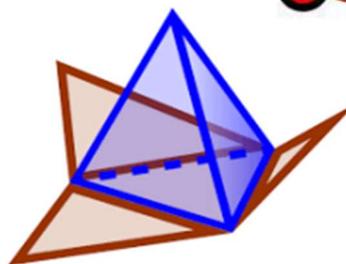
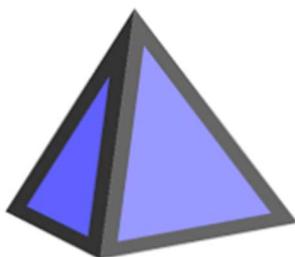
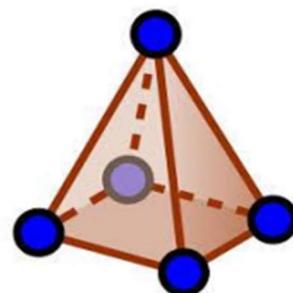




SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Estudo dos Sólidos Geométricos com Calculadora
Tridimensional GeoGebra



MARLON MAIKE MOREIRA DE SOUZA

GALVINA MARIA DE SOUZA

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
DEZEMBRO - 2024

APRESENTAÇÃO

A Sequência Didática apresentada constitui o Produto Educacional produzido no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Teve sua origem na pesquisa de mestrado intitulada ***Estudo dos sólidos geométricos por meio da Realidade Aumentada com a calculadora tridimensional GeoGebra***, fundamentada na Teoria do Registros de Representação Semiótica (Duval, 2003), que tinha como objetivo analisar o quanto a calculadora tridimensional *GeoGebra* pode contribuir nos processos de ensino e de aprendizagem da Geometria Espacial

A proposta utiliza a Realidade Aumentada como recurso tecnológico a fim de contribuir positivamente para a compreensão da teoria, além de desenvolver as habilidades de visualização dos estudantes. As atividades foram concebidas para estudantes do 2º ano do Ensino Médio

Esperamos que possa ser utilizada por outros docentes no Ensino da Geometria Espacial.

Os autores.

ORGANIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

TEMPO

- Serão necessárias 15 aulas de 50 minutos, dividida da seguinte maneira:
- 1º Semana 23/10 - 3 aulas
- 2º Semana 30/10 – 3 aulas
- 3º Semana 06/11 – 3 aulas
- 4º Semana 13/11 – 3 aulas
- 5º semanas 20/11 – 3 aulas

MATERIAIS

- Caderno para anotações
- Smartphone/Aparelho de Celular
- Notebook/TV
- Projetor/Datashow

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

- Os alunos serão organizados em duplas, na sala de aula, dessa forma quem não tiver o recurso no Smartphone, pode sentar perto de alguém que tenha.

COMPETÊNCIAS GERAIS (BNCC)

- Compreender como a matemática pode ser estudada com o auxílio de novas tecnologias que facilitam a aprendizagem da geometria espacial.
- Interpretar as figuras geométricas e relacionar com a teoria sobre conceito de volume, sendo a medida de capacidade dos sólidos geométricos.
- Resolver questões através do desenvolvimento do raciocínio lógico a partir das figuras geométricas tridimensionais e determinar largura, comprimento e altura.

- Solucionar problemas matemáticos de forma rápida por meio do uso da calculadora *GeoGebra 3D*.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA III

No Quadro 4, são apresentadas as habilidades que se espera que os alunos desenvolvam, e essas habilidades estão vinculadas à competência específica V.

Quadro 4 - Habilidades relacionadas com a competência específica III

EM13MAT308	“Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos” (Brasil, 2018).
EM13MAT309	“Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais” (Brasil, 2018).
EM13MAT307	“Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais” (Brasil, 2018).

Fonte: Pesquisador (2023) inspirado na BNCC (2018).

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA V:

No Quadro 5, são apresentadas as habilidades que se espera que os alunos desenvolvam, e essas habilidades estão vinculadas à competência específica V.

Quadro 5 - Habilidades relacionadas com a competência específica V

EM13MAT504	“Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras” (Brasil, 2018).
EM13MAT50	“Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados” (Brasil, 2018).
EM13MAT506	“Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas” (Brasil, 2018).

Fonte: Pesquisador (2023) inspirado na BNCC (2018).

SEMANA I - AULA 1. APRESENTAÇÃO DA CALCULADORA GEOGEBRA

O *GeoGebra* é uma ferramenta de matemática interativa que oferece uma calculadora 3D para explorar conceitos matemáticos em três dimensões. O aplicativo é de fácil acesso, encontrasse a versão tanto na Play Store como na App Store:

Figura 20 – Versão na Play Store e App Store

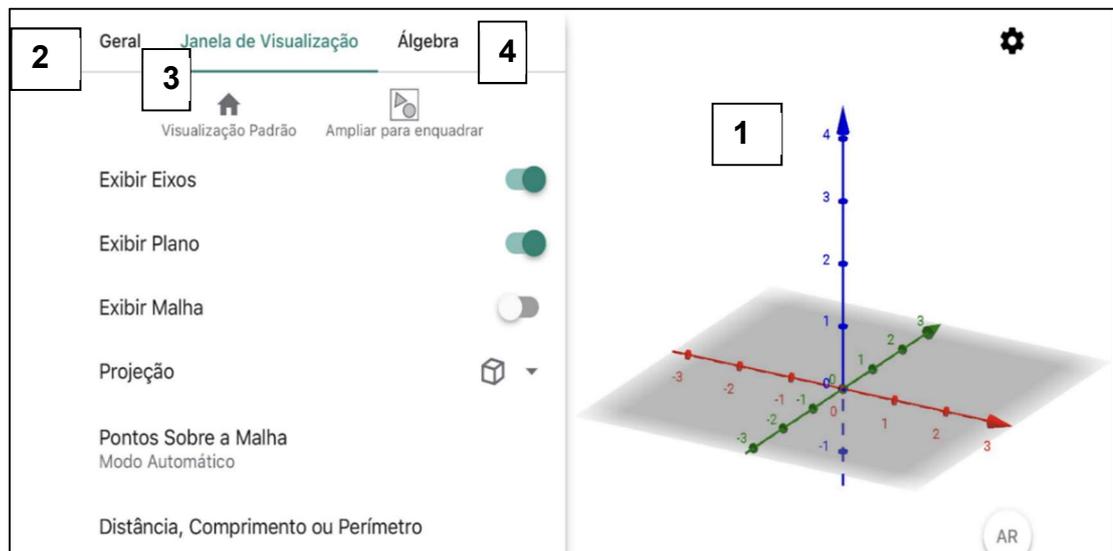


Fonte: De autoria própria (2023).

Mostrando a interface da calculadora *GeoGebra* 3D, e suas principais áreas.

1- Tela de Desenho 3D, 2- Geral, 3- Janela de Visualização e 4- Álgebra.

Figura 21 – A interface da calculadora *GeoGebra* 3D



Fonte: De autoria própria (2023)

No botão de Álgebra abre a janela de Entrada, nela são inseridos os comandos. Na opção de Ferramentas temos várias opções.

Figura 22 - Ferramentas do GeoGebra 3D

The image shows a screenshot of the GeoGebra 3D interface. On the left is the 'Calculadora GeoGebra 3D' menu with options: Limpar Tudo, Abrir, Compartilhar, Exportar Imagem, Modo Exame, Configurações, and Ajuda & Feedback. In the top right, there is an 'Entrada...' input field. Below it is the 'Álgebra' button and the 'Ferramentas' button. A text box points to the 'Entrada...' field with the text 'Digitasse os comandos nesse campo.' Below the 'Ferramentas' button is a 'Ferramentas Básicas' menu with icons for: Mover, Ponto, Pirâmide, Cubo, Esfera: Centro & Po..., Plano por três pontos, and Interseção de Duas Superf... A text box points to this menu with the text 'Ao clicar em MAIS e rolar a página, tem diversas opções para Editar, Pontos, Retas e Polígonos, Sólidos, Círculos, Curvas, Transformar, Medições, Outras e Retas Especiais.' Below the 'Ferramentas Básicas' menu is a 'MAIS' button. To the right of the 'Ferramentas Básicas' menu is a 'Medições' menu with options: Ângulo, Distância, Compriment..., Área, and Volume. Below the 'Medições' menu is an 'Outras' menu with options: Girar Janela de Visualiza..., Mover Janela de Visualiza..., and Copiar Estilo Visual. Below the 'Outras' menu is a 'Retas Especiais' menu with options: Vetor a Partir de um Ponto, Caminho Poligonal, and Reta Polar ou Diametral. Below the 'Retas Especiais' menu is a 'MENOS' button. Below the 'MENOS' button is a grid of tool categories: Editar, Retas e Polígonos, Sólidos, and Círculos. The 'Editar' category includes: AA (Exibir/Esconder R...), Exibir/Esconder O..., Apagar, Vista para frente de, and Pontos (Ponto, Interseção de Dois Objetos, Ponto Médio ou Centro, Ponto em Objeto, Vincular/Desvincular...). The 'Retas e Polígonos' category includes: Segmento, Segmento com Compr..., Reta, Semirreta, Vetor, Polígono, Polígono Regular, Reta Perpendicular, Reta Paralela, Bissetriz, and Reta Tangente. The 'Sólidos' category includes: Pirâmide, Prisma, Tetraedro, Cubo, Esfera: Centro & Po..., Esfera: Centro & Raio, Cone, Cilindro, Fazer extrusão pa..., Extrusão para Prisma, Planificação, and Superfície de Revolução. The 'Círculos' category includes: Círculo dados Eixo e Um d..., Círculo (Centro - Ra..., Círculo definido por..., Arco Circular, Arco Circuncircular, Setor Circular, Setor Circuncircular, Curvas (Elipse, Cônica por Cinco Pontos, Parábola, Hipérbola), Lugar Geométrico, Interseção de Duas Super..., Transformar (Reflexão por Um Plano, Reflexão em Relação a u..., Girar em torno de U..., Translação por um Vetor, Homotetia, Reflexão em Relação a u...).

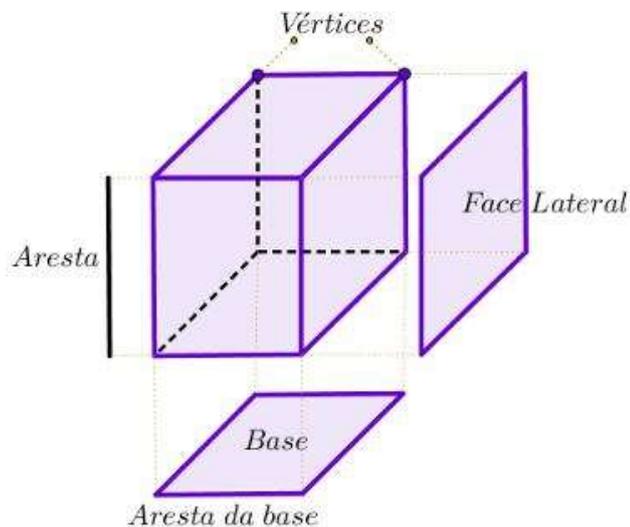
Fonte: De autoria própria (2023)

SEMANA I - AULA 2. GEOMETRIA ESPACIAL ESTUDO DO PRISMA

Atividade 01- Apresentação e Construção dos Prismas.

Um prisma é um sólido geométrico tridimensional com duas bases paralelas que são polígonos idênticos e uma série de faces retangulares ou paralelogramos que conectam as arestas correspondentes das bases. As faces laterais de um prisma reto são sempre perpendiculares às bases, e a altura do prisma é a distância entre as duas bases.

