que pertença a ‘U’, mas não pertença a 'A'” (Pinto 2001, pág. 55).

Figura 1 – Complementar de um conjunto



Fonte: Pinto (2001, pág. 55)

2.5.1.2. Conjunção (∧)

Recebe o nome de conjunção de duas proposições p e q a proposição representada por $p \wedge q$ (p e q), cujo valor lógico é a verdade(V) quando as proposições p e q são ambas verdadeiras e a falsidade(F) nos demais casos. Veja na Tabela 7.

Tabela 8 – Tabela verdade da conjunção

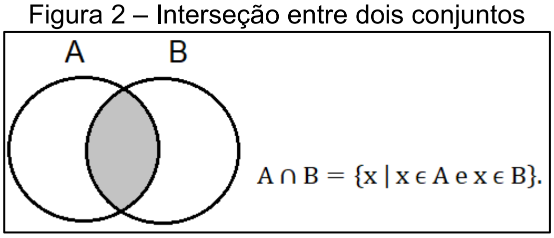
Proposições/ Possibilidades	**p**	**q**	$p \wedge q$
1ª	V	V	V
2ª	V	F	F
3ª	F	V	F
4ª	F	F	F

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Associando à teoria dos conjuntos, a conjunção pode ser entendida como a **interseção**.

“Sejam, por exemplo, dois conjuntos, 'A' e 'B'. Sua interseção é definida como sendo o conjunto formado pelos elementos que pertençam simultaneamente a 'A' e 'B'” (Pinto, 2001, pág. 58).

Figura 2 – Interseção entre dois conjuntos



Fonte: Pinto (2001, pág. 58)

Dado o Conjunto A, formado pelos múltiplos de 2 e o Conjunto B, formado pelos múltiplos de 3, temos o Conjunto $A \cap B$, formado pelos múltiplos de 6. Nota-se que os elementos do Conjunto $A \cap B$ são todos os elementos que pertencem simultaneamente ao Conjunto A e ao Conjunto B.

$A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$; $B = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$ e $A \cap B = \{0, 6, 12, 18, \dots\}$

2.5.1.3. Disjunção ou disjunção inclusiva (∨)

A disjunção de duas proposições p e q representada por $p \vee q$ (p ou q), cujo valor lógico é a verdade(V) quando ao menos uma das proposições p e q é verdadeira e a falsidade(F) quando as proposições p e q são ambas falsas. Veja na Tabela 8.

Tabela 9 – Tabela verdade da disjunção

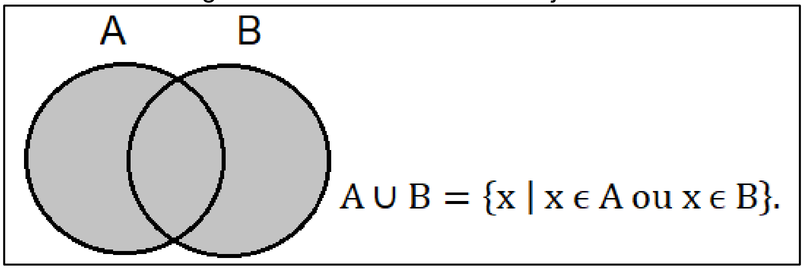
Proposições/ Possibilidades	**P**	**q**	$p \vee q$
1ª	V	V	V
2ª	V	F	V
3ª	F	V	V
4ª	F	F	F

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Associando à teoria dos conjuntos, a disjunção inclusiva, pode ser entendida como a **união**.

“A união de dois conjuntos 'A' e 'B' é definida como sendo o conjunto formado pelos elementos que ou pertencem apenas a 'A', ou pertencem apenas a 'B', ou pertencem a ambos, ou seja, à sua interseção” (Pinto, 2001, pág. 67).

Figura 3 – União entre dois conjuntos



Fonte: Pinto (2001, pág. 67)

Exemplo da disjunção inclusiva: se alguém diz, “vou ao cinema ou vou à festa”. Neste caso, a pessoa pode ir ao cinema e também na festa.

2.5.1.4. Disjunção exclusiva ($\veebar$)

Muitas vezes, no dia a dia, o conectivo ou traz a ideia de exclusão, isto é, representa a ideia de acontecer determinada ação ou outra e não ambas. Exemplo: “Ana vai à feira ou vai à escola”. Nesse exemplo, fica claro que Ana vai fazer uma coisa ou outra e não ambas simultaneamente.

O conectivo que considera a observação anterior é a disjunção exclusiva representada pelo símbolo “$\veebar$”.

> De um modo geral, chama-se disjunção exclusiva de duas proposições p e q a proposição representada simbolicamente por “p $\veebar$ q”, que se lê: “ou p ou q” ou “p ou q, mas não ambos”, cujo valor lógico é a verdade (V) somente quando p é verdadeira ou q é verdadeira, mas não quando p e q são ambas verdadeiras, e a falsidade (F) quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas” (Alencar Filho, 2002, pág. 21).

Tabela 10 – Tabela-verdade da disjunção exclusiva

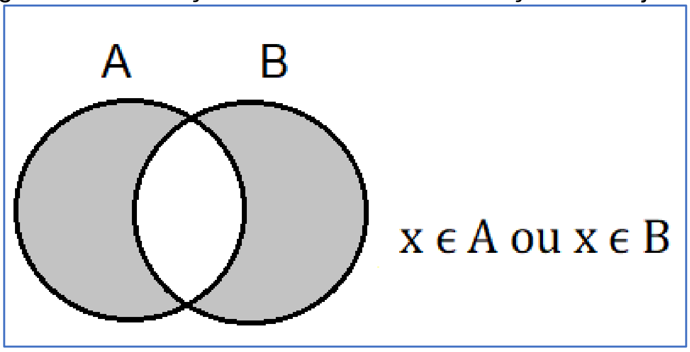
Proposições/ Possibilidades	**P**	**Q**	$p \veebar q$
1ª	V	V	F
2ª	V	F	V
3ª	F	V	V
4ª	F	F	F

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Não há uma operação simples na teoria dos conjuntos para a disjunção exclusiva, mas pode ser entendida como **a diferença entre a união e a interseção**.

“Continuando o paralelo com a teoria dos conjuntos, vemos que, apesar de bem representada através dos diagramas de Venn, não há ali qualquer operação simples que corresponda à disjunção exclusiva” (Pinto, 2001, pág. 64).

Figura 4 – Diferença entre a união e a interseção de conjuntos



Fonte: Pinto (2001, pág. 64)

> O conjunto que buscamos é aquele dos elementos que, pertencendo ao mesmo universo de 'A' e 'B', pertencem somente a 'A' ou somente a 'B'. São, pois, possíveis, as seguintes alternativas: 1ª) $x \in A$ e $x \in B$; 2ª) $x \in A$ e $x \notin B$; 3ª) $x \notin A$ e $x \in B$; 4ª) $x \notin A$ e $x \notin B$. Dessas, somente a segunda e a terceira são compatíveis com a disjunção exclusiva entre 'A' e 'B'. Assim, uma das normas de representá-la na teoria dos conjuntos seria: $(AUB) - (A \cap B)$ (Pinto, 2001, pág. 64).

Exemplo da disjunção exclusiva: se alguém diz, "ou vou ao cinema ou vou à festa". Neste caso, a pessoa não pode ir aos dois lugares.

2.5.1.5. Implicação ou condicional (→)

A proposição condicional ou apenas condicional é uma proposição representada por $p \rightarrow q$ (se p então q), cujo valor logico é a falsidade (F) no caso em que p é verdadeira e q é falsa e a verdade(V) nos demais casos.

Outras maneiras de ler $p \rightarrow q$ (se p então q):

- p é condição suficiente para q
- q é condição necessária para p

Na condicional $p \rightarrow q$, p é o antecedente e q o consequente e o símbolo "→ " recebe o nome de símbolo de implicação.

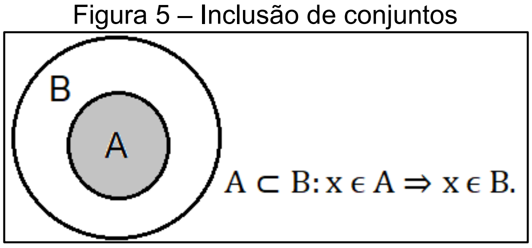
Tabela 11 – Tabela-verdade implicação ou condicional

Proposições/ Possibilidades	**p**	**q**	$p \longrightarrow q$
1ª	V	V	V
2ª	V	F	F
3ª	F	V	V
4ª	F	F	V

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

"Há um correspondente para a condicional na teoria dos conjuntos. Trata-se da operação de inclusão. Se um conjunto 'A' está contido em outro, 'B', então elemento de 'A' é também elemento de 'B'" (Pinto, 2001, pág. 74).

Figura 5 – Inclusão de conjuntos



Fonte: Pinto (2001, pág. 74)

Como exemplo, podemos verificar que dado o Conjunto A, formado pelas vogais e o Conjunto B, formado pelo alfabeto, nota-se que todos os elementos de A também pertencem a B. Assim, $A \subset B$.

$A = \{a, e, i, o, u\}$ e $B = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$.

2.5.1.6. Bi-implicação ou bicondicional (↔)

A proposição bi-implicação ou apenas bicondicional é uma proposição representada por $p \leftrightarrow q$ (p se e somente se q), cujo valor lógico é a verdade (V) quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas, e a falsidade (F) nos demais casos.

Outras maneiras de ler $p \leftrightarrow q$ (p se e somente se q):

- p é condição necessária e suficiente para q
- q é condição necessária e suficiente para p

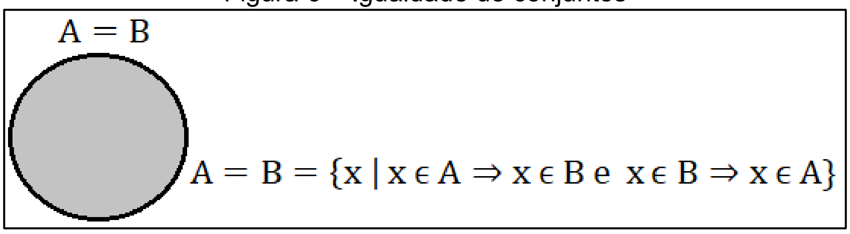
Tabela 12 – Tabela-verdade da bi-implicação ou bicondicional

Proposições/ possibilidades	p	q	$p \leftrightarrow q$
1ª	V	V	V
2ª	V	F	F
3ª	F	V	F
4ª	F	F	V

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

“Fazendo um paralelo com a teoria dos conjuntos, a equivalência existe quando dois conjuntos, 'A' e 'B', são idênticos. Nesse caso, todo elemento que pertença a 'A' pertence também a 'B' e vice-versa” (Pinto 2001, pág. 79).

Figura 6 – Igualdade de conjuntos



Fonte: Pinto (2001, pág. 79)

Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 2, 1\}$. Nota-se aqui que o conjunto A possui os mesmos elementos do conjunto B. Assim, temos que $A = B$.

2.6. Argumentos válidos

Nem todos os argumentos, quando se diz respeito à lógica proposicional, são válidos. É necessário que estes argumentos estejam estruturados de maneira adequada de modo que seja possível a conclusão de sua validade ou não. A seguir, veremos como os argumentos se estruturam e o que realmente é um argumento válido.

> "Sejam $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$ $(\mathrm{n} \geq 1)$ e Q proposições quaisquer, simples ou compostas. Chama-se **argumento** toda a afirmação de que uma dada sequência finita $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$ $(\mathrm{n} \geq 1)$ de proposições tem como **consequência** ou **acarreta** uma proposição final Q.
> As proposições $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$ dizem-se as **premissas** do argumento, e a proposição final Q diz-se a **conclusão** do argumento. Um argumento de premissas $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$ e de conclusão Q indica-se por: $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n} \longmapsto \mathrm{Q}$ e se lê de uma das seguintes maneiras:
> (i) "$\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$ **acarretam** Q";
> (ii) "Q **decorre** de $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$";
> (iii) "Q se **deduz** de $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$";
> (iv) "Q se **infere** de $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$".
> Um argumento que consiste em duas premissas e uma conclusão chama-se **silogismo**. Um argumento $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n} \longmapsto \mathrm{Q}$ diz-se válido se e somente se a conclusão Q é verdadeira todas as vezes que as premissas $\mathrm{P_1, P_2, \dots, P_n}$ são verdadeiras" (Alencar Filho, 2002, pág. 87).

Fica evidente que os argumentos válidos dependem de uma certa estrutura, de modo que quando se tem todas as premissas verdadeiras, não se pode acarretar numa conclusão falsa. "A verdade das premissas é incompatível com a falsidade da conclusão" (Alencar Filho, 2002, pág. 88).

Quando o argumento não é valido, é chamado de sofisma. Dessa forma, "todo argumento tem um valor lógico, digamos V se é **válido (correto, legítimo)** ou F se é um sofisma **(incorreto, ilegítimo)"** (Alencar Filho, 2002, pág. 88).

- Exemplo de argumento válido:

  P_1: Maria é professora.

  P_2: Todas as professoras são alfabetizadas.

  Q_1: Logo, Maria é alfabetizada.

Observe que as premissas P_1 e P_2 são verdadeiras e garantem a conclusão Q_1, tornando o argumento válido.

- Exemplo de argumento inválido:

  P_3: Neymar é jogador de futebol.

  P_4: Alguns jogadores de futebol ganharam a "Bola de Ouro" da FIFA.

Q_2: Logo, Neymar ganhou a bola de ouro da FIFA.

Note que, embora as premissas P_3 e P_4 sejam verdadeiras, elas não garantem a conclusão Q_2 (que é F), tornando assim, o argumento inválido.

2.6.1. Regras de Inferência

Adição (AD),simplificação (SIMP), conjunção (CONJ), absorção (ABS), modus ponens (MP), modus tollens (MT), silogismo disjuntivo (SD), silogismo hipotético (SH), dilema construtivo (DC) e dilema destrutivo (DD) são conhecidos como argumentos válidos fundamentais ou básicos.

> Os argumentos básicos da lista anterior são usados para fazer “Inferências”, isto é, executar os “passos” de uma dedução ou demonstração, e por isso chamam-se, também, regras de inferência, sendo habitual escrevê-los na forma padronizada abaixo indicada colocando as premissas sobre um traço horizontal e, em seguida, a conclusão sob o mesmo traço (Alencar Filho, 2002, pág. 91).

Dessa maneira, a linha que aparece nas regras de inferência a seguir separa as premissas da conclusão. Trata-se de uma convenção usada em lógica para mostrar que, a partir das premissas listadas acima da linha, pode-se inferir a conclusão abaixo dela.

- Regra da Adição (AD): “Dada uma proposição p, dela se pode deduzir a sua disjunção com qualquer outra proposição, isto é, deduzir $p \vee q$, ou $p \vee r$, ou $s \vee p$, ou $t \vee p$, etc” (Alencar Filho, 2002, pág. 92).

  (i) $\frac{p}{p \vee q}$ (ii) $\frac{p}{q \vee p}$

  Exemplo: Seja $p\colon 2\ é\ primo$ e $q\colon 3\ é\ par$, note que $p \longmapsto p \vee q$ e $p \longmapsto q \vee p$, independente da validade ou não de q.

- Regra da Simplificação (SIMP): “Da conjunção $p \wedge q$ de duas proposições se pode deduzir cada uma das proposições, p ou q” (Alencar Filho, 2002, pág. 93).

  (i) $\frac{p \wedge q}{p}$ (ii) $\frac{p \wedge q}{q}$

  Exemplo: Seja $p\colon 2\ é\ primo$ e $q\colon 2\ é\ par$, note que $p \wedge q \longmapsto p$ e $p \wedge q \longmapsto q$.

- Regra da Conjunção (CONJ): “Permite deduzir de duas proposições dadas p e q (premissas) a sua conjunção $p \wedge q$ ou $q \wedge p$ (conclusão)” (Alencar Filho, 2002, pág. 93).

(i) $\dfrac{\begin{array}{l} p \\ q \end{array}}{p \wedge q}$ (ii) $\dfrac{\begin{array}{l} p \\ q \end{array}}{q \wedge p}$

Exemplo: Seja $p: 2 \text{ é } primo$ e $q: 2 \text{ é } par$, note que $p, q \longmapsto p \wedge q$ e $p, q \longmapsto q \wedge p$, uma vez que, tanto p, quanto q, tem valor lógico verdade.

- Regra da Absorção (ABS): Esta regra permite, dada uma condicional $p \rightarrow q$ como premissa, dela deduzir como conclusão uma outra condicional com o mesmo antecedente p e cujo consequente e a conjunção $p \wedge q$ das duas proposições que integram a premissa, isto é, $p \rightarrow (p \wedge q)$. (Alencar Filho, 2002, pág. 94).

$$\frac{p \rightarrow q}{p \rightarrow (p \wedge q)}$$

Exemplo: Seja $p: x + 2 = 5$ e $q: x = 3$, note que $p \rightarrow q \longmapsto p \rightarrow (p \wedge q)$.

- Regra Modus Ponens (MP): "Também chamada Regra de separação e permite deduzir q (conclusão) a partir de $p \rightarrow q$ e p (premissas)" (Alencar Filho, 2002, pág. 94).

$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \end{array}}{q}$$

Exemplo: Seja $p: n \text{ é } um\ número\ par$ e $q: n^2 \text{ é } um\ número\ par$. Note que $p \rightarrow q,\ p \longmapsto q$.

- Regra Modus Tollens (MT): "Permite, a partir das premissas $p \rightarrow q$ (condicional) e $\sim q$ (negação do consequente), deduzir como conclusão $\sim p$ (negação do antecedente)" (Alencar Filho, 2002, pág. 94).

$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \end{array}}{\sim p}$$

Exemplo: Seja $p: n \text{ é } um\ número\ par$ e $q: n^2 \text{ é } um\ número\ par$. Note que $p \rightarrow q,\ \sim q \longmapsto \sim p$.

- Regra do Silogismo Disjuntivo (SD): "Permite deduzir da disjunção $p \vee q$ de duas proposições e da negação $\sim p$ (ou $\sim q$) de uma delas a outra proposição q (ou p)" (Alencar Filho, 2002, pág. 95).

