



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



PROFMAT

RODRIGO SOARES FIGUEIREDO

**EXPLORANDO A GEOMETRIA PLANA COM DIVERSOS RECURSOS
DIDÁTICOS**

VITÓRIA DA CONQUISTA - BAHIA

2024

RODRIGO SOARES FIGUEIREDO

**EXPLORANDO A GEOMETRIA PLANA COM DIVERSOS RECURSOS
DIDÁTICOS**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Proformat da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jonson Ney Dias da Silva

VITÓRIA DA CONQUISTA - BAHIA

2024

F488e Figueiredo, Rodrigo Soares.
Explorando a geometria plana com diversos recursos didáticos. / Rodrigo Soares Figueiredo, 2024.
87 f. il.
Orientador (a): Dr. Jonson Ney Dias da Silva.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - BA, 2024.
Inclui referências. 51 - 54.
1. Geometria plana – Recursos didáticos. 2. Retas transversais. 3. Recursos didáticos. 4. GeoGebra. I. Silva, Jonson Ney Dias da. II. Universidade Estadual Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista, III. T.

CDD: 516.05

Rodrigo Soares Figueiredo

Explorando a Geometria Plana com Diversos Recursos Didáticos

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Jonson Ney Dias da Silva - UESB
Prof.^a Dr.^a Clênia Andrade Oliveira de Melo - UESB
Prof.^a Dr.^a Liliane Xavier Neves - UESC

Vitória da Conquista - Ba
Aprovada em 15 de junho de 2024



Documento assinado eletronicamente por **Jonson Ney Dias Da Silva, Professor Adjunto**, em 17/06/2024, às 09:45, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do [Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014](#).



Documento assinado eletronicamente por **Clênia Andrade Oliveira de Melo, Professor**, em 03/07/2024, às 14:29, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do [Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014](#).

Documento assinado digitalmente
gov.br LILIANE XAVIER NEVES
Data: 17/07/2024 16:02:54-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

AGRADECIMENTOS

A concretização deste sonho representa uma jornada repleta de aprendizado e superação, que não teria sido possível sem o apoio inestimável de diversas pessoas e, acima de tudo, da graça divina.

Agradeço primeiramente a Deus, fonte de inspiração e fortaleza, por guiar meus passos e iluminar meu caminho ao longo desta jornada desafiadora.

À minha amada família, meu porto seguro, meu pai e minha mãe, que sempre estiveram ao meu lado, e à minha querida esposa e filhos, Roberta e Roger, que foram minha fonte de motivação e suporte inabalável.

Aos professores e ao corpo docente do Profmat-UESB, que não apenas transmitiram conhecimento, mas também cultivaram em mim uma paixão incessante pelo aprendizado e pela excelência acadêmica.

Aos meus colegas de curso, cuja amizade e colaboração enriqueceram significativamente minha jornada acadêmica, fortalecendo meu crescimento pessoal e profissional.

Expresso minha profunda gratidão ao meu orientador estimador, Jonson Ney, pela orientação sábia, paciência e apoio incansável ao longo deste trabalho. Sua sabedoria e visão crítica foram fundamentais para a concretização deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, cujas contribuições e melhorias aprimoraram este trabalho e elevaram a novos patamares de qualidade e excelência.

Por fim, agradeço a todos aqueles que, direta ou indiretamente, desenvolveram para a realização deste sonho, compartilhando seu conhecimento, incentivo e amor ao longo da jornada dessa tarefa.

Que a gratidão que expresso aqui possa transmitir uma fração do imenso apreço que carrego em meu coração por cada um de vocês. Muito obrigado.

RESUMO

Neste trabalho objetivou-se analisar as potencialidades da utilização de que uma variedade de recursos didáticos desempenha no aprimoramento do processo de ensino-aprendizagem, de geometria plana. No contexto específico de retas paralelas interceptadas por uma transversal, uma abordagem diversificada promove uma compreensão mais profunda dos conceitos, facilitando a assimilação e aplicação prática dos princípios geométricos fundamentais. A presente sequência didática, desenvolvida para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, na Escola Estadual João de Deus Dias em Francisco Sá, Minas Gerais, sob o tema "Explorando a Geometria Plana com Diversos Recursos Didáticos", destaca a importância de uma abordagem multidimensional para o ensino desse tópico específico. Por meio da integração de atividades práticas, como a construção manual de figuras geométricas com régua e compasso, o uso de ferramentas tecnológicas, como o GeoGebra, e desafios de resolução de problemas contextualizados, os alunos são expostos a uma gama variada de experiências de aprendizagem. Essa diversificação de recursos didáticos visa não apenas aprimorar a compreensão teórica dos conceitos, mas também facilitar a aplicação prática desses conhecimentos em situações do cotidiano. Além disso, por meio do trabalho em grupo e da resolução de desafios individuais, os alunos são incentivados a desenvolver habilidades colaborativas e a aprimorar o raciocínio lógico, promovendo assim um aprendizado mais abrangente e duradouro. Ao adotar essa abordagem diversificada, espera-se promover um ambiente de aprendizado dinâmico e engajador, que estimule os alunos a explorar a geometria de maneira interativa e significativa, fortalecendo assim suas habilidades matemáticas e sua capacidade de aplicar conceitos geométricos de forma eficaz.

Palavras-chave: Geometria plana; Retas paralelas; Retas transversais; Recursos didáticos; GeoGebra.

ABSTRACT

In this work aim to analyze the potential of using a variety of teaching resources to improve the teaching-learning process of plane geometry. In the specific context of parallel lines intersected by a transversal, a diversified approach promotes a deeper understanding of the concepts, facilitating the assimilation and practical application of fundamental geometric principles. This teaching sequence, developed for students in the 7th year of Elementary School, at the João de Deus Dias State School in Francisco Sá, Minas Gerais, under the theme "Exploring Plane Geometry with Various Teaching Resources", highlights the importance of a multidimensional approach for teaching that specific topic. Through the integration of practical activities, such as manually constructing geometric figures with a ruler and compass, the use of technological tools such as GeoGebra, and contextualized problem-solving challenges, students are exposed to a diverse range of learning experiences. This diversification of teaching resources aims not only to improve theoretical understanding of concepts, but also to facilitate the practical application of this knowledge in everyday situations. Furthermore, through group work and solving individual challenges, students are encouraged to develop collaborative skills and improve logical reasoning, thus promoting more comprehensive and lasting learning. By adopting this diverse approach, we hope to promote a dynamic and engaging learning environment that encourages students to explore geometry in an interactive and meaningful way, thereby strengthening their mathematical skills and their ability to apply geometric concepts effectively.

Keywords: Plane geometry; Parallel lines; Transverses lines; Teaching resources; GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Explorando retas paralelas e transversais	30
Figura 2.	Definindo conceitos	30
Figura 3.	Definindo conceitos	31
Figura 4.	Definindo retas transversais	31
Figura 5.	Definindo retas transversais	32
Figura 6.	Sobre ângulos perpendiculares	32
Figura 7.	Sobre ângulos perpendiculares	33
Figura 8.	Dificuldades na coordenação motora 1	34
Figura 9.	Dificuldades na coordenação motora 2	35
Figura 10.	Identificação dos tipos de ângulos	35
Figura 11.	Identificação dos tipos de ângulos	36
Figura 12.	Discorrendo sobre a relação dos conceitos com práticas do cotidiano	36
Figura 13.	Discorrendo sobre a relação dos conceitos com práticas do cotidiano	37
Figura 14.	Compreensão das relações entre ângulos de retas paralelas e uma transversal 1	38
Figura 15.	Compreensão das relações entre ângulos de retas paralelas e uma transversal 2	39
Figura 16.	Utilização do tangram 1	40
Figura 17.	Avaliação 3	41
Figura 18.	Geometria dinâmica 1	43
Figura 19.	Exploração das ferramentas de GeoGebra 3	44
Figura 20.	Exploração das ferramentas de GeoGebra 3	44
Figura 21.	Exploração das ferramentas de GeoGebra 5	44

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	7
1. ENSINO DE GEOMETRIA	11
1.1 Desafios e considerações no ensino de geometria	17
2. O PAPEL DO PROFESSOR NO ENSINO DE GEOMETRIA	20
3. NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	22
4. METODOLOGIA DE PESQUISA	25
5. ANÁLISE DE DADOS	29
CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
REFERÊNCIAS	51
APÊNDICE A	55

INTRODUÇÃO

A presente dissertação tem como ponto de partida a descrição da minha trajetória pessoal e profissional, e os *insights* que moldaram minha jornada como educador e pesquisador. Inspirado pela visão transformadora da educação de Paulo Freire, que enfatiza a importância da práxis pedagógica no contexto da vida dos alunos, optei por direcionar minha pesquisa para o tema “Explorando a Geometria Plana com diversos recursos didáticos”.

Conforme apontado por Freire (1970, p. 45) “a prática educativa deve ser permeada pelo diálogo e pela reflexão, visando à formação de cidadãos críticos e conscientes de seu papel na sociedade”. Nesse sentido, reconheço a importância de adotar uma abordagem pedagógica que promova uma compreensão significativa dos conceitos matemáticos, incorporando a prática reflexiva e o engajamento crítico dos alunos. Assim, este estudo concentra-se especificamente na abordagem de um tema fundamental em Geometria, a interseção de retas paralelas por uma transversal. Reconhecendo a complexidade desse tópico aos olhos de discentes do 7º ano do ensino fundamental, o objetivo é proporcionar aos alunos uma compreensão sólida e significativa por meio de uma sequência didática cuidadosamente elaborada, integrando uma variedade de recursos didáticos e tecnológicos.

Desde os primórdios da civilização humana, a geometria desempenha um papel fundamental no entendimento e na descrição das formas e estruturas ao redor. Do antigo Egito à Grécia clássica e às civilizações islâmicas, o estudo da geometria tem sido uma fonte de inspiração para avanços científicos e tecnológicos, moldando não apenas o desenvolvimento da matemática, mas também da arquitetura, da engenharia e de várias outras disciplinas.

Ao longo dos séculos, o ensino de geometria evoluiu significativamente, passando por diferentes abordagens pedagógicas e adaptações curriculares para atender às necessidades e expectativas em constante mudança dos alunos. No entanto, as complexidades específicas ao ensino de conceitos geométricos abstratos, como as interseções de retas paralelas por uma transversal, continuam a desafiar educadores e alunos, especialmente no contexto do ensino fundamental.

Durante o apogeu da civilização grega, Euclides, um dos matemáticos mais proeminentes da Antiguidade, defendeu a importância da geometria como uma disciplina fundamental no desenvolvimento intelectual. Em seu trabalho seminal “Os

Elementos”, escrito por volta de 300 a.C, Euclides identificou os princípios fundamentais da geometria euclidiana, que moldaram o pensamento matemático por séculos a fio e ainda servem como base para o ensino de geometria em muitas salas de aula ao redor do mundo (Euclides, 2009).

Ao longo desta dissertação, apresentarei minha experiência como professor de matemática, atuando por 17 anos em escolas do interior de Minas Gerais. Minhas vivências como educador e minha dedicação contínua ao desenvolvimento de metodologias de ensino inovadoras têm sido fundamentais para minha jornada como pesquisador e defensor de uma educação matemática inclusiva e dinâmica. Conforme afirmado por Freire (1970, p. 72) “a educação não transforma o mundo. A educação muda as pessoas. As pessoas transformam o mundo”.

Em busca de trabalhos que abordassem o tema proposto, pesquisou-se pelas palavras-chave “geometria plana recursos didáticos” no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, no qual obteve-se 36 resultados, sendo a maioria concentrado no ensino de ciências e matemática. Em relação às dissertações, 16 são provenientes de mestrado acadêmico e 14 de mestrado profissional. Dentre os trabalhos encontrados, dois em especial se destacam. O primeiro é a dissertação de Ednara Silva, de 2020, intitulada “Geometria espacial: a aprendizagem através de diferentes recursos didáticos”, no qual a autora destaca que a habilidade de visualização é o ponto de partida para o processo de ensino e aprendizagem de geometria, nesse aspecto “propomos apoios didáticos em materiais manipulativos concretos (sólidos geométricos) e virtuais (GeoGebra 3D), buscando trabalhar também dentro de um contexto interdisciplinar com Artes e História” (Paula, 2020, p. 261). O segundo é a dissertação de Alcinda Muniz, de 2020, intitulada “O uso do geogebra na resolução de problemas de geometria espacial: uma experiência com alunos do 4º ano do ensino fundamental”, no qual a autora objetivou analisar a contribuição do *software* GeoGebra no processo de ensino de Geometria Espacial por meio da Resolução de Problemas, com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. Para tanto, foi desenvolvido como Produto Educacional uma Sequência Didática.

Essa pesquisa amplia, portanto, os estudos no que tange a geometria, servindo tanto como uma reflexão quanto como subsídio aos(as) professores(as). A geometria desempenha um papel fundamental no currículo de matemática e é essencial para o desenvolvimento de habilidades matemáticas sólidas. Assim, essa investigação contribui com os estudos de estratégias eficazes para o ensino de geometria, fazendo

com que os alunos compreendam e apliquem os conceitos geométricos de maneira significativa. Pensando na minha trajetória acadêmica e enquanto professor da educação básica, o estudo contribuirá também para a minha formação como professor-pesquisador, ressaltando a importância da integração acadêmica com o ambiente escolar para o desenvolvimento de novas metodologias.

Diante dos pontos apresentados, o objetivo desta dissertação é analisar as potencialidades da utilização de que uma variedade de recursos didáticos no aprimoramento do processo de ensino-aprendizagem, de geometria plana. Compreender a geometria é fundamental não apenas para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, mas também para sua capacidade de resolver problemas do mundo real. Ao empregar diferentes recursos, como materiais manipulativos, tecnologias educacionais e abordagens interativas, busca-se proporcionar aos alunos uma compreensão mais profunda e significativa dos princípios geométricos. Este estudo pretende avaliar o impacto dessas estratégias no aprendizado dos alunos e fornecer insights valiosos para educadores sobre como melhorar o ensino da geometria plana de maneira mais engajadora e eficaz. Para alcançar esse objetivo, foi realizada uma pesquisa de caráter qualitativo em turmas do 7º ano de uma escola pública de Minas Gerais, com o intuito de evidenciar na prática os impactos dos recursos didáticos nas aulas de Geometria.

Dessa maneira, as discussões foram divididas em seis capítulos, no Capítulo 1 foi abordada a revisão de literatura, evidenciando os trabalhos que tratam do ensino da Geometria, destacando as semelhanças, diferenças e lacunas na literatura pertinente, bem como os pontos principais levantados pelos autores e que serão de suma importância para o desenvolvimento do trabalho. No Capítulo 2, abordou-se os desafios no ensino de Geometria, no qual será dado destaque às questões referentes às estratégias de ensino e as abordagens pedagógicas. No Capítulo 3, foi abordado o papel do professor no ensino de Geometria, evidenciando a formação curricular e o seu impacto no desenvolvimento das aulas, bem como as diferentes abordagens pedagógicas que podem ser eficazes no ensino de Geometria. No Capítulo 4, abordou-se as novas tecnologias no ensino de Geometria, no qual discutirá o papel da tecnologia no ensino, incluindo o uso de *softwares* e outras ferramentas digitais. Além da discussão em torno da capacitação profissional para a integração da tecnologia com o ensino. Nos Capítulos 5 e 6, respectivamente, abordou-se a metodologia de pesquisa e a análise de dados, que consiste em uma pesquisa de

caráter qualitativo, considerando os aspectos sociais, culturais e comportamentais no que tange o ensino da Geometria. Assim, partiu-se para análise da aplicação do projeto “Explorando a Geometria Plana com diversos recursos didáticos”, aplicado em turmas no 7º ano de uma Escola Estadual.

Assim, a proposta desta dissertação não se limita apenas à compreensão conceitual da Geometria, mas também busca capacitar os alunos a aplicar esses conhecimentos na resolução de problemas do mundo real, promovendo a criatividade e o pensamento crítico. Neste contexto, destaca-se a eficácia da utilização de diversos recursos didáticos no ensino de Geometria, enfatizando este tema como promissor na educação matemática. A inclusão desses dados enriquecerá a análise, proporcionando uma compreensão mais completa e aprofundada do impacto da sequência didática no ensino de Geometria. Além disso, a análise desta sequência didática na dissertação pode inspirar pesquisas futuras, abrindo caminhos para novas abordagens e metodologias no ensino da Geometria e na educação matemática em geral.

1 ENSINO DE GEOMETRIA

A complexidade do ensino de geometria plana tem sido amplamente discutida na literatura acadêmica e justificar a necessidade do seu ensino na educação básica não é difícil. Estudos indicam que a compreensão dos conceitos de retas paralelas e transversais é crucial para o desenvolvimento do raciocínio espacial dos alunos (Gomes *et al.*, 2021; Sousa; Silva, 2017). Isso implica em entender que a geometria é fundamental para o desenvolvimento de raciocínios lógicos. A capacidade de visualizar e manipular mentalmente as relações entre esses elementos geométricos é essencial para a resolução de problemas geométricos mais complexos e para o entendimento das aplicações práticas desses conceitos em diversas áreas da vida cotidiana (Rodrigues; Santos, 2018).

Veronese (2009) aponta que quando há um déficit na aprendizagem de Geometria, o aluno terá maior dificuldade para compreender os conteúdos de outras áreas, já que mesmo de maneira inconsciente, convive-se com conceitos geométricos. A autora aponta que o mundo está rodeado de “ideias geométricas como semelhanças, proporcionalidade, simetrias, paralelismo, perpendicularismo, congruências, medição [...], e fazem parte do nosso cotidiano, na profissão, no lazer, na comunicação oral e visual” (Veronese, 2009, p. 30).

Apesar de ser um conteúdo ligado diretamente ao desenvolvimento intelectual dos alunos, a Geometria vem sendo inserida em uma realidade de abandono por professores da Matemática, que utilizam de diversos argumentos para retirarem o conteúdo de suas aulas. Dentre as reclamações citadas na literatura, encontra-se desde a falta de tempo à desinteresse dos alunos (Ferreira; Garcia, 2017), pouco tempo para preparação de atividades (Pavanello, 1989) ou até mesmo pela falta de aptidão dos professores para realizar uma articulação entre os conceitos e a prática (Costa; Bermejo; Moraes, 2009).

As primeiras pesquisas no campo (Pavanello (1989), Lorenzatto (1995), Van Hiele (1984 *apud* Lindquist; Shulte, 1994), apontam que uma das causas do abandono da Geometria em sala de aula por parte dos professores é o da ausência de um currículo sequencial e também da falta de habilidade de mapeamento de conhecimentos já adquiridos pelos alunos por parte do professor. Nesse sentido, Pavanello (1989) aponta:

O problema da Geometria surge no Brasil e se avoluma à medida que as escolas de nível médio passam a atender um número crescente de alunos de classes menos favorecidas. A Geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da Matemática Moderna, a qual se dá justamente quando se acirra a luta pela democratização das oportunidades educacionais, concomitante à necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população (Pavanello, 1989, p.180).

Pavanello (1989) pontua que ao elaborar as atividades didáticas é necessário que o professor parta da criatividade dos alunos. O material precisa dar possibilidade de construção e imaginação, realizando a construção de figuras geométricas, onde possa tanto compará-las quanto modificá-las. O autor aborda questões que são pertinentes aos professores de Matemática quanto ao ensino de geometria. Sendo algumas das questões: “Terá a Geometria perdido sua importância do ponto de vista educacional?”, “Será que este conhecimento não é necessário ao homem moderno?”, “Que outros motivos fizeram com que ela fosse expulsa da sala de aula?” Para responder a tais questões, o autor busca entender o histórico de exclusão desse conteúdo nos currículos escolares, pontuando a importância da forma de ensiná-la.

A Geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível – que é um dos objetivos do ensino da Matemática, oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Partindo de um nível inferior, no qual reconhece as figuras geométricas, o aluno passa a seguir para um nível de distinguir as propriedades dessas figuras e quando estabelecer relações entre essas figuras e suas propriedades, para organizar, no nível seguinte, seqüências parciais de afirmações, deduzindo cada afirmação de uma outra, até que, finalmente, atinge um nível de abstração tal que lhe permite desconsiderar a natureza concreta do significado concreto das relações existentes entre eles. Delineia-se, dessa forma, um caminho, que partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas (Pavanello, 1989, p. 182).

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), que atualmente norteia a educação escolar, é ressaltado que:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nesta unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos (Brasil, 2018, p. 271).

Além disso,

[...] a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de

cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras” (Brasil, 2018, p. 272).

Entretanto, as pesquisas mais recentes (Pais (2008) Silva e Santos (2018), Costa, Bermejo e Moraes (2009), Oliveira, Lopez e Cardoso (2016), Liao, Almeida e Motta (2021), Settimy e Bairral (2020)), apontam que o ensino de Geometria se mostra precário devido às dificuldades tanto dos alunos quanto dos professores em relação a questões que envolvem as relações entre as figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais no Ensino Fundamental.

Pais (2008) pontua que todos os estudos matemáticos, de alguma forma, abordam a Geometria. Assim, a Geometria se constitui como uma área excepcional de pesquisa, onde se faz necessário pensar a didática na Matemática e a integração teoria e prática. Onde, pensar a Didática na Matemática é pensar a relação professor e aluno, e aluno e conhecimento matemático, pontuando que existem fatores importantes que incidem sobre essas relações.

