



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



SAVIO OLIVEIRA VIEIRA

CONCURSO DE FOTOGEBRA: Matemática, Fotografia e GeoGebra voltados para educandos do 3º ano do ensino médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA

2024

SAVIO OLIVEIRA VIEIRA

CONCURSO DE FOTOGEBRA: Matemática, Fotografia e GeoGebra voltados para educandos do 3º ano do ensino médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Dos Santos Silva

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA

2024

S719d

Vieira, Savio Oliveira.

Concurso de fotografia: matemática, fotografia e GeoGebra voltados para educandos do 3º ano do ensino médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves. / Savio Oliveira Vieira, 2024.

254f.; il. color.

Orientador (a): Dr. Fernando dos Santos Silva.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - BA, 2024.

Inclui referências F. 200 - 206

1. Geometria. 2. Sólidos geométricos. 3. FotoGebra. 4. Sequência didática. 5. GeoGebra. I. Silva, Fernando dos Santos. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Vitória da Conquista - BA. III. T.

CDD: 516.007

Sávio Oliveira Vieira

Concurso de fotogeбра: matemática, fotografia e GeoGebra voltados para educandos do 3º ano do ensino médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Fernando dos Santos Silva - UESB
Prof. Dr. Genilson Soares de Santana - UESB
Prof. Dr. Júlio César dos Reis - UESB
Prof. Dr. Davidson Paulo Azevedo Oliveira - CEFET-MG

Vitória da Conquista - Ba
Aprovada em 19 de dezembro de 2024



Documento assinado eletronicamente por **Genilson Soares de Santana, Professor Assistente**, em 03/01/2025, às 16:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do [Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014](#).



Documento assinado eletronicamente por **Fernando dos Santos Silva, Professor Titular**, em 14/01/2025, às 10:12, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do [Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014](#).



Documento assinado eletronicamente por **Julio Cesar Dos Reis, Professor Titular**, em 14/01/2025, às 13:10, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do [Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014](#).



Documento assinado eletronicamente por **Davidson Paulo Azevedo Oliveira, Usuário Externo**, em 06/02/2025, às 15:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 13º, Incisos I e II, do [Decreto nº 15.805, de 30 de dezembro de 2014](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://seibahia.ba.gov.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **00105211276** e o código CRC **57CF8645**.

Dedico este trabalho à minha família e à minha esposa, Sandra Conceição Nascimento de Souza, seu apoio constante e presença em minha vida foram a força por trás desta conquista. Agradeço por estar sempre ao meu lado, inspirando-me a alcançar meus objetivos acadêmicos. Este trabalho é dedicado a vocês, com todo o meu amor e gratidão!

AGRADECIMENTOS

A concretização deste sonho representa uma jornada repleta de aprendizado e superação, que não teria sido possível sem o apoio inestimável de diversas pessoas e, acima de tudo, da graça divina.

Agradeço primeiramente a Deus, fonte de inspiração e fortaleza, por guiar meus passos e iluminar meu caminho ao longo desta jornada desafiadora.

À minha amada família, meu porto seguro, que sempre estiveram ao meu lado, e à minha querida esposa, Sandra Conceição Nascimento de Souza, que foram minha fonte de motivação e suporte inabalável.

Aos professores e ao corpo docente do Profmat-UESB, que não apenas transmitiram conhecimento, mas também cultivaram em mim uma paixão incessante pelo aprendizado e pela excelência acadêmica.

Aos meus colegas de curso, cuja amizade e colaboração enriqueceram significativamente minha jornada acadêmica fortalecendo meu crescimento pessoal e profissional.

Expresso minha profunda gratidão ao meu orientador e estimado, Prof. Dr. Fernando Dos Santos Silva, pela orientação sábia, paciência e apoio incansável ao longo deste trabalho. Sua sabedoria e visão crítica foram fundamentais para a concretização deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, cujas contribuições e melhorias aprimoraram este trabalho e elevaram a novos patamares de qualidade e excelência.

Por fim, agradeço a todos os que, direta ou indiretamente, desenvolveram para a realização deste sonho, compartilhando seu conhecimento, incentivo e amor ao longo da jornada dessa tarefa. Que a gratidão que expresso aqui possa transmitir uma fração do imenso apreço que carrego em meu coração por cada um de vocês. Muito obrigado!

“A imaginação é mais importante que o conhecimento, porque o conhecimento é limitado, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro”.

(Albert Einstein)

RESUMO

Este trabalho objetivou desenvolver uma sequência didática que complemente o trabalho pedagógico do professor, utilizando estratégias, conceitos e procedimentos da geometria espacial, interligando fotografias de objetos do cotidiano com o GeoGebra, através do Concurso FotoGebra. A metodologia da dissertação baseia-se em uma abordagem qualitativa e quantitativa, e se caracteriza como uma pesquisa descritiva. O referencial teórico abrange o uso de tecnologias digitais, como o software GeoGebra, e as tendências metodológicas, destacando a integração da matemática com a fotografia para promover aprendizagens significativas e contextualizadas. Os instrumentos de produção de dados incluíram questionários, aplicados antes e após o concurso, e entrevistas realizadas com os educandos. Especificamente, o trabalho visou promover o Concurso Fotogebra aos educandos do terceiro ano no Colégio Estadual Francisco Moreira Alves; buscar no cotidiano imagens que permitam extrair conceitos geométricos que possam ser modelados e visualizados no GeoGebra; despertar o interesse dos educandos no aprendizado matemático por meio do uso das tecnologias; e, por fim, relacionar os conteúdos geométricos à realidade circundante. O problema investigado visou responder às seguintes questões: quais as relações existentes entre as concepções do ensino da matemática e o GeoGebra? E quais são os conhecimentos adquiridos pelos educandos do 3º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves através do concurso de FotoGebra? Na realização do trabalho, a sequência didática desempenhou um papel fundamental na preparação dos educandos para o Concurso FotoGebra. Como a maioria dos educandos não conhecia o GeoGebra nem havia desenvolvido atividades com essa ferramenta, a sequência serviu como base de conhecimento. Portanto, conclui-se que o Concurso FotoGebra foi promovido com sucesso aos educandos do terceiro ano do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves, incentivando-os a buscar em seu dia a dia imagens que possibilitassem a extração e a modelagem de conceitos geométricos no GeoGebra. Essa abordagem despertou o interesse dos educandos pelo aprendizado, tornando o processo mais dinâmico e envolvente.

Palavras-chave: Geometria. Sólidos geométricos. FotoGebra. Sequência didática. GeoGebra.

ABSTRACT

This study aimed to develop a didactic sequence to complement the teacher's pedagogical work by employing strategies, concepts, and procedures of spatial geometry, connecting photographs of everyday objects with GeoGebra through the FotoGebra Contest. The dissertation's methodology is based on both qualitative and quantitative approaches and is characterized as descriptive research. The theoretical framework encompasses the use of digital technologies, such as the GeoGebra software, and methodological trends, highlighting the integration of mathematics and photography to foster meaningful and contextualized learning. The data collection instruments included questionnaires, applied before and after the contest, and interviews conducted with the students. Specifically, the study aimed to promote the FotoGebra Contest to third-year students at Colégio Estadual Francisco Moreira Alves; to identify everyday images that allow the extraction of geometric concepts to be modeled and visualized in GeoGebra; to spark students' interest in learning mathematics through the use of technologies; and, finally, to relate geometric content to the surrounding reality. The research problem sought to answer the following questions: What are the relationships between mathematical teaching concepts and GeoGebra? And what knowledge did the third-year high school students from Colégio Estadual Francisco Moreira Alves acquire through the FotoGebra Contest? The didactic sequence played a fundamental role in preparing students for the contest. Since most students were unfamiliar with GeoGebra and had not engaged in activities using this tool, the sequence served as a foundation of knowledge. Therefore, it is concluded that the FotoGebra Contest was successfully promoted among third-year students at Colégio Estadual Francisco Moreira Alves, encouraging them to explore images in their daily lives that allowed the extraction and modeling of geometric concepts in GeoGebra. This approach stimulated students' interest in learning, making the process more dynamic and engaging.

Keywords: Geometry. Geometric solids. FotoGebra. Didactic sequence. GeoGebra.

RESUMEN

Este trabajo tuvo como objetivo desarrollar una secuencia didáctica que complementara el trabajo pedagógico del profesor, utilizando estrategias, conceptos y procedimientos de la geometría espacial, interconectando fotografías de objetos cotidianos con GeoGebra a través del Concurso FotoGebra. La metodología de la disertación se basa en un enfoque cualitativo y cuantitativo, y se caracteriza como una investigación descriptiva. El marco teórico abarca el uso de tecnologías digitales, como el software GeoGebra, y las tendencias metodológicas, destacando la integración de las matemáticas con la fotografía para promover aprendizajes significativos y contextualizados. Los instrumentos de recolección de datos incluyeron cuestionarios, aplicados antes y después del concurso, y entrevistas realizadas con los estudiantes. Específicamente, el trabajo buscó promover el Concurso FotoGebra entre los estudiantes de tercer año del Colégio Estadual Francisco Moreira Alves; identificar en la vida cotidiana imágenes que permitan extraer conceptos geométricos que puedan ser modelados y visualizados en GeoGebra; despertar el interés de los estudiantes por el aprendizaje matemático a través del uso de tecnologías; y, finalmente, relacionar los contenidos geométricos con la realidad circundante. El problema investigado buscó responder a las siguientes preguntas: ¿cuáles son las relaciones existentes entre las concepciones de la enseñanza de las matemáticas y GeoGebra? ¿Y cuáles son los conocimientos adquiridos por los estudiantes de tercer año de la educación secundaria del Colégio Estadual Francisco Moreira Alves a través del Concurso FotoGebra? En la realización del trabajo, la secuencia didáctica desempeñó un papel fundamental en la preparación de los estudiantes para el Concurso FotoGebra. Como la mayoría de los estudiantes no conocían GeoGebra ni habían realizado actividades con esta herramienta, la secuencia sirvió como base de conocimiento. Por lo tanto, se concluye que el Concurso FotoGebra se promovió con éxito entre los estudiantes de tercer año del Colégio Estadual Francisco Moreira Alves, alentándolos a buscar en su vida cotidiana imágenes que permitieran la extracción y modelado de conceptos geométricos en GeoGebra. Este enfoque despertó el interés de los estudiantes por el aprendizaje, haciendo el proceso más dinámico y envolvente.

Palabras clave: Geometría. Sólidos geométricos. FotoGebra. Secuencia didáctica. GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sólidos geométricos	30
Figura 2 - Sólido geométrico que não possuem grupos.	30
Figura 3 - Exemplos de prismas.	31
Figura 4 - Definição de prisma	32
Figura 5 - Prisma Triangular, Quadrangular e Pentagonal	32
Figura 6 - Prisma reto/ Prisma oblíquo.	33
Figura 7 - Pilhas com o mesmo número de folhas	34
Figura 8 - Definição de pirâmide	35
Figura 9 - Pirâmide triangular; Pirâmide quadrangular, Pirâmide pentagonal.....	36
Figura 10 - Pirâmide quadrangular e sua planificação	37
Figura 11 - Pirâmide pentagonal	38
Figura 12 - Sólido de Revolução.....	39
Figura 13 - Definição de Cilindro.....	40
Figura 14 - Elementos do Cilindro.....	41
Figura 15 - Cilindro oblíquo/Cilindro reto	41
Figura 16 - Cilindro de revolução	41
Figura 17 - Cilindro e sua planificação.....	42
Figura 18 - Elementos do cone	43
Figura 19 - Cone oblíquo / Cone reto	44
Figura 20 - Cone e sua planificação	45
Figura 21 - Esfera.....	46
Figura 22 - Rotação de um semicírculo em torno de um eixo	47
Figura 23 - Elementos da esfera	48
Figura 24 - Hemisfério.....	48
Figura 25 - Secção da esfera	49
Figura 26 - Barra de Ferramenta/Janela de entrada	59
Figura 27 - Menus	59
Figura 28 - Formulário de Inscrição	77
Figura 29 - Concurso FotoGebra	78
Figura 30 - Regulamento e inscrição do Concurso FotoGebra	78
Figura 31 - Tutorial do Concurso Fotogebra	79
Figura 32 - Orientação e material de apoio do Concurso Fotogebra	79
Figura 33 - Sólidos geométricos	87
Figura 34 - Diferentes prismas.....	87
Figura 35 - Diferentes tipos de prismas	88
Figura 36 - Esquema de silo	91
Figura 37 - Sólidos geométricos	93
Figura 38 - Diferentes tipos de pirâmides	94
Figura 39 - Diferentes pirâmides.....	94
Figura 40 - Pirâmide de Quéops	98
Figura 41 - Sólidos geométricos	101
Figura 42 - Sólidos geométricos	105
Figura 43 - cone circular reto	107
Figura 44 - Bocha e bolim	111

Figura 45 – Desempenho dos alunos para a questão: Você conhece o GeoGebra?	115
Figura 46 - Desempenho dos alunos para a questão: Com qual frequência você utiliza o GeoGebra?	115
Figura 47 - Desempenho dos alunos para a questão: Você gosta de estudar Geometria Espacial?	116
Figura 48 - Desempenho dos alunos para a questão: Consigo perceber facilmente a Geometria Espacial presente na minha realidade?	116
Figura 49 - Resposta do aluno A para a questão 1	120
Figura 50 - Resposta do aluno B para a questão 1	120
Figura 51 - Resposta do aluno C para a questão 1	120
Figura 52 - Sólidos geométricos	121
Figura 53 - Resposta do aluno A para a questão 2	122
Figura 54 - Resposta do aluno B para a questão 2	123
Figura 55 - Resposta do aluno C para a questão 2	123
Figura 56 - Diferentes prismas	124
Figura 57 - Resposta do aluno A para a questão 3	125
Figura 58 - Resposta do aluno B para a questão 3	125
Figura 59 - Resposta do aluno C para a questão 3	125
Figura 60 - Resposta do aluno D para a questão 3	125
Figura 61 - Diferentes tipos de prismas	127
Figura 62 - Diferentes construções do Prisma	129
Figura 63 - Resposta do aluno A para a questão 8 itens a, b, c, d, e	131
Figura 64 - Resposta do aluno A para a questão 8 itens f, g, h, i	132
Figura 65 - Resposta do aluno B para a questão 8 itens a, b, c, d	133
Figura 66 - Resposta do aluno B para a questão 8 itens e, f, g, h, i	133
Figura 67 - Esquema de silo	134
Figura 68 - Resposta do aluno A para a questão 9	136
Figura 69 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 02	137
Figura 70 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 02	137
Figura 71 - Sólidos geométricos	138
Figura 72 - Diferentes tipos de pirâmides	139
Figura 73 - Diferentes pirâmides	141
Figura 74 - Diferentes construções feitas pelos alunos para o item 6 do Momento 02	143
Figura 75 - Construção do prisma triangular regular	147
Figura 76 - Construção das três pirâmides distintas inseridas no prismas triangular	147
Figura 77 - Resposta do aluno A para a questão 8 do Momento 02	149
Figura 78 - Resposta do aluno B para a questão 8 do Momento 02	150
Figura 79 - Pirâmide de Quéops	151
Figura 80 - Pirâmide e os triângulos retângulos extraídos	152
Figura 81 - Resposta do aluno A para a questão 9 do Momento 02	153
Figura 82 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 03	154
Figura 83 - Resposta do aluno A para a questão 2 do Momento 03	155
Figura 84 - Sólidos geométricos	156

Figura 85 - Criação do cilindro	158
Figura 86 - Criação do cilindro de revolução	159
Figura 87 - Planificação do cilindro	160
Figura 88 - Resposta do aluno A para a questão 6 do Momento 03	161
Figura 89 - Resposta do aluno A para a questão 7 do Momento 03	164
Figura 90 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 04	165
Figura 91 - Sólidos geométricos	165
Figura 92 - Construção do cone de revolução	169
Figura 93 - Rotação do triângulo retângulo para obter o cone de revolução	169
Figura 94 - planificação do cone	170
Figura 95 - Resposta do aluno A para a questão 7 do Momento 04	171
Figura 96 - Resposta do aluno A para a questão 8 do Momento 04	174
Figura 97 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 05	175
Figura 98- Construção da esfera	178
Figura 99 - Resposta do aluno A para a questão 5 do Momento 05	179
Figura 100 - Bocha e Bolim.....	180
Figura 101 - Modelagem do problema da questão 6.....	181
Figura 102 - Resposta do aluno A para a questão 6 do Momento 05	182
Figura 103 - Trabalho Fotográfico do primeiro colocado	183
Figura 104 - Trabalho Fotográfico do segundo colocado	184
Figura 105 - Trabalho Fotográfico do terceiro colocado	186
Figura 106 - Trabalho Fotográfico destaque I.....	187
Figura 107 - Trabalho Fotográfico destaque II.....	188
Figura 108 - Desempenho dos alunos para a questão: Você gostou de estudar geometria espacial com a utilização do GeoGebra?	194
Figura 109 - Desempenho dos alunos para a questão: A utilização do GeoGebra facilitou no seu aprendizado?	195
Figura 110 - Desempenho dos alunos para a questão: Fotografar objetos da minha convivência e utilizá-los nas atividades em sala, me fez perceber a Geometria Espacial circundante?	195
Figura 111 - Desempenho dos alunos para a questão: O Concurso FotoGebra me motivou a estudar?	196

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Primeira fase das tecnologias digitais em Educação Matemática	51
Quadro 2 - Segunda fase das tecnologias digitais em Educação Matemática	52
Quadro 3 - Terceira fase das tecnologias digitais em Educação Matemática	53
Quadro 4 - Quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática.....	54
Quadro 5 - String e resultados de busca	62
Quadro 6 - Resultados da busca das dissertações selecionados para pesquisa	63
Quadro 7 – Quadro de critérios e nota atribuídas a uma produção fotográfica	118

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	17
1. APONTAMENTOS HISTÓRICOS DA GEOMETRIA	21
1.1 GEOMETRIA ESPACIAL: NA VISÃO DE HOWARD EVES E CARL B. BOYER	25
1.2 Sólidos geométricos	29
1.2.1 Prismas	31
1.2.2 Pirâmide	35
1.3 Sólidos de revolução	39
1.3.1 Cilindro	39
1.3.2 Cone	43
1.3.3 Esferas	46
1.4 O USO DE NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO	50
1.5 SOFTWARE GEOGEBRA	56
1.6 CONCURSO FOTOGEBRA.....	60
2. RELATÓRIO DA REVISÃO DE LITERATURA	62
3. METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA.....	74
3.1 TIPO DE PESQUISA	74
3.2 CARACTERIZAÇÃO DO TIPO DE PESQUISA	75
3.3 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO	83
3.4 MATERIAL	83
3.5 PROCEDIMENTOS.....	83
3.6 ANÁLISE DOS DADOS.....	84
3.7 PLANOS DE AULA	85
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	114
4.1 PERFIL DOS PROFESSORES E EDUCANDOS PARTICIPANTES DA PESQUISA	114
4.2 DOS CRITÉRIOS E PROCEDIMENTOS DE AVALIAÇÃO DAS FOTOS.	117
4.3 ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	118
4.4 ANÁLISE DOS TRABALHOS INSCRITOS	182
4.5 ANÁLISE DA ENTREVISTA	188
4.6 ANALISE DO QUESTIONÁRIO	194
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	198

REFERÊNCIAS.....	200
APÊNDICE	207
APÊNDICE A - TCLE PARA PARTICIPANTES DA PESQUISA.....	207
APÊNDICE B - TCLE PARA A INSTITUIÇÃO	208
APÊNDICE C – TCLE PARA OS AVALIADORES	209
APÊNDICE D – PLANO DE AULA 01	210
APÊNDICE E – PLANO DE AULA 02.....	217
APÊNDICE F – PLANO DE AULA 03.....	224
APÊNDICE G – PLANO DE AULA 04	229
APÊNDICE H – PLANO DE AULA 05	234
APÊNDICE I – QUESTIONARIO INICIAL	238
APÊNDICE J – QUESTIONARIO FINAL	240
APÊNDICE K – ROTEIRO DA ENTREVISTA	242
APÊNDICE L – PRODUÇÕES FOTOGRAFICAS	244
APÊNDICE M – NOTAS ATRIBUIDAS AS PRODUÇÕES FOTOGRAFICA	246
APÊNDICE N – EDITAL.....	252

INTRODUÇÃO

¹Meu interesse em adentrar no programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional foi através da minha experiência inicial em sala de aula e das conversas enriquecedoras que tive com os professores da minha graduação, em especial Paulo César Costa e Fabricio Figueredo Moção, ambos mestres pelo programa e egressos da instituição.

Durante uma conversa com a Dra. Ana Paula Perovano dos Santos sobre possíveis projetos, ela me apresentou o concurso FotoGebra e sugeriu que eu desenvolvesse uma iniciativa semelhante. Inspirado por essa sugestão, elaborei um projeto que apresentei ao meu orientador, o professor Dr. Fernando dos Santos Silva, que prontamente aceitou o desafio de me guiar nesse trabalho.

Minha formação acadêmica inclui a Licenciatura em Matemática, complementada por duas pós-graduações: Matemática Aplicada e Gestão em Estatística. Desde 2013, trabalho como professor da educação básica no estado de Minas Gerais, onde construí uma carreira sólida, incluindo uma breve passagem de seis meses no ensino superior em uma faculdade privada e outra experiência no ensino médio entre 2018 e 2023. Atualmente, trabalho como efetivo na Escola Estadual de Montalvânia, localizada no município de Montalvânia-MG, com carga horária de 24 horas semanais, e na Escola Estadual Francisco Moreira Alves, no município de Jaborandi-BA, com carga horária de 40 horas semanais.

Essas experiências têm me motivado a buscar constantemente novas formas de engajar meus educandos e aprimorar minha prática pedagógica, sempre integrando tecnologias digitais e novas metodologias no ensino da matemática.

A tecnologia digital é um dos recursos disponíveis para o ensino da Matemática, sendo um convite tentador a utilizá-la como um recurso no ensino e aprendizagem, no qual a maneira tradicional de ensino enfrenta diversas dificuldades, como o desinteresse e motivação do educando, tornando o ensino um obstáculo. Assim, além do professor ter de apresentar os conteúdos que devem ser tratados em aula, também deve despertar no educando o desejo do conhecimento e que esse conhecimento seja realmente proveitoso.

¹ Por se tratar de um relato pessoal, os quatro primeiros parágrafos da dissertação foram escritos em primeira pessoa do singular.

Nas últimas décadas, a forma de ensinar Matemática tem sido repensada com a introdução de novas tendências metodológicas, como Etnomatemática, Modelagem Matemática, Mídias Tecnológicas, História da Matemática, Investigação Matemática e Resolução de Problemas, conforme indicam as Diretrizes Curriculares elaboradas pela Secretaria do Estado da Educação Molinari, Retslaff e Santos, (2018). Essas tendências permitem a abertura de novas possibilidades para o aprendizado, fazendo com que o educando tenha a oportunidade de participar ativamente na construção do conhecimento e tenha garantido uma aprendizagem mais significativa e permanente.

Essas novas tendências de ensino buscam apresentar o conhecimento matemático de forma contextualizada, para haver a percepção das aplicações nos conteúdos ensinados, tornando, assim, o ensino da Matemática mais prático e de simples percepção por facilitar a compreensão dos conceitos.

A Investigação Matemática e as Mídias Tecnológicas são metodologias de ensino que surgiram para aumentar a eficiência nos processos de ensino e de aprendizagem, sendo apontadas como metodologias dinâmicas, que fazem com que o educando desperte o gosto em estudar. Esse despertar ocorre especialmente pelo fato de que as tecnologias fazem parte da realidade do educando, além de fazer com que a curiosidade, por se tratar de algo novo, diferente, auxilie nas descobertas realizadas pelo próprio educando enquanto busca respostas por meio dessas metodologias.

Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa lidar necessariamente com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa que se formularam questões que interessam, para as quais não se tem resposta pronta, e se procurou essa resposta de modo tanto quanto possível, fundamentado e rigoroso.

De acordo com Fernandes, Marzagão e Santos (2017), todo o profissional da educação (professor) deve estar em constante aprimoramento e reciclagem dos conteúdos e assuntos pertinentes a serem utilizados na área de ensino.

Portanto, o professor tem a oportunidade de transformar o ambiente de ensino e abordar os conteúdos de uma maneira diferenciada, por meio dos softwares, visando uma aprendizagem consistente e atraente, já que nesse contexto os educandos visualizam o desenvolvimento das teorias e não apenas seguem um modelo. De acordo com Lima (2009), ao considerar as possibilidades de ensino com

o computador, o que se planeja destacar é a dinamicidade desse instrumento que pode ser utilizado para os educandos trabalharem como se fossem pesquisadores, investigando os problemas matemáticos propostos pelo professor, construindo soluções ao invés de esperarem um modelo a ser seguido.

Nessa perspectiva, esta pesquisa justificou o seu estudo, baseado nas potencialidades existentes nas atividades investigativas e da utilização da tecnologia no ensino de Matemática. De fato, muitos deles consideram a disciplina difícil de entender e não conseguem perceber a sua utilização no dia a dia. Dessa forma, considerando a relevância desta disciplina para as pessoas, avaliou-se a eficiência da atividade investigativa aliada ao uso de Mídias Tecnológicas, como o software GeoGebra, para o ensino de geometria espacial. O software se torna, assim, um meio que facilita a visualização gráfica, permitindo a comparação entre a parte geométrica e a parte algébrica, favorecendo o aprendizado do educando.

As problemáticas que nortearam a realização deste trabalho foram: quais as relações existentes entre as concepções do ensino da matemática e o GeoGebra? E quais são os conhecimentos adquiridos pelos educandos do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves, através do concurso de FotoGebra?

O objetivo geral deste trabalho foi desenvolver uma sequência didática que complemente o trabalho pedagógico do professor, utilizando estratégias, conceitos e procedimentos da geometria espacial, interligando fotografias de objetos do cotidiano com o GeoGebra, através do concurso FotoGebra.

Já os objetivos específicos foram: promover o Concurso FotoGebra com os educandos do terceiro ano no Colégio Estadual Francisco Moreira Alves; buscar no cotidiano imagens que permitam extrair conceitos geométricos que possam ser modelados e visualizados no GeoGebra; despertar o interesse dos educandos no aprendizado matemático, por meio do uso das tecnologias digitais; relacionar os conteúdos geométricos à realidade circundante; identificar os ambientes de Geometria Dinâmica e observar como esses interferem o espírito de investigação na matemática, na sua interface interativa, aberta à exploração e à experimentação, e se disponibilizam os experimentos de pensamento e as perspectivas dos educandos; e, por fim, verificar no cotidiano escolar possíveis espaços para o desenvolvimento de um oncurso de FotoGebra: Matemática, Fotografia e GeoGebra.

Este trabalho foi organizado da seguinte forma: o capítulo 1 apresenta a introdução desta dissertação, na qual é relatada a problemática, a justificativa, os objetivos e um breve relato sobre a investigação matemática e as mídias tecnológicas, assim como o GeoGebra.

No capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre o ensino e aprendizagem de geometria, mais especificamente o desenvolvimento geométrico com apoio da informática educativa, com o pensamento geométrico e o ensino da geometria através do concurso FotoGebra. Ainda nesse mesmo capítulo, foram realizadas algumas reflexões sobre sequências didáticas no ensino de geometria, sobre o software GeoGebra. Além disso, é apresentado uma Revisão de Literatura, na qual foram utilizados nove (09) dissertações que abordam sobre a temática em questão.

Já o capítulo 3 foi dedicado à metodologia e à pesquisa deste trabalho, no qual visou realizar uma análise sobre as relações entre as concepções do ensino da matemática e o GeoGebra, descrevendo como foram realizadas cada etapa da pesquisa, desde a criação do site, da inscrição dos educando até os planos de aula utilizados para nortear a pesquisa.

O capítulo 4 apresenta resultados e discussões. Nele, foram apresentados o perfil dos educandos e dos professores participantes da pesquisa, por meio da análise das observações e de um questionário aplicado em sala de aula no primeiro encontro da intervenção. Esse capítulo apresentou também um relato das atividades desenvolvidas, expondo trechos das produções dos Educandos. Por fim, foi exposto à análise e resultados encontrados no decorrer do Concurso FotoGebra.

Em seguida, no capítulo 5, são apresentadas as considerações finais, nos quais tem em vista refletir sobre as relações existentes entre os conteúdos de geometria: figuras geométricas, através do software GeoGebra, especialmente na habilidade de visualização através da avaliação final dos educandos vencedores do concurso.

O produto final da pesquisa apêndice D, E, F, G e H é apresentado na forma de um texto com sequências didáticas de geometria, elaboradas e aplicadas durante o desenvolvimento da pesquisa. Nas considerações finais, o tema desta dissertação é brevemente retomado e, com base nos dados coletados e nos estudos teóricos, enumeram-se os resultados gerais da pesquisa e são propostas algumas questões futuras ainda a serem desenvolvidas sobre o assunto.

1. APONTAMENTOS HISTÓRICOS DA GEOMETRIA

A palavra geometria é oriunda da língua grega: *geo* = terra e *metron* = medir, ou seja, o termo está ligado às origens históricas da disciplina. Foram os gregos que sistematizaram o estudo geométrico, eternizando alguns nomes, como Tales de Mileto, Eudoxo, Arquimedes, Pitágoras, Platão e Aristóteles. Observa-se que alguns dos citados são mais lembrados pela contribuição à filosofia. Vale lembrar que o conhecimento não tinha, na época, uma divisão rígida entre as disciplinas como há atualmente (Machado, 2019).

Acredita-se que o surgimento da geometria remonta às próprias origens das civilizações. Porém, o que se sabe ao certo, é que, há muito tempo, o homem descobriu e se interessou pelas estranhas e fascinantes formas apresentadas pela natureza e as adicionou às suas superstições e religiões, mudando, assim, a compreensão de tudo, fornecendo uma chave para os segredos dessa ciência: a Geometria.

Primordialmente, a geometria grega se baseava em uma coleção de enunciados ou princípios descobertos empiricamente através dos sentidos, ou de algumas experiências vivenciadas por um indivíduo, ou um determinado grupo. Entre esses princípios, alguns se destacavam pela presença de cálculos relativamente sofisticados ao ponto de até hoje serem utilizados nas demonstrações de algumas propriedades da matemática moderna. O fato de a descoberta dessa ciência e tantas outras terem surgido da necessidade humana não é surpreendente, pois tudo o que é produzido em uma geração avança do imperfeito para o perfeito, até atingir seu ponto máximo (Gensler, 2017).

De acordo com Rooney (2012), é provável que alguns dos primeiros cálculos geométricos tenham sido desenvolvidos a partir da construção de monumentos, demarcação de terra ou manufatura de artefatos para fins religiosos. Acredita-se que os problemas práticos da geometria tenham surgido nos projetos de construções muito antes deles serem registrados na forma escrita. Ao trabalhar com distâncias, áreas e volumes no mundo real, a geometria foi uma das primeiras aplicações da matemática nas civilizações.

Para Machado (2019), a necessidade de calcular distâncias é um atributo de várias espécies, pois um predador selvagem que planeja garantir sua refeição na savana, por exemplo, deve calcular quando há uma proximidade razoável para tentar

o ataque, sob pena de ter que despendar desnecessariamente muita energia na busca por alimento.

Entretanto, na época de Euclides, nem todas as premissas geométricas podiam ser provadas e a solução encontrada foi considerar que algumas proposições deveriam ser consideradas verdadeiras sem demonstração: os postulados ou axiomas, conforme afirma Machado (2019):

Axiomas

- Axioma I: pode-se traçar uma única reta ligando quaisquer dois pontos.
- Axioma II: pode-se continuar (de uma maneira única) qualquer reta finita continuamente em uma reta.
- Axioma III: pode-se traçar um círculo com qualquer centro e qualquer raio.
- Axioma IV: todos ângulos retos são iguais.
- Axioma V: se uma reta, ao cortar outras duas, forma ângulos internos, no mesmo lado, cuja soma é menor do que dois ângulos retos, então essas duas retas encontrar-se-ão no lado onde estão os ângulos cuja soma é menor do que dois ângulos retos.

Postulados

- Postulado I: dados dois pontos distintos, há um único segmento de reta que os une.
- Postulado II: um segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta.
- Postulado III: dados um ponto e uma distância quaisquer, pode-se construir uma circunferência de centro naquele ponto e com raio igual à distância dada.
- Postulado IV: todos os ângulos retos são congruentes (semelhantes).
- Postulado V: se as duas linhas intersectam uma terceira linha, de tal forma que a soma dos ângulos internos em um lado é menor que dois ângulos retos, então as duas linhas devem intersectar-se nesse lado, se forem estendidas indefinidamente (Machado, 2019, p.17).

Esse conjunto de axiomas e postulados, apresentados por Euclides, serviu como base para a construção de todo o sistema geométrico, consolidando a geometria como uma ciência dedutiva e lógica. A influência dos fundamentos euclidianos, entretanto, foi sendo transformada ao longo do tempo, adaptando-se às mudanças pedagógicas e às demandas educacionais de cada período histórico.

Segundo Santos & Nacarato (2021) a transição dos fundamentos da geometria antiga para o ensino no Brasil reflete como os princípios sistematizados por Euclides influenciaram a formação inicial dessa disciplina no país, permanecendo como base até 1960, antes de serem adaptados pelas novas tendências pedagógicas, como o Movimento da Matemática Moderna.

Os docentes também encontravam dificuldades para ensinar os conteúdos e, associados a toda essa complexidade, os livros didáticos existentes naquela época traziam os conteúdos geométricos nos capítulos finais. Isso, de certa forma, contribuiu

para que o ensino desse conteúdo se tornasse bastante insatisfatório, provocando o seu abandono pela escola (Santos & Nacarato, 2021).

Outro fator importante é que esse ensino foi considerado embora não de forma unânime nos meios acadêmicos, principalmente entre os educadores matemáticos irrelevante para a formação intelectual do educando, o que contribuiu para uma lacuna em seus conhecimentos matemáticos. Mesmo antes do Movimento da Matemática Moderna já havia certo abandono da Geometria, principalmente no trabalho docente com as camadas populares. Inúmeros os fatores que colaboraram para que esse ensino se tornasse bastante deficitário. Certamente, não poderíamos deixar de mencionar que o Brasil, por ser essencialmente agrícola no início do século XX, e ainda ter grande parte da população analfabeta, proporcionou para essa camada da população um ensino de Matemática basicamente utilitarista: prevalecia o estudo de técnicas operatórias em Aritmética, e o ensino de Geometria praticamente não existia – limitava-se ao estudo da geometria métrica, cálculo de áreas e volumes (Santos & Nacarato, 2021, p.08).

O pensamento matemático se desenvolveu historicamente por acréscimo, ou seja, pensadores após pensadores foram contribuindo para a expansão da área, sem invalidar ou descartar os conhecimentos anteriores. Para ilustrar essa ideia, um professor do Ensino Fundamental poderia usar muito dos Elementos de Euclides para planejar suas aulas, pois o conteúdo dos livros do sábio grego continua verdadeiro.

Foi no final da década de 1950, com o Movimento Matemática Moderna, que o ensino de Geometria sofreu um impacto maior, já que a abordagem trouxe ênfase na Teoria dos Conjuntos e na Álgebra Vetorial, deixando de lado a Geometria Euclidiana. Por conta disso, em um período duradouro, o ensino de Geometria foi feito por meio de definições, propriedades e fórmulas desligadas de quaisquer aplicações, acarretando, assim, um tratamento axiomático, dedutivo e feito às pressas (Santos & Nacarato, 2021).

Com a elaboração dos Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN) pelo Ministério da Educação, originou-se uma proposta para um ensino baseado nas exigências da sociedade para os estudantes. Assim, os PCNs retomaram o ensino de Geometria por meio de construções, enfatizando a importância das noções geométricas não só pela necessidade social, mas pelas contribuições a outras áreas de conhecimento (Brasil, 2017).

Segundo Machado (2019), tendo em consideração essa nova perspectiva e o histórico do ensino de Geometria ao longo dos anos, questiona-se a importância desse conteúdo na sociedade em geral. No cotidiano, lida-se com formas geométricas, noções de paralelismo e perpendicularismo, problemas que envolvem

medições e tantas outras situações que compreendem conceitos geométricos. Os entes geométricos e suas propriedades fazem parte da rotina do sujeito, seja no desenvolvimento de construções, plantações, tecnologias e até mesmo na arte.

O ensino de Geometria nas escolas deve se iniciar ainda na educação infantil, baseando-se na intuição e interação das crianças com o espaço em que vivem e seu próprio corpo (Brasil, 2017).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê que “o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas” (Brasil, 2017, p. 272).

É importante realizar experiências com múltiplos instrumentos, oferecendo aos estudantes a possibilidade de visualizar, comparar e desenhar. Obedecendo a uma certa ordem hierárquica, os conteúdos mais simples e gerais devem ser ensinados primeiro, para que futuramente possam ser incorporados no ensino de conteúdos mais avançados.