(i) $\dfrac{\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \end{array}}{q}$ (ii) $\dfrac{\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim q \end{array}}{p}$

Exemplo: Seja $p: x \text{ é } um\ número\ par$ e $q: x \text{ é } um\ número\ ímpar$. Note que $p \vee q,\ \sim p \longmapsto q$ e $p \vee q,\ \sim q \longmapsto p$.

- Regra do Silogismo Hipotético (SH): “Esta regra permite, dadas duas condicionais: $p \to q$ e $q \to r$ (premissas), tais que o consequente da primeira coincide com o antecedente da segunda, deduzir uma terceira condicional $p \to r$ (conclusão) cujo antecedente e consequente são respectivamente o antecedente da premissa $p \to q$ e o consequente da outra premissa $q \to r$ (transitividade da seta →)” (Alencar Filho, 2002, pág. 95).

$$\begin{array}{c} p \to q \\ \underline{q \to r} \\ p \to r \end{array}$$

Exemplo: Seja *p: fazer calor*, *q: Ana vai à praia* e *r: Ana arruma a casa*. Assim, temos:

1. Premissa: “Se fizer calor, então Ana irá à praia”.
2. Premissa: “Se Ana irá à praia, então Ana arrumará a casa”.
3. Conclusão: “Se fizer calor, então Ana arrumará a casa”.

Note que $p \to q,\ \ q \to r \longmapsto p \to r$.

- Regra do Dilema Construtivo (DC): “Nesta regra, as premissas são duas condicionais e a disjunção dos seus antecedentes, e a conclusão é a disjunção dos consequentes destas condicionais” (Alencar Filho 2002, pág. 95).

$$\begin{array}{c} p \to q \\ r \to s \\ \underline{p \vee r} \\ q \vee s \end{array}$$

Exemplo: Seja *p: multiplicar dois números pares, q: resultado ser par, r: multiplicar dois números ímpares* e *s: resultado ser ímpar*.

1. Premissa: “Se eu multiplicar dois números pares, então o resultado será um número par”.
2. Premissa: “Se eu multiplicar dois números ímpares, então o resultado será um número ímpar”.
3. Premissa: “Multiplicar dois números pares ou dois números ímpares”.
4. Conclusão: “O resultado será par ou será ímpar”.

Observe que $p \to q,\ \ r \to s,\ \ p \vee r \longmapsto q \vee s$.

- Regra do Dilema Destrutivo (DD): “Nesta regra, as premissas são duas condicionais e a disjunção da negação dos seus consequentes, e a conclusão é a disjunção da negação dos antecedentes destas condicionais” (Alencar Filho, 2002, pág. 96).

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \underline{\sim q \vee \sim s} \\ \sim p \vee \sim r \end{array}$$

Exemplo: Seja $p\colon x + 5 = 7$, $q\colon x = 2$, $r\colon 5 - x = 2$ e $s\colon x = 3$.

Observe que $p \rightarrow q,\quad r \rightarrow s,\quad \sim q \vee \sim s \longmapsto \sim p \vee \sim r$.

" Com o auxílio destas dez regras de inferência pode-se demonstrar a validade de um grande número de argumentos mais complexos" (Alencar Filho, 2002, pág. 92).

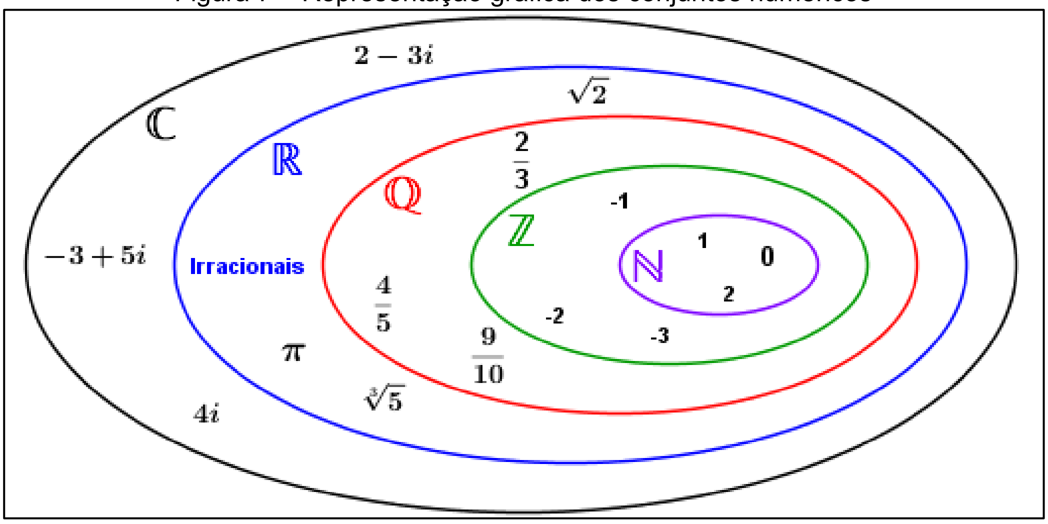
Estes argumentos são válidos como consequência imediata da tabela verdade e, são utilizados para fazer inferências, ou seja, é através dos argumentos válidos que podemos fazer as inferências, veja abaixo a definição:

> Uma inferência, quando se fixa uma linguagem conveniente para expressar os juízos de que se compõe, se expressa por um conjunto ordenado de sentenças: as premissas e a conclusão. O passo lógico das premissas à conclusão constitui numa dedução. Uma inferência se diz válida, se de premissas verdadeiras, obtivermos necessariamente conclusões também verdadeiras (Abe; Scalzitti; Silva Filho; 2001, pág. 84).

Seja na resolução de problemas, no argumentar do dia a dia, e até na tentativa de persuadir de alguma forma, o argumento consistente e bem estruturado tem maiores chances de se concretizar no objetivo.

Como foi visto anteriormente, a associação com a teoria de conjuntos está inteiramente relacionada com os conectivos lógicos e, compreender que uma determinada situação faz parte ou não de determinado fato, contribui bastante para uma melhor argumentação.

Figura 7 – Representação gráfica dos conjuntos numéricos



Fonte: Site Central das Exatas

Dentre as regras de inferência, duas serão focos deste estudo por ser de fácil entendimento e, acredita-se ser compatível com o nível dos estudantes envolvidos no estudo: Regra **modus ponens** (MP) e a Regra **modus tollens (MT).** De acordo com a Figura *7*, é possível organizar argumentos utilizando estas duas regras de inferência como os seguintes:

- **Regra modus ponens**

  Premissa maior P1: se 2 é natural, então ele é racional.

  Premissa menor P2: 2 é natural

  Conclusão P3: 2 é racional.

  Seja $p\text{: } 2 \text{ é } natural$ e $q\text{: } 2 \text{ é } racional$, o argumento acima fica assim estruturado:

"*Se 2 é natural, então 2 é racional. Mas 2 é natural. Logo, 2 também é racional*".

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p \qquad\;} \\ q \end{array}$$

Nota-se aqui que se trata de argumentos válidos, visto que, como pode ser observado na Figura 7, que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ e dessa forma, $2 \in \mathbb{N}$ e $2 \in \mathbb{Q}$.

- **Regra modus tollens**

  Premissa maior P1: se x é natural, então ele é racional.

  Premissa menor P2: x não é racional

  Conclusão P3: x não é natural.

  Seja $p\text{: } x \text{ é } natural$ e $q\text{: } x \text{ é } racional$, o argumento acima fica assim estruturado:

  "*Se x é natural, então x é racional. Mas x não é racional. Logo, x não é natural*".

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{\sim q \qquad} \\ \sim p \end{array}$$

Como $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ e, pela premissa menor $x \notin \mathbb{Q}$, tem-se que $x \notin \mathbb{N}$.

Ao longo das atividades apresentadas aos alunos, eles se depararam com alguns argumentos de diversas formas, inclusive no modus ponens e modus tollens, para analisarem se tem valor lógico verdadeiro (V) ou falso (F).

2.7. Aprimorando o Uso de Argumentos Válidos

Considerando que a Matemática em si, é construída sobre argumentos válidos de forma que se passa despercebido aos olhos de muitos professores, apresentamos uma ideia de como aprimorar o uso dos argumentos válidos nas aulas de Matemática nos anos finais do ensino fundamental.

Vale aqui ressaltar que não se trata de ensinar a lógica matemática aos estudantes do ensino fundamental, mas sim, de fazer uso dela no desenrolar das aulas em diferentes metodologias aplicadas pelo professor. Uma proposta de aliar a lógica, sobretudo a lógica proposicional, às estratégias de ensino.

A abordagem aqui sugerida será por meio de uma aplicação em sala de aula no sentido de sondar a compreensão lógica dos estudantes e também aprimorar naturalmente a capacidade de argumentação dos estudantes por meio de atividades sequenciadas. Neste caso, abordaremos questões voltadas para situações do cotidiano, bem como a conteúdos da Matemática referente ao ano de estudo da turma.

Antes de propor um modelo de aplicação que vise o desenvolvimento dos argumentos válidos nas aulas de Matemática, principalmente no âmbito da lógica proposicional, veremos que, além de 10 competências gerais para a educação, a BNCC traz competências específicas para cada componente curricular.

Para o ensino de Matemática no ensino fundamental temos as seguintes competências específicas de matemática para o ensino fundamental segundo a BNCC:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar

e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

2.8. Organização dos conteúdos de matemática no ensino fundamental

Os conteúdos de matemática, apresentados pela BNCC como objetos de conhecimentos, são organizados em Eixos Temáticos a saber: Números; Álgebra; Geometria; Probabilidade e Estatística; Grandezas e Medidas.

Abaixo segue essa divisão dos objetos de conhecimento do 7º ano do Ensino Fundamental, foco do nosso estudo.

Números – Múltiplos e divisores de um número natural; Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples; Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações; Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador; Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.

Álgebra – Linguagem algébrica: variável e incógnita; Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica;

Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais; Equações polinomiais do 1º grau.

Geometria – Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem; Simetrias de translação, rotação e reflexão; A circunferência como lugar geométrico; Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal; Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos; Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero

Grandezas e medidas – Problemas envolvendo medições; Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais; Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros; Medida do comprimento da circunferência

Probabilidade e estatística – Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências; Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados; Pesquisa amostral e pesquisa censitária; Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações; Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados.

CAPÍTULO III

3. Aplicação em sala de aula

Sequência de atividades desenvolvidas com estudantes de turmas de 7º ano de uma escola localizada na área rural de um município no interior da Bahia.

A engenharia didática é uma metodologia de pesquisa, que tem como principal nome a Matemática francesa Michèle Artigue.

> A engenharia didática (ED) possui quatro fases: análises prévias, concepção e análise *a priori*, experimentação, e análise *a posteriori* e validação. Embora seja estruturada em quatro etapas, estas não são necessariamente feitas nessa ordem; o pesquisador tem total liberdade para transitar entre as diferentes fases quando julgar necessário, além de realizar confronto contínuo entre as análises *a priori* e *a posteriori* durante todo desenvolvimento da sequência didática, o que difere a ED de outras metodologias de pesquisa que realizam experimentações com sequências didáticas (Rosa; Bittar, 2023, pág. 7) .

Este estudo não está centrado na teoria de Michèle Artigue, mas as atividades abordadas aqui, pode ser perfeitamente englobada nessas fases.

Primeiro houve uma sondagem informal junto ao professor da turma da disciplina de Matemática e de outras disciplinas sobre as condições da turma e algumas individualidades, podemos assim, entender que aqui houve as **análises prévias.**

Na elaboração das situações e ações a serem desenvolvidas junto aos alunos, é realizado uma prévia das ações dos estudantes e do comportamento perante a realização das ações. Assim, se constitui a fase da **concepção e análise a priori.**

Durante a aplicação das atividades propostas há a fase da **experimentação**. E por fim, durante os momentos de socialização, e no Capítulo 4, destinado a análises dos resultados, se concretiza a fase da **análise a posteriori e validação.**

No primeiro momento da aplicação da atividade, houve uma interação entre professor-aluno e entre aluno-aluno no sentido de sondar e refletir sobre o significado de lógica, em seguida, uma breve explanação dos objetivos do trabalho.

Para a **Turma 1**, houve a aplicação de um teste, após orientações básicas como ler com atenção, procurar resolver de forma individual, solicitar ajuda ao professor aplicador do teste nos casos de dificuldades com leituras, possíveis erros nos enunciados entre outras.

O teste é composto de quatro situações e, fazendo uma análise a priori, como nos diz a teoria da Engenharia Didática em Matemática, espera-se que o estudante possa ler, pensar, interpretar e descrever com riqueza de detalhes, de acordo com o nível esperado pelo ano de estudo da turma, as justificativas de suas respostas.

Na Situação 1, o que se espera é que os estudantes consigam classificar corretamente como verdadeira ou falsa cada uma das sentenças dispostas em fichas, conforme o Anexo E, e argumente o porquê da classificação escolhida.

Na Situação 2, cada aluno deverá escolher uma opção de resposta, entre as disponíveis no Anexo F, sem a necessidade de justificação. Espera-se que, após leitura consistente e uma boa análise, o estudante possa identificar corretamente o valor lógico de cada proposição e/ou argumentos.

Na Situação 3, os estudantes serão convidados a resolver, conforme Anexo G, questões lógicas retiradas das Olimpiadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e, espera-se que eles possam ler com atenção, perceber os sentidos lógicos, elaborar esquemas de resolução e resolver corretamente cada situação problema.

Por fim, **na Situação 4**, espera-se que cada aluno expresse de forma clara suas ideias e que seja capaz de justificar os benefícios do raciocinar coerentemente para a vida deles tanto no dia a dia quanto na vida escolar. Espera-se também que, a partir dos questionamentos do Anexo H, faça uma autoavaliação de sua atitude perante o teste, relatando as dificuldades percebidas durante o mesmo, bem como, se a falta de costume com questões deste tipo contribuiu para as maiores dificuldades e possíveis erros.

Para a **Turma 2**, o teste foi deixado para ser realizado ao final das 4 ações em sala de aula, no sentindo de melhorar a argumentação.

Na Ação 1, espera-se que os alunos possam classificar corretamente o valor lógico de proposições, descrever a sua negação de uma proposição e perceber que quando o valor lógico de uma proposição é verdadeiro, a sua negação é falsa e que quando o valor logico da proposição é falso, da negação é verdadeiro. Também se espera que o estudante compreenda como é a construção da tabela verdade e, de maneira intuitiva, perceba quando há validade no caso da conjunção ($\wedge$) e da disjunção ($\vee$).

Na Ação 2, espera-se a compreensão e a solidificação de conhecimentos a respeito da validade das proposições (negação, conjunção e disjunção)

Na Ação 3, espera-se que, de maneira natural, o estudante aprenda a analisar um argumento no estilo modus ponens e modus tollens intuitivamente.

Na Ação 4, espera-se que o aluno resolva situações problemas lógicos de forma pensada, organizada e criteriosa, bem como, saiba analisar o resultado se faz sentido ou não.

Ação 01: descobrindo a tabela verdade de maneira natural

Distribuir fichas com proposições para os alunos e, em seguida, convidar a:

a) classificar a proposição como verdadeira ou falsa utilizando a tabela abaixo.

Tabela 13 – Modelo 1 (tabela de valor lógico)

PROPOSIÇÃO 1	
PROPOSIÇÃO	**VALOR LÓGICO**
Hoje é segunda-feira.	( ) Verdadeiro
	( ) Falso
JUSTIFICATIVA:______________________________	

Fonte: Elaborada pelo autor (2024).

b) Negar a proposição recebida e classificar como verdadeira ou falsa.

Tabela 14 – Modelo 2 (tabela de valor lógico)

PROPOSIÇÃO 1	
NEGAÇÃO DA PROPOSIÇÃO	**VALOR LÓGICO**
Hoje não é segunda-feira.	( ) Verdadeiro ( ) Falso
JUSTIFICATIVA:____	

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

c) Comparar o valor lógico de uma proposição com o de sua negação: Observando a validade da proposição e de sua negação, o que você pode perceber?

d) Associar-se com um colega e formar uma nova proposição utilizando o conectivo "e" e o conectivo "ou".

Tabela 15 – Modelo 3 (tabela de valores lógicos)

Proposição composta com o conectivo "e"			
Proposições	p_1:	q_1:	p_1 e q_1:
Valor lógico	( ) V ( ) F	( ) V ( ) F	( ) V ( ) F
Justificativa do valor lógico da proposição p_1 e q_1: ______________________________			

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

Tabela 16 – Modelo 4 (tabela de valores lógicos)

Proposição composta com o conectivo "ou"			
Proposições	p_1:	q_1:	p_1 ou q_1:
Valor lógico	( ) V ( ) F	( ) V ( ) F	( ) V ( ) F
Justificativa do valor lógico da proposição p_1 ou q_1: ______________________________			

Fonte: Elaborada pelo autor (2024)

e) Formar equipes de maneira orientada, de modo que em cada equipe tenha todas as possibilidades de valor lógico para as proposições 'p e q' e 'p ou q', ou seja, valores lógicos VV, VF, FV, FF.

f) Após análise das respostas de cada dupla da sua equipe, explique quando o valor lógico é falso e quando o valor lógico é verdadeiro das preposições formadas com o "e" e com o "ou". Não esqueça de observar os valores lógicos das proposições simples, isto é, das proposições que cada um, recebeu na ficha.

Ação 2: consolidação da tabela verdade

- Neste momento o professor aplicador traz as soluções apresentadas pelos alunos explicando o que é a tabela verdade e deixa claro quando um argumento é válido ou não em cada caso.
- Apresenta a forma simbólica e solicita representação na lousa das respostas já realizadas.
- O professor aplicador apresenta mais alguns exemplos (vê Anexo B) de tabela verdade a partir de proposições do dia a dia e do conteúdo matemático referente ao ano em estudo, neste caso, o 7º ano.

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

- Apresentação, conforme Anexo C, de situações no estilo modus ponens e modus tollens que leve a turma, de maneira oral e intuitiva, chegar às conclusões.
- Explicar o critério de validade dos argumentos das inferências lógicas modus ponens e modus tollens, deixando claro que é a estrutura que determina a validade de cada argumento, isto é, a lógica se preocupa com a estrutura e não com a validade ou não das premissas.