A didática da matemática é uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica (Pais, 2008, p. 11).

Silva e Santos (2018) apontam que existem muitos problemas quando estimula-se e exercita-se o pensamento geométrico, já que a visualização espacial implica na capacidade de gerar imagens mentais de formas e figuras, vendo-as a partir de diferentes movimentos. Se fazendo necessário, nessa perspectiva, um trabalho no que tange a construção do pensamento geométrico. No estudo realizado com estudante de 11 a 12 anos, foi concluído que:

Para além disso, requer a construção e manipulação de representações mentais de objetos tridimensionais e a percepção de um objeto a partir de diferentes perspectivas. Podemos, no entanto, verificar que os alunos possuíam diferentes níveis de destreza no uso dos processos e capacidades visuais (Silva; Santos, 2018, p. 19).

Costa, Bermejo e Moraes (2009), ao fazerem uma análise do ensino de Geometria Espacial, constataram que no ensino de Matemática existe uma desvinculação dos conceitos de Geometria Plana, visto que os professores pressupõem que os alunos já tenham domínio desses conceitos. Assim, se faz

necessária uma análise que vise entender como os alunos têm percebido e explorado os conceitos geométricos e as formas que eles estabelecem de relação entre esses conceitos. Bem como a percepção dos professores no que tange à aprendizagem e os procedimentos metodológicos adotados.

Contudo ao nos depararmos com a realidade em sala de aula, no ensino de Geometria Espacial, observamos que os discentes estão presos a fórmulas e em sua maioria não conseguem relacionar conceitos, identificar os elementos do sólido ou ainda estabelecer relação entre dois sólidos, isto se deve muitas vezes a deficiências de conceitos básicos da Geometria Plana e também as dificuldades conceituais dos próprios professores em conceitos básicos da Geometria Plana e mesmo da Geometria Espacial (Costa; Bermejo; Moraes, 2009, p. 2).

Oliveira, Lopez e Cardoso (2016) ao tratarem da Geometria enquanto uma ferramenta interpretativa do Planeta, evidenciam a necessidade de uma construção de conhecimento integradora, que não se apoie somente em cálculos mecanizados mas que vise a compreensão efetiva das ferramentas científicas. Os autores enfatizam que uma indicação comum das pesquisas das últimas décadas é a ausência da abordagem dos conceitos de Geometria em sala de aula e, quando ocorre, a forma com que essa abordagem é realizada, quase sempre partindo de listas de conceitos e emprego de fórmulas.

Nossa prática docente somado às pesquisas desenvolvidas pela comunidade científica temos identificado que a prioridade dada aos conteúdos algébricos tem impulsionado fortemente para o desenvolvimento de apenas um tipo de pensamento, ressaltamos o ponto de vista de Pavanello (1989, p. 181), que o papel da Geometria não significa minimizar o da álgebra, “há necessidade de se cultivar e desenvolver tanto o pensamento visual dominante da Geometria, quanto o sequencial preponderante na Álgebra, pois ambos são essenciais a Educação Matemática” (Oliveira; Lopez; Cardoso, 2016, p. 3)

Nessa perspectiva, os autores ressaltam a necessidade de se entender a Geometria Espacial como uma prorrogação da Geometria Plana, onde “se trabalha com o estudo dos objetos espaciais e as relações entre seus elementos, estudo esse iniciado a partir de conceitos primitivos como retas, pontos, segmentos de retas [...] estendendo-se para o cálculo de áreas e de volumes de regiões sólidas” (Oliveira; Lopez; Cardoso, 2016, p. 3).

Settimy e Bairral (2020) tratam da abordagem metodológica tradicional nas aulas de Matemática, que pautadas na mecanização e aplicação de fórmulas que não fazem sentido para os estudantes, corrobora para que os alunos não consigam pensar matematicamente. Nessa perspectiva, a Geometria é um campo fértil visto que

possibilita “perceber e entender as formas geométricas presentes em nosso cotidiano, sendo possível desenvolver habilidades importantes como a experimentação, representação, descrição e argumentação” (Settimy; Bairral, 2020, p. 2). Nesse sentido, as autoras apontam:

Dessa forma, devemos estimular e desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na Geometria, quanto o sequencial, preponderante na Álgebra, pois ambos são essenciais à Educação Matemática. Priorizar apenas a Álgebra na pesquisa e no ensino de Matemática implicou no desenvolvimento de apenas um tipo de pensamento. Portanto, é necessário dar importância ao ensino de Geometria como forma de restabelecer o equilíbrio assim como desenvolver o pensamento geométrico nas aulas de Matemática. As aulas de Geometria ainda dão prioridade ao espaço plano, utilizando as figuras planas e os polígonos mais conhecidos, sendo que outros tipos de formas estão presentes em nosso cotidiano (Settimy; Bairral, 2020, p. 3).

Liao, Almeida e Motta (2021) ao trabalharem o desenvolvimento de conceitos geométricos por meio de atividades envolvendo a realidade aumentada, descrevem as dificuldades encontradas pelos professores do Ensino Fundamental em conduzirem os conteúdos geométricos em decorrência das lacunas conceituais existentes ou dá pouca atenção dada a essa matéria. Aliada a essas questões, os autores apontam a necessidade da inserção das tecnológicas nas aulas de Matemática, “em especial nas de Geometria, visando promover um ensino mais significativo, o que torna as aulas mais lúdicas, atrativas e interativas” (Liao; Almeida; Motta, 2021, p. 2).

Partindo desses pressupostos, entende-se que a utilização das tecnologias digitais, em específico da RA, nos cursos de formação inicial ou continuada de professores, permite ressignificar as estratégias de ensino e aprendizagem, no que tange o pensamento geométrico, permitindo a autonomia do estudante na aquisição do seu próprio conhecimento (Liao; Almeida; Motta, 2021, p. 4).

Alguns autores (Frantz; Dalcin, 2017; Lima *et al.*, 2020; Machado; Almeida, 2019; Rossini, 2010) apontam como a implementação de recursos didáticos diversificados e tecnológicos no ensino de geometria tem mostrado resultados promissores na melhoria do desempenho dos alunos. A introdução de tecnologias educacionais interativas, como o *software* GeoGebra, tem possibilitado uma compreensão mais dinâmica e interativa dos conceitos geométricos, permitindo aos alunos explorar visualmente as propriedades das retas paralelas e transversais em um ambiente virtual. Rossini (2010) aponta que o desenvolvimento de tecnologias:

[...] têm-se grande variedade de meios, e recursos que frequentemente, auxiliam os docentes em seu trabalho didático. Porém, para que o processo de ensino e aprendizagem se realize de forma satisfatória, usando-se as tecnologias de informação, é necessário que o software utilizado seja educativo, e que o professor tenha capacitação suficiente para utilizar o computador como meio educacional (Rossini, 2010).

Frantz e Dalcin (2017) abordam a utilização de equipamentos tecnológicos, em especial a câmera fotográfica, para ampliação do conhecimento matemático geométrico. Os autores apontam que uma das grandes dificuldades é a capacitação dos professores para manuseio dos equipamentos tecnológicos, sendo necessário que estejam conectados com essas ferramentas para que possam potencializar o aprendizado dos alunos.

Vieira e Escher (2018) apresentam alguns *softwares* que podem ser integrados ao ensino de geometria, sendo eles: Cabri e Cinderella, que permitem a construção por meio de réguas e compassos eletrônicos; iGeom, que permite construir figuras geométricas e interagir com elas; Poly, que trabalha com sólidos tridimensionais em sua forma planificada e vista topológica; Régua e Compasso, que permite realizar simulações com as formas geométricas criadas e; Geogebra, que reúne a geometria, álgebra e cálculos gerais, podendo construir vetores, equações, poliedros, realizar estudo do círculo (circunferência, raio, diâmetro e área), dentre várias outras possibilidades.

Além disso, a literatura destaca a importância de uma abordagem prática e contextualizada no ensino de geometria, integrando exemplos do mundo real para demonstrar a aplicabilidade dos conceitos estudados (Alves *et al.*, 2022; Rodrigues; Santos, 2018). A incorporação de estudos de caso, projetos de design e exemplos de arquitetura na prática pedagógica tem se mostrado eficaz para despertar o interesse dos alunos e demonstrar a relevância da geometria no mundo contemporâneo (Oliveira; Costa, 2019).

Analisando a literatura especializada da área encontra-se pontos em comum no que tange os problemas enfrentados no ensino de geometria, sendo eles: a falta de preparação profissional, ausência ou insuficiência de material e pouca ou nenhuma formação para lidar com ferramentas tecnológicas. Diante desse cenário, torna-se necessário o melhor entendimento dos desafios e considerações enfrentados no ensino de Geometria. A seguir será aprofundada as discussões sobre os desafios persistentes no ensino de geometria, bem como nas estratégias desenvolvidas para

a integração efetiva da Geometria nas aulas de Matemática.

1.1 Desafios e considerações no ensino de geometria

Apesar dos avanços significativos na pesquisa sobre estratégias de ensino de geometria, alguns desafios persistentes ainda precisam ser abordados. A falta de integração efetiva entre teoria e prática tem sido apontada como uma barreira significativa no processo de aprendizagem (Santos *et al.*, 2021; Silva; Oliveira, 2019). A desconexão entre os conceitos geométricos abstratos e sua aplicação prática no mundo real pode dificultar a compreensão dos alunos e levar a um desinteresse geral pela matéria (Ferreira; Garcia, 2017).

Barbosa (2011) aponta as dificuldades que os professores enfrentam para ensinar algo que não aprenderam efetivamente em seu currículo durante a escolarização. No qual, segundo o autor, houve um empobrecimento das aulas de Geometria, que passaram a ser desenvolvidas de maneira experimental.

A implantação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), no final da década de 1990, trouxe um novo tratamento à Geometria, desde a escolarização inicial. Entretanto, os professores que não tiveram e nem vivenciaram a Geometria no currículo, durante sua escolarização, precisaram inserir tal conteúdo em suas salas de aula. Dessa forma, houve um empobrecimento na abordagem dos conteúdos, que passaram a ser desenvolvidos de maneira intuitiva e experimental, muitas vezes, utilizando apenas a identificação das quatro figuras: quadrado, retângulo, triângulo e círculo; para depois trabalhar a parte métrica com perímetro e área (Barbosa, 2011, p. 4).

Santos e Nacarato (2014) corroboram com o pensamento de Barbosa (2011) e pontuam, também, a insegurança dos professores quanto ao ensino de Geometria. Essa constatação evidencia que o professor só tem condições de ensinar aquilo que conhece, sendo necessário uma reforma de base.

Fainguelernt (1999) pontua a necessidade da integração da Geometria com o espaço em que se vive. A Geometria, nesse aspecto, não deve ser ensinada apenas ligada a fórmulas e teoremas, mas também em uma inter-relação espacial, uma ciência do espaço. Fonseca (2005) compartilha desse pensamento e acrescenta que para a efetivação da aprendizagem em Matemática faz-se necessário que os alunos tenham acesso a representações matemáticas diversificadas. Essas representações devem estar sujeitas a interpretações, assim será possível atingir o problema que se articula na resolução de problemas e não na resolução de contas.

[...] ela desempenha um papel muito importante e de grande valor, quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, da ativação do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para o processo de abstração e generalização. Ativa as suas estruturas mentais, possibilitando a passagem do estágio das operações concretas para o das abstratas. Portanto, a Geometria é um tema integrador entre as diversas partes da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a pensar (Fainguelernt, 1984, p. 10).

Como professor e pesquisador, observo a importância de estratégias adaptativas e diferenciadas para atender às necessidades individuais dos alunos no contexto da aprendizagem de geometria. A implementação de abordagens diferenciadas, como a utilização de materiais manipulativos e recursos visuais, pode promover uma maior inclusão e equidade no ensino de geometria, permitindo que todos os alunos participem ativamente do processo educacional (Costa *et al.*, 2022). Essas práticas têm mostrado resultados positivos em sala de aula, contribuindo para o engajamento e o desenvolvimento dos alunos em relação à geometria.

Conforme Braga (2003) a utilização de materiais manipuláveis nas aulas de Matemática pode facilitar a aprendizagem, visto que possuem capacidade de contribuir com a percepção dos conceitos dos conteúdos de Geometria. Conforme Coêlho (2003):

O que constitui o trabalho de professores e estudantes, o sentido da docência, é a incansável busca da verdade, o cultivo da dúvida, a interrogação das idéias, dos conceitos, dos argumentos, da teoria e da prática, do saber com o qual se trabalha e cuja compreensão e superação se persegue. É a relação de ensino, de aprendizagem e de formação entre os professores e os estudantes e a realização das possibilidades de construção do ensino verdadeiramente crítico, rigoroso, inserido na realidade concreta, comprometido com a autonomia, a liberdade, a humanização, a justiça, e expressão de projetos de formação lúcidos e articulados (Coêlho, 2003, p. 24).

Nesse sentido, o autor aponta a necessidade de valorização das experiências pessoais dos alunos, incentivando o desenvolvimento da criatividade e da autonomia. Somente a partir desta integração será possível construir um ensino crítico com projetos sólidos bem articulados. Essa reflexão insere-se no debate do papel do professor no ensino de Geometria, bem como da noção que desenvolveram da Matemática.

Ao enfrentarmos os desafios e considerações inerentes ao ensino de Geometria, torna-se evidente a importância crucial do papel do professor nesse processo educacional. Os obstáculos identificados, desde a falta de recursos

adequados até as dificuldades individuais dos alunos, ressaltam a necessidade de uma abordagem pedagógica dinâmica e adaptativa. Nesse contexto, a próxima seção se debruça sobre o papel fundamental que os educadores desempenham na promoção de um ambiente de aprendizado estimulante e eficaz para o ensino de geometria. Serão exploradas as estratégias e práticas que os professores podem empregar para superar os desafios identificados, e maximizar o potencial de sucesso dos alunos na compreensão e aplicação dos conceitos geométricos.

2 O PAPEL DO PROFESSOR NO ENSINO DE GEOMETRIA

O papel do professor no processo de aprendizagem relaciona-se com as suas crenças sobre a integração entre ensino e aprendizagem. Alguns professores partem da noção de utilidade da matemática, conforme apontado por alguns autores (Andrade, 2013; Passos; Nacarato, 2014) essa motivação não se sustenta na realidade da educação brasileira, onde grande parcela dos alunos não terminam a educação básica obrigatória.

Conforme já revelava Pavanello (1993, p. 183), existem ainda professores (de geometria) que não se preocupam “em trabalhar as relações existentes entre as figuras, fato esse que não auxilia o aluno a progredir para um nível superior de compreensão de conceitos”. Por exemplo, muitos professores ensinam sobre triângulos apresentando apenas os diferentes tipos (equilátero, isósceles, escaleno) e suas propriedades individuais, sem explorar como esses triângulos se relacionam entre si ou com outras figuras geométricas, como quadriláteros ou círculos. Essa abordagem fragmentada impede os alunos de verem a geometria como um todo integrado, dificultando o avanço para conceitos mais complexos. Nesse sentido, Andrade (2013) afirma que:

O professor deve ser para a matemática, o elo entre o referencial teórico existente nos livros e a realidade dos estudantes. E para que isso ocorra eficientemente, é necessário um maior empenho desses profissionais na busca por metodologias que facilitem o ensino e a consequente aprendizagem dos alunos, procurando demonstrar ao aluno a importância da matemática para a vida prática (Andrade, 2013, p. 18).

Passos e Nacarato (2014) pontuam que, apesar de os conteúdos geométricos estarem presentes nos livros didáticos, em muitos casos os professores optam por deixá-los para o final do ano, fato que contribui para que, quando ensinados, sejam trabalhados de maneira superficial, acelerada, sem lhes dar a devida importância e destaque que eles merecem, o que contribui para seu abandono.

A literatura destaca a importância do papel do professor como facilitador e mediador ativo no processo de aprendizagem de geometria. Estudos indicam que a postura do professor como guia, encorajador e criador de um ambiente de aprendizagem estimulante pode promover a autonomia e a motivação dos alunos no estudo da geometria (Martins; Souza, 2021; Silva; Almeida, 2020). A capacidade do professor de adaptar estratégias de ensino de acordo com as necessidades

individuais dos alunos e de promover uma abordagem construtivista no ensino de geometria é crucial para o desenvolvimento de uma compreensão significativa dos conceitos geométricos (Santos; Gonçalves, 2019).

Além dessas questões, os desafios enfrentados no ensino de geometria variam de acordo com o nível de ensino, a abordagem pedagógica adotada e as características dos alunos. Uma das grandes dificuldades está relacionada à questão de visualização e abstração. Ao lidar com conceitos abstratos e com a visualização espacial, nem todos os alunos conseguem traduzir facilmente representações bidimensionais em objetos tridimensionais ou compreender conceitos geométricos de maneira abstrata. Canhizares (2012) aponta que:

No processo de ensino-aprendizagem o professor tem o papel de transformar o conceito matemático em conteúdo pedagógico e, utilizando uma metodologia adequada, transmitir este ao aluno. O professor então deve ter a capacidade de fazer com que o conceito Matemático seja passado ao aluno de uma forma que ele entenda, que possa sistematizá-lo de uma forma concreta e que consiga entender os objetivos pelo qual ele aprende e como pode aplicar este aprendizado em seu cotidiano (Canhizares, 2012, p. 8).

Outro aspecto é a falta de recursos adequados, como a falta de material interativo, *softwares* de geometria dinâmica e a falta de acesso a equipamentos tecnológicos. Essas questões implicam diretamente no interesse dos alunos, que podem entender a matéria como complicada e irrelevante. Torna-se necessário, contudo, o desenvolvimento de avaliações que realmente capturem a compreensão dos alunos sobre os conceitos geométricos, o que nem sempre é fácil já que a abordagem tradicional em muitos casos preocupa-se mais com “decorar fórmulas” do que com a compreensão dos princípios. Nesse sentido, a adesão de novas tecnologias contribui para as aulas, tornando-as mais dinâmicas. No tópico a seguir aponta-se como essas tecnologias passaram a ser integradas no ensino de matemática.

3 NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A rápida evolução das tecnologias digitais tem impactado significativamente o campo do ensino de matemática, com uma ênfase crescente no uso de ferramentas tecnológicas avançadas, como realidade virtual, para aprimorar a experiência de aprendizagem dos alunos. Como professor e pesquisador, tenho observado que a incorporação dessas tecnologias em sala de aula tem potencial para tornar as aulas mais interativas e envolventes, facilitando a compreensão de conceitos complexos. Conforme define Moran (2005):

Tecnologias são os meios, os apoios, as ferramentas que utilizamos para que os alunos aprendam. A forma como os organizamos em grupos, em salas, em outros espaços, isso também é tecnologia. O giz que escreve na lousa é tecnologia de comunicação e uma boa organização da escrita facilita e muito a aprendizagem. A forma de olhar, de gesticular, de falar com os outros, isso também é tecnologia[...] (Moran, 2005, p. 30).

A incorporação de ambientes virtuais de aprendizagem e plataformas educacionais interativas tem permitido uma maior personalização do ensino de geometria, atendendo às preferências individuais dos alunos e promovendo a colaboração e interação entre pares (Carvalho; Sousa, 2018).

Conforme apontado por Bittar (2010), “integrar um novo instrumento [tecnologia digital] em sala de aula, implica mudanças pedagógicas, mudanças do ponto de vista da visão de ensino, que deve ser estudada e considerada pelos professores” (Bittar, 2010, p. 220). Sendo este um dos desafios que os docentes encontram no dia a dia: integrar a tecnologia ao currículo. Conforme apontam Prado (2005) e Almeida e Valente (2011), a integração implica na reconstrução de conhecimentos, sendo necessário que o professor vivencie o processo de apropriação pedagógica das tecnologias digitais.

Paris (2000) aponta que há uma dupla função das tecnologias na sala de aula para estudo da matemática: a primeira tem caráter pragmático, voltado para obtenção de respostas, e a segunda é epistêmica, auxiliando na compreensão dos objetos matemáticos envolvidos. Assim, é necessário que o professor esteja consciente dessa dupla função para que consiga explorá-las.

Nesse sentido, os autores evidenciam que o professor de matemática tem a necessidade de conhecer os *softwares* para explorar suas potencialidades didáticas. Somente assim será possível desenvolver estratégias pedagógicas que levem os

alunos a vislumbrar a integração entre matemática e tecnologia.

É imperativo reconhecer os desafios enfrentados pelos alunos no aprendizado da geometria plana e implementar estratégias de apoio eficazes. A abstração e a compreensão visual dos conceitos geométricos podem apresentar dificuldades para certos alunos. Como professor no ensino fundamental, tenho observado que estratégias adaptativas, como a utilização de recursos manipulativos, tutoria individualizada e abordagens diferenciadas de aprendizagem, podem ajudar a superar esses desafios. Além disso, a promoção de um ambiente de aprendizagem inclusivo, que valorize a diversidade de estilos de aprendizagem e habilidades dos alunos, é essencial para garantir que todos os estudantes tenham acesso igualitário ao aprendizado da geometria (Costa *et al.*, 2022). Essas práticas são fundamentais para criar uma base sólida no entendimento da geometria, permitindo que todos os alunos avancem com confiança.