O documento, que determina as habilidades fundamentais de todo estudante do ensino básico, as apresenta separadas por ano escolar e por meio de códigos, sendo assim estabelecidos: (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação à lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles (Brasil, 2017, p. 303).

A Base Nacional Comum Curricular também faz sugestões de como os conteúdos geométricos devem ser estudados durante os anos finais do Ensino Fundamental: o foco deve ser em atividades que proporcionam transformações e ampliações/reduções de figuras planas, bem como a identificação de elementos para a construção do conceito de congruência e semelhança de modo a dar subsídio para demonstrações simples (Brasil, 2017).

Nesse sentido, o pouco contato dos professores com o conteúdo geométrico propiciou que a sua prática também se tornasse deficitária, e isso vem, de certa forma, arrastando-se até os dias atuais. Mesmo com mudanças no livro didático, o professor ainda se sente inseguro para ensinar Geometria, o que evidencia que ambos os termos do binômio aprender-ensinar estão intimamente interligados, ou seja, só se têm condições de ensinar aquilo que se conhece.

1.1 GEOMETRIA ESPACIAL: NA VISÃO DE HOWARD EVES E CARL B. BOYER

De acordo com Eves (2004), a geometria espacial, conhecida atualmente, é o resultado de estudos matemáticos que vêm sendo aprimorados desde as primeiras civilizações humanas. Ela foi desenvolvida por diversos sábios de diferentes culturas ao longo dos séculos. Mas, por onde começar a contar a história da geometria que é intrínseca à da matemática?

Deve-se iniciar com as primeiras deduções sistemáticas em geometria, tradicionalmente creditadas a Tales de Mileto, por volta de 600 a.C.? Ou se deve recuar mais no tempo e iniciar com a obtenção de certas fórmulas de mensuração feitas pelas civilizações pré-helênicas da Mesopotâmia e do Egito? Ou se deve recuar ainda mais no tempo e iniciar com os primeiros esforços tateantes feitos pelo homem pré-histórico visando a sistematização das ideias de grandeza, forma e número? Ou se pode dizer que a matemática teve início em épocas pré-humanas com a manifestação de senso numérico e reconhecimento de modelos, embora muito limitadamente, por parte de alguns animais, pássaros e insetos? Ou mesmo antes disso, nas relações numéricas e espaciais das plantas? Ou até antes, nas nebulosas espiraladas, nas trajetórias de planetas e cometas e na cristalização de minerais em épocas pré-orgânicas? Ou será que a matemática, como acreditava Platão, sempre existiu, estando meramente a aguardar sua descoberta? Cada uma dessas origens possíveis comporta uma defesa (Eves, 2004, p. 25).

Diante das indagações de Eves (2004), não se sabe ao certo nem quando e nem como surgiu a geometria. Já segundo Boyer (2012):

A princípio as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças a diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dissemelhança entre a forma redonda da lua e a retilínea de um pinheiro. Gradualmente deve ter surgido, da massa de experiências caóticas, a realização de que há analogias: e dessa percepção de semelhanças em número e forma nasceram a ciência e a matemática (Boyer, 2012, p. 24).

Portanto, a matemática surgiu de maneira intuitiva e pela observação da natureza. De acordo com Eves (2004), a matemática é geralmente considerada aquela que surge dos primeiros esforços da humanidade para organizar os conceitos de grandeza, forma e número. Esse processo começou com o desenvolvimento do conceito de número e a habilidade de contar por parte do homem primitivo.

Assim, a base do conhecimento geométrico vem das margens dos principais rios, onde se desenvolveram as principais civilizações, como o rio Nilo no Egito.

As primeiras manifestações do conhecimento geométrico podem ser traçadas desde o antigo Egito e da Mesopotâmia. Essas civilizações usavam a geometria para resolver problemas relacionados à agrimensura, devido às inundações do rio Nilo no

Egito, que apagavam os limites das propriedades agrícolas. Da mesma forma, os babilônios registravam medidas e propriedades geométricas de figuras simples, como retângulos e triângulos, que eram usadas na construção de templos e palácios (Boyer, 2012). Embora esses avanços iniciais fossem empíricos, eles estabelecem os alicerces para o desenvolvimento posterior da geometria.

As primeiras sociedades agrícolas, como as do Egito e da Mesopotâmia, dependiam da medição de terras para garantir a produção de alimentos e o controle de suas propriedades. Nesse contexto, surgiu a necessidade de criar formas de medir e dividir o espaço, o que levou ao desenvolvimento de conceitos geométricos. Como aponta (Boyer, 2012), essas civilizações utilizavam uma geometria prática, voltada para resolver problemas concretos de construção e agrimensura.

No entanto, essa geometria era, na maioria das vezes, limitada a superfícies planas e bidimensionais, focando na medição de áreas e perímetros. Foi na Grécia Antiga que a geometria começou a ser sistematizada como uma ciência, visando entender não apenas as formas bidimensionais, mas também as tridimensionais. Os primeiros filósofos e pensadores gregos, como Tales de Mileto e Pitágoras, deram contribuições significativas ao estudo das formas geométricas, estabelecendo as bases para a geometria euclidiana (Boyer, 2004).

O ponto de partida formal para a geometria espacial, contudo, está na obra de Euclides, especialmente em seu tratado *Os Elementos*. Nessa obra, Euclides reuniu e organizou todo o conhecimento geométrico de sua época, apresentando os primeiros estudos sobre sólidos tridimensionais. Ele dedicou parte de sua obra ao estudo dos sólidos geométricos, que hoje são chamados de sólidos platônicos: o cubo, o tetraedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. Esses sólidos representaram os primeiros objetos tridimensionais formalmente descritos na matemática, e sua simetria e beleza fascinavam os pensadores gregos (Eves, 2004).

Os gregos também se destacaram pelo desenvolvimento de métodos matemáticos para calcular áreas e volumes de sólidos tridimensionais. Arquimedes, por exemplo, foi um dos primeiros a desenvolver fórmulas precisas para o cálculo do volume de esferas e cilindros. A abordagem de Arquimedes à geometria espacial foi profundamente influenciada por sua engenhosidade em combinar conceitos geométricos com métodos mecânicos (Boyer, 2012).

Com o declínio da civilização grega, muitos dos avanços geométricos foram preservados e transmitidos ao mundo islâmico, onde sábios árabes como Alhazen (Ibn al-Haytham)(965-1040). continuaram a estudar as propriedades do espaço tridimensional, principalmente no campo da óptica. O interesse desses estudiosos em como a luz interage com superfícies tridimensionais levou a novos avanços na compreensão da geometria do espaço. Além disso, a tradução de obras gregas para o árabe foi crucial para garantir que o conhecimento geométrico grego fosse preservado até sua redescoberta na Europa durante o Renascimento (Eves, 2004).

Durante o Renascimento, matemáticos e artistas italianos, como Filippo Brunelleschi (1377–1446) e Piero della Francesca (1415–1492), exploraram a geometria espacial através da perspectiva. A invenção da perspectiva linear permitiu que artistas representassem figuras tridimensionais em superfícies bidimensionais com precisão, o que, por sua vez, levou ao desenvolvimento de uma nova forma de geometria espacial aplicada. Como Eves (2012) discute, esse período marcou um renascimento da geometria tridimensional, agora aplicada tanto na ciência quanto na arte.

No século XVII, a geometria espacial deu um grande salto com o surgimento do cálculo. Isaac Newton (1643–1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716), criadores do cálculo diferencial e integral, forneceram ferramentas poderosas para o estudo de formas tridimensionais. O cálculo permitiu que matemáticos como Bonaventura Cavalieri e Pierre de Fermat desenvolvessem métodos para calcular volumes e áreas de superfícies curvas, revolucionando a maneira como sólidos tridimensionais eram tratados. O princípio de Cavalieri², por exemplo, foi um dos primeiros métodos sistemáticos para calcular volumes de sólidos irregulares, utilizando a ideia de seções transversais paralelas (Eves, 2004).

Ainda no mesmo século XVII, o desenvolvimento da geometria analítica por René Descartes (1596–1650) também foi crucial para o avanço da geometria espacial. Ao introduzir o conceito de coordenadas cartesianas, Descartes permitiu que figuras geométricas fossem representadas por meio da álgebra, facilitando a manipulação matemática de formas tridimensionais. Eves (2004) ressalta ainda que essa foi uma

² O **Princípio de Cavalieri**, formulado pelo matemático Bonaventura Cavalieri, afirma que dois sólidos possuem o mesmo volume se, ao serem cortados por planos paralelos a uma base comum, as seções transversais dos sólidos em cada plano têm áreas iguais.

das inovações mais importantes na história da geometria por abrir caminho para a unificação da álgebra e da geometria.

No século XVIII, o estudo da geometria espacial continuou a avançar com a obra de matemáticos como Leonhard Euler (1707–1783), que contribuiu significativamente para a teoria dos poliedros e desenvolveu a famosa fórmula de Euler, que relaciona o número de vértices, arestas e faces de um poliedro convexo³. Esse resultado foi um dos primeiros teoremas da topologia, uma área da matemática que estuda as propriedades espaciais que permanecem inalteradas sob deformações contínuas. A topologia, embora tenha se desenvolvido como um campo distinto da geometria espacial, compartilha muitas das mesmas preocupações com as propriedades do espaço (Eves, 2004).

Durante o século XIX, a geometria espacial passou por outra transformação com o desenvolvimento das geometrias não euclidianas. Matemáticos como Carl Friedrich Gauss (1777–1855), Nikolai Lobachevsky (1792–1856) e Bernhard Riemann (1826–1866) desafiaram os postulados da geometria euclidiana, mostrando que era possível construir sistemas geométricos nos quais as regras tradicionais não se aplicavam. A geometria riemanniana, em particular, tornou-se uma ferramenta essencial para o estudo do espaço curvo, sendo mais tarde aplicada na teoria da relatividade geral de Albert Einstein (1879–1955), que descreve a curvatura do espaço-tempo (Eves, 2004).

Ao longo do século XX, a geometria espacial continuou a se expandir, tanto em termos teóricos quanto práticos. A geometria diferencial, que estuda superfícies curvas⁴ usando ferramentas do cálculo, tornou-se uma área de estudo fundamental na física moderna. A teoria das superfícies mínimas, por exemplo, é usada para descrever formas que minimizam a área, como bolhas de sabão. Essas ideias encontraram aplicações em várias disciplinas, desde a arquitetura até a biologia. (Boyer, 2012).

A geometria computacional, surgida na segunda metade do século XX, também teve um impacto significativo no estudo da geometria espacial. Com o advento dos computadores, possibilitou-se modelar formas tridimensionais complexas de maneira rápida e precisa. A computação gráfica, a modelagem 3D e a impressão tridimensional

³ Um **poliedro convexo** é um sólido geométrico tridimensional formado por faces planas, onde qualquer linha reta traçada entre dois pontos no interior do poliedro permanece inteiramente dentro dele.

⁴ Superfícies curvas são superfícies tridimensionais que não são planas, ou seja, possuem curvatura em pelo menos uma direção. Exemplos incluem esferas, cilindros e cones.

são todas áreas que dependem de princípios de geometria espacial para funcionar. Essas tecnologias trouxeram a geometria tridimensional para o cotidiano, influenciando desde o design de produtos até a engenharia e a medicina (Boyer, 2012).

A geometria espacial conhecida hoje é o resultado de milênios de avanços no pensamento matemático, desde as primeiras tentativas de medir e entender o espaço até o desenvolvimento de ferramentas avançadas como o cálculo e a geometria diferencial. Através das contribuições de inúmeras culturas e matemáticos, a geometria espacial se modificou de uma prática empírica para uma disciplina teórica altamente sofisticada, com aplicações em diversas áreas da ciência e da tecnologia.

1.2 SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Ao observar o ambiente ao redor, é possível identificar inúmeros sólidos geométricos, confirmando a afirmação de Pitágoras de que “tudo está organizado segundo os números e as formas matemáticas” (*Pato Donald no País da Matemática*, 1959). A matemática permeia todas as formas e estruturas, e sua presença é notada evidentemente nos sólidos geométricos.

Um dos motivos para a importância desse estudo é a constante aplicabilidade das propriedades dos sólidos geométricos a situações do mundo físico tratadas em diversas áreas do conhecimento, como a Arquitetura, a Engenharia e as Artes (Leonardo, 2020). Esses são objetos tridimensionais que possuem volume são delimitados por superfícies planas ou curvas.

Os sólidos geométricos podem ser visualizados e interpretados em várias situações do cotidiano, sendo usados na resolução de problemas que envolvem construções, design e tecnologia (Dante, 2020).

A compreensão desses objetos é crucial para o estudo da geometria espacial, por envolver o entendimento de conceitos como área, volume, arestas, vértices e faces. Leonardo (2020) reforça que o ensino desses conceitos, aliado a contextos práticos, ajuda os educandos a desenvolverem uma compreensão mais concreta e aplicável dos sólidos. Sendo assim, o autor classifica os sólidos geométricos em três grandes grupos: os poliedros, os corpos redondos e outros (aqueles que não se

encaixam na categoria dos poliedros nem dos corpos redondos). Como se pode observar na Figura 01 a seguir:

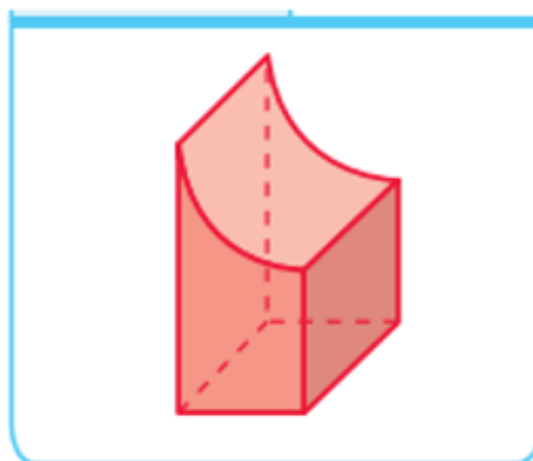
Figura 1 - Sólidos geométricos

	Poliedros		Corpos redondos		
Sólido					

Fonte: adaptada Leonardo (2020).

Observe que o sólido a seguir não pertence a nenhum grupo, nem aos poliedros nem aos corpos redondos, conforme a Figura 02:

Figura 2 - Sólido geométrico que não possuem grupos.



Fonte: adaptada Leonardo (2020).

As fórmulas de volume e área desses sólidos derivam de uma compreensão precisa das suas dimensões e das relações entre as superfícies que os compõem. O ensino da geometria espacial deve incluir o desenvolvimento de habilidades analíticas e de visualização, pois essas são competências fundamentais para resolver problemas complexos envolvendo sólidos tridimensionais (Dolce; Pompeo, 2020).

A compreensão dos sólidos geométricos, como destacado por Leonardo (2020), vai além da mera memorização de fórmulas. É fundamental que o estudante desenvolva a capacidade de visualizar e interpretar esses objetos em diferentes contextos.

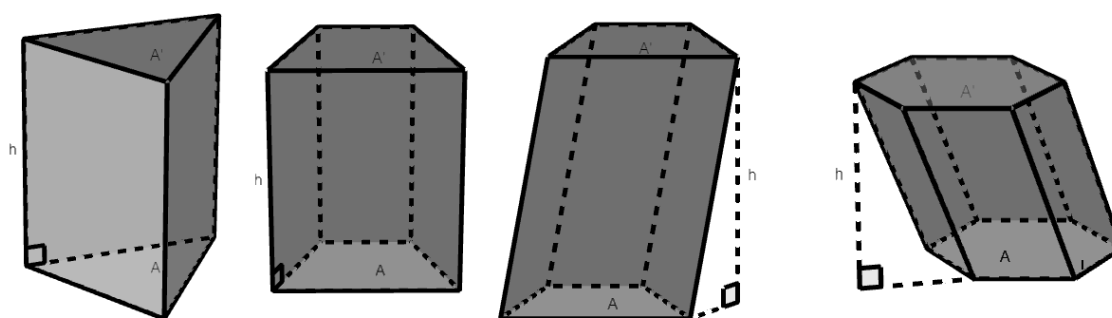
A partir dessa perspectiva, o presente estudo se dedica às propriedades métricas de prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas. Ao longo deste trabalho,

serão exploradas as relações entre as dimensões desses sólidos e suas respectivas áreas e volumes, buscando oferecer ao leitor uma visão sobre a geometria espacial.

1.2.1 PRISMAS

É comum, no cotidiano, encontrar objetos que lembram o formato de prismas, como o baú de um caminhão para transportar diversos tipos de produtos e em diversos tipos de embalagens para armazenar produtos (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020). Desde as mais simples embalagens até as mais elaboradas edificações, muitos são os exemplos da presença dos prismas no dia a dia (Leonardo, 2020). A seguir na figura 3, é possível observar alguns exemplos de prismas.

Figura 3 - Exemplos de prismas.

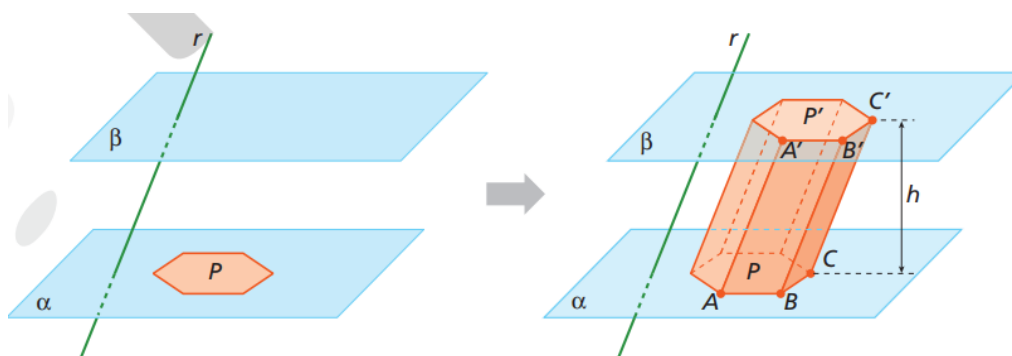


Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Cabe enfatizar que todos os prismas possuem pelo menos um par de faces paralelas e congruentes e pelo menos três faces paralelogramáticas, cujas arestas são duas a duas paralelas entre si. Consideram-se dois planos paralelos distintos, α e β , uma região poligonal convexa⁵ P contida em α e uma reta r que intercepta os planos α e β (Leonardo, 2020). Com isso, tem-se:

⁵ Uma **região poligonal convexa** é a área delimitada por um polígono convexo no plano. Em um polígono convexo, todos os seus ângulos internos são menores ou iguais a 180° , e qualquer segmento de reta que conecta dois pontos dentro da região está completamente contido nela. Essa região inclui o interior do polígono e suas bordas.

Figura 4 - Definição de prisma



Fonte: adaptada Leonardo (2020).

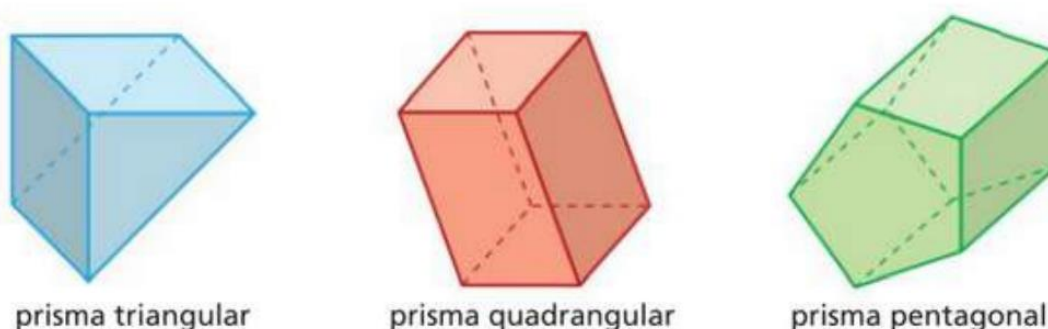
Chama-se “prisma” o poliedro formado por todos os segmentos de reta paralelos a r , tais que uma de suas extremidades é um ponto da região P e a outra extremidade é um ponto no plano β (Leonardo, 2020).

Considerando o prisma da figura 4, podem-se destacar os elementos:

- Bases – as regiões poligonais P e P' , que são congruentes e estão situadas em planos paralelos α e β ;
- Faces laterais – as regiões poligonais $AA'B'B$, $BB'C'C$...;
- Arestas das bases – os segmentos AB , BC ,..., $A'B'$, $B'C'$...;
- Arestas laterais – os segmentos AA' , BB' , CC' ...;
- Altura do prisma – a distância h entre os planos das bases α e β .

De acordo Leonardo (2020), pode-se classificar os prismas conforme o polígono da base e quanto à inclinação das arestas laterais em relação aos planos das bases. Quanto à sua base, tem-se que, se esse polígono é um triângulo, o prisma é triangular; se é um quadrado, o prisma é quadrangular; se é um pentágono, o prisma é pentagonal; e assim por diante, conforme a figura 5.

Figura 5 - Prisma Triangular, Quadrangular e Pentagonal



Fonte: adaptada Leonardo (2020).

De acordo Bonjorno; Giovanni Jr, e Sousa, (2020), em um prisma reto, as arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases, e em um prisma oblíquo, as arestas laterais são oblíquas aos planos das bases, conforme a Figura 6, apresentada pelo prisma reto e o prisma oblíquo da figura 6.

Figura 6 - Prisma reto/ Prisma oblíquo.



Fonte: adaptada Leonardo (2020).

As faces laterais dos prismas são sempre paralelogramos. Um fato importante é que, quando o prisma é reto, as faces laterais são sempre um retângulos. Um prisma reto cujas bases são superfícies poligonais regulares é denominado prisma regular (Leonardo, 2020).

A planificação de um prisma, consiste em desdobrar suas faces e dispor todas elas em um plano bidimensional. Segundo Leonardo (2020), a planificação de um prisma permite visualizar cada uma de suas faces, que incluem as bases paralelas e as faces laterais, facilitando o cálculo da área total do sólido.

Segundo Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), a área da superfície de um prisma é composta de: Área da base (S_b) é a área de um dos dois polígonos que formam as bases; Área lateral (S_l) é a área da soma de todas as áreas das faces laterais; e Área total (S_t) é a soma da área lateral e das áreas das bases, que pode ser escrita como: $S_t = 2S_b + S_l$.

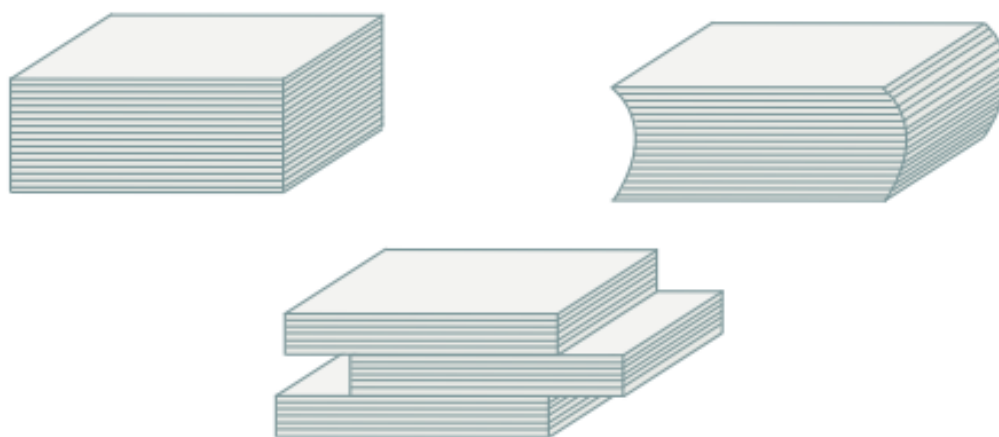
Assim como qualquer sólido geométrico, o prisma ocupa uma determinada porção do espaço. O volume de um prisma corresponde a um único número real V

positivo, obtido pela comparação da porção do espaço ocupado pelo prisma com a porção do espaço ocupado por uma unidade de volume (Leonardo, 2020).

No que se refere ao Princípio de Cavalieri, Dante (2020) explica que ele não apenas se aplica a prismas, mas também a outros sólidos de revolução, como cilindros, cones e esferas. Contudo, em prismas, a simplicidade geométrica da base poligonal facilita a compreensão desse princípio.

Ao comparar prismas de diferentes inclinações ou formas, Dante (2020) sugere que o Princípio de Cavalieri pode ser demonstrado visualmente, através da superposição de seções paralelas e da equivalência das áreas dessas seções ao longo da altura, como ilustrado na Figura 7:

Figura 7 - Pilhas com o mesmo número de folhas



Fonte: adaptada Leonardo (2020).

Observe que qualquer plano horizontal que corte as três pilhas resultará em seções com a mesma área (equivalente a uma folha). Além disso, as três pilhas possuem volumes iguais, diferindo apenas em suas formas (Dante, 2020).

Essa perspectiva é uma aplicação direta do Princípio de Cavalieri, que, segundo Dante (2020), postula que dois sólidos com alturas e seções transversais de mesma área ao longo dessas alturas possuem volumes iguais, mesmo que as formas dos sólidos sejam diferentes. Esse princípio é particularmente útil para comparar volumes de prismas retos e oblíquos, permitindo demonstrar que, embora a inclinação das arestas laterais difira, o volume permanece o mesmo, desde que a área da base e a altura sejam iguais.

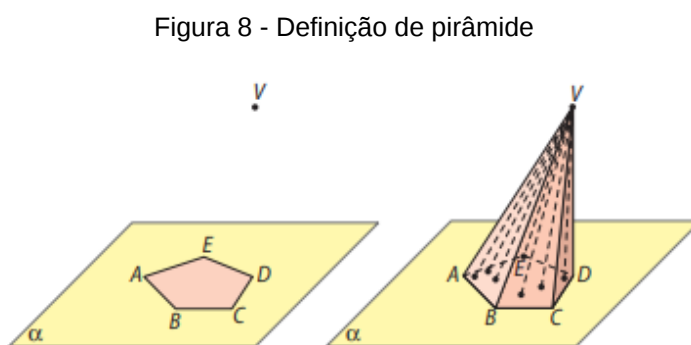
A determinação do volume de prismas é um conceito que se aplica de maneira ampla em várias áreas do conhecimento, como arquitetura, engenharia e física.

Segundo Leonardo (2020), a fórmula geral para o cálculo do volume de um prisma, $V = S_b \cdot h$, onde S_b é a área da base e h é a altura do prisma, é determinada pelo Princípio de Cavalieri. Essa fórmula é válida para todos os tipos de prismas, independentemente da forma da base, seja ela triangular, quadrangular, pentagonal ou de qualquer outro polígono regular, ou irregular.

1.2.2 PIRÂMIDE

Além dos prismas, há outros sólidos cujas formas são associadas a objetos do cotidiano, como as pirâmides, que fascinam a humanidade desde a Antiguidade. A forma piramidal voltou a se destacar na arquitetura moderna, sendo utilizada em construções de grande imponência. As pirâmides do Egito e a pirâmide de vidro do Museu do Louvre são exemplos notáveis de monumentos que adotam esse formato geométrico (Leonardo, 2020).

Considere um plano α , um polígono convexo, contido em α , e um ponto V que não pertence a α . Pirâmide é a figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade no ponto V e a outra em um ponto do polígono (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020).



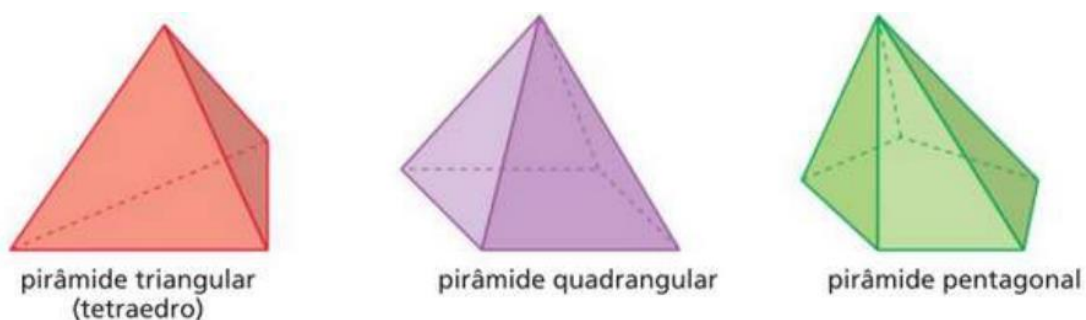
Fonte: Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020, p.94).

De acordo com a figura 8, pode-se destacar os seguintes elementos:

- Base: é o polígono convexo ABCDE contido no plano α ;
- Vértice da pirâmide: é o ponto V ; os vértices da base são os pontos A, B, C, D, E;
- Faces laterais: são os triângulos VAB, VBC, ..., VEA;
- Arestas da base: são os lados do polígono da base AB, BC, ..., EA;
- Arestas laterais: são os segmentos de reta VA, VB, ..., VE;
- Altura: é a distância entre o ponto V e o plano da base, a (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020, p.94).

Leonardo (2020) aponta que, assim como nos prismas, refere-se às pirâmides conforme o polígono da base. Se a base tiver três arestas, a pirâmide é triangular; se tiver quatro arestas, a pirâmide é quadrangular; se tiver cinco arestas, a pirâmide é pentagonal, e assim sucessivamente, figura 9.

Figura 9 - Pirâmide triangular; Pirâmide quadrangular, Pirâmide pentagonal



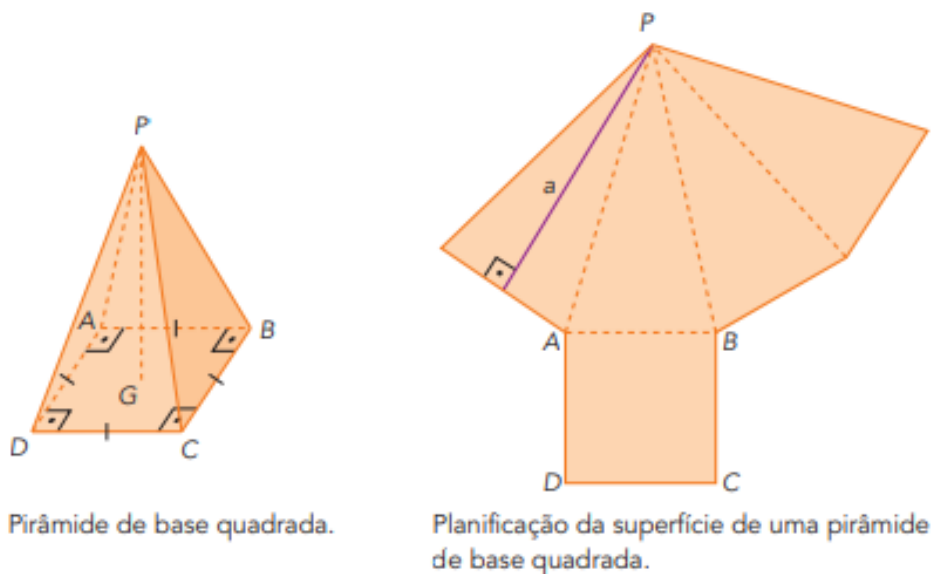
Fonte: adaptada Leonardo (2020).

Numa pirâmide, se a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base é o centro O da base, ou seja, o centro da circunferência circunscrita ao polígono da base, a pirâmide é reta. Se a projeção ortogonal do vértice sobre o plano da base não é o centro da base, a pirâmide é oblíqua (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020).

Ainda segundo Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), uma pirâmide regular é uma pirâmide reta que tem como base um polígono regular. Dante (2020) afirma que uma consequência da definição de pirâmide regular é o fato de todas as arestas laterais dela serem congruentes.

Considerando uma pirâmide regular cuja base é limitada por um quadrado apresentado por Dante (2020), conforme a Figura 10 abaixo:

Figura 10 - Pirâmide quadrangular e sua planificação



Fonte: Dante (2020).

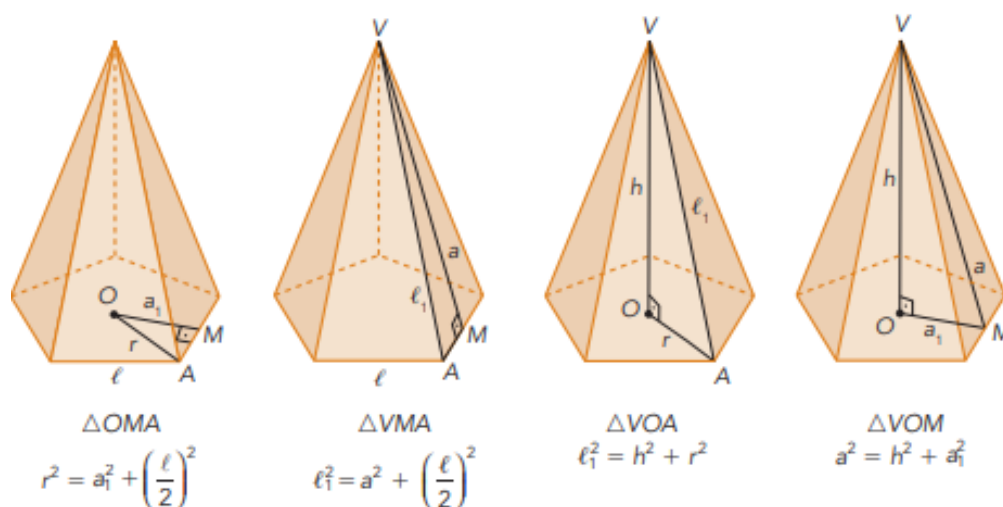
Nesse caso, Dante (2020) aponta conforme a figura 10 que, pode-se ainda afirmar:

- O segmento de reta (PG) que liga o vértice ao centro da base é a altura da pirâmide;
- As faces laterais são triângulos isósceles e congruentes;
- Altura de cada face lateral é chamada de apótema da pirâmide regular (a). (Dante 2020, p. 107).

É importante observar que, em toda pirâmide regular, deve-se destacar quatro importantes triângulos retângulos, nos quais aparecem a aresta da base (l), a aresta lateral (L_1), o raio da circunferência circunscrita à base (r), o apótema da pirâmide (a), o apótema da base (a_1) e a altura da pirâmide (h) (Dante, 2020).

O autor também demonstra a aplicação do Teorema de Pitágoras em uma pirâmide pentagonal regular, como ilustrado na Figura 11 a seguir:

Figura 11 - Pirâmide pentagonal



Fonte: adaptado de Dante (2020).

Em relação à área da base, Dolce e Pompeo (2020) explicam que a área da base de uma pirâmide depende do polígono que a forma. Por exemplo, se a base for quadrada, a área será calculada multiplicando os lados da base; se for triangular, aplicam-se as fórmulas usuais da área de triângulos. A área da base é fundamental não só para a visualização tridimensional da pirâmide, mas também para o cálculo do volume e da área total.

Sobre a área lateral, Leonardo (2020) observa que a área lateral de uma pirâmide regular pode ser calculada multiplicando a metade do perímetro da base pelo apótema. Esse cálculo é aplicável em pirâmides de base regular e fornece a medida das faces triangulares que conectam a base ao vértice.

Segundo Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa, (2020), a área da superfície de um pirâmide é composta de: Área da base (S_b) é a área do polígono da base; Área lateral (S_l) é a soma de todas as áreas das faces laterais; e Área total (S_t) é a soma da área lateral e da área da base, que se pode escrever como: $S_t = 2S_b + S_l$.

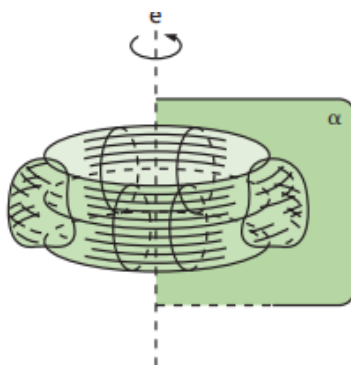
Dante e Viana (2020) destacam que o volume de uma pirâmide é calculado multiplicando a área da base pela altura da pirâmide e dividindo o resultado por três. Essa fórmula mostra uma relação interessante entre as pirâmides e os prismas, já que o volume da pirâmide é sempre um terço do volume de um prisma que teria a mesma base e altura que Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa, (2020) expressam como: $V = \frac{1}{3}S_b \cdot h$ em que V é o volume, S_b é a área da base e h é a altura.

1.3 SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

Os sólidos de revolução constituem uma importante classe de figuras geométricas tridimensionais obtidas pela rotação de uma figura plana em torno de um eixo. Segundo Leonardo (2020), esse conceito é amplamente utilizado na matemática e na física, permitindo a criação de modelos tridimensionais a partir de figuras bidimensionais.

Considerando um semiplano de origem e (eixo) e nele uma superfície S , girando o semiplano em torno de e , a superfície S gera um sólido chamado sólido de revolução (Dolce; Pompeo, 2020).

Figura 12 - Sólido de Revolução



Fonte: Adaptado Dolce e Pompeo (2020).