Figura 23 - Elementos que compõe os prismas

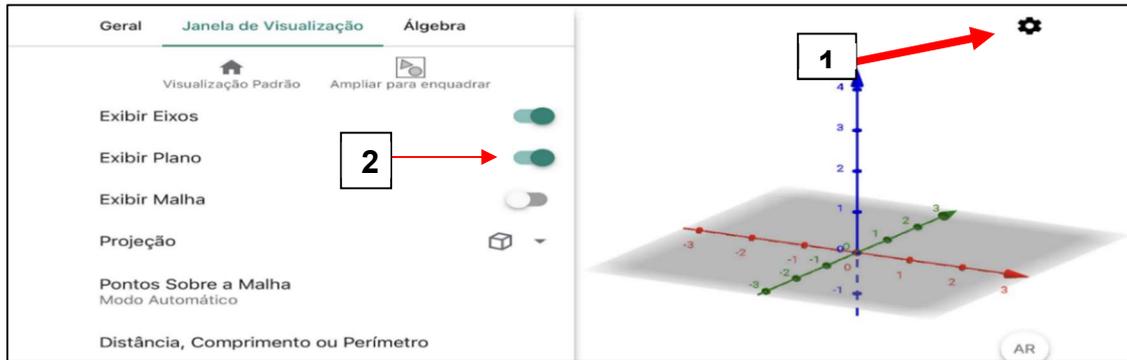


Fonte: site (brasilecola.uol.com.br)

Construção de um prisma reto cuja base é um polígono regular com N lados.

1.0- Acesse as configurações, tocando no ícone 1- configurações”  Na aba nela de Visualização, desmarque as opções 2- Exibir Plano:

Figura 24 - Aba Janela de Visualização



Fonte:
autoria

De
própria

(2023).

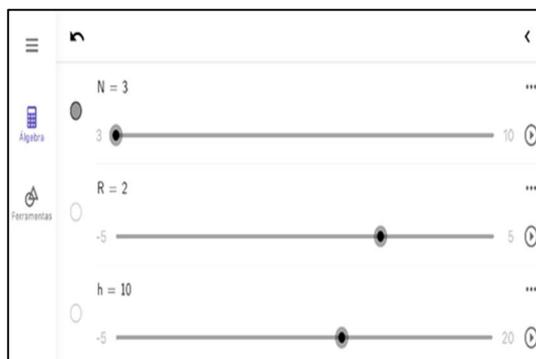
2.0 - Toque na janela gráfica para voltar à tela inicial. Ir para janela de álgebra, digitar na barra de entrada os comandos:

2.1 $N = \text{Controle Deslizante}(3, 10, 1)$

2.2 $R = 2$

2.3 $h = 10$

Figura 25– Janela de Álgebra



Fonte: De autoria própria (2023).

3.0 Logo em seguida utilize o campo Entrada, para inserir os seguintes comandos:

3.1 $\text{base} = \text{Polígono}(\text{Sequência}(\text{Girar}((R,0,0), 2\pi \frac{i}{N}, \text{EixoZ}), i, 0, N-1))$

3.2 $\text{base} = \text{Polígono}(\text{Lista de pontos})$

3.3 Sequência (Expressão, Variável, Valor Inicial, Valor Final)

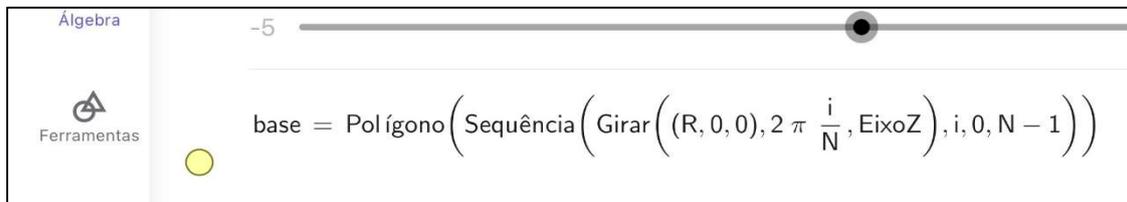
3.4 Girar (Objeto, Ângulo, Eixo de Rotação)

3.5 Abrir Parêntese e digitar (R,0,0)

3.6 Digitar: $2\pi \frac{i}{N}, \text{EixoZ}$

3.7 Digitar: $i, 0, N-1$ logo em seguida da Enter.

Figura 26- Resultado dos comandos no aplicativo



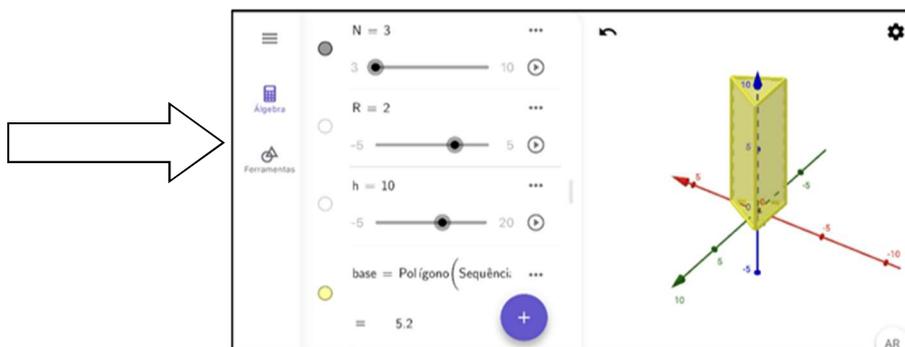
Fonte: De autoria própria (2023).

4.1 Execute os seguintes comandos na caixa de entrada:

4.2 Prisma (base, h)

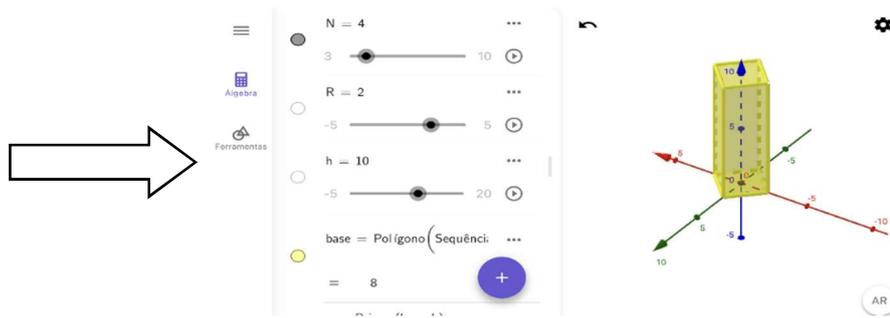
No controle deslizante N movimente a barra para N=3, N=4, N=5 e N=6 e teremos esses resultados:

Figura 27- Para N=3 Prisma Reto de base triangular



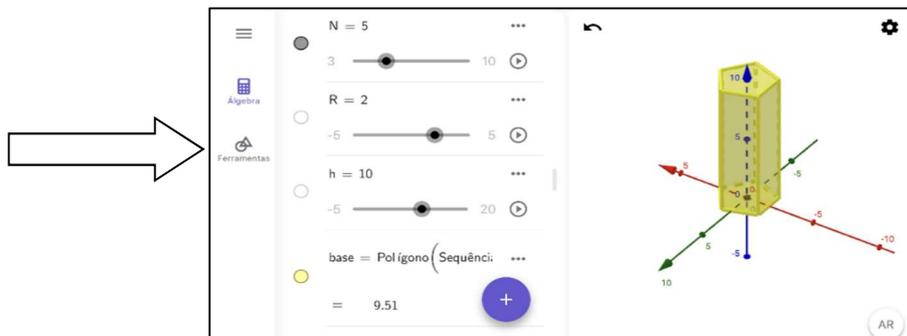
Fonte: De autoria própria (2023).

Figura 28- Para N=4 Prisma Reto de base Quadrangular



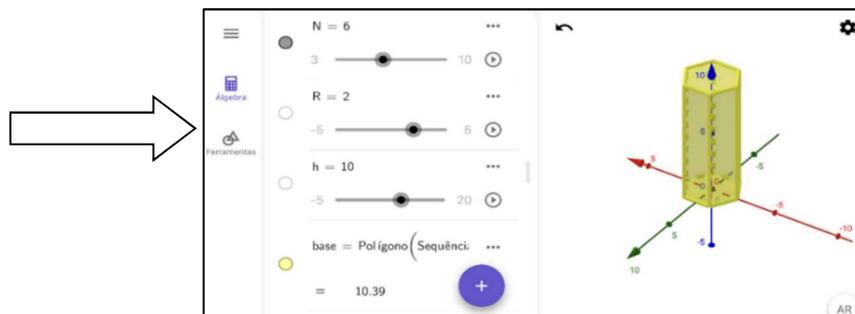
Fonte: De autoria própria (2023).

Figura 29 - N=5; Prisma Reto de base Pentagonal



Fonte: De autoria própria (2023).

Figura 30 - Para N=6; Prisma Reto de base Hexagonal

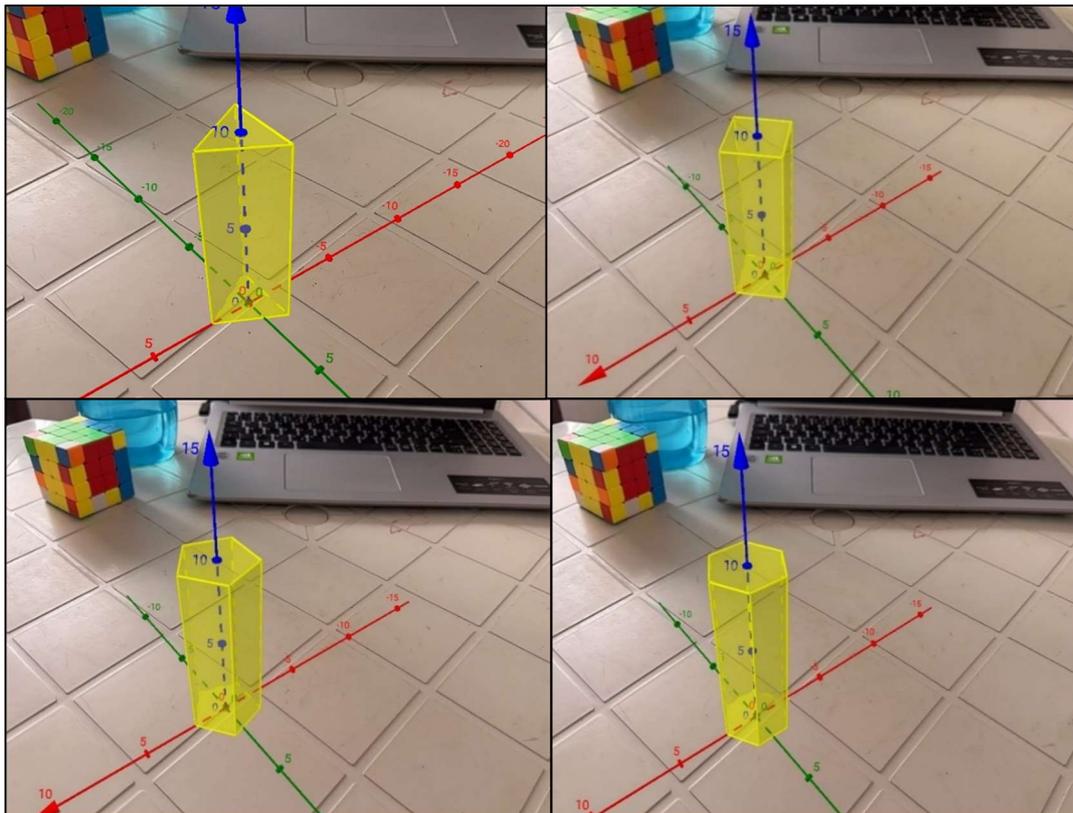


Fonte: De autoria própria (2023).