Com o rápido avanço da tecnologia, novas tendências, como realidade aumentada e aprendizagem móvel, estão começando a transformar o cenário do ensino de geometria. A integração de aplicativos móveis interativos e plataformas de aprendizagem baseadas em jogos pode aprimorar significativamente a experiência de aprendizagem dos alunos, tornando o estudo da geometria mais envolvente e acessível.

Além disso, a implementação de recursos de realidade aumentada pode proporcionar aos alunos uma compreensão mais imersiva e tangível dos conceitos geométricos, facilitando a visualização de figuras e formas complexas em um ambiente tridimensional. Como professor e pesquisador, tenho observado que o uso da realidade aumentada em sala de aula permite que os alunos interajam com os conceitos de forma mais direta e concreta, o que potencializa o aprendizado e torna a geometria mais acessível e interessante para todos.

A análise de estudos de caso exemplares pode oferecer *insights* valiosos sobre a aplicação prática de estratégias inovadoras no ensino de geometria plana. Exemplos bem-sucedidos de integração de tecnologias educacionais avançadas, como o uso de aplicativos interativos de geometria e simulações virtuais, podem ilustrar como essas ferramentas podem melhorar a compreensão dos alunos e promover um envolvimento mais profundo com os conceitos geométricos.

Além disso, a implementação de recursos de realidade aumentada pode proporcionar aos alunos uma compreensão mais imersiva e tangível dos conceitos

geométricos, facilitando a visualização de figuras e formas complexas em um ambiente tridimensional (Rodrigues; Gonçalves, 2017). Como professor e pesquisador, tenho observado que o uso da realidade aumentada em sala de aula permite que os alunos interajam com os conceitos de forma mais direta e concreta, o que potencializa o aprendizado e torna a geometria mais acessível e interessante para todos.

Diante das evidências e conclusões apresentadas na revisão de literatura, torna-se cada vez mais claro que a abordagem diversificada e o uso de recursos didáticos inovadores são elementos cruciais para a promoção de uma compreensão significativa e atraente da geometria plana entre os alunos. Apesar disso, entende-se que a apropriação tecnológica não é algo simples e não deve ser analisada de forma isolada. É necessário que seja discutida a articulação entre os elementos pedagógicos, tecnológicos e de conteúdo.

Ao considerar as complexidades inerentes ao aprendizado dos conceitos de retas paralelas e transversais, a integração de tecnologias educacionais interativas, juntamente com exemplos práticos e contextualizados do mundo real, ofereceu-se oportunidades valiosas para os estudantes explorarem as propriedades geométricas de maneira envolvente e estimulante.

Portanto, buscou-se não apenas abordar conceitos matemáticos, mas também estimular a criatividade, o pensamento crítico e a compreensão prática, consolidando uma base sólida para a aplicação desses conhecimentos em situações reais e cotidianas. Dessa forma, objetivou-se neste trabalho explorar os variados recursos didáticos disponíveis para enriquecer o ensino da geometria em sala de aula. Ao utilizar uma gama diversificada de ferramentas, como aplicativos educativos e manipuladores físicos, os educadores podem facilitar a compreensão dos conceitos geométricos, tornando as aulas mais dinâmicas. Além disso, ao investigar a eficácia desses recursos, o trabalho contribui significativamente para pesquisas futuras no campo da educação matemática, fornecendo *insights* valiosos sobre quais métodos são mais eficientes para promover a aprendizagem da geometria e como eles podem ser melhor implementados no contexto educacional. Assim, esse trabalho não apenas beneficia os alunos no presente, mas também serve como base para o aprimoramento contínuo do ensino e da aprendizagem da geometria no futuro.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

A presente pesquisa tem como objetivo analisar a eficácia de diversos recursos didáticos no processo de ensino e aprendizagem da geometria plana. Este estudo é fundamentado na necessidade de explorar abordagens inovadoras que promovam uma compreensão mais significativa e prática dos conceitos geométricos. Entre os recursos investigados, incluem-se: o uso de esquemas presentes no cotidiano dos alunos, como um campo de futebol; construções com régua e compasso; manipulação e sobreposição de ângulos; o Tangram; software de geometria dinâmica; e atividades convencionais contendo questões de vestibulares. A pesquisa foca particularmente em alunos do 7º ano do ensino fundamental. A abordagem proposta visa transcender as limitações dos métodos tradicionais de ensino, integrando ferramentas tecnológicas e estratégias práticas que estimulem o interesse dos alunos e aprimorem sua capacidade de visualização e manipulação dos elementos geométricos.

A pesquisa caracteriza-se como qualitativa, também conhecida como “estudo de campo”, “estudo qualitativo” e “interpretativa” (Triviños, 1987). Na pesquisa qualitativa tem-se o ambiente, no caso o escolar, como fonte direta dos dados, e o pesquisador como instrumento-chave. Sobre esse aspecto, Bogdan (1982 *apud* Triviños, 1987, p. 128-130) destaca que:

1º) A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento-chave; 2º) A pesquisa qualitativa é descritiva; 3º) Os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados e o produto; 4º) Os pesquisadores qualitativos tendem a analisar seus dados indutivamente; 5º) O significado é a preocupação essencial na abordagem qualitativa [...].

Nesse sentido, a pesquisa qualitativa nos permite ter uma liberdade teórico-metodológica para desenvolver os trabalhos. Assim, pode-se investigar os aspectos subjetivos que permeiam as aulas de geometria e propor novas abordagens didáticas. Para o desenvolvimento dessa pesquisa foi realizada uma implementação de uma sequência didática composta por atividades que envolveram diversos recursos didáticos. Para tanto, foi disponibilizada uma carga horária de 5h/aula para a implementação da sequência didática.

A produção dos dados foi desenvolvida durante as aulas de Matemática de uma turma do 7º ano da Escola Estadual João de Deus Dias, localizada no Bairro Osvaldo Lourenço, na cidade de Francisco Sá, em Minas Gerais. Essa instituição é voltada

para o Ensino Fundamental II. A turma participante era constituída por 22 educandos, sendo 12 do sexo masculino e 10 do sexo feminino, com idades variando entre 11 e 13 anos, durante o turno vespertino. Eu, o autor desta pesquisa, sou o professor da turma do 7º ano, o que facilitou a integração e a implementação das atividades propostas.

Neste estudo, empregou-se a observação como instrumento de produção de dados, realizada por meio do contato direto com as aulas de Matemática, totalizando uma carga horária de 5h/aula. Nesse momento foi desenvolvido uma sequência didática que abordava intitulada “Explorando a Geometria Plana com diversos recursos didáticos”, que envolveu cinco atividades abordando os mais diversos recursos didáticos como: atividades práticas de construções geométricas, material concreto como tangram, *software* de Geometria dinâmica Geogebra, até atividades convencionais com questões de vestibulares (Apêndice A).

Este estudo concentra-se especificamente na abordagem de um tema fundamental em geometria: a interseção de retas paralelas por uma transversal, conforme o currículo do ensino fundamental das escolas públicas de Minas Gerais. O desenvolvimento das habilidades será organizado da seguinte maneira: verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, utilizando ou não softwares de geometria dinâmica (Habilidade 1, EF07MA23); e utilizar termos como ângulos, retas, paralelas, transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos (Habilidade 2, EF07MA23).

Além dessas, outras habilidades fundamentais serão abordadas, como desenvolver a prática de expressão oral e escrita, incentivando os alunos a se expressarem clara e corretamente, tanto oralmente quanto por escrito; interpretar, reconhecer e visualizar a presença da geometria no cotidiano, propondo atividades que liguem os conceitos geométricos a situações do dia a dia dos alunos; trabalhar de forma colaborativa, participando de atividades em grupo, promovendo a colaboração e o trabalho em equipe; construir relações interpessoais através do diálogo e respeito, promovendo o autoconhecimento, o diálogo e o respeito mútuo.

Serão também abordados aspectos cognitivos, como compreender os conceitos relacionados às características, classificações e propriedades dos objetos e figuras geométricas, propondo atividades que incentivem a compreensão profunda desses conceitos. No âmbito afetivo-emocional, será incentivada a solidariedade durante o desenvolvimento das atividades, assim como a segurança em expor suas

ideias e respeito às opiniões alheias, criando uma atmosfera de respeito e segurança onde os alunos se sentirão confortáveis para compartilhar suas ideias e opiniões. Esses processos serão organizados e executados mediante a utilização de diferentes recursos didáticos e metodológicos, como a aplicação de tecnologias digitais e estratégias colaborativas, visando proporcionar uma aprendizagem significativa e integrada dos conceitos geométricos.

Considerando as complexidades inerentes ao ensino de geometria plana no nível do ensino fundamental, esta pesquisa direciona-se a um estudo aprofundado das estratégias que podem melhorar a compreensão dos alunos em relação a conceitos-chave, como retas paralelas, transversais e ângulos formados por esses elementos. O foco está na criação de uma abordagem educacional eficaz, inclusiva e que possa atender às necessidades individuais dos alunos e garantir a compreensão prática e contextualizada dos conceitos geométricos, levando em consideração o ambiente de sala de aula e os recursos disponíveis.

Para atingir os objetivos propostos, optou-se por uma abordagem prática que envolve a implementação de uma sequência didática cuidadosamente planejada. Essa sequência é composta por uma série de atividades estruturadas e progressivas que abrangem a exploração de retas paralelas, transversais e ângulos relacionados, além da utilização de recursos didáticos variados, como papel, quadro, régua, compasso, tecnologia educacional interativa, entre outros. Além disso, será aplicado um questionário após a implementação da sequência didática para compreender a percepção dos alunos sobre os recursos didáticos propostos e suas opções de aprendizagem em geometria plana. A metodologia adotada incentiva o aprendizado ativo dos alunos por meio de experiências práticas e interativas, criando um ambiente propício para o desenvolvimento do pensamento crítico e da criatividade geométrica.

A coleta de dados será realizada por meio de observações em sala de aula, registros das interações dos alunos com os recursos propostos, bem como por meio de questionários e entrevistas para compreender as percepções dos alunos e professores em relação à eficácia das estratégias utilizadas. A análise dos dados coletados permitirá uma compreensão mais profunda do impacto dessas abordagens no processo de aprendizagem dos alunos, fornecendo *insights* valiosos para o aprimoramento contínuo das práticas educacionais.

A análise dos dados coletados será realizada por meio de uma abordagem qualitativa e quantitativa, levando em consideração a participação dos alunos, o

desempenho nas atividades propostas, o feedback obtido e as percepções sobre o aprendizado em geometria plana. Os resultados serão interpretados em relação aos objetivos estabelecidos, com foco na identificação de padrões e tendências que possam informar as conclusões e recomendações da pesquisa.

Com a descrição detalhada da metodologia de pesquisa, busca-se garantir a rigurosidade e a confiabilidade dos resultados obtidos, contribuindo para a geração de conhecimentos relevantes e práticos que possam enriquecer o campo do ensino de geometria e educação matemática de maneira mais ampla.

Após a conclusão da sequência didática, foi administrado um questionário a um grupo de 22 alunos, com o intuito de avaliar suas percepções em relação à utilização dos recursos didáticos propostos durante o processo de ensino-aprendizagem em geometria plana. As perguntas abordaram temas como o uso de ferramentas tecnológicas, a preferência por abordagens práticas, e a percepção sobre a compreensão dos conceitos geométricos estudados.

A inclusão do questionário na fase final da pesquisa visa proporcionar uma compreensão mais abrangente e aprofundada da experiência dos alunos, permitindo *insights* valiosos sobre a eficácia das estratégias adotadas. Esses dados adicionais enriqueceram a análise qualitativa e quantitativa previamente planejada, contribuindo para uma interpretação mais sólida dos resultados obtidos ao longo da pesquisa.

A abordagem metodológica adotada, combinada à coleta de dados por meio do questionário, reforça o compromisso desta pesquisa em explorar não apenas o impacto imediato das estratégias didáticas, mas também as percepções e experiências dos alunos no processo de aprendizagem da geometria plana.

5 ANÁLISE DE DADOS

Durante a sequência didática focada em retas paralelas e transversais no Ensino Fundamental II, diversas atividades foram realizadas com o intuito de explorar e consolidar os conceitos geométricos essenciais. A partir de uma abordagem progressiva e interativa, os alunos foram guiados desde a identificação básica das retas paralelas e transversais até a compreensão dos diferentes tipos de ângulos formados por sua interseção. A utilização de recursos variados, como a manipulação de instrumentos geométricos, a exploração prática com o tangram, e a integração dinâmica com o GeoGebra, proporcionou não apenas uma compreensão teórica, mas também a aplicação prática e visual dos conceitos estudados. A análise detalhada das respostas dos alunos revelou tanto avanços na compreensão conceitual quanto áreas que demandam maior atenção e desenvolvimento, sugerindo ajustes pedagógicos que podem otimizar ainda mais o ensino de Geometria Plana no contexto escolar.

Atividade 1: Explorando retas paralelas e transversais

Na atividade 1, objetivou-se explorar as retas paralelas e transversais. O educador projetou um campo de futebol na lousa e promoveu um debate sobre as figuras geométricas ali descritas, dando foco no final em retas paralelas e retas transversais. Em seguida, o educador entregou um esquema de um campo de futebol em papel impresso para que os educandos pudessem trabalhar individualmente, destacando com hidrocor retas paralelas e retas transversais, conforme Figura 1.

Figura 1. Explorando retas paralelas e transversais



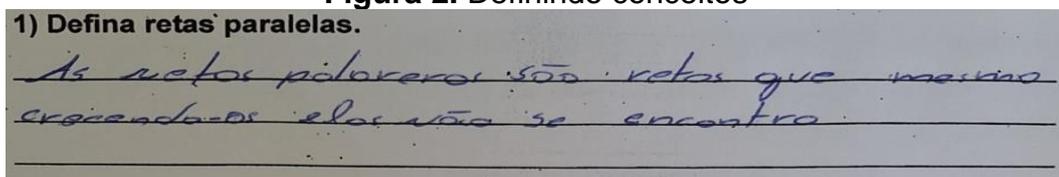
Fonte: Dados do autor

Dando continuidade, o educador propôs uma reflexão sobre retas e ângulos perpendiculares presentes no esquema, e para finalizar aplicou uma pequena avaliação sobre os assuntos discutidos na atividade. A maioria dos alunos respondeu corretamente às perguntas da avaliação, mostrando que a atividade pode ter cumprido com a proposta traçada, com a transmissão dos conceitos desejados. No entanto, algumas respostas inconsistentes e incorretas foram observadas, indicando a necessidade de revisitar esses conceitos nas atividades subsequentes da sequência didática, conforme as figuras abaixo.

Nesta parte da atividade os alunos foram divididos em duplas e pode ser percebido muita participação e interação dos alunos na atividade. Na avaliação 1 pode-se fazer a seguinte análise:

- Pergunta a) Defina retas paralelas.

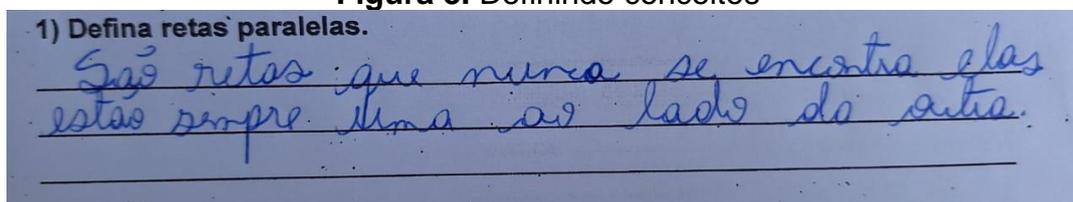
Figura 2. Definindo conceitos



Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 2: As retas paralelas são retas que mesmo crescendo elas não se “encontra”.

Figura 3. Definindo conceitos



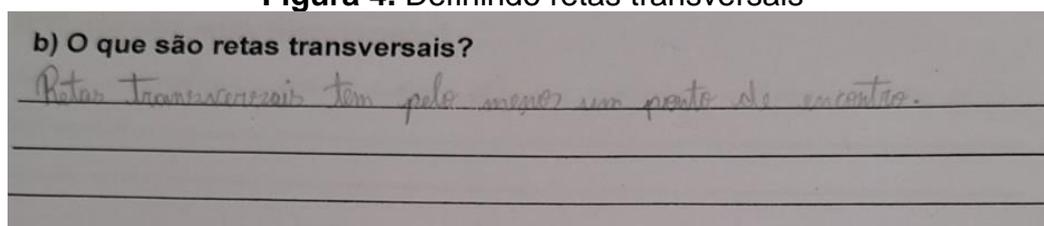
Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 3: São retas que nunca se “encontra” elas estão sempre uma ao lado da outra.

A análise da primeira atividade revelou um progresso positivo na compreensão dos alunos sobre retas paralelas e transversais, conforme as Figuras 2 e 3. Contudo, as respostas evidenciam uma compreensão superficial do conceito de retas paralelas. Os alunos identificaram corretamente que as retas nunca se encontram, mas não forneceram uma definição precisa ou formal do conceito, como exemplo; dizer que “retas paralelas são duas ou mais linhas que estão sempre à mesma distância uma da outra e nunca se encontram, mesmo se estendidas ao infinito em ambas as direções”. As respostas corretas indicam uma boa compreensão dos conceitos, enquanto as respostas inconsistentes oferecem *insights* valiosos para ajustes e melhorias na abordagem pedagógica ao longo da sequência didática, ajudando o professor a detectar as dificuldades e traçar caminhos para melhor absorção do conteúdo.

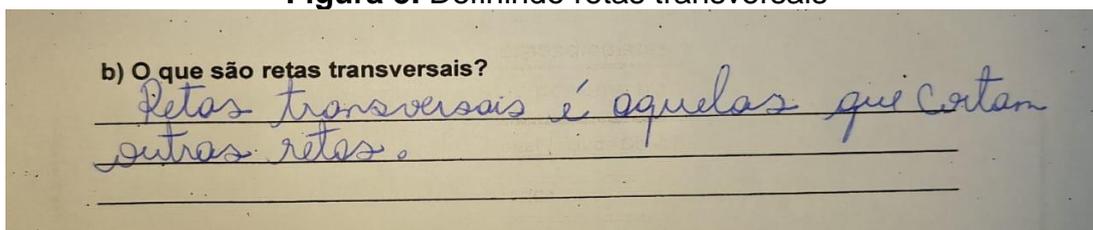
- Pergunta b) O que são retas transversais?

Figura 4. Definindo retas transversais



Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 4: Retas transversais “tem” pelo menos um ponto de encontro.

Figura 5. Definindo retas transversais

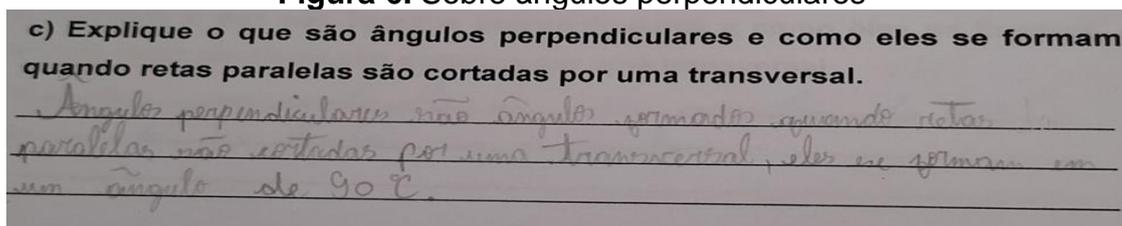
Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 5: Retas transversais “é” aquelas que cortam outras retas.

Conforme ilustrado nas Figuras 4 e 5, os alunos compreenderam que retas transversais são aquelas que se cruzam com outras retas em pontos distintos. Na Figura 4, é demonstrado visualmente a definição de retas transversais, enquanto na Figura 5 é afirmado que "Retas transversais têm pelo menos um ponto de encontro" e "Retas transversais são aquelas que cortam outras retas". No entanto, essa compreensão ainda é básica, uma vez que não abordaram completamente o papel das retas transversais em relação às retas paralelas. A definição mais precisa seria: "Reta transversal é uma linha que corta duas ou mais linhas em um plano". Isso evidencia a ausência de uma definição formal e precisa do conceito.

O estudo continuará analisando outras atividades da sequência didática para compreender o impacto contínuo no aprendizado dos alunos e identificar áreas que necessitam de reforço. As conclusões finais fornecerão contribuições valiosas para o aprimoramento do ensino de Geometria Plana no Ensino Fundamental II.

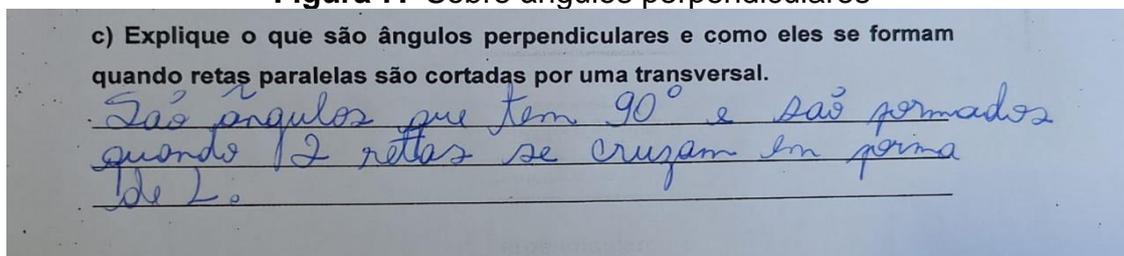
- Pergunta c): Explique o que são ângulos perpendiculares e como eles se formam quando retas paralelas são cortadas por uma transversal.