Entre os exemplos mais conhecidos de sólidos de revolução estão o cilindro, o cone e a esfera, assim como relata Leonardo (2020) e apresentado a seguir.

1.3.1 CILINDRO

Segundo Leonardo (2020), muitos artefatos de uso cotidiano e industrial, como fibras ópticas, seringas de injeção e tubos, apresentam formato cilíndrico. Os cilindros hidráulicos, em particular, são essenciais na geração de força mecânica em máquinas de setores variados, como o metalúrgico e o automobilístico.

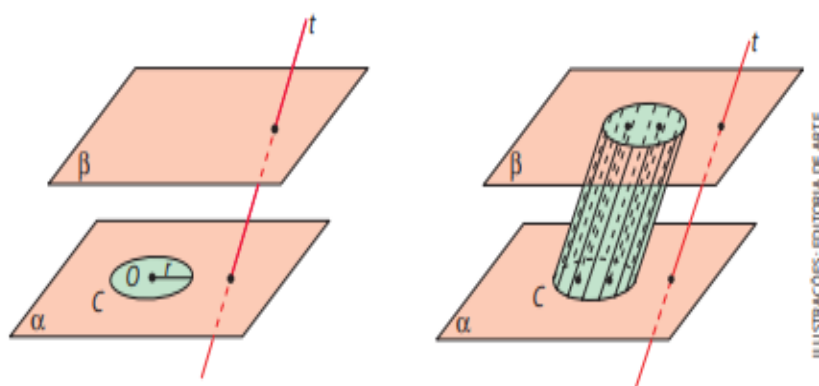
Para a criação dessas peças, é fundamental realizar cálculos precisos de suas medidas, como área de superfície e volume. Esse formato destaca a relevância dos cilindros em aplicações práticas e industriais. O cilindro é uma figura geométrica tridimensional que possui duas bases paralelas e congruentes em formato circular,

ligadas por uma superfície lateral curva. Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020) definem como:

Dados dois planos paralelos α e β , um círculo C de centro O e raio r contido em α e uma reta t secante aos planos α e β que não intersecta C , a figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta paralelos à reta t , com uma extremidade em um ponto do círculo C e a outra no plano β , é denominada cilindro circular ou simplesmente cilindro (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020, p. 111).

Essa passagem se traduz de forma geométrica como a Figura 13:

Figura 13 - Definição de Cilindro



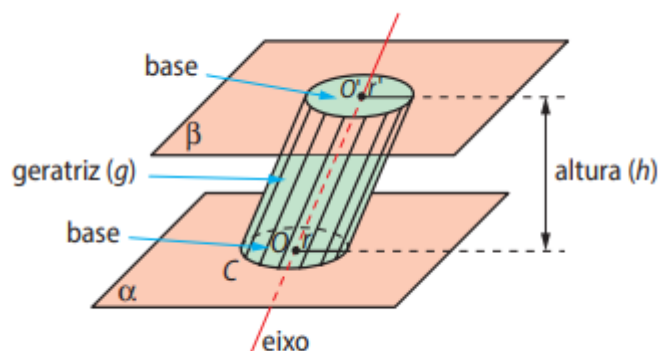
Fonte: (Bonjorno; Giovanni JR.; Sousa, 2020).

Considerando o cilindro apresentado na Figura 13, destaca-se os seguintes elementos:

- Bases: são os círculos de raio r e centros O e O' situados nos planos paralelos α e β , respectivamente;
- Raio da base: é o raio do círculo C ;
- Altura: é a distância entre os planos paralelos α e β , cuja medida indicaremos por h ;
- Eixo: é a reta OO' que contém os centros das bases;
- Geratrizes: são os segmentos de reta paralelos ao eixo e cujas extremidades são pontos das circunferências das bases, cuja medida indicaremos por g (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020, p. 111).

Para os autores Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa, (2020), figura 14 a seguir ilustra esses elementos.

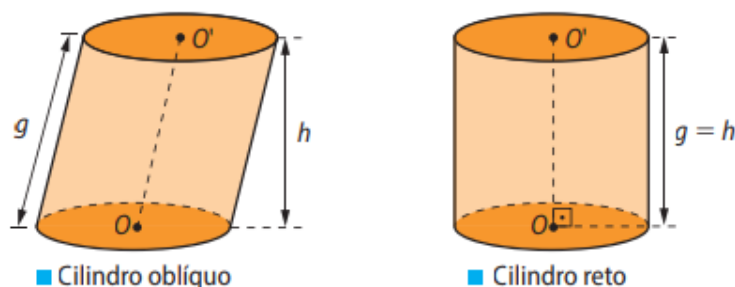
Figura 14 - Elementos do Cilindro



Fonte: (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020, p.124).

De acordo com Leonardo (2020), os cilindros podem ser classificados a partir da inclinação da reta geratriz em relação aos planos que contêm suas bases. Quando a reta geratriz é perpendicular aos planos das bases, o cilindro é considerado reto, e, nesse caso, o comprimento da geratriz é igual à altura do cilindro. Por outro lado, se a reta geratriz não é perpendicular, o cilindro é classificado como oblíquo, resultando em uma geratriz cujo comprimento é maior que a altura do cilindro (figura 15).

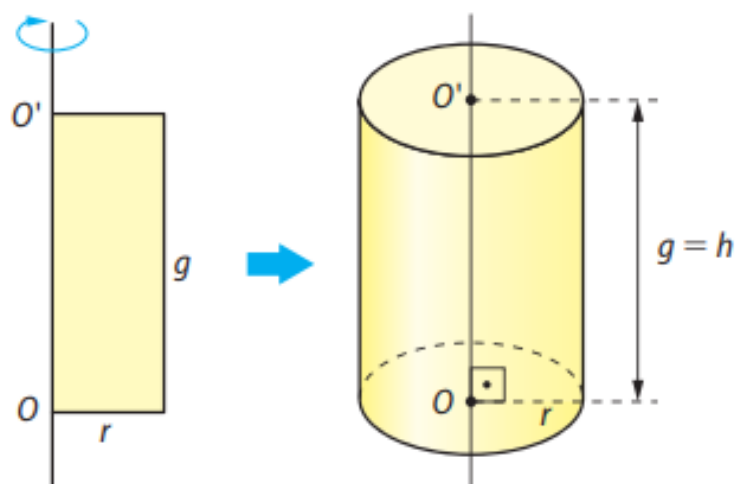
Figura 15 - Cilindro oblíquo/Cilindro reto



Fonte: adaptada de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020).

Leonardo (2020) explica que um cilindro circular reto também é chamado de cilindro de revolução por ser gerado pela rotação de um retângulo em torno de um de seus lados (figura 16). A medida desse lado corresponde à altura do cilindro, enquanto o lado perpendicular a ele corresponde ao raio da base.

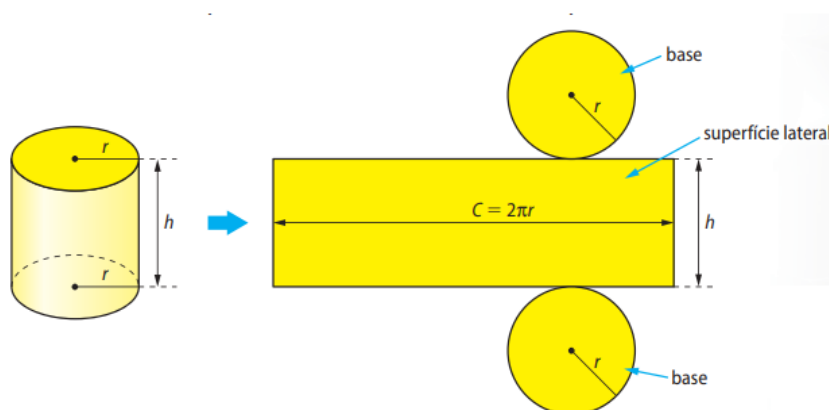
Figura 16 - Cilindro de revolução



Fonte: adaptada de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020).

As bases do cilindro circular são sempre círculos congruentes. Esses círculos determinam o diâmetro e o raio do cilindro, já a superfície lateral do cilindro é a porção curva que conecta ambas as bases circulares (Dolce; Pompeo, 2020). A superfície lateral é retangular quando planificada e tem a mesma altura do cilindro. A largura do retângulo resultante corresponde ao comprimento da circunferência de uma das bases circulares, conforme ilustrado na Figura 17.

Figura 17 - Cilindro e sua planificação



Fonte: adaptada de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020).

Segundo Bonjorno, a fórmula para calcular a área da base é $A_b = \pi r^2$, e a área lateral é $A_l = 2\pi r h$, na qual r é o raio da base e h é a altura do cilindro. Já a área total do cilindro, conforme explicam Dante e Viana (2020), é a soma da área lateral, e da área das duas bases circulares. A fórmula completa é $A_t = 2A_b + A_l$, que pode ser sintetizada com $A_t = 2\pi r(r + h)$.

O volume do cilindro é que representa a quantidade de espaço tridimensional que o sólido ocupa no espaço. Segundo Dolce e Pompeo, o volume do cilindro é dado pela fórmula $V = \pi r^2 h$, que é encontrada multiplicando a área da base pelo comprimento da altura.

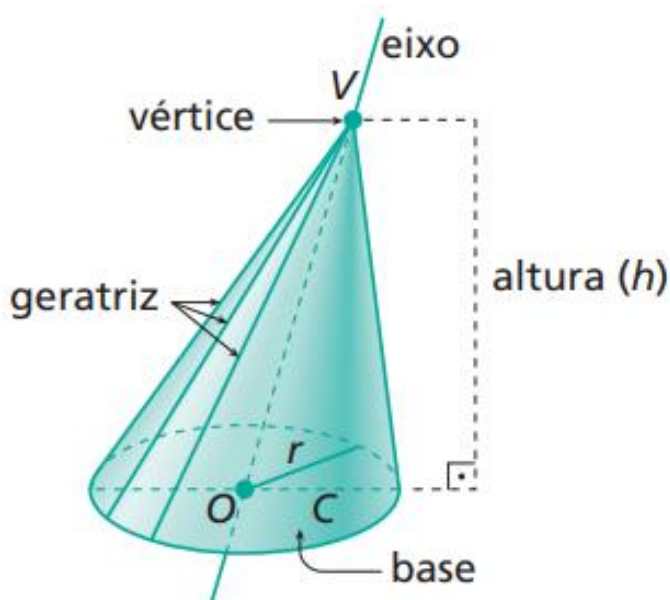
1.3.2 CONE

A forma do cone é comum em diversos objetos do cotidiano, como a casquinha de sorvete e o chapéu de aniversário. A seguir, é apresentada a definição geométrica de um cone.

Dado um plano α um círculo C contido em α e um ponto V que não pertence à figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade no ponto V e a outra em um ponto do círculo C é denominada cone circular ou, simplesmente, cone (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020).

Considere o cone representado na Figura 18 a seguir:

Figura 18 - Elementos do cone



Fonte: Adaptada de Leonardo (2020).

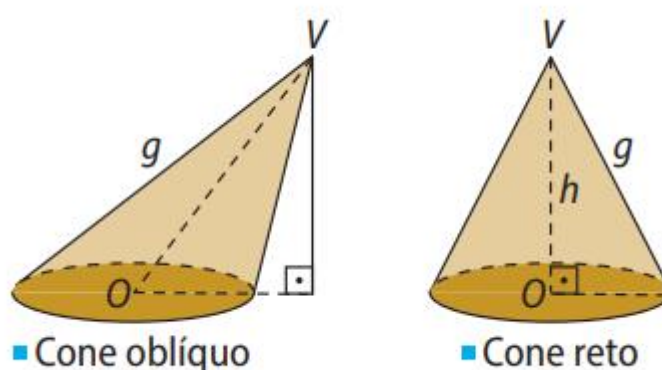
Os seguintes elementos são destacados por Leonardo (2020):

- Base – o círculo C de raio r e centro O .
- Vértice – o ponto V .

- Eixo – a reta VO.
- Geratrizes – os segmentos com extremidades em V e na circunferência da base do cone. No cone reto (que veremos a seguir), indicaremos o comprimento da geratriz por g .
- Altura do cone – a distância h do vértice V ao plano que contém a base. Leonardo (2020, p. 108).

Segundo Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), a classificação de um cone pode ser feita a partir da inclinação de seu eixo em relação ao plano da base. Quando o eixo do cone é perpendicular ao plano da base, o cone é classificado como reto, e, se o eixo for inclinado em relação à base, o cone é considerado oblíquo, ilustrado na Figura 19.

Figura 19 - Cone oblíquo / Cone reto



Fonte: adaptada de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020).

Segundo Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), um cone de revolução é formado quando um triângulo retângulo é girado ao redor de um dos seus lados perpendiculares (catetos). Nesse processo de rotação, a hipotenusa do triângulo forma a superfície lateral do cone, o lado que não gira define o raio da base e a altura corresponde ao outro cateto.

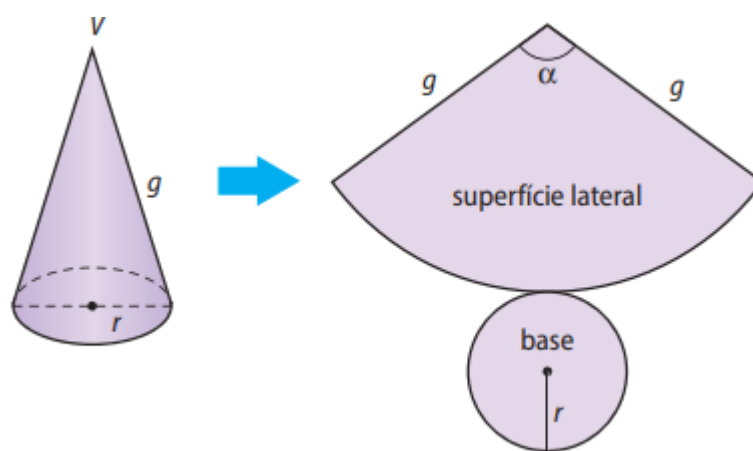
Dante e Viana (2020) descrevem que a base do cone é um círculo e o ponto mais alto acima da base é o vértice. A distância entre o vértice e o centro da base é chamada de altura do cone, e essa linha é perpendicular ao plano da base.

A geratriz do cone, conforme explicam Dolce e Pompeo (2020), é o segmento de reta que conecta o vértice do cone a qualquer ponto da circunferência da base. No cone de revolução, a geratriz tem a mesma medida em qualquer ponto da base, tornando o cálculo da área da superfície lateral e volume mais direto. A medida da

geratriz é maior do que a altura do cone e pode ser calculada usando o Teorema de Pitágoras por formar um triângulo retângulo com o raio da base e a altura.

De acordo com Leonardo (2020), a superfície lateral do cone é a parte curva que conecta a base ao vértice. Essa superfície pode ser planificada, resultando em um setor circular cujo raio é a geratriz do cone (figura 20). Essa planificação é útil para visualizar o cone em duas dimensões e para calcular sua área lateral. Observe o cone e sua planificação na Figura 20 a seguir.

Figura 20 - Cone e sua planificação



Fonte: adaptado de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020).

A área da base do cone pode ser calculada através da fórmula $A_b = \pi r^2$, e a área lateral $A_l = \pi r g$, onde r é o raio da base e g é a geratriz. Os autores Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020) ressaltam que esse cálculo é essencial em projetos que envolvem a construção de objetos cônicos.

A área total do cone, conforme discutem Dante e Viana (2020), é a soma da área lateral e da área da base. A fórmula completa para a área total é $A_t = A_b + A_l$, que pode ser simplificada a $A_t = \pi r(r + g)$.

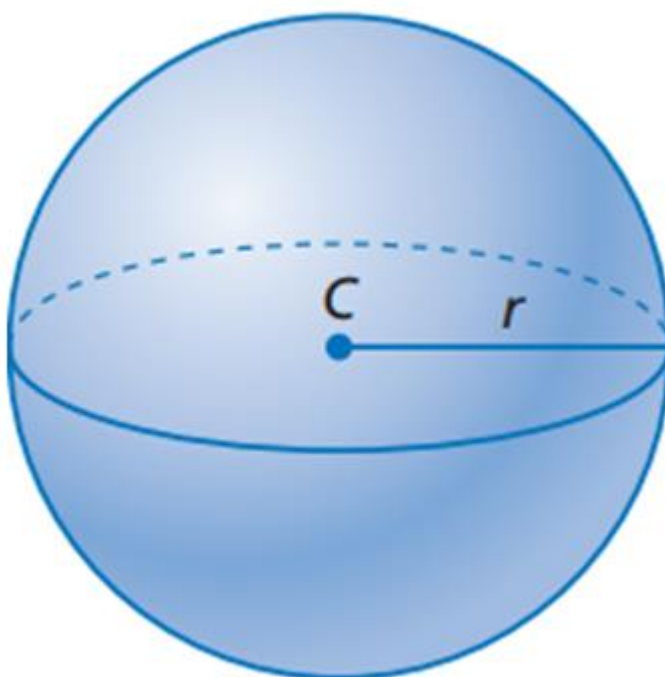
O volume do cone é uma medida importante e é dado pela fórmula $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, como destacado por Dolce e Pompeo (2020). O volume do cone representa o espaço tridimensional que ele ocupa e pode ser obtido multiplicando a área da base pela altura e, em seguida, dividindo o resultado por três. Essa fórmula é amplamente aplicada em problemas práticos de engenharia e design de recipientes cônicos.

1.3.3 ESFERAS

Muitos objetos e construções do cotidiano apresentam formatos que se assemelham a esferas ou a partes de uma esfera. Embora esses objetos não sejam esferas perfeitas, sua forma se aproxima o suficiente para que, em alguns cálculos, possam ser tratados como esferas (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020).

A esfera é um sólido geométrico tridimensional caracterizado pela total simetria em torno de seu centro e todos os pontos da sua superfície são equidistantes desse ponto central. Considerando um ponto C do espaço e um número real e positivo r , Leonardo (2020) a define como: esfera de centro C e raio r , o sólido formado por todos os pontos P do espaço que estão a uma distância de C menor ou igual a r , conforme ilustrado na Figura 21 a seguir:

Figura 21 - Esfera



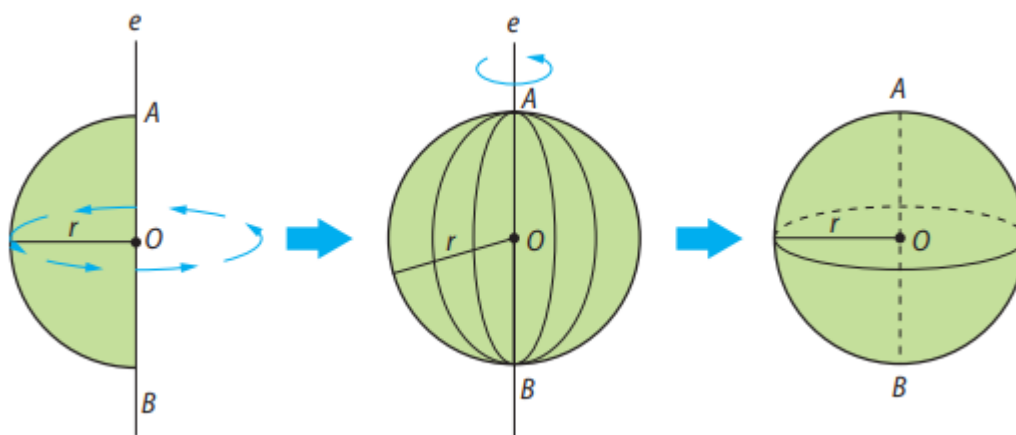
Fonte: Adaptado de Leonardo (2020).

A afirmação de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), uma esfera de revolução pode ser descrita como o sólido gerado pela rotação de um semicírculo ao redor de seu diâmetro. Esse tipo específico de esfera mantém as mesmas propriedades geométricas de uma esfera regular, com seu centro equidistante de todos os pontos

da superfície. As esferas de revolução são fundamentais na descrição de muitos fenômenos físicos, como as órbitas planetárias e a forma de planetas.

De acordo com Leonardo (2020, p.118), “assim como o cilindro e o cone, a esfera também pode ser considerada um sólido de revolução, pois pode ser obtida pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo que passa por seu diâmetro”, conforme ilustrado na Figura 22.

Figura 22 - Rotação de um semicírculo em torno de um eixo



Fonte: adaptada de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020).

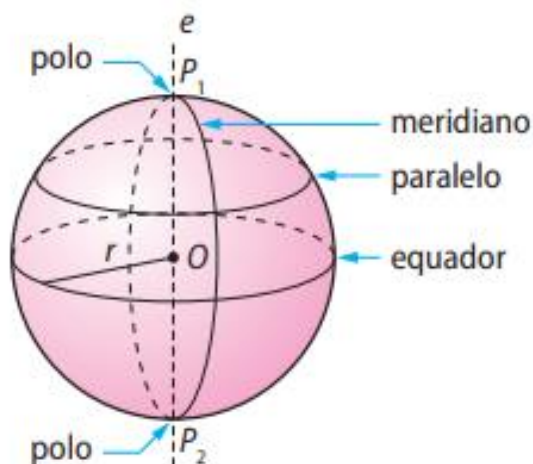
Conforme Dante (2020), a parte externa de uma esfera, conhecida como "casca", é chamada de superfície esférica, ou seja, é o conjunto de pontos P do espaço que estão a uma distância de C igual a r (figura 23).

De acordo com Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa (2020):

Dada uma esfera, destaca-se os seguintes elementos: eixo: é qualquer reta que contém o centro da esfera, e indicamos por e ; polos: são os pontos de intersecção da superfície esférica com o eixo e , e indicamos por P_1 e P_2 ; equador: é a circunferência de uma secção obtida por um plano perpendicular ao eixo e e que passa pelo centro da esfera; paralelo: é a circunferência de uma secção obtida por um plano perpendicular ao eixo e . É, portanto, paralelo ao equador; meridiano: é a circunferência de uma secção obtida por um plano que contém o eixo e . (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020, p. 129).

A afirmação de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), é demonstrado na Figura 23.

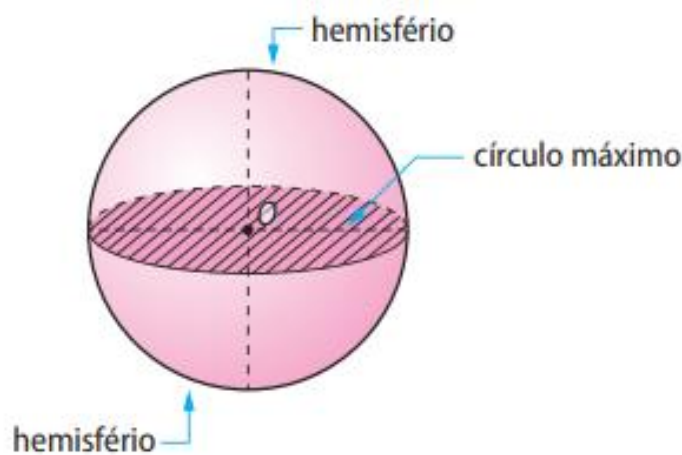
Figura 23 - Elementos da esfera



Fonte: adaptada de Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020).

Segundo Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), os círculos gerados pela intersecção de uma esfera com um plano que passa pelo centro da esfera, O , são denominados círculos máximos. Dentre esses, o equador é um círculo máximo específico (figura 24) que, ao ser definido em relação a um eixo fixo, divide a esfera em duas partes iguais, denominadas hemisférios.

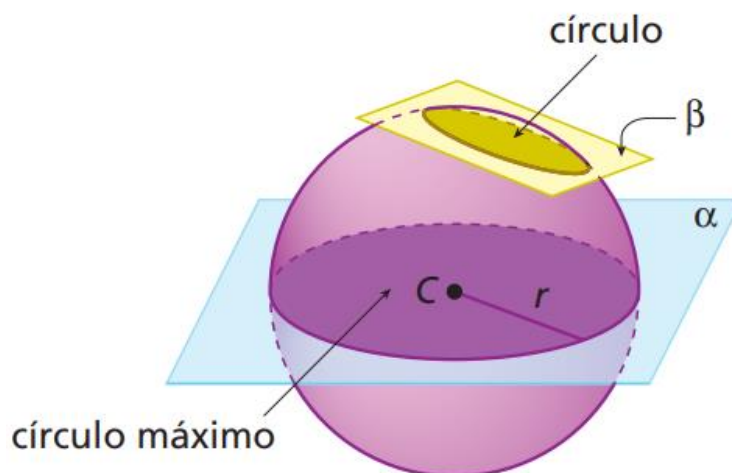
Figura 24 - Hemisfério



Fonte: adaptada de Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa (2020).

A intersecção de uma esfera com um plano é uma curva fechada que pode variar de um ponto a um círculo, dependendo da posição do plano. Como explica Leonardo (2020), quando o plano passa pelo centro da esfera, a intersecção forma um círculo cujo raio é igual ao da esfera. Caso o plano esteja a uma distância positiva menor do centro, mas sem passar por ele, a intersecção será um círculo menor.

Figura 25 - Secção da esfera



Fonte: Leonardo (2020).

Conforme Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa, (2020), ao estudar as interseções entre planos e esferas, o conceito de distância do centro da esfera ao centro do círculo gerado pela interseção é fundamental. A distância entre esses dois pontos é uma variável que permite determinar o tamanho do círculo gerado pela interseção e é usada em cálculos de projeção em problemas de geometria espacial.

A área da superfície de uma esfera é uma medida crucial para diversos cálculos. Dante e Viana (2020) explicam que a fórmula para calcular a área da superfície de uma esfera é dada por $A = 4\pi r^2$, onde é r o raio da esfera. Essa equação é utilizada em problemas de física e engenharia, como no cálculo de áreas expostas ao atrito e à resistência.

O volume da esfera, conforme descrito por Dolce e Pompeo (2020), é dado pela fórmula $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. O cálculo do volume de uma esfera é essencial para estimar a quantidade de espaço tridimensional ocupado por esse sólido, sendo aplicado em diversas áreas, como na determinação do volume de tanques esféricos, em balões e em modelos de moléculas.

Dolce e Pompeo (2020) ressaltam que a geometria da esfera também é fundamental no estudo de mapas e projeções geográficas. A superfície terrestre é modelada como uma esfera, e diversos sistemas de coordenadas e projeções utilizam esse formato para realizar cálculos precisos de distância, área e localização, o que é essencial na cartografia e na geolocalização.

1.4 O USO DE NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO

De acordo com Molinari, Retslaff e Santos (2018), as novas tecnologias digitais na escola estão sendo implantadas gradativamente e o professor deve ter um papel indispensável nesse processo de renovação. Essas tecnologias digitais precisam ser compreendidas como ferramentas que auxiliam o trabalho do professor, considerando que o educando tem disponível um mundo de informações na internet e a maioria manuseia esses aparelhos (smartphones, tablets, etc.) com desenvoltura e rapidez.

A forma acelerada com que inovações tecnológicas vêm tomando corpo é, atualmente, uma característica marcante de nossa sociedade. De maneira cada vez mais rápida, os computadores pessoais têm maior capacidade de processamento e memória, as interfaces ficam mais amigáveis e interativas e a conexão da internet mais veloz.

Além disso, surgem novos tipos ou versões mais atualizadas de linguagens de programação, sistemas operacionais, softwares, aplicativos para internet, redes sociais e equipamentos eletrônicos multifuncionais portáteis, como notebooks, tablets, smartphones, câmeras digitais, dentre outros. As dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática.

A preocupação com essas transformações e como elas repercutem na formação das novas gerações estão descritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

A dinamicidade e a fluidez das relações sociais – seja em nível interpessoal, seja em nível planetário – têm impactos na formação das novas gerações. É preciso garantir às jovens aprendizagens para atuar em uma sociedade em constante mudança, prepará-los para profissões que ainda não existem, para usar tecnologias que ainda não foram inventadas e para resolver problemas que ainda não conhecemos. Certamente, grande parte das futuras profissões envolverá, direta ou indiretamente, computação e tecnologias digitais (Brasil, 2018, p.473).

Nesse contexto, a BNCC sugere na Educação Básica conhecimentos, habilidades, atitudes e valores referentes ao pensamento computacional, ao mundo digital e à cultura digital:

- pensamento computacional: envolve as capacidades de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos;
- mundo digital: envolve as aprendizagens relativas às formas de processar, transmitir e distribuir a informação de maneira segura e confiável em diferentes artefatos digitais – tanto físicos (computadores, celulares, tablets etc.) como virtuais (internet, redes sociais e nuvens de dados, entre outros) –, compreendendo a importância contemporânea de codificar, armazenar e proteger a informação;
- cultura digital: envolve aprendizagens voltadas a uma participação mais consciente e democrática por meio das tecnologias digitais, o que supõe a compreensão dos impactos da revolução digital e dos avanços do mundo digital na sociedade contemporânea, a construção de uma atitude crítica, ética e responsável em relação à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais, aos usos possíveis das diferentes tecnologias e aos conteúdos por elas veiculados, e, também, à fluência no uso da tecnologia digital para expressão de soluções e manifestações culturais de forma contextualizada e crítica. Especificamente para o Ensino Médio (Brasil, 2018, p. 474).

Quando se olha grande parte das pesquisas em Educação Matemática desenvolvidas no Brasil nos últimos trinta anos, nota-se diversificados contextos, propostas e perspectivas com relação ao uso didático e pedagógico de tecnologias digitais para investigação matemática. Nas reflexões realizadas, pareceu pertinente e interessante argumentar acerca de uma perspectiva estruturada em quatro fases para discutir o uso de tecnologias na educação matemática no Brasil (Borba, 2020), conforme apresenta o Quadro 01.

Quadro 1 - Primeira fase das tecnologias digitais em Educação Matemática

A primeira fase
Nos anos 1980 o uso de calculadoras simples e científicas e de computadores já era discutido em educação matemática. Durante essa fase, expressões como “tecnologias informáticas” (TI) ou tecnologias computacionais começaram a ser utilizadas pelas pessoas para se referirem ao computador ou software, por exemplo. A primeira fase é também o momento de surgimento da perspectiva de que as escolas poderiam ou deveriam ter laboratórios de informática. A informática começou a disseminar-se no sistema educacional brasileiro nos anos 80 e início de 90, do século XX, com uma iniciativa do Ministério da Educação. Inicialmente o MEC patrocinou um projeto, denominado EDUCOM⁶, destinado ao desenvolvimento de pesquisas e metodologias sobre o uso do computador como recurso pedagógico, do qual participavam cinco universidades públicas, nas quais foram implantados centros-piloto para desenvolver investigações voltadas ao uso do computador na aprendizagem.

⁶ O Projeto EDUCOM foi iniciado em 1985 e encerrado em 1991. As seguintes universidades faziam parte do Projeto: Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Embora pesquisas sobre tecnologia na educação matemática estivessem sendo realizadas no Brasil durante este tempo [primeira fase], o papel das tecnologias no processo de inserção não era o foco central. No início da tentativa de formar os professores para fazer uso de computadores, parece ter havido menos ênfase sobre o que ensinar [...] e muito mais sobre como se poderia/deveria ensinar. Neste sentido, a forma como a perspectiva construcionista foi explorada no contexto brasileiro pode ser contrastada com a forma como ela foi interpretada em outros cenários, na qual a visão de Papert sobre reconstruir uma matemática mais “aprendível” tinha um papel central. As preocupações epistemológicas sobre matemática (ou mesmo qualquer outra área curricular) parecem estar ausentes nos primeiros debates sobre a integração de computadores no sistema de ensino brasileiro. Assim, até recentemente, o papel predominante atribuído à tecnologia no contexto brasileiro foi o de agente potencial para uma mudança pedagógica, que, em grande parte, ainda não aconteceu.

Fonte: adaptado de Borba (2020).

A transição da primeira para a segunda fase das tecnologias digitais em Educação Matemática evidencia um movimento de maior popularização e acessibilidade ao uso de computadores pessoais (Borba, 2020). Enquanto a primeira fase se concentrou nos esforços iniciais para integrar a informática ao sistema educacional, a segunda fase, detalhada no Quadro 2, apresenta um avanço significativo nas possibilidades pedagógicas com o uso de tecnologias digitais.

Quadro 2 - Segunda fase das tecnologias digitais em Educação Matemática

A segunda fase
A segunda fase tem início na primeira metade dos anos 1990, a partir da acessibilidade e popularização do uso de computadores pessoais. Nessa fase, existe grande variedade de perspectivas sobre como estudantes, professores e pesquisadores viam o papel dos computadores em suas vidas pessoais e profissionais. Muitos nunca utilizaram um computador durante essa fase, por razões como desconhecimento de sua existência, desinteresse, falta de oportunidade, insegurança ou medo. Outros utilizaram, mas não vislumbravam os novos rumos que a humanidade seguiria mediante seu uso ou então foram totalmente contra seu uso educacional. Outros ainda, por perceberem as transformações cognitivas, sociais e culturais que ocorreriam com o uso de TI, buscaram explorar possibilidades didáticas e pedagógicas. Diversos softwares educacionais foram então produzidos por empresas, governos e pesquisadores. Professores passaram a encontrar, em cursos de formação continuada, suporte e alternativas para que TI fossem utilizadas em suas aulas. Contudo, foi necessário que os professores se movessem de suas zonas de conforto em direção a zonas de risco, ou que os professores encontrassem conforto em estar sempre ousando na zona de risco. Assim professores podem vivenciar o risco de introduzir as tecnologias informáticas, saindo de uma zona de conforto, ou podem ver o conforto de vivenciar o risco de lidar com as TI em ambientes educacionais. Nessa fase destacamos o uso dos softwares voltados às múltiplas

representações de funções (como o Winplot, o Fun e o Graphmatica) e de geometria dinâmica (como o Cabri Géomètre e o Geometricks). O uso de sistemas de computação algébrica (como o Maple) também merece destaque, mas não o exploraremos neste livro. Esses softwares são caracterizados não apenas por suas interfaces amigáveis, que exigem pouca ou nenhuma familiaridade com linguagens de programação, mas principalmente pela natureza dinâmica, visual e experimental.

Assim, a demonstração em Matemática se desenvolveu de forma mais completa com a disponibilidade de papel barato, da mesma forma como simulações foram incentivadas pelos computadores. Humanos criam essas tecnologias e são influenciados por elas, gerando um conhecimento historicamente datado. Entendemos que isso se dá também no conhecimento construído em sala de aula.

Foi na segunda fase que discutimos o uso de vídeos digitais em sala de aula em diferentes momentos neste livro. De antemão, já destacamos que um dos principais aspectos que enfatizamos nesse contexto é a integração que envolve diversificados atores humanos e tecnológicos na produção de conhecimentos matemáticos nos ambientes de aprendizagem e disseminação ou compartilhamento na internet. Os vídeos digitais, que podem ser concebidos enquanto narrativas ou textos multimodais, compilam diversos modos de comunicação como oralidade, escrita, imagens dinâmicas, espaços, formas de gestualidade e movimentos etc., integrados ao uso de diferentes tecnologias como giz e lousa, o GeoGebra, câmera digital, notebooks, dentre outras. Isso implica em aspectos diferenciados no que diz respeito à natureza do pensamento matemático que envolve a formação de coletivos pensantes de seres-humanos-com-mídias em salas de aula, as quais temos investigado enquanto ambientes multimodais de aprendizagem.

Fonte: adaptado de Borba (2020).

a segunda fase ampliou as possibilidades pedagógicas com o surgimento de softwares educativos mais sofisticados e o avanço na formação continuada de professores. Essa progressão marcou uma mudança significativa, na qual os educadores começaram a sair de suas zonas de conforto Borba (2020). A terceira fase das tecnologias digitais em Educação Matemática introduz um marco importante: o advento da internet, conforme detalhado no Quadro 3.

Quadro 3 - Terceira fase das tecnologias digitais em Educação Matemática

A terceira fase
A terceira fase tem início por volta de 1999 com o advento da internet. Em educação, a internet começa a ser utilizada como fonte de informações e como meio de comunicação entre professores e estudantes e para a realização de cursos à distância para a formação continuada de professores via e-mails, chats e fóruns de discussões, por exemplo. Nessa fase, devido à natureza informacional e comunicacional da internet, além do termo “TI”, surgem e se consolidam expressões como “tecnologias da informação” e “tecnologias da informação e comunicação” (TIC). Dentro dessa fase, um exemplo interessante de atividade envolvendo a investigação matemática coletiva realizada por professores em formação continuada

em um curso online a distância é apresentado por Borba (2012): Como a equação $2^x = 5$ pode ser resolvida utilizando-se o software Winplot?

A investigação coletiva com o Winplot, realizada a partir de uma interação em um ambiente virtual de aprendizagem, ofereceu meios para que diversas soluções gráficas e algébricas fossem exploradas. O ambiente virtual permitia a interação síncrona através de videoconferências e os participantes podiam também manipular o Winplot, um de cada vez, com um recurso digital no qual os responsáveis (tutores) passavam um “lápiz virtual” aos participantes que o solicitassem. De posse do lápis virtual, o participante podia manipular o Winplot e todos os participantes visualizavam as alterações que aconteciam no software. Na realidade, grande parte das atividades foram resolvidas a partir de combinações utilizando-se o Winplot e lápis e papel, ou seja, a partir do uso de diversificadas mídias.