Ação 4: questões da OBMEP (Anexo D).

Apresentar algumas questões e, juntos, procurar: entender o problema (coletar informações), traçar um plano de resolução, executar o plano e fazer um retrospecto para verificar a validade ou não da solução.

Após a execução das 4 ações, haverá um momento de retomada e de sondagem oral do que foi abordado, onde haverá um quadro com o resumo dos principais itens abordados, uma autoavaliação dos envolvidos sobre os conceitos adquiridos e alguns questionamentos orais como: como vocês analisam está linguagem adotada nessas ações trabalhadas? É possível aprender matemática a partir de afirmações como as abordadas nas atividades? Como vocês se sentiram diante dos questionamentos em que deveriam julgar ou como verdadeiro ou como falso? Dentre outros questionamentos. Em seguida, haverá a aplicação do teste.

3.1.1. O teste

Situação 1: Distribuir cartas com diversas proposições simples do dia a dia, onde cada estudante sorteará uma ou mais cartas e irá analisar sua veracidade ou falsidade, justificando sua resposta.

1. Exemplos de possíveis proposições:

(i) p: está chovendo.
(ii) q: a rua está molhada.
(iii) r: um número negativo é sempre maior que zero.
(iv) s: 36 é múltiplo de 12.
(v) t: a soma de dois números negativos resulta em um número positivo.
(vi) u: 12 pode ser escrito como soma de dois números primos.

Situação 2: questionário com questões em que o estudante irá marcar como verdadeiro ou falso cada questão ou escolher uma das opções que completa o enunciado. Nesta situação terá questões de lógica proposicional envolvendo negação, conjunção e disjunção, modus ponens e modus tollens.

- Exemplos das questões:

1. Marque a opção correta em cada situação.

a) O triangulo retângulo tem um ângulo de 90 graus.
( ) verdadeiro ( ) falso

b) Se chover, eu vou plantar. Está chovendo. Podemos concluir que:
( ) eu vou plantar. ( ) eu não vou plantar. ( ) não choveu.

c) O número 6 pode ser escrito como um produto de números primos.
( ) verdadeiro ( ) falso

d) A multiplicação de dois números ímpares resulta em um número ímpar.
( ) verdadeiro ( ) falso

Situação 3: várias questões de caráter lógico retiradas da OBMEP dispostas em fichas, onde o aluno escolhe aleatoriamente uma questão e busque a sua solução (algumas questões serão repetidas, onde os estudantes que pegar a mesma questão, depois de um certo tempo, irão sentar-se juntos para comparar as ideias e apresentar a solução). Ao juntar-se em equipe, cada grupo receberá o questionário abaixo.

- Questionários em equipe:

1. Relate qual ou quais as dificuldades sentiram em compreender a situação problema antes de se juntar ao grupo.
2. Quantos do grupo já havia resolvido questões deste tipo?
3. Quantos conseguiram responder à questão antes de se juntar ao grupo?
4. Quais informações importantes a questão forneceu para vocês?
5. Como vocês fizeram para responder essa questão? Fizeram desenhos, ou esquemas de resolução, todos tiveram a mesma ideia ou foram ideias diferentes? Como fizeram para chegar a um consenso sobre qual solução seria a verdadeira?
6. Apresente a solução encontrada pelo grupo, justificando a resposta.

Situação 4: o aluno, individualmente, responderá ao seguinte questionário:

1. Durante o dia a dia, você está sempre argumentando, ou seja, explicando algo ou justificando alguma situação, seja com os pais, com os colegas, durante a resolução de atividades na escola e, até mesmo explicando para o professor o porquê de não ter feito determinado trabalho. Em sua opinião, qual a importância de uma boa argumentação?
2. Algumas vezes respondemos muito apressadamente, seja na escola, em casa ou entre os amigos e, nem sempre o que respondemos está bem argumentado. Para você, qual a importância de pensar, ou seja, raciocinar antes de responder a qualquer pessoa ou qualquer situação problema matemático?
3. Durante essas aulas, você participou desta atividade respondendo questões e justificando suas respostas.

a) Relate quais foram as dificuldades enfrentadas durante as situações aqui apresentada.

b) Relate se gostou ou não da experiência de participar destas atividades, justificando sua resposta.

4. Caso queira, deixe abaixo mais algum comentário que julgar relevante.

Finalizando o teste na turma, houve um momento de socialização das percepções e estratégias utilizadas pelos estudantes durante a realização do teste e, em seguida, os agradecimentos pela dedicação, colaboração e empenho de todos.

3.2. Avaliação das atividades desenvolvidas

O processo de avaliação das atividades desenvolvidas ao longo da aplicação da sequência de atividades com estudantes do 7º ano ocorreu da seguinte forma:

- Observação do envolvimento dos alunos durante as aulas;
- Análise das respostas dos alunos durante as resoluções de problemas e justificativas de proposições;
- Retorno dos alunos sobre como eles se saíram no teste para auxiliá-los em argumentações futuras;
- Autoavaliação por parte dos estudantes.

No decorrer deste capítulo, foram exploradas estratégias destinadas a aprimorar o uso de argumentos válidos, como as ações lógicas, contribuindo para o desenvolvimento de uma linguagem lógica intuitiva e para fortalecer a capacidade de construir e analisar argumentos de maneira eficaz. O teste sugerido permitirá avaliar além da compreensão teórica, a aplicação prática dos conceitos no contexto da Matemática e servirá como um meio de consolidar os aprendizados adquiridos e auxiliar nos próximos passos deste estudo.

CAPÍTULO IV

4. Análise e Discussão dos Resultados

Faz-se necessário uma análise criteriosa dos argumentos utilizados tanto pelo educador quanto pelos educandos. Cury (2013, pág. 15) destaca que “a análise das produções escritas dos alunos vem sendo realizada sob diferentes enfoques, dependendo dos pressupostos teóricos predominantes nas diversas épocas e locais em que foram desenvolvidas”.

Assim, tanto no contexto da atividade desenvolvida junto aos alunos do 7º ano, como em demais momentos em sala de aula por diversos professores, se faz necessário, analisar as resoluções de produções dos estudantes de diferentes maneiras.

Como relatado no capítulo anterior, desenvolveu-se 4 ações “lógicas” e a realização de um teste composto de 4 situações em duas turmas de alunos de 7º ano. Na turma “A”, houve apenas a realização do teste e, na turma “B”, as ações lógicas, seguida do teste.

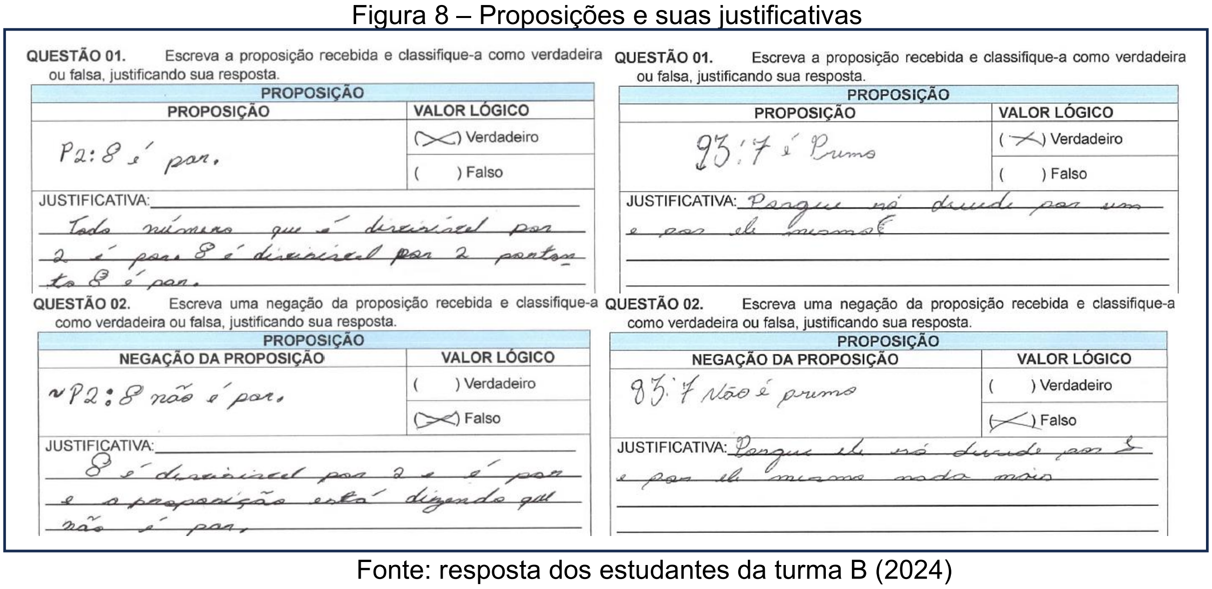
4.1. Analisando as “4 ações lógicas” aplicadas na turma B

Antes da realização das ações, além dos objetivos das atividades a serem desenvolvidas, foram abordados os seguintes assuntos orientado por slides e, seguido de bate-papo com a turma: conceitos básicos necessários, seguidos de exemplos, para o desenvolvimento das ações e do teste como a definição de proposição; negação de uma proposição; apresentação dos conectivos lógicos ∧ 'e' e ∨ 'ou'; conceito de argumentação; breve conversas sobre os conteúdos: conjunto dos números inteiros, múltiplos e divisores, já estudados nas aulas de Matemática; e, algumas situações diárias envolvendo massa, distância, tempo, variação de temperatura e outras grandezas.

Durante o desenvolvimento das ações, notou-se uma sensação de espanto com a linguagem usada e ao mesmo tempo uma certa competitividade entre os alunos, preocupando apenas em responder rápido e esquecendo de se concentrar de fato nas proposições enunciadas. Porém, com o desenrolar das ações, principalmente a partir da Ação 2, notou-se uma certa evolução do alunado na maneira de se expressar, com uma certa aquisição de conhecimentos a respeito de se argumentar de maneira correta, ainda que de forma tímida.

Na Ação 01 (descobrindo a tabela verdade de maneira natural), primeiro de forma individual, o estudante analisou o valor lógico de uma proposição e justificou; negou a proposição e justificou o valor lógico e, em seguida, comparou os valores lógicos da proposição e de sua negação. Durante essa parte inicial da Ação 1, a turma apresentou algumas incompreensões, mas ao serem orientados a focar nos enunciados das proposições, essa incompreensão foi diminuindo.

Figura 8 – Proposições e suas justificativas



QUESTÃO 01. Escreva a proposição recebida e classifique-a como verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
P2: 8 é par.	(X) Verdadeiro ( ) Falso

JUSTIFICATIVA: Todo número que é divisível por 2 é par. 8 é divisível por 2 portanto 8 é par.

QUESTÃO 02. Escreva uma negação da proposição recebida e classifique-a como verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

NEGAÇÃO DA PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
~P2: 8 não é par.	( ) Verdadeiro (X) Falso

JUSTIFICATIVA: 8 é divisível por 2 e é par e a proposição está dizendo que não é par.

QUESTÃO 01. Escreva a proposição recebida e classifique-a como verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
P3: 7 é Primo	(X) Verdadeiro ( ) Falso

JUSTIFICATIVA: Porque só divide por um e por ele mesmo

QUESTÃO 02. Escreva uma negação da proposição recebida e classifique-a como verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

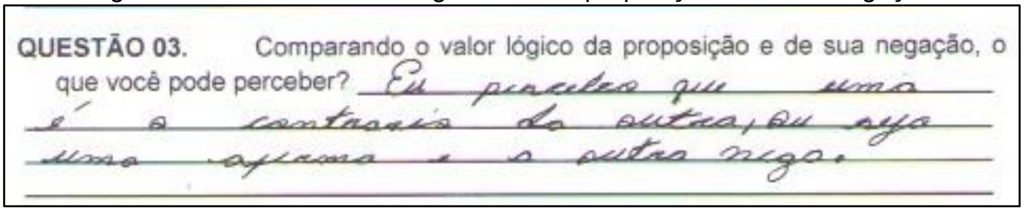
NEGAÇÃO DA PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
P3: 7 Não é primo	( ) Verdadeiro (X) Falso

JUSTIFICATIVA: Porque ele só divide por 1 e por ele mesmo nada mais

Fonte: resposta dos estudantes da turma B (2024)

A turma, de maneira geral, a exemplo das respostas apresentadas na Figura 8, apresentaram argumentos bem consistentes. Note que na Figura 8 tem as proposições p_2 e $\sim p_2$, q_3 e $\sim q_3$.

Figura 9 – Análise do valor logico de uma proposição e de sua negação

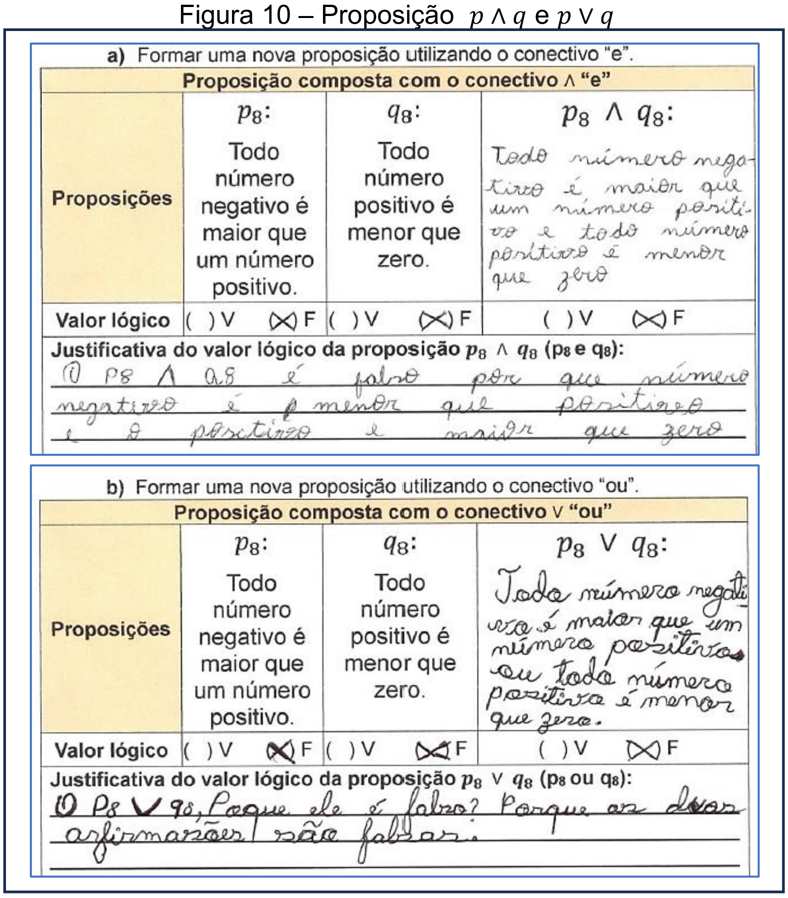

QUESTÃO 03. Comparando o valor lógico da proposição e de sua negação, o que você pode perceber? Eu percebo que uma é o contrário da outra, ou seja uma afirma e a outra nega.

Fonte: resposta dos estudantes da turma B (2024)

Ao comparar os valores lógicos de uma proposição p e de sua negação $\sim p$, 81,25%, conseguiram justificar corretamente que apresentam valores lógicos contrários, como relatou o estudante na Figura 9.

Prosseguindo com a Ação 1, formou-se duplas e os alunos formaram novas proposições utilizando os conectivos lógicos ‘e’ (∧) e ‘ou’ (∨), definindo seus valores lógicos e justificando, a exemplo da Figura 10 abaixo.

Figura 10 – Proposição $p \wedge q$ e $p \vee q$


a) Formar uma nova proposição utilizando o conectivo “e”.

Proposição composta com o conectivo ∧ “e”			
Proposições	p_8: Todo número negativo é maior que um número positivo.	q_8: Todo número positivo é menor que zero.	$p_8 \wedge q_8$: Todo número negativo é maior que um número positivo e todo número positivo é menor que zero
Valor lógico	( ) V (X) F	( ) V (X) F	( ) V (X) F

Justificativa do valor lógico da proposição $p_8 \wedge q_8$ (p_8 e q_8): O P8 ∧ Q8 é falso por que número negativo é ~~p~~ menor que positivo e o positivo é maior que zero

b) Formar uma nova proposição utilizando o conectivo “ou”.

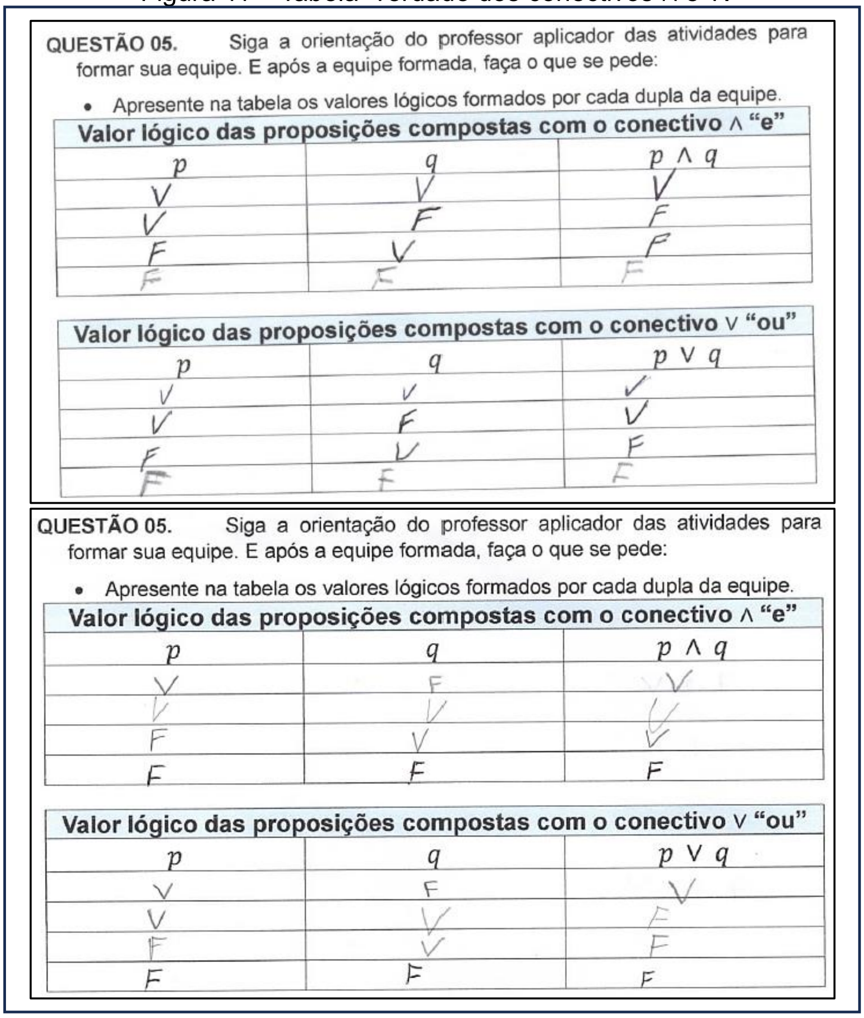
Proposição composta com o conectivo ∨ “ou”			
Proposições	p_8: Todo número negativo é maior que um número positivo.	q_8: Todo número positivo é menor que zero.	$p_8 \vee q_8$: Todo número negativo é maior que um número positivo ou todo número positivo é menor que zero.
Valor lógico	( ) V (X) F	( ) V (X) F	( ) V (X) F

Justificativa do valor lógico da proposição $p_8 \vee q_8$ (p_8 ou q_8): O P8 ∨ q8, Porque ele é falso? Porque as duas afirmações são falsas.