Figura 6. Sobre ângulos perpendiculares

Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 6: Ângulos perpendiculares são ângulos formados quando retas paralelas são cortadas por uma transversal, eles se formam em um ângulo de 90° .

Figura 7. Sobre ângulos perpendiculares



Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 7: São ângulos que têm 90 graus e são formados quando duas retas se cruzam em forma de 'L'.

Analisando as Figuras 6 e 7, observa-se as respostas dos alunos sobre ângulos perpendiculares e como eles se formam quando retas paralelas são cortadas por uma transversal. Na Figura 6, lê-se: "Ângulos perpendiculares são ângulos formados quando retas paralelas são cortadas por uma transversal, eles se formam em um ângulo de 90° ". Na Figura 7, lê-se: "São ângulos que têm 90 graus e são formados quando duas retas se cruzam em forma de 'L'".

Apesar dos alunos identificarem corretamente a existência de ângulos perpendiculares, a explicação sobre como eles são formados está incompleta. Eles reconhecem a relação entre as retas paralelas e a transversal, mas não fornecem uma descrição precisa de como os ângulos perpendiculares se formam quando isso acontece. Na Figura 7, ainda que a existência de ângulos perpendiculares seja corretamente identificada, a explicação sobre sua formação permanece incompleta.

Os alunos demonstraram uma compreensão superficial dos conceitos de retas paralelas, retas transversais e ângulos perpendiculares. Isso sugere a necessidade de métodos de ensino que enfatizem uma compreensão mais profunda dos conceitos fundamentais da geometria. Durante a aplicação da sequência didática, ficou perceptível que os alunos podem se beneficiar de mais exemplos práticos que demonstrem como esses conceitos são aplicados em diferentes contextos. Esses exemplos práticos propiciaram interação durante a atividade em sala de aula,

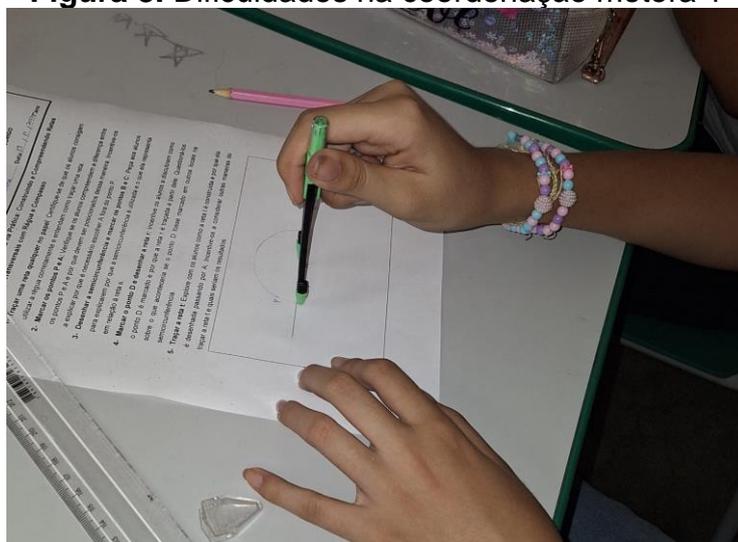
transformando-se em uma oportunidade envolvente para os alunos explorarem e visualizarem os conceitos geométricos de forma mais concreta.

As atividades de construção com materiais manipuláveis e simulações computacionais, que virão a seguir, permitirão aos alunos visualizar as relações entre as diferentes linhas e ângulos de maneira mais clara e prática.

Atividade 2: Explorando a geometria na prática: construindo e compreendendo retas paralelas e transversais com régua e compasso

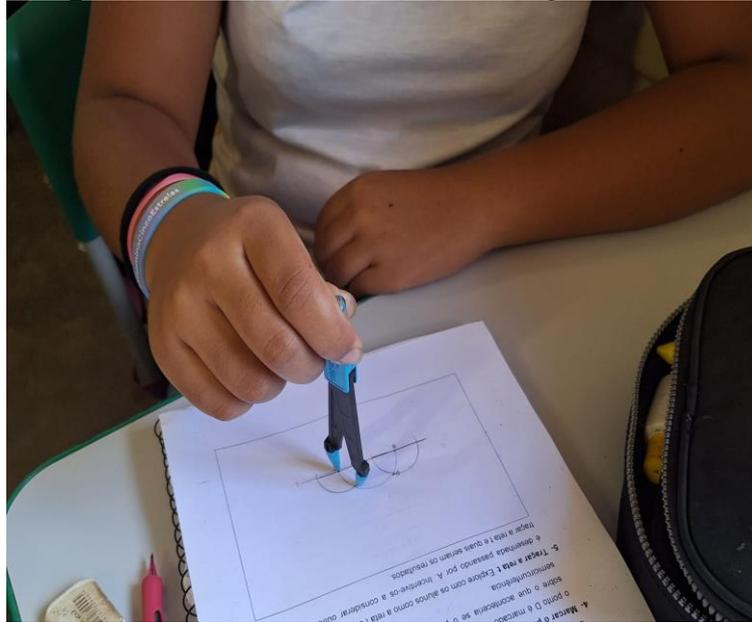
A segunda atividade da sequência buscou explorar a geometria na prática, introduzindo o compasso como instrumento de desenho geométrico. Após uma demonstração do uso do compasso, os alunos foram divididos em duplas para realizar construções com régua e compasso, destacando retas paralelas e uma reta transversal. Algumas dificuldades de coordenação motora ao manipular o compasso foram observadas, exigindo intervenção do professor, como mostrado nas Figuras 8 e 9.

Figura 8. Dificuldades na coordenação motora 1



Fonte: Dados do autor.

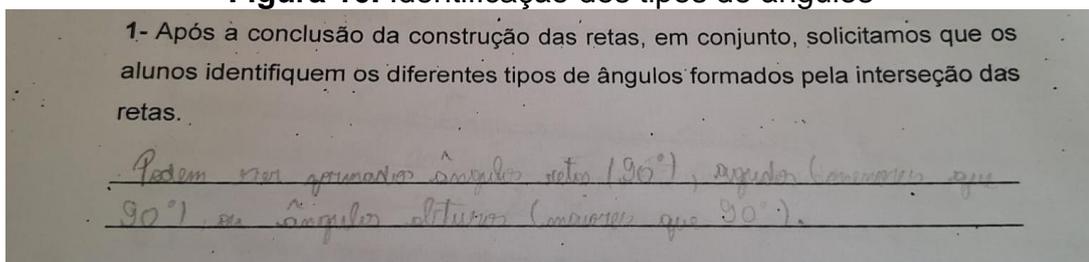
Figura 9. Dificuldades na coordenação motora 2



Fonte: Dados do autor.

Durante a atividade, os alunos construíram retas paralelas e uma reta transversal, sendo orientados pelo professor. A etapa seguinte envolveu um debate em sala de aula sobre os ângulos formados pelas retas paralelas e transversal, seguido por uma avaliação com perguntas conceituais. Conforme a Figura 10, os alunos identificaram que podem ser formados ângulos retos (90°), agudos (menores que 90°) e ângulos obtusos (maiores que 90°).

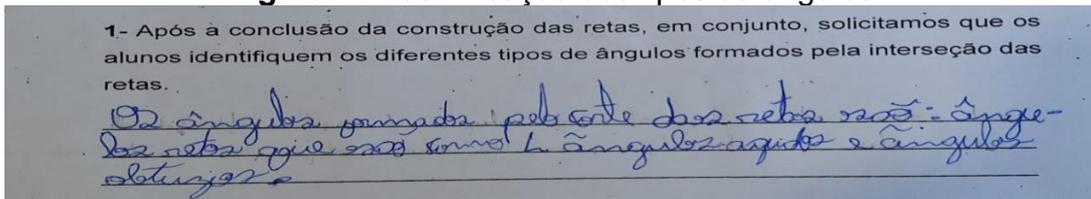
Figura 10. Identificação dos tipos de ângulos



Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 10: Podem ser formados ângulos retos (90°), agudos (menores que 90°), ou ângulos obtusos (maiores que 90°).

Figura 11. Identificação dos tipos de ângulos

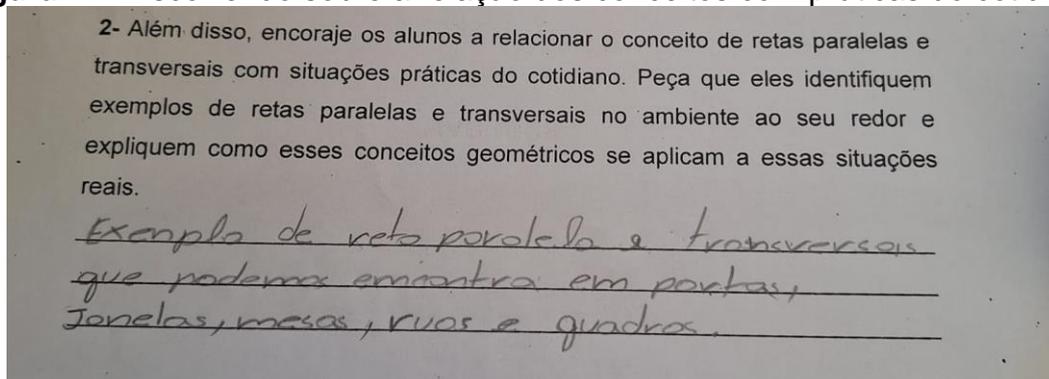


Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 11: Os ângulos formados pelo corte das retas são: ângulos retos, que são como um 'L', ângulos agudos e ângulos obtusos.

Na primeira pergunta da avaliação, os alunos identificaram corretamente os tipos de ângulos formados por retas paralelas e transversal, demonstrando compreensão dos conceitos geométricos. Na pergunta número 2 da avaliação, foi pedido que os alunos exemplificassem o conceito de retas paralelas e reta transversal com situações práticas do cotidiano. Nas Figuras 12 e 13, observa-se que os alunos citaram exemplos como portas, janelas, mesas, ruas, estacionamentos e quadros.

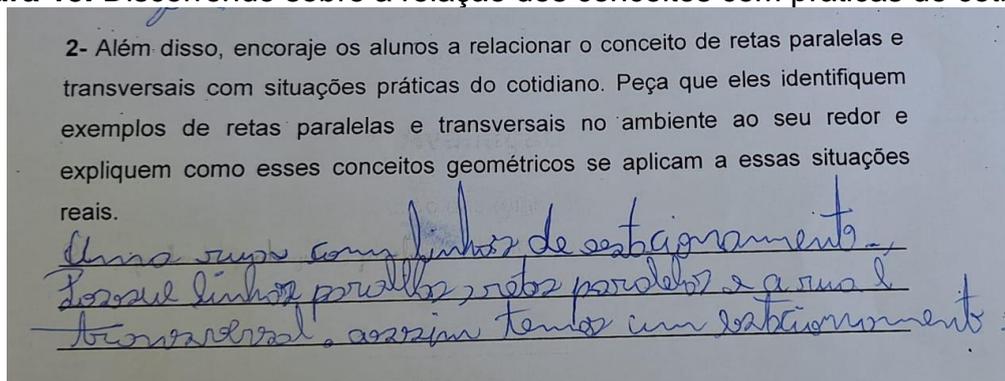
Figura 12. Discorrendo sobre a relação dos conceitos com práticas do cotidiano



Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 12: Exemplo de reta paralela e transversais que podem encontrar em portas, janelas, mesas, ruas e quadros.

Figura 13. Discorrendo sobre a relação dos conceitos com práticas do cotidiano



Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 13: Uma rua com linhas de estacionamento. Possui linhas paralelas, retas paralelas e a rua L transversal. Assim temos um estacionamento.

As respostas demonstram uma compreensão básica da interseção de retas paralelas e transversais. Além disso, a relação com situações práticas do cotidiano não foi explorada adequadamente. As respostas destacam a importância de conectar os conceitos geométricos, como retas paralelas e transversais, com situações do cotidiano. Essa abordagem pode ajudar os alunos a visualizar a relevância e aplicabilidade da geometria em suas vidas diárias. É perceptível que os alunos precisam de orientação e prática na identificação e nomeação dos diferentes tipos de ângulos formados pela interseção das retas.

Os exemplos fornecidos pelos alunos são úteis, mas podem ser expandidos para incluir uma variedade de situações do mundo real. Os alunos podem se beneficiar de uma exploração mais ampla de exemplos que destacam as retas paralelas e transversais e os diferentes tipos de ângulos formados. Contudo, os resultados indicam que os alunos estão adquirindo habilidades práticas na manipulação de instrumentos geométricos e compreendendo a aplicação dos conceitos de retas paralelas e transversais em situações do cotidiano. A intervenção do professor na superação de desafios individuais mostrou-se crucial para garantir a eficácia da abordagem.

A análise progressiva da sequência didática continuará explorando as atividades subsequentes, visando demonstrar a eficácia dos variados recursos didáticos e a consistência no aprendizado dos alunos. O estudo proporcionará percepções valiosas para aprimorar o ensino de Geometria Plana no Ensino

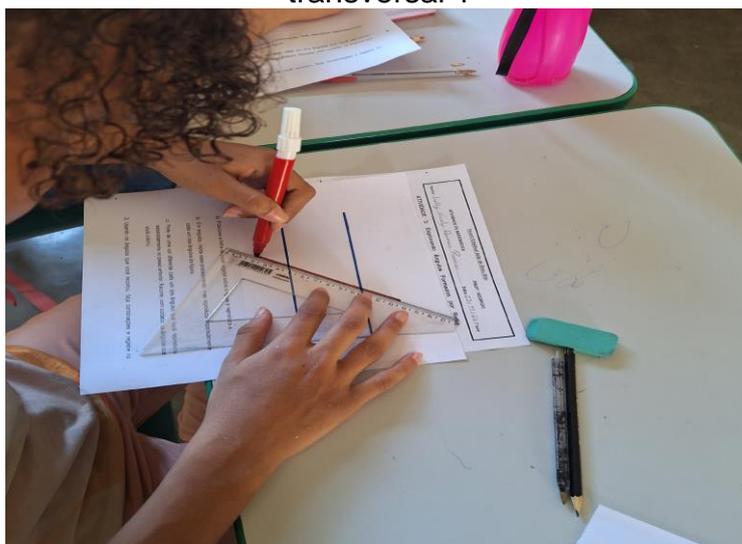
Fundamental II, enfatizando a importância prática e aplicada dos conceitos geométricos no cotidiano.

Atividade 3: Explorando ângulos formados por retas paralelas e uma transversal

Nesta atividade, os alunos receberam um esquema de retas paralelas interceptadas por uma reta transversal e uma folha de papel vegetal. Foi proposto que os alunos posicionassem a folha de papel vegetal sobre a Figura para reproduzi-la, identificando os ângulos formados em sua configuração original. Logo em seguida, o educador pediu aos alunos para reproduzir cada ângulo da Figura individualmente, fazendo a identificação dos ângulos com cores diferentes, permitindo uma visualização clara e destacada. Dessa forma, cada aluno pôde distinguir os diferentes ângulos.

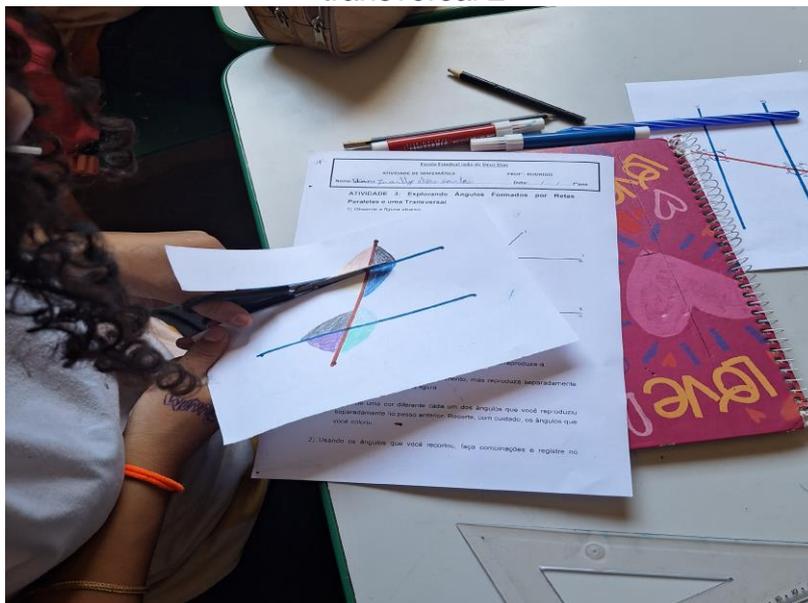
Dando sequência na atividade, os alunos tiveram que combinar e registrar todos os possíveis pares de ângulos congruentes formados, desenvolvendo a compreensão das relações angulares entre os ângulos formados por retas paralelas e uma transversal.

Figura 14. Compreensão das relações entre ângulos de retas paralelas e uma transversal 1



Fonte: Dados do autor.

Figura 15. Compreensão das relações entre ângulos de retas paralelas e uma transversal 2



Fonte: Dados do autor.

A identificação dos ângulos formados pela transversal em relação às retas paralelas demonstrou a capacidade dos alunos de aplicar os conceitos aprendidos e reconhecer as características específicas desses ângulos. Ao fazerem a sobreposição dos ângulos cortados individualmente na figura original, os alunos conseguiram visualizar claramente as relações entre eles.

A compreensão das relações angulares em contextos de retas paralelas e transversais é fundamental para os alunos. Isso foi abordado por meio das definições de ângulos correspondentes, como ilustrado nas Figuras 14 e 15. Ao analisar pares de ângulos na figura, os estudantes conseguiram identificar e compreender as relações específicas entre esses ângulos. Paralelamente, a definição de ângulos alternados ofereceu uma perspectiva que auxiliou na identificação e compreensão da congruência entre determinados pares de ângulos, contribuindo para a habilidade dos alunos em reconhecer padrões geométricos.

A definição de ângulos colaterais, exemplificada na figura por meio de pares de ângulos com a ideia de "ângulo raso" (180°), reforçou a noção de relação suplementar entre esses ângulos, consolidando a compreensão dos alunos sobre propriedades angulares em situações específicas. Esses conceitos, explorados durante a atividade, serão essenciais para a compreensão do conteúdo estudado, abordando a importância do ensino de geometria e suas aplicações práticas.

Nesta atividade, também foi abordada a utilização do tangram para criar figuras que ilustrassem retas paralelas e transversais, permitindo aos alunos uma abordagem prática e visual, reforçando os conceitos aprendidos voltados para o cotidiano. Além disso, os alunos puderam identificar e descrever os ângulos formados pelas peças do tangram quando dispostas para representar retas paralelas e transversais, ajudando-os a aplicar os conceitos aprendidos em um contexto tangível (Figura 16).

Figura 16. Utilização do tangram 1



Fonte: Dados do autor.

Em seguida, foi proposta uma atividade que serviria como Avaliação 3, a qual possibilitou trazer mais análises da construção da aprendizagem. A pergunta sobre um carro virando em um ângulo de 90 graus ao cruzar uma rua transversal ofereceu uma oportunidade para os alunos aplicarem os conceitos aprendidos. A resposta dependeria da orientação das ruas, proporcionando uma oportunidade para raciocínio espacial.

Figura 17. Avaliação 3

1) Considere duas ruas paralelas cortadas por uma terceira rua. Se um carro está transportando ao longo de uma rua das ruas, nesse momento ele encontrará um ângulo de 90 graus ao virar na rua transversal? Explique como você chegou a essa resposta, utilizando os conceitos de ângulos formados por retas paralelas e transversais.

Não. A medida do ângulo pode variar dependendo da direção que o carro vira. Se ele vira em forma de "L" em relação a uma transversal encontrará um ângulo de 90 graus, se ele vira em um ângulo diferente o ângulo pode ser maior ou menor que 90 graus

Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 17: Não. A medida do ângulo pode variar dependendo da direção em que o carro vira. Se ele vira perpendicularmente em relação à rua transversal, encontrará um ângulo de 90 graus. No entanto, se ele vira em um ângulo diferente, o ângulo formado pode ser maior ou menor que 90 graus.

Embora as respostas evidenciem que os alunos têm uma compreensão parcial dos conceitos de retas paralelas e transversais, há uma falta de clareza na explicação. Na Figura 17, o aluno demonstra uma compreensão limitada dos conceitos de retas paralelas e transversais, reconhecendo que a medida do ângulo pode variar, mas não oferecendo uma explicação completa sobre como os ângulos são formados e sua relação com as retas paralelas e transversais.