Essa fase encontra-se em franco desenvolvimento e vem transformando softwares da segunda fase, e ao mesmo tempo vem sendo influenciada por novas possibilidades da quarta fase.

Fonte: adaptado de Borba (2020).

A transição da terceira para a quarta fase foi impulsionada pelo advento da internet rápida e pela evolução das tecnologias digitais. Na quarta fase, a ênfase recai sobre a multimodalidade e a interatividade, com o uso crescente de plataformas online, aplicativos móveis e recursos audiovisuais, segundo Borba (2020) detalha no Quadro 4.

Quadro 4 - Quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática

A quarta fase
Vivenciando a quarta fase com relação ao uso de tecnologias em educação matemática. Essa fase teve início em meados de 2004, com o advento da internet rápida. Desde então a qualidade de conexão, a quantidade e o tipo de recursos com acesso à internet têm sido aprimorados, transformando a comunicação online. A quarta fase, em relação à qual se tornou comum o uso do termo “tecnologias digitais” (TD) é caracterizada por diversos aspectos, como: GeoGebra • Integração entre GD e múltiplas representações de funções; • cenários inovadores de investigação matemática. Multimodalidade • Diversificados modos de comunicação passaram a estar presentes no ciberespaço; • uso de vídeos na internet; • fácil acesso a vídeos em plataformas ou repositórios (You-Tube e TED Talks); • produção de vídeos com câmeras digitais e softwares de edição com interfaces amigáveis. Novos designs e interatividade: • Comunicadores online – telepresença (Skype); • ambientes virtuais de aprendizagem (Moodle, ICZ e Second Life); • aplicativos online (applets); • objetos virtuais de aprendizagem (RIVED). Tecnologias móveis ou portáteis:

- Celulares inteligentes, tablets, laptops, dentre outros;
- Comunicação por sms;
- multifuncionalidade;
- câmeras digitais, jogos e outros aplicativos;
- multiconectáveis (USB);
- interação através do toque em tela;
- acesso à internet.

Performance:

- Estar online em tempo integral;
- internet na sala de aula;
- reorganização de dinâmicas e interações nos ambientes escolares;
- redes sociais (Facebook);
- compartilhamento de vídeos (YouTube);

Matemática dos estudantes passa a ir além da sala aula:

- torna-se pública no ciberespaço;
- presente em diversos tipos de diálogos e cenários sociais.

Performance matemática digital:

- Uso das artes na comunicação de ideias matemáticas;
- estudantes e professores como artistas;
- produção audiovisual e disseminação de vídeos na internet;
- narrativas multimodais e múltiplas identidades online;
- surpresas, sentidos, emoções e sensações matemáticas;
- ambientes multimodais de aprendizagem;
- novas imagens públicas sobre a Matemática e os matemáticos. Esses aspectos nos trazem inquietações, questionamentos e perguntas a serem ainda formuladas. Isso torna a quarta fase um cenário exploratório, fértil ao desenvolvimento de investigações e à realização de pesquisas.

Fonte: adaptado de Borba (2020).

A quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática destaca-se por integrar a multimodalidade, a interatividade e o uso de dispositivos móveis no ensino e na aprendizagem. Com o avanço da internet rápida e o acesso facilitado a tecnologias como smartphones, tablets e plataformas digitais, a matemática passou a transcender os limites da sala de aula, alcançando o ciberespaço e promovendo interações em diversos contextos sociais Borba (2020).

Atualmente, tanto a computação como as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) estão praticamente em todos os lugares, moldando a comunicação, o transporte, as relações interpessoais e influenciando a nossa vida. A ciência e a tecnologia evoluem rapidamente, e essa constante transformação reflete diretamente no funcionamento da sociedade e, conseqüentemente, no mundo do trabalho e na educação. A preocupação com essas transformações e como elas repercutem na formação das novas gerações estão descritas na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018).

1.5 SOFTWARE GEOGEBRA

De acordo com Fernandes, Marzagão e Santos (2017), o GeoGebra criado por Markus Hohenwarter é um software livre e gratuito de matemática dinâmica que reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Ele tem a vantagem didática de apresentar, concomitantemente, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica. O objetivo é incentivar a criatividade, a absorção de conhecimento e capacidade de desenvolver projetos e promover mudanças no processo de ensino-aprendizagem.

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculo. Projetado para apoiar a aprendizagem e o ensino de matemática em diferentes níveis de escolaridade, o GeoGebra oferece uma plataforma interativa, na qual educandos e professores podem explorar conceitos matemáticos de forma visual e experimental (Hohenwarter, 2023).

Considerando que o GeoGebra tem sido muito explorado com esses propósitos, de forma que se visa descrever as interações entre professores de matemática da escola básica também do ensino superior em um ambiente que integra o GeoGebra na resolução de problemas relacionados ao ensino de álgebra.

Uma forma de abordagem que trabalha diretamente com a interação do educando com o computador é a proposta construtivista, sob a qual o professor toma o papel de mediador entre o educando e o computador no processo de ensino e aprendizagem. Nessa proposta o desenvolvimento cognitivo é um processo ativo de construção e reconstrução das estruturas mentais nas quais o conhecimento não pode ser simplesmente transmitido pelo professor para o educando (Maltempi, 2005).

Segundo Valente (1996), os softwares educativos são pensados, programados e implementados para objetivos educacionais, fora e dentro da escola. Seu principal propósito é o ensino ou o autoaprendizado e tem como objetivo principal contribuir para o estudante obter novos conhecimentos. Podem ser classificados tutoriais, jogos educacionais, exercício e prática de simulação, de geometria dinâmica, entre outros.

Entre esses softwares, destaca-se o GeoGebra, que explorando seus recursos, facilita a interpretação no estudo de funções. O software GeoGebra possibilita que o educando construa gráficos e objetos e explore, ao mesmo tempo, suas características geométricas e algébricas, bem como as particularidades e

generalizações presentes nas construções. Ao fazer esse tipo de abordagem, insere-se o educando em um ambiente de aprendizado em que ele pode interagir com os gráficos das funções de modo que lhe seja facilitada a abstração (Fernandes, Marzagão e Santos, 2017).

Os softwares de geometria dinâmica têm um diferencial, de acordo com Inforsato et al. (2009), de possuir recursos que possibilitam a transformação contínua, em tempo real, ocasionada pelo arrastar do mouse. Esses recursos permitem explorar propriedades geométricas de forma muito mais eficiente do que quando se utilizam somente os instrumentos convencionais, tais como régua e compasso.

Segundo Valente (1997), a implantação desses ambientes virtuais de ensino está ligada à melhoria da compreensão dos conteúdos pelos educandos. Os softwares educacionais, como o GeoGebra, facilitam a visualização e aumentam as possibilidades de experimentação e investigação matemática, estimulando a reflexão sobre os fatos e possibilitando a passagem do saber-fazer para o compreender.

O PCN de matemática faz uma inferência sobre a importância no ensino fundamental do estudo das transformações geométricas no plano.

As atividades que envolvem as transformações de uma figura no plano devem ser privilegiadas nesses ciclos, porque permitem o desenvolvimento de conceitos geométricos de uma forma significativa, além de obter um caráter mais “dinâmico” para esse estudo. O estudo das transformações isométricas (transformações do plano euclidiano que conservam comprimentos, ângulos e ordem de pontos alinhados) é um excelente ponto de partida para a construção das noções de congruência. O estudo das transformações que envolvem a ampliação e redução de figuras é um bom ponto de apoio à construção do conceito de semelhança. (Brasil, 1998, p.124).

Acredita-se que as transformações através da geometria como tecnologia transmitida por meio da educação conseguem levar o indivíduo, tanto em seu aspecto profissional quanto pessoal, a reconhecer e aproveitar oportunidades, formando novas ideias e organizando recursos necessários, pensando de forma criativa e crítica (Fainguelernt; Nunes, 2012).

É preciso sair do processo de receber passivamente as informações, decorando-as e repetindo-as, para olhar a realidade, detectar os problemas, as curiosidades, as situações e os fatos que permeiam a vida pessoal, profissional e social e, apoiados por conhecimentos herdados e constantemente reconstruídos, desenvolver a capacidade de analisar, comparar, argumentar, refletir, compreender e reconstruir contextos. Assim, nas últimas décadas, a sociedade tem se deparado com

avanços da ciência e da tecnologia, construindo um novo cenário que clama por novas posturas didáticas.

O desenvolvimento das atividades com a utilização do software GeoGebra podem proporcionar discussões que contribuiriam para uma formação calcada na (re)construção de saberes por meio do diálogo e das interações coletivas, com vistas ao desenvolvimento de uma matemática para o ensino (Davis; Simmt, 2006).

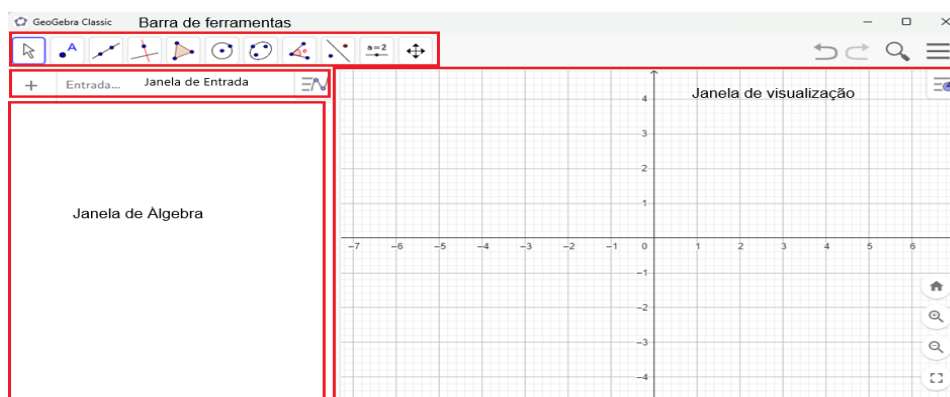
Por ser uma multiplataforma, o GeoGebra possui portabilidade em todos os sistemas operacionais, além de poder ser instalado em tablets, smartphones e computadores. A instalação do *software* GeoGebra deve ser feita por meio do site oficial <www.geogebra.org/download>, pelo Play Store (Android) ou pela App Store (IOS), seguindo as orientações para baixá-lo (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020).

A interface do GeoGebra é intuitiva e acessível, dividida em várias seções que permitem ao usuário navegar facilmente entre suas funcionalidades. A tela principal é composta por:

- Barra de ferramentas: composta por 11 caixas com diversas ferramentas, relacionadas ao seu subgrupo. Para acessá-las, basta clicar no canto inferior direito de cada caixa, mostrando várias opções. Ao escolher uma das ferramentas, ela aparecerá como capa da caixa e, ao sobrepor o cursor do mouse sobre uma caixa, será apresentado às orientações da ferramenta selecionada;
- Janela de Álgebra: mostra as equações e coordenadas das construções feitas, ou seja, as representações algébricas;
- Janela de visualização: mostra polígonos, circunferências e gráficos de funções das construções feitas, ou seja, as representações gráficas;
- Janela de entrada: coordenadas, equações, comandos ou funções podem ser inseridas. Por conseguinte, ao pressionar a tecla “Enter”, a representação algébrica do objeto é mostrada na janela de álgebra, no entanto, a gráfica é representada na janela de visualização.

Como é possível visualizar na Figura 26 abaixo:

Figura 26 - Barra de Ferramenta/Janela de entrada

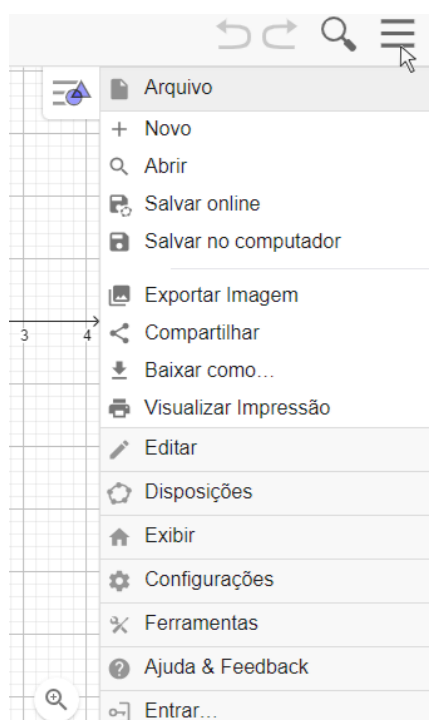


Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Além das janelas de Visualização e de Álgebra, que são mostradas na tela inicial padrão, o GeoGebra possui outras janelas que são acionadas no menu Exibir a depender da construção a ser representada. Ademais, todas as janelas estão interligadas, portanto, ao realizar uma alteração em um objeto de determinada janela, todas as representações desse objeto serão alteradas automaticamente.

O Menu, representado por ($\equiv$), localiza-se no canto superior direito da tela inicial, contendo suas subdivisões, que realizam funções específicas para o funcionamento do *software*.

Figura 27 - Menus



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

- Menu Arquivo: seu objetivo é, elaborar o arquivo das construções feitas, contendo opções como criar novo arquivo, abrir um arquivo já existente, salvar (on-line ou no computador), compartilhar e visualizar impressão;
- Menu Editar: sua função é formatar o arquivo, apresentando ferramentas que facilitam a edição, como desfazer, refazer, copiar, colar e selecionar tudo;
- Menu Disposições: apresenta as janelas de visualizações do GeoGebra com configurações matemáticas, por exemplo gráfico, janela CAS, geometria, janela 3D, planilha de cálculos, probabilidades e modo exame;
- Menu Exibir: proporciona a abertura de múltiplas janelas na página inicial, facilitando a visualização do objeto em várias formas;
- Menu configurações: assim como a maioria dos aplicativos, as configurações apresentam funções típicas de idioma e de tamanho da fonte, no entanto, o GeoGebra contém uma função específica, como Arredondamento, que estabelece a quantidade de casas decimais;
- Menu Ferramentas: responsável por facilitar a realização do trabalho, determinando as ferramentas disponíveis e fornecendo a opção de criar ou gerenciar uma ferramenta;
- Ajuda e Feedback: via de contato entre usuários e criadores do *software*, disponibiliza o manual de instruções e tutorial, além de fornecer as opções de Ajuda e Reportar Erro.

Conclui-se que o Menu fornece todas as ferramentas disponibilizadas pelo *software*, que viabilizam a criação, edição e compartilhamento das construções, caracterizando-se, assim, a essência do GeoGebra.

1.6 CONCURSO FOTOGEBRA

O concurso FotoGebra, desenvolvido pela Prof^a Karina Amalia Rizzo, foi a inspiração para o concurso desenvolvido no Colégio Estadual Francisco Moreira Alves, na cidade de Jaborandi-Ba.

Iniciado em 2016, o FotoGebra combina matemática, fotografia e o uso do *software* GeoGebra, visando despertar o interesse dos educandos pela matemática

(Rizzo, 2019). Essa versão internacional do concurso, idealizada por Rizzo, propõe que os participantes captem conceitos matemáticos a partir de fotografias, que depois são transformadas em problemas matemáticos resolvidos com o auxílio do GeoGebra (Rizzo e Costa, 2016). Essa abordagem inspirou a adaptação local do concurso, que será detalhada nos próximos capítulos.

O FotoGebra é um evento anual de alcance internacional, aberto a estudantes de 13 a 17 anos e professores em formação, principalmente da Argentina (Rizzo e Costa, 2023). Ele desafia os participantes a capturarem conceitos matemáticos a partir de fotografias, que depois são transformadas em problemas matemáticos resolvidos com o auxílio do GeoGebra (Rizzo, 2016).

O concurso tem como lema “Atrapa con tu foto un concepto matemático, si puedes...”, que traduzido para o português significa “Pegue um conceito matemático com sua foto, se puder...”. (Rizzo e Costa, 2023). Essa abordagem criativa propõe que, a partir de uma fotografia, os participantes desenvolvam problemas que envolvem modelagem matemática, promovendo assim um aprendizado mais contextualizado e dinâmico (Rizzo, 2016).

Desde sua criação, o FotoGebra tem se expandido. Sua primeira edição, contou com a participação de 50 estudantes de escolas secundárias de Quilmes, na Província de Buenos Aires (Rizzo, 2019). Devido ao sucesso, o concurso passou a ser patrocinado pelo Instituto GeoGebra de La Plata e pela Federação Iberoamericana de Sociedades de Educação Matemática (FISEM), ampliando sua abrangência (Rizzo e Costa, 2023).

As edições subsequentes do concurso continuaram a fomentar o interesse pela matemática ao integrar fotografia e modelagem matemática. A edição de 2021, por exemplo, destacou a diversidade de situações matemáticas exploradas a partir das fotos e como o GeoGebra facilita o processo de modelagem, promovendo a compreensão de funções, variações e dependências matemáticas (Rizzo e Costa, 2023).

O FotoGebra não só oferece uma forma inovadora de explorar a matemática como também desenvolve competências digitais e promove o uso de tecnologias educativas na sala de aula (Rizzo e Costa, 2023). Isso tem contribuído para uma nova forma de ensino da matemática, mais envolvente e conectada com a realidade dos estudantes (Rizzo, 2020).

2. RELATÓRIO DA REVISÃO DE LITERATURA

Nesta revisão de literatura, optou-se por analisar dissertações disponibilizadas integralmente e de forma gratuita no **Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES**, acessível no endereço eletrônico: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

Para a realização das buscas, foram utilizadas as seguintes palavras-chave: Análise, Cotidiano, Ensino, Fotografias, Fotos, GeoGebra, Geometria Espacial, Imagens, Livros Didáticos, Matemática, Modelagem Matemática, Sequência Didática, Software GeoGebra, Volume. A palavra *FotoGebra* também foi testada, porém, não foram encontrados resultados associados a esse termo, indicando a inexistência de dissertações relacionadas diretamente a ele no repositório consultado.

Após a definição das palavras-chave, foram elaboradas strings específicas para a pesquisa no Catálogo da CAPES. Nos resultados encontrados, aplicaram-se os seguintes filtros: trabalhos publicados nos últimos 8 anos; estudos diretamente relacionados à área de Matemática; pesquisas aplicadas aos anos finais do Ensino Fundamental II ou ao Ensino Médio. Posteriormente, realizou-se a leitura dos resumos dos trabalhos filtrados, com o objetivo de verificar sua relevância e alinhamento aos objetivos desta pesquisa.

Quadro 5 - String e resultados de busca

Item	Strings de busca	Resultados	Selecionados
1	"Geogebra" AND "Geometria Espacial" AND "Sequência Didática"	6	3
2	"Imagens" OR "Fotografia" OR "fotos" AND "Ensino"	0	0
3	"Imagens" OR "Fotografia" OR "fotos" AND "Matemática"	0	0
4	"Imagens" OR "Fotografia" OR "fotos" AND "Geometria"	0	0
5	"Fotografia" AND "Matemática" AND "Sequência didática"	4	1
6	"Modelagem matemática" AND "volume"	234	1
7	"LIVROS DIDATICOS" AND "GEOMETRIA" AND "ANÁLISE"	118	1
8	"Fotografia" AND "Geogebra"	1	0
9	"Fotografia" AND "Geometria espacial"	1	1
10	"Sequência didática" AND "Geogebra" AND "Fotografia"	0	0
11	"livros didáticos" AND "Sequência didática" AND "Imagens"	0	0

12	"Software geogebra" AND "Imagens"	0	0
13	"Cotidiano" AND "Geogebra" AND "Geometria"	4	2

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

No quadro 3, foram selecionadas nove (09) dissertações que abordavam a temática em questão, servindo como base para a análise desta pesquisa. A seleção foi realizada de forma criteriosa, priorizando trabalhos que dialogassem diretamente com a proposta do Concurso FotoGebra: Matemática, Fotografia e GeoGebra. Dessa forma, buscou-se identificar práticas e abordagens que pudessem enriquecer o desenvolvimento da pesquisa.

Quadro 6 - Resultados da busca das dissertações selecionados para pesquisa

ITEM	AUTORES	TÍTULO	ANO	INSTITUIÇÃO
1	TAVARES, Luciana Cristina de Melo	A GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO: Uma sequência didática utilizando a fotografia, os ambientes não formais de ensino e os objetos virtuais de aprendizagem	2016	UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
2	PINHEIRO, Nicson Nongelle Gomes	O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA COMO MECANISMO PARA PRODUÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO E ESTUDO DE OBJETOS DO COTIDIANO DOS EDUCANDOS	2017	UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI
3	SOUSA, Cleber Pereira de	OLIMPÍADAS DE MATEMÁTICA: Planejamento, organização e contribuições para o ensino e aprendizagem	2020	UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAÚI

4	SOUZA, Tiago de Castro	O TEOREMA DE PAPPUS GULDIN E O PRINCÍPIO DE CAVALIERI: uma proposta de cálculo de volume de sólidos de revolução no Ensino Médio	2021	UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
5	GUIMARÃES, Douglas Ribeiro	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA PERMEANDO CAPÍTULOS DE GEOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS: Entre direcionamentos, contextos e enunciados	2022	UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
6	PEIXOTO, Thalís	FOTOGRAFIA COMO UM RECURSO PARA O ENSINO DE PERSPECTIVA CÔNICA COM TECNOLOGIAS DIGITAIS	2022	UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
7	GABRIEL, Gisele Alves de Freitas	APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DA GEOMETRIA ESPACIAL: Análise de uma sequência didática para o ensino médio	2023	UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
8	COSTA, Ronaldo Silva	Realidade Aumentada: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio.	2023	UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL
9	SOUSA, Ivanildo Fernandes de	Sequência Didática Para o Ensino de Prismas e Pirâmides Com o Método de George Polya e Software Geogebra 3D	2023	UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

O critério organizacional utilizado consistiu em analisar o conteúdo trabalhado em cada uma delas, considerando que tal abordagem permite uma comparação mais eficaz entre metodologias, objetivos e resultados. Além disso, essa análise contribui para o desenvolvimento de novas propostas relacionadas à realização do Concurso

FotoGebra: Matemática, Fotografia e GeoGebra, direcionadas aos educandos do 3º ano do Ensino Médio. Abaixo estão as análises das dissertações selecionadas.

Tavares (2016) apontou em sua pesquisa sobre a proposta de investigar a utilização da fotografia, em ambientes não formais de ensino, e objetos virtuais de aprendizagem (OVAs) no ensino de Geometria no Ensino Médio, visando promover uma aprendizagem significativa e contextualizada. A autora foi a regente, e os dados foram coletados em sala-de aula e em atividade de campo, buscando resolver uma das questões norteadoras: “quais são as condições para ocorrer a aprendizagem significativa e como promovê-la em sala de aula ao ensinarmos Geometria Plana e Espacial para educandos do 2º ano do Ensino Médio?” (Tavares, 2016, p 13).

A Sequência Didática foi aplicada no 2º ano do Ensino Médio, durante 31 aulas, e visou obter a aproximação do Ensino de Geometria com a vivência e realidade do educando, esperando que ele se identificasse com a disciplina e interagisse com ela. O método utilizado foi a pesquisa bibliográfica, seguida da pesquisa de campo, na qual foi aplicado um questionário para verificar os conhecimentos, subsunções dos educandos e, partindo desse levantamento, foram introduzidos os conceitos pertinentes à Geometria Plana e Espacial (Tavares, 2016).

Na sequência, os educandos visitaram a Trilha do Tatu, trilha ecológica localizada na área do Campus Anápolis de Ciências Exatas e Tecnológicas — Henrique Santillo da Universidade Estadual de Goiás. Levaram objetos de medição (trena, fita métrica e régua), câmeras fotográficas e aparelhos celulares e registraram imagens de tudo o que para eles representava Geometria Plana e Espacial, medindo os objetos que fotografaram ou o que lhes parecia importante e/ou interessante.

A utilização de materiais como celulares e câmeras fotográficas foi bem interessante por serem objetos que os educandos gostam de utilizar e, quando liberada a utilização desses objetos no trabalho de campo, os educandos ficaram motivados, já que esses são objetos de uso proibido na escola. Tavares (2016) afirma que a fotografia serviu não somente como registro do dado em campo, mas possibilitou ampliar a percepção dos elementos naturais que representassem elementos geométricos.

A Sequência Didática proposta por Tavares (2016) não tinha a pretensão de sanar as dificuldades enfrentadas pelos professores no ensino de Geometria. O que se propõe é apenas uma possibilidade de sequência de atividades que podem

promover um ensino contextualizado e que, ao motivar o educando para a aprendizagem, poderá alcançar o objetivo de promover uma aprendizagem significativa da Geometria Plana e Espacial no Ensino Médio.

Pinheiro (2017) descreveu em seu trabalho o uso do software GeoGebra como mecanismo para produção de material didático e estudo de objetos do cotidiano dos educandos. Uma das inquietudes do autor no trabalho foi sobre a ideia de romper com uma aula de Geometria tradicional, na qual o professor é o legítimo detentor do saber. A metodologia utilizada pelo autor foi a pesquisa bibliográfica, de modo que é adotada como marco referencial para as etapas de concepção, construção, avaliação, reformulação e validação técnica do material produzido, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e Médio. Foi realizada em uma escola pública do município de Teófilo Otoni, Minas Gerais, com educandos do 8º ano do ensino fundamental.

A proposta da pesquisa foi de usar como aporte recursos tecnológicos do GeoGebra, concepções científicas sobre modelagem matemática e idealizações constantes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) dos Ensinos Fundamental e Médio para produzir materiais didáticos com potencial de trabalhar conteúdo da disciplina Geometria a partir de objetos do cotidiano dos educandos. Pinheiro (2017) sugere que o GeoGebra pode ser uma ferramenta valiosa para a produção de material didático contextualizado e significativo para os educandos. O uso do software permitiu que os educandos construíssem modelos geométricos interativamente, explorassem conceitos de geometria de maneira mais dinâmica e solucionassem problemas de forma mais autônoma. Os resultados também indicaram que o GeoGebra teve um impacto positivo na aprendizagem de geometria pelos educandos, promovendo a compreensão dos conceitos e o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Em seu estudo, Pinheiro (2017) identificou muitas lacunas em termos de materiais de apoio para o professor que deseja ensinar Geometria em sala de aula. Uma busca em bancos de dissertações e teses permitiu constatar o quanto esse campo de investigação é escasso nos estudos brasileiros. A pesquisa também identificou alguns desafios relacionados ao uso do GeoGebra no ensino de geometria, como a necessidade de formação dos professores para o uso do *software* e a dificuldade de acesso a computadores e à internet nas escolas. No entanto, a pesquisa também apontou para diversas possibilidades de utilização do GeoGebra no

ensino de matemática, como a criação de simulações, a exploração de conceitos em 3D e a promoção da interdisciplinaridade.

Já Sousa (2020), em seu estudo, descreveu como incentivar professores e grupo gestor de escolas a inserir uma preparação olímpica de matemática para os seus discentes, mostrando a eles fatos históricos, contribuições para o educando, professor e escola, explicações sobre etapas da elaboração e execução de um projeto e apresentando até mesmo um modelo de projeto implantado. O foco do trabalho foi demonstrar a importância de inserir competições de matemática em escolas da educação básica para melhorar a qualidade do ensino, e, com isso, incentivar professores e grupo gestor a criarem projetos voltados à preparação de olimpíadas de matemática para seus educandos.

A pesquisa se baseou em uma abordagem qualitativa, utilizando metodologias de estudo de caso para analisar as experiências de organização e participação em olimpíadas de matemática em diferentes contextos, na implantação de um projeto preparação para o CONCURSO CANGURU DE MATEMÁTICA na escola EMEF São Benedito da cidade, de Timon-MA, com educandos do Ensino Fundamental II o qual não foi concluído devido a pandemia da Covid-19. Os dados foram coletados por meio da análise bibliográfica e documental, dos materiais utilizados nas organizações das olimpíadas, como regulamentos e provas corrigidas.

Sousa (2020) identificou que as olimpíadas de matemática podem ser ferramentas valiosas para o ensino e aprendizagem de matemática, caso sejam planejadas e organizadas adequadamente. Os resultados indicam que as olimpíadas podem contribuir para despertar o interesse dos educandos pela matemática, desenvolver o raciocínio lógico e a criatividade; promover a autoconfiança e a autoestima e identificar talentos.

A pesquisa contribuiu para o conhecimento sobre o papel das olimpíadas de matemática no ensino e aprendizagem da disciplina, demonstrando que essas competições podem ser ferramentas valiosas para o desenvolvimento dos educandos. Oferecendo explicações detalhadas sobre as etapas de elaboração e execução de um projeto educacional voltado para as olimpíadas, apresentando até mesmo um modelo de projeto já implantado.

Para o autor Souza (2021), o ensino da geometria é um dos grandes pilares na construção da Matemática e por meio dela é possível proporcionar ao educando um

maior entendimento de situações vivenciadas no dia a dia, desenvolvendo o pensar geométrico e uma maior compreensão de problemas que os cercam. Dessa forma, para contribuir na melhoria do processo de ensino e aprendizagem de geometria, desenvolveu-se este trabalho, que objetivou demonstrar a aplicação do Teorema de Pappus Guldin⁷ e do Princípio de Cavalieri para calcular o volume de sólidos de revolução no Ensino Médio, utilizando a modelagem matemática como metodologia de ensino. A pesquisa visou responder como utilizar o Teorema de Pappus Guldin e o Princípio de Cavalieri para calcular volume de sólidos de revolução no Ensino Médio.

A proposta de sequência didática de Souza (2021) foi validada por meio de um estudo de caso com educandos do Ensino Médio. Os resultados indicaram que a utilização do Teorema de Pappus-Guldin e do Princípio de Cavalieri contribuiu para a aprendizagem significativa dos educandos, proporcionando-lhes uma compreensão mais profunda dos conceitos de volume e geometria espacial.

A metodologia adotada nesse trabalho foi a pesquisa bibliográfica, seguida de uma pesquisa de campo, o estudo e exposição dos conteúdos necessários para a abordagem dessa pesquisa. Além disso, propôs-se uma sequência didática para ser aplicada em uma turma de Ensino Médio, mais precisamente para educandos que estejam na 2ª série desse nível. Essa sequência didática consistiu em quatro atividades ordenadas e inter-relacionadas.

Para Souza (2021), a utilização de estratégias de ensino como a modelagem matemática, pode promover a aprendizagem mais efetiva da geometria, uma vez que coloca o educando como sujeito ativo no processo de construção do conhecimento e por partir de problemas reais, contribuindo para atribuir significado ao conhecimento geométrico. Sendo assim, a geometria promove, além disso, o desenvolvimento de habilidades mentais indispensáveis à formação do indivíduo, como o raciocínio lógico, a abstração e a generalização.

Guimarães (2022), em seu estudo, investiga a presença da Educação Matemática Crítica (EMC) em capítulos de geometria de livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2018. A pesquisa se baseou em uma

⁷ Os Teoremas de Pappus-Guldin são ferramentas valiosas para calcular áreas e volumes de diversas formas geométricas importantes, como cilindros, cones, esferas e toros. Eles são amplamente utilizados em áreas como engenharia, física e design: o Primeiro Teorema de Pappus-Guldin (Área de Superfícies de Revolução) e o Segundo Teorema de Pappus-Guldin (Volume de Sólidos de Revolução).

análise documental de cunho crítico, utilizando como referencial teórico a Teoria Crítica da Sociedade e autores como Paulo Freire, Stephen Kemmis e Henry Giroux.

Como resultados, Guimarães (2022) identificou que entre direcionamentos, contextos e enunciados, o que se revelou nos dados evidencia um permear da Educação Matemática Crítica (EMC). Em termos metodológicos, foi adotada uma abordagem de investigação qualitativa com o delineamento da análise documental. Diante dessa conjuntura, e pensando em formas de apresentar os resultados da investigação, três eixos temáticos emergiram da análise, os quais foram o livro didático de Matemática, como direcionador da prática do professor e da aprendizagem dos educandos; geometria como fonte de produção de contextos; e o papel dos enunciados sobre Geometria nos livros didáticos do determinismo à formatação.

Considera-se, diante do exposto, que a pesquisa trouxe contribuições ao campo da Educação Matemática, em particular para a análise de livros didáticos e discussões teóricas alusivas aos conceitos da EMC utilizados. Ademais, vê-se que preocupações voltadas aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática com qualidades críticas e reflexivas podem se tornar um meio para levar professores, estudantes e autores de livros didáticos a considerar e (re)pensar suas perspectivas.

Peixoto (2022) descreveu em seu estudo o uso da fotografia como ferramenta para o ensino de perspectiva cônica no contexto da Educação Básica, com ênfase nas tecnologias digitais. “É interessante lembrar que a Perspectiva Cônica é apenas um dos tipos de projeção de figuras numa superfície, ou seja, apenas um dos tipos de Geometrias Projetivas que existem” (Peixoto, 2022, p 27).

O estudo visou analisar os conceitos de perspectiva cônica que podem ser trabalhados com a fotografia e o GeoGebra na Educação Básica; explorando as potencialidades da fotografia e do GeoGebra para o ensino de perspectiva cônica. Peixoto (2022) aplicou sequências didáticas que utilizassem a fotografia e o GeoGebra no ensino de perspectiva cônica e investigar a influência do uso da fotografia e do GeoGebra na aprendizagem de perspectiva cônica pelos educandos.

A pesquisa-ação se envolveu no planejamento, intervenção, observação, reflexão e ajuste. A pesquisa se baseou em uma abordagem qualitativa, utilizando metodologias de pesquisa-ação e estudo de caso para investigar como a fotografia e o software GeoGebra podem contribuir para a aprendizagem dos educandos. O

trabalho foi realizado em uma escola pública de Porto Alegre, Rio Grande do Sul, com educandos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Como resultado do estudo, Peixoto (2022) mostrou que a fotografia e o GeoGebra podem ser ferramentas valiosas para o ensino de perspectiva cônica na Educação Básica. O uso da fotografia permitiu que os educandos observassem a perspectiva cônica em diferentes contextos do cotidiano, enquanto o GeoGebra possibilitou a construção de modelos geométricos precisos e a exploração de conceitos interativamente. Os resultados também indicaram que o uso da fotografia e do GeoGebra teve um impacto positivo na aprendizagem de perspectiva cônica pelos educandos, promovendo a compreensão dos conceitos e o desenvolvimento de habilidades visuais e espaciais. A pesquisa mostrou que a fotografia e o GeoGebra podem ser utilizados para promover a aprendizagem de forma mais dinâmica, interativa e contextualizada, conectando os conceitos matemáticos à realidade dos educandos.

O estudo de Gabriel (2023) investigou o potencial de uma sequência didática para promover a aprendizagem significativa da Geometria Espacial no Ensino Médio, utilizando materiais concretos, planificações e o software GeoGebra. A pesquisa foi direcionada a 20 educandos do 3º ano do Ensino Médio. Como instrumentos de coleta de dados, houve a observação participante, análise das atividades realizadas pelos educandos e, por fim, o questionário final.

A metodologia utilizada é a abordagem qualitativa e descritiva, preocupando-se em apresentar os fenômenos educativos ocorrentes. A pesquisa fundamentou na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e nos modelos teóricos de níveis de formação conceitual e de habilidades geométricas de Pierre Van Hiele e de Alan Hoffer, respectivamente.

Gabriel (2023) realizou uma sequência didática para 20 educandos do 3º ano do Ensino Médio em dois ambientes distintos de uma escola pública estadual mineira (uma sala de aula vinculada à biblioteca e o laboratório de informática), totalizando seis aulas semanais de 50 minutos cada e constituída de três módulos.

Evidenciou através da pesquisa que a sequência didática contribuiu para a aprendizagem significativa da Geometria Espacial pelos educandos. Os educandos demonstraram maior interesse e participação nas atividades, houve melhora na compreensão dos conceitos geométricos e no desenvolvimento de habilidades

espaciais. A pesquisa também apontou a importância da utilização de diferentes recursos didáticos para promover uma aprendizagem mais dinâmica e contextualizada.

A sequência didática proposta, que alia materiais concretos, planificações e o software GeoGebra, pode ser uma ferramenta eficaz para promover a aprendizagem significativa da Geometria Espacial no Ensino Médio. Diante da análise do trabalho, percebe-se a importância de implementar sequências didáticas que utilizem esses recursos, bem como a formação continuada dos professores para o seu uso adequado.