5.0 Ative o modo de visualização em AR, tocando sobre o botão, que se encontra no canto inferior direito da janela gráfica. Localize por meio da câmera uma superfície plana para projetar a o sólido formado.

5.1 Movimente os controles deslizantes N para aumentar o número de lados:

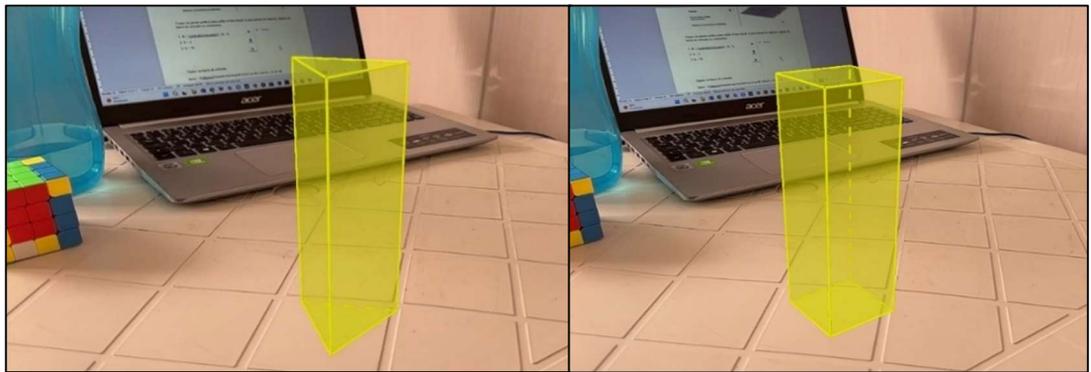
Figura 31 - Resultado dos Prisma em Realidade Aumentada



Fonte: De autoria própria (2023).

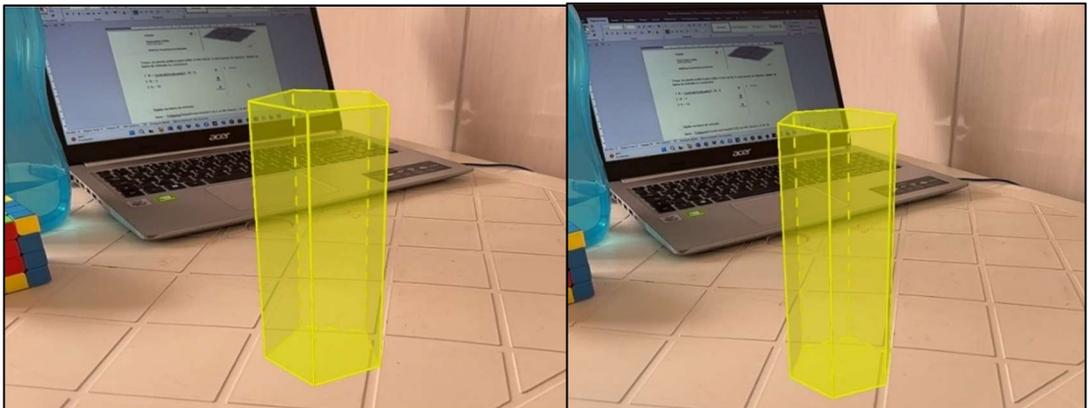
5.2 Acesse as configurações, tocando no ícone “configurações” 
Na aba Janela de Visualização, desmarque as opções Exibir Eixos.

Figura 32 - Visualização dos prismas 1 e 2 sem os Eixos



Fonte: De autoria própria (2023).

Figura 33 - Visualização dos prismas 3 e 4 sem os Eixos



Fonte: De autoria própria (2023).

ATIVIDADE 2 - A PLANIFICAÇÃO DOS SÓLIDOS

A planificação dos sólidos, também conhecida como "desdobramento de sólidos", é o processo de representar um sólido tridimensional como uma figura

plana. Isso é útil, pois permite analisar as superfícies e as formas de um sólido em um formato bidimensional. Cada tipo de sólido tem seu próprio método de planificação. Aqui estão exemplos de planificações para alguns sólidos comuns utilizando a calculadora 3D.

Atividade 2- Construção no GeoGebra Planificação dos sólidos

Acesse as ferramentas, tocando no ícone  Ferramentas

Na aba ferramentas Básicas clica em “mais” para obter acesso as outras ferramentas, vamos clicar no ícone  Planificação

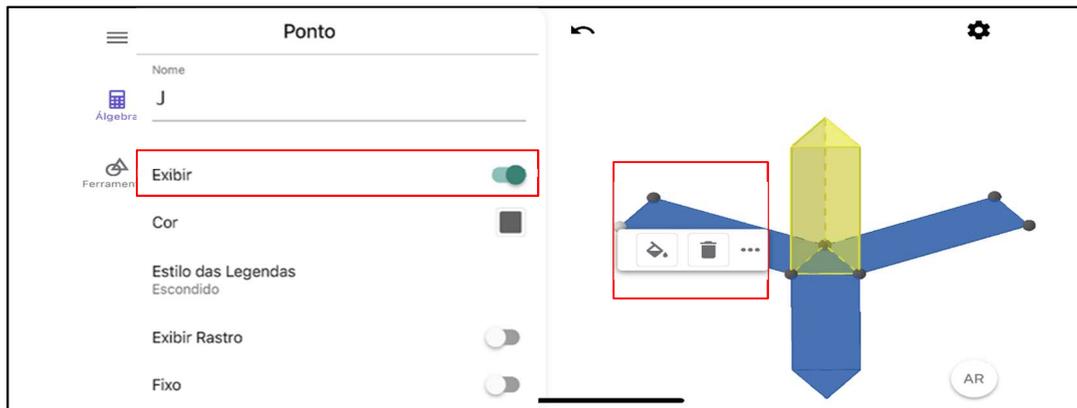
Figura 34 - Ferramentas Básicas



Fonte: De autoria própria (2023).

Selecionar o sólido a ser planificado. Clicar em cima do ponto, na janela do ponto desmarcar opção exibir:

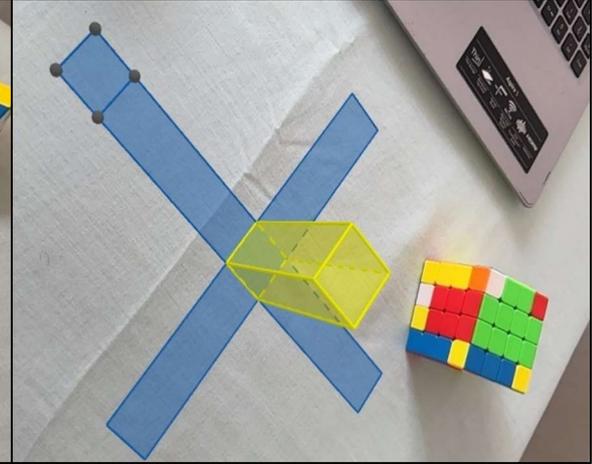
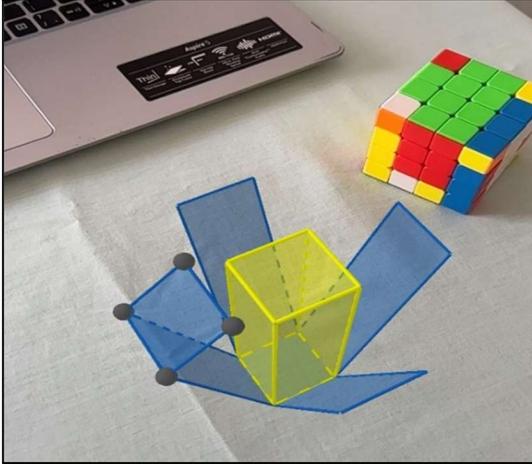
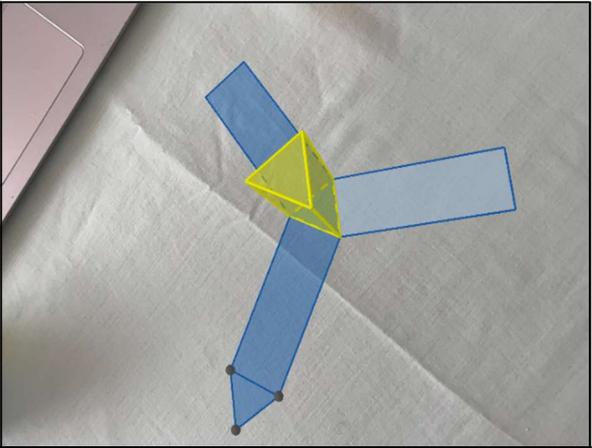
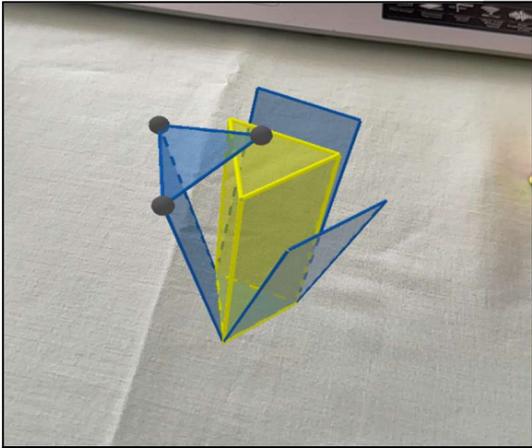
Figura 35 - Planificação do prisma de base triangular



Fonte: De autoria própria (2023).

Ative o modo de visualização em AR, tocando sobre o botão,  que se encontra no canto inferior direito da janela gráfica.

Figura 36 - Resultado da Planificação dos prismas em RA



Fonte: De autoria própria (2023).

ATIVIDADE 3 - ESTUDO DOS PRISMAS

1) Na construção dos sólidos de N lados o que acontece quando movemos os controles:

a) Controle deslizante N?

Possível resposta dos alunos:

Números das arestas das bases do prisma de n lados aumentam

b) Controle deslizante R?

Possível resposta dos alunos:

Aumenta a medida das arestas das bases do prisma de n lados

c) Controle deslizante h?

Possível resposta dos alunos:

Altera a medida da altura do prisma de n base.

2) Qual o nome do sólido formado ao mover o controle deslizante N para:

a) N=3 _____

b) N=4 _____

c) N=5 _____

d) N=6 _____

Possível resposta dos alunos:

a) Prisma de base Triangular

b) Prisma de base Quadrangular

c) Prisma de base Pentagonal

d) Prisma de base Hexagonal

3) Determine o número de aresta, faces e vértices dos sólidos de base igual a N lados:

BASE	ARESTAS	FACES	VÉRTICES
Base N= 3			
Base N= 4			
Base N= 5			
Base N= 6			

Possível resposta dos alunos:

BASE	ARESTAS	FACES	VÉRTICES
Base N= 3	9	5	6
Base N= 4	12	6	8
Base N= 5	15	7	10
Base N= 6	18	8	12

4) Quando se aumenta uma unidade em N , o que podemos perceber com o número de arestas, faces e vértices?

Possível resposta dos alunos:

Quando se altera o valor de N o número de arestas aumenta em $3N$ vezes, o número de faces aumenta em $N+2$ e o Número de vértices em $2N$.

5) Determine a medida da área total e do volume do Prisma onde o $N = 4$, $R = 2$ e $h = 10$.