A resposta deste aluno destaca a importância de desenvolver sua capacidade de raciocínio e argumentação ao explicar conceitos geométricos. Eles podem se beneficiar de atividades que os incentivem a justificar suas respostas e explicar seu pensamento de maneira clara e precisa. Também pode ser necessário mais orientação sobre como aplicar os conceitos de retas paralelas e transversais em situações do mundo real. Isso sugere a necessidade de uma atividade que os ajude a fazer conexões entre a teoria geométrica e situações práticas, como visualizar melhor ruas paralelas cortadas por uma transversal.

Destaca-se, ainda, a aplicação criativa dos conceitos de retas paralelas e transversais por meio do tangram, evidenciando não apenas a compreensão teórica, mas também a habilidade dos alunos em relacionar esses conceitos a situações práticas. Além disso, a análise da coerência nas respostas à pergunta sobre o carro permitiu avaliar a aplicação efetiva dos conceitos estudados, demonstrando a transferência do aprendizado para contextos do mundo real.

A eficácia dos recursos didáticos, como o uso do tangram e a folha de papel vegetal, demonstrou-se crucial para o ensino de geometria, pois permitiu uma abordagem prática e visual que reforçou os conceitos aprendidos e facilitou a aplicação dos mesmos em situações do cotidiano. A intervenção do professor na superação de desafios individuais também foi essencial para garantir a eficácia da abordagem. A análise progressiva da sequência didática continuará explorando as atividades subsequentes, visando identificar a consistência no aprendizado dos alunos e proporcionando percepções valiosas para aprimorar o ensino de Geometria Plana no Ensino Fundamental II, enfatizando a importância prática e aplicada dos conceitos geométricos.

Atividade 4: Explorando geometria dinâmica: relações entre ângulos em retas paralelas e transversais com o geogebra

Durante a condução da Atividade 4, utilizando o aplicativo GeoGebra como ferramenta central, a abordagem pedagógica proporcionou uma experiência interativa e visual para a compreensão das propriedades dos ângulos em retas paralelas interceptadas por uma transversal. Inicialmente, permitiu-se que os alunos explorassem livremente o aplicativo, promovendo o manuseio e a familiarização com suas ferramentas. Posteriormente, uma apresentação detalhada das funcionalidades relevantes, seguida por um passo a passo da atividade, estabeleceu as bases para a discussão das propriedades geométricas em foco.

A ênfase dada aos ângulos alternos internos e externos foi crucial, destacando a congruência desses ângulos quando duas linhas paralelas são intersectadas por uma linha transversal. De maneira análoga, a abordagem dos ângulos colaterais proporcionou uma compreensão mais profunda, com os alunos discutindo conceitos

prévios, como correspondência de ângulos, alternância e ângulos colaterais, durante a construção das linhas paralelas e transversais (Figura 18).

Figura 18. Geometria dinâmica 1



Fonte: Dados do autor.

A integração efetiva do GeoGebra facilitou não apenas a visualização, mas também a interação ativa dos alunos com os conceitos geométricos. Esta abordagem dinâmica e participativa evidenciou não apenas a aquisição de conhecimento, mas também a aplicação efetiva dos conceitos estudados, fortalecendo a proposta metodológica adotada.

A análise da manipulação das retas no GeoGebra revelou percepções adicionais. Ao mover pontos em uma das linhas paralelas, os ângulos alternados ajustam-se congruentemente, demonstrando visualmente a propriedade. Da mesma forma, a manipulação das linhas afetou a soma dos ângulos colaterais correspondentes, mantendo sua característica suplementar. Os resultados foram avaliados considerando o engajamento dos alunos, a exploração efetiva das ferramentas do GeoGebra e a qualidade das reflexões e discussões individuais e em grupo (Figuras 19, 20 e 21).

Figura 19. Exploração das ferramentas de GeoGebra 3

- 1- Defina "ângulos alternados" e "ângulos paralelos" em contextos de retas paralelas e transversais. Explique as relações entre esses ângulos.

Ângulos alternados são aqueles que estão em lados opostos da reta transversal e são iguais quando as retas são paralelas.

Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 19: Ângulos alternados são aqueles que estão em lados opostos da reta transversal e são iguais quando as retas são paralelas.

Figura 20. Exploração das ferramentas de GeoGebra 3

- 3- Como a manipulação das retas no GeoGebra afeta as medidas dos ângulos alternos e colaterais? Explícito.

Ângulos que estão do mesmo lado da reta transversal e são iguais quando as retas são paralelas.

Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 20: "É" aquelas que estão do mesmo lado da reta transversal e são iguais quando as retas são paralelas.

Figura 21. Exploração das ferramentas de GeoGebra 5

- 4- Suponha que você queira criar uma figura com retas paralelas e transversais, mas os ângulos colaterais internos devem ser congruentes. Como você faria isso usando o GeoGebra?

Você pode usar uma ferramenta de transformação no geogebra para refletir uma das retas em relação a transversal assim vamos ter ângulos colaterais internos iguais.

Fonte: Dados do autor.

Lê-se na Figura 21: Você pode usar uma ferramenta de transformação na geogebra para refletir uma das retas em relação a transversal, assim vamos ter ângulos colaterais internos iguais.

Embora os alunos nas imagens mencionem os termos "ângulos alternados" e "ângulos paralelos" para explicar suas relações em contextos de retas paralelas e

transversais, as respostas são imprecisas e parcialmente corretas. Contudo, é evidente que há um entendimento dos conceitos, mas falta clareza e precisão em suas definições e explicações.

A construção da Figura no GeoGebra e a identificação dos ângulos alternos e colaterais mostram que o aluno consegue aplicar conceitos geométricos em uma plataforma digital. No entanto, é importante verificar se eles estão marcando corretamente os ângulos e compreendendo suas relações. A resposta sobre como a manipulação das retas no GeoGebra afeta as medidas dos ângulos alternos e colaterais é razoável. Os alunos reconhecem que os ângulos alternos permanecem iguais, mas podem não ter uma compreensão completa das mudanças nos ângulos colaterais com a manipulação das retas.

O aluno apresenta uma solução viável para criar uma Figura com ângulos colaterais internos congruentes usando o GeoGebra. Isso sugere uma compreensão básica das ferramentas disponíveis na plataforma para manipulação geométrica. No entanto, pode ser útil explorar mais profundamente como essa transformação afeta os diferentes ângulos na Figura.

Os alunos demonstram entendimento dos conceitos, mas falta clareza e precisão em suas definições e explicações. Ao relacionar os conceitos matemáticos, como retas e ângulos, com situações do cotidiano, os alunos conseguem perceber sua relevância e utilidade prática, o que motiva o aprendizado. Além disso, resolver exercícios que abordam problemas mais complexos proporciona aos alunos a oportunidade de aplicar os conhecimentos de forma mais abrangente e desenvolver habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas.

Portanto, o desenvolvimento de exercícios de fixação que relacionam a matemática com o cotidiano dos alunos é uma estratégia eficaz para promover uma aprendizagem significativa e duradoura nessa disciplina. A integração do GeoGebra como recurso didático demonstrou-se altamente eficaz para o ensino de geometria, permitindo uma abordagem prática e interativa que reforçou os conceitos estudados e facilitou a aplicação dos mesmos em situações reais. A intervenção contínua e o suporte do professor são essenciais para garantir o sucesso dessa metodologia.

Atividade 5: Desafio de problemas geométricos

A atividade "Desafio de Problemas Geométricos", fundamentada na abordagem inovadora de Maria Droujkova e Yelena McManaman, teve como propósito verificar a capacidade dos alunos em aplicar princípios geométricos em um contexto desafiador. Os objetivos específicos, recursos utilizados, série e organização da turma foram criteriosamente delineados, constituindo uma estrutura robusta para a posterior análise dos resultados. Durante a aplicação da atividade, foi concedido tempo para que os alunos pudessem colaborativamente discutir e buscar soluções para os problemas propostos.

O professor, atento às dúvidas recorrentes, interveio quando necessário, proporcionando esclarecimentos sobre os questionamentos apresentados pelos pequenos grupos de alunos.

A análise da precisão na identificação e caracterização de ruas paralelas e transversais apresentadas no mapa da região na questão 1 evidenciou a compreensão dos conceitos geométricos pelos alunos. A habilidade em resolver problemas geométricos, especialmente aqueles envolvendo relações de ângulos formados por retas paralelas e transversais, foi avaliada na questão 2, revelando o grau de proficiência dos estudantes nessas aplicações práticas. Observou-se que os alunos aplicaram efetivamente as propriedades dos ângulos correspondentes, alternos internos, alternos externos e colaterais em diferentes situações geométricas, demonstrando uma assimilação sólida desses conceitos.

A análise das sentenças verdadeiras/falsas da questão 3 proporcionou insights sobre a capacidade dos alunos em julgar a veracidade das afirmativas, identificando corretamente conceitos relacionados a ângulos formados por retas paralelas e transversais. Ao examinar a resolução das questões que demandam cálculos de medidas de ângulos, como nas questões 4, 5 e 6, observou-se que os alunos enfrentaram desafios ao associar outros conceitos geométricos. No entanto, intervenções oportunas do professor proporcionaram a clareza necessária, permitindo que os alunos desenvolvessem suas respostas de forma mais assertiva.

O engajamento dos alunos durante a resolução dos problemas e as discussões em sala de aula foram elementos cruciais na avaliação da participação ativa e na capacidade de colaboração. A observação desse aspecto contribuiu para compreender como os estudantes se envolvem no processo de aprendizagem,

refletindo na dinâmica e eficácia da abordagem pedagógica adotada. Essa análise abrangente da atividade "Desafio de Problemas Geométricos" fornece dados substanciais para embasar a dissertação, destacando não apenas a eficácia do método, mas também aspectos específicos que contribuem para o desenvolvimento da compreensão geométrica dos alunos.

Os desafios enfrentados pelos alunos ao lidar com questões de vestibular que envolvem geometria destacam uma realidade crucial: a matemática é uma habilidade que demanda prática constante. Em particular, a compreensão de conceitos como retas paralelas e transversais requer não apenas uma compreensão teórica, mas também um domínio prático adquirido através de exercícios regulares. Durante o processo de aprendizagem, os estudantes muitas vezes encontram dificuldades ao aplicar esses conceitos em situações práticas, como é o caso das questões de vestibular e concursos. Mesmo tendo sido expostos à teoria em sala de aula, muitos alunos se veem desafiados quando confrontados com problemas que exigem a aplicação direta desses conhecimentos.

Nesse contexto, a importância de uma sequência didática bem estruturada se torna evidente. Essa sequência não apenas fornece insights sobre os conceitos fundamentais, mas também orienta os alunos na utilização de diversos recursos didáticos para aprimorar sua compreensão e habilidades práticas. Desde materiais de apoio até atividades interativas, a sequência didática busca enriquecer o processo de aprendizagem, tornando-o mais acessível e eficaz. O objetivo primordial dessa atividade é capacitar os alunos para que possam enfrentar com confiança e competência as questões de vestibular e concursos que envolvem geometria. No entanto, fica claro que essa conquista não é alcançada apenas através do estudo teórico, mas sim através de uma prática constante e dedicada.

Portanto, é essencial que os alunos reconheçam a importância de dedicar tempo e esforço à prática regular dos conceitos matemáticos, especialmente aqueles relacionados à geometria. Somente através desse comprometimento contínuo será possível desenvolver as habilidades necessárias para enfrentar os desafios apresentados pelas avaliações acadêmicas e profissionais. A integração de recursos didáticos variados, como o GeoGebra, tangram, régua e compasso, demonstrou ser altamente eficaz no ensino de geometria plana, especificamente no tema de retas paralelas interceptadas por uma transversal. Esses recursos não apenas facilitaram a visualização e compreensão dos conceitos, mas também promoveram um

aprendizado ativo e engajado, evidenciando a importância de uma abordagem pedagógica diversificada e prática no ensino de geometria.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa se dedicou a analisar a eficácia de uma sequência didática voltada para o ensino de Geometria Plana, especificamente focada na interseção de retas paralelas por uma transversal, conforme o currículo do Ensino Fundamental II em escolas públicas de Minas Gerais. A abordagem metodológica incluiu observação direta durante aulas de Matemática, totalizando 5 horas, e a coleta de dados por meio de uma sequência composta por cinco atividades distintas.

A sequência didática foi estruturada de forma progressiva e integrativa, utilizando uma variedade de recursos didáticos. Inicialmente, os alunos foram introduzidos ao conceito por meio da projeção de retas paralelas em um campo de futebol, seguido pelo uso prático de instrumentos geométricos em construções geométricas simples. Além disso, foram empregados o tangram e o aplicativo GeoGebra, cada um contribuindo de maneira única para a exploração e visualização dos conceitos geométricos abordados.

A utilização do tangram permitiu aos estudantes uma abordagem prática e lúdica para entender as propriedades das figuras geométricas envolvidas nas interseções de retas, incentivando a manipulação direta e a exploração criativa. Por outro lado, o GeoGebra proporcionou uma plataforma digital interativa, onde os alunos puderam visualizar e experimentar as relações geométricas de forma dinâmica e intuitiva.

Durante a implementação das atividades, observou-se um engajamento significativo dos alunos, especialmente nas etapas que envolviam o uso desses recursos. A combinação entre instrumentos tradicionais e tecnológicos não apenas diversificou as abordagens de ensino, mas também estimulou diferentes estilos de aprendizagem, facilitando a compreensão dos conceitos teóricos por meio da aplicação prática.

Embora a análise do ensino com esses recursos tenha revelado uma integração eficaz entre teoria e prática, alguns desafios foram identificados, como a necessidade de orientação adicional para garantir a correta utilização dos instrumentos geométricos. Esses insights destacam a importância contínua de ajustes pedagógicos para otimizar a eficácia do uso desses recursos na promoção do aprendizado geométrico entre os alunos do Ensino Fundamental II.

Em resumo, a presente dissertação contribui não apenas para o entendimento do impacto do uso integrado de recursos didáticos na sequência didática de Geometria Plana, mas também para o desenvolvimento de estratégias pedagógicas eficazes que promovam uma educação matemática dinâmica e envolvente. Essas reflexões fornecem uma base sólida para futuras investigações e práticas educacionais voltadas para o ensino de geometria e outras áreas da matemática.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. E. B. B.; VALENTE, J. A. **Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?** São Paulo: Paulus, 2011. 94 p. (Coleção Questões Fundamentais da Educação, 10).
- ALVES, A. *et al.* Contextualização no ensino de geometria: uma abordagem prática. **Revista Brasileira de Educação em Ciências**, v. 5, n. 2, p. 167-182, 2022.
- ANDRADE, C. **O ensino da matemática para o cotidiano.** 2013. 48f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2013.
- BARBOSA, C. P. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental:** uma proposta de ensino para professores e formadores de professores. 2011. 65f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante) – Universidade Federal de Ouro Preto, Belo Horizonte, 2011.
- BITTAR, M. A escolha de um software educacional e a proposta pedagógica do professor: estudo de alguns exemplos da matemática. *In:* BELINE, W.; LOBO DA COSTA, N. M. (org). **Educação Matemática, tecnologia e formação de professores:** algumas reflexões. Campo Mourão: Editora FECILCAM, 2010, p. 215-242.
- BRAGA, A. F. R. R. **O uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais para o ensino- aprendizagem de Geometria.** 2013. 114f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação Infantil e Ensino fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <https://fila.mec.gov.br/manutgeral.htm>. Acesso em: 12 fev. 2024.
- CANHIZARES, V. **O ensino da matemática:** reflexões sobre o professor e o aluno. 2012. 24f. Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, São José do Rio Preto, 2012.
- CARVALHO, A.; SOUSA, B. Ambientes virtuais de aprendizagem no ensino de geometria: um estudo de caso. **Revista Brasileira de Educação Digital**, v. 32, n. 2, p. 87-102, 2018.
- COÊLHO, I. M. Repensando a Formação de Professores. **Nuances**, v. 9/10, p. 47-63, 2003.
- COSTA, A. C.; BERMEJO, A. P. B; MORAIS, M. S. F. Análise do ensino de geometria espacial. *In:* ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., Ijuí. **Anais** [...], Ijuí: SBEM, 2009.
- COSTA, M. *et al.* Estratégias adaptativas no ensino de geometria para alunos com

dificuldades de aprendizagem. **Educação Matemática em Foco**, v. 28, n. 1, p. 54-67, 2022.

FAINGUELERNT, E. **Geometria: ciência do espaço**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1984.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: representação e construção em Geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação matemática de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

FRANTZ, D. S. F. S.; DALCIN, A. Fotografia e matemática em uma escola do campo: ampliando olhares, construindo saberes. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 12, n. 25, p. 121-140, 2017.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

GOMES, R. *et al.* Importância da compreensão de retas paralelas e transversais no desenvolvimento do raciocínio espacial. **Revista Internacional de Educação Matemática**, v. 39, n. 4, p. 456-471, 2021.

LIAO, T.; ALMEIDA, S. R. M; MOTTA, M. S. Desenvolvimento de conceitos geométricos com alunos de um curso de pedagogia por meio de atividades envolvendo a realidade aumentada. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 16, p. 01-18, 2021.

LIMA, S. *et al.* Uso de recursos tecnológicos no ensino de geometria: um estudo de caso. **Cadernos de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 26, n. 2, p. 189-204, 2020.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria**. 4. ed. Campinas: Unicamp, 1995.

MACHADO, T.; ALMEIDA, M. Integração de recursos tecnológicos e tradicionais no ensino de geometria: um estudo de caso. **Revista Brasileira de Tecnologia Educacional**, v. 15, n. 3, p. 126-139, 2019.

MARTINS, L.; SOUZA, M. Papel do professor como mediador no ensino de geometria: uma perspectiva construtivista. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, v. 37, n. 2, p. 167-182, 2021.

MASETTO, M. T. **Competência pedagógica do professor universitário**. 2. ed. São Paulo: Summus, 2012.

MORAN, J. M. **Módulo Introdutório - Integração de mídias na educação ETAPA 1**, 2005. Disponível em:

http://webeduc.mec.gov.br/midiaseducacao/material/gestao/ges_basico/etapa_1/p2.html. Acesso em: 12 fev. 2024.

OLIVEIRA, P.; COSTA, R. Aplicação prática da geometria no mundo contemporâneo: uma perspectiva para o ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências Exatas e da Natureza**, v. 37, n. 2, p. 215-230, 2019.

OLIVEIRA, R. B.; LOPEZ, L. Q.; CARDOSO, V. C. A interface da geometria plana à espacial: um estudo a partir dos triângulos e sólidos de Platão. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., São Paulo. **Anais [...]**, São Paulo: SBEM, 2016.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PARIS, M. A. **Instrumentation issues and the integration of computer technologies into secondary mathematics teaching**. Proceedings of the Annual Conference on Didactics of Mathematics, Potsdam, 2000. Disponível em: <http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/e/qdm/2000>. Acesso em: 12 fev. 2024.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. O ensino da geometria no ciclo de alfabetização: um olhar da provinha brasil. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 16, n. 4, p. 1147-1168, 2014.

PAULA, E. A. S. **Geometria espacial**: a aprendizagem através de diferentes recursos didáticos. 2020. 150f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2020.

PAVANELLO, M. R. **O abandono do ensino da Geometria**: uma visão histórica. 1989. 196f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, v. 1, p. 7-17, 1993.

PRADO, M. E. B. B. Integração de mídias e a reconstrução da prática pedagógica. *In*: ALMEIDA, M. E. B.; MORAN, J. M. (orgs). **Integração de Tecnologias, Linguagens e Representações**. Secretaria de Educação a Distância. Brasília: Ministérios da Educação, 2005. Disponível em: <http://salto.acerp.org.br/saltotvescola/livros.asp>. Acesso em: 16 fev. 2024.

RODRIGUES, F.; GONÇALVES, P. Educação matemática inclusiva: práticas e perspectivas. **Revista Internacional de Educação Inclusiva**, v. 41, n. 2, p. 167-182, 2017.

RODRIGUES, F.; SANTOS, P. Contextualização dos conceitos geométricos no cotidiano dos alunos: estratégias e resultados. **Revista Brasileira de Ensino de Matemática**, v. 32, n. 1, p. 89-104, 2018.

ROSSINI, M. A. P. **Um estudo sobre o uso de régua, compasso e um Software de geometria dinâmica no ensino da Geometria hiperbólica**. 2010. 158f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

SANTOS, A.; GONÇALVES, D. Abordagem construtivista no ensino de geometria: estratégias e resultados. **Revista Internacional de Educação e Aprendizagem**, v. 41, n. 3, p. 201-218, 2019.

SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. **Aprendizagem em geometria na educação básica: A fotografia e a escrita em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

SANTOS, J. A. *et al.* Avaliação no ensino de geometria plana: estratégias e práticas atuais. **Revista Internacional de Avaliação Educacional**, v. 10, n. 2, 2021.

SANTOS, J. *et al.* Atendimento às necessidades individuais no ensino de geometria: um estudo de caso. **Revista de Educação e Tecnologia**, v. 37, n. 4, p. 367-382, 2021.

SETTIMY, T. F. O.; BAIRRAL, M. A. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. **VIDYA**, v. 40, n. 1, p. 175-195, 2020.

SILVA, A.; OLIVEIRA, C. Integração entre teoria e prática no ensino de geometria: um desafio permanente. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação**, v. 27, n. 2, p. 201-218, 2019.