Fonte: Resposta dos estudantes da turma B (2024)

Para finalizar a Ação 1, formou-se dois grupos na turma de modo que fosse possível ter todos os possíveis valores lógicos de uma proposição simples tanto p quanto q, e das proposições compostas $p \wedge q$ ou $p \vee q$ e, ao preencher a tabela verdade com os valores lógicos puderam analisar as possibilidades para os valores lógicos.

Figura 11 – Tabela verdade dos conectivos ∧ e ∨.



QUESTÃO 05. Siga a orientação do professor aplicador das atividades para formar sua equipe. E após a equipe formada, faça o que se pede:

- Apresente na tabela os valores lógicos formados por cada dupla da equipe.

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∧ "e"		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∨ "ou"		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	F
F	F	F

QUESTÃO 05. Siga a orientação do professor aplicador das atividades para formar sua equipe. E após a equipe formada, faça o que se pede:

- Apresente na tabela os valores lógicos formados por cada dupla da equipe.

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∧ "e"		
p	q	$p \wedge q$
V	F	V
V	V	V
F	V	V
F	F	F

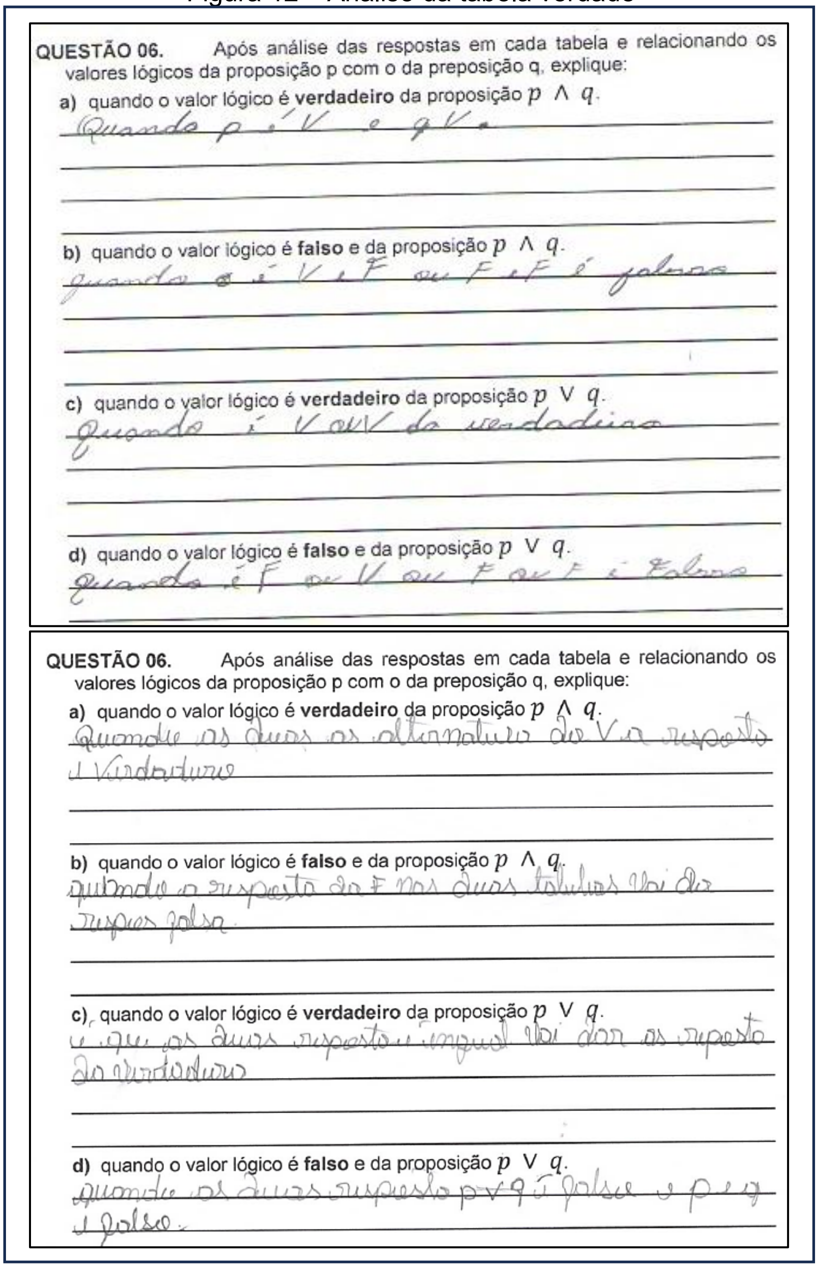
Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∨ "ou"		
p	q	$p \vee q$
V	F	V
V	V	F
F	V	F
F	F	F

Fonte: resposta dos estudantes da turma B (2024)

Nas Figuras 11 e 12, as informações do quadro da parte inferior foram de um grupo, e as do quadro da parte superior, de outro grupo. Nota-se que um dos grupos, o da parte inferior, errou na composição da tabela-verdade ao definir alguns valores lógicos das proposições simples de maneira incorreta, sendo que as proposições simples teriam, para *p* e *q,* respectivamente, os valores VV, VF, FV e FF, nessa ordem. Consequentemente, também erraram os valores lógicos das proposições compostas. No entanto, o grupo da parte superior, mesmo acertando os valores lógicos das proposições simples, errou nos valores lógicos das proposições compostas $p \vee q$. Assim, os dois grupos chegaram a conclusões erradas nos questionamentos apresentados na Figura 12.

Muitas vezes, ao se trabalhar em grupo, alguns estudantes tem um poder de convencimento maior do que outros e, mesmo não estando certo em determinadas situações, acabam influenciando os demais ao erro. Durante este momento, presenciou-se algumas argumentações de forma errada, e que influenciou diretamente nas análises dos alunos nas questões apresentadas na Figura 12.

Figura 12 – Análise da tabela verdade



QUESTÃO 06. Após análise das respostas em cada tabela e relacionando os valores lógicos da proposição p com o da preposição q, explique:

a) quando o valor lógico é **verdadeiro** da proposição $p \wedge q$.

Quando p é V e q V.

b) quando o valor lógico é **falso** e da proposição $p \wedge q$.

quando é V e F ou F e F é falso

c) quando o valor lógico é **verdadeiro** da proposição $p \vee q$.

Quando é V ou V da verdadeiro

d) quando o valor lógico é **falso** e da proposição $p \vee q$.

quando é F ou V ou F ou F é Falso

QUESTÃO 06. Após análise das respostas em cada tabela e relacionando os valores lógicos da proposição p com o da preposição q, explique:

a) quando o valor lógico é **verdadeiro** da proposição $p \wedge q$.

Quando as duas as alternativa da V a resposta é Verdadeira

b) quando o valor lógico é **falso** e da proposição $p \wedge q$.

quando a resposta da F nas duas tabelas vai dar resposta falsa.

c) quando o valor lógico é **verdadeiro** da proposição $p \vee q$.

é que as duas resposta é igual vai dar as resposta da verdadeira

d) quando o valor lógico é **falso** e da proposição $p \vee q$.

quando as duas resposta p∨q é falso e p e q é falso.

Fonte: Resposta dos estudantes da turma B (2024)

Como se nota na Figura 12, o grupo do quadro da parte de cima conseguiu descobrir quando se tem valor lógico verdade (V) e valor lógico falso (F) as proposições $p \wedge q$, mas não considerou a ordem VF e FV. Já no caso da dos valores lógicos da tabela $p \vee q$, não definiram corretamente nem os casos em que o valor logico é V e nem F, provavelmente por definir valor lógico de maneira errada na 3ª linha da coluna 3 da tabela apresentada na Figura 11. O grupo do quadro da parte de baixo, conseguiu definir corretamente os casos de o valor lógico ser V em $p \wedge q$ e errando os demais casos, tanto para $p \wedge q$, como para $p \vee q$. Como se nota na Figura 11 a tabela apresentou-se muitas inconsistências, diferenciando da tabela verdade correta que será mostrada na Ação 2, sendo um dos fatos que possibilitou conclusões erradas.

Durante a Ação 2 (consolidação da tabela verdade), a turma conseguiu compreender sem muitas dificuldades. Nesta ação apresentou-se um slide com as tabelas verdade do conectivo "e" (∧) e "ou" (∨) e os respectivos critérios de verdade e falsidade das proporções p e q ($p \wedge q$) e p ou q ($p \vee q$), conforme a Figura 13. Em seguida, um novo slide (Figura 14) com exemplos práticos onde os estudantes levantavam suas plaquinhas com V ou F, tanto para proposições simples p e q como para as compostas $p \wedge q$ e $p \vee q$. No exemplo 6 da Figura 14, os alunos criavam, oralmente, as proposições e analisavam coletivamente suas composições e seus respectivos valores lógicos.

Figura 13 – Valor lógico da tabela verdade $p \wedge q$ e $p \vee q$

Ação 02:
Consolidação da tabela verdade

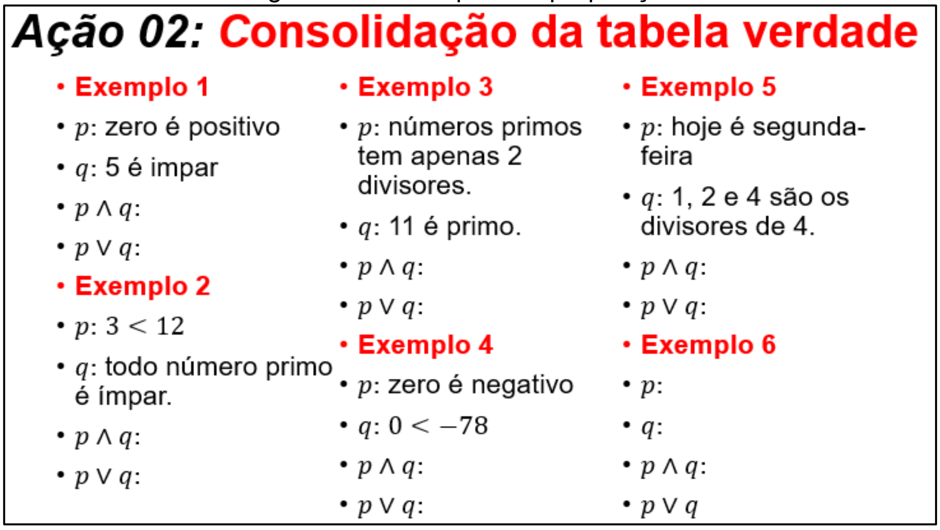
- Chama-se conjunção de duas proposições p e q a proposição representada por $p \wedge q$ (p e q), cujo valor lógico é a verdade(V) quando as proposições p e q são ambas verdadeiras e a falsidade(F) nos demais casos.
- Chama-se disjunção de duas proposições p e q a proposição representada por $p \vee q$ (p ou q), cujo valor lógico é a verdade(V) quando ao menos uma das proposições p e q é verdadeira e a falsidade(F) quando as proposições p e q são ambas falsas.

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∧ "e"		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∨ "ou"		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Fonte: Alencar Filho (2002)

Figura 14 – Exemplos de proposições

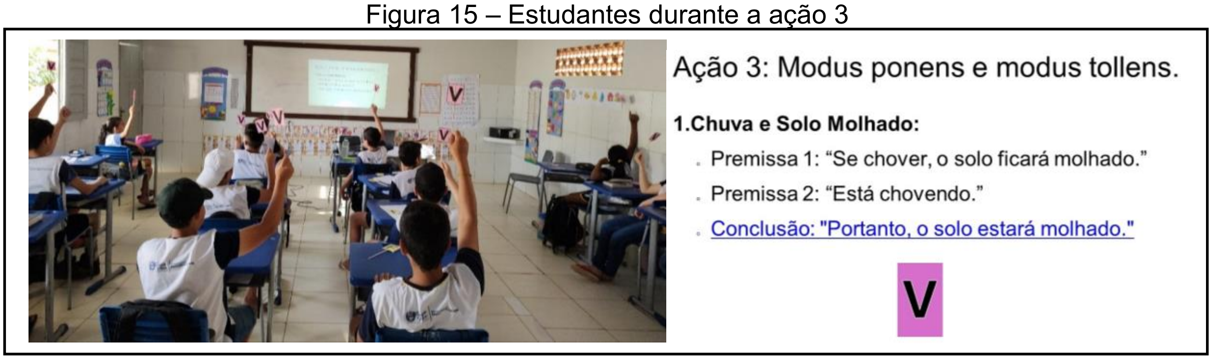


Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Notou-se uma quantidade de acertos bastante expressivo e algumas reações de indignação por parte daqueles que as vezes erravam na análise e cara de espanto de colegas por não entender como foi possível errar.

Durante a Ação 3 (modus ponens e modus tollens), foi apresentado vários slides com situações modus ponens, onde se apresentou as premissas 1 e 2 e dava-se um tempo para a turma sugerir as conclusões. Em seguida, apresentou-se a conclusão e com o auxílio de plaquinhas, conforme se encontra na Figura 15, a turma julgava a conclusão como verdadeira ou falsa. Após várias situações e explicação dos motivos de ser verdadeira ou falsas as conclusões, apresentou-se o conceito de modus ponens depois realizou-se o mesmo procedimento com situações problema no estilo modus tollens.

Figura 15 – Estudantes durante a ação 3



Fonte: Pelo autor (2024)

A turma demonstrou ter adquirido compreensão significativa destas duas regras de inferências, por se tratar de situações em que se baseia principalmente na forma em que as proposições estão organizadas.

Finalizando as ações com a **Ação 4 (Questões da OBMEP)**, que consistia em questões lógicas dos anos anteriores da OBMEP, conforme Anexo D, os estudantes, de forma oral, opinaram sobre a compreensão de cada questão e sobre as informações apresentadas pelo problema. Sugeriam um plano de resolução, e o professor (o autor deste estudo), aplicador das ações, tentava, na lousa, executar as sugestões dadas e, por fim, procurava verificar se a solução encontrada era a correta. Depois, apresentava a solução oficial do problema fornecida pela OBMEP.

Durante a realização dessa ação, muitos estudantes sugeriram planos de soluções que não funcionava, mas no decorrer dos vários problemas apresentados os planos de resolução foram melhorando.

As ações desenvolvidas contribuíram bastante para uma nova tomada de consciência e melhores habilidades nas atividades propostas e, somente após o teste, que será analisado no próximo tópico é que será possível perceber os resultados práticos das aprendizagens construídas.

4.2. Analisando "o teste aplicado" com 4 situações nas turmas A e B

Na turma A, os estudantes acolheram com entusiasmo a atividade e se mostraram bastante participativos, apesar de alguns momentos, demonstrar pouca concentração em determinadas situações. Mesmo com as devidas orientações, alguns estudantes tiveram muita dificuldade de se concentrar no enunciado das proposições e, não viam sentido em muitos deles, justamente por não estar familiarizado com o tipo de linguagem adotada, principalmente na linguagem no estilo modus ponens e modus tollens.

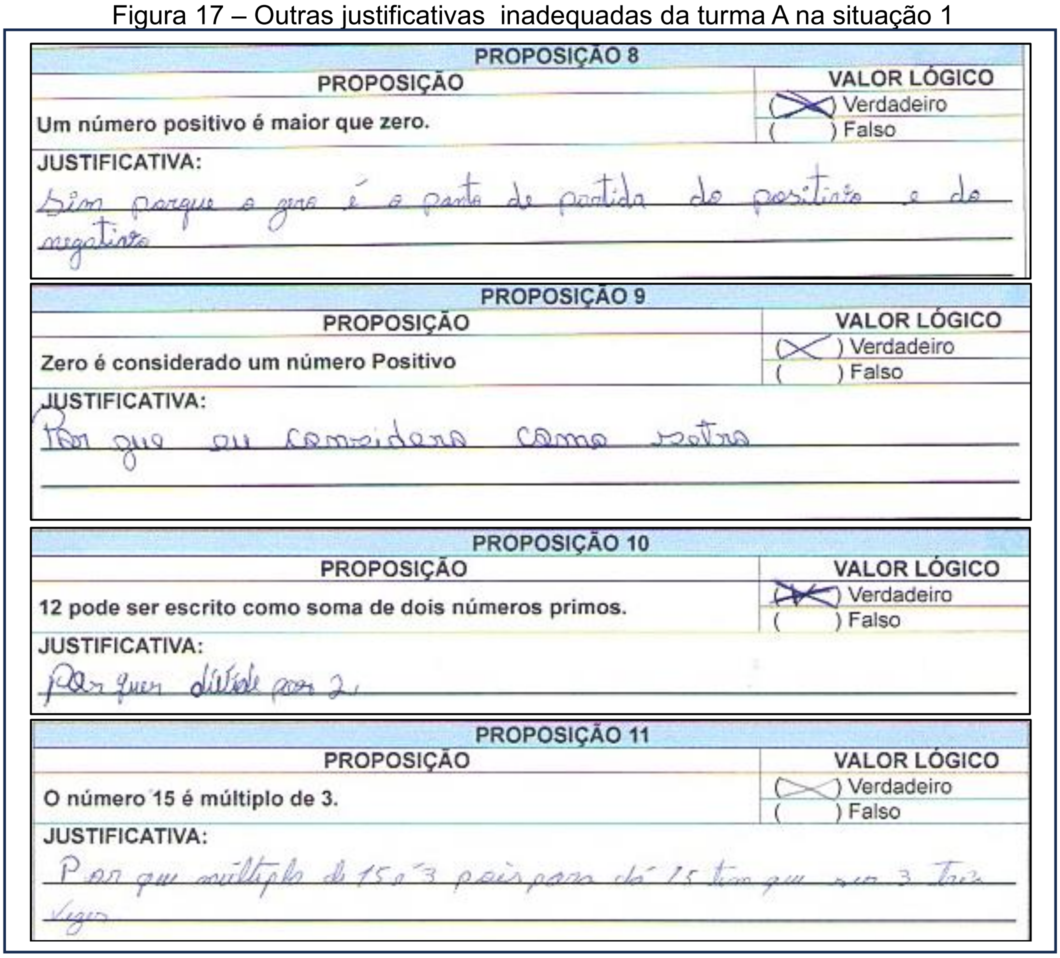
Na turma B, por já terem participado das ações lógicas, o teste fluiu de maneira mais natural e com maior rapidez do que na Turma A.