Costa (2023), em seu estudo, propôs avaliar uma sequência didática que utilizou a Realidade Aumentada (RA) para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio, com foco na visualização e manipulação de sólidos geométricos em 3D. Os educandos trabalharam em grupos para criar projetos que utilizassem RA para ensinar Geometria Espacial, desenvolvimento de aplicativos, apresentações multimídia e jogos educativos com RA, e apresentação dos projetos para a turma. A metodologia utilizada na realização desse trabalho foi a pesquisa-ação, realizada em uma escola particular em São Paulo–SP. O público-alvo da pesquisa foi de 25 educandos do 2º ano do Ensino Médio. O instrumento de coleta de dados foi a observação participante; a análise das atividades realizadas pelos educandos; os questionários pré e pós-sequência didática; e, por fim, as entrevistas com os educandos. A pesquisa foi desenvolvida em 8 aulas de 50 minutos cada, divididas em 4 etapas, sendo elas: a apresentação da Realidade Aumentada e conceitos básicos de Geometria Espacial; exploração de Sólidos Geométricos com RA; cálculo de Áreas e Volumes com RA; e a Elaboração de Projetos com RA.

Costa (2023) evidenciou, como resultados de seu estudo, que a sequência didática com RA contribuiu para o aprendizado de Geometria Espacial pelos educandos de forma mais significativa e engajadora. Os educandos demonstraram maior interesse e participação nas atividades; houve a melhora na compreensão dos conceitos geométricos, no desenvolvimento de habilidades espaciais e na capacidade de resolução de problemas. A pesquisa também apontou o potencial da RA como ferramenta para promover uma aprendizagem mais ativa, colaborativa e contextualizada.

A pesquisa de Costa (2023) concluiu que a sequência didática proposta, utilizando Realidade Aumentada, pode ser uma ferramenta inovadora e eficaz para o ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio. Recomenda implementar sequências didáticas que utilizem essa tecnologia, bem como a formação continuada dos professores para o seu uso adequado.

A pesquisa de Sousa (2023) apresentou uma sequência didática como forma de intervenção no estudo de dois tópicos da Geometria Espacial, sendo o prisma e pirâmides com o método de George Polya e Software 3D. O autor realizou uma pesquisa bibliográfica, seguida de uma pesquisa-ação com foco na resolução de problemas e na construção de conhecimentos de forma autônoma e significativa, tendo como público-alvo 24 educandos do Ensino Médio do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), da Escola EMTI José Ní Moreira, sediada no município de Tianguá-CE.

Como instrumento e coleta de dados, Sousa (2023) utilizou inicialmente a observação participante; análise das atividades realizadas pelos educandos; questionários pré e pós-sequência didática, finalizou utilizando uma entrevista com os educandos. A sequência didática consistiu na utilização do método de George Polya, descrito em seu livro “A Arte de Resolver Problemas”, para resolução de problemas, por meio de oficinas, envolvendo prismas e pirâmides com auxílio do aplicativo Calculadora GeoGebra 3D com Realidade Aumentada (RA). A pesquisa foi realizada em 04 (Quatro) etapas, sendo elas descritas como a introdução ao método de George Pólya e ao software GeoGebra 3D; exploração de prismas e pirâmides com GeoGebra 3D; resolução de problemas com o método de George Pólya e GeoGebra 3D; e a última etapa a elaboração de projetos com GeoGebra 3D.

Souza (2023) constatou como resultado principal um maior interesse da parte dos educandos que demonstraram e participaram nas atividades e criação de projetos que utilizassem GeoGebra 3D para ensinar sobre prismas e pirâmides, e o desenvolvimento de aplicativos, no qual houve apresentações multimídia e jogos educativos com GeoGebra. Os resultados aportaram também o potencial do Método de George Pólya e do GeoGebra 3D como ferramentas para promover uma aprendizagem mais ativa, colaborativa e contextualizada, uma vez que houve melhora na capacidade de resolução de problemas, na compreensão dos conceitos geométricos e no desenvolvimento de habilidades espaciais.

O autor confirma que a metodologia das quatro etapas proposto por George Polya trabalham o gerenciamento das informações, de modo a instigar os estudantes no desenvolvimento da inteligência, auxiliam a se familiarizarem com a linguagem matemática, permitindo escrever com maior clareza suas soluções, se necessário, apresentando demonstrações, além de apresentarem conexões que sejam significativas. Para Sousa (2023), o uso de novas tecnologias no ensino de matemática deve ser utilizado sempre que possível, pois poderá instigar a participação e o interesse dos estudantes durante as aulas.

3. METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

3.1 TIPO DE PESQUISA

A pesquisa realizada se caracteriza como descritiva, visto que realizou uma análise sobre as relações entre as concepções do ensino da matemática e o GeoGebra, verificando, assim, os possíveis conhecimentos adquiridos pelos educandos do 3º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves, através do Concurso FotoGebra. A pesquisa também analisou se a utilização de diferentes softwares proporciona agilidade na investigação, identificando as figuras criadas na tela do computador, identificando os ambientes de Geometria Dinâmica, analisando se esses ambientes interferem no espírito de investigação da matemática, na sua interface interativa, aberta à exploração e à experimentação, e se disponibilizam experimentos de pensamento e perspectivas dos alunos. Dessa forma, os alunos poderão verificar, no dia a dia escolar, possíveis espaços para o desenvolvimento de um concurso de FotoGebra: matemática, fotografia e GeoGebra.

Segundo Oliveira (2011), a pesquisa descritiva é abrangente e permite uma análise aprofundada do problema de pesquisa em relação a diversos aspectos, sendo eles: sociais, econômicos, políticos, percepções de diferentes grupos, comunidades, entre outros aspectos. Sendo útil também para compreensão de diferentes comportamentos e transformações, para explicar elementos e fatores que influenciam um determinado fenômeno. Assim, requer do investigador uma série de informações sobre o objeto de estudo.

Nessa perspectiva, Gil (2008) afirma que as pesquisas descritivas visam descrever características de uma população ou fenômeno, ou o estabelecimento de relações entre variáveis; realiza-se o estudo, a análise, o registro e a interpretação dos fatos sem a interferência direta do pesquisador. Corroborando, Vergara (2000) explica que essa modalidade de pesquisa evidencia características de uma população estipulada, ou determinado fenômeno, entretanto não há compromisso de explicar os fenômenos que descreve, e sim servir de base para tal explicação.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DO TIPO DE PESQUISA

Quanto à abordagem, foram utilizados os métodos de pesquisa qualitativo e quantitativo. A combinação desses dois métodos, considerando cada um com seu uso apropriado, possibilitou maior riqueza nas análises dos problemas estudados pelos educandos. Oliveira (2011) afirma que adotar a prática de combinar técnicas de análise quantitativa com técnicas de análise qualitativa proporciona maior nível de credibilidade e validade aos resultados da pesquisa, evitando, assim, o reducionismo por uma só opção de análise. Segundo Boente e Braga (2004), a pesquisa quali-quantitativa se refere a uma amostragem não probabilística, que não possibilita ampla inferência e, a partir dos dados coletados nessa amostra, busca-se uma quantificação utilizando a análise estatística, ainda que simples, para chegar às considerações.

Com relação à abordagem qualitativa, Marconi e Lakatos (2011) expõem que:

Os estudos que empregam uma metodologia qualitativa permitem uma visão mais ampla, compreensão e interpretação de determinados comportamentos, além de analisar a interação de certas variáveis, descrever a complexidade de determinado problema. Reneker (1993) corrobora afirmando que a pesquisa qualitativa é indutiva, isto é, o pesquisador desenvolve conceitos, ideias e entendimentos a partir de padrões encontrados nos dados, ao invés de coletar dados para comprovar teorias, hipóteses e modelos preconcebidos. As autoras complementam a ideia ao afirmar que “a metodologia qualitativa se preocupa em analisar e interpretar aspectos mais profundos, descrevendo a complexidade do comportamento humano” (Marconi e Lakatos, 2011, p. 269).

Já a abordagem quantitativa, conforme Dias (1999), é utilizada quando há possibilidade de medidas quantificáveis de variáveis e inferências a partir de amostras de uma população. Dessa forma, as pesquisas qualitativas e quantitativas se completam e podem contribuir, em um mesmo estudo, para um melhor entendimento do fenômeno estudado.

O trabalho se desenvolveu da seguinte forma: inicialmente, foi elaborada uma pesquisa bibliográfica, realizada mediante livros, artigos, Dissertações, teses, sites, boletins e outros materiais referentes ao tema em questão. Em seguida, foi realizada uma revisão de literatura, com base em nove (09) dissertações relacionadas ao tema, na intenção de obter maiores conhecimentos para dar seguimentos e realizar a sequência didática.

A sequência didática teve o intuito de ensinar ou revisar com os educandos os principais conteúdos de Geometria Espacial, com ênfase nos sólidos geométricos,

como prismas, pirâmides e sólidos que são de revolução, incluindo cilindros, cones e esferas. No entanto, o foco central da sequência era capacitar os educandos a utilizarem o software GeoGebra na criação desses sólidos geométricos. Ao trabalhar de forma prática com a ferramenta, os educandos não apenas aprenderiam a manipular os recursos disponíveis, mas também teriam a oportunidade de personalizar os sólidos conforme suas preferências, promovendo uma interação mais ativa com o conteúdo e capacitando-os para o concurso.

Logo após, elaborou-se o edital do concurso com base no modelo da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP, organizando-o para definir claramente o tópico de disposições preliminares, incluindo a natureza, abrangência e os objetivos do concurso. Em seguida, desenvolveu-se o tópico de inscrições (figura 28), que estabeleceu as regras, a taxa de inscrição e o cronograma. Por fim, criou-se a seção de avaliação das fotos, na qual especificam os critérios que seriam utilizados para julgar os trabalhos.

Após a conclusão do edital, foi desenvolvido o formulário de inscrição utilizando a ferramenta Google Forms, uma plataforma gratuita. O formulário contém um tópico introdutório explicativo sobre o Concurso FotoGebra e solicita o e-mail do participante. Em seguida, são coletados dados pessoais como nome, contato e turma. Logo abaixo, há um campo destinado ao envio do arquivo com a foto a ser submetida, e, ao final, um espaço para os participantes poderem deixar sugestões. A organização do formulário (figura 28), facilitou a inscrição e a submissão dos trabalhos.

Figura 28 - Formulário de Inscrição

FORMULÁRIO DE INSCRIÇÃO

B I U ☺ ☹

Do concurso FotoGebra, é um concurso de matemática, fotografia e GeoGebra, voltados para alunos do 3º ano do ensino médio do turno matutino, realizado pelo acadêmico Savio Oliveira Vieira em Parceria com o CEFMA mediante as condições estabelecidas no Regulamento.

E-mail *

E-mail válido

Este formulário está coletando e-mails. [Alterar configurações](#)

Nome: *

Texto de resposta curta

contato: *

Texto de resposta curta

Série/ano turma que estuda? *

☐ 3º ano A
☐ 3º ano B
☐ 3º ano C

Inserir o arquivo. *

 [Ver pasta](#)

Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Após a conclusão do formulário, foi desenvolvido um site para proporcionar aos educandos acesso ao edital e formulário de inscrição, bem como oferecer orientações e materiais de apoio para auxiliá-los no desenvolvimento de seus projetos. O Google Sites foi utilizado para criar a página da internet, acessível pelo link: <https://sites.google.com/view/concursofotogebra/in%C3%ADcio?authuser=0>.

Seguindo um processo estruturado, começou inserindo uma imagem atrativa, juntamente com o nome do concurso (figura 29) e uma breve explicação sobre esse evento. Além disso, o site foi organizado com menus adicionais.

Figura 29 - Concurso FotoGebra



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Na página seguinte, acessada por meio da barra de rolagem, foram criados atalhos que direcionam diretamente ao regulamento e ao formulário de inscrição. Esses elementos foram organizados para facilitar a navegação e o acesso às informações essenciais, como ilustrado na Figura 30 a seguir.

Figura 30 - Regulamento e inscrição do Concurso FotoGebra



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Após a inserção do regulamento e do edital, foi adicionado, ao final, um link para o formulário de inscrição. No menu “Orientações e Material de Apoio”, foi criada uma página com o tutorial do GeoGebra, como ilustrado na Figura 31 abaixo.

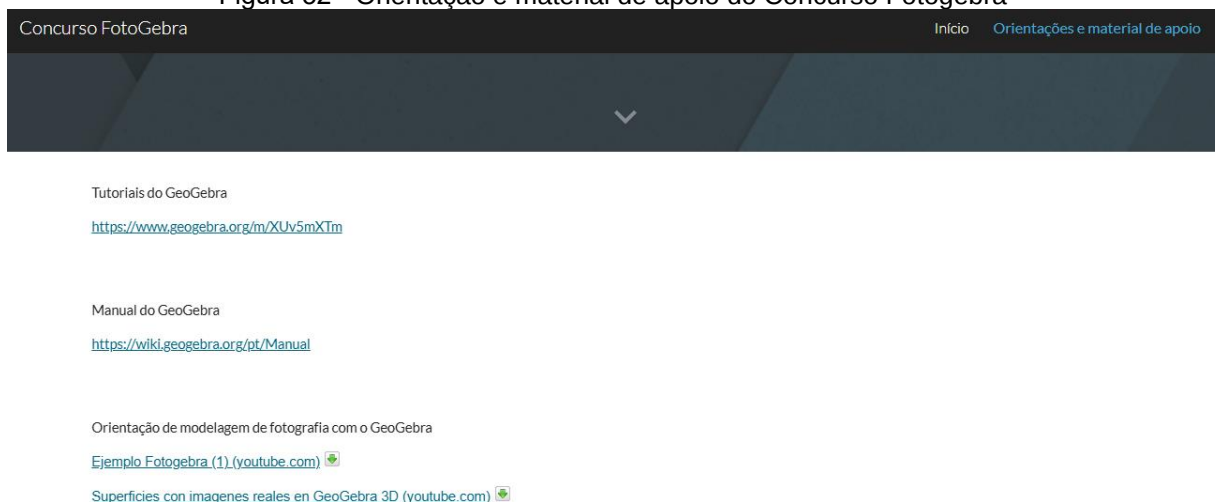
Figura 31 - Tutorial do Concurso Fotogebra



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Ao descer a barra de rolagem, foram disponibilizados, para facilitar a experiência dos educandos, alguns links adicionais, como pode ser observado na Figura 32 abaixo.

Figura 32 - Orientação e material de apoio do Concurso Fotogebra



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

O tutorial do GeoGebra, disponível no link <https://www.geogebra.org/m/XUv5mXTm>, e o Manual do GeoGebra, acessível em <https://wiki.geogebra.org/pt/Manual>, fornecem acesso ao material disponibilizado pela

própria plataforma, visto que os educandos poderiam precisar de orientações sobre o manuseio do *software*.

Além disso, as orientações sobre modelagem de fotografias com o GeoGebra foram complementadas com links para dois vídeos do YouTube, que exploram a modelagem de objetos do cotidiano com o software. O primeiro vídeo foi criado pelo canal @bancoche⁸, de Bernat Ancochea Millet, e o segundo pelo canal @Sergiov8888⁹, de Sergio Darias.

A criação do site não apenas conferiu maior credibilidade ao concurso, mas também facilitou a interação entre o organizador e os participantes, promovendo um ambiente mais acessível e organizado.

Após a definição da escola onde a pesquisa seria realizada, foi feito o contato com a direção e a coordenação pedagógica, apresentando o projeto, seus objetivos e os benefícios para o desenvolvimento acadêmico dos educandos. A proposta foi bem recebida, gerando entusiasmo entre os envolvidos. A assinatura da carta de aceite da pesquisa, juntamente com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), foi formalizada pela direção e coordenação apêndice B.

Em seguida, o concurso FotoGebra foi amplamente divulgado em todas as salas do 3º ano do Ensino Médio, enfatizando que a participação dos educandos seria voluntária. Para obter mais informações, os educandos foram direcionados ao site oficial do concurso, cujo link foi compartilhado nos grupos de WhatsApp das turmas, além da opção de contato direto com o pesquisador e organizador.

Antes de efetuar as inscrições, os educandos interessados foram orientados a realizar as atividades propostas na sequência didática, que se desenrolou durante o período de inscrições. Essas atividades preparatórias foram fundamentais para os educandos desenvolverem as habilidades necessárias para o concurso, criando uma base sólida para a elaboração dos projetos fotográficos e geométricos.

No dia 22 de julho de 2024, foram realizadas palestras informativas nas salas de aula, onde os educandos interessados foram convidados a comparecer à sala de vídeo no último horário para esclarecer dúvidas e dar início à jornada do concurso. No total, 16 educandos participaram, aos quais foram solicitados a assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido apêndice A. Em seguida, eles responderam a um

⁸ Canal disponível em: <https://www.youtube.com/@bancoche>.

⁹ Canal disponível em: <https://www.youtube.com/@Sergiov8888>.

questionário via *Google Forms*, que visava coletar mais informações sobre o público pesquisado.

Após essa etapa, iniciou-se a aula distribuindo Chromebooks da escola a todos os educandos. Após ligá-los e fazer login com seus e-mails do Enova¹⁰, os educandos foram instruídos a prestarem atenção e acessarem o GeoGebra clássico, acompanhando a explicação do professor, que apresentou as principais ferramentas e aplicações do software. Essa introdução teve como objetivo proporcionar um conhecimento prévio antes do início das atividades da sequência didática.

A sequência didática foi estruturada em cinco momentos, cada um dividido em duas partes distintas. A primeira parte, intitulada “É hora de relembrar”, apresentava questões visando revisar conceitos previamente estudados ou, caso necessário, estimular o educando a buscar no livro didático o conhecimento prévio relacionado ao sólido geométrico em foco.

Na segunda parte, denominada “É hora de construir”, oferecia um passo a passo para o estudante poder construir o sólido utilizando o software GeoGebra. Após essa etapa de construção, o educando era desafiado a resolver atividades adicionais, incluindo o cálculo das áreas e volumes dos sólidos construídos.

A sequência didática é voltada para o estudo dos sólidos geométricos, abrangendo as figuras geométricas: prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Cada um desses sólidos foi explorado nos Momentos 01, 02, 03, 04 e 05, conforme os planos de aula anexados. Além de revisar os conteúdos pertinentes, o principal objetivo da sequência didática é capacitar os educandos no uso adequado das ferramentas do software GeoGebra, preparando-os para a participação no Concurso FotoGebra.

Após a conclusão da sequência didática, os educandos foram informados sobre a necessidade de tirar uma fotografia de um objeto ou trazer o próprio objeto para o próximo encontro, que consistiria em uma oficina de modelagem no GeoGebra. Essa oficina, realizada no dia 08/08/2024, teve a duração de três (03) aulas e se mostrou bastante interessante. Enquanto alguns educandos trouxeram os objetos físicos, outros apresentaram as fotografias que haviam tirado em casa.

¹⁰ O e-mail Enova é uma plataforma criada pela Secretaria da Educação do Estado da Bahia (SEE-BA) para oferecer contas institucionais aos estudantes e professores, facilitando o acesso a ferramentas educacionais e promovendo a comunicação no ambiente escolar.

Durante a oficina, alguns educandos conseguiram concluir suas atividades rapidamente, enquanto outros enfrentaram dificuldades, especialmente na elaboração da situação-problema e na modelagem realizada no GeoGebra. Com as imagens finalizadas, os educandos realizaram suas inscrições para o concurso por meio do formulário disponibilizado no site.

Uma vez concluídas as inscrições, as produções fotográficas dos educandos foram organizadas e compartilhadas com os avaliadores por meio do Google Drive. Os trabalhos foram apresentados em formato PDF e disponibilizados para avaliação sem qualquer identificação, numerados de 01 a 16. Cada produção foi analisada por todos os dez avaliadores, que utilizaram um formulário do Google para atribuir notas variando de 4 a 10, conforme os critérios estabelecidos no edital apêndice N.

Após a premiação do concurso, os educandos foram convidados a participar de um questionário disponível no *Google Forms*. O objetivo desse questionário era avaliar a qualidade do concurso, bem como o desempenho e a satisfação dos educandos que participaram da atividade.

Também foram realizadas entrevistas e aplicados questionários, como instrumentos de coleta de dados. A entrevista é uma comunicação verbal entre duas ou mais pessoas e é uma das técnicas de coleta mais usadas nas ciências sociais (Dencker, 2000; Gil, 2008). Esse procedimento objetivou obter informação que ilustre de que forma ocorreu o conhecimento dos educandos sobre a geometria espacial.

O tipo de entrevista empregada foi a semiestruturada que Marconi e Lakatos (2011, p.281), caracteriza esse tipo de entrevista da seguinte forma:

Despadronizada ou semiestruturada - também chamada de assistemática, antropológica e livre - quando o entrevistador tem liberdade para desenvolver cada situação em qualquer direção que considere adequada. É uma forma de poder explorar mais amplamente a questão (Marconi; Lakatos, 2011, p.281)

A entrevista semiestruturada consiste na organização de um roteiro apêndice K de questões referentes à pesquisa que será abordado no momento da entrevista. O pesquisador pode incentivar o entrevistado a discorrer sobre outros assuntos que não estejam no questionário, mas que são decorrentes ou oriundos do assunto da pesquisa, não seguindo necessariamente o cronograma elaborado, salientando, assim, a flexibilidade da metodologia da coleta de dados (Gerhardt; Silveira, 2009).

Quanto aos questionários, esses foram aplicados distintamente aos educandos do 3º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves. Para Gil

(2008), dentre as vantagens dos levantamentos de dados por meio de questionários, estão: a) economia e rapidez: é possível a obtenção de uma grande quantidade de informações e dados em um curto espaço de tempo, com custos relativamente baixos; b) conhecimento direto da realidade: a investigação torna-se livre de interpretações, sem a influência do pesquisador; c) quantificação: os dados obtidos podem ser analisados através da organização e agrupamentos por tabelas e análises estatísticas.

3.3 CRITÉRIOS DE INCLUSÃO

Os educandos que se inscreveram no concurso são do 3º ano do Ensino Médio, visto que já estão finalizando a Educação Básica. Já os professores foram escolhidos inicialmente por afinidade com o tema e pelo método de conveniência. Para Gil (2008), o método de conveniência, também conhecido como amostragem por conveniência, é uma técnica de seleção de participantes para uma pesquisa ou estudo baseada na facilidade de acesso e disponibilidade desses indivíduos. Em outras palavras, os participantes são escolhidos por estarem mais à mão ou serem mais fáceis de contatar, em vez de serem selecionados aleatoriamente ou por meio de critérios específicos.

3.4 MATERIAL

Para o desenvolvimento e realização do estudo, fez-se necessário alguns materiais: livros didáticos e paradidáticos que abordam a temática da pesquisa, smartphones, impressora, folhas no formato A4, aparelho de gravador de voz, para as entrevistas; computador com acesso à plataforma do concurso, que se tratou de um serviço on-line gratuito para os educandos se inscreverem e participarem do concurso.

3.5 PROCEDIMENTOS

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica referente ao tema da pesquisa, objetivando fundamentar cientificamente o estudo proposto. A pesquisa bibliográfica foi feita por meio de materiais já publicados em meio físico e virtual, tais como: artigos, livros, revistas, periódicos, teses, dissertações, entre outros; arquivos impressos e digitais. A utilização desses materiais é fundamental em quaisquer

pesquisas acadêmicas por serem abordagens e estudos feitos anteriormente que respaldarão a pesquisa atual. Gil (2008, p. 50) destaca que “a principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente”.

3.6 ANÁLISE DOS DADOS

As técnicas para análise dos dados são fundamentais para uma pesquisa ter validade e coerência. Para Gil (2008, p. 166), “a análise tem como objetivo organizar e sumarizar os dados de tal forma que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para investigação”.

Para realizar a análise e interpretação dos dados, esses devem agregar as informações de forma coerente e organizada, com o intuito de atender aos objetivos propostos na pesquisa. Diante disso, ao inserir as informações, são realizadas as interpretações dos dados, proporcionando um estudo mais amplo dos dados coletados, auxiliando a associação e inferência entre eles (Dencker, 2000).

A análise dos dados desse estudo foi feita baseando-se no método de análise de conteúdo. Conforme Bardin (2011), a análise de conteúdo compreende um conjunto de técnicas de análise que, por meio de procedimentos sistemáticos e descrição do conteúdo das mensagens, permite a inferência de conhecimentos relativos a essas mensagens. A autora destaca que o método da análise de conteúdo necessita da utilização de três fases fundamentais: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados — a inferência e a interpretação.

A primeira fase, a pré-análise, é a fase de organização, na qual se define um esquema de trabalho com procedimentos bem definidos, embora flexíveis. Na segunda fase — exploração do material, são definidas as unidades de codificação, classificação e categorização; já a terceira fase, denominada tratamento dos resultados — a inferência e interpretação, baseando-se nos resultados brutos, o pesquisador irá buscar torná-los válidos e significativos. A interpretação dos dados deverá transcender o conteúdo dos documentos, uma vez que o que interessa ao pesquisador é o conteúdo latente, ou seja, o sentido existente por trás do imediatamente apreendido (Bardin, 2011).

Desse modo, os dados coletados na pesquisa foram selecionados, classificados e colocados em categorias e logo após foram transcritos, para realizar ilações sobre seu conteúdo, conforme propõe Bardin (2011).

Para tanto, os dados foram:

- Analisados, na tentativa de evidenciar as relações existentes entre o fenômeno estudado e outros fatores, realizando comparação dos dados para identificação de pontos comuns e singulares;
- Interpretados, nos quais se visou dar um significado mais amplo às respostas, vinculando-as a outros conhecimentos, realizando inferências com base no referencial teórico;
- Tabulados, objetivando obter uma maior organização e clareza na transmissão da informação;
- Apresentados, as informações constatadas na pesquisa foram evidenciadas e exibidas em forma de texto, figuras, quadros e gráficos, objetivando organizar os dados de forma que possibilitem responder ao problema proposto na pesquisa.

3.7 PLANOS DE AULA

Com as autorizações necessárias, a proposta foi colocada em prática entre os dias 02/09/2024 a 12/09/2024 com um planejamento sistematizado em 05 (cinco) planos de aula estruturados com base nas competências e habilidades (Brasil, 2018).



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 01	
Objetivo:	• Definir prismas retos e prismas oblíquos; • Obter uma fórmula para calcular o volume de um prisma; • Conceituar prismas regulares; • Utilizar o GeoGebra para modelar prismas, calculando volume e área de suas faces laterais e área total.

Competência	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Após organizar a sala e distribuir os Chromebook, os educandos acessarão o GeoGebra Classic. Em seguida, receberão a versão impressa do Momento 1 com as atividades. Concluídas os 9 itens, responderão à autoavaliação do item 10.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 01.		

MOMENTO 01 – “Desvendando os Prismas – hora de lembrar e construir”

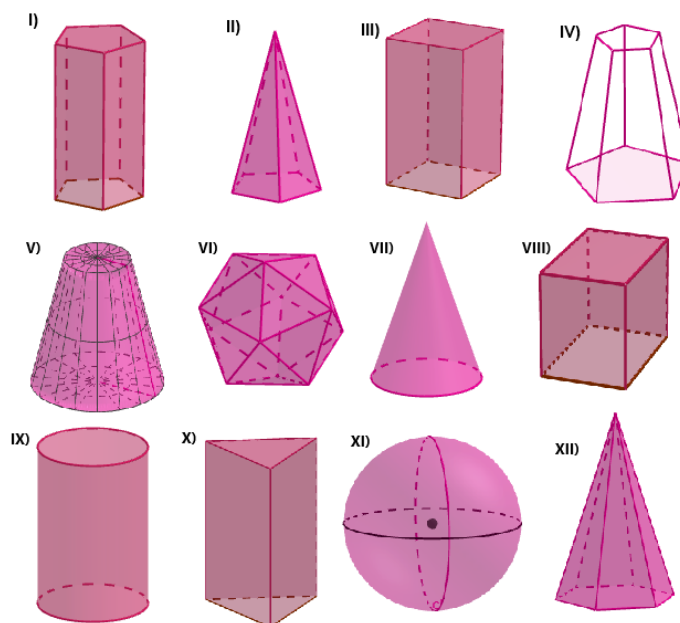
Nesse Momento 01, faremos uma busca em seus conhecimentos prévios de geometria e relembremos conceitos importantes sobre os Prismas. Leia atentamente os comandos inseridos e faça dessa busca uma oportunidade de aprender geometria. E não esqueça, ao final dessa jornada você estará apto a participar do nosso concurso escolar FOTOGEBRA. Quem sabe você não estará entre os primeiros colocados? Então, boa sorte e bons estudos!

“É hora de lembrar”

1 – Você sabe o que é um prisma? Escreva abaixo a sua definição.

2 – Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam prismas:

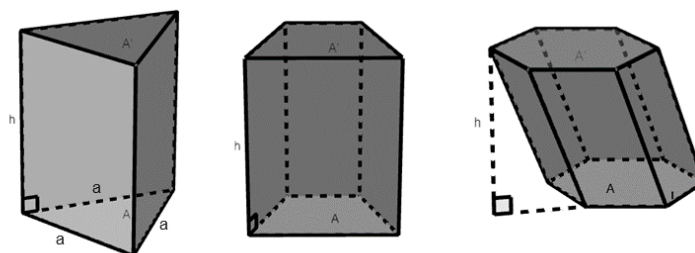
Figura 33 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

3 - Observe os diferentes prismas abaixo e responda: eles são todos iguais? O que os diferencia? Que características vocês podem identificar em cada uma delas?

Figura 34 - Diferentes prismas



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

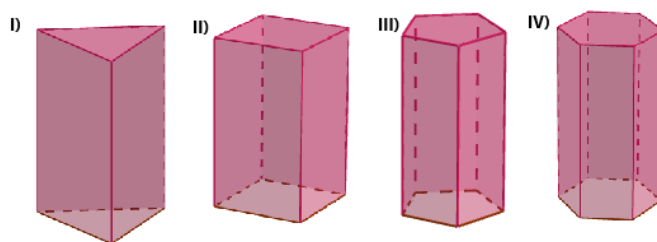
4 – Como chamamos as faces paralelas de um prisma?

5 – A nomenclatura dos prismas está relacionada a:

- () Quantidade de faces
- () Quantidade de vértices
- () Polígono da base
- () Aresta da base
- () Prismas não têm nomenclaturas

6 – Observe as figuras abaixo e responda:

Figura 35 - Diferentes tipos de prismas



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

a – Indique a nomenclatura dos prismas acima:

b – Conte o número de lados da base de cada um dos prismas e compare com o número de faces laterais. O que você percebe? Há alguma relação entre esses números?

c- Observe as faces laterais. Que figura eles representam? O que podemos afirmar sobre elas?

“É hora de construir”

7 – Siga os passos abaixo para construir o seu prisma.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: clique no botão  na barra de ferramentas na parte superior, escolha a opção “Polígono regular”, selecione dois pontos na janela de visualização 2D para definir a medida do lado. Após isso, na janela “polígonos regulares” que surgirá, digite 4 para quantidade de vértices e pressione o botão ok. Verifique se apareceu o quadrado;

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão  depois clique em  Janela de Visualização 3D, agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto! Agora podemos visualizar o nosso quadrado em uma perspectiva tridimensional;

4º passo: clique na janela de visualização 3D para ativá-la, depois clique no botão  e selecione a opção , clique novamente no polígono construído na janela de visualização 3D e digite a altura desejada;

5º passo: agora o seu prisma esta pronto! Clique no botão , selecione  e, em seguida, clique no prisma na janela de visualização 3D. Ao realizar esse comando teremos a planificação do prisma construído;

6º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação



para visualizar o prisma em diferentes ângulos.

Agora, responda!

a) Qual a nomenclatura dada a esse prisma?

b) O prisma é classificado como reto ou oblíquo?

c) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? E qual a medida do seu lado?

Caso necessário utilize a ferramenta  .

d) A área do quadrado é calculada elevando a medida do seu lado ao quadrado $A = a^2$, encontre a área do quadrado da base registrando os cálculos no espaço abaixo.

Depois utilize a ferramenta  no GeoGebra para verificar se a área encontrada está correta.

e) A face lateral do prisma é formada por qual figura? Determine a área registrando os cálculos no espaço abaixo e depois utilize a ferramenta  para verificar sua resposta.

e) Quantas faces laterais tem o prisma? Quantos lados tem o polígono da base? O que podemos concluir com essa observação?

f) Determine a área lateral do prisma? Como você encontrou a área lateral do prisma?

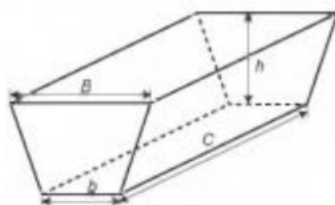
g) Determine a área total do prisma sabendo que ela é dada pela soma de todas as faces?

h) O volume do prisma é dado pelo produto da área de sua base pela altura. Utilize o espaço abaixo pra registrar os cálculos e determinar o volume do prisma. Depois utilize a ferramenta  Para verificar a sua resposta.

8 - (ENEM 2014) Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem.

Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.

Figura 36 - Esquema de silo



Legenda:

b - largura do fundo

B - largura do topo

C - comprimento do silo

h - altura do silo

Fonte: Adaptado do INEP 2014

Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m^3 desse tipo de silo.

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é:

- A) 110.
- B) 125.
- C) 130.
- D) 220.
- E) 260.

09 - Autoavaliação!

- a) Você sabia definir prismas, calcular a área de sua base, a área lateral, a área total? Justifique.

SIM () () NÃO

b) Você sabia calcular o volume do prisma? Justifique.

SIM () NÃO ()

c) Você conseguiu realizar os comandos no GeoGebra? Justifique.

SIM () NÃO ()



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 02			
Objetivo:	• Definir pirâmides; • Obter uma fórmula para calcular o volume de uma pirâmide; • Conceituar pirâmides regulares; • Definir apótema de uma pirâmide regular; • Utilizar o GeoGebra para modelar pirâmides, calculando volume e área de suas partes e a área total.		
Competência:	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades:	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Com a sala organizada e os Chromebook distribuídos, os educandos iniciaram a aula acessando o GeoGebra Classic. Após receberem o material impresso do Momento 02, realizarão as 9 atividades propostas. Por fim, responderão à autoavaliação do item 10, refletindo sobre o seu aprendizado.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 02.		

MOMENTO 02 – “Desvendando as pirâmides – hora de relembrar e construir”

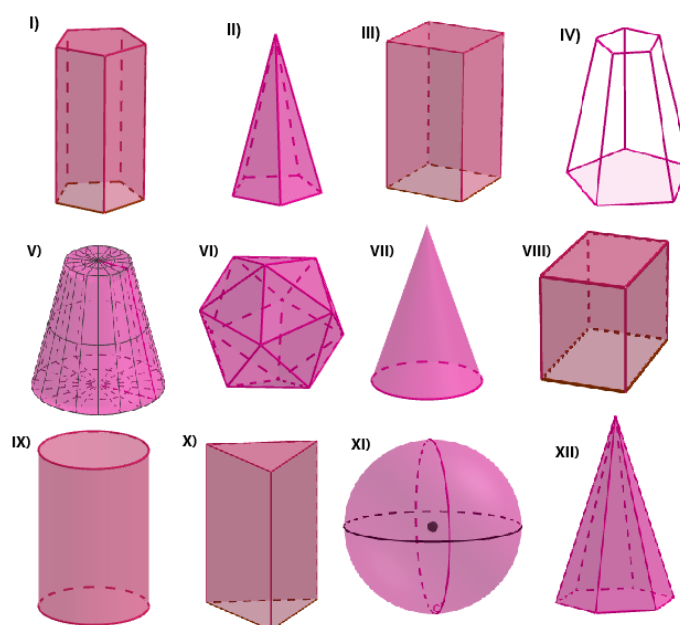
As pirâmides estão presentes em diversas áreas do nosso dia a dia, desde a arquitetura até a matemática. Nesse momento 02, vamos aplicar seus conhecimentos de geometria para entender melhor essas figuras. Revise os conceitos sobre pirâmides e resolva as atividades propostas. O Livro didático pode te ajudar nessa tarefa.

“É hora de lembrar”

1 – Você sabe o que é uma Pirâmide? Use o material NAVEGANDO PELOS SÓLIDOS, e defina o que é uma Pirâmide.

2 - Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam uma pirâmide:

Figura 37 - Sólidos geométricos



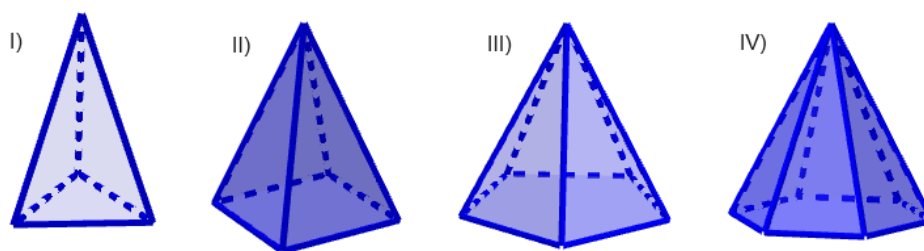
Fonte: elaborada pelo autor (2024).