SILVA, C.; ALMEIDA, L. Função do professor como facilitador no ensino de geometria: um estudo de caso. **Revista de Educação e Tecnologia**, v. 45, n. 4, p. 367-382, 2020.

SILVA, P. V.; SANTOS, L. Compreensão da representação bidimensional de políedros por alunos do 6º ano em tarefas de avaliação externa. **Bolema**, v. 32, n. 62, p. 847-868, 2018.

SOUSA, M.; SILVA, R. Abordagens interativas no ensino de geometria: um estudo de caso em escolas do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Educação Matemática**, v. 33, n. 2, p. 127-142, 2017.

TRIVINOS, A. W. S. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais**. São Paulo: Atlas, 1987.

VERONESE, P. **Ensino de geometria no ciclo II do ensino fundamental: um estudo analítico**. 2009. 260f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 2009.

APÊNDICE A

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
– PROFMAT

**SEQUÊNCIA DIDÁTICA**

EXPLORANDO A GEOMETRIA PLANA COM DIVERSOS RECURSOS DIDÁTICOS

Rodrigo Soares Figueiredo

Professor: Dr. Jonson Ney

Vitória da Conquista-BA

Outubro de 2024

INTRODUÇÃO

A presente sequência didática, intitulada "Explorando a Geometria Plana com Diversos Recursos Didáticos", reflete a influência da pedagogia crítica e humanista proposta por Paulo Freire (1996), um dos mais renomados educadores do Brasil e do mundo. O educador acreditava que a educação deve ser um processo ativo, participativo e significativo, no qual os alunos não são apenas receptores passivos de conhecimento, mas sim participantes ativos do processo de apropriação do saber. Inspirados por essa visão, foi desenvolvida esta sequência com o objetivo de trabalhar com os alunos a compreensão e exploração de conceitos geométricos por meio de uma abordagem interativa e envolvente.

Nessa sequência didática, os alunos serão convidados a participar ativamente de todo o processo. Cada atividade foi cuidadosamente planejada para envolvê-los em descobertas e reflexões, respeitando seus conhecimentos prévios e incentivando o pensamento crítico. O professor desempenha o papel de orientador, questionando e criando um ambiente propício para o diálogo e a exploração. Essa abordagem não apenas se alinha com a visão de Freire (1996) sobre a educação como um ato de liberdade e emancipação, mas também abraça sua crença de que o aprendizado é mais significativo quando os estudantes estão envolvidos ativamente no processo de ensino aprendizagem.

Além disso, a sequência incorpora a ideia de diálogo e respeito mútuo, promovendo a colaboração e o desenvolvimento de habilidades interpessoais entre os alunos, seguindo princípios na perspectiva freireana. A proposta enfatizava a importância do diálogo como uma ferramenta para a apropriação de conhecimento e a superação de desigualdades.

No decorrer desta sequência, os alunos serão incentivados a aplicar princípios geométricos em contextos do mundo real, fortalecendo suas habilidades matemáticas e promovendo o pensamento crítico. Ao fazer isso, espera-se que eles não apenas adquiram conhecimento matemático, mas também desenvolvam um entendimento mais amplo de como a matemática está intrinsecamente relacionada às situações cotidianas.

No final desta sequência, espera-se que os alunos tenham adquirido não apenas conhecimento geométrico, mas também a capacidade de pensar criticamente, resolver problemas e aplicar conceitos matemáticos em contextos reais. Acredita-se

que esta abordagem pedagógica pode promover a autonomia dos alunos, um dos princípios-chave da pedagogia freireana, preparando-os para se tornarem cidadãos críticos e ativos na sociedade.

Introdução à geometria e sua relevância

Este estudo da geometria, em particular das relações entre retas paralelas e uma transversal, encontra sua justificativa no legado de Euclides, o "Pai da Geometria". Em seu trabalho seminal, "Os Elementos", Euclides localizou os fundamentos da geometria euclidiana, delineando de maneira sistemática os axiomas e teoremas que sustentam a compreensão moderna da disciplina. A noção de linhas paralelas e transversais é crucial para a compreensão das propriedades dos ângulos, bem como para o desenvolvimento de conceitos mais avançados em geometria, incluindo a geometria não euclidiana e suas aplicações em diversas áreas da ciência e da tecnologia.

De acordo com Euclides, "Não há ramo da matemática, por menor que seja, que não possa derivar sua origem de Euclides" (Euclides, Os Elementos). Além disso, o estudo das retas paralelas e transversais desempenha um papel crucial em muitos campos matemáticos e aplicados, incluindo a física, a engenharia, a arquitetura e a computação gráfica. A compreensão dessas relações fundamentais permite a análise e a solução de uma ampla gama de problemas práticos, desde a concepção de distâncias e áreas até a concepção de estruturas complexas.

Neste contexto, ao explorar as relações entre retas paralelas e transversais, segue-se os passos de Euclides e estabelecendo as bases para uma compreensão mais profunda da geometria e de suas aplicações práticas, em consonância com a visão de Paulo Freire sobre a educação como um meio de capacitação e transformação social.

Processos de aprendizagem

Masetto (2012, p. 45) quando se refere ao processo de aprendizagem, fala que este é "um processo de crescimento e desenvolvimento de uma pessoa em sua totalidade, abarcando minimamente quatro grandes áreas: a do conhecimento, a do afetivo-emocional, a de habilidades e a de atitudes e valores." No contexto dessa

sequência didática, esses processos se organizam da seguinte maneira:

- (I) Habilidades: 1. (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de *softwares* de geometria dinâmica;
- (II) (EF07MA23) Utilizar termos ângulos, retas, paralelas, transversais e perpendiculares para descrever situações do mundo físico ou objetos. Desenvolver a prática de se expressar oralmente e por escrito, interpretar, reconhecer e visualizar a presença da geometria no cotidiano;
- (III) Valores e atitudes: 1. Trabalhar de forma colaborativa com o grupo, 2. Construir relações interpessoais através do diálogo e respeito, desenvolvendo o autoconhecimento;
- (IV) Aspectos Cognitivos: 1. Compreender os conceitos relacionados às características, classificações e propriedades dos objetos e Figuras geométricas;
- (V) Afetivos-emocionais: 1. Solidariedade durante o desenvolvimento das atividades; 2. Segurança em expor suas ideias, e respeito às ideias e pensamentos alheios.

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

- Relações entre os ângulos formados por retas paralelas interceptadas por uma transversal.

Objetivo geral

- Explorar a noção de retas paralelas cortadas por uma transversal, reconhecer e classificar os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal através de diversos recursos didáticos.

ATIVIDADE 1

Atividade 1: Explorando Retas Paralelas e Transversais

Série: 7º ano

Objetivo Específico: Introduzir as definições de retas paralelas cortadas por uma transversal.

Recursos Utilizados: Folha impressa com as atividades, papel A4, quadro, pincel.

Justificativa: Esta atividade é fundamentada na visão pedagógica de Paul Lockhart, autor de "*A Mathematician's Lament*." Lockhart (2009) argumenta que a educação matemática deve ser mais do que apenas a memorização de fórmulas e regras; ela deve ser um processo de exploração e descoberta que nutre a criatividade, o raciocínio e a compreensão profunda.

Ao abordar o tópico de retas paralelas cortadas por uma transversal, segue-se a filosofia de Lockhart (2009) ao estimular os alunos a interagirem ativamente com o material. Incentiva-se os alunos a observarem a imagem de um campo de futebol, a identificarem elementos geométricos por conta própria e a discutirem suas descobertas. Isso se alinha com a ideia de Lockhart (2009) de que a matemática é uma forma de arte e expressão, não apenas um conjunto de regras abstratas.

Além disso, ao pedir aos alunos que identifiquem retas paralelas na imagem e a definam, promove-se uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos. Lockhart (2009) critica a abordagem puramente instrumental da matemática e argumenta a favor de mergulhar na matemática como uma disciplina criativa e intelectual. Esta atividade busca fomentar essa apreciação mais profunda da matemática.

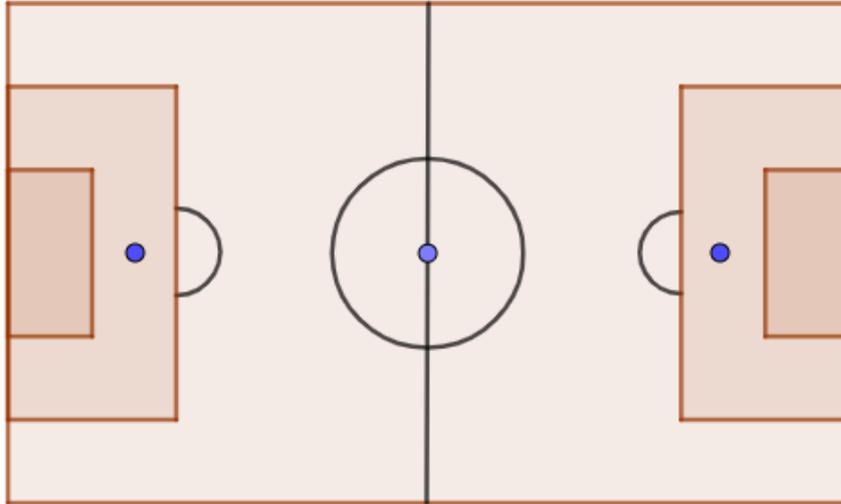
Por último, Lockhart (2009) também enfatiza a importância de tornar a matemática acessível e cativante para os alunos. Esta atividade, ao utilizar uma imagem de um campo de futebol e incentivar a colaboração e o diálogo entre os alunos, torna o aprendizado de geometria mais envolvente e convidativo, seguindo o espírito das ideias de Lockhart (2009).

Portanto, esta atividade é justificada com base na filosofia de Paul Lockhart, que promove uma abordagem mais holística, criativa e envolvente para o ensino da matemática.

Procedimento:

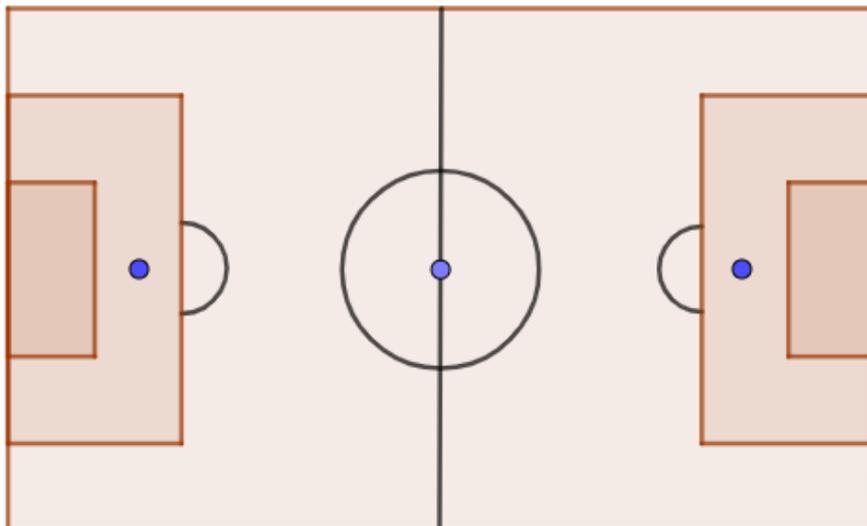
- 1) Introdução: Exiba o esquema de um campo de futebol e estimule os alunos a observarem os elementos geométricos presentes, como segmentos de reta,

ângulos, retângulos e circunferências.



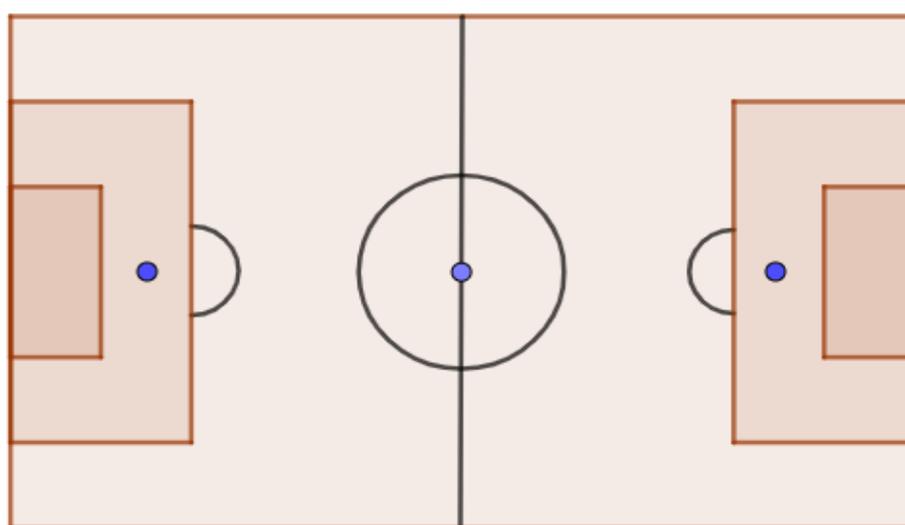
Espera -se que os alunos possam identificar facilmente os segmentos de reta e os ângulos na imagem, e que ainda sejam capazes de reconhecer as linhas delimitando a área do campo de futebol.

- 2) Identificação de retas paralelas: Solicite que os alunos identifiquem e destaquem com canetas hidrocor as retas paralelas presentes na imagem do campo de futebol. Promova um debate sobre a definição de retas paralelas e sistematize-a na lousa, incentivando os alunos a copiá-la em seus cadernos.



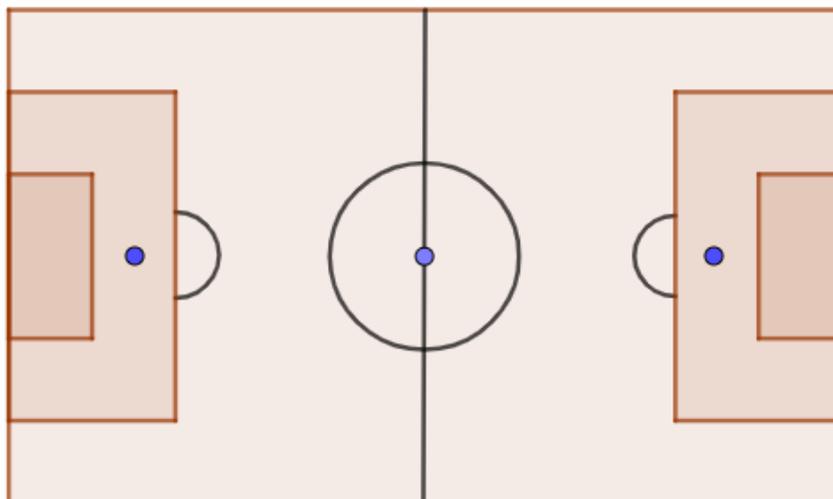
Espera-se que os alunos consigam identificar as linhas de fundo e as linhas laterais como retas paralelas. Eles podem definir retas paralelas como linhas que nunca se encontram, mantendo a mesma distância uma da outra.

- 3) Identificação de retas transversais: Peça aos alunos que identifiquem as retas transversais na mesma imagem do campo de futebol, discutindo possíveis respostas e sistematizando a definição de retas transversais na lousa para que seja copiada.



Espera-se que os alunos possam considerar a linha do meio de campo ou as linhas laterais como retas transversais. Eles devem entender que as retas transversais cortam as retas paralelas em pontos distintos.

- 4) Estudo dos ângulos formados: Explique como as retas transversais formam ângulos de 90° em relação às retas paralelas, conhecidos como ângulos perpendiculares. Utilize um esquema para ilustrar os ângulos formados e discuta suas características.



Espera-se que os alunos consigam reconhecer os ângulos de 90° formados entre as retas paralelas e transversais. Eles podem entender a definição de ângulos perpendiculares como ângulos que formam um quadrado nos vértices de interseção.

- 5) Aplicação no mundo real: Incentive os alunos a citarem exemplos de situações cotidianas que envolvam retas paralelas e transversais, como cruzamentos de ruas. Discuta a importância desses conceitos na compreensão da geometria no mundo real.

Espera-se que os alunos consigam mencionar exemplos como cruzamentos de ruas, trilhos de trem ou listras de estacionamento. Eles podem relacionar as retas paralelas e transversais a diferentes estruturas arquitetônicas, como grades de janelas ou construções urbanas.

Avaliação:

Nesta Etapa o professor deve fazer um momento de interação com a turma, e aproveitar para realizar uma pequena avaliação com os alunos.

- a) Defina retas paralelas.

Espera-se que os alunos definam retas paralelamente como linhas que nunca se encontram e que podem manter a mesma distância uma da outra.

b) O que são retas transversais?

Espera-se que os alunos respondam que reta transversal é uma linha que corta duas ou mais retas em pontos distintos.

c) Explique o que são ângulos perpendiculares e como eles se formam quando retas paralelas são cortadas por uma transversal.

A resposta esperada seria 90 graus, dado o conhecimento sobre a relação entre retas paralelas

Destaque os principais pontos discutidos durante a atividade e incentive os alunos a explorarem mais os conceitos de retas paralelas e transversais em diferentes contextos. Encoraje-os a aplicar esses conceitos em outras situações do cotidiano para fortalecer sua compreensão da geometria.

ATIVIDADE 2

Atividade 2: Explorando a geometria na prática: construindo e compreendendo retas paralelas e transversais com régua e compasso

Série: 7º ano

Organização da turma: Grupos

Objetivo Específico: Utilizar régua e compasso para a construção e fixação do conceito de retas paralelas.

Recursos Utilizados: Folha impressa com as atividades, papel A4, quadro, pincel, compasso, régua, lápis.

Justificativa: A atividade proposta busca oferecer aos alunos a oportunidade de explorar ativamente os conceitos de retas paralelas e transversais, promovendo uma compreensão mais tangível e prática desses conceitos geométricos fundamentais. Além disso, ela segue a filosofia pedagógica de Emma Castelnuovo, uma renomada educadora matemática que defendia a importância de uma abordagem mais dinâmica e interativa no ensino da matemática.

Emma Castelnuovo acreditava que o aprendizado matemático deveria ser um processo de descoberta e construção ativa, em que os alunos fossem incentivados a explorar os conceitos por meio de atividades práticas e experiências tangíveis. Ao

utilizar ferramentas como régua e compasso para construir as retas paralelas e transversais, seguindo a abordagem de Castelnuovo, que valorizava a exploração prática e a experimentação como meios eficazes de promover a compreensão dos conceitos matemáticos (Castelnuovo, 1965).

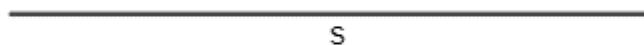
Através dessa atividade, os alunos podem não apenas compreender a definição abstrata de retas paralelas e transversais, mas também experimentar fisicamente a construção dessas entidades geométricas, o que pode contribuir significativamente para uma compreensão mais profunda e duradoura dos conceitos. A abordagem de Castelnuovo enfatiza a importância de tornar a matemática mais acessível e envolvente para os alunos (Castelnuovo, 1965), o que é alcançado por meio de atividades práticas e interativas, como a proposta nesta atividade.

Portanto, ao incorporar os princípios pedagógicos de Emma Castelnuovo, essa atividade busca oferecer uma abordagem mais dinâmica e interativa para o ensino de geometria, incentivando os alunos a participar ativamente do processo de aprendizagem e a desenvolver uma compreensão mais prática e intuitiva dos conceitos de retas paralelas e transversais.

- 1) Introdução do objetivo da atividade e importância do conceito de retas paralelas: Certifique-se de que os alunos compreendam a importância do tema e por que estão realizando essa atividade prática com régua e compasso. Questione se eles já viram exemplos de retas paralelas no dia a dia e como essas retas se comportam.

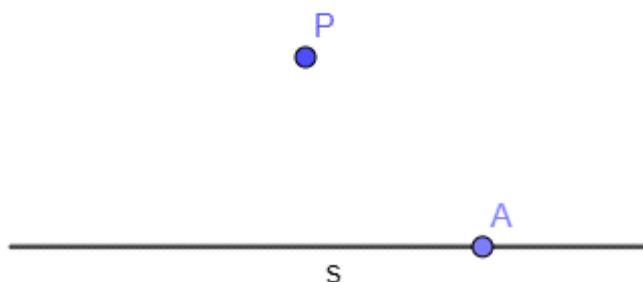
Espera-se que os alunos reconheçam a presença de retas paralelas em objetos comuns, como trilhos de trem, listras em estacionamentos ou grades de janelas. Eles devem entender a importância de compreender a noção de retas paralelas para identificar padrões e relações espaciais em seu entorno.

- 2) Traçar uma reta qualquer no papel: Certifique-se de que os alunos consigam utilizar a régua corretamente e entendam como traçar uma reta.



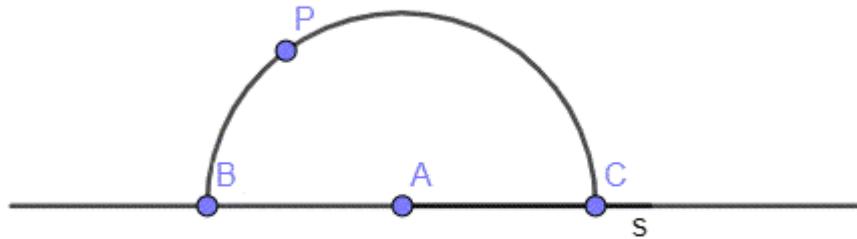
Espera-se que os alunos sejam capazes de usar uma régua corretamente para traçar uma linha reta no papel e entender que a reta s é apenas um exemplo para fins de exercício.