Na Situação 1, os alunos receberam uma proposição em uma ficha, para ser julgada como verdadeira ou falsa ou analisar a conclusão e, em seguida, apresentar uma justificativa, notou-se na turma A que alguns dos alunos ficaram dispersos e tiveram dificuldade de expressar suas dúvidas e de apresentar uma justificativa consistente de suas respostas como pode ser visto nas Figuras 16 e 17.

Figura 16 – Justificativas inadequadas da turma A na situação 1

Fonte: Pinto(2001)

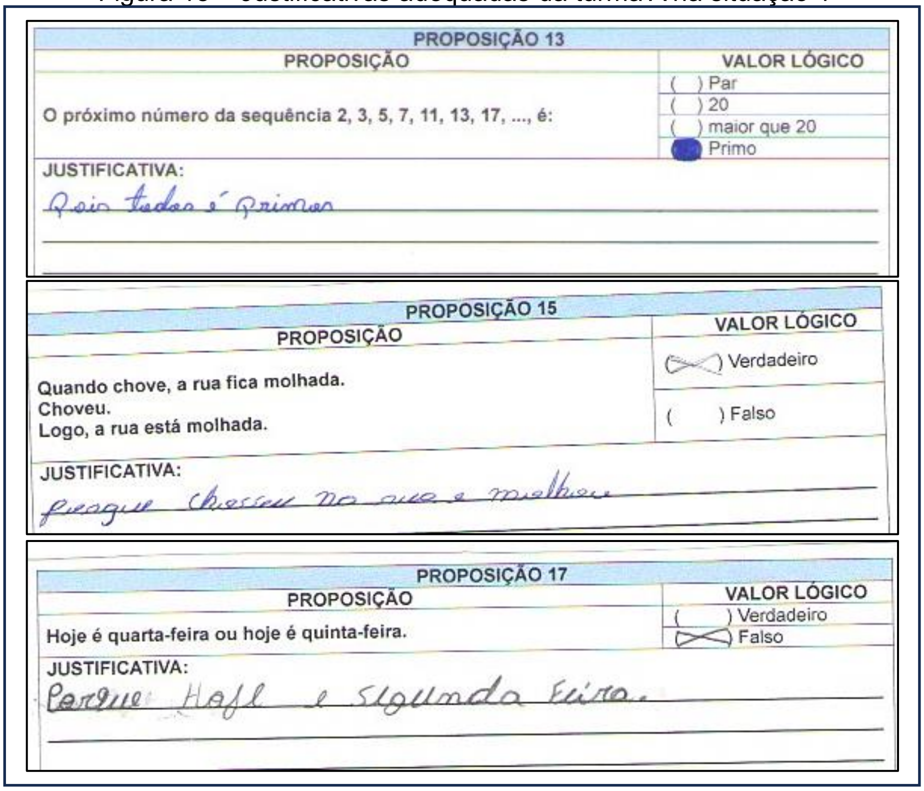
Figura 17 – Outras justificativas inadequadas da turma A na situação 1



Fonte: Resposta dos estudantes da turma A (2024)

Porém, alguns estudantes justificaram com propriedade as proposições recebidas, como se nota na Figura 18.

Figura 18 – Justificativas adequadas da turma A na situação 1


PROPOSIÇÃO 13

PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
O próximo número da sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ..., é:	( ) Par ( ) 20 ( ) maior que 20 (X) Primo

JUSTIFICATIVA: Pois todos é primos

PROPOSIÇÃO 15

PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
Quando chove, a rua fica molhada. Choveu. Logo, a rua está molhada.	(X) Verdadeiro ( ) Falso

JUSTIFICATIVA: porque choveu na rua e molhou

PROPOSIÇÃO 17

PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
Hoje é quarta-feira ou hoje é quinta-feira.	( ) Verdadeiro (X) Falso

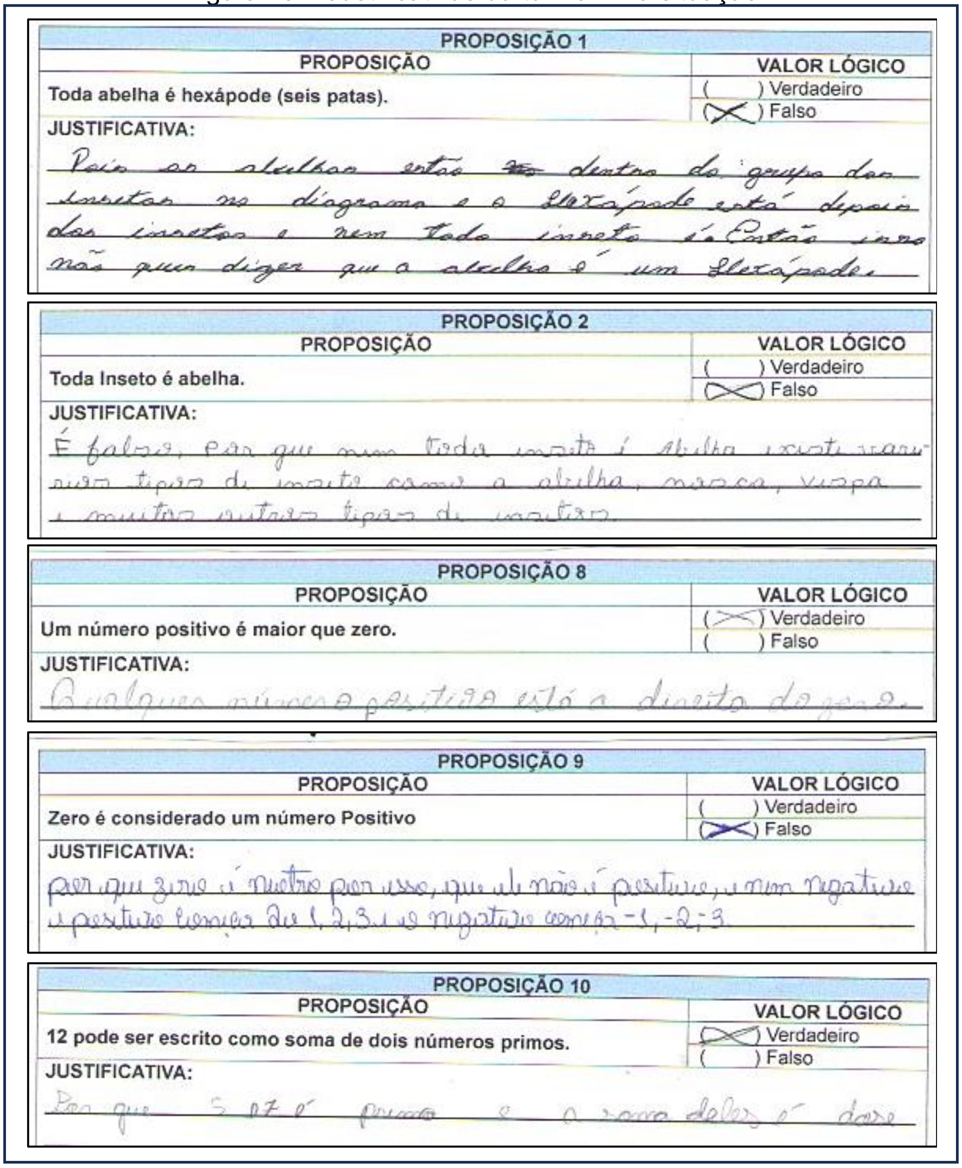
JUSTIFICATIVA: Porque Hoje e segunda Feira.

Fonte: resposta dos estudantes da turma A (2024)

Ressalta-se aqui, que a turma A conseguiu acertar aproximadamente 79% dos valores lógicos das proposições ou suas conclusões nesta Situação 1. No entanto, no que se refere à justificativa, apenas 47% conseguiram justificar suas escolhas de maneira satisfatória, mesmo fugindo do contexto em algumas situações.

Já na turma B, a Situação 1 apresentou uma maior quantidade de acertos e melhores justificativas, sendo 87,5% de acerto dos valores lógicos das proposições ou de suas conclusões e 81,25% de justificativas consideradas satisfatórias. Veja, na Figura 19, algumas dessas justificativas onde o estudante com a Proposição 1 argumentou de maneira inadequada e os com as demais proposições da figura, argumentara de maneira aceitável.

Figura 19 – Justificativas da turma B na situação 1



PROPOSIÇÃO 1	
PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
Toda abelha é hexápode (seis patas).	( ) Verdadeiro (X) Falso

JUSTIFICATIVA: Pois as abelhas estão dentro do grupo dos insetos no diagrama e o Hexápode está depois dos insetos e nem todo inseto é Então isso não quer dizer que a abelha é um Hexápode.

PROPOSIÇÃO 2	
PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
Toda Inseto é abelha.	( ) Verdadeiro (X) Falso

JUSTIFICATIVA: É falso, por que nem todo inseto é abelha existe vários tipos de inseto como a abelha, mosca, vespa e muitos outros tipos de insetos.

PROPOSIÇÃO 8	
PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
Um número positivo é maior que zero.	(X) Verdadeiro ( ) Falso

JUSTIFICATIVA: Qualquer número positivo está a direita do zero.

PROPOSIÇÃO 9	
PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
Zero é considerado um número Positivo	( ) Verdadeiro (X) Falso

JUSTIFICATIVA: por que zero é neutro por isso, que ele não é positivo, e nem negativo e positivo começa de 1, 2, 3, e negativo começa -1, -2, -3.

PROPOSIÇÃO 10	
PROPOSIÇÃO	VALOR LÓGICO
12 pode ser escrito como soma de dois números primos.	(X) Verdadeiro ( ) Falso

JUSTIFICATIVA: Por que 5 e 7 é primo e a soma deles é doze

Fonte: Resposta dos estudantes da turma B (2024)

Na Situação 2, onde continha duas questões, uma de apenas definir os valores lógicos das proposições e outra de inferir conclusões de afirmações baseadas nas regras de inferência modus ponens e modus tollens, tanto a Turma A, quanto a turma B apresentaram resultados semelhantes na questão 1, sendo 58% e 60% de acerto dos valores lógicos das proposições nas turmas A e B, respectivamente. Na questão 2 a Turma B, superou a turma A com grande diferença, onde a turma B atingiu 60% de acerto nas inferências, enquanto a turma A obteve apenas 26%.

Na Situação 3, composta por fichas com questões da OBMEP de anos anteriores, onde os estudantes tentavam responder individualmente, depois de um certo tempo, se juntavam em equipes para solucionar a situação problema e responder os questionamentos descritos no Tópico 3.1.1 do capítulo anterior. Notou-se, na turma A, argumentos resumidos e inconsistentes, onde os estudantes se apegam muito as opções de resposta, faltando paciência para buscar uma solução convincente. No entanto, umas das equipes apresentou a devida solução com desenhos e esquemas de resolução. Mas cabe destacar que um dos integrantes desse grupo ressaltou que já tinha resolvido essa questão recentemente em preparação para a OBMEP 2024.

A turma B não conseguiu sobressair em relação a turma A nas resoluções corretas das situações problemas, no entanto, no sentido de argumentação, a turma conseguiu analisar com mais atenção os enunciados e argumentar com mais eficiência as suas soluções, embora, muitos destes argumentos não correspondiam à solução correta do problema.

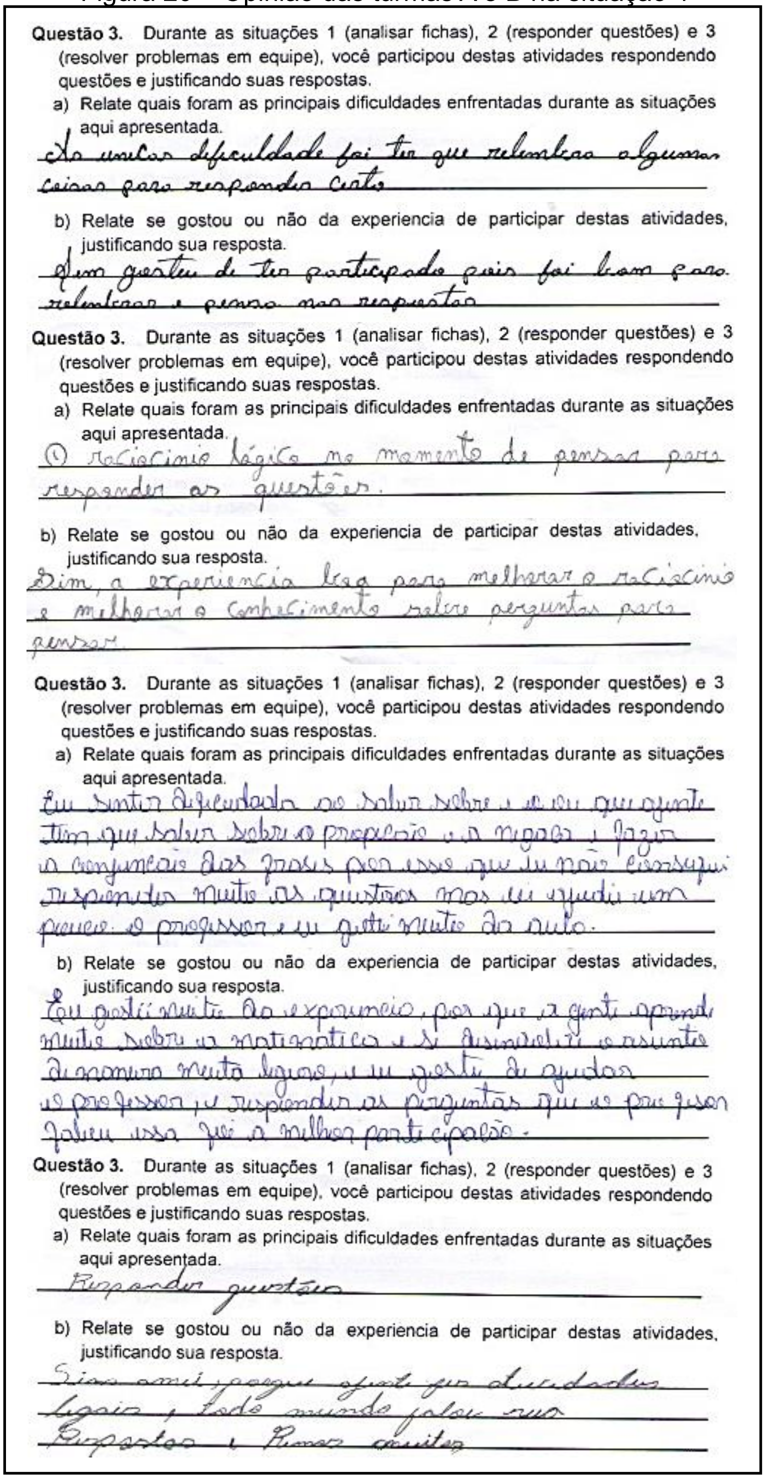
Um outro ponto observado tanto na turma A, quanto na B, é a imaturidade dos estudantes desta faixa etária, revelando-se com muitas dificuldades de se trabalhar em equipe e de compreender o colega, muitas vezes, nem conseguir ouvir do colega opiniões contrárias e nem semelhantes às próprias.

Nesta Situação 3, o ideal é seguir a ideia apresentada na Ação 4, trazendo uma maior quantidade de situações problema e procurando seguir os passos de “compreensão do problema”, “elaborar um plano”, utilizando-se de esquemas de resolução, como desenhos, tabelas e outros, “executar o plano” e “fazer um retrospecto”, ou seja, analisar se cada solução encontrada é a solução do problema; passos esses descritos por Pólya (2006, p. 4).

Na Situação 4, os estudantes responderam um questionário de 4 questões, conforme anexo H. Na Questão 1 (sobre a importância da argumentação) e na Questão 2 (sobre a importância de raciocinar antes de tomar decisões), os argumentos dos estudantes da turma A foram bem parecidos com os dos da turma B. Entre outros aspectos, relataram que a argumentação consegue esclarecer as coisas e evita gerar mal entendimentos, além de salientar que é necessário raciocinar antes de agir, para evitar conclusões erradas ou dizer coisas impensadas que venha se arrepender depois.

Na Questão 3, fez-se uma autoavaliação apontando as maiores dificuldades e o quanto gostou das atividades desenvolvidas. Na turma A, as maiores dificuldades foram interpretação, concentração, entendimento, raciocínio e relembrar alguns assuntos. Na turma B, as principais dificuldades foram analisar as fichas (analisar as proposições e informações), responder as questões, interpretação, chegar a um consenso no trabalho em equipe, montar esquemas de resolução, entre outras.