Possível resposta dos alunos:

Área total = 16 + 80 unidades de área

Volume = 80 unidades de volume

6) Qual a medida da área total e volume do Prisma onde $N= 3$, $R= 1$ e $h= 15$.

Possível resposta dos alunos:

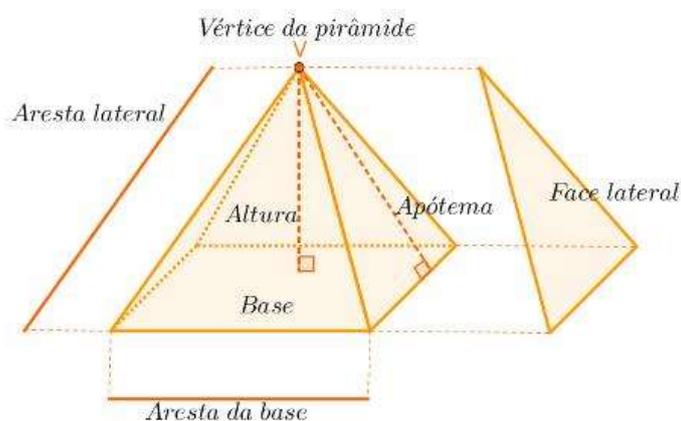
Área total = 80,54 unidades de área.

Volume = 19,49 unidades de volume.

SEMANA II- AULA 4: ESTUDO DA PIRÂMIDE

Uma pirâmide é um sólido geométrico caracterizado por uma base plana que pode ser de diversas formas tais como, triangular, quadrangular, pentagonal, etc. e suas faces triangulares que se encontram em um único ponto chamado vértice. A altura da pirâmide é a distância entre a base e o vértice.

Figura 37 - Elementos da Pirâmide



Fonte: Site (brasilecola.uol.com.br)

ATIVIDADE 1- CONSTRUÇÃO DE UMA PIRÂMIDE RETA CUJA BASE É UM POLÍGONO REGULAR COM N LADOS.

1.0 - Ir para janela de álgebra, digitar na barra de entrada os comandos:

2.1 $N = \text{ControleDeslizante}(3, 10, 1)$

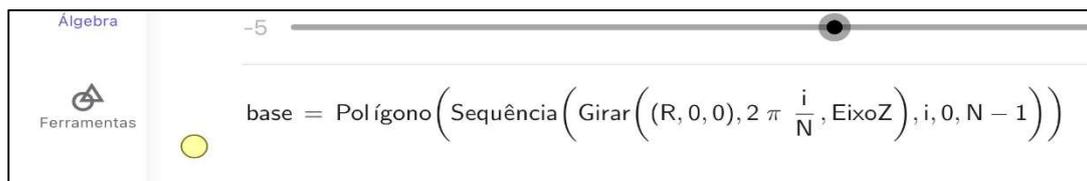
2.2 $R = 2$

2.3 $h = 10$

Logo em seguida utilize o campo **Entrada**, para inserir os seguintes comandos:

- 3.1 $\text{base} = \text{Polígono}(\text{Sequência}(\text{Girar}((R,0,0), 2\pi i/N, \text{EixoZ}), i, 0, N-1))$
- 3.2 $\text{base} = \text{Polígono}(\text{Lista de pontos})$
- 3.3 Sequência (Expressão, Variável, Valor Inicial, Valor Final)
- 3.4 Girar (Objeto, Ângulo, Eixo de Rotação)
- 3.5 Abrir Parêntese e digitar (R,0,0)
- 3.6 Digitar: $2\pi i/N, \text{EixoZ}$
- 3.7 Digitar: $i, 0, N-1$ logo em seguida da Enter.

Figura 38 - Resultado dos comandos no aplicativo Pirâmide



Fonte: De autoria própria (2023)

- 4.1 Execute os seguintes comandos na caixa de entrada:
- 4.2 Pirâmide(base, h)
- 4.3 Clicar em enter.

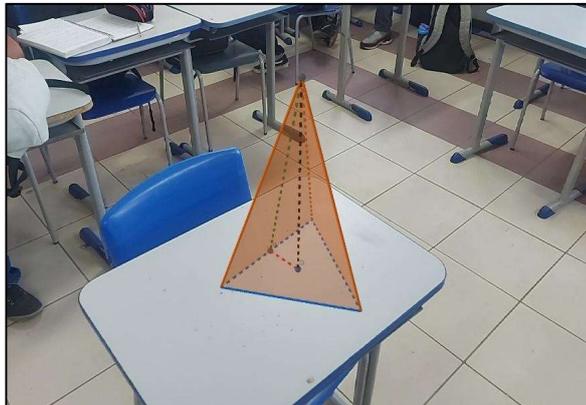
No controle deslizante N movimente a barra para $N=3$, $N=4$ e $N=6$

5.0 Ative o modo de visualização em AR, tocando sobre o botão,  que se encontra no canto inferior direito da janela gráfica. Localize por meio da câmera uma superfície plana para projetar a o sólido formado.

5.1 Movimente os controles deslizantes N para aumentar o número de lados:

Resultado em Realidade aumentada para cada valor de N

Figura 39 - Para $N=3$ Pirâmide Reta de base triangular em Realidade Aumentada



Fonte: De autoria própria (2023).

Figura 40 - Para $N=4$ Pirâmide Reta de base Quadrangular



Fonte: De autoria própria (2023).

Figura 41 - $N=6$ Pirâmide Reta de base Hexagonal



Fonte: De autoria própria (2023).

ATIVIDADE 2 - A PLANIFICAÇÃO DA PIRÂMIDE

A planificação de pirâmide, refere-se ao processo de representar o sólido tridimensional como uma figura plana. A seguir, são apresentados exemplos de planificações para pirâmide de base triangular e quadrangular, utilizando a calculadora 3D.

Atividade 2 - Construção no GeoGebra Planificação dos sólidos

Acesse as ferramentas, tocando no ícone  Ferramentas

Na aba ferramentas Básicas clica em “mais” para obter acesso as outras

ferramentas, vamos clicar no ícone  Planificação

Figura 42 - Ferramentas Básicas



Fonte: De autoria própria (2023).

Depois seleccionar o sólido a ser planificado clicando no ícone:  Planificação
Resultados da planificação em RA para $N = 3$.

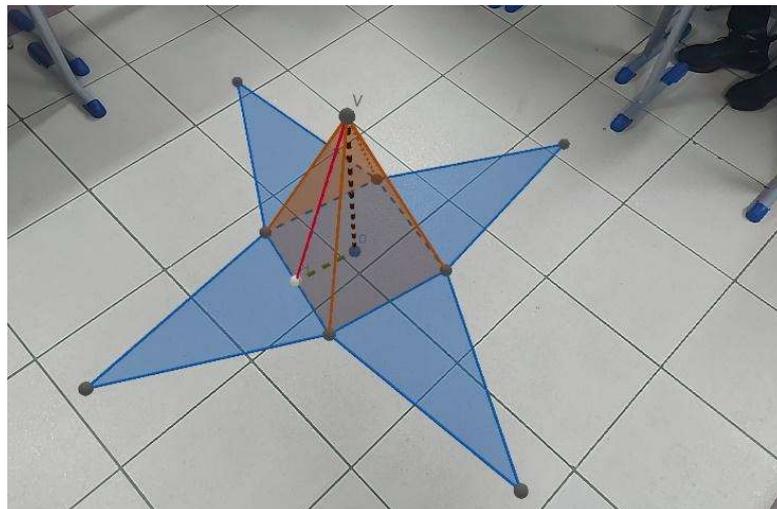
Figura 43 - Planificação da pirâmide de base triangular



Fonte: De autoria própria (2023)

Resultados da planificação em RA para $N = 4$:

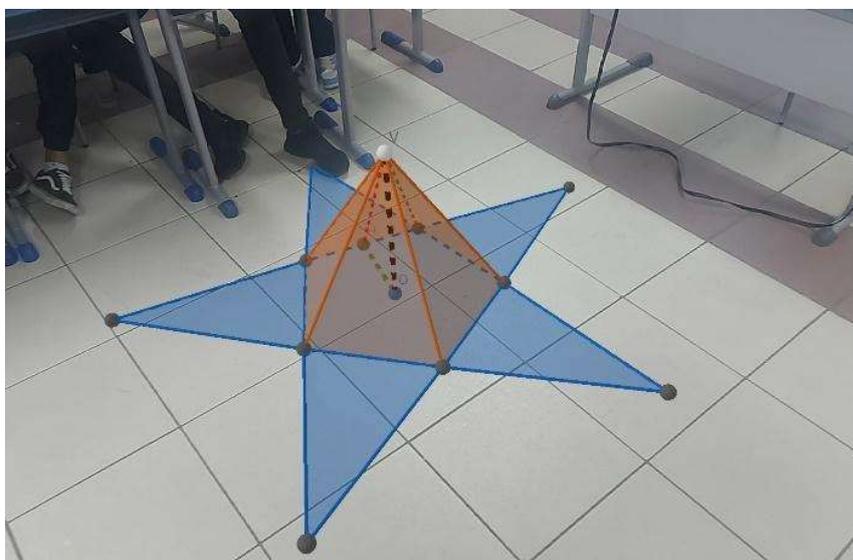
Figura 44 - Planificação da pirâmide de base Quadrangular



Fonte: De autoria própria (2023)

Resultados da planificação em RA para $N = 5$:

Figura 45 - Planificação da pirâmide de base pentagonal



Fonte: De autoria própria (2023)

ATIVIDADE 3 - ESTUDO DAS PIRÂMIDES

1) Na construção dos sólidos de N lados o que acontece quando movemos os controles:

a) Controle deslizante N ?

Possível resposta dos alunos:

Números das arestas da base da pirâmide de n lados aumentam

b) Controle deslizante R?

Possível resposta dos alunos:

Aumenta a medida das arestas da base da pirâmide de n lados

c) Controle deslizante h?

Possível resposta dos alunos:

Altera a medida da altura da pirâmide.

2) Qual o nome do sólido formado ao mover o controle deslizante N para:

a) N=3 _____

b) N=4 _____

c) N=5 _____

d) N=6 _____

Possível resposta dos alunos:

- a) Pirâmide de base Triangular
- b) Pirâmide de base Quadrangular
- c) Pirâmide de base Pentagonal
- d) Pirâmide de base Hexagonal

3) Determine o número de aresta, faces e vértices dos sólidos de base igual a N lados:

BASE	ARESTAS	FACES	VÉRTICES
Base N= 3			
Base N= 4			
Base N= 5			
Base N= 6			

Possível resposta dos alunos:

BASE	ARESTAS	FACES	VÉRTICES
Base N= 3	6	4	4
Base N= 4	8	5	5
Base N= 5	10	6	6
Base N= 6	12	7	7

4) Quando se aumenta uma unidade em N, o que podemos perceber com o número de arestas, faces e vértices?

Possível resposta dos alunos:

Quando se altera o valor de N o número de arestas aumenta em $2N$ vezes, o número de faces aumenta em $N+1$ e o Número de vértices em $N+1$.

5) Determine a medida da área total e do volume da pirâmide onde o $N=4$, $R=6$ e $h=8$. Utilizando as ferramentas Área e Volume do aplicativo:

Figura 46 - Ferramentas de área e volume



Fonte: De autoria própria (2023)



Possível resposta dos alunos:

Área total = 288 unidades de área
Volume = 576 unidades de volume

6) Qual a medida do volume da pirâmide onde $N= 3$, $R= 1$ e $h= 12$.