3 - A nomenclatura das pirâmides está relacionada a:

- ☐ Quantidade de faces
- ☐ Quantidade de vértices
- ☐ Polígono da base
- ☐ Aresta da base
- ☐ Pirâmides não têm nomenclaturas

4- Observe as figuras abaixo e responda:

Figura 38 - Diferentes tipos de pirâmides



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

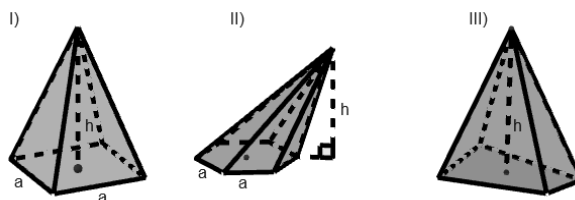
a- Indique a nomenclatura das pirâmides acima:

b- Conte o número de lados da base de cada uma das pirâmides e compare com o número de faces laterais. O que você percebe? Há alguma relação entre esses números?

c- Compare os lados de cada triângulo que forma a face lateral. O que você observa em relação aos comprimentos desses lados?

5- Observe as diferentes pirâmides abaixo e responda. Elas são todas iguais? O que as diferencia? Que características vocês podem identificar em cada uma delas?

Figura 39 - Diferentes pirâmides



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

“É hora de construir”

6 – Siga os passos a baixo para construir a sua pirâmide.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic.

2º passo: clique no botão  na barra de ferramentas na parte superior. Escolha a opção “Polígono regular” e selecione dois pontos na janela de visualização 2D para definir a medida do lado. Após isso, na janela “polígonos regulares” que surgirá, digite 6 para quantidade de vértices e pressione o botão ok. Verifique se apareceu o hexágono.

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois clique em  Janela de Visualização 3D, agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto! Agora podemos visualizar o nosso hexágono em uma perspectiva tridimensional;

4º passo: clique na janela de visualização 3D para ativá-la, depois clique no botão  e selecione a opção , clique novamente no polígono construído na janela de visualização 3D e digite a altura desejada;

5º passo: clique em  e depois em , agora clique com o curso sobre os pontos A e B para criar o ponto médio do segmento AB. Ative a janela de visualização 3D e clique em  e acione o comando  e, em seguida, clique com o cursor sobre os pontos G e H criando o segmento GH. Temos então a altura da face lateral;

6º passo: agora a sua pirâmide está pronta! Clique no botão , selecione  e, em seguida, clique no prisma na janela de visualização 3D. Ao realizar esse comando teremos a planificação da pirâmide construído;

7º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação



para visualizar o prisma em diferentes ângulos.

Agora, responda!

a) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? E qual a medida do seu lado?

Caso necessário utilize a ferramenta  .

b) A área do hexágono é calculada com a seguinte formula $A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$, com o auxílio de uma calculadora encontre a área do quadrado da base registrando os cálculos no espaço abaixo. Depois utilize a ferramenta  no GeoGebra para verificar se a área encontrada está correta.

c) A face lateral da pirâmide é formada por qual figura? Como podemos calcular sua área? Determine a área da face lateral registrando os cálculos no espaço abaixo e depois utilize a ferramenta  para verificar sua resposta.

d) Quantas faces laterais tem a pirâmide? Quantos lados tem o polígono da base? O que podemos concluir com essa observação?

e) Determine a área lateral da pirâmide? Como você encontrou a área lateral da pirâmide?

f) Determine a área total da pirâmide sabendo que ela é dada pela soma de todas as faces?

7 – Utilize os passos a passo do Momento 01 item 7 para construir um prisma triangular regular. Com o prisma pronto, siga as instruções a seguir.

1º passo: no campo entrada, digite “Segmento de Reta” e selecione a opção “SegmentodeReta(Ponto,Ponto)” e digite “Segmento de Reta(G,C)”, “Segmentode Reta(G,B)” e “Segmentode Reta(B,I)”. Observe que foram criadas 3 diagonais nas faces retangulares do prisma;

2º Passo: no campo entrada, digite “Pirâmide”, então passe o cursor em “Pirâmide” e selecione a opção “Pirâmide (Ponto,Ponto,Ponto,Ponto)” e digite “Pirâmide(G,I,B,H)”, “Pirâmide(G,A,C,B)” e “Pirâmide(G,C,B,I)”. Observe que dividimos esse prisma em três pirâmides;

3º Passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação



para visualizar o prisma em diferentes ângulos. Personalize as cores do objeto clicando sobre ele e ajustando as configurações para uma melhor visualização.

Agora, responda o que se pede.

a) Determine a área do **triângulo (A,B,C)**. Lembre-se que a base é um triângulo equilátero e podemos calcular sua área com a seguinte formula $A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, utilize uma calculadora para encontra o resultado deixando os cálculos no espaço abaixo. Depois utilize a ferramenta  e confira o resultado.

b) Determine o volume do prisma triangular regular.

c) Observe que o prisma foi dividido em três pirâmides: **Pirâmide (G, I, B, H)**, **Pirâmide (G, A, C, B)** e **Pirâmide (G, C, B, I)**, O que podemos concluir em relação a elas?

d) A partir do item b como você pode determinar o volume de cada uma das pirâmides?

e) Escreva uma fórmula para determinar o volume da pirâmide?

8 – (ENEM 2016) A figura mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 m, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam 204 m.

Figura 40 - Pirâmide de Quéops



Fonte: Adaptado do INEP 2016

O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é

- a) 97,0
- b) 136,8
- c) 173,7
- d) 189,3

e) 240,0

09 - Autoavaliação!

a) Você sabia definir Pirâmides, calcular a área de sua base, a área lateral e a área total? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

b) Você sabia calcular o volume da pirâmide? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

c) Você gostou de usar o GeoGebra para construir as pirâmides?

SIM ()

NÃO ()



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 03			
Objetivo:	• Conceituar sólidos de revolução; • Definir cilindro de revolução; • Obter o volume para calcular a área da superfície lateral e o volume de um cilindro; • Utilizar o GeoGebra para modelar cilindros.		
Competência	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5

Habilidades	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Após organizar a sala e distribuir os Chromebook, os educandos acessarão o GeoGebra Classic. Em seguida, receberão a versão impressa do Momento 03 com as atividades. Concluídos os 8 itens, responderão à autoavaliação do item 9.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 03.		

MOMENTO 03 – “Desvendando os cilindros – hora de lembrar e construir”

Os sólidos de revolução estão presentes em várias situações do nosso dia a dia. Tubos, latas e rodas são apenas alguns exemplos. Neste momento, vamos recordar seus conhecimentos de geometria para entender melhor esses sólidos, com foco nos cilindros. Resolva as atividades propostas e consulte o livro didático para tirar suas dúvidas.

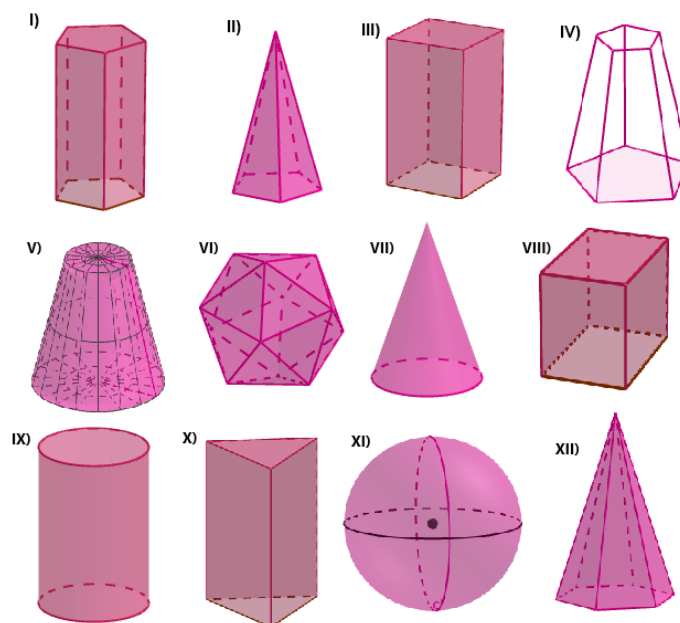
“É hora de lembrar”

1 – Você sabe o que é um sólido de revolução? Escreva abaixo a sua definição.

2 – O que é um cilindro de revolução? Como ele é formado? Escreva abaixo a sua definição.

3 – Usando a definição encontrada no item 2, indique quais dos sólidos abaixo representam um cilindro circular reto:

Figura 41 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

“É hora de construir”

6 - Siga os passos a baixo para construir o cilindro de revolução.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: no canto direito superior da tela clique no botão , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D, agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

3º passo: clique na janela de visualização 3D para ativá-la, depois clique no botão  e selecione a opção , selecione o ponto $A=(0,0,0)$, depois outro ponto sobre o eixo Z e especifique o raio 2. Temos o nosso cilindro;

4º passo: marque o ponto $C=(2,0,0)$;

5º passo: selecione a ferramenta , selecione o ponto C e o plano xOy;

6º passo: selecione a ferramenta , selecione a reta feita no 5º passo e o círculo de centro B no cilindro. Temos o ponto D;



7º passo: no campo entrada, digite “Polígono(A,B,D,C)”;

8º passo: clique na janela de visualização 2D para ativá-la, depois clique em  e adicione o controle deslizante clicando sobre a janela 2D, selecione a opção ângulo e em nome coloque “a” e pressione ok;

9º passo: na janela de entrada, digite “Girar(q1,a)”, pronto! Agora clicando sobre o objeto q1, clique em exibir rastro para visualizar o cilindro de revolução sendo formado;

10º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação  para visualizar o cilindro em diferentes ângulos. Personalize de acordo a sua preferência.

Agora, responda o que se pede.

a) Determine a área da base do cilindro e a sua altura?

b) Como é a planificação do cilindro faça sua planificação especificando as suas dimensões no espaço abaixo:

c) Qual é a área lateral do cilindro? Explique como você a encontrou?

d) Determine o volume do cilindro, e explique como chegou nesse resultado, depois utilize a ferramenta  Para verificar a sua resposta.

7 – (ENEM 2021) Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π .

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

- A) 1,12.
- B) 3,10.
- C) 4,35.
- D) 4,48.
- E) 5,60.

8 - Autoavaliação!

- a) Você sabia definir cilindro de revolução, calcular a área de sua base, a área lateral e a área total? Justifique.

SIM () NÃO ()

- b) Você sabia calcular o volume do cilindro? Justifique.

SIM () NÃO ()

c) Você gostou de usar o GeoGebra para construir o cilindro?

SIM ()

NÃO ()



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 04			
Objetivo:	- Definir cone de revolução; - Calcular a área da superfície lateral e o volume de um cone; - Utilizar o GeoGebra para modelar cones, calculando volume e área lateral e total.		
Competência	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Após organizar a sala e distribuir os Chromebooks, os educandos acessarão o GeoGebra Classic. Em seguida, receberão a versão impressa do Momento 04 com as atividades. Concluídos os 8 itens, responderão à autoavaliação do item 9.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 04.		

MOMENTO 04 – “Desvendando os cones – hora de relembrar e construir”

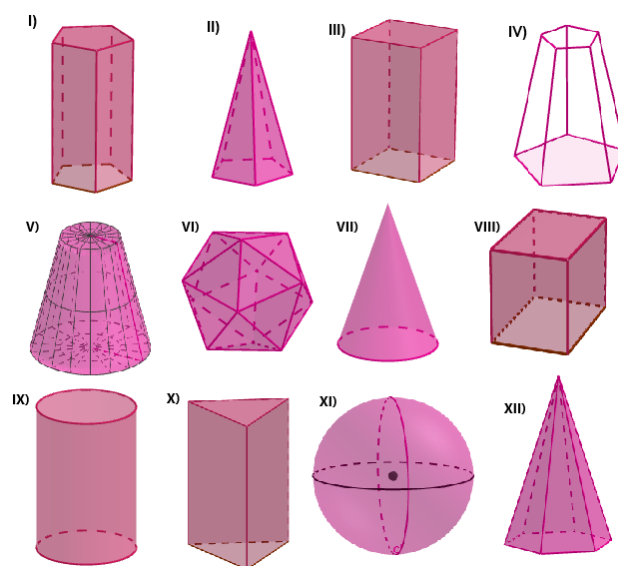
Os cones de revolução estão presentes em diversos objetos do nosso dia a dia, como sorvetes, funis e chapéus de aniversário. Neste momento, vamos aplicar seus conhecimentos de geometria para entender melhor esses sólidos.

“É hora de lembrar”

1 – O que é um cone de revolução? Como ele é formado?

2 – Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam cones:

Figura 42 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

3 - Cite algumas situações do dia a dia em que podemos encontrar formas cônicas.

4 - Quais são as semelhanças e diferenças entre cilindros e cones?

5 - Quais são as semelhanças e diferenças entre pirâmides e cones?

“É hora de construir”

6 – Siga os passos abaixo para construir o seu cone de revolução.

1º passo: Em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: acione a ferramenta  e depois selecione os pontos $A=(0,0)$, $B=(0,3)$ e $C=(2,0)$. Agora, na janela de entrada, digite “Polígono(A,B,C)” . Pronto! Temos o nosso triângulo Retângulo;

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D. Agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

4º passo: para ajustar a visualização, utilize a ferramenta  e selecione a opção  para uma visualização de uma perspectiva em que o eixo y está voltado para cima;

5º passo: clique sobre a janela de visualização 2D para ativá-la e, em seguida, clique em  para inserir um controle deslizante, selecione a opção ângulo e em nome coloque “a”;

6º passo: na janela de entrada, digite “Superfície(t1,a,EixoY)”. Utilize o controle deslizante para visualizar o cone de revolução sendo formado;

7º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação  para visualizar o cone em diferentes ângulos. Personalize de acordo a sua preferência.

Agora, faça o que se pede em cada item!

a) Determine a área da base do cone, a sua altura e a sua geratriz?

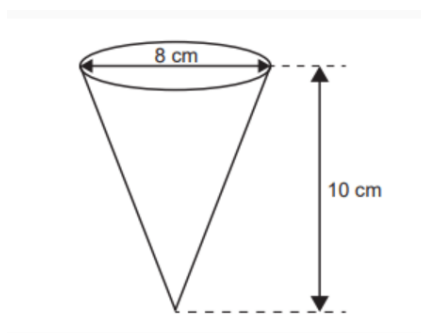
b) Como é a planificação do cone faça sua planificação especificando as suas dimensões no espaço abaixo:

c) Qual é a área lateral e a área total do cone? Explique como você a encontrou?

d) Determine o volume do cone, e explique como chegou nesse resultado?

7 – (ENEM 2022) Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.

Figura 43 - cone circular reto



Fonte: Adaptado do INEP 2022

Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- A) 1,52.
- B) 3,24
- C) 3,60.
- D) 6,48.
- E) 7,20.

8 - Autoavaliação!

- a) Você sabia definir cone de revolução, calcular a área de sua base, a área lateral e a área total? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

- b) Você sabia calcular o volume do cone? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

- c) Você gostou de usar o GeoGebra para construir o cone?

SIM ()

NÃO ()



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 05			
Objetivo:	- Definir esferas a partir do conceito de sólido de revolução; - Calcular a área da superfície e o volume de uma esfera; - Utilizar o GeoGebra para modelar esferas.		
Competência:	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades:	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504

Metodologia:	Com a sala organizada e os Chromebooks distribuídos, os educandos iniciaram a aula acessando o GeoGebra Classic. Após receberem o material impresso do Momento 5, realizaram as 6 atividades propostas. Por fim, refletiram sobre seu aprendizado respondendo à autoavaliação.
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 05.

MOMENTO 05 – “Desvendando as esferas – hora de lembrar e construir”

As esferas estão presentes em diversos objetos, desde bolas de futebol até planetas. Neste momento, vamos aplicar seus conhecimentos de geometria para entender melhor as esferas e suas aplicações no mundo real. Resolva as atividades propostas e utilize o livro didático para explorar as esferas.

“É hora de lembrar”

1 - Você lembra o que é uma esfera? Escreva abaixo a sua definição.

2 - Você tem alguma ideia de como encontrar o volume de uma esfera?

3 - Qual a forma geométrica que resulta do corte de uma esfera por um plano?

4 – Por que a esfera não pode ser planificada?

“É hora de construir”

5 – Siga os passos a baixo para construir a esfera.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: selecione a ferramenta  e clique sobre os pontos A(-1,0) e B(1,0);

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D. Agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

4º passo: selecione a ferramenta  superfície de revolução e clique no semicírculo. Temos a nossa esfera gerada pela revolução do semicírculo;

5º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação  para visualizar a esfera em diferentes ângulos. Personalize de acordo a sua preferência.

Agora, faça o que se pede em cada item!

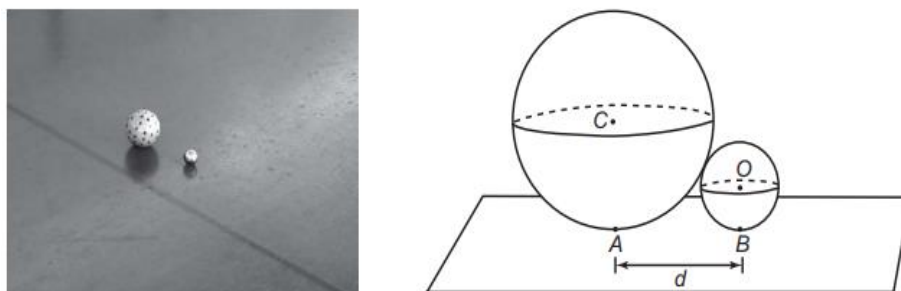
a) Determine a área da superfície esférica.

b) Determine o volume da esfera.

6 - (Enem PPL 2016) A bocha é um esporte jogado em canchas, que são terrenos planos e nivelados, limitados por tablados perimétricos de madeira. O objetivo desse esporte é lançar bochas, que são bolas feitas de um material sintético, de maneira a situá-las o mais perto possível do bolim, que é uma bola menor feita, preferencialmente, de aço, previamente lançada.

A Figura 44 ilustra uma bocha e um bolim que foram jogados em uma cancha. Suponha que um jogador tenha lançado uma bocha, de raio 5 cm, que tenha ficado encostada no bolim, de raio 2 cm, conforme ilustra a Figura 44.

Figura 44 - Bocha e bolim



Fonte: Adaptado do INEP 2016

Considere o ponto C como o centro da bocha, e o ponto O como o centro do bolim. Sabe-se que A e B são pontos em que a bocha e o bolim, respectivamente, tocam o chão da cancha, e que a distância entre A e B é igual a d.

- a) 1
- b) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$
- c) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- d) 2
- e) $\sqrt{10}$

7 - Autoavaliação!

- a) Você sabia definir esfera, calcular a sua área? Justifique.

SIM () NÃO ()

- b) Você sabia calcular o volume da esfera? Justifique.

SIM () NÃO ()

- c) Você gostou de usar o GeoGebra para construir a esfera?

SIM () NÃO ()

Os planos acima mencionados contemplam as seguintes competências:

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2

Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas Brasil (Brasil, 2018 p. 532).

E as seguintes habilidades correspondentes a cada competência, respectivamente:

(EM13MAT201) Propor ações comunitárias, como as voltadas aos locais de moradia dos estudantes dentre outras, envolvendo cálculos das medidas de área, de volume, de capacidade ou de massa, adequados às demandas da região.

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras. (Brasil, 2018 p. 533).

Essas competências e habilidades contempladas nos planos de aula contribuem para a formação dos educandos, capacitando-os a aplicar conhecimentos matemáticos de forma integrada e contextualizada, conectando-os aos desafios do mundo contemporâneo. Embora os educandos tenham enfrentado dificuldades

durante o desenvolvimento do Momento 01, por ser a primeira vez que utilizavam o GeoGebra, essas barreiras foram superadas ao longo dos encontros subsequentes. O processo gradual de familiarização com a ferramenta permitiu que os estudantes adquirissem maior domínio sobre suas funcionalidades e aplicassem os conceitos matemáticos com confiança.

Após a conclusão de todos os encontros, ficou evidente que o planejamento foi de grande importância, contribuindo expressivamente para o aprendizado dos educandos e preparando-os de maneira adequada para o Concurso FotoGebra. Essa experiência corroborou que o uso de metodologias que integram tecnologia e práticas pedagógicas inovadoras pode enriquecer o ensino de matemática, tornando-o mais dinâmico e relevante para a realidade dos educandos.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, são apresentados o perfil dos educandos e dos professores participantes da pesquisa, por meio da análise das observações e de um questionário aplicado, em sala de aula, no primeiro encontro da intervenção. Na sequência, apresenta-se um relato das atividades desenvolvidas, incluindo trechos das produções realizadas pelos participantes, identificados como Aluno A, Aluno B, Aluno C, entre outros. Essa nomenclatura foi adotada para diferenciar as respostas de cada educando, preservando a confidencialidade de suas identidades e produções. Ressalta-se que não foi utilizada uma letra específica para cada participante, garantindo o anonimato de forma uniforme. Por fim, foi exposto à análise e resultados encontrados no decorrer do Concurso FotoGebra.

4.1 PERFIL DOS PROFESSORES E EDUCANDOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

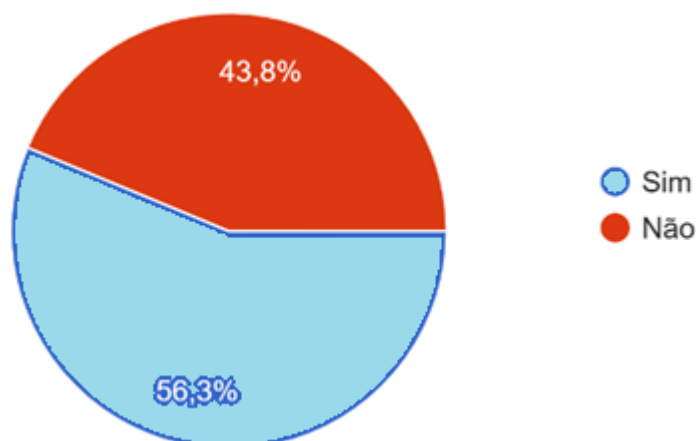
Os professores convidados para atuar como avaliadores no Concurso FotoGebra foram selecionados com base na qualidade de seus trabalhos acadêmicos e na relevância de seus currículos. Todos pertencem ao quadro efetivo de instituições renomadas, sendo um do IFNMG, um da UFVJM, dois da Secretaria de Educação de Minas Gerais (SEE-MG) e seis da Secretaria de Educação do Estado da Bahia (SEE-BA).

Todos possuem formação em Matemática. Dentre eles, um está cursando o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), enquanto os demais já concluíram seus mestrados, sendo sete com o PROFMAT, um com Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, e outro com Mestrado Profissional em Modelagem Computacional e Sistemas, cursando atualmente o doutorado na mesma área.

Em relação aos educandos envolvidos na pesquisa, todos estão cursando o 3º ano do Ensino Médio no turno matutino do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves. A partir da análise do questionário aplicado antes do concurso e das informações coletadas no formulário de inscrição, observa-se haver uma distribuição equitativa entre faixas etárias: 8 educandos têm 17 anos e outros 8 possuem 18 anos. Em termos de distribuição por turmas, há 9 educandos pertencentes ao 3ºA, 4 ao 3ºB e 3 ao 3ºC.

A figura 45 apresenta os resultados do que foi questionado aos educandos sobre o conhecimento e familiaridade com a ferramenta GeoGebra.

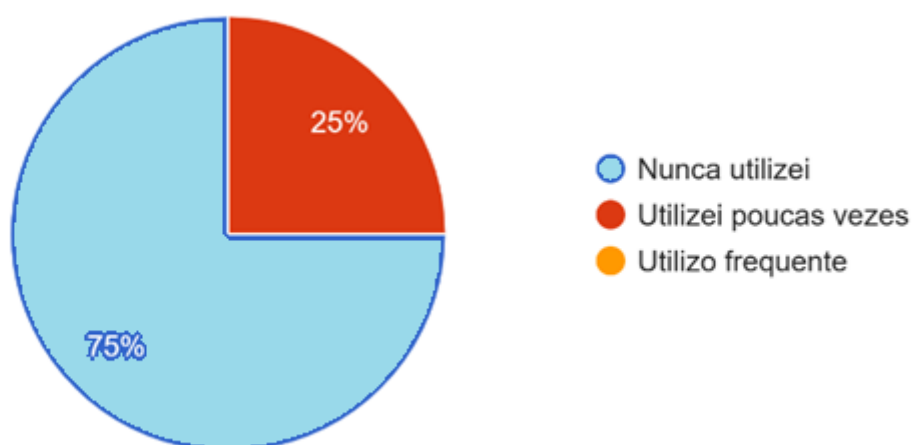
Figura 45 – Desempenho dos alunos para a questão: Você conhece o GeoGebra?



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Conforme o Gráfico 1 apresentado acima, observa-se que 43,8% educandos não conheciam o GeoGebra, enquanto 56,3% já conheciam o aplicativo. Em relação ao uso do GeoGebra, pode-se verificar os dados detalhados na figura 46 a seguir.

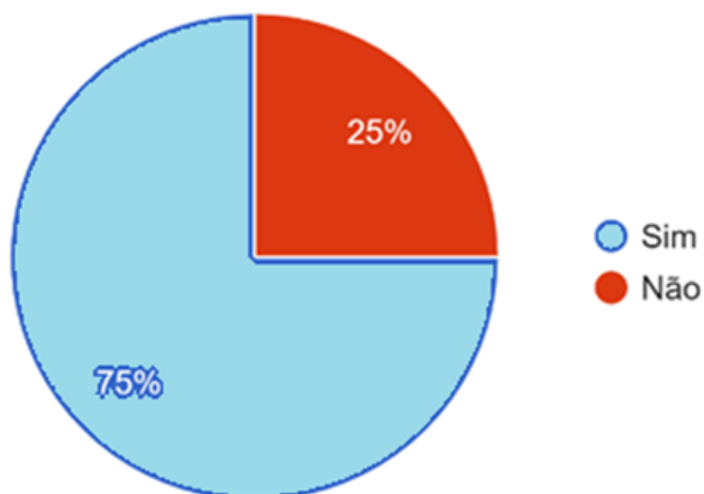
Figura 46 - Desempenho dos alunos para a questão: Com qual frequência você utiliza o GeoGebra?



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

Observa-se na figura 46 que apenas 25% dos educandos utilizaram o GeoGebra algumas vezes, enquanto 75% nunca tiveram contato com o aplicativo, com destaque para o fato de nenhum educando ter o hábito de usá-lo frequentemente.

Figura 47 - Desempenho dos alunos para a questão: Você gosta de estudar Geometria Espacial?

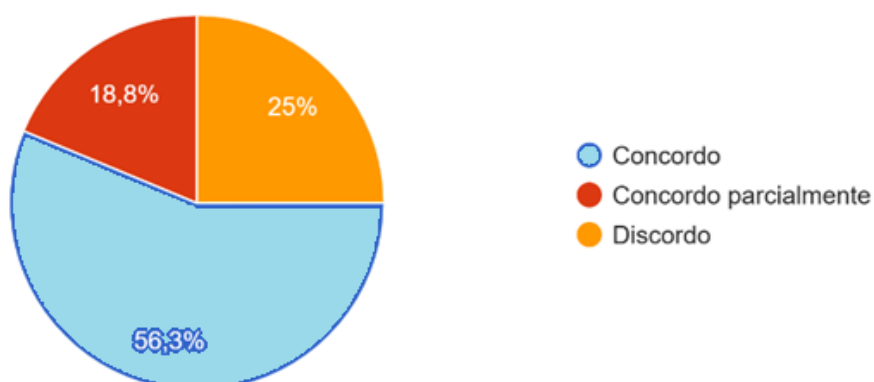


Fonte: elaborado pelo autor (2024).

No que se refere ao interesse por geometria figura 47, 75% dos educandos afirmam gostar de estudar Geometria Espacial, enquanto 25% expressaram que não apreciam a disciplina, evidenciando um desafio pessoal para esses estudantes que ainda assim se dispõem a participar. Esse percentual também se reflete na resposta à pergunta sobre o gosto por fotografia, na qual 75% indicaram que gostam de fotografar e 25% não.

Quanto à capacidade de identificar facilmente a Geometria Espacial em seu cotidiano, pode-se visualizar os resultados no gráfico a seguir.

Figura 48 - Desempenho dos alunos para a questão: Consigo perceber facilmente a Geometria Espacial presente na minha realidade?



Fonte: elaborado pelo autor (2024).

A análise dos dados revela que a maioria dos educandos, representada por 56,3%, concorda plenamente em conseguir perceber a Geometria Espacial em seu cotidiano. Outros 18,8% concordam parcialmente, enquanto 25% discordam dessa afirmação, indicando que, embora haja uma predominância de educandos com facilidade para identificar a Geometria Espacial, ainda há uma parcela significativa que encontra dificuldades nessa percepção.

4.2 DOS CRITÉRIOS E PROCEDIMENTOS DE AVALIAÇÃO DAS FOTOS.

As produções foram avaliadas por 10 professores com formação em Matemática e experiência em trabalhos relacionados ao uso do GeoGebra. Dada a diversidade geográfica dos avaliadores, foi necessário organizar um processo que garantisse uma avaliação eficiente e de qualidade. Para isso, as produções foram reunidas em uma pasta no Google Drive e nomeadas padronizadas de “Produção Fotográfica 01” a “Produção Fotográfica 16”, sem qualquer identificação dos autores. Em seguida, foi elaborado um formulário contendo 16 questões, cada uma correspondente a uma produção fotográfica. Os avaliadores deveriam atribuir uma nota entre 4 e 10 para cada um dos 8 critérios estabelecidos para a avaliação das produções.

- Fotografia: qualidade da imagem, nitidez, enquadramento, composição e iluminação;
- Estética: apelo visual, harmonia das cores e elementos da foto;
- Originalidade: abordagem criativa e inovadora do tema;
- Criatividade: expressão artística e inventividade na utilização dos recursos fotográficos e matemáticos;
- Situação problemática: apresentação de um problema matemático relacionado à foto;
- Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado: correção e coerência na aplicação dos conceitos matemáticos;
- Uso do GeoGebra: utilização adequada do software para representar o problema matemático e/ou complementar a foto;
- Destaque: menção de características adicionais que valorizem a foto.

As notas foram organizadas em tabelas no Excel apêndice M, para facilitar a soma e a obtenção da nota média de cada trabalho, conforme o Quadro 7.

Quadro 7 – Quadro de critérios e nota atribuídas a uma produção fotográfica

Trabalho Fotográfico 02											
Critérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	9	8	9	9	7	9	8	6	10	6	8,1
Estética:	10	8	9	8	8	9	8	5	9	6	8
Originalidade:	10	8	9	9	10	10	8	5	10	5	8,4
Criatividade:	10	8	9	9	5	8	7	6	10	7	7,9
Situação problemática:	9	8	10	9	6	10	9	5	10	6	8,2
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	10	8	10	9	8	10	10	8	10	7	9
Uso do GeoGebra:	9	8	10	9	8	10	9	6	10	6	8,5
Destaque:	9	8	10	8	9	9	7	5	10	6	8,1
Total:	76	64	76	70	61	75	66	46	79	49	66,2

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Na avaliação das produções do Concurso FotoGebra, cada avaliador foi identificado como A1, A2, e assim por diante, no final de cada coluna, encontra-se a nota final de cada avaliador, enquanto ao final de cada linha está a média geral de cada critério avaliado. A média final de cada trabalho e o somatório das notas atribuídas por todos os avaliadores resulta na média geral, encontra-se na última célula da última linha e da última coluna.

4.3 ANÁLISE DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática foi estruturada em cinco momentos, cada um dividido em duas partes distintas. A primeira parte, intitulada “É hora de relembrar”, apresenta questões visando revisar conceitos previamente estudados ou, caso necessário, estimular o educando a buscar no livro didático o conhecimento prévio relacionado ao sólido geométrico em foco.

Na segunda parte, denominada “É hora de construir”, é oferecido um passo a passo para o estudante poder construir o sólido utilizando o software GeoGebra. Após essa etapa de construção, o educando era desafiado a resolver atividades adicionais, incluindo o cálculo das áreas e volumes dos sólidos construídos.

A sequência didática tem como foco o estudo dos sólidos geométricos: prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. Cada um desses sólidos foi abordado nos Momentos

01, 02, 03, 04 e 05, respectivamente. Além de revisar os conteúdos relacionados, a sequência didática tem como principal objetivo capacitar os educandos no uso correto das ferramentas do software GeoGebra, preparando-os para a participação no Concurso de FotoGebra.

Momento 01

1 – Você sabe o que é um prisma? Escreva abaixo a sua definição.

A questão 1 teve como objetivo avaliar o conhecimento prévio do estudante acerca do conceito de prisma, bem como identificar se ele compreende suas características fundamentais. Parte-se do pressuposto de que o estudante já tenha tido algum contato com o conceito de prisma, seja por meio de contextos formais de aprendizagem, como a escola, ou em situações cotidianas. A formulação da pergunta utiliza uma linguagem clara e direta, tornando-se acessível a estudantes de diferentes níveis de escolaridade e facilitando a verificação de sua compreensão básica sobre o tema.

Considerando os estudantes do 3º ano do Ensino Médio e sua bagagem de estudo e a possibilidade de consulta no livro didático, esperam-se as seguintes respostas:

Resposta esperada pelo professor: sim, “A figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta paralelos à reta r , com uma extremidade em um ponto de um polígono convexo e a outra no plano b , é denominada prisma” (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020, p 83).

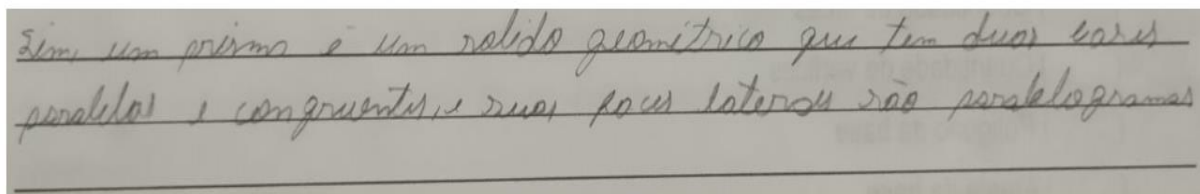
Essa seria uma resposta tirada do livro didático utilizado pela turma durante a realização da sequência.

Resposta esperada pelo professor: sim, é um sólido geométrico formado por dois polígonos congruentes, situados em planos paralelos e cujas arestas laterais são, duas a duas, paralelas entre si.

A figura 49 apresenta as respostas de três educandos, sendo que se obtiveram diferentes respostas para essa questão.

Respostas dadas pelos educandos:

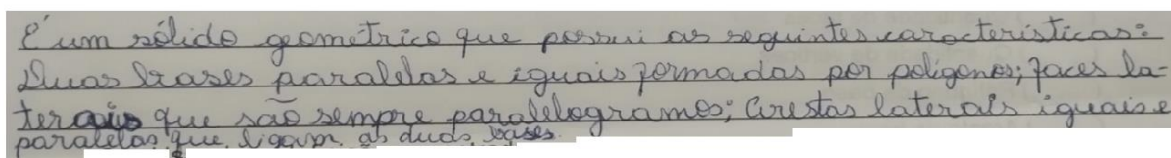
Figura 49 - Resposta do aluno A para a questão 1



Sim, um prisma é um sólido geométrico que tem duas bases paralelas e congruentes, suas faces laterais são paralelogramos

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

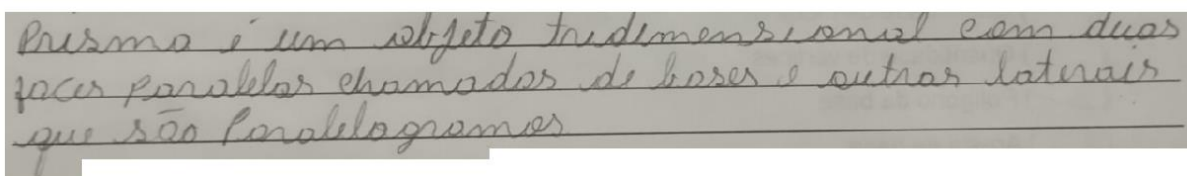
Figura 50 - Resposta do aluno B para a questão 1



É um sólido geométrico que possui as seguintes características: Duas bases paralelas e iguais formadas por polígonos; faces laterais que são sempre paralelogramos; arestas laterais iguais e paralelas que ligam as duas bases.