- 3) Marcar os pontos P e A : Verifique se os alunos compreendem a diferença entre os pontos P e A e por que devem ser posicionados dessa maneira. Incentive-os a explicar por que é necessário escolher A fora do ponto P .



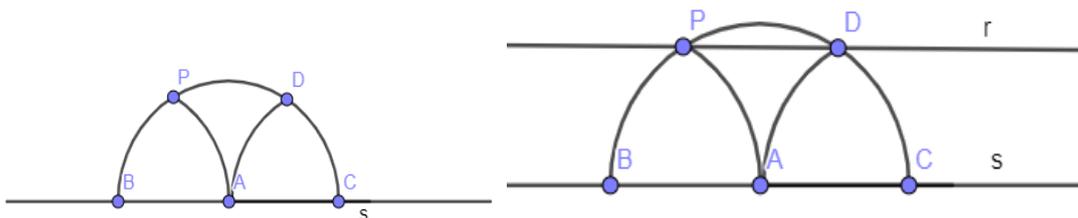
É esperado que os alunos compreendam a diferença entre os pontos P e A , reconhecendo que P deve estar fora da reta s para garantir que a reta r seja paralela a s .

- 4) Desenhar a semicircunferência e marcar os pontos B e C : Peça aos alunos para explicarem por que a semicircunferência é utilizada e o que ela representa em relação à reta s .



Os alunos devem entender que a semicircunferência é usada para ajudar a traçar retas paralelas e que os pontos B e C são pontos de interseção entre a semicircunferência e a reta s.

- 5) Marcar o ponto D e desenhar a reta r: Incentive os alunos a discutirem como o ponto D é marcado e por que a reta r é traçada a partir dele. Questioná-los sobre o que aconteceria se o ponto D fosse marcado em outros locais na semicircunferência.



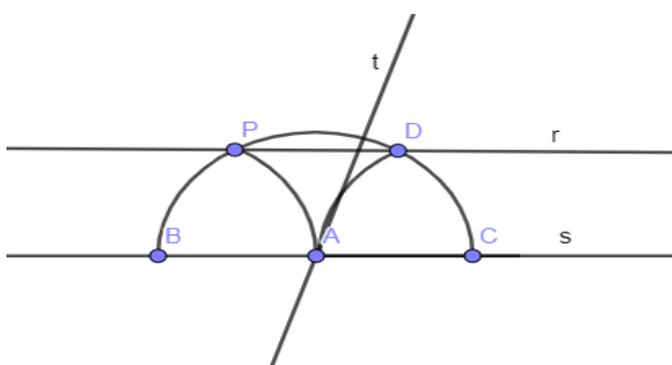
Espera-se que os alunos compreendam como o ponto D é determinado e por que a reta r é traçada a partir desse ponto, estabelecendo a relação de paralelismo com a reta s.

- 6) Após os alunos terem traçado as retas r e s e compreendido o processo de construção das mesmas, o professor deve guiar uma discussão para que os alunos identifiquem e compreendam a propriedade fundamental das retas paralelas, que é a de nunca se cruzarem e de manterem a mesma distância em todos os pontos fazendo a seguinte pergunta:

“Como descrever a relação entre as retas r e s, e por que essas retas são consideradas paralelas. Incentive-os a propor situações práticas em que retas paralelas são relevantes”.

É esperado que os alunos possam descrever as retas r e s como paralelas e explicar o motivo pelo qual elas nunca se cruzam, mantendo a mesma distância uma da outra em todos os pontos.

- 7) Traçar a reta t : Explore com os alunos como a reta t é construída e por que ela é desenhada passando por A . Incentive-os a considerar outras maneiras de traçar a reta t e quais seriam os resultados.



Os alunos devem entender como a reta t é desenhada passando pelo ponto A e como ela se relaciona com as retas r e s , formando ângulos específicos.

- 8) Após a construção da reta t , que é uma reta transversal às retas r e s , o professor deve encorajar os alunos a identificar os diferentes tipos de ângulos formados pela interseção das retas. Devem ser explorados exemplos de ângulos agudos, retos e obtusos, destacando como esses ângulos se relacionam com a posição das retas e enfatizando a importância dos conceitos de ângulos formados por retas paralelas e transversais. Discuta com os alunos as diferentes interações entre as retas r , s e t , e como essas relações refletem conceitos geométricos fundamentais. Incentive-os a considerar outras formas de relacionar essas retas e o que poderiam representar no mundo real.

Os alunos devem perceber que a reta t é transversal às retas r e s , formando ângulos distintos com elas. Eles devem ser capazes de identificar os ângulos formados e compreender a relação entre esses ângulos e as propriedades das retas paralelas e transversais.

Avaliação:

- a) Após a conclusão da construção das retas, em conjunto, solicitamos que os alunos identifiquem os diferentes tipos de ângulos formados pela interseção das retas.

Eles devem ser capazes de nomear corretamente os ângulos agudos, retos e obtusos formados pelas retas transversais e paralelas.

- b) Além disso, encoraje os alunos a relacionar o conceito de retas paralelas e transversais com situações práticas do cotidiano. Peça que eles identifiquem exemplos de retas paralelas e transversais no ambiente ao seu redor e expliquem como esses conceitos geométricos se aplicam a essas situações reais.

Espera-se que os alunos possam identificar exemplos de retas paralelas e transversais em seu ambiente imediatamente, como:

- Linhas de estacionamento em um estacionamento, Trilhos de trem ou metrô
- Páginas de um caderno ou livro, Estradas e faixas de tráfego
- Listras em campos esportivos, como quadras de basquete ou campos de futebol.

Os alunos devem ser capazes de explicar como o conceito de retas paralelas e transversais é fundamental para compreender e projetar estruturas e objetos em seu ambiente. Por exemplo:

Eles podem explicar como as linhas de estacionamento paralelas garantem vagas uniformes para estacionar carros.

Eles podem destacar como os trilhos de trem paralelos permitem o movimento suave dos trens. Eles podem discutir como as linhas de uma quadra esportiva ajudam a definir as áreas de jogo e a orientar os jogadores durante as partidas.

Essa avaliação complementa a atividade prática, permitindo que os alunos demonstrem uma compreensão abrangente dos conceitos de retas paralelas e transversais, tanto em um contexto geométrico quanto aplicado a situações reais. A análise dos resultados dessa avaliação ajudará o professor a identificar lacunas no entendimento dos alunos e a fornecer orientação adicional, se necessário, para

fortalecer os conceitos envolvidos na atividade.

ATIVIDADE 3

Atividade 3: Explorando Ângulos Formados por Retas Paralelas e uma Transversal

Série: 7º ano

Objetivo principal: Reconhecer e Classificar os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Recursos utilizados: Caderno, Régua, Lápis de cor, tesoura com pontas arredondadas, folha de papel vegetal.

Organização da turma: Grupos

Objetivos Específicos: Mostrar propriedades dos ângulos correspondentes, ângulos alternos internos e externos, e ângulos colaterais internos e externos.

Compreender a aplicação prática desses conceitos na resolução de problemas cotidianos.

Justificativa: A atividade proposta busca oferecer aos alunos a oportunidade de experimentar de maneira prática e visual os conceitos de ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Inspirada na abordagem educacional de Richard Skemp, renomado pesquisador e educador matemático, a atividade busca promover uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos geométricos por meio de experiências práticas e interativas.

Richard Skemp defendia a importância de um aprendizado matemático que envolvesse tanto a compreensão conceitual quanto a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos. Ele argumentava que os alunos devem ser incentivados a desenvolver um entendimento intuitivo e pessoal dos conceitos matemáticos, em vez de apenas memorizar regras e fórmulas (Skemp, 1971). Ao vivenciar diretamente os ângulos formados por retas paralelas e uma transversal por meio do recorte e combinação de Figuras, os alunos são desafiados a explorar e internalizar os princípios geométricos de uma maneira mais envolvente e tangível.

A atividade busca, assim, incorporar os princípios pedagógicos de Skemp, incentivando os alunos a participar ativamente do processo de aprendizagem e a construir uma compreensão mais sólida dos conceitos geométricos por meio de experimentação prática e reflexão teórica. Dessa forma, os alunos têm a oportunidade

de desenvolver não apenas habilidades de resolução de problemas, mas também um entendimento mais profundo e duradouro dos princípios matemáticos fundamentais, especialmente relacionados à geometria e aos ângulos formados por retas paralelas e transversais.

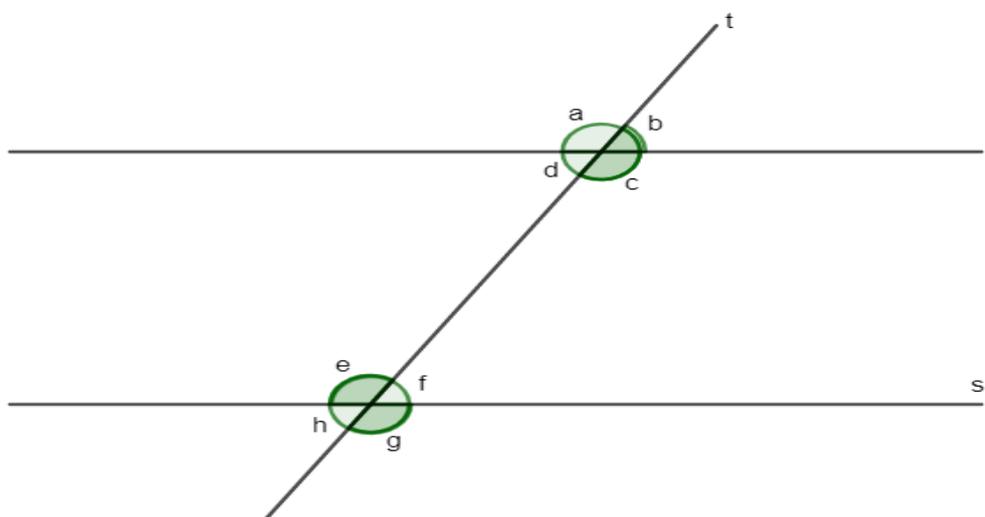
Orientações:

- Peça aos alunos que leiam as instruções antes de iniciar a atividade.
- Reforce a importância de as retas serem paralelas.
- Lembre os alunos de nomear os ângulos antes de cortá-los.

Passos da Atividade:

Parte 1 - Explorando Ângulos:

a) Observe a Figura abaixo.



b) Posicione a folha de papel vegetal sobre a Figura e reproduza-a.

Espera-se que os alunos sejam capazes de posicionar corretamente o papel vegetal sobre a Figura e reproduzir a imagem.

c) Em seguida, repita esse procedimento, mas reproduza separadamente cada um

dos ângulos da Figura.

Os alunos devem ser capazes de identificar e reproduzir cada ângulo separadamente e aplicar a cor correta a cada um deles.

- d) Pinte de uma cor diferente cada um dos ângulos que você reproduziu separadamente no passo anterior.
- e) Recorte, com cuidado, os ângulos que você coloriu.

Os alunos devem demonstrar habilidade em recortar com precisão os ângulos que foram coloridos.

Parte 2 - Combinando Ângulos:

- f) Usando os ângulos que você recortou, faça combinações e registre no caderno todos os possíveis pares de ângulos que podem ser formados.

Espera-se que os alunos sejam capazes de combinar diferentes ângulos recortados e registrar corretamente todas as combinações possíveis de pares de ângulos.

Parte 3 - Compreendendo os Conceitos: 5. Oriente os alunos a identificar os ângulos formados pela transversal t com relação às retas r e s .

Espera-se que os alunos sejam capazes de identificar corretamente os ângulos formados pela transversal em relação às retas paralelas.

Explique que retas concorrentes determinam pares de ângulos opostos pelo vértice (o.p.v), cuja característica é apresentarem a mesma medida. Introduza as classificações de ângulos formados:

- Ângulos correspondentes: São ângulos com a mesma medida.
- Ângulos alternos internos e externos: São ângulos congruentes.
- Ângulos colaterais internos e externos: São suplementares (sua soma é igual a 180°).

Discuta com os alunos a respeito dos conceitos estudados. Explique que os ângulos colaterais são suplementares, ou seja, a soma de suas medidas é igual a 180° . Diga também que os ângulos alternos são congruentes, propriedade que é

verificada com o auxílio dos ângulos opostos pelo vértice e correspondentes. Sistematize na lousa os conceitos a seguir, solicitando aos alunos que copiem no caderno.

- Ângulos correspondentes: dois ângulos correspondentes têm medidas iguais quando são formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Espera-se que os alunos percebam na representação, que são correspondentes os pares de ângulos \hat{a} e \hat{e} , \hat{b} e \hat{f} , \hat{c} e \hat{g} , \hat{d} e \hat{h} .

- Ângulos alternos: os ângulos alternos podem ser internos ou externos.

Espera-se que os alunos percebam a representação que são alternos internos os pares de ângulos \hat{c} e \hat{e} , \hat{d} e \hat{f} ; e são alternos externos os pares de ângulos \hat{a} e \hat{g} , \hat{b} e \hat{h} .

- Ângulos colaterais: os ângulos colaterais podem ser internos ou externos.

Espera-se que os alunos percebam na representação que são colaterais internos os pares de ângulos \hat{c} e \hat{f} , \hat{d} e \hat{e} ; e são colaterais externos os pares de ângulos

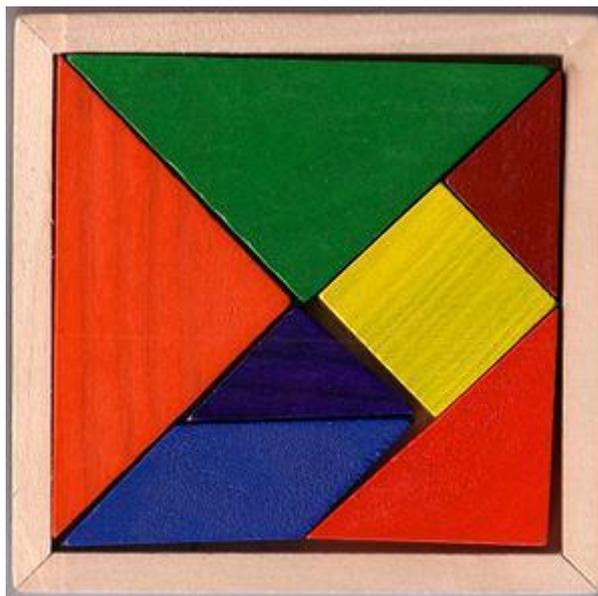
\hat{a} e \hat{h} , \hat{b} e \hat{g} .

Espera-se que os alunos compreendam as definições desses diferentes tipos de ângulos e suas propriedades específicas

Atividade complementar: 8. Vamos explorar um exemplo de aplicação desses conceitos em situações do cotidiano ou em outras áreas da matemática.

Atividade com Tangram: Explorando ângulos e formas geométricas

- a) Distribua conjuntos de tangram para os alunos ou peça que eles montem seus próprios conjuntos.



Fonte: Wikipédia

- b) Peça para os alunos usarem as peças do tangram para criar figuras que ilustrem retas paralelas e transversais.

Espera-se que os alunos sejam capazes de reconhecer as peças do tangram e utilizá-las para criar padrões que representem retas paralelas e transversais.

- c) Incentive-os a identificar e descrever os ângulos formados pelas peças do tangram quando dispostas de maneira a representar retas paralelas e transversais.

Espera-se que os alunos saibam identificar e descrever os ângulos formados por essas configurações, aplicando os conceitos aprendidos sobre ângulos correspondentes, alternos internos e externos, e colaterais.

- d) Peça que os alunos identifiquem e nomeiem as formas geométricas resultantes do tangram, bem como suas propriedades (número de lados, vértices e ângulos).

Os alunos devem ser capazes de nomear as formas geométricas resultantes do tangram, identificando suas propriedades específicas e relacionando-as com os conceitos de ângulos e retas paralelas e transversais.

Ao conduzir essa atividade com tangram, é importante incentivar a colaboração entre os alunos, a exploração criativa e a discussão ativa sobre os conceitos

geométricos envolvidos. Isso ajudará a reforçar o entendimento dos alunos sobre as relações entre ângulos e formas geométricas, tornando o aprendizado mais prático e significativo.

Avaliação:

Neste momento será proposto um problema prático que envolve a aplicação dos conceitos aprendidos.

- 1) Considere duas ruas paralelas cortadas por uma terceira rua. Se um carro está transportando ao longo de uma rua das ruas, nesse momento ele encontrará um ângulo de 90 graus ao virar na rua transversal? Explique como você chegou a essa resposta, utilizando os conceitos de ângulos formados por retas paralelas e transversais.

Espera-se que os alunos identifiquem corretamente as duas ruas paralelas e a rua transversal no cenário proposto.

Os alunos devem compreender a definição de ângulos formados por retas paralelas e transversais. Eles devem considerar que, quando uma transversal corta duas retas paralelas, os ângulos alternativos internos são iguais, e os ângulos correspondentes também têm medidas iguais.

Ao aplicar esses conceitos, os alunos devem determinar se o carro encontrará um ângulo de 90 graus ao virar na rua transversal. Eles devem explicar como chegaram à sua resposta, considerando as propriedades dos ângulos formados por retas paralelas e transversais.

Espera-se que os alunos usem a propriedade dos ângulos formados por retas paralelas e transversais para explicar se um ângulo de 90 graus será ou não encontrado ao virar na rua transversal. Eles deverão demonstrar uma compreensão clara desses conceitos geométricos e aplicar seu conhecimento de forma lógica e consistente para resolver o problema prático apresentado.

A avaliação visa não apenas verificar se os alunos conseguem identificar e nomear corretamente os ângulos formados pelas retas paralelas e transversais, mas também avaliar sua capacidade de aplicar esses conceitos em práticas. A análise dos resultados ajudará o professor a identificar possíveis lacunas no entendimento dos alunos e a oferecer orientação adicional, se necessário, para consolidar os conceitos

envolvidos na atividade.

ATIVIDADE 4

Atividade 4: Explorando Geometria Dinâmica: Relações entre Ângulos em Retas Paralelas e Transversais com o GeoGebra

Objetivo Principal: A partir da construção, observação e manipulação das retas paralelas e reta transversal no GeoGebra, identificar, nomear e descrever as características e propriedades envolvidas.

Recursos Utilizados: Smartphone com o aplicativo do GeoGebra instalado, notebook, projetor, e folha de atividades.

Série: 7º ano do Ensino Fundamental.

Organização da Turma: Grupos

Objetivos Específicos: Permitir que os alunos usem o smartphone para baixar o aplicativo Geogebra Geometria. Familiarizar os alunos com as ferramentas comuns do software de geometria dinâmica. Investigar as relações entre ângulos alternos e ângulos colaterais por meio da manipulação de elementos geométricos no GeoGebra.

Justificativa: A atividade proposta busca aliar os conceitos teóricos de ângulos formados por retas paralelas e uma transversal com a prática da manipulação de elementos geométricos por meio do software de geometria dinâmica GeoGebra. Esta abordagem está fundamentada na teoria construtivista do aprendizado, que enfatiza a importância da interação ativa do aluno com o conhecimento para a construção de significados e entendimentos sólidos.

Além das contribuições teóricas de Piaget e Vygotsky, a atividade também se baseia em princípios contemporâneos de aprendizagem, incluindo a teoria da aprendizagem multimodal, a teoria da aprendizagem situada e a teoria da cognição distribuída. Essas abordagens sustentam a utilização de tecnologias educacionais, como o GeoGebra, para promover uma compreensão mais profunda e envolvente dos conceitos matemáticos.

A inclusão de uma revisão de literatura abrangente destaca estudos anteriores que demonstram a eficácia do GeoGebra e outras ferramentas tecnológicas no ensino de matemática, ressaltando descobertas, lacunas e oportunidades para pesquisas

futuras. A discussão dos resultados esperados e a descrição detalhada da metodologia fornecem uma estrutura sólida para a coleta e análise dos dados, permitindo uma interpretação crítica dos resultados à luz da literatura existente.

Por fim, a atividade proposta oferece uma contribuição valiosa para a prática pedagógica ao demonstrar como o uso do GeoGebra pode facilitar a compreensão dos conceitos de ângulos em retas paralelas e transversais, incentivando um aprendizado mais interativo, autônomo e significativo.

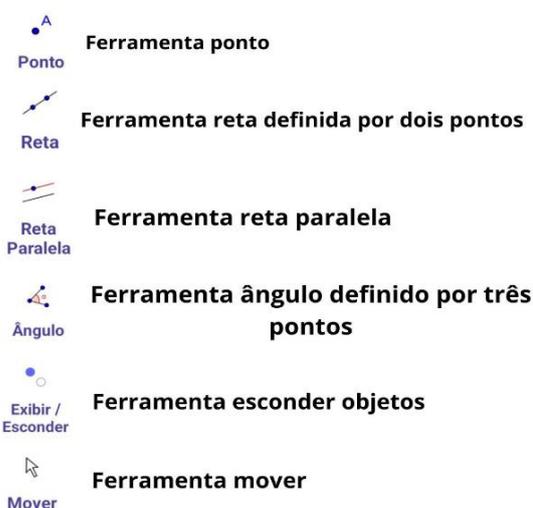
Passos da Atividade:

- 1) Peça aos alunos que utilizem o smartphone para baixar o aplicativo GeoGebra Geometria pelo link: <https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android.geometry&pli=1>

Espera-se que os alunos sejam capazes de seguir as instruções fornecidas para baixar o aplicativo GeoGebra Geometria em seus smartphones.