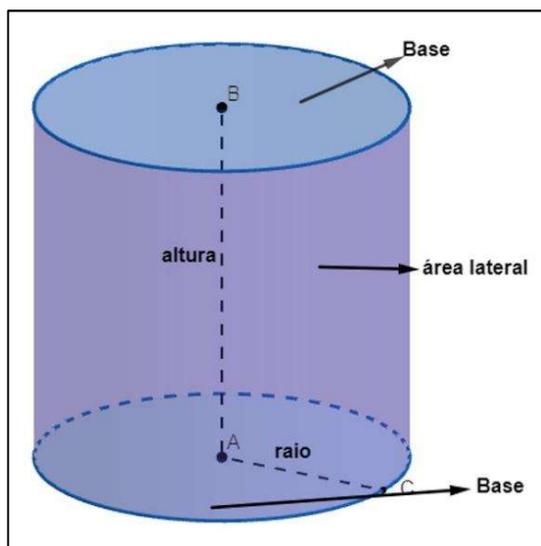
Possível resposta dos alunos:

Volume = 6 unidades de volume

SEMANA III- AULA 7: ESTUDO DO CILINDRO

A construção desenvolvida e explorada nesta atividade tem como objetivo estudar a definição de cilindro. Durante o processo, foi explicado a definição e destacou cada um dos elementos da geometria espacial envolvidos. Em seguida, esses elementos foram construídos no aplicativo *GeoGebra*. Ao final, os alunos podem interagir com todos os elementos da definição em Realidade Aumentada (RA).

Figura 47– Elementos do cilindro



Fonte: Site (escolakids.uol.com.br)

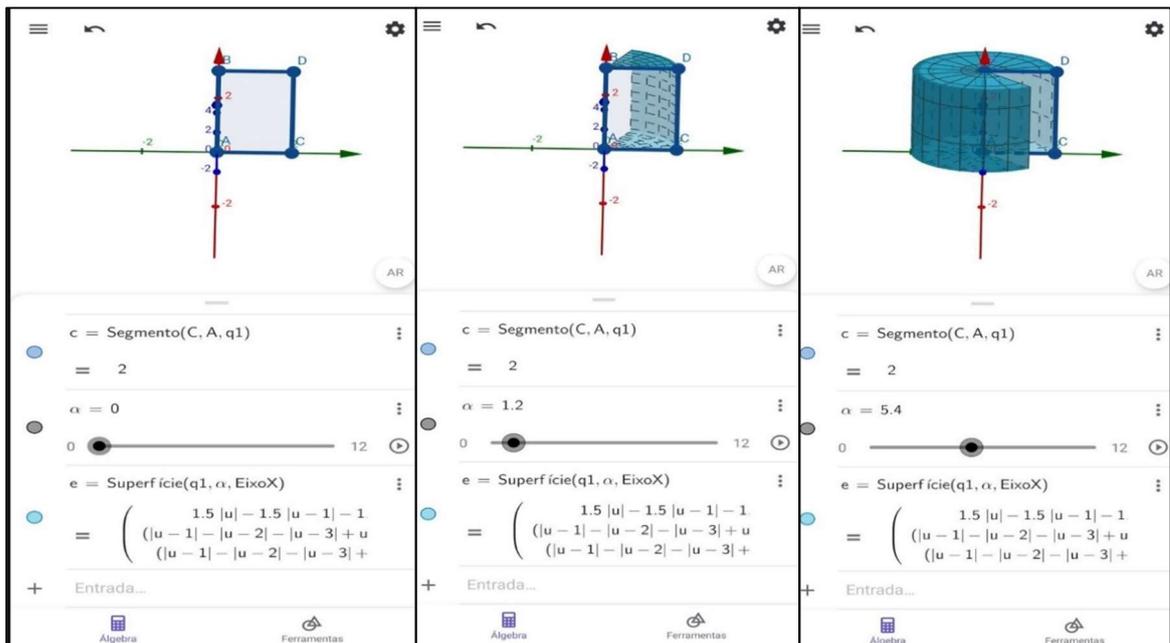
ATIVIDADE 1- CONSTRUÇÃO DO CILINDRO DE REVOLUÇÃO NO GEOGEBRA

Na aba Janela de Visualização, desmarque a opção Exibir Eixos. Na aba Álgebra, ajuste o parâmetro Descrições, Algébricas para Definição. Toque na janela gráfica para voltar à tela inicial:

Digitar os seguintes comandos:

- i- Construa o eixo de rotação:
Reta((0,0), EixoZ);
- ii- Crie o controle deslizante:
r = ControleDeslizante(0.1,5,0.1);
h = ControleDeslizante(0.1,5,0.1);
- iii- Crie os vértices A e B, do retângulo de rotação, executando os seguintes comandos:
A = (0,0) e B = (0,0,h);
- iv- Crie os vértices C e D:
C = (r,0) e D = (r,0,h);
- v- Construa o retângulo de rotação a partir dos pontos A, B, C e D.
pol1 = Polígono(A, B, D, C);
- vi- Crie o controle deslizante:
n = ControleDeslizante(0, 50, 1);
- vii- Crie uma sequência:
Sequência(Girar(pol1, i 2p / n), i, 1, n);
Movendo o controle temos essa transição em torno do eixo:

Figura 48 - Cilindro de revolução



Fonte: De autoria própria (2023).

- viii- Ative o modo de visualização em RA no ícone:
Procurando uma superfície:

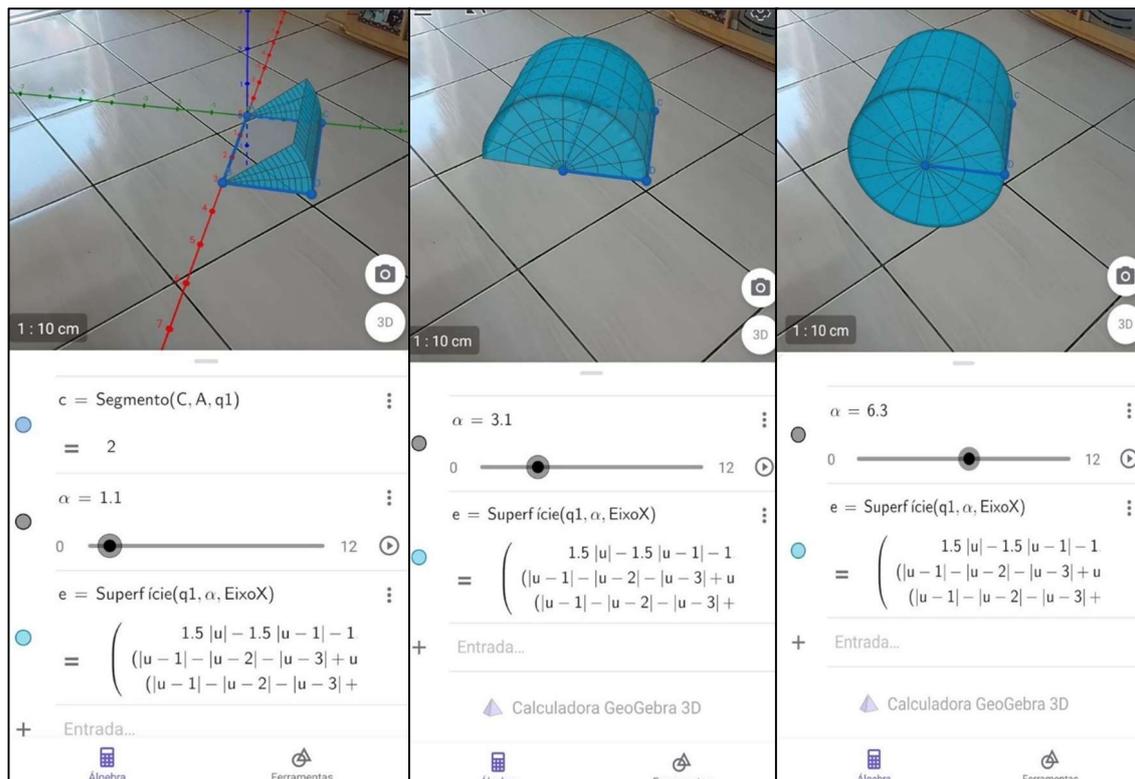
Figura 49 - Superfície de projeção



Fonte: De autoria própria (2023).

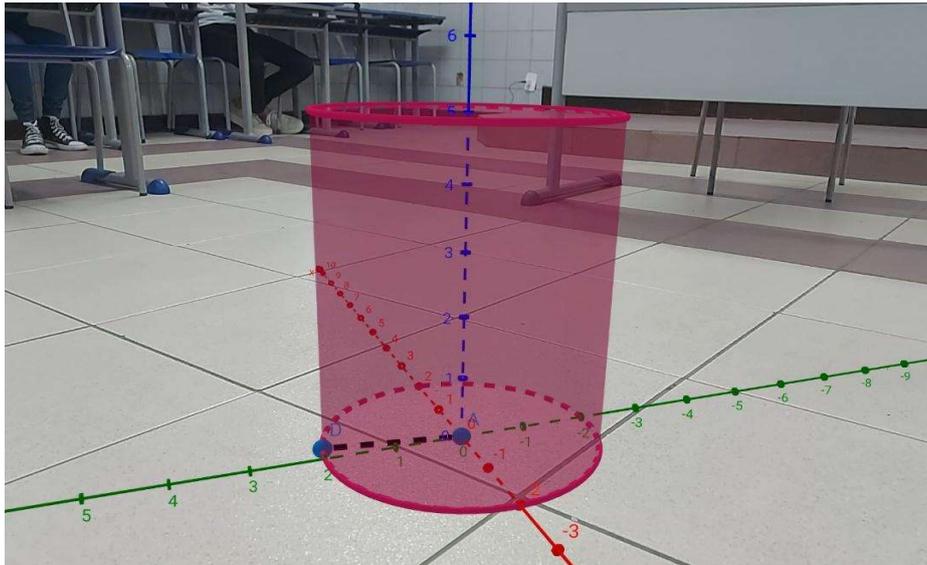
iv. Agora, basta dimensionar o retângulo pol1, manipulando os controles deslizantes r e h, e formarão o cilindro de revolução.

Figura 50 - Cilindro de revolução em RA



Fonte: De autoria própria (2023).

Figura 51 - Cilindro Reto em RA com os Eixos



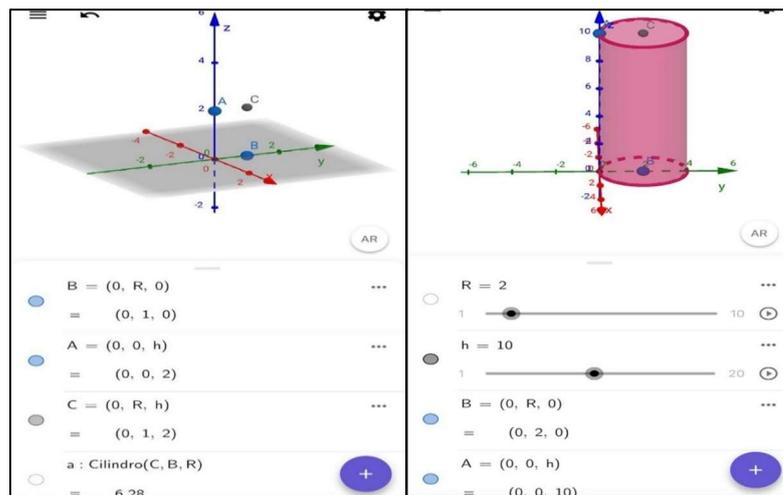
Fonte: De autoria própria (2023).