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 51 - Resposta do aluno C para a questão 1



Prisma é um objeto tridimensional com duas faces paralelas chamadas de bases e outras laterais que são paralelogramos

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

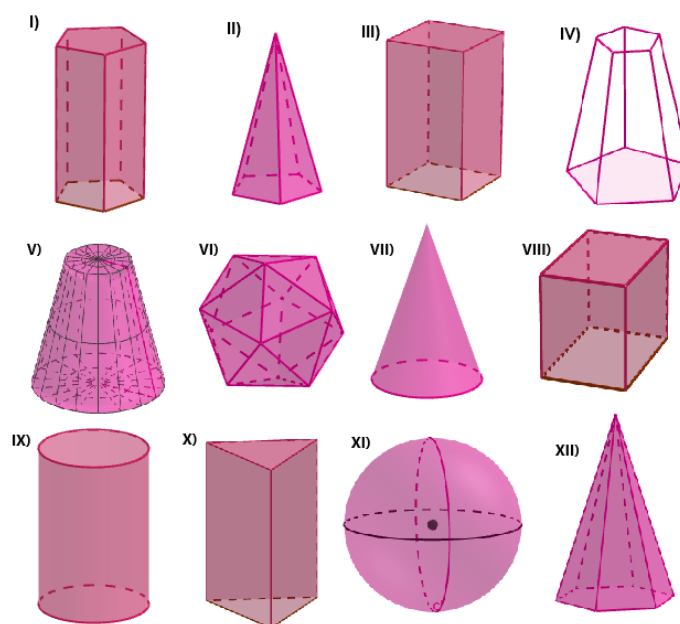
Os educandos demonstraram uma compreensão clara dos elementos de um prisma, como a presença de bases paralelas e congruentes, além de faces laterais formadas por paralelogramos. A linguagem utilizada foi adequada, embora não tecnicamente precisa, o que sugere que as respostas foram formuladas diretamente pelos estudantes. De modo geral, as respostas apresentaram variações: algumas mais completas, como a do aluno B, e outras que poderiam ser aprimoradas, como a do aluno A, que poderia ter incluído a informação de que as bases são polígonos e as arestas laterais são segmentos de reta. Na resposta do participante C, não houve menção à congruência das bases.

No entanto, as respostas indicam um bom nível de compreensão do conceito de prisma. Os educandos conseguiram identificar os principais elementos e suas inter-

relações. A análise geral aponta que, de maneira satisfatória, os estudantes compreenderam o conceito, demonstrando domínio sobre o tema.

2 – Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam prismas:

Figura 52 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A questão em descrição tem como objetivo central avaliar a capacidade do estudante de distinguir prismas de outros sólidos geométricos, tais como pirâmides, cilindros e cones. Para responder adequadamente, o educando deve ter assimilado o conceito de prisma e suas características essenciais, incluindo a presença de duas bases congruentes e paralelas, bem como faces laterais em formato de paralelogramos. A partir desse conhecimento, o estudante poderá identificar, entre os sólidos apresentados na figura, quais se enquadram nos critérios que definem um prisma.

Resposta esperada pelo professor: “Sólidos I, III, VIII e X são prismas, pois possuem duas bases paralelas e congruentes e as faces laterais são paralelogramos”

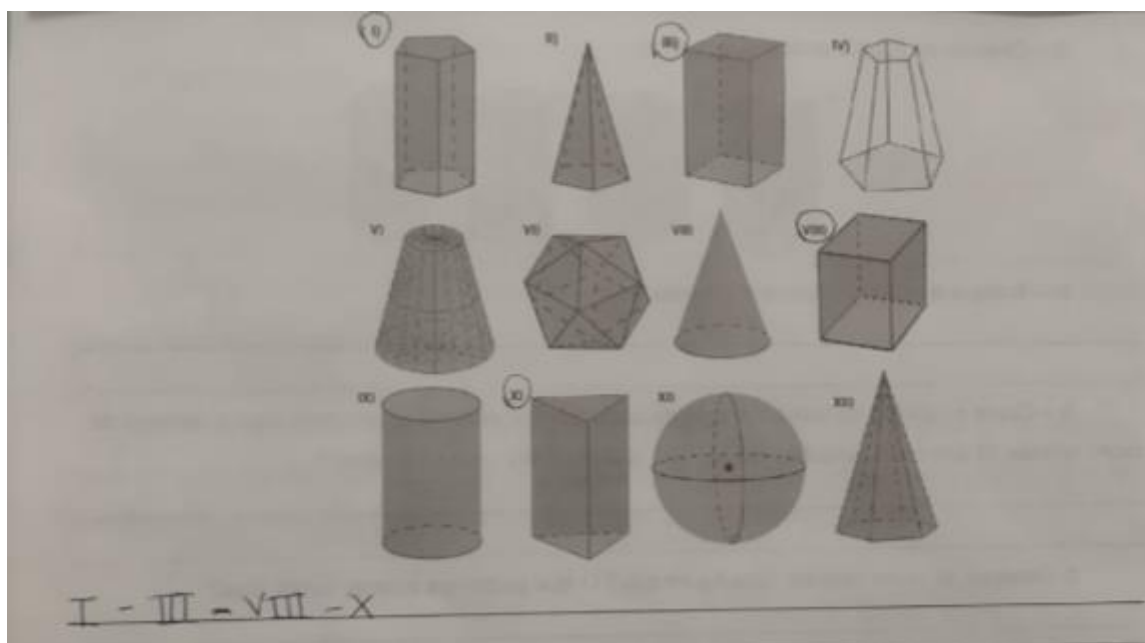
A análise da resposta dos educandos permite algumas conclusões interessantes, como, por exemplo, o fato de a maioria dos educandos ter marcado os

itens I, III, VIII e X indica que a grande maioria compreendeu o conceito de prisma e conseguiu aplicá-lo na identificação dos sólidos.

Alguns educandos marcaram o sólido IV, o que sugere que não prestaram atenção à condição de que as bases de um prisma devem ser congruentes (iguais em forma e tamanho). Nesse caso, a base do sólido IV não é congruente à sua face superior. A omissão do sólido VIII por alguns educandos pode ser atribuída a uma simples falta de atenção, já que o sólido VIII claramente se encaixa na definição de prisma.

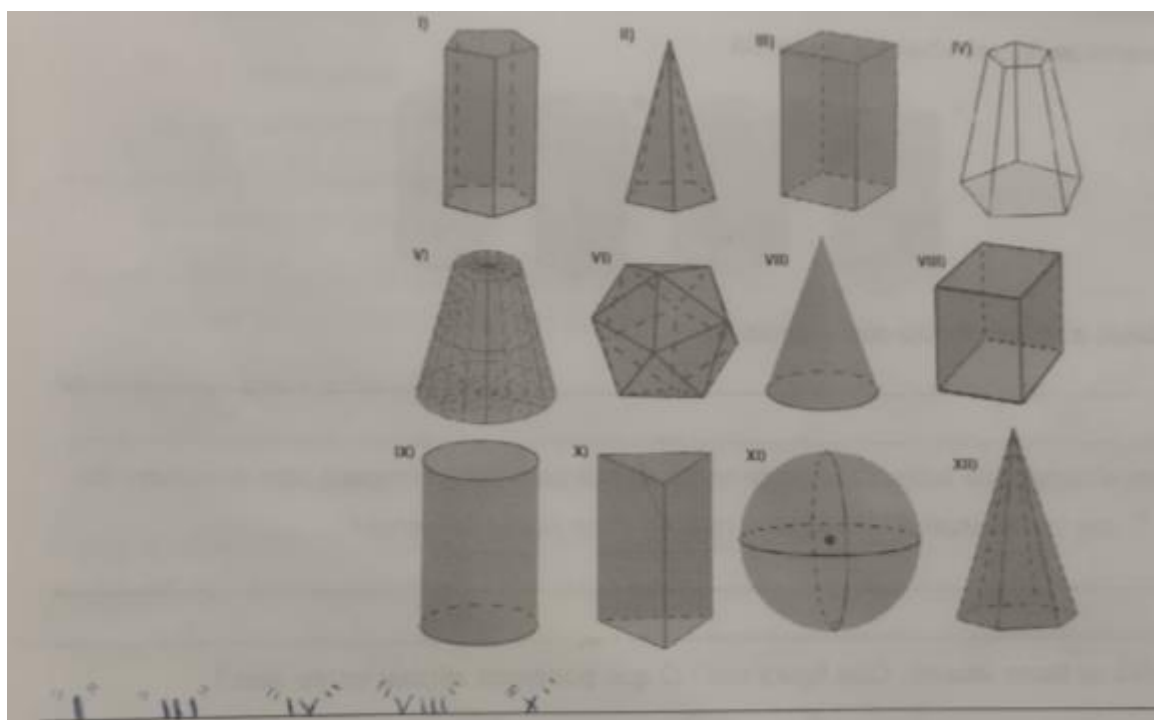
Respostas dadas pelos educandos:

Figura 53 - Resposta do aluno A para a questão 2



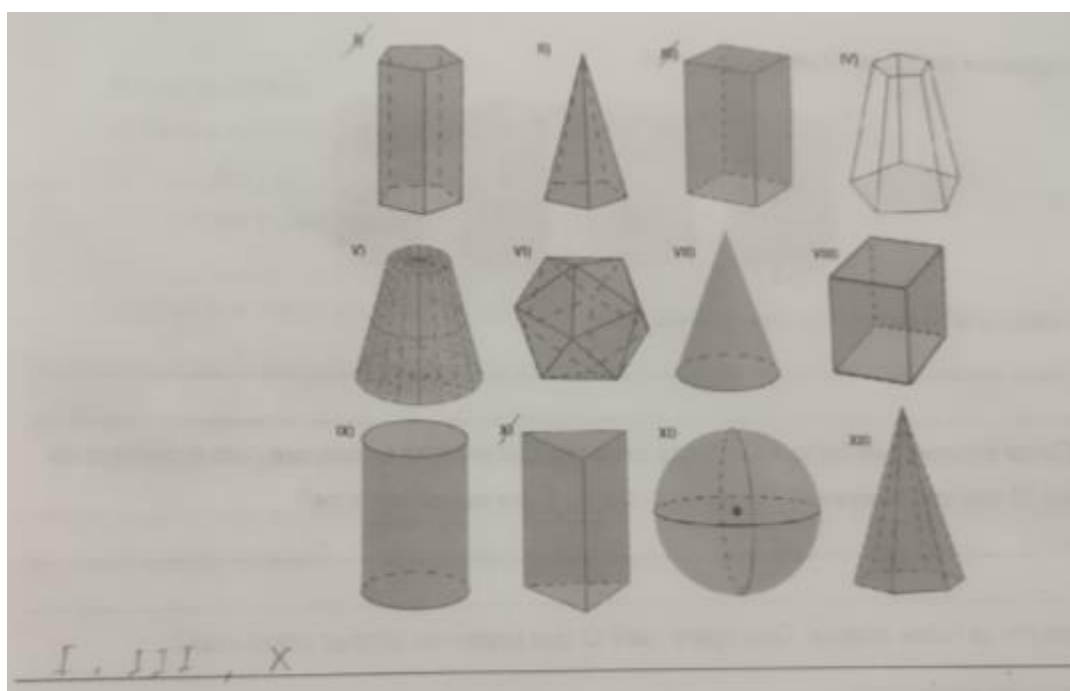
Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 54 - Resposta do aluno B para a questão 2



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

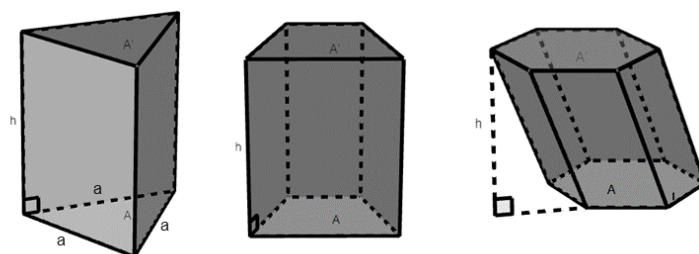
Figura 55 - Resposta do aluno C para a questão 2



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

3 - Observe os diferentes prismas abaixo e responda. Eles são todos iguais? O que os diferencia? Que características vocês podem identificar em cada uma delas?

Figura 56 - Diferentes prismas



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O objetivo central da questão é avaliar a capacidade do estudante em comparar e contrastar sólidos geométricos, com ênfase nos prismas. Espera-se que o educando possa identificar tanto as semelhanças quanto as diferenças entre os prismas apresentados. Além disso, é necessário que o estudante reconheça e descreva as características distintivas de cada tipo de prisma, a fim de realizar uma comparação criteriosa que permita identificar suas diferenças específicas.

Segundo Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa, (2020), os prismas podem ser classificados conforme o polígono da base e segundo a inclinação das suas arestas laterais, logo, espera-se que os educandos respondam.

Resposta esperada pelo professor: não, os três prismas apresentam diferenças tanto em relação ao polígono que forma suas bases quanto à inclinação de suas arestas laterais. O primeiro prisma é um prisma reto com base triangular, o segundo é um prisma reto com base trapezoidal, e o terceiro é um prisma oblíquo com base hexagonal.

A maioria dos educandos conseguiu identificar que os prismas apresentavam diferenças, citando características como o tipo de prisma (reto ou oblíquo) e o formato da base. Os educandos demonstraram conhecimento dos elementos básicos de um prisma, como bases, arestas e vértices, como mostra as imagens das respostas abaixo.

Respostas dadas pelos educandos:

Figura 57 - Resposta do aluno A para a questão 3

Não, o Tipo, Prismas retos e prismas oblíquos

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 58 - Resposta do aluno B para a questão 3

prisma triangular, prisma quadrilateral, prisma hexagonal
o que diferencia é a base

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 59 - Resposta do aluno C para a questão 3

Não, São todos e podemos observar que após deles são prisma retos e um prisma oblíquo. Triangular, quadrangular e hexagonal

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 60 - Resposta do aluno D para a questão 3

Não, o número de arestas, de verticais, as bases e faces laterais

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Nenhum educando apresentou uma resposta completamente abrangente que englobasse todas as possíveis diferenças entre os prismas. Os estudantes demonstraram dificuldades em articular de maneira clara e precisa as distinções entre os prismas, especialmente ao utilizar uma linguagem técnica apropriada. As respostas se limitaram a aspectos visuais, como o número de lados da base, sem aprofundar em outras propriedades geométricas. Houve também um equívoco recorrente, com educandos classificando incorretamente o prisma trapezoidal como um prisma quadrangular.

4 – Como chamamos as faces paralelas de um prisma?

Essa pergunta tem como objetivo avaliar a capacidade do estudante de identificar e nomear corretamente as faces paralelas de um prisma, além de evidenciar compreensão do conceito de paralelismo entre figuras geométricas.

Resposta esperada pelo professor: bases.

Todos os educandos respondeu corretamente à questão, identificando as faces paralelas de um prisma como suas bases. Esse resultado sugere que, de modo geral, os estudantes compreenderam adequadamente o conceito de base em prismas.

5 – A nomenclatura dos prismas está relacionada a:

- () Quantidade de faces
- () Quantidade de vértices
- () Polígono da base
- () Aresta da base
- () Prismas não têm nomenclaturas

Essa questão teve como objetivo verificar a compreensão do educando acerca da nomenclatura dos prismas e sua relação com as características geométricas da figura. Pretende-se avaliar se o estudante consegue identificar o elemento fundamental do prisma que determina sua classificação e denominação.

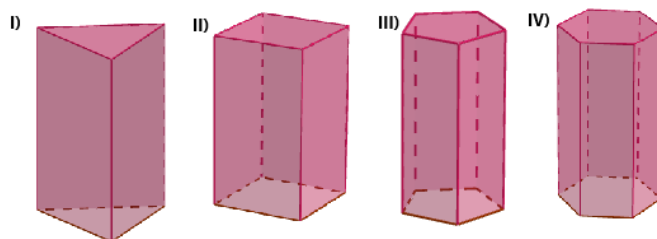
Resposta:

- (X) Polígono da base

O acerto unânime dos educandos na questão indica uma sólida compreensão do conceito de que a forma da base define a nomenclatura dos prismas. Essa evidência sugere que os educandos possuem um domínio consistente sobre os critérios de classificação e nomenclatura dos prismas, demonstrando, assim, um bom entendimento do conteúdo abordado.

6 – Observe as figuras abaixo e responda:

Figura 61 - Diferentes tipos de prismas



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

a- Indique a nomenclatura dos prismas acima:

b – Conte o número de lados da base de cada um dos prismas e compare com o número de faces laterais. O que você percebe? Há alguma relação entre esses números?

c- Observe as faces laterais. Que figura são? O que podemos afirmar sobre elas?

A questão tem como objetivo principal avaliar a compreensão dos educandos sobre a classificação e as propriedades dos prismas. Busca-se verificar se os estudantes conseguem identificar corretamente a nomenclatura dos prismas, relacionando a forma da base com a denominação correspondente. Além disso, pretende-se avaliar se os educandos conseguem estabelecer relações entre o número de lados da base e o número de faces laterais, identificando padrões geométricos. A questão também visa analisar a habilidade dos estudantes em reconhecer o tipo de polígono que compõe as faces laterais e suas respectivas propriedades.

Resposta esperada pelo professor: a) I – Prisma triangular, II – Prisma Quadrangular, III – Prisma pentagonal, IV – Prisma hexagonal.

b) Ao contar o número de lados da base de cada prisma e compará-lo com o número de faces laterais, podemos observar que o número de faces laterais é sempre igual ao número de lados da base.

c) As faces laterais de todos os prismas apresentados são retângulos.

Os educandos conseguiram identificar corretamente a nomenclatura dos prismas, estabelecendo a relação entre o nome do sólido e o polígono que compõe sua base. Eles demonstraram compreensão da estrutura dos prismas ao reconhecer

a correspondência direta entre o número de lados da base e o número de faces laterais. Além disso, todos os estudantes identificaram corretamente as faces laterais dos prismas como sendo retangulares, evidenciando uma boa compreensão dos elementos que constituem esses sólidos geométricos.

“É hora de construir”

7 – Siga os passos abaixo para construir o seu prisma.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: clique no botão  na barra de ferramentas na parte superior, escolha a opção “Polígono regular”, selecione dois pontos na janela de visualização 2D para definir a medida do lado. Após isso, na janela “polígonos regulares” que surgirá, digite 4 para quantidade de vértices e pressione o botão ok. Verifique se apareceu o quadrado.

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  Janela de Visualização 3D, agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto! Agora podemos visualizar o nosso quadrado em uma perspectiva tridimensional;

4º passo: clique na janela de visualização 3D para ativa-la, e depois clique no botão , selecione a opção , clique novamente no polígono construído na janela de visualização 3D e digite a altura desejada;

5º passo: agora o seu prisma está pronto! Clique no botão , selecione  e, em seguida, clique no prisma na janela de visualização 3D. Ao realizar esse comando teremos a planificação do prisma construído;

6º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação

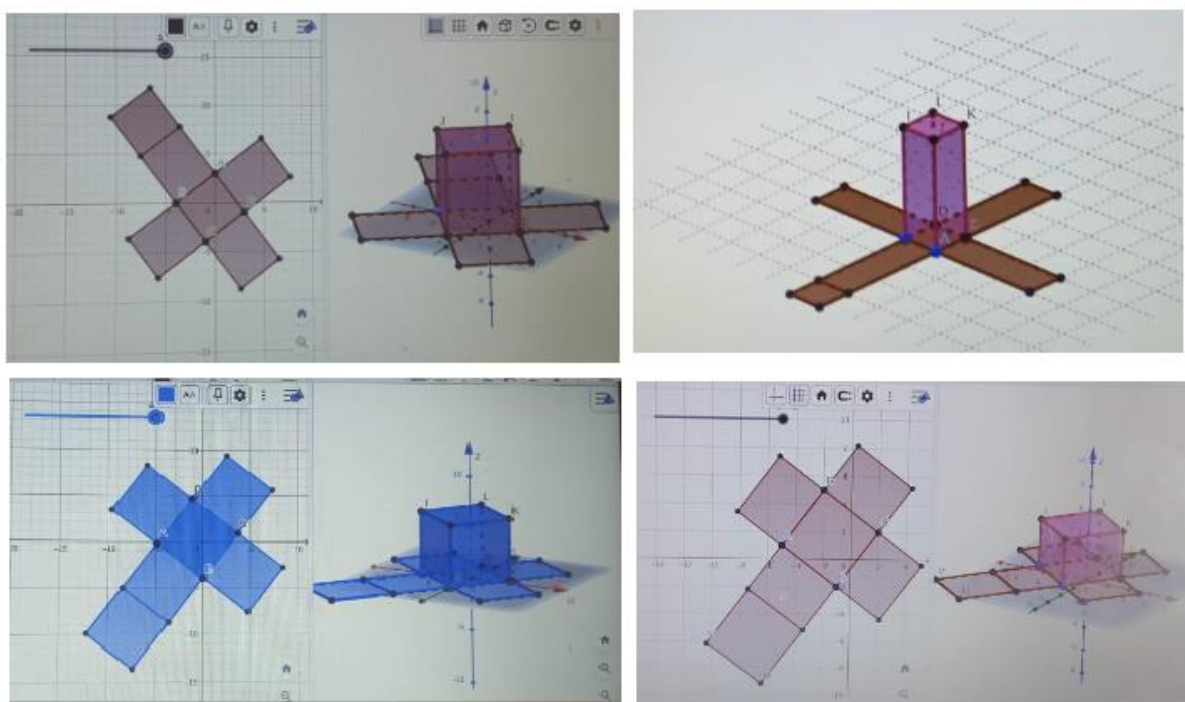


para visualizar o prisma em diferentes ângulos.

O passo a passo tem como objetivo principal orientar os educandos na construção de um prisma tridimensional utilizando o software GeoGebra. A sequência de instruções visa garantir que os educandos, mesmo sem experiência prévia com a ferramenta, consigam construir o sólido geométrico de forma autônoma. Nesse item, os educandos tiveram a liberdade de escolher as medidas do lado do polígono da base e a altura do prisma, permitindo que construíssem sólidos diferentes em relação a arestas, áreas e volumes. Essa abordagem incentivou a interação entre os estudantes, que compartilharam ao final e compararam os sólidos que haviam construído, promovendo um ambiente de troca de experiências e aprendizado colaborativo.

Observe na Figura 62, alguns sólidos construídos pelos educandos.

Figura 62 - Diferentes construções do Prisma



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

8- Agora, responda!

- a) Qual a nomenclatura dada a esse prisma?
- b) O prisma é classificado como reto ou oblíquo?

c) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? E qual a medida do seu lado?

Caso necessário, utilize a ferramenta  .

d) A área do quadrado é calculada elevando a medida do seu lado ao quadrado $A = a^2$. Encontre a área do quadrado da base registrando os cálculos no espaço abaixo.

Depois, utilize a ferramenta  no GeoGebra para verificar se a área encontrada está correta.

e) A face lateral do prisma é formada por qual figura? Determine a área registrando os cálculos no espaço abaixo e depois utilize a ferramenta  para verificar sua resposta.

f) Quantas faces laterais tem o prisma? Quantos lados tem o polígono da base? O que podemos concluir com essa observação?

g) Determine a área lateral do prisma? Como você encontrou a área lateral do prisma?

h) Determine a área total do prisma sabendo que ela é dada pela soma de todas as faces?

i) O volume do prisma é dado pelo produto da área de sua base pela altura. Utilize o espaço abaixo para registrar os cálculos e determinar o volume do prisma. Depois, utilize a ferramenta  para verificar a sua resposta.

As questões propostas apresenta uma sequência de perguntas visando avaliar a compreensão do educando acerca dos conceitos de prisma, área e volume, além de sua habilidade em utilizar um software de geometria dinâmica, como o GeoGebra, para realizar cálculos e verificações.

As respostas esperadas incluem a correta identificação da nomenclatura do prisma, sua classificação como reto ou oblíquo, o cálculo da área da base, da área lateral, da área total e do volume. Em alguns casos, as respostas serão personalizadas, uma vez que dependem das medidas escolhidas para o lado da base e para a altura do prisma. A seguir, apresentam-se as respostas esperadas pelos professores:

a) Prisma quadrangular

- b) Reto
- c) Quadrado, resposta pessoal.
- d) Resposta pessoal
- e) Retângulo, resposta pessoal
- f) 4 faces laterais e o polígono da base tem 4 lados.
- g) Resposta pessoal.
- h) Resposta pessoal.
- i) Resposta pessoal.

Respostas dadas pelos educandos:

Figura 63 - Resposta do aluno A para a questão 8 itens a, b, c, d, e

8- Agora responda!

a) Qual a nomenclatura dada a esse prisma?

Prisma quadrangular

b) O prisma é classificado como reto ou oblíquo?

Reto

c) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? E qual a medida do seu lado? Caso necessário utilize a ferramenta .

Quadrado 6,72

d) A área do quadrado é calculada elevando a medida do seu lado ao quadrado $A = a^2$, encontre a área do quadrado da base registrando os cálculos no espaço abaixo. Depois utilize a ferramenta  no GeoGebra para verificar se a área encontrada está correta.

$6,72^2 = 45,1584$ no GeoGebra arredondou para 45,36

e) A face lateral do prisma é formada por qual figura? Determine a área registrando os cálculos no espaço abaixo e depois utilize a ferramenta  para verificar sua resposta.

Retângulo $6,72 \times 6 = 40,32$

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 64 - Resposta do aluno A para a questão 8 itens f, g, h, i

f) Quantas faces laterais tem o prisma? Quantos lados tem o polígono da base? O que podemos concluir com essa observação?

O número de lados é igual ao número de faces.

g) Determine a área lateral do prisma? Como você encontrou a área lateral do prisma?

$40,32 \cdot 4 = 161,28$
Área lateral é igual a 161,28

h) Determine a área total do prisma sabendo que ela é dada pela soma de todas as faces?

$161,28 + 90,32 = 251,6$

i) O volume do prisma é dado pelo produto da área de sua base pela altura. Utilize o espaço abaixo pra registrar os cálculos e determinar o volume do prisma. Depois utilize a ferramenta  Para verificar a sua resposta.

$161,28 \cdot 6 = 967,68$

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Nesse caso, o educando utilizou como medidas 6,72 para o lado do quadrado e 6 para a altura do prisma, o que resultou em cálculos no conjunto dos números racionais. Em alguns momentos, foi necessário arredondar os valores, o que é interessante, ao refletir situações reais nas quais os números nem sempre são exatos, exigindo aproximações. Em outros casos, os educandos optaram por medidas inteiras, o que facilitou os cálculos e possibilitou a obtenção de valores exatos, como ilustrado na imagem abaixo.

Respostas dadas pelos educandos:

Figura 65 - Resposta do aluno B para a questão 8 itens a, b, c, d

8- Agora responda!

a) Qual a nomenclatura dada a esse prisma?

Prisma quadrado

b) O prisma é classificado como reto ou oblíquo?

reto

c) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? E qual a medida do seu lado? Caso necessário utilize a ferramenta .

Quadrado = $AB = 2$

d) A área do quadrado é calculada elevando a medida do seu lado ao quadrado $A = a^2$, encontre a área do quadrado da base registrando os cálculos no espaço abaixo. Depois utilize a ferramenta  no GeoGebra para verificar se a área encontrada está correta.

$2 \cdot 2 = 4$

$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 66 - Resposta do aluno B para a questão 8 itens e, f, g, h, i

e) A face lateral do prisma é formada por qual figura? Determine a área registrando os cálculos no espaço abaixo e depois utilize a ferramenta  para verificar sua resposta.

retângulo = $8 \cdot 4 = 32$

$2 \cdot 4 = 8$

f) Quantas faces laterais tem o prisma? Quantos lados tem o polígono da base? O que podemos concluir com essa observação?

4 faces, 4 lados = retângulos não iguais

g) Determine a área lateral do prisma? Como você encontrou a área lateral do prisma?

$8 \cdot 4 = 32$ multipliquei a base com a altura

h) Determine a área total do prisma sabendo que ela é dada pela soma de todas as faces?

$8 + 8 + 8 + 8 + 4 + 4 = 32 + 8 = 40$

i) O volume do prisma é dado pelo produto da área de sua base pela altura. Utilize o espaço abaixo pra registrar os cálculos e determinar o volume do prisma. Depois utilize a ferramenta  Para verificar a sua resposta.

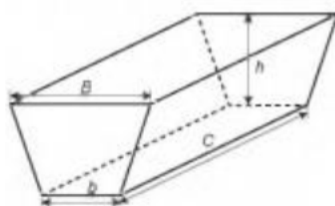
$4 \cdot 4 = 16$

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Nesse caso, o estudante adotou 2 como medida do lado do quadrado da base e 4 como altura do prisma, o que simplificou significativamente os cálculos. No entanto, os educandos demonstraram certa insegurança e dificuldade ao realizar as operações, demandando, por isso, auxílio frequente do professor aplicador. Durante essa fase inicial da atividade, o professor foi solicitado diversas vezes para esclarecer dúvidas e oferecer suporte na execução dos procedimentos.

9 - (ENEM 2014) Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.

Figura 67 - Esquema de silo



Legenda:

b - largura do fundo

B - largura do topo

C - comprimento do silo

h - altura do silo

Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m^3 desse tipo de silo.

(EMBRAPA. Gado de corte. Disponível em: www.cnpqc.embrapa.br. acesso em 01/09/2024).

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é

A) 110.

- B) 125.
- C) 130.
- D) 220.
- E) 260.

A questão teve como objetivo compreender a habilidade do educando em interpretar e resolver um problema contextualizado, que, nesse caso, é um problema real relacionado à agricultura. O estudante para responder a questão, deveria conseguir interpretar o texto apresentado e relacioná-lo com conhecimentos matemáticos relevantes. Em segundo lugar, a questão requer aplicar conceitos geométricos, especificamente o cálculo do volume de prismas, para resolver o problema proposto. Além disso, a questão envolve cálculos de volume e proporcionalidade, exigindo que o estudante execute operações matemáticas precisas.

Por fim, a resolução do problema demanda que o educando passe por diferentes etapas para chegar à resposta final, demonstrando raciocínio lógico e sequencial. A seguir, apresenta-se a resolução da questão:

Resposta esperada pelo professor: primeiro, deve-se ler o problema e extrair as informações importantes que são: $B = 6$ m, $C = 20$ m, $h = 2$ m e a largura do fundo $b = 5$ m, já que para cada metro de altura o fundo é 0,5 m menor que o topo.

Observa-se que a base do prisma é um trapézio e é possível calcular seu volume inicial V_0 com a seguinte fórmula:

$$V_0 = \frac{(b + B) \cdot h}{2} \cdot C$$

Substituindo as informações retiradas anteriormente, tem-se:

$$V_0 = \frac{(5 + 6) \cdot 2}{2} \cdot 20$$
$$V_0 = 220$$

Logo, o volume do silo em metros cúbicos é de 220 m^3 . Como cada dois metro cúbico se tem o equivalente a uma tonelada, basta dividir 220 por 2 obtendo, assim, 110 toneladas, tendo como alternativa correta a letra A.

Figura 68 - Resposta do aluno A para a questão 9

A) 110. $B = b - 0,5h = 2\text{ m}$
 B) 125. $B = b - 0,5 \times 2 = 5\text{ m}$
 C) 130. $\frac{(B+b) \times h}{2}$ $AB = \frac{(16+5) \times 2}{2} = \frac{17 \times 2}{2} = 17\text{ m}^2 = 17 \times 20 =$
 D) 220. $x = \frac{220}{2} = 110$ *110 é a resposta*
 E) 260.

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A resolução apresentada é clara e objetiva, detalhando cada etapa do cálculo, com a resposta final devidamente justificada a partir dos procedimentos realizados, evidenciando a compreensão do problema. A maioria dos educandos conseguiu responder com precisão à questão proposta. No entanto, alguns selecionaram a alternativa “d) 220”, o que pode indicar falta de atenção durante a leitura ou uma interpretação equivocada do enunciado.

Com relação à autoavaliação contida em cada sequência, é possível destacar que ambas tinham como objetivo principal analisar a percepção do educando sobre sua própria aprendizagem em relação aos conceitos de prismas, área e volume, bem como sua competência no uso do software GeoGebra. Por meio dessa ferramenta, o educando é convidado a refletir sobre seu processo de aprendizado, identificar suas dificuldades e reconhecer seus pontos fortes.

Momento 02

1 – Você sabe o que é uma Pirâmide? Escreva abaixo a sua definição.

A pergunta tem como objetivo principal avaliar a compreensão do educando sobre o conceito de pirâmide. O educando pode responder com base em seus conhecimentos prévios ou consultar o livro didático para obter a definição. A questão é formulada de maneira direta e objetiva, facilitando uma avaliação rápida e precisa do entendimento do educando sobre o conceito de pirâmide. A estrutura da pergunta permite que o educando expresse seu conhecimento livremente, utilizando suas próprias palavras e conceitos, proporcionando uma visão clara de sua compreensão do tema.

As possíveis respostas para a pergunta se encontram abaixo:

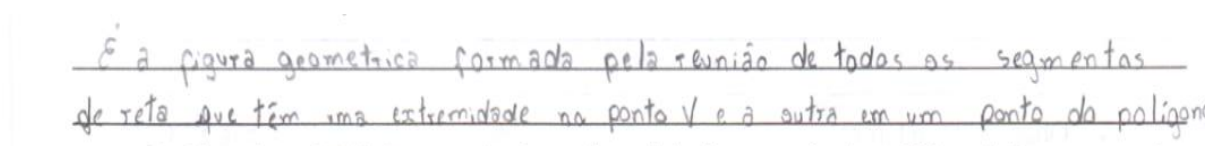
Resposta: sim, Pirâmide é a figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade no ponto V e a outra em um ponto do polígono (Bonjorno; Giovanni Jr; Sousa, 2020).

Resposta: sim, é um sólido geométrico cujas arestas são os lados de um polígono denominado base e também os segmentos cujas extremidades são um vértice do polígono da base e um ponto V não pertencente ao plano que contém o polígono da base.

As respostas dos educandos para essa questão foram, de modo geral, satisfatórias. Alguns demonstraram um bom embasamento ao recorrer ao livro didático, elaborando respostas bem estruturadas e concisas, além de utilizarem termos técnicos adequadamente, como ilustrado nos exemplos a seguir.

Resposta dada pelos educandos:

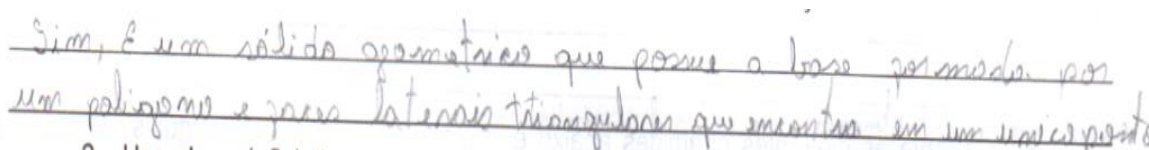
Figura 69 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 02



É a figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta que têm uma extremidade no ponto V e a outra em um ponto do polígono

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 70 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 02



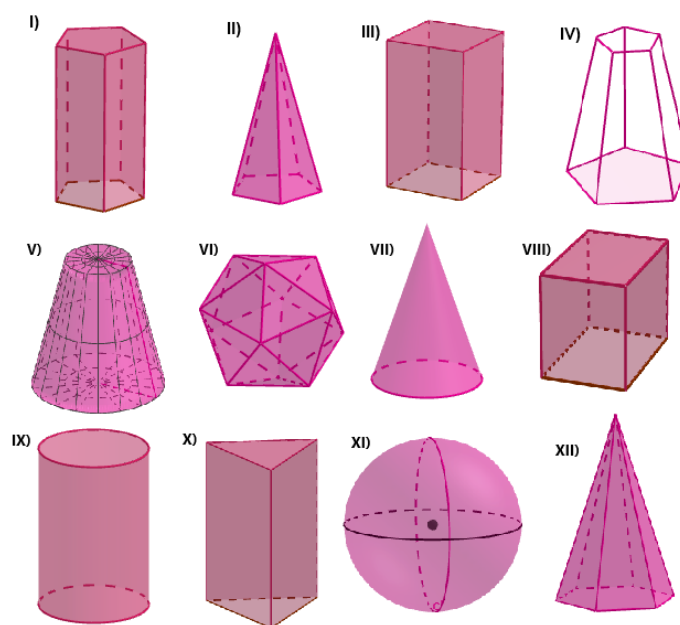
Sim, é um sólido geométrico que possui a base formada por um polígono e faces laterais triangulares que encontram-se em um único ponto

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Alguns educandos responderam: “sim, é uma figura geométrica tridimensional”, o que, embora tecnicamente correto, apresenta-se como uma resposta limitada em termos de detalhamento. Essas respostas demonstram uma compreensão superficial do conceito, sem explorar características mais específicas da pirâmide, como a relação entre a base e as faces laterais triangulares que se encontram em um vértice comum.

2 - Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam uma pirâmide:

Figura 71 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A questão tem como objetivo principal avaliar a capacidade do estudante de aplicar o conceito de pirâmide, utilizando a definição construída na questão anterior, para identificar e distinguir diferentes sólidos geométricos. O educando deverá diferenciar as pirâmides de outros sólidos, como prismas, cilindros, cones e esferas. Além disso, a questão propõe a análise de representações bidimensionais desses sólidos, com o intuito de que o educando identifique suas características espaciais e geométricas precisamente.

Resposta esperada pelo professor: sólidos II e XII

Nessa questão, a maioria dos educandos selecionou ou escreveu corretamente as opções II e XII, que representam adequadamente uma pirâmide. No entanto, alguns educandos optaram pelo item VII, que corresponde a um cone, sugerindo uma possível falta de atenção ou lacunas no conhecimento sobre a diferenciação entre pirâmides e outros sólidos geométricos, como o cone.