Figura 20 – Opinião das turmas A e B na situação 4



Questão 3. Durante as situações 1 (analisar fichas), 2 (responder questões) e 3 (resolver problemas em equipe), você participou destas atividades respondendo questões e justificando suas respostas.

a) Relate quais foram as principais dificuldades enfrentadas durante as situações aqui apresentada.

As únicas dificuldade foi ter que relembrar algumas coisas para responder certo

b) Relate se gostou ou não da experiencia de participar destas atividades, justificando sua resposta.

Sim gostei de ter participado pois foi bom para relembrar e pensar nas respostas

Questão 3. Durante as situações 1 (analisar fichas), 2 (responder questões) e 3 (resolver problemas em equipe), você participou destas atividades respondendo questões e justificando suas respostas.

a) Relate quais foram as principais dificuldades enfrentadas durante as situações aqui apresentada.

O raciocinio lógico no momento de pensar para responder as questões.

b) Relate se gostou ou não da experiencia de participar destas atividades, justificando sua resposta.

Sim, a experiencia boa para melhorar o raciocinio e melhorar o conhecimento sobre perguntas para pensar.

Questão 3. Durante as situações 1 (analisar fichas), 2 (responder questões) e 3 (resolver problemas em equipe), você participou destas atividades respondendo questões e justificando suas respostas.

a) Relate quais foram as principais dificuldades enfrentadas durante as situações aqui apresentada.

Eu sentir dificuldade ao saber sobre e as ou que a gente tem que saber sobre a proposição e a negação e fazer a conjunção das prosis por isso que eu não consegui responder muito as questões mas eu ajudei um pouco o professor e eu gostei muito da aula.

b) Relate se gostou ou não da experiencia de participar destas atividades, justificando sua resposta.

Eu gostei muito da experiencia, por que a gente aprende muito sobre a matemática e si desenvolvi o assunto de maneira muito lógica, e eu gostei de ajudar o professor, e responder as perguntas que o professor falou isso foi a melhor participação.

Questão 3. Durante as situações 1 (analisar fichas), 2 (responder questões) e 3 (resolver problemas em equipe), você participou destas atividades respondendo questões e justificando suas respostas.

a) Relate quais foram as principais dificuldades enfrentadas durante as situações aqui apresentada.

Responder questões

b) Relate se gostou ou não da experiencia de participar destas atividades, justificando sua resposta.

Sim amei, porque agente fez atividades lógicas, todo mundo falou suas respostas e rimos muitos

Fonte: Resposta dos estudantes das turmas A e B (2024)

Na Figura 20, as quatro primeiras respostas referem-se aos estudantes da turma A e as quatro últimas, da turma B. Observe que nestas respostas, assim como em outras não apresentadas aqui, tanto a turma A quanto a turma B, relataram ter gostado das atividades desenvolvidas neste estudo.

Estas falas dos estudantes, se deve pelo fato de não se trabalhar lógica cansativa, mas argumentos de maneira intuitiva com os estudantes, a ponto de cada estudante construir sua própria aprendizagem, sem nem perceber.

A Questão 4, deixada de forma livre, foi reservada para as considerações dos estudantes. Muitos deixaram em branco e, dentre os que responderam, destaca-se, as seguintes falas:

“Eu gostei muito do questionário. Espero que tenha mais vezes” (estudante 1 da turma A).

“Essas questões fazem a gente poder dar nossas próprias opiniões” (estudante 2 da turma A).

“Além do projeto ter feito parte do trabalho do professor Genivaldo, também nos deu a oportunidade de aprender novos conteúdos na disciplina de Matemática” (estudante 1 da turma B).

“Eu adorei as aulas que tivemos na segunda, na quarta e na quinta-feira. Gostaria que tivéssemos mais” (estudante 2 da turma B).

Falas como a do estudante 1 da turma B, apontam que o desenvolvimento das atividades descritas neste estudo, contribuiu para o desenvolvimento da aprendizagem matemática.

É necessário considerar que alguns erros de caligrafia e a maneira de se expressar sem o formalismo matemático não interferiu nos resultados, uma vez que, se trata de um estudo com adolescentes em formação, tanto na vida pessoal quanto na aquisição de conceitos matemáticos básicos e, até na própria escrita em linguagem materna, neste caso a Língua Portuguesa.

4.3. Sugestões aos educadores.

Após análise dos resultados obtidos e do comportamento dos estudantes durantes a realização das ações e das situações do teste aplicado, é bem promissor utilizar da linguagem lógica para diagnosticar aprendizagens e, principalmente para introduzir novos conceitos. Ressalta-se a necessidade de:

- Desenvolver ações como essa ou semelhantes, no intuito de familiarizar os estudantes com a linguagem lógica intuitiva.

- Sempre que for introduzir um conteúdo, pode se valer do modus ponens e tollens para diagnosticar conhecimentos prévios e introduzir conceitos de maneira natural.
- Realizar testes orais e escritos, como os desenvolvidos nessas turmas, de modo que os estudantes possam consolidar e fixar os conteúdos abordados nas aulas.
- Proporcionar momentos de socialização do pensamento e das estratégias utilizadas para solucionar situações problemas.

Os dados coletados revelaram que as estratégias utilizadas foram eficazes em melhorar a capacidade dos estudantes de formular argumentos válidos de maneira mais clara e coesa. Além disso, o teste mostrou que os estudantes aprenderam os conceitos básicos e que é possível a aplicação prática destes conceitos alinhados aos conteúdos de Matemática. Estes resultados revelam a importância de desenvolver habilidades sólidas em argumentação lógica, e ressaltam a necessidade contínua de aprimoramento e aplicação dessas habilidades em diversos contextos. A seguir, as considerações finais explorarão como essas descobertas podem ser extrapoladas para novos cenários e quais implicações práticas esses avanços têm na teoria da argumentação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A lógica é, por natureza, algo inato na vida das pessoas, todos utilizam situações lógicas até de forma mecânica e, a rigor matemático, a lógica permeia uma infinidade de regras e observações que, com uso coerente e estudo adequado facilita a compreensão e melhora a aprendizagem escolar.

O estudo, tanto na preparação quanto no desenvolvimento e aplicação com alunos do 7º ano proporcionou momentos de muito aprendizado. Na construção deste estudo ficou claro que o uso do argumento se faz de maneira natural e que se usa muito da lógica, uma vez que toda a matemática é estruturada e organizada sobre a mesma. No entanto, não há uma atenção a esta organização lógica. Já com o estudo desenvolvido junto aos alunos foi possível melhorar a argumentação dos estudantes, principalmente junto àqueles que desenvolveram as "ações lógicas" antes do teste.

Espera-se que a melhora argumentativa observada não seja específica desta atividade e sim, ao longo de toda vida estudantil destes estudantes e, principalmente com um olhar diferente para as questões lógicas por parte do professor da turma e, porventura, daqueles educadores que vierem a utilizar este estudo para também melhorar o argumentar lógico de seus educandos.

Assim, os objetivos específicos do estudo foram concretizados com êxito, onde foi realizada uma análise do uso da lógica argumentativa no ensino da Matemática, houve um aprimoramento do uso do raciocínio lógico argumentativo e, mesmo que só se tem uma certeza ao longo do tempo que houve uma contribuição para uma melhora no desenvolvimento do raciocínio argumentativo do educando, esta melhora já foi observada em comparação com o início das atividades e a realização dos testes aplicados nas turmas.

De certa forma, conseguiu-se mostrar neste estudo a concretização do objetivo maior: mostrar como o pensamento e o raciocínio lógico argumentativo contribui para o ensino e a aprendizagem de matemática nos anos finais do ensino fundamental.

O que ficou evidente é que a proposta de melhora da argumentação funciona, porém, é necessário um tempo maior, com abordagens frequentes, até que todos os alunos se familiarizem com a linguagem. Na questão de resolução de situações problemas, como os abordados na Ação 4 e na Situação 3 do teste, precisa de um pouco mais de dedicação do educador, no sentido de auxiliar os estudantes a compreenderem melhor as situações problemas e traçar planos eficazes de resolução.

Recomenda-se, para estudos futuros, a continuidade do desenvolvimento de abordagens, semelhantes ou não a aqui apresentada, que fortaleçam o uso da lógica argumentativa no ensino de Matemática. É indispensável explorar e integrar de maneira mais consistente e sistemática o ensino de argumentação lógica ao currículo escolar, desde as séries iniciais do ensino fundamental, garantindo que todos os alunos se beneficiem igualmente.

Além disso, seria proveitoso investigar e abordar métodos específicos para melhorar a resolução de situações-problema, como as abordadas na Ação 4 e na Situação 3 do teste. Nessas estratégias, os educadores devem guiar os estudantes na compreensão profunda das questões e no desenvolvimento de planos de resolução eficazes (as soluções oficiais da OBMEP é um recurso riquíssimo para o trabalho do professor). Também, se faz necessário uma observação das melhorias na argumentação ao longo do tempo, de forma que se possa garantir a melhoria no raciocínio lógico ao longo da vida escolar dos alunos. Essas iniciativas têm o potencial de reforçar a aprendizagem da Matemática e de desenvolver junto aos estudantes habilidades críticas para o sucesso acadêmico, pessoal e profissional.

Ao concluir este estudo, ficou evidente que a lógica argumentativa desempenha um papel fundamental no ensino da Matemática, contribuindo significativamente para o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes. Os resultados obtidos demonstraram uma melhora significativa na habilidade de argumentação, especialmente entre aqueles que realizaram o teste após as ações lógicas. Espera-se que essa melhoria auxilie a trajetória educacional dos alunos e que haja uma continuidade de práticas que fortaleçam o uso da lógica argumentativa, desde as séries iniciais, por parte dos educadores. Recomenda-se a implementação contínua de abordagens semelhantes as abordadas neste estudo, visando integrar de forma mais consistente o ensino de Matemática à argumentação lógica no currículo escolar, favorecendo assim o desenvolvimento das capacidades dos estudantes em resolver diversas situações problemas, sejam matemáticos ou da vida.

REFERÊNCIAS

ABE, Jair Minoro; SCALZITTI, Alexandre; SILVA FILHO, João Inácio da. *Introdução à Lógica para a Ciência da Computação*. Editora Arte & Ciência, 2001.

AGUILAR JÚNIOR, C. A.; NASSER, L. Analisando justificativas e argumentação matemática de alunos do ensino fundamental. Revista Vydia, vol 32, n. 2, p.133-147. Santa Maria (RS), Brasil, 2012.

ALENCAR FILHO, Edgard de, 1993. Iniciação à lógica matemática/ Edgard Alencar Filho – São Paulo: Nobel, 2002.

BITENCOURT, Carolina da Silva. A Conjectura de Goldbach e a intuição matemática / Carolina da Silva Bitencourt. -- Salvador, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

CAVALCANTE, Alan Ladislau. Ensino da lógica proposicional no ensino médio: uma proposta pedagógica. [recurso eletrônico] / Alan Ladislau Cavalcante. - 2019.

CENTRAL DAS EXATAS. Representação gráfica dos conjuntos numéricos. C2023. Disponível em: https://www.centralexatas.com.br/matematica/conjuntos-numericos/formulas. Acesso em: 28 mai 2024.

CIFUENTES, J. C. . Uma via estética de acesso ao conhecimento matemático. **Boletim GEPEM**, *[S. l.]*, n. 46, 2005. Disponível em: https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/389. Acesso em: 29 dez 2023.

CURY, Helena Noronha. C982a Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos / Helena Noronha Cury. — 2. ed. — Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

EVES, Howard. Introdução à história da matemática / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FAJARDO, Rogério Augusto dos Santos. Lógica Matemática. São Paulo: Edusp, 2017. Disponível em: https://doceru.com/doc/nev85n5v. Acesso em: 29 dez 2023.

LIN, P.-J. (2018). O Desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turma do Ensino Fundamental. *Educação & Realidade*, *43*(3). Recuperado de https://seer.ufrgs.br/index.php/educacaoerealidade/article/view/76887.

MENEZES, Pedro. O que é lógica? **Toda Matéria**, *[s.d.]*. Disponível em: https://www.todamateria.com.br/o-que-e-logica/. Acesso em: 3 dez. 2023

PINTO, Paulo Roberto Marguti. Introdução à lógica simbólica/ Paulo Roberto Marguti Pinto. – Belo Horizonte: ED. UFMG, 2001.

PÓLYA, George, 1987-1985. A Arte de Resolver Problemas/ G. Pólya; [tradução Heitor Lisboa de Araújo]. – Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

ROSA, L. M.; BITTAR, M. Percepções sobre o desenvolvimento de uma engenharia didática no ensino remoto. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 43, p. 1-19, 20 ago. 2023.

SANTOS, Rodrigo Ribeiro. Uma proposta para introdução da Lógica Fuzzy no ensino médio./ Rodrigo Ribeiro Santos, 2022.

ANEXOS

➢ Materiais das ações

O USO DE ARGUMENTOS VÁLIDOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL:
UMA ABORDAGEM COM ESTUDANTES DO 7º ANO PARA APRIMORAR A ARGUMENTAÇÃO LÓGICA

GENIVALDO BRAZ DE JESUS SILVA

OBJETIVOS:

- Analisar a argumentação dos estudantes do 7º ano;
- Coletar dados para estudo de pesquisa voltado para o "USO DE ARGUMENTOS VÁLIDOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL".
- Melhorar a argumentação durante a resolução de atividades nas aulas de matemática.

CONCEITOS BÁSICOS

- Proposição
- Negação
- Conectivos lógicos
- Argumentação
- Últimos conteúdos vistos nas aulas de Matemática
- Outras situações diárias

PROPOSIÇÃO

- Chama-se proposição todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo.
- As proposições transmitem pensamentos, isto é, afirmam fatos ou exprimem juízos que formamos a respeito de determinados entes.
- Assim, p. ex., são proposições:

(a) A Lua é um satélite da Terra.
(b) Recife é a capital de Pernambuco.
(c) $-5 < 0$.
(d) $0 < -5$.

NEGAÇÃO

- Simbolicamente, a negação de p indica-se com a notação "~ p", que se lê "não p".
- Na linguagem comum a negação efetua-se, nos casos mais simples, antepondo o advérbio "não" ao verbo da proposição dada. Assim, p. ex., a negação da proposição:
- p : O Sol é uma estrela. é ~ p : O Sol não é uma estrela.
- Outra maneira de efetuar a negação consiste cm antepor à proposição dada expressões tais como "não é verdade que" , "é falso que".

CONECTIVOS LÓGICOS

Chamam-se conectivos palavras que se usam para formar novas proposições a partir de outras.

- Conectivo **e** "∧ ". Veja o exemplo:

p: O número 6 é par q: o número 8 é cubo perfeito
$p \wedge q$: O número 6 é par **e** o número 8 é cubo perfeito.

- Conectivo **ou** "∨ ". Veja o exemplo:

p: O triângulo ABC é retângulo q: O triângulo ABC é isósceles.
$p \vee q$: O triângulo ABC é retângulo **ou** é isósceles.

ARGUMENTAÇÃO

"Definiremos o argumento como sendo aquele discurso no interior do qual se extrai uma consequência. Neste nível, 'argumento' é sinônimo de 'raciocínio'".

(Paulo Roberto Margutti Pinto, em seu livro *Introdução à Lógica Simbólica na página 17*)

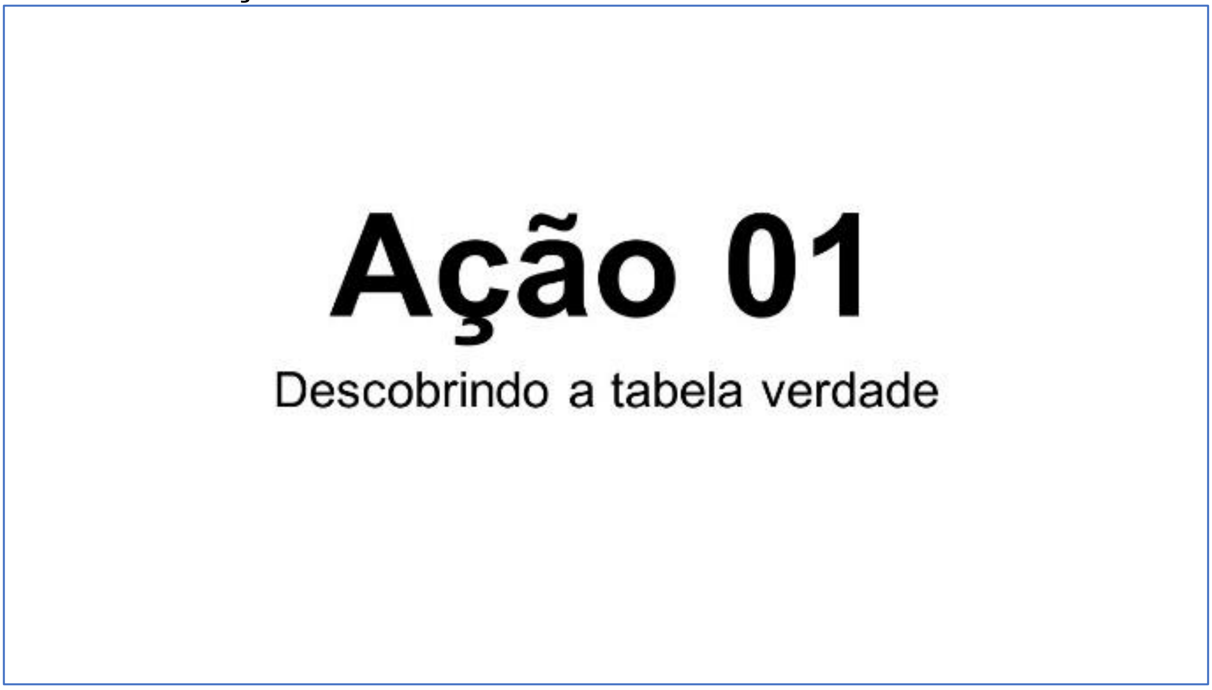
CONTEÚDOS ESTUDADOS

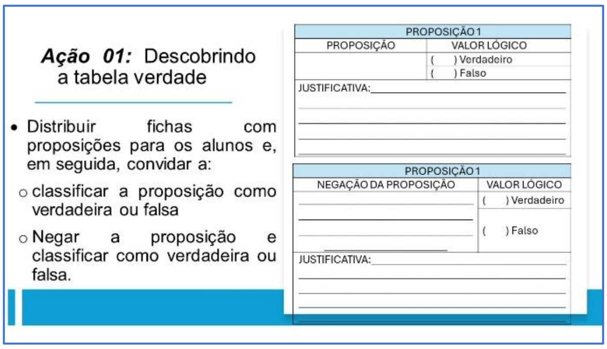
- Números inteiros
- Múltiplos e divisores