ATIVIDADE 2 – Construção do cilindro e medida da área e volume

1º) Criar os controles deslizante $R=(1,10,1)$, $h=(1,20,1)$ e os pontos A, B e C com as seguintes coordenadas A(0,0,h), B (0,R,0) e C(0,R,h). Em ferramentas vai na opção Cilindro e digitar em Raio o R. Determine o sólido formado com os controles em $R=2$ e $H=10$.

Possível resposta dos alunos:

Figura 52 - Construção do cilindro reto

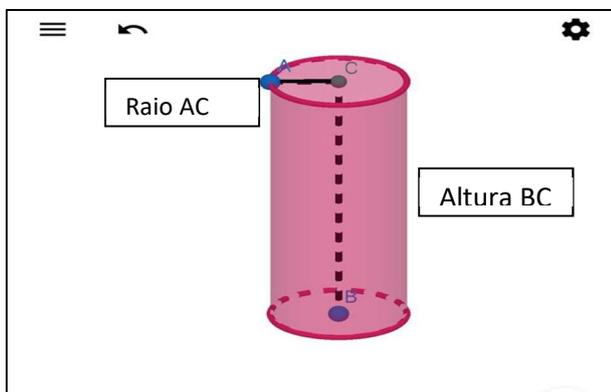


Fonte: De autoria própria (2023).

2º) Criar os segmentos nos pontos AC e BC. Determine o nome desses segmentos de acordo com os elementos com cilindro.

Possível resposta dos alunos:

Figura 53 - Cilindro de Raio R e altura h

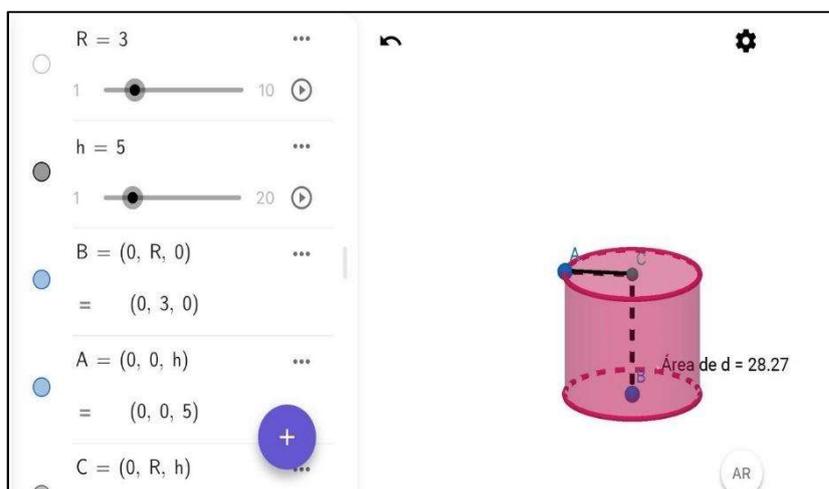


Fonte: De autoria própria (2023).

3º) Determine a área total desse sólido da questão de número 1º utilizando as ferramentas do GeoGebra 3D com os controles em $R=3$ e $h=5$:

Possível resposta dos alunos:

Figura 54 - Cilindro reto de raio R e altura h

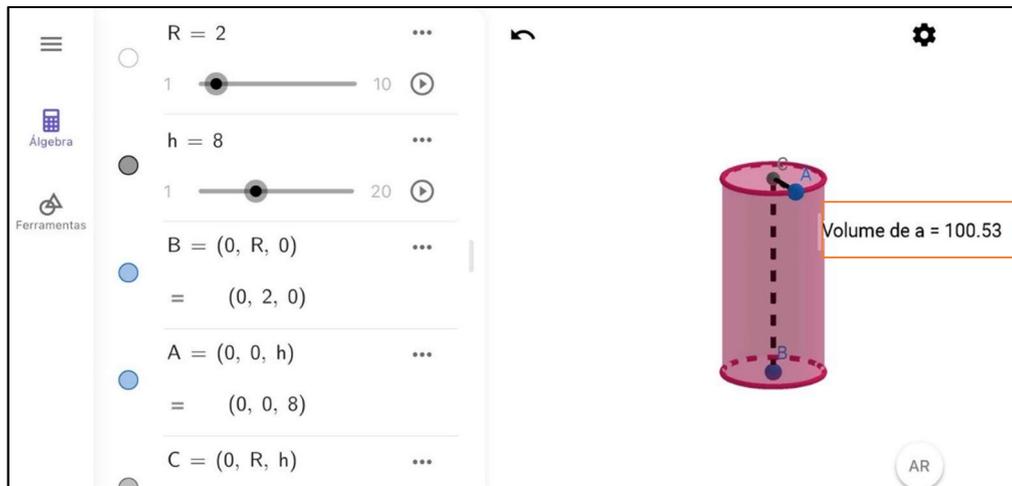


Fonte: De autoria própria (2023).

4º) Determine a medida desse sólido da questão de número 1º utilizando as ferramentas do GeoGebra 3D com os controles em $R=2$ e $h=8$:

Possível resposta dos alunos:

Figura 55 - Cálculo da medida do volume do cilindro



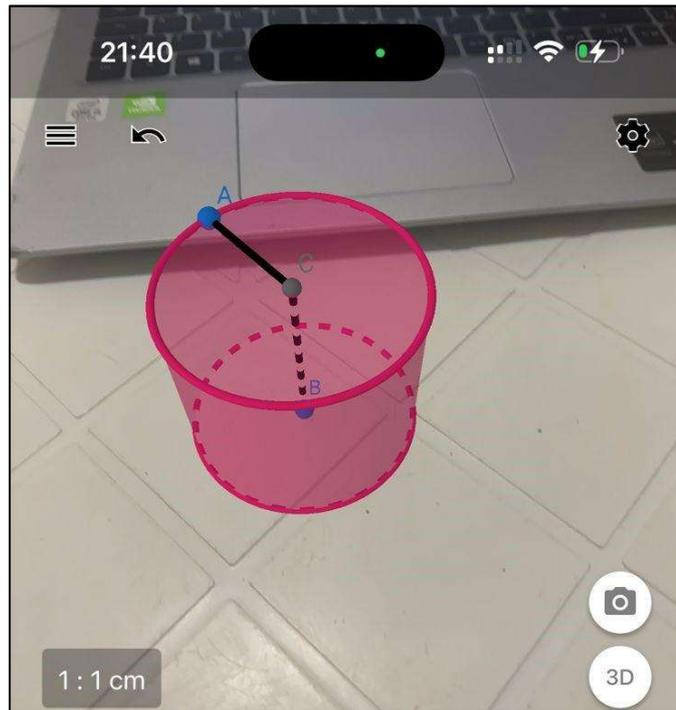
Fonte: De autoria própria (2023).

5º) Usando o recurso RA da calculadora *GeoGebra* 3D, projeta o sólido numa superfície:



Possível resposta dos alunos:

Figura 56 - Cilindro reto em RA

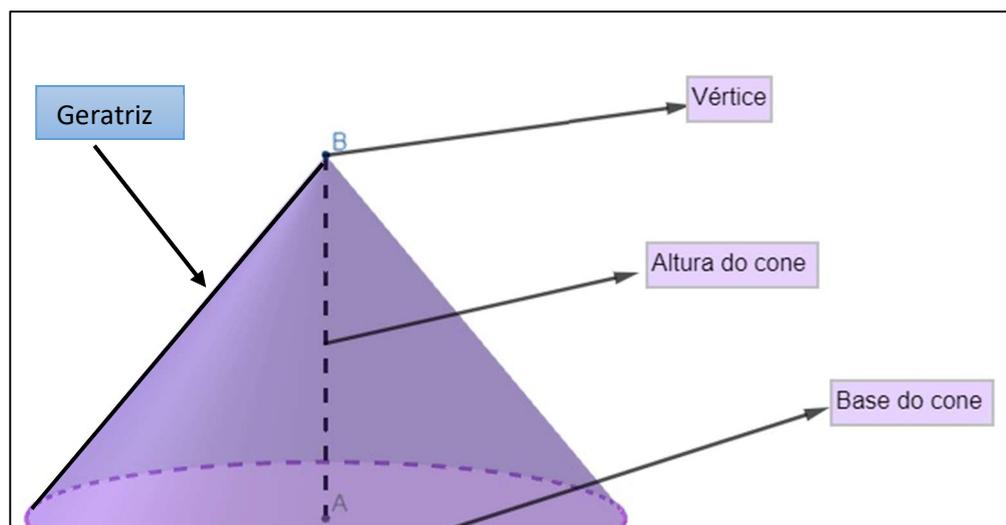


Fonte: De autoria própria (2023).

SEMANA IV- AULA 9. ESTUDO DO CONE

Dada a definição que o cone é um sólido geométrico tridimensional caracterizado por uma base circular e uma superfície lateral curvada que se encontra em um único ponto, denominado vértice. A reta que liga o centro da base ao vértice é chamada de altura do cone, enquanto a linha que une o vértice a qualquer ponto da circunferência da base é conhecida como geratriz.

Figura 57 - Elementos do Cone



Fonte: Site (escolakids.uol.com.br)

ATIVIDADE 1- CONSTRUÇÃO DO CONE

1.0 - Primeiro Crie o plano α :

No campo Entrada digitar o comando: $\alpha : z = 0$;

1.1 - Crie um controle deslizante de nome r:

$r = \text{ControleDeslizante}(0.1, 2, 0.1)$;

1.2 - Crie o círculo c:

$c : \text{Círculo}((0,0), r, \text{EixoZ})$

1.3 - Crie o ponto E

$E = \text{PontoEm}(c)$

1.4 - Crie um ponto com nome V:

$V = (0, 0, 4)$

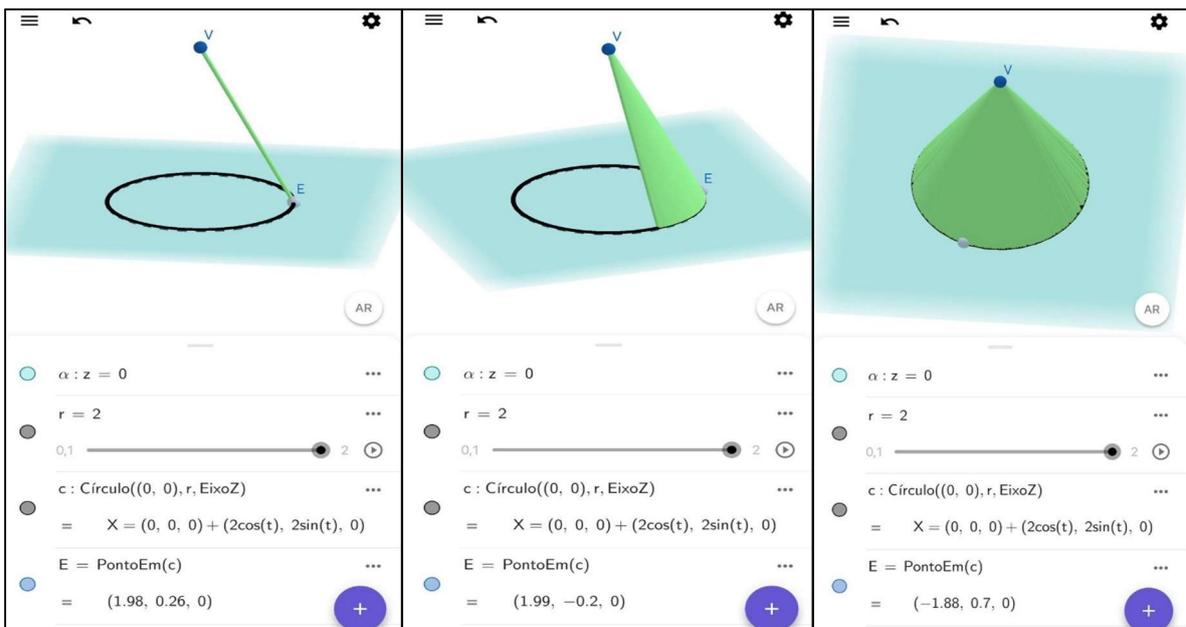
1.5 - Fazer um segmento que liga o ponto V ao ponto E.