Eles devem conseguir navegar pela loja de aplicativos, localizar o GeoGebra e realizar o *download* com sucesso.

- 2) Permita que os alunos se familiarizem com as ferramentas comuns no software de geometria dinâmica, destacando sua funcionalidade e relevância para a exploração de conceitos matemáticos.



Nos softwares de geometria dinâmica, existem outros botões. Nesse passo a passo, vamos usar apenas os indicados.

Os alunos devem ser capazes de identificar e compreender as diferentes ferramentas disponíveis no software GeoGebra.

Eles devem ser capazes de reconhecer as funcionalidades dessas ferramentas e sua relevância para a exploração de conceitos matemáticos.

- 3) Guie os alunos na construção, observação e manipulação das retas paralelas e transversais usando o GeoGebra, incentivando a investigação das relações entre ângulos alternos e colaterais.

1º Passo: Com a ferramenta  **Reta**, construa uma reta f .

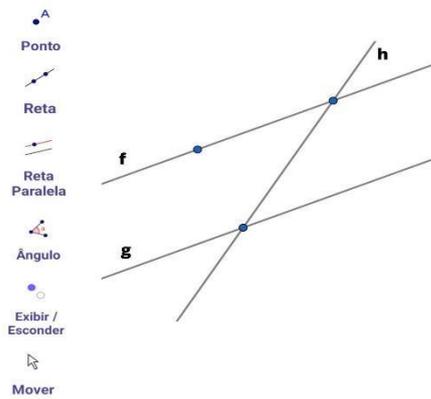


2º Passo: Com a ferramenta  **Ponto**, marque um ponto fora da reta f e, com a

ferramenta  **Reta Paralela**, construa a reta g paralela a f (clique sobre o ponto marcado e sobre a reta f) (Clique sobre o ponto marcado e sobre a reta f).

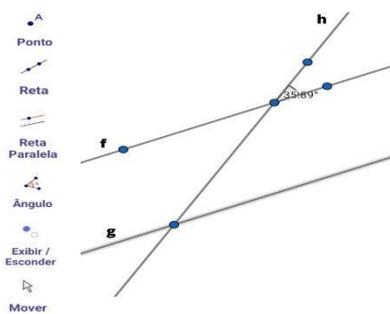


3º Passo: Com a ferramenta  **Reta**, construa a reta h transversal às retas paralelas f e g .



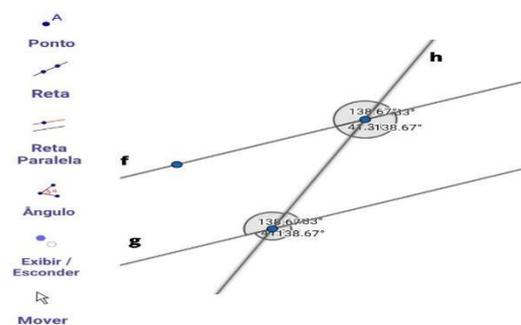
4º Passo: Com a ferramenta **Ponto** , marque um ponto na reta f e outro na reta h.

Depois, com a ferramenta **Ângulo** , selecione os três pontos para marcar o ângulo.



5º Passo: Repita o passo anterior, marcando pontos na reta g também, até obter uma Figura parecida com a Figura abaixo (as medidas dos ângulos podem variar). Dica:

Use a ferramenta **Exibir / Esconder** para esconder alguns pontos.



6º passo: Agora, com a ferramenta **Mover** , Selecione um dos pontos da reta f e mova-o. Faça o mesmo para o outro ponto da reta f e, depois, para um ponto da reta g.

Espera-se que os alunos consigam construir retas paralelas e uma transversal usando as ferramentas fornecidas no aplicativo GeoGebra. Eles devem ser capazes de observar as mudanças nos ângulos conforme eles manipulam as posições das retas e identificar as relações entre os ângulos alternos e colaterais.

- 4) Solicite que os alunos registrem no caderno suas observações e interpretações dos resultados obtidos, promovendo discussões em grupo e reflexões individuais sobre as propriedades dos ângulos em retas paralelas e transversais.

Os alunos devem ser capazes de identificar e descrever as propriedades dos ângulos alternos e colaterais, incluindo suas medidas e relações em contextos de retas paralelas e transversais. Eles devem ser capazes de registrar suas observações e interpretações dos resultados obtidos durante a investigação.

Ao integrar esses elementos na atividade, os alunos podem aprofundar sua compreensão dos conceitos geométricos por meio de uma abordagem prática e interativa, ao mesmo tempo em que desenvolvem habilidades essenciais de pensamento crítico e resolução de problemas no contexto da matemática.

Espera-se que os alunos documentem suas observações e reflexões em relação às propriedades dos ângulos observados durante a atividade. Eles devem ser capazes de expressar verbalmente e por escrito o entendimento adquirido sobre as relações entre ângulos alternos e colaterais em contextos geométricos específicos.

Avaliação:

Explorando geometria com o GeoGebra

- a) Defina "ângulos alternados" e "ângulos paralelos" em contextos de retas paralelas e transversais. Explique as relações entre esses ângulos.

Espera-se que os alunos sejam capazes de definir os conceitos de ângulos alternativos e paralelos, explicando como eles são formados por retas paralelas e uma transversal. Eles devem demonstrar a compreensão das relações entre esses ângulos e como suas medidas estão relacionadas.

b) Usando o GeoGebra, construa um cenário com retas paralelas cortadas por uma reta transversal. Marque e nomeie ângulos alternos e colaterais na Figura.

Os alunos devem ser capazes de aplicar eficazmente as ferramentas do GeoGebra para construir e manipular retas paralelas e transversais, observando e registrando as mudanças nos ângulos à medida que as retas são movidas. Eles devem ser capazes de descrever e interpretar os resultados observados durante uma atividade prática.

c) Como a manipulação das retas no GeoGebra afeta as medidas dos ângulos alternos e colaterais? Explícito.

É esperado que os alunos identifiquem e descrevam corretamente as propriedades dos ângulos alternos e colaterais, incluindo suas medidas e relações específicas em contextos de retas paralelas e transversais. Eles devem ser capazes de aplicar a compreensão dos conceitos aprendidos durante a atividade prática no GeoGebra.

d) Suponha que você queira criar uma Figura com retas paralelas e transversais, mas os ângulos colaterais internos devem ser congruentes. Como você faria isso usando o GeoGebra?

Os alunos devem ser capazes de aplicar os conceitos de ângulos formados por retas paralelas e transversais a situações do mundo real, explicando como esse conhecimento é útil em contextos práticos e cotidianos.

Através desta avaliação, você poderá verificar se os alunos compreenderam os conceitos de ângulos em retas paralelas e transversais, bem como sua aplicação prática. Eles também serão avaliados em sua capacidade de usar o GeoGebra para explorar e demonstrar esses conceitos. Deve-se revisar e avaliar as respostas dos alunos para avaliar o sucesso da atividade e identificar áreas que possam necessitar de revisão adicional.

ATIVIDADE 5

Atividade 5: Desafio de problemas geométricos

Objetivo Principal: Verificar se os alunos estão capacitados a aplicar os princípios geométricos em atividades contextualizadas, fortalecendo suas habilidades matemáticas e promovendo o pensamento crítico.

Recursos utilizados: Lápis Borracha, quadro, pincel, folha de atividades, caderno

Série: 7º ano do Ensino Fundamental.

Organização da turma: individual

Objetivo Específico:

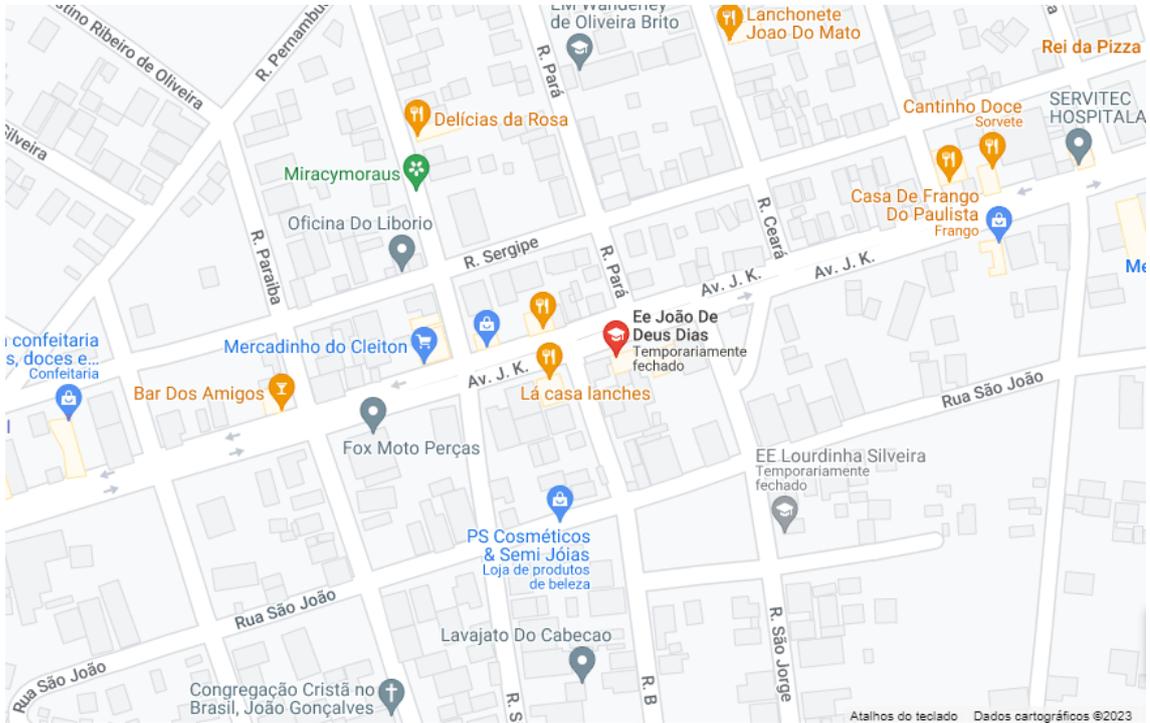
- Compreensão das definições de retas paralelas e reta transversal.
- Analisar o desenvolvimento de raciocínio lógico.
- Verificar a aplicação das propriedades dos ângulos formados quando uma transversal corta, duas retas paralelas, como ângulos correspondentes, alternos internos, externos e colaterais

Justificativa: A atividade 5 'Desafio de Problemas Geométricos' foi projetada com base na abordagem pedagógica inovadora de Maria Droujkova e Yelena McManaman, renomada educadora matemática reconhecida por suas contribuições significativas no campo do ensino da matemática. Através desta atividade, busca-se promover uma compreensão mais profunda dos conceitos geométricos essenciais, encorajando os alunos a aplicar ativamente seus conhecimentos em situações práticas do mundo real.

Droujkova e McManaman (2013) enfatizam a importância de envolver os alunos em desafios matemáticos significativos que estimulem o pensamento crítico e promovam o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas. Nossa atividade, portanto, oferece aos alunos a oportunidade de explorar e aplicar conceitos de retas paralelas e transversais, aprimorando suas habilidades matemáticas e promovendo um entendimento mais profundo das propriedades geométricas.

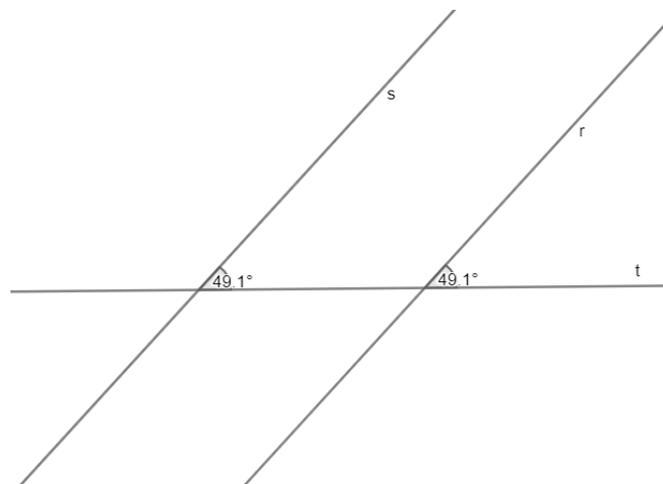
Ao enfrentar uma variedade de problemas geométricos desafiadores, os alunos são incentivados a colaborar, analisar e resolver problemas de maneira criativa e estratégica. Espera-se que, por meio dessa abordagem baseada na prática, os alunos fortaleçam sua confiança e competência em relação aos conceitos geométricos, preparando-os para desafios matemáticos mais complexos no futuro.

- 1) A figura a seguir representa o mapa da região onde está localizado a Escola Estadual João de Deus Dias em Francisco Sá Minas Gerais. Indique, pelo menos, duas ruas paralelas cortadas por uma transversal.

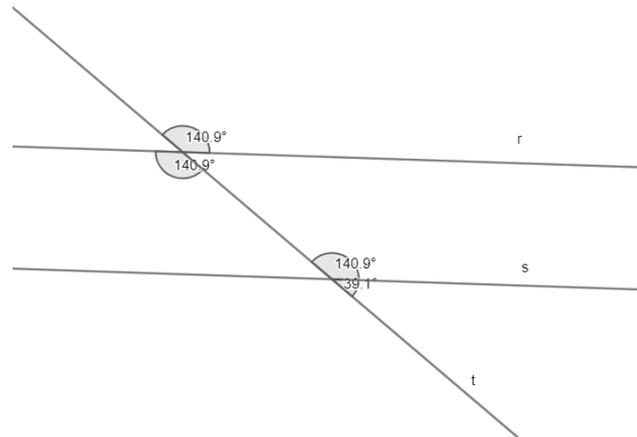


- 2) Cada figura a seguir apresenta, pelo menos, uma das relações entre retas paralelas interceptadas por uma transversal como: ângulos correspondentes, ângulos alternos internos, ângulos alternos externos, colaterais internos e colaterais externos considerando $r//s$ indique-os em cada situação.

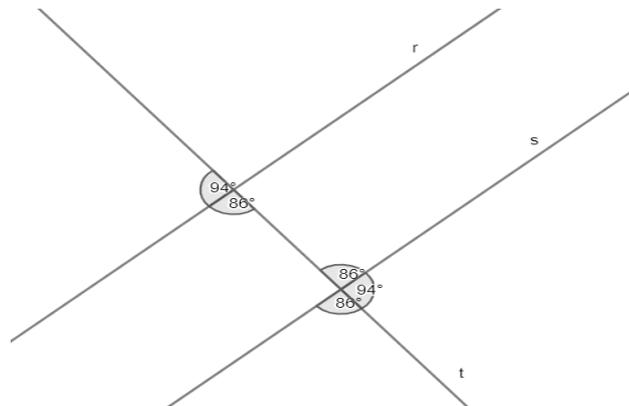
a)



b)



c)



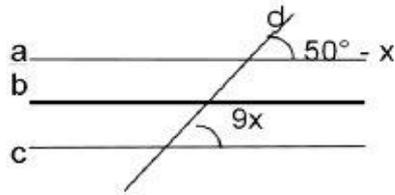
3) Julgue as sentenças a seguir em verdadeiras (V) ou falsas (F).

- a) Os ângulos correspondentes são suplementares. (F)
- b) Os ângulos colaterais internos são congruentes. (F)
- c) Os ângulos alternos externos são congruentes. (V)
- d) Os ângulos alternos internos são suplementares. (F)
- e) Os ângulos colaterais Externos são suplementares. (V)

Quais são verdadeiras? Quais são falsas? Explique.

Espera-se que os alunos percebam que os itens a), b), e d) são falsas afinal ângulos correspondentes são congruentes, ângulos Colaterais são suplementares e ângulos alternos internos são congruentes.

- 4) (CPCON 2015) Se a, b, c são retas paralelas e d uma reta transversal, então o valor de x, é:



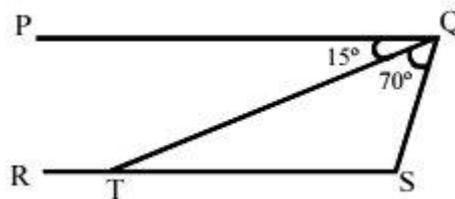
- a) 9° b) 10° c) 45° d) 7° e) 5°

Espera-se que o aluno marque como resposta correta: e) 5° e apresente o seguinte raciocínio para a questão.

$9x$ e $50^\circ - x$ são ângulos correspondentes, por isso, são iguais.

$$\begin{aligned} 9x &= 50 - x \\ 9x + x &= 50 \\ 10x &= 50 \\ x &= 50/10 = 5^\circ \end{aligned}$$

- 5) (CESPE / CEBRASPE 2007)



Na Figura acima, as retas que contêm os segmentos PQ e RS são paralelas e os ângulos PQT e SQT medem 15° e 70° , respectivamente. Nessa situação, é correto afirmar que o ângulo TSQ medirá

- a) 55° . b) 85° . c) 95° . d) 105°

Espera-se que o aluno marque a resposta correta: c) 95° e apresente o seguinte raciocínio para a questão.

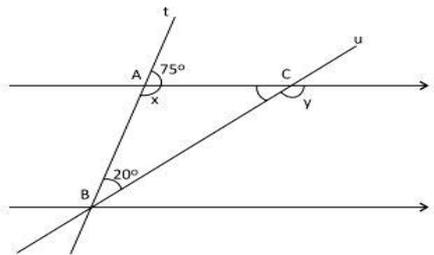
O ângulo QTS mede 15° , pois é alterno interno ao PQT.

No triângulo QTS, estão determinados os ângulos TQS, igual a 70° , o ângulo QTS, igual a 15° e o ângulo QST é o que pretendemos descobrir.

A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . Assim:

$$\begin{aligned} TQS + QTS + QST &= 180^\circ \\ 70^\circ + 15^\circ + QST &= 180^\circ \\ 85^\circ + QST &= 180^\circ \\ QST &= 180^\circ - 85 \\ QST &= 95^\circ \end{aligned}$$

- 6) (VUNESP 2019) Na Figura, as retas paralelas r e s são intersectadas pelas transversais t e u nos pontos A, B e C, vértices do triângulo ABC.



A soma da medida do ângulo interno x e da medida do ângulo externo y é igual a

- a) 230° b) 225° c) 215° d) 205° e) 195°

Espera-se que o aluno marque a resposta correta: a) 230° e apresente o seguinte cálculo abaixo.

No vértice A, $75^\circ + x = 180^\circ$, daí temos que:

$$\begin{aligned} 75^\circ + x &= 180^\circ \\ x &= 180^\circ - 75^\circ \\ x &= 105^\circ \end{aligned}$$

A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . Dessa forma, o ângulo interno no vértice C é igual a:

$$105 + 20 + c = 180$$

$$c = 180 - 105 - 20$$

$$c = 55^\circ$$

No vértice C, o ângulo interno c , mais o ângulo y formam um ângulo raso, igual a 180° , assim:

$$y + c = 180^\circ$$

$$y = 180 - c$$

$$y = 180 - 55$$

$$y = 125^\circ$$

A soma de x e y é igual a:

$$x + y = 105^\circ + 125^\circ = 230^\circ$$

Fonte: <https://www.todamateria.com.br/exercicios-sobre-retas-paralelas-cortadas-por-uma-transversal/>

Avaliação:

Após resolver os problemas, peça aos alunos que apresentem suas soluções, demonstrando como aplicaram os conceitos de ângulos formados por retas paralelas e uma transversal para calcular as medidas de ângulos em cada problema. Esta atividade irá ajudar a consolidar o conhecimento adquirido ao longo da sequência didática, aplicando-o em situações práticas de resolução de problemas geométricos.

Auto avaliação:

Seguem algumas questões que podem ser reproduzidas na lousa para auxiliar o aluno no processo de auto avaliação.

Auto avaliação	Sim	Não
Realizei as atividades propostas com empenho?		
Compreendi os conceitos de retas paralelas cortadas por uma transversal		
Explorei a noção de retas paralelas cortadas por uma transversal.		
Classifiquei corretamente os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.		

REFERÊNCIAS

CASTELNUOVO, E. A Abordagem Pedagógica Ativa em Matemática. **Revista Internacional de Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 45-51, 1965.

DROUJKOVA, M.; MCMANAMAN, Y. **Moebius Noodles**: Adventurous Math for the Playground Crowd. Delta Stream Media, 2013.

EUCLIDES. **Os elementos**. Trad. Carlos H. de Oliveira. São Paulo: Editora Unesp, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Editora Paz e Terra, 1996.

LOCKHART, P. **A Mathematician's Lament**. New York: Bellevue Literary Press, 2009.

SKEMP, R. **The psychology of learning mathematics**. Michigan: Penguin Books, 1971.