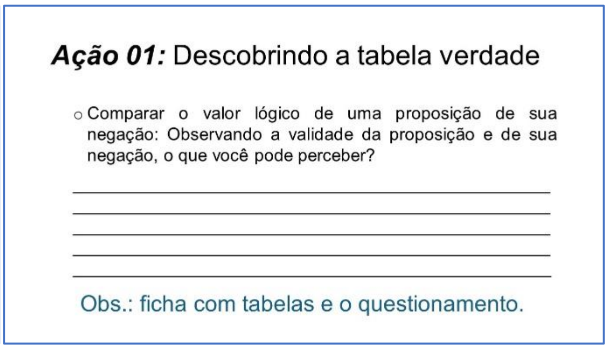
OUTRAS SITUAÇÕES DIÁRIAS

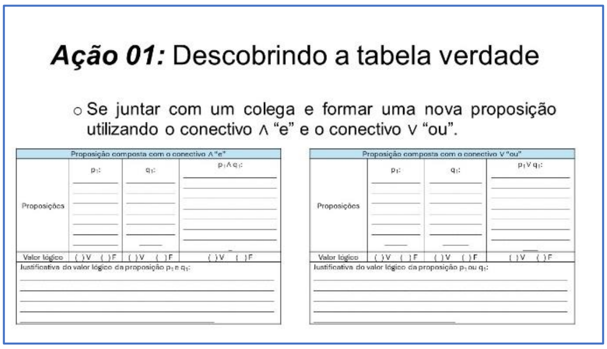
- Tempo
- Massa
- Distância
- Área
- Volume
- Capacidade
- Outros

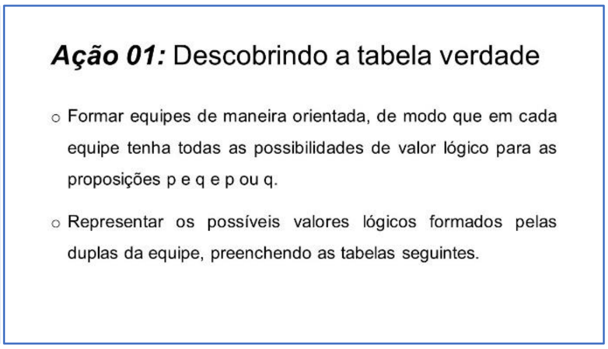
Anexo A – Da Ação 1

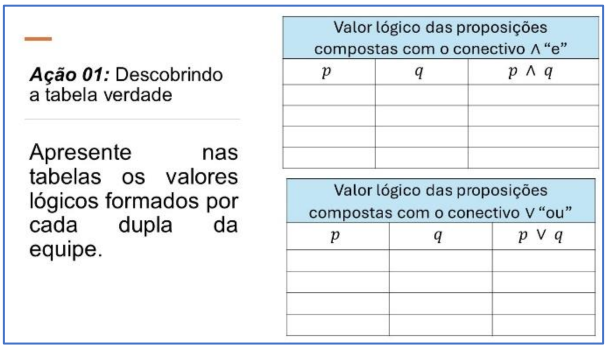


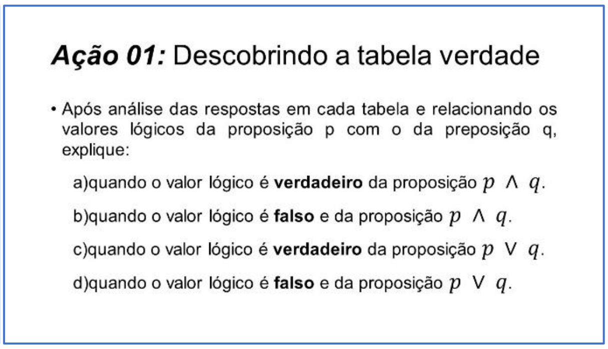












PROPOSIÇÃO p_1: Hoje é segunda-feira. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_2: 8 é par. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_3: 8 é primo. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_1: Amanhã é terça-feira. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_2: 7 é par. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_3: 7 é primo. ( )V ( )F
PROPOSIÇÃO p_4: 8 é ímpar. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_5: 7 é um número inteiro positivo. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_6: Um número positivo é maior que zero. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_4: 7 não é primo. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_5: 7 é maior que zero. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_6: Zero é menor que um número inteiro negativo. ( )V ( )F
PROPOSIÇÃO p_7: Qualquer número negativo é maior que zero. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_8: Todo número negativo é maior que um número positivo. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_9: 12 é divisível por 6. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_7: Qualquer número positivo é maior que um número negativo. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_8: Todo número positivo é menor que zero. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_9: 6 é divisor de 12. ( )V ( )F
PROPOSIÇÃO p_{10}: 10 é múltiplo de 5. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{11}: 0, 2, 4, 6, ... são múltiplos de 3. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{12}: Não existe número primo par. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{10}: 6 é divisor de 3. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{11}: 15 é um múltiplo de 3. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{12}: 2 é ímpar. ( )V ( )F
PROPOSIÇÃO p_{13}: Maio tem 31 dias. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{14}: Um ano tem 12 meses. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{15}: Um ano tem 2 bimestres. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{13}: Junho tem 30 dias. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{14}: Uma semana tem 5 dias. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{15}: Um ano tem 2 semestres. ( )V ( )F
PROPOSIÇÃO p_{16}: Existe mês de 32 dias. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{17}: Janeiro é o primeiro mês do ano. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{18}: Em junho tem festas juninas. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{16}: Um ano tem 30 dias. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{17}: Dezembro é o último mês do ano. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{18}: Em maio celebra o Natal. ( )V ( )F
PROPOSIÇÃO p_{19}: Estamos no mês de maio. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{20}: Eu não sou estudante. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{21}: Se termina em zero, o número é divisível por 10. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{19}: Mês que vem é julho. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{20}: Eu sou professor. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{21}: Se termina em cinco, o número é divisível por cinco. ( )V ( )F
PROPOSIÇÃO p_{22}: Todo número par é divisível por 2. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{23}: 4 é divisor de 15. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** p_{24}: Um número primo não tem divisores. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{22}: Todo número ímpar é divisível por 3. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{23}: 8 é divisor de 16. ( )V ( )F	**PROPOSIÇÃO** q_{24}: 1 é primo. ( )V ( )F

Anexo B – Da Ação 2

Ação 02

Consolidação da tabela verdade

Ação 02:
Consolidação da tabela verdade

- Chama-se conjunção de duas proposições p e q a proposição representada por $p \wedge q$ (p e q), cujo valor lógico é a verdade(V) quando as proposições p e q são ambas verdadeiras e a falsidade(F) nos demais casos.
- Chama-se disjunção de duas proposições p e q a proposição representada por $p \vee q$ (p ou q), cujo valor lógico é a verdade(V) quando ao menos uma das proposições p e q é verdadeira e a falsidade(F) quando as proposições p e q são ambas falsas.

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∧ “e”

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∨ “ou”

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

***Ação 02:* Consolidação da tabela verdade**

- **Exemplo 1**
- p: zero é positivo
- q: 5 é impar
- $p \wedge q$:
- $p \vee q$:
- **Exemplo 2**
- p: $3 < 12$
- q: todo número primo é ímpar.
- $p \wedge q$:
- $p \vee q$:
- **Exemplo 3**
- p: números primos tem apenas 2 divisores.
- q: 11 é primo.
- $p \wedge q$:
- $p \vee q$:
- **Exemplo 4**
- p: zero é negativo
- q: $0 < -78$
- $p \wedge q$:
- $p \vee q$:
- **Exemplo 5**
- p: hoje é segunda-feira
- q: 1, 2 e 4 são os divisores de 4.
- $p \wedge q$:
- $p \vee q$:
- **Exemplo 6**
- p:
- q:
- $p \wedge q$:
- $p \vee q$

Anexo C – Da Ação 3

Ação 03

Modus ponens e modus tollens.

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

Análise os argumentos seguintes e diga se é verdadeira ou falsa a conclusão.

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Chuva e Solo Molhado:

- Premissa 1: “Se chover, o solo ficará molhado.”
- Premissa 2: “Está chovendo.”
- Conclusão: "Portanto, o solo estará molhado."

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Estudar e Aprovar o Exame:

- Premissa 1: “Se você estudar, passará no exame.”
- Premissa 2: “Eu estudei.”
- Conclusão: "Portanto, eu vou passar no exame."

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Luz Solar e Plantas Crescendo:

- Premissa 1: “Se as plantas recebem luz solar, elas crescem.”
- Premissa 2: “As plantas estão recebendo luz solar.”
- Conclusão: “Portanto, as plantas estão crescendo.”

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Estudar e Aprender Matemática:

- Premissa 1: “Se você estudar matemática, aprenderá.”
- Premissa 2: “Estou estudando matemática.”
- Conclusão: “Portanto, estou aprendendo matemática.”

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Estudar e Tirar Boas Notas:

- Premissa 1: “Se você estudar, tirará boas notas.”
- Premissa 2: “Estou estudando.”
- Conclusão: “Portanto, vou tirar boas notas.”

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Chuva e Solo Molhado:

- Premissa 1: “Se chover, o solo ficará molhado.”
- Premissa 2: “O solo está molhado.”
- Conclusão: “Portanto, está chovendo.”
  - Neste caso, o solo pode estar molhado por outras razões além da chuva, tornando a conclusão inválida.

F

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Estudar e Tirar Boas Notas:

- Premissa 1: “Se você estudar, tirará boas notas.”
- Premissa 2: “Você tirou boas notas.”
- Conclusão: “Portanto, você estudou.”

- As boas notas podem ter sido obtidas de outras maneiras, não apenas pelo estudo.

F

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Comer Vegetais e Ficar Saudável:

- Premissa 1: “Se você comer vegetais, ficará saudável.”
- Premissa 2: “Você está saudável.”
- Conclusão: “Portanto, você está comendo vegetais.”
  - A saúde pode ser influenciada por outros fatores além da alimentação.

F

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

- Regra **modus ponens**, composta de duas premissas e uma conclusão, que pode ser representada da seguinte forma, onde se coloca “as premissas sobre um traço horizontal e, em seguida, a conclusão sob o mesmo traço”. (Alencar Filho 2012, pág. 91)

Argumento 1 (modus ponens)

- Premissa 1: se 2 é natural, então ele é racional.
- Premissa 2: 2 é natural
- Conclusão: 2 é racional.

$$\frac{\begin{array}{l} \boldsymbol{p \rightarrow q} \\ \boldsymbol{p} \end{array}}{\boldsymbol{q}}$$

- Seja $p{:}\,2\ \text{é}\ natural$ e $q{:}\,2\ \text{é}\ racional$, o argumento acima fica assim estruturado:
- “*Se 2 é natural, então 2 é racional. Mas 2 é natural. Logo, 2 também é racional*”.

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

Análise os argumentos seguintes e diga se é verdadeira ou falsa a conclusão.

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Bolo e Açúcar:

- Premissa 1: “Se o bolo é feito com açúcar, então o bolo é doce.”
- Premissa 2: “O bolo não é doce.”

- Conclusão: "Portanto, o bolo não é feito com açúcar."

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Nacionalidade de Sam:

- Premissa 1: “Se Sam nasceu no Canadá, então ele é canadense.”
- Premissa 2: “Sam não é canadense.”

- Conclusão: "Portanto, Sam não nasceu no Canadá."

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

1.Objeto de Ferro:

- Premissa 1: “Se um objeto é feito de ferro, ele será atraído por um ímã.”
- Premissa 2: “Esse objeto não é atraído por um ímã.”

- Conclusão: "Portanto, esse objeto não é feito de ferro."

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

- **Exemplo:**
- Premissa 1: Se Maria está em casa, então a luz estará acesa.
- Premissa 2: A luz não está acesa.
- Conclusão: Portanto, Maria não está em casa.

V

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

- **Exemplo:**
- Premissa 1: Se Maria está em casa, então a luz estará acesa.
- Premissa 2: A luz está acesa.
- Conclusão: Portanto, Maria está em casa.

F

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

- **Exemplo:**
- Premissa 1: Se Maria está em casa, então a luz estará acesa.
- Premissa 2: Maria não está acesa.
- Conclusão: Portanto, a luz não está acesa.

F

Ação 3: Modus ponens e modus tollens.

- Regra **modus tollens**, também composta por duas premissas e uma conclusão, representada, a exemplo da regra modus ponens da seguinte maneira:
  - <u>**Argumento 2**</u> **(modus tollens)**
  - Premissa 1: se x é natural, então ele é racional.
  - Premissa 2: x não é racional
  - Conclusão : x não é natural.

$$\begin{array}{c} \boldsymbol{p \to q} \\ \boldsymbol{\sim q} \\ \hline \boldsymbol{\sim p} \end{array}$$

- Seja $p: x\ \text{é}\ natural$ e $q: x\ \text{é}\ racional$, o argumento acima fica assim estruturado:
- "*Se x é natural, então x é racional. Mas x não é racional. Logo, x não é natural*".

Anexo D – Da Ação 4

Ação 04

Questões da OBMEP

Ação 4: questões da OBMEP.

Q20 – N1 – OBMEP 2015

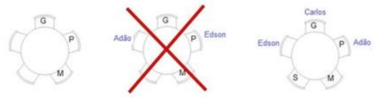
- Entender o problema (coletar informações)
- Traçar um plano de resolução
- Executar o plano
- Fazer um retrospecto para verificar a validade ou não da solução.

20. Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

Acão 4: questões da OBMEP.

QUESTÃO 20
ALTERNATIVA D
O paranaense está entre o goiano e o mineiro. Como o goiano sentou-se entre Edson e Adão, temos duas possibilidades: Edson é paranaense ou Adão é paranaense.



Eliminamos o caso em que Edson é paranaense com a informação de que "Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano", pois se Edson fosse paranaense ele estaria entre o goiano e o mineiro. Portanto, Adão é o paranaense. Como Edson sentou-se entre Carlos e o sergipano, concluímos que Carlos é goiano e o lugar entre Edson e o mineiro é do sergipano. A última informação do enunciado diz que Bruno sentou-se entre o tocantinense e o mineiro. Logo, Edson é tocantinense e Bruno é sergipano. Portanto, Daniel é mineiro.

Ação 4: questões da OBMEP.

Q14 – N1 – OBMEP 2014

- Entender o problema (coletar informações)
- Traçar um plano de resolução
- Executar o plano
- Fazer um retrospecto para verificar a validade ou não da solução.

14. Cinco meninas não estão totalmente de acordo sobre a data da prova de Matemática.

- Andrea diz que será em agosto, dia 16, segunda-feira;
- Daniela diz que será em agosto, dia 16, terça-feira;
- Fernanda diz que será em setembro, dia 17, terça-feira;
- Patrícia diz que será em agosto, dia 17, segunda-feira;
- Tatiane diz que será em setembro, dia 17, segunda-feira.

Somente uma está certa, e as outras acertaram pelo menos uma das informações: o mês, o dia do mês ou o dia da semana. Quem está certa?

A) Andrea
B) Daniela
C) Fernanda
D) Patrícia
E) Tatiane

Ação 4: questões da OBMEP.

QUESTÃO 14
ALTERNATIVA D
Podemos organizar as informações numa tabela:

	mês	dia do mês	dia da semana
Andrea	agosto	16	segunda
Daniela	agosto	16	terça
Fernanda	setembro	17	terça
Patrícia	agosto	17	segunda
Tatiane	setembro	17	segunda

Se Andrea estivesse certa, então Fernanda não acertaria nenhuma das informações. Logo, não é ela que está certa, nem Fernanda (pelo mesmo motivo). Se Daniela estivesse certa, então Tatiane também nada acertaria. Logo Daniele e Tatiane não estão certas. Se Patrícia acertar tudo, as demais também acertarão alguma informação e, portanto, Patrícia é a única que está certa.

Ação 4: questões da OBMEP.

Q19 – N1 – OBMEP 2013

- Entender o problema (coletar informações)
- Traçar um plano de resolução
- Executar o plano
- Fazer um retrospecto para verificar a validade ou não da solução.

19. Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: "De quem são os celulares que tocaram?" Guto disse: "O meu não tocou", Carlos disse: "O meu tocou" e Bernardo disse: "O de Guto não tocou". Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?

A) O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.
B) Bernardo mentiu.
C) Os celulares de Guto e Carlos não tocaram.
D) Carlos mentiu.
E) Guto falou a verdade.

Ação 4: questões da OBMEP.

QUESTÃO 19
ALTERNATIVA B
Na tabela abaixo mostramos como analisar as informações do enunciado. Na primeira linha, supomos que Bernardo disse a verdade; na segunda, que Guto disse a verdade e na terceira, que Carlos disse a verdade.

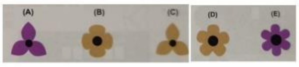
	Guto *Não foi o meu*	**logo**	**Carlos** *Foi o meu*	**logo**	**Bernardo** *Não foi o de Guto*	**logo**
1	mentiu	**O celular de Guto tocou**	mentiu	O celular de Carlos não tocou	disse a verdade	**O celular de Guto não tocou**
2	disse a verdade	**O celular de Guto não tocou**	mentiu	O celular de Carlos não tocou	mentiu	**O celular de Guto tocou**
3	mentiu	O celular de Guto tocou	disse a verdade	O celular de Carlos tocou	mentiu	O celular de Guto tocou

Nas duas primeiras linhas, chega-se à conclusão de que o celular de Guto tanto tocou quanto não tocou (em vermelho). Essa contradição mostra que o único caso possível é o da terceira linha, ou seja, Carlos disse a verdade e os celulares de Guto e Carlos tocaram.