Selecione a ferramenta Segmento, e toque no ponto V e depois no ponto E;

1.6 - Selecione a ferramenta Mover, toque no segmento criado, selecione o ícone de configurações e habilite o parâmetro Rastro

1.7 - Movimentar o ponto E teremos esses resultados:

Figura 58 - Construção do cilindro com base na sua definição

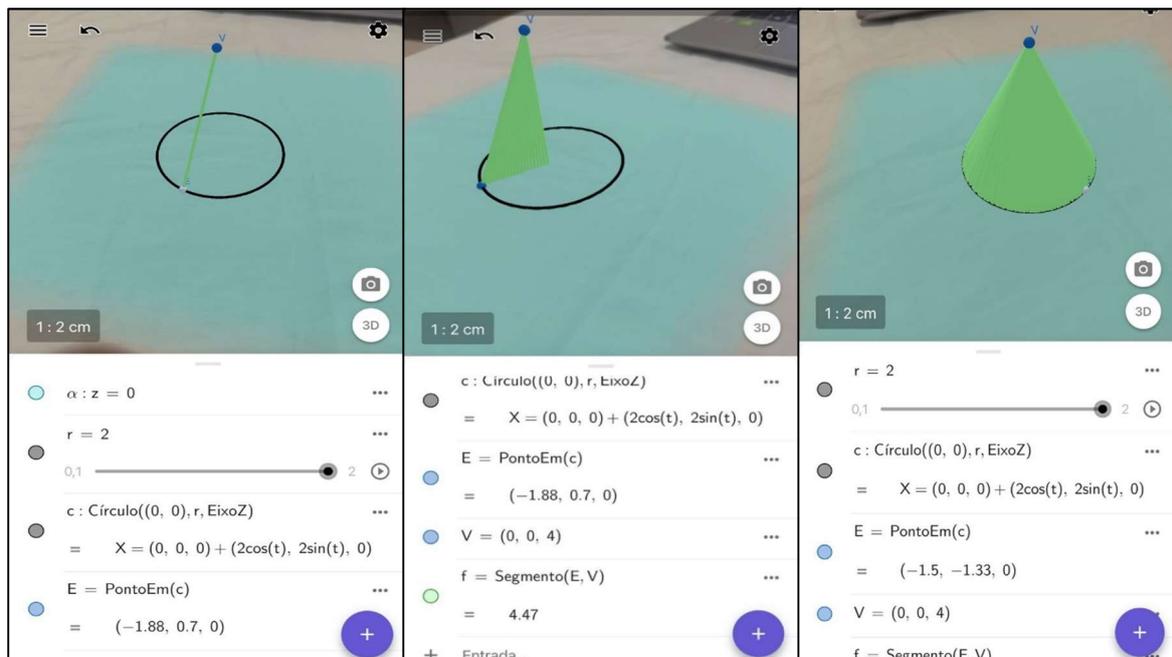


Fonte: De autoria própria (2023).

1.8 - Ative o modo de visualização em RA, tocando sobre o botão, que se encontra no canto inferior direito da janela gráfica;

1.9 - Movimente várias vezes o ponto E sobre o círculo c, de modo que os segmentos formados pelos rastros formem um cone:

Figura 59 - Definição do cone em RA



Fonte: De autoria própria (2023).

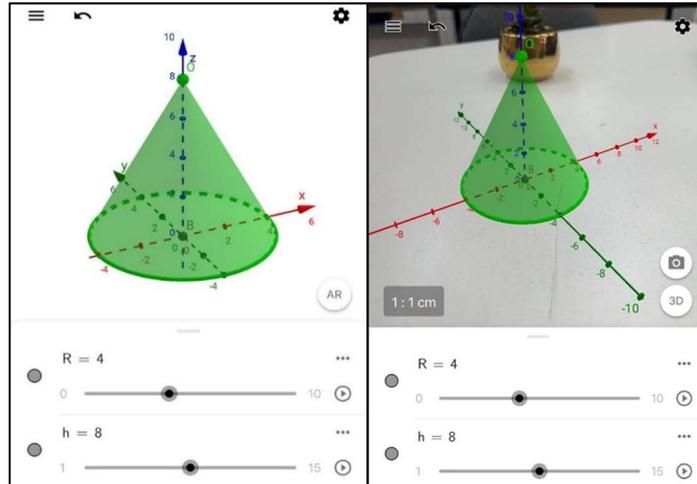
ATIVIDADE 2 – CONSTRUÇÃO DO CONE E MEDIDA DA ÁREA E VOLUME

1º) Criar os controles deslizante $R = (1, 10, 1)$, $h = (1, 15, 1)$ e os pontos O e B com as seguintes coordenadas $O(0, 0, h)$ e $B(0, 0, 0)$. Em ferramentas vai na opção Cone e digitar em Raio o R.

A) Determine o sólido formado com os controles em $R=4$ e $h=8$.

Possível resposta dos alunos:

Figura 60 - Construção do cone $R=4$ e $h=8$

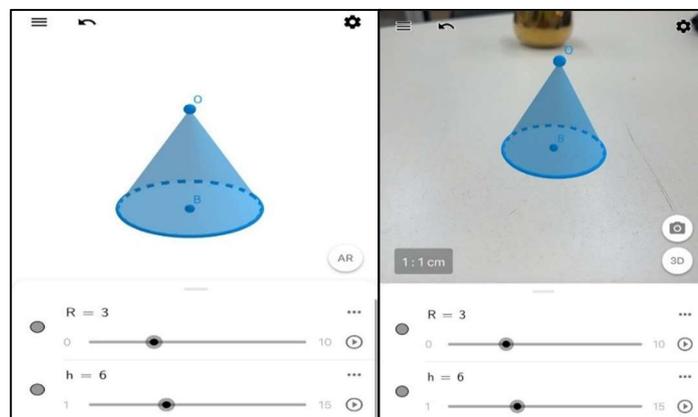


Fonte: De autoria própria (2023).

B) Determine o sólido formado com os controles em $R=3$ e $h=6$ na cor azul e em RA. Qual o formato desse cone?

Possível resposta dos alunos:
Cone equilátero

Figura 61 - Construção do cone $R=4$ e $h=8$

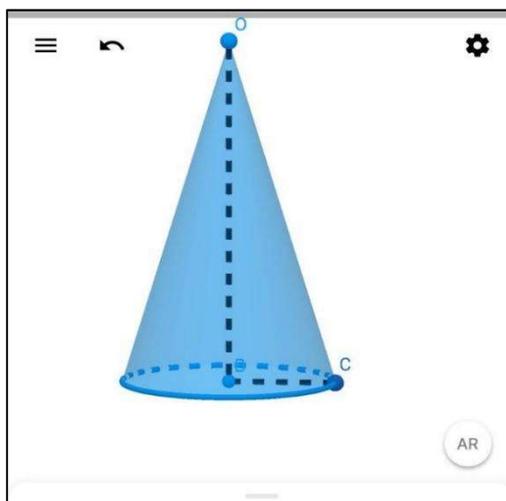


Fonte: De autoria própria (2023).

C) Determine um segmento que representa a altura e o raio desse cone, criando um ponto $C(0, R, 0)$.

Possível resposta dos alunos:

Figura 62 - Construção de segmento da altura e raio do cone

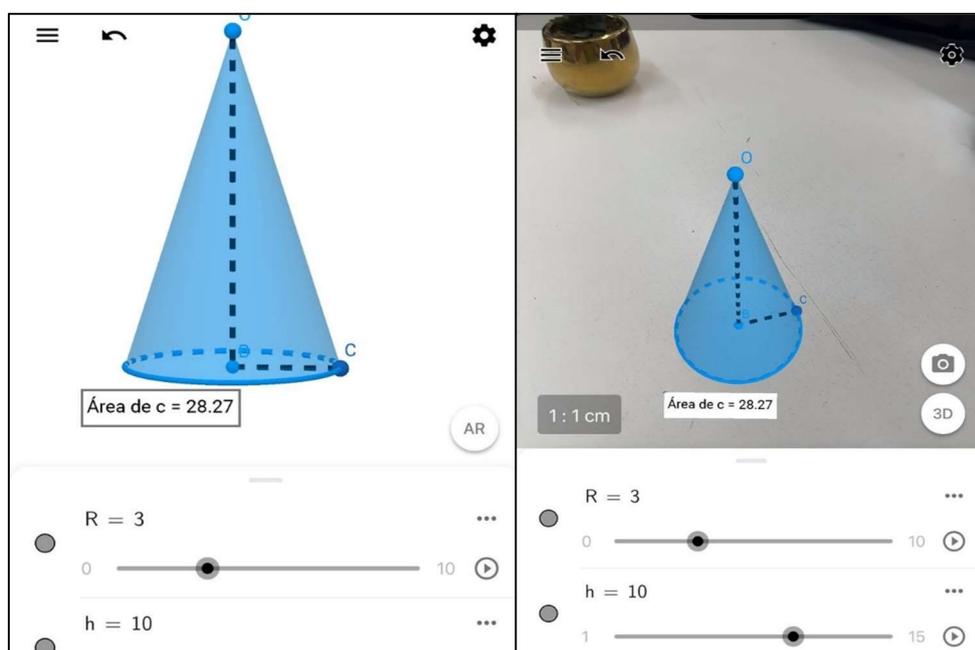


Fonte: De autoria própria (2023).

D) Calcule a medida da área total do cone usando a ferramenta de área, quando o $R=3$ e $h=10$.

Possível resposta dos alunos:

Figura 63 - Cálculo da medida da área do cone

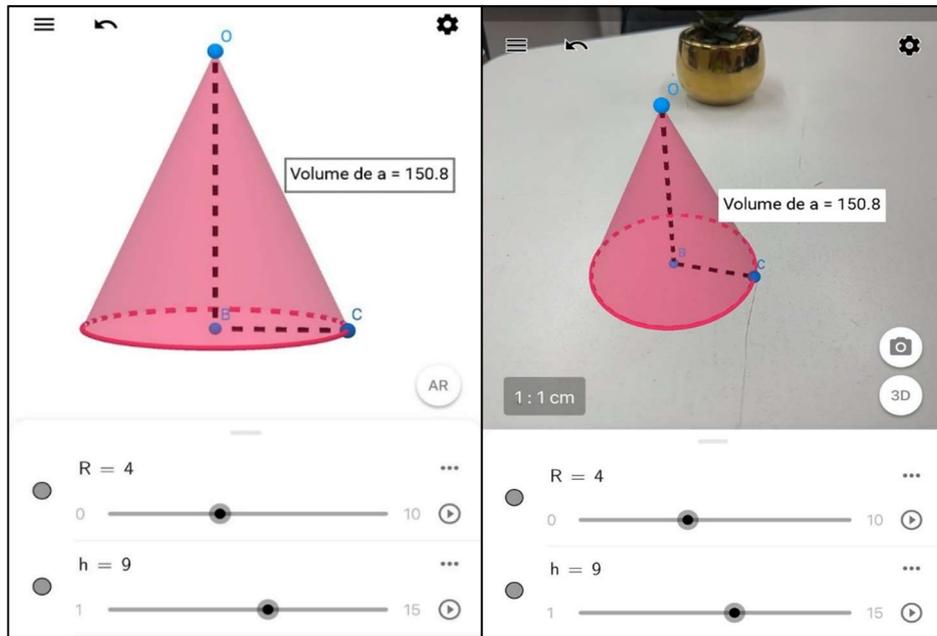


Fonte: De autoria própria (2023).

E) Qual a medida do Volume do cone usando a ferramenta do Volume, quando o $R=4$ e $h=9$.

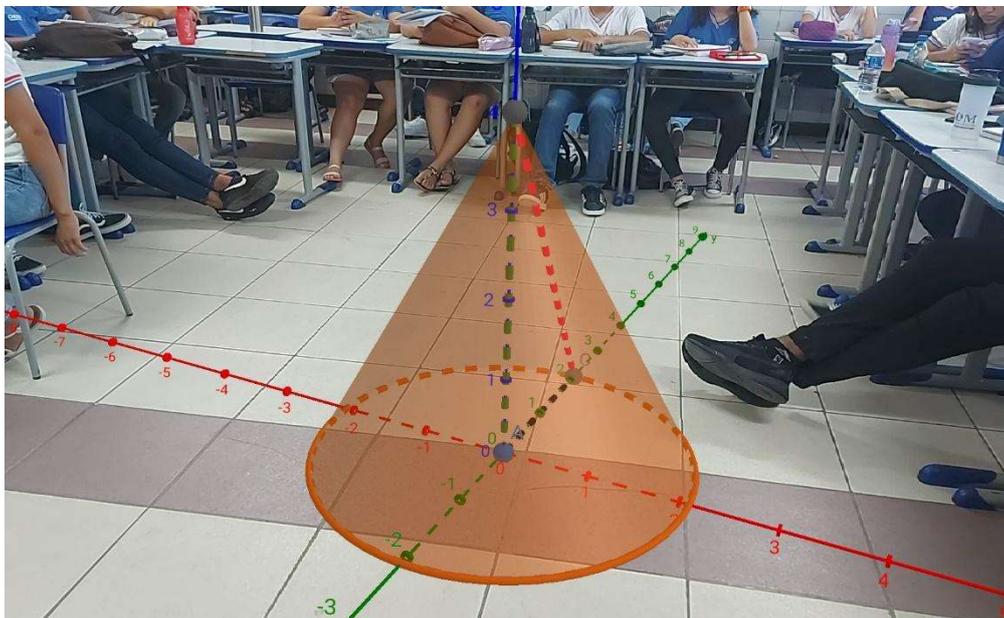
Possível resposta dos alunos:

Figura 64 - Cálculo da medida da área do cone



Fonte: De autoria própria (2023).

Figura 65 - Cone em RA com os eixos



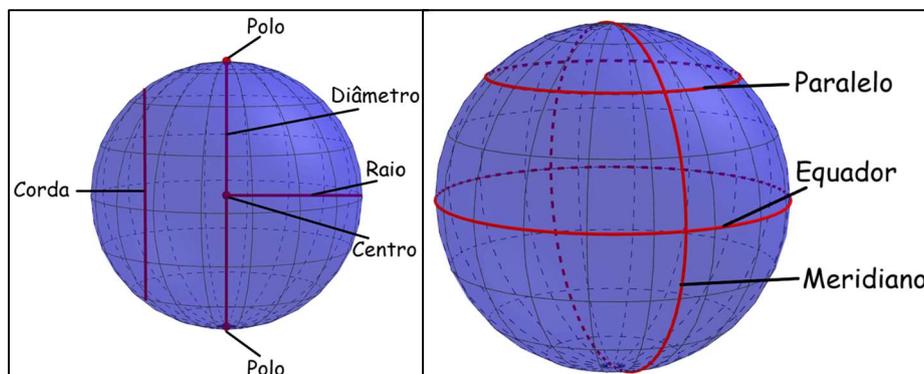
Fonte: De autoria própria (2023)

SEMANA V- AULA 12. ESTUDO DA ESFERA

A esfera é um sólido tridimensional com simetria perfeita, em que todos os pontos de sua superfície se encontram a uma mesma distância de um ponto

fixo denominado centro. Essa distância constante entre o centro e qualquer ponto da superfície é chamada de raio. Esses são alguns elementos da esfera.

Figura 66 - Elementos da Esfera



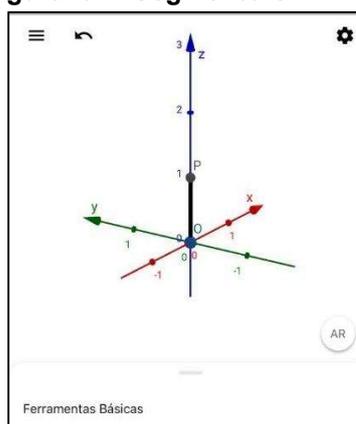
Fonte: Sites (www.br.neurochispas.com)

ATIVIDADE 1- CONSTRUÇÃO DO ESFERA NO GEOGEBRA 3D

Acesse as configurações. Na aba Janela de Visualização, desmarque a opção Exibir Eixos. Na aba Álgebra, ajuste o parâmetro Descrições Algébricas para Definição. Toque na janela gráfica para voltar à tela inicial;

- 1.1- Crie o controle deslizante r, que definirá o raio da Esfera, por meio do comando: $r = \text{ControleDeslizante}(1,10,1)$;
- 1.2- Crie um ponto O, será o centro da esfera por meio do comando: $O = (0,0,0)$;
- 1.3- Crie um ponto P, por meio do comando: $P = (0,0,r)$;
- 1.4 – Construa um segmento OP, utilizando a ferramenta  Segmento

Figura 67 - Segmento OP

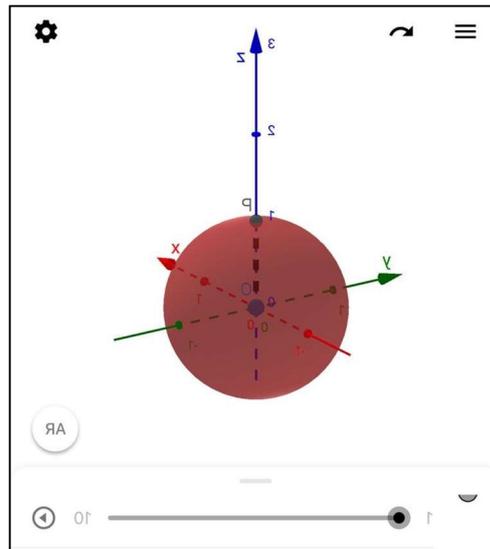


Fonte: De autoria própria (2023)

- 1.5– Construa uma esfera de raio r, selecionando a ferramenta  Esfera: Centro & Po...

- 1.6 - Temos esse resultado:

Figura 68- Esfera de centro O e raio r



Fonte: De autoria própria (2023)

- 1.7 – Ao clicar sobre a esfera selecionar clicar no ícone 
- 1.8– Selecionar a cor desejada
- 1.9– Esse é o resultado:

Figura 69 - Mudando a cor da esfera



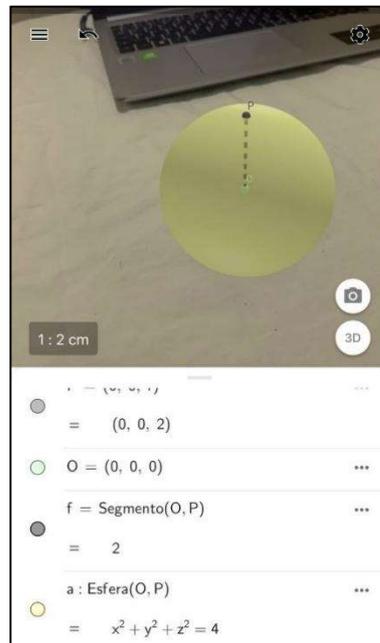
Fonte: De própria autoria (2023)

2.0 - Ative o modo de visualização em RA, tocando sobre o botão,  que se encontra no canto inferior direito da janela gráfica; Ajuste os controles deslizantes r .

2.1 - Aumente gradualmente o valor do controle deslizante;

2.2 – Esse é o resultado:

Figura 70 – Esfera no modo AR



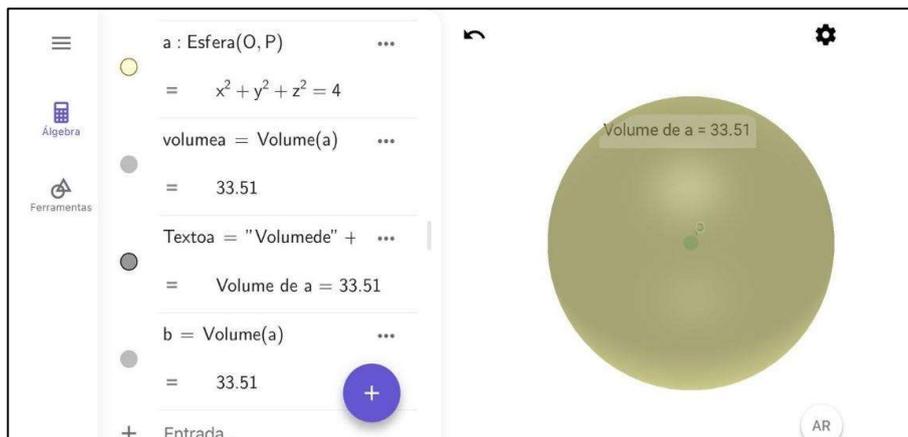
Fonte: De autoria própria (2023)

2.3 – Determinar o volume da esfera usando a ferramenta:



2.4 – Clicar na ferramenta e no sólido geométrico.

Figura 71 - Resultado do Volume da Esfera



Fonte: De autoria própria (2023)

ATIVIDADE 2 – ESTUDO DA ESFERA

1) Na construção Da Esfera de Raio r , o que acontece quando movemos os controles, Controle deslizante r ?

Possível resposta dos alunos:

Altera o valor do raio da esfera.

2) Quando se aumenta uma unidade em r , o que podemos perceber com o valor do diâmetro?

Possível resposta dos alunos:

Quando se altera o valor de r aumenta em $2r$ o valor do diâmetro.

3) Determine a medida da área total da Esfera onde $r = 4$ Utilizando as ferramentas Área do aplicativo GeoGebra 3D:

Figura 72 - Ferramenta da medida da área



Fonte: De autoria própria (2023)



Possível resposta dos alunos:

Área total = 200,96 unidades de área

4) Determine a medida do volume da Esfera onde $r = 4$ Utilizando as ferramentas Volume do aplicativo *GeoGebra 3D*:

Figura 73 - Ferramenta da medida do volume



Fonte: De autoria própria (2023)

Possível resposta dos alunos:

Volume = 113,04 unidades de volume

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 15 de jan. de 2024.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental II terceiro e quarto ciclos: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília : Ministério da Educação e Cultura – Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau, **Fundamentos de Matemática Elementar - Geometria Espacial - Posição e Métrica**, Volume 10 - 6ª Ed., São Paulo: Editora Atual, 2005.

NASCIMENTO, Eimard GA do. **AVALIAÇÃO DO USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DE GEOMETRIA: REFLEXÃO DA PRÁTICA NA ESCOLA**. XII Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa da Unifor, ISSN, v. 8457, p. 2012, 1808

REFATTI, Liliane Rose. **Uma Sequência Didática para o Estudo de Transformações Geométricas.**' 30/11/2012 217 f. Profissionalizante em ENSINO DE FÍSICA E DE MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FRANCISCANA, Santa Maria Biblioteca Depositária: Centro Universitário Franciscano – UNIFRA