Ação 4: questões da OBMEP.

Q19 – N1 – OBMEP 2024

- Entender o problema (coletar informações)
- Traçar um plano de resolução
- Executar o plano
- Fazer um retrospecto para verificar a validade ou não da solução.



19. Ana, Bia e Carla visitaram a floricultura de seu bairro. O vendedor separou as 5 flores mostradas na figura e disse que iria presentear cada uma com uma dessas flores.

Carla escutou a seguinte conversa entre Bia e Ana:

— Bia disse: "Oi Ana, eu e Carla sabemos a cor de cada uma das flores que vamos ganhar, mas nem eu nem ela sabemos as quantidades de pétalas das flores que cada uma de nós irá ganhar".

— Ana disse: "Eu sei a quantidade de pétalas da flor que vou ganhar, mas não sei a cor".

A partir dessa conversa, Carla descobriu a flor que Ana vai ganhar. Qual é essa flor?

Ação 4: questões da OBMEP.

QUESTÃO 19 – ALTERNATIVA C

Solução: Temos cinco flores, que podem ter três, quatro, cinco ou seis pétalas, que podem ser da cor amarela (as quais chamaremos de flores amarelas) ou roxo (as quais chamaremos de flores roxas).

Bia diz que ela e Carla sabem as cores das flores que ganharão, mas não sabem quantas pétalas elas têm. Em princípio as duas flores podem ser: duas flores amarelas, duas flores roxas, uma flor amarela e uma flor roxa.

Ana responde que sabe quantas pétalas tem sua flor, mas não sabe a cor. Isso indica que a flor de Ana tem três pétalas, pois se tivesse quatro, cinco ou seis pétalas ela saberia exatamente que flor iria ganhar.

Ação 4: questões da OBMEP.

- A partir dessa conversa Carla descobre que flor vai ganhar. Note que se as cores das flores de Bia e Carla fossem amarelas seria impossível determinar qual flor Ana iria ganhar. Por exemplo, elas poderiam ter recebido as flores de quatro e cinco pétalas. O mesmo acontece se as flores fossem uma laranja e uma roxa. Por exemplo, elas poderiam ter recebido uma flor de cinco pétalas (amarela) e uma de seis pétalas (roxa). Como Carla foi capaz de deduzir a cor da flor que Ana irá ganhar, concluímos que Bia e Carla irão ganhar duas flores roxas, o que inclui uma flor de três pétalas, necessariamente. A conclusão é que Ana ganhará uma flor amarela de três pétalas.

Ação 4: questões da OBMEP.

Q11 – N4 – OCM 2021

- Entender o problema (coletar informações)
- Traçar um plano de resolução
- Executar o plano
- Fazer um retrospecto para verificar a validade ou não da solução.

11. Amélia, Beatriz, Camila e Débora são amigas que combinaram uma brincadeira: a partir de um certo momento cada uma delas passa a falar só verdades ou só mentiras. Depois desse momento,

Amélia disse: "Beatriz diz a verdade";
Beatriz disse: "Camila mente";
Camila disse: "Amélia e Débora, ambas dizem a verdade ou ambas são mentirosas";
Débora disse: "Amélia não fala a verdade".

Quantas das 4 amigas mentem?

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

Ação 4: questões da OBMEP.

11. Alternativa **C**

Caso 1) Suponha que Amélia fala verdade, então Beatriz também fala a verdade e Camila mente. Como Amélia fala verdade, Débora fala mentira.

	Amélia	Beatriz	Camila	Débora
Fala verdade	sim	sim		
Fala mentira			sim	sim

Caso 2) Suponha agora que Amélia seja mentirosa, então Beatriz também é mentirosa e, portanto, Camila diz a verdade. Assim, como Amélia mente, Débora também mente e concluímos que Amélia fala a verdade. Mas Amélia não pode dizer a verdade e ao mesmo tempo, dizer mentira.

Portanto, o caso 2) não é possível. Somente o caso 1) ocorre e exatamente 2 amigas mentem (Camila e Débora).

	Amélia	Beatriz	Camila	Débora
Fala verdade	???	sim	sim	
Fala mentira	sim			sim

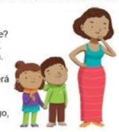
Ação 4: questões da OBMEP.

Q14 – N1 – OBMEP 2016

- Entender o problema (coletar informações)
- Traçar um plano de resolução
- Executar o plano
- Fazer um retrospecto para verificar a validade ou não da solução.

14. Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que cada um deles daria uma única resposta correta a três perguntas que ela faria.

Ela perguntou:
– Que dia da semana é hoje?
– Hoje é quinta, disse João.
– É sexta, respondeu Maria.
Depois perguntou:
– Que dia da semana será amanhã?
– Segunda, falou João.
– Amanhã será domingo, disse Maria.
Finalmente ela perguntou:
– Que dia da semana foi ontem?
– Terça, respondeu João.
– Quarta, disse Maria.



Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

A) Segunda-feira
B) Terça-feira
C) Quarta-feira
D) Quinta-feira
E) Sexta-feira

Ação 4: questões da OBMEP.

QUESTÃO 14
ALTERNATIVA D

A tabela abaixo indica o que João e Maria dizem a respeito do dia da brincadeira (hoje, no diálogo) em cada pergunta:

Pergunta	João	Maria
Primeira	quinta	sexta
Segunda	domingo	sábado
Terceira	quarta	quinta

Como, pelo enunciado, João e Maria deram a resposta correta exatamente uma vez, concluímos que a brincadeira aconteceu em uma quinta-feira.

Outra solução: Observamos que a resposta correta de João foi para a primeira pergunta "Que dia da semana é hoje?". As outras duas respostas de João não podem ser verdadeiras, pois implicariam que todas as respostas de Maria estariam erradas. De fato, se a resposta correta de João fosse para a pergunta "Que dia da semana será amanhã?", ou seja, se o dia seguinte fosse uma segunda-feira, a conversa teria ocorrido em um domingo e o dia anterior seria um sábado, confirmando que as três respostas de Maria estariam erradas. Conclusão análoga é encontrada se a resposta correta de João fosse para a pergunta "Que dia da semana foi ontem?". Portanto, a conversa ocorreu em uma quinta-feira.

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∧ "e"		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Valor lógico das proposições compostas com o conectivo ∨ "ou"		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Resumo

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{p \qquad} \\ q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{\sim q \qquad} \\ \sim p \end{array}$$

- **Materiais do teste**

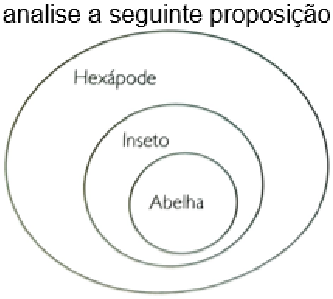
TESTE

- SITUAÇÃO 01
- SITUAÇÃO 02
- SITUAÇÃO 03
- SITUAÇÃO 04

Anexo E – Da Situação 1

PROPOSIÇÃO 1

Observando o diagrama abaixo, analise a seguinte proposição:

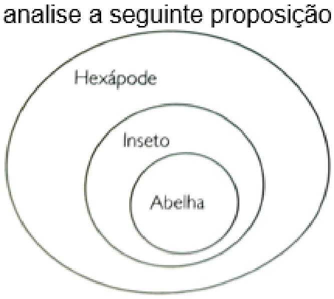


Toda abelha é hexápode (tem seis patas).

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 2

Observando o diagrama abaixo, analise a seguinte proposição:

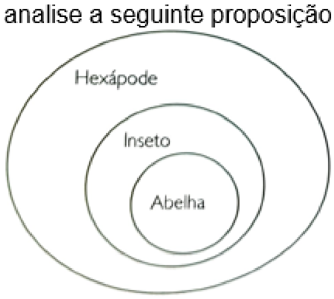


Toda Inseto é abelha.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 3

Observando o diagrama abaixo, analise a seguinte proposição:

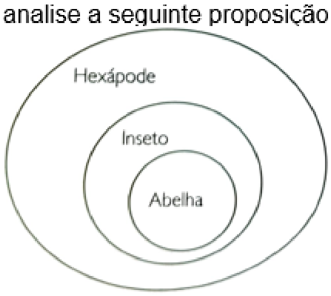


Toda abelha é inseto.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 4

Observando o diagrama abaixo, analise a seguinte proposição:



Todo hexápode (tem seis patas) é abelha.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 5

Observe as informações verdadeiras abaixo e chegue a uma conclusão:

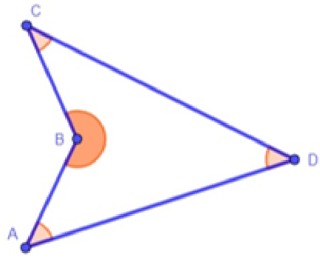
- Todo homem é mortal.
- Sócrates é homem.

A conclusão que se pode chegar é:

( ) Sócrates não morre
( ) Sócrates é imortal
( ) Sócrates é mortal

PROPOSIÇÃO 6

Se um polígono tem quatro lados, então ele é um quadrilátero.
Este polígono tem quatro lados.



Logo, ele é um quadrilátero.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 7

Se nenhum mamífero tem penas, e o morcego é um mamífero, então o morcego não tem penas.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 8

Um número positivo é maior que zero.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 9

Zero é considerado um número Positivo

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 10

12 pode ser escrito como soma de dois números primos.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 11

O número 15 é múltiplo de 3.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 12

O número 6 pode ser escrito como um produto de números primos.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 13

O próximo número da sequência 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... é:

( ) Par
( ) 20
( ) maior que 20
( ) Primo

PROPOSIÇÃO 14

Se um número é maior que zero, então ele é considerado positivo. “**A”** é um número menor que zero. Logo:

( ) “A” é positivo.
( ) “A” é apenas uma letra.
( ) “A” não é positivo.

PROPOSIÇÃO 15

Quando chove, a rua fica molhada.
Choveu.
Logo, a rua está molhada.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 16

Hoje é quinta-feira e amanhã é sexta-feira.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 17

Hoje é quarta-feira ou hoje é quinta-feira.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 18

Se chover, eu vou plantar.
Está chovendo.

Portanto,

( ) molhei.
( ) eu vou plantar.
( ) eu não vou plantar.

PROPOSIÇÃO 19

O time de Murici, está na final do Campeonato Municipal de Tanque Novo neste ano de 2024.

( ) V ( ) F

PROPOSIÇÃO 20

( ) V ( ) F
.

PROPOSIÇÃO 21

( ) V ( ) F

Anexo F – Da Situação 2

Escola: ___________________________________ **Data:** ___ / ____/ ________
Nome: ___________________________________ **Ano:** _____ **Turma:** _____
Professor pesquisador: Genivaldo Braz de Jesus Silva

Situação 2: Analisando proposições

Questão 1. Observe cada afirmação e julgue às como verdadeira ou falsa.

a) Se hoje fosse domingo, ontem teria sido sábado. ( ) V ( ) F
b) Se um número natural é par, então ele é divisível por 2. ( ) V ( ) F
c) Se chove, então o céu está encoberto. Está chovendo. Logo o céu está encoberto. ( ) V ( ) F
d) Na frase, "o céu está encoberto", sua negação é "não está chovendo".
( )V ( )F
e) O sol gira em torno da terra. ( ) V ( ) F
f) O número 17 é primo. ( ) V ( ) F
g) Salvador é a capital da Bahia. ( ) V ( ) F
h) Tiradentes morreu afogado. ( ) V ( ) F
i) Todo número divisível por 5 termina por 5. ( ) V ( ) F
j) A multiplicação de dois números ímpares resulta em um número ímpar.
( )V ( )F
k) A neve é branca **e** Salvador é a capital do Brasil. ( ) V ( ) F
l) A neve é branca **ou** Salvador é a capital do Brasil. ( ) V ( ) F
m) Se 6 não for par, 5 não será primo. Mas 5 é primo. Então, 6 é par. ( ) V ( ) F
n) Se 7 é menor que 4, então 7 não é primo. Mas 7 não é menor que 4. Logo, 7 é primo. ( ) V ( ) F
o) Quando chove, Marcos fica resfriado. Marcos não ficou resfriado. Logo, choveu. ( ) V ( ) F
p) Se chove, a rua fica molhada. ( ) V ( ) F

Questão 2. Estabeleça uma conclusão adequada para cada uma das situações abaixo.

a) Quando se trabalha arduamente, és recompensado de algum modo. José trabalhou arduamente. Que conclusão se pode ter?

____

b) Todo homem é mortal. Sócrates é um homem. Portanto,

____

c) Se ontem foi terça-feira, hoje é quarta-feira. Mas hoje não é quarta-feira. Logo,

____

d) Todo número par é divisível por 2. O número 78 é par. Logo,

____

e) Todo número natural é inteiro. E todo número inteiro é racional. O que se pode concluir a respeito do número natural em relação ao número racional.

____

____

Anexo G – Da Situação 3

Questão 15 da OBMEP
NÍVEL 1 (6º e 7º ano) – ANO 2022

Ana, Cláudia, Joaquim, Pedro e Fabiana se esconderam durante uma brincadeira. Nessa brincadeira,

- havia exatamente duas crianças na casa da árvore;
- Pedro, que nasceu em São Paulo, se escondeu junto com Fabiana;
- uma menina se escondeu sozinha;
- Ana não estava sozinha em seu esconderijo;
- O menino pernambucano estava na casa da árvore.

Quem estava na casa da árvore?

(A) Pedro e Fabiana.

(B) Joaquim e Cláudia.

(C) Ana e Joaquim.

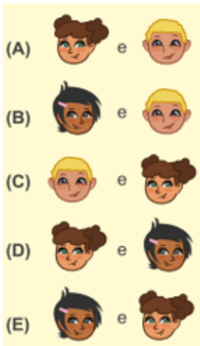
(D) Pedro e Ana.

(E) Cláudia e Fabiana.

Questão 19 da OBMEP
NÍVEL 1 (6º e 7º ano) – ANO 2023

As idades de três crianças são 7, 8 e 9 anos. Na figura, vemos a resposta de cada uma delas, quando perguntadas sobre suas idades. A criança com 8 anos foi a única que mentiu.

A criança mais velha e a criança mais nova são, nessa ordem,



Questão 8 da OBMEP
NÍVEL 1 (6º e 7º ano) – ANO 2019

Ana, Beatriz, Cláudia, Daniela e Érica foram visitar a vovó Margarida. Beatriz chegou antes de Ana e depois de Daniela. Já Cláudia, Daniela e Érica chegaram uma em seguida da outra, nessa ordem. Quem foi a primeira a chegar?

A) Ana

B) Beatriz

C) Cláudia

D) Daniela

E) Érica

Questão 20 da OBMEP
NÍVEL 1 (6º e 7º ano) – ANO 2018

Vovó Vera quis saber qual de suas cinco netinhas tinha feito um desenho na parede de sua sala. As netinhas fizeram as seguintes declarações:

- Emília: *Não fui eu.*
- Luísa: *Quem desenhou foi a Marília ou a Rafaela.*
- Marília: *Não foi a Rafaela nem a Vitória.*
- Rafaela: *Não foi a Luísa.*
- Vitória: *Luísa não está dizendo a verdade.*

Se apenas uma das netinhas mentiu, quem fez o desenho?

A) Emília

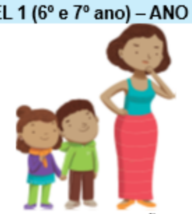
B) Luísa

C) Marília

D) Rafaela

E) Vitória

Questão 14 da OBMEP
NÍVEL 1 (6º e 7º ano) – ANO 2016



Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que cada um deles daria uma única resposta correta a três perguntas que ela faria.

Ela perguntou:
– Que dia da semana é hoje?
– Hoje é quinta, disse João.
– É sexta, respondeu Maria.
Depois perguntou:
– Que dia da semana será amanhã?
– Segunda, falou João.
– Amanhã será domingo, disse Maria.
Finalmente ela perguntou:
– Que dia da semana foi ontem?
– Terça, respondeu João.
– Quarta, disse Maria.

Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

A) Segunda-feira
B) Terça-feira
C) Quarta-feira
D) Quinta-feira
E) Sexta-feira

Questão 11 da OCM
NÍVEL 4 (8º e 9º ano) – ANO 2021

Amélia, Beatriz, Camila e Débora são amigas que combinaram uma brincadeira: a partir de um certo momento cada uma delas passa a falar só verdades ou só mentiras. Depois desse momento,

- Amélia disse: “Beatriz diz a verdade”;
- Beatriz disse: “Camila mente”;
- Camila disse: “Amélia e Débora, ambas dizem a verdade ou ambas são mentirosas”;
- Débora disse: “Amélia não fala a verdade”.

Quantas das 4 amigas mentem?

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

Anexo H – Da Situação 4

Escola: ____________________ **Data:** ___ / ____/ ______
Nome: ______________________ **Ano:** ___ **Turma:** _____
Professor pesquisador: Genivaldo Braz de Jesus Silva

Situação 4: questionário individual

Questão 1. Durante o dia a dia, você está sempre argumentando, ou seja, explicando algo ou justificando alguma situação, seja com os pais, com os colegas, durante a resolução de atividades na escola e, até mesmo explicando para o professor o porquê de não ter feito determinado trabalho. Em sua opinião, qual a importância de uma boa argumentação?

Questão 2. Algumas vezes respondemos muito apressadamente, seja na escola, em casa ou entre os amigos e, nem sempre o que respondemos deveria ser da forma que respondemos. Para você, qual a importância de pensar, ou seja, raciocinar antes de responder a qualquer pessoa ou qualquer situação problema matemático?

Questão 3. Durante as situações 1 (analisar fichas), 2 (responder questões) e 3 (resolver problemas em equipe), você participou destas atividades respondendo questões e justificando suas respostas.

a) Relate quais foram as principais dificuldades enfrentadas durante as situações aqui apresentada.

b) Relate se gostou ou não da experiencia de participar destas atividades, justificando sua resposta.

Questão 4. Caso queira, deixe abaixo mais algum comentário que julgar relevante.

O saber a gente aprende com os mestres e os livros. A sabedoria, se aprende é com a vida e com os humildes.

Cora Coralina

Gratidão!