3 - A nomenclatura das pirâmides está relacionada a:

- () Quantidade de faces
- () Quantidade de vértices
- () Polígono da base
- () Aresta da base
- () Pirâmides não têm nomenclaturas

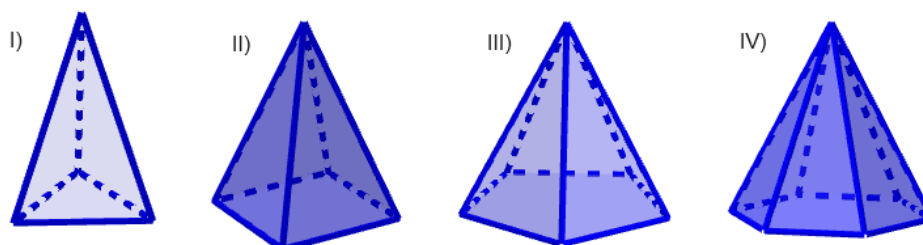
A questão tem como objetivo principal avaliar a compreensão do estudante sobre a nomenclatura das pirâmides e sua relação com as características geométricas dessas figuras. Pretende-se verificar se o educando consegue associar corretamente a nomenclatura ao polígono que compõe a base da pirâmide, compreendendo que o nome da pirâmide está diretamente vinculado à forma e ao número de lados de sua base. Além disso, a questão visa avaliar a habilidade do estudante em distinguir entre os diferentes elementos da pirâmide, como faces, vértices, arestas e base, identificando que a característica definidora para a nomenclatura é a quantidade de lados do polígono da base.

Resposta: (X) Polígono da base.

Nessa questão, um dos educandos selecionou a opção “(X) Quantidade de faces”, enquanto os demais marcaram corretamente a opção “(X) Polígono da base”. Esse padrão sugere que, em geral, os educandos compreenderam como é definida a nomenclatura das pirâmides. A escolha errada por parte de um educando pode ser atribuída a uma falta de atenção ou a uma possível lacuna no conhecimento técnico sobre o tema.

4 - Observe as figuras abaixo e responda:

Figura 72 - Diferentes tipos de pirâmides



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

a– Indique a nomenclatura das pirâmides acima:

b – Conte o número de lados da base de cada uma das pirâmides e compare com o número de faces laterais. O que você percebe? Há alguma relação entre esses números?

c- Compare os lados de cada triângulo que forma a face lateral. O que você observa em relação aos comprimentos desses lados?

A questão tem como objetivo principal avaliar a compreensão do estudante sobre as características e a nomenclatura das pirâmides, bem como sua capacidade de estabelecer relações entre os diferentes elementos dessas figuras geométricas. Busca-se verificar se o estudante consegue identificar corretamente a nomenclatura das pirâmides e associar o nome ao polígono que constitui sua base. Além disso, pretende-se avaliar a habilidade do estudante em contar o número de lados da base e de faces laterais, estabelecendo relações entre esses valores. A análise das faces laterais, incluindo a comparação dos lados dos triângulos que as formam, visa incentivar o reconhecimento de padrões e a identificação de relações entre os elementos que compõem a pirâmide.

Resposta esperada pelo professor: a) I – Pirâmide triangular, II – Pirâmide quadrangular, III – Pirâmide pentagonal, IV – Pirâmide hexagonal.

b) O número de lados do polígono da base é igual ao número de faces laterais.

c) Os triângulos que formam as faces laterais possuem dois lados congruentes, logo, são triângulos isósceles.

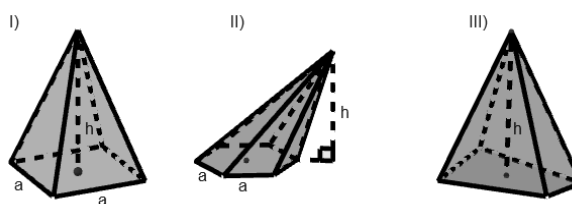
Nessa questão, os educandos conseguiram associar corretamente os nomes das pirâmides com base no formato de suas bases, demonstrando um bom desempenho no item (a).

No item (b), também houve um aproveitamento satisfatório, pois os educandos perceberam que o número de faces laterais de uma pirâmide corresponde ao número de lados do polígono da base.

No item (c), os educandos identificaram corretamente que as arestas laterais que formam os lados de cada triângulo são iguais, embora não tenham mencionado explicitamente que os triângulos são isósceles.

5- Observe as diferentes pirâmides abaixo e responda. Elas são todas iguais? O que as diferencia? Que características vocês podem identificar em cada uma delas?

Figura 73 - Diferentes pirâmides



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A questão tem como principal objetivo avaliar a capacidade do estudante de comparar figuras geométricas, especificamente pirâmides, e identificar semelhanças e diferenças entre elas. Além disso, busca-se analisar as características dessas pirâmides, observando e descrevendo aspectos como a forma da base e a projeção do vértice em relação ao plano da base. Por fim, a questão visa classificar as pirâmides com base em suas características comuns, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico do educando.

Resposta esperada pelo professor: não, as bases e a projeção do vértice em relação ao plano da base, a pirâmide I é reta, quadrangular e regular, a pirâmide II é uma pirâmide hexagonal oblíqua e a pirâmide III é reta.

De modo geral, os educandos apresentaram um bom desempenho na questão, no entanto, as respostas poderiam ser melhoradas. Embora tenham abordado aspectos como as bases, a quantidade de faces e a inclinação das pirâmides, suas definições careciam de maior precisão. Em relação à classificação das pirâmides, os educandos corretamente utilizaram os termos regular, oblíqua e reta. No entanto, as respostas poderiam ser mais completas ao classificar a primeira pirâmide como quadrangular, visto que sua base é um quadrado, e a segunda como hexagonal, já que sua base é um hexágono.

“É hora de construir”

6 – Siga os passos abaixo para construir a sua pirâmide.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: clique no botão  na barra de ferramentas na parte superior, escolha a opção “Polígono regular”, selecione dois pontos na janela de visualização 2D para

definir a medida do lado. Após isso, na janela “polígonos regulares” que surgirá, digite 6 para quantidade de vértices e pressione o botão ok. Verifique se apareceu o hexágono;

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D, agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto! Agora podemos visualizar o nosso hexágono em uma perspectiva tridimensional;

4º passo: clique na janela de visualização 3D para ativa-la, depois, clique no botão  e selecione a opção , clique novamente no polígono construído na janela de visualização 3D e digite a altura desejada;

5º passo: clique em  e depois em . Agora clique com o curso sobre os pontos A e B para criar o ponto médio do segmento AB. Ative a janela de visualização 3D e clique em  e acione o comando , em seguida, clique com o cursor sobre os pontos G e H criando o segmento GH. Temos, então, a altura da face lateral;

5º passo: agora a sua pirâmide está pronta! Clique no botão , selecione  e, em seguida, clique no prisma na janela de visualização 3D. Ao realizar esse comando teremos a planificação da pirâmide construída;

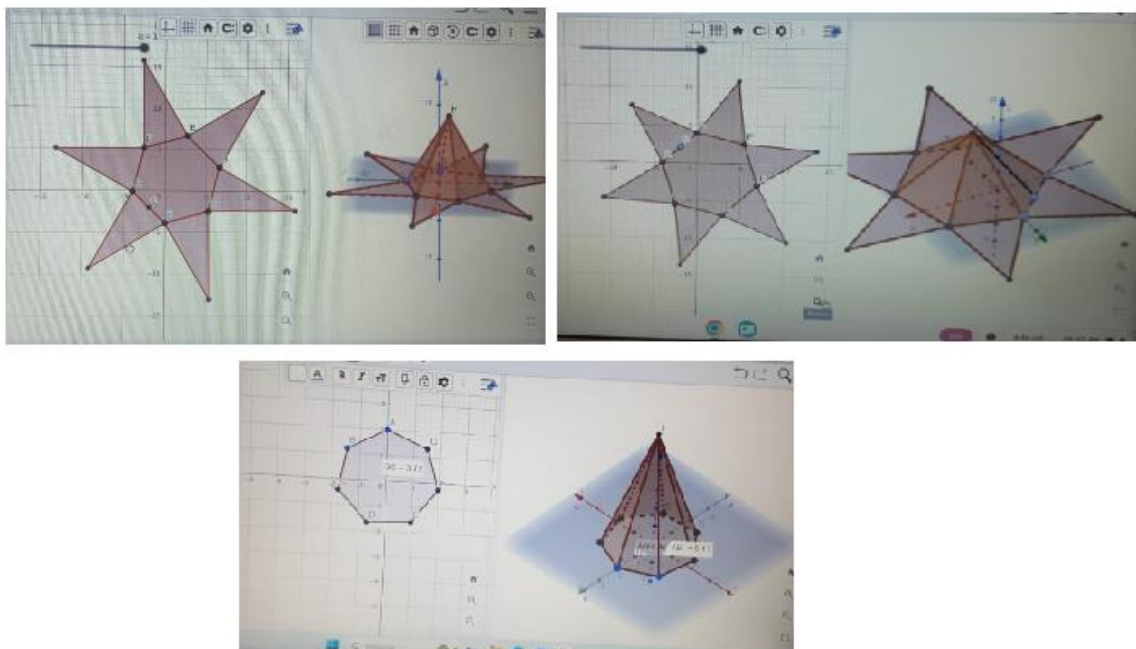
6º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação        para visualizar o prisma em diferentes ângulos.

O passo a passo teve como objetivo principal orientar o usuário na construção de uma pirâmide utilizando o software GeoGebra. Por meio de instruções claras e objetivas, busca-se familiarizar o usuário com a interface do GeoGebra, apresentando as ferramentas e comandos básicos necessários para a criação da pirâmide.

O processo ensina o usuário a construir uma Figura 33, tridimensional a partir de um polígono regular, permitindo também a visualização da pirâmide sob diferentes ângulos e a exploração de suas propriedades geométricas. Além disso, os educandos têm a liberdade de escolher as medidas do lado do polígono, da base e da altura da

pirâmide, possibilitando a construção de uma variedade de pirâmides com diferentes dimensões. Abaixo estão algumas construções realizadas pelos educandos.

Figura 74 - Diferentes construções feitas pelos alunos para o item 6 do Momento 02



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

7- Agora, responda!

a) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? E qual a medida do seu lado?

Caso necessário, utilize a ferramenta .

b) A área do hexágono é calculada com a seguinte formula $A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Com o auxílio de uma calculadora, encontre a área do quadrado da base registrando os cálculos no espaço abaixo. Depois, utilize a ferramenta  no GeoGebra para verificar se a área encontrada está correta.

c) A face lateral da pirâmide é formada por qual figura? Como podemos calcular sua área? Determine a área da face lateral registrando os cálculos no espaço abaixo e depois utilize a ferramenta  para verificar sua resposta.

d) Quantas faces laterais tem a pirâmide? Quantos lados tem o polígono da base? O que podemos concluir com essa observação?

e) Determine a área lateral da pirâmide? Como você encontrou a área lateral da pirâmide?

f) Determine a área total da pirâmide sabendo que ela é dada pela soma de todas as faces?

As questões tem como objetivo avaliar a capacidade do estudante de aplicar conceitos geométricos, utilizando fórmulas para o cálculo de áreas de polígonos e compreendendo as relações entre as diferentes partes de uma pirâmide. O problema envolve a realização prática do cálculo das áreas de uma pirâmide, com o uso de ferramentas tecnológicas, como o software GeoGebra, para verificar e validar os cálculos realizados. Além disso, a questão propõe que o estudante compare os resultados obtidos manualmente com os gerados pelo software, bem como relacione o número de lados da base com o número de faces laterais da pirâmide.

Resposta esperada pelo professor:

a) hexágono, resposta pessoal.

b) resposta pessoal.

c) triângulo, multiplicando a aresta da base pelo apótema da pirâmide e dividindo o resultado por dois, resposta pessoal.

d) 6 faces laterais, 6 lados, que o número de faces laterais é igual ao número de lados do polígono da base.

e) resposta pessoal, multiplicando o a área da face lateral pelo número de lados.

f) resposta pessoal

Na análise da questão, observou-se que, no item (a), os educandos identificaram corretamente a base como um hexágono e utilizaram diferentes valores, tanto inteiros (como 2 e 3) quanto racionais (como 6,32 e 2,78), para as medidas dos lados. Isso foi possível devido à liberdade concedida no início da construção, permitindo que os próprios educandos escolhessem os valores adequados para o lado do hexágono.

No item (b), os cálculos foram realizados corretamente, e os educandos utilizaram a ferramenta do GeoGebra para verificar a precisão dos resultados.

A mesma abordagem foi seguida no item (c), no qual, ao identificarem que a face lateral era um triângulo, os educandos, já tendo construído a altura desse triângulo no passo a passo anterior, puderam verificar sua medida com o auxílio do software e calcularam sua área com precisão.

No item (d), os educandos observaram corretamente que o polígono possui 6 faces laterais e que o polígono da base tem 6 lados, concluindo que o número de faces laterais é igual ao número de lados da base. Essa conclusão também permitiu que, no item (e), os educandos compreendessem que a área lateral da pirâmide é obtida somando todas as faces laterais, levando à obtenção da resposta esperada. Finalmente, no item (f), os educandos determinaram a área total da pirâmide somando a área de todas as faces, concluindo com êxito a questão.

8 – Utilize os passo a passo do Momento 01 item 7 para construir um prisma triangular regular. Com o prisma pronto, siga as instruções a seguir.

1º passo: no campo “entrada”, digite “SegmentodeReta”, selecione a opção “SegmentodeReta(Ponto,Ponto)” e digite “SegmentodeReta(G,C)”, “SegmentodeReta(G,B)” e “SegmentodeReta(B,I)”. Observe que foram criadas 3 diagonais nas faces retangulares do prisma;

2º Passo: no campo “entrada”, digite “Pirâmide”, então passe o cursor em “Pirâmide”, selecione a opção “Pirâmide (Ponto,Ponto,Ponto,Ponto)” e digite “Pirâmide(G,I,B,H)”, “Pirâmide(G,A,C,B)” e “Pirâmide(G,C,B,I)”. Observe que dividimos esse prisma em três pirâmides;

3º Passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação



para visualizar o prisma em diferentes ângulos, personalize as cores do objeto clicando sobre ele e ajustando as configurações para uma melhor visualização;

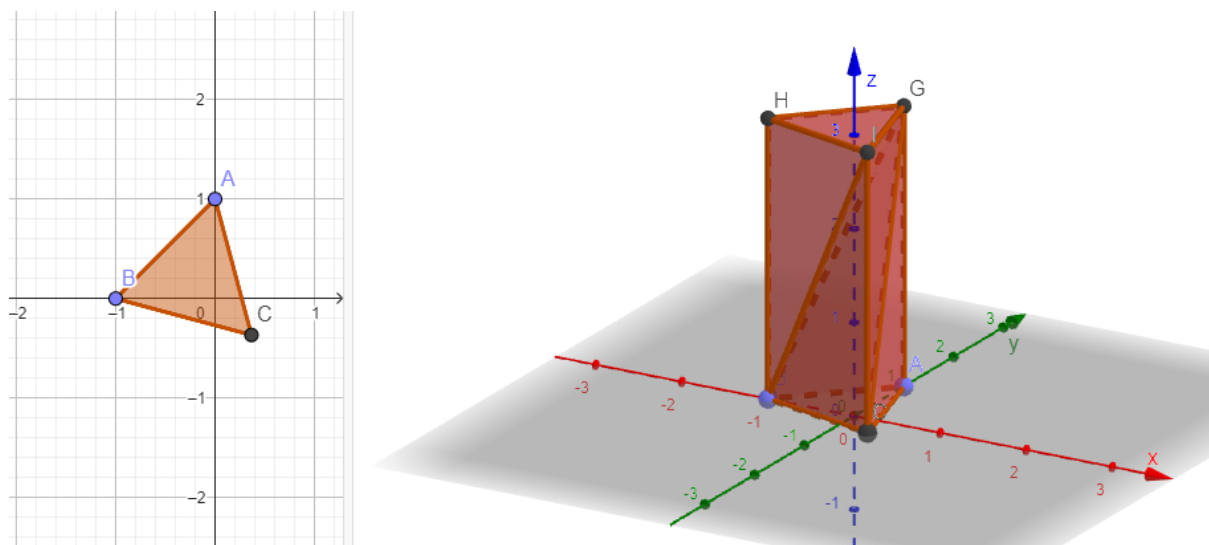
Agora, responda o que se pede.

- a) Determine a área do **triângulo (A,B,C)**. Lembre-se que a base é um triângulo equilátero e podemos calcular sua área com a seguinte formula: $A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Utilize uma calculadora para encontrar o resultado deixando os cálculos no espaço abaixo. Depois, utilize a ferramenta  e confira o resultado.
- b) Determine o volume do prisma triangular regular.
- c) Observe que o prisma foi dividido em três pirâmides: **Pirâmide (G, I, B, H)**, **Pirâmide (G, A, C, B)** e **Pirâmide (G, C, B, I)**, O que podemos concluir em relação a elas?
- d) A partir do item b, como você pode determinar o volume de cada uma das pirâmides?
- e) Escreva uma fórmula para determinar o volume da pirâmide?

A questão tem como objetivo avaliar a capacidade do estudante de utilizar o software GeoGebra para construir um prisma triangular regular e dividi-lo em três pirâmides congruentes. O estudante deve aplicar fórmulas para calcular a área de um triângulo equilátero, bem como o volume do prisma e das pirâmides resultantes, compreendendo a relação geométrica entre o prisma e as pirâmides que o compõem. A resolução do problema exige múltiplas etapas e a aplicação de diversos conceitos geométricos. Um dos aspectos mais enriquecedores dessa atividade é que, por meio da investigação, os educandos podem descobrir que o volume de cada pirâmide corresponde a um terço do volume do prisma segundo a BNCC (Brasil, 2018).

Os educandos devem produzir a figura, como mostra a Figura 34 abaixo.

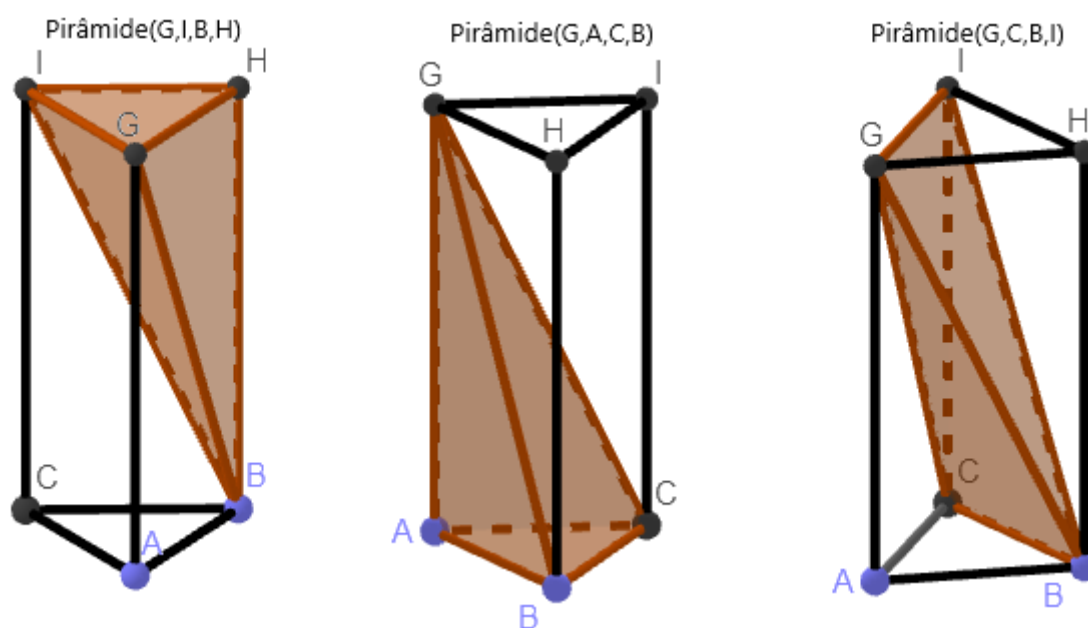
Figura 75 - Construção do prisma triangular regular



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Separando as pirâmides produzidas, tem-se a Figura 35 abaixo:

Figura 76 - Construção das três pirâmides distintas inseridas no prisma triangular



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Observe que todas as pirâmides geradas possuem volumes equivalentes por compartilharem a mesma área de base, sendo os polígonos (G, B, I) e (G, B, C) resultantes da secção diagonal do prisma. Além disso, as pirâmides apresentam alturas iguais, correspondendo à distância de um vértice do triângulo equilátero da

base até o polígono gerado pela secção diagonal, os alunos utilizaram a ferramenta  para confirmar que os volumes das pirâmides são iguais.

Resposta esperada pelo professor:

- a) pessoal
- b) pessoal
- c) Possui o mesmo volume.
- d) dividindo o volume do prisma por três
- e) $V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$

Os educandos conseguiram formar a figura com êxito, o que os levou a fazer a atividade proposta em seguida. Os educandos também pegaram como medida do lado do triângulo equilátero valores inteiros como 2 e 3, mas também valores racionais como 5,74; 3,53 e 3,48. Em alguns casos, utilizaram 1,7 como $\sqrt{3}$, assim como se pode ver nas imagens a seguir.

Resposta dada pelos educandos:

Figura 77 - Resposta do aluno A para a questão 8 do Momento 02

a) Determine a área do **triângulo (A,B,C)**. Lembre-se que a base é um triângulo equilátero e podemos calcular sua área com a seguinte fórmula $A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, utilize uma calculadora para encontrar o resultado deixando os cálculos no espaço abaixo. Depois utilize a ferramenta  e confira o resultado.

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1\sqrt{3}}{4} = \frac{1.73}{4} = 0.1825$$

aproximado
3.90

b) Determine o volume do prisma triangular regular.

$$3.90 \cdot 4 = 15.60$$

c) Observe que o prisma foi dividido em três pirâmides: **Pirâmide (G, I, B, H)**, **Pirâmide (G, A, C, B)** e **Pirâmide (G, C, B, I)**. O que podemos concluir em relação a elas?

O volume delas são iguais.

d) A partir do item b como você pode determinar o volume de cada uma das pirâmides?

O volume do prisma dividido por três.

e) Escreva uma fórmula para determinar o volume da pirâmide?

$\frac{A \cdot h}{3}$ a área da base vezes altura dividido por três

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Figura 78 - Resposta do aluno B para a questão 8 do Momento 02

a) Determine a área do **triângulo (A,B,C)**. Lembre-se que a base é um triângulo equilátero e podemos calcular sua área com a seguinte fórmula $A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, utilize uma calculadora para encontrar o resultado deixando os cálculos no espaço abaixo. Depois utilize a ferramenta  e confira o resultado.

$A = \frac{9,45^2 \cdot 1,7}{4} = 29,587 = 29,59$

b) Determine o volume do prisma triangular regular.

$29,587 \cdot 1,2 = 35,5044 = 35,50$

c) Observe que o prisma foi dividido em três pirâmides: **Pirâmide (G, I, B, H)**, **Pirâmide (G, A, C, B)** e **Pirâmide (G, C, B, I)**. O que podemos concluir em relação a elas?

que elas são iguais, e a soma do volume delas é igual volume do prisma

d) A partir do item b como você pode determinar o volume de cada uma das pirâmides?

dividindo o volume do prisma por 3, que é a quantidade de pirâmides

e) Escreva uma fórmula para determinar o volume da pirâmide?

$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Os educandos demonstram um entendimento satisfatório dos conceitos de Geometria Espacial abordados na questão, conseguindo estabelecer corretamente a relação entre a área do triângulo equilátero e o volume do prisma e das pirâmides.

Nos itens (a) e (b), as respostas apresentadas são coerentes com os valores numéricos escolhidos para os lados do triângulo equilátero e a altura do prisma, sendo que os educandos optaram por diferentes dimensões, mas, em ambos os casos, resolveram a questão corretamente.

Nos itens (c) e (d), os educandos demonstram boa compreensão da relação entre os volumes dos sólidos, resolvendo os cálculos corretamente. No item (e), a fórmula fornecida está adequada, representando corretamente a fórmula geral para o cálculo do volume de uma pirâmide, onde sA_b é a área da base e h é a altura.

Portanto, a análise das respostas permite concluir que os educandos possuem um bom domínio dos conceitos de Geometria Espacial envolvidos na questão. Além disso, pôde utilizar o software GeoGebra de maneira eficaz, tanto na construção das

figuras quanto na realização das medidas necessárias para a resolução dos problemas propostos.

9 – (ENEM 2016) A imagem mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 m, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam 204 m.

Figura 79 - Pirâmide de Quéops



O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é

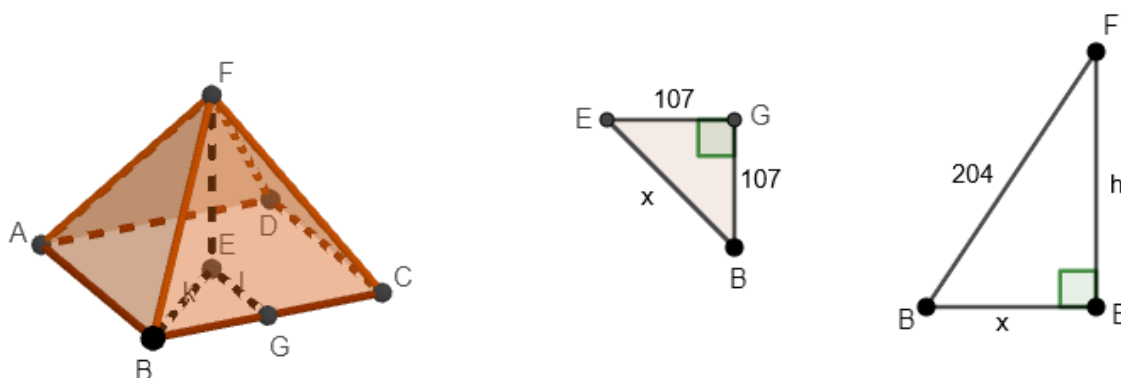
- a) 97,0
- b) 136,8
- c) 173,7
- d) 189,3
- e) 240,0

Essa questão foi selecionada por ser contextualizada, utilizando uma pirâmide mundialmente conhecida para situar o problema, permitindo aos educandos relacionarem o conteúdo teórico com exemplos reais. O objetivo é que os educandos percebam como é possível visualizar e identificar esse sólido geométrico em seu entorno. A questão visa avaliar a capacidade do educando de extrair dados relevantes de um texto e de uma imagem para resolver o problema, utilizando o Teorema de

Pitágoras para calcular a altura de uma pirâmide regular, aplicando seus conhecimentos matemáticos em uma situação prática.

Pode-se resolver a questão da seguinte maneira: primeiro, extraindo as informações, chama a metade da diagonal do quadrado da base de x e a altura da pirâmide de h , tem-se:

Figura 80 - Pirâmide e os triângulos retângulos extraídos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Observa-se que há montados dois triângulos retângulo GEB e EFB, aplicando o teorema de Pitágoras em GEB. Assim, tem-se:

$$x^2 = 107^2 + 107^2$$

$$x^2 = 2 \cdot 107^2$$

Aplicando o teorema em EFB, tem-se:

$$204^2 = x^2 + h^2$$

$$h^2 = 204^2 - x^2$$

Substituindo o valor de x^2 , obtém-se:

$$h^2 = 204^2 - 2 \cdot 107^2$$

$$h^2 = 41616 - 22898$$

$$h = \sqrt{18718}$$

$$h \approx 136,8$$

Portanto, a alternativa correta é a letra b.

Os educandos resolveram a questão com sucesso, demonstrando compreensão ao extrair corretamente as informações fornecidas no enunciado. O fato de se tratar de uma questão contextualizada facilitou a interpretação, permitindo que os educandos aplicassem seus conhecimentos adequadamente. A imagem abaixo ilustra essa compreensão, evidenciando o processo de extração de dados e a correta utilização dessas informações na resolução da questão.

Resposta dada pelos educandos:

Figura 81 - Resposta do aluno A para a questão 9 do Momento 02

The image shows a student's handwritten solution to a math problem. At the top left, there is a small diagram of a right-angled triangle with sides labeled 'a', 'b', and 'c'. Below it, the student has written 'D = 107√2'. To the right of this is a photograph of the Great Pyramid of Giza. Handwritten on the photo are '204m' for the side length and '107√2 = b' for the diagonal. Below the photo, the problem text is written: 'O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é'. Below the text are five multiple-choice options: a) 97,0; b) 136,8; c) 173,7; d) 189,3; e) 240,0. Option b is circled. To the right of the options, the student has written out the calculation: $D = 107\sqrt{2}$, $D = 214\sqrt{2}$, $\frac{D}{2} = 107\sqrt{2}$, $a^2 = b^2 + c^2$, $204^2 = 107\sqrt{2}^2 + c^2$, $41.616 = 22.898 + c^2$, $-22.898 + 41.616 = c^2$, $41.616 - 22.898 = 18.718$, and finally $\sqrt{18.718} = 136,8$.

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O educando solucionou a questão com êxito, demonstrando um entendimento diferenciado ao aplicar a fórmula da diagonal do quadrado, evidenciando seu domínio sobre o conteúdo. Posteriormente, utilizou corretamente o Teorema de Pitágoras para chegar à resposta final, reforçando sua capacidade de integrar diferentes conceitos matemáticos na resolução do problema.

Momento 03

1 – Você sabe o que é um sólido de revolução? Escreva abaixo a sua definição.

A questão tem como objetivo avaliar a compreensão do estudante acerca do conceito de sólido de revolução. Por meio dessa pergunta, busca-se verificar se o estudante consegue expressar e caracterizar um sólido de revolução, utilizando a terminologia adequada para descrever esse tipo de sólido geométrico. A questão também visa avaliar o domínio do estudante sobre o conceito, permitindo-lhe consultar o livro didático ou outros materiais de apoio para complementar seu conhecimento.

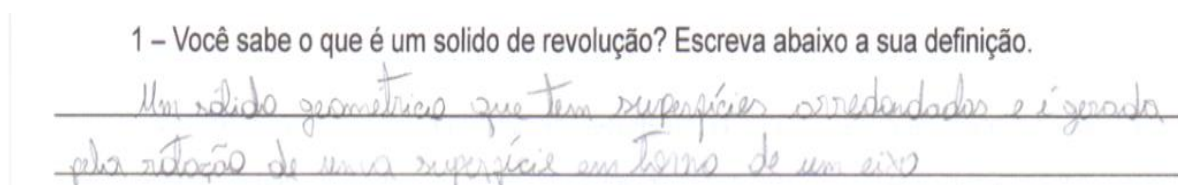
Resposta esperada pelo professor: sim, considerando um semiplano de origem e (eixo) e nele uma superfície S ; girando o semiplano em torno de e , a superfície S gera um sólido chamado sólido de revolução (Dolce; Pompeo, 2023).

Resposta: sim, são sólidos geométricos obtidos a partir da rotação completa de uma figura em torno de um eixo, denominado eixo de rotação.

As respostas apresentadas pelos educandos revelam um bom nível de compreensão acerca dos sólidos de revolução, tanto em relação à definição quanto ao processo de sua formação. Os estudantes demonstraram uma clara capacidade de explicar que um sólido de revolução é gerado pela rotação de uma figura plana em torno de um eixo, utilizando a terminologia adequada. Todos os educandos conseguiram descrever o conceito de forma coerente e técnica, evidenciando um entendimento sólido do tema. Esse desempenho sugere que os educandos não apenas reconheceram a definição teórica, mas também conseguiram aplicar essa noção em suas explicações, conforme ilustrado na figura 82.

Resposta dada pelos educandos:

Figura 82 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 03



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

2 – O que é um cilindro de revolução? Como ele é formado? Escreva abaixo a sua definição.

A questão proposta tem como objetivo principal avaliar a compreensão do estudante acerca do conceito de cilindro de revolução. Por meio dessa pergunta, busca-se verificar se o estudante pode expressar, em suas próprias palavras, o que caracteriza um cilindro de revolução, ou se recorre a outros meios, como o livro didático ou pesquisas na internet, para consolidar seu conhecimento. Além disso, espera-se que o estudante explique como o cilindro de revolução é gerado a partir da rotação de uma figura plana, demonstrando domínio desse conceito geométrico específico. A resposta deve incluir o uso adequado da terminologia e a descrição clara do processo de formação do cilindro de revolução.

Resposta esperada pelo professor: sim. Um cilindro circular reto também é denominado cilindro de revolução por poder ser obtido pela rotação de uma superfície retangular em torno da reta que contém um dos lados dessa superfície. A medida desse lado é igual à altura h do cilindro, e a medida do lado perpendicular a este é igual ao raio r da base do cilindro (Bonjorno; Giovanni Jr.; Sousa, 2020).

Os educandos responderam à questão de maneira concisa e eficaz, utilizando uma linguagem técnica apropriada e demonstrando clareza em suas explicações sobre o cilindro de revolução. Esse desempenho indica que eles possuem um domínio satisfatório do conteúdo abordado. A utilização de termos técnicos relevantes reforça a compreensão conceitual e prática do tema. A figura 83 exemplifica uma das respostas que corroboram essa análise, mostrando como os educandos articularam seu conhecimento de maneira precisa e adequada ao contexto da questão.

Resposta dada pelos educandos:

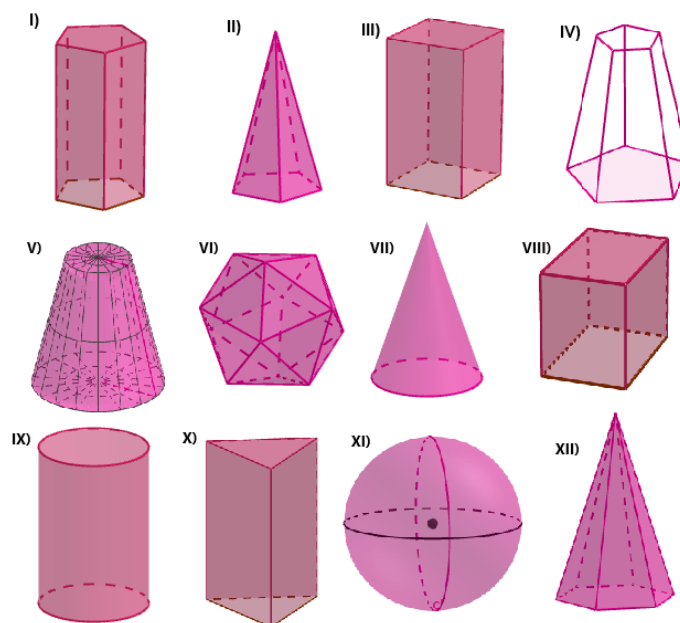
Figura 83 - Resposta do aluno A para a questão 2 do Momento 03

2 – O que é um cilindro de revolução? Como ele é formado? Escreva abaixo a sua definição.

Sólido obtido pela rotação completa de um retângulo em torno de um lado que contém um dos seus lados.

3 – Usando a definição encontrada no item 2, indique quais dos sólidos abaixo representam um cilindro:

Figura 84 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A questão tem como objetivo principal avaliar a capacidade do estudante de aplicar o conhecimento adquirido sobre a formação de um cilindro, a fim de identificar figuras geométricas tridimensionais que correspondam a essa definição. Busca-se, ainda, verificar se o estudante consegue diferenciar cilindros de outros sólidos geométricos, como prismas, pirâmides e cones, por meio da análise das figuras apresentadas. O educando deve identificar corretamente aquelas que possuem as características de um cilindro de revolução, demonstrando compreensão sólida dos conceitos geométricos envolvidos.

Resposta esperada pelo professor: somente o item IX.

Nessa questão, todos os educandos puderam identificar corretamente que o item IX corresponde a um cilindro. Isso demonstra que os educandos possuem uma compreensão sólida e conseguem distinguir o cilindro entre outros sólidos geométricos com facilidade. A correta identificação do cilindro indica que os estudantes assimilaram os conceitos relacionados à forma e às características dos sólidos de revolução, além de demonstrar familiaridade com as propriedades geométricas específicas do cilindro, como suas faces laterais curvas e bases circulares. Esse desempenho evidencia um bom entendimento visual e teórico dos sólidos geométricos abordados.

“É hora de construir”

6 - Siga os passos a baixo para construir o cilindro de revolução.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D, agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

3º passo: clique na janela de visualização 3D para ativa-la, depois clique no botão  e selecione a opção , selecione o ponto $A=(0,0,0)$ depois outro ponto sobre o eixo Z e especifique o raio 2. Temos o nosso cilindro;

4º passo: marque o ponto $C=(2,0,0)$;

5º passo: selecione a ferramenta , selecione o ponto C e o plano xOy;

6º passo: selecione a ferramenta , selecione a reta feita no 5º passo e o círculo de centro B no cilindro. Temos o ponto D;

7º passo: no campo entrada, digite “Polígono(A,B,D,C)”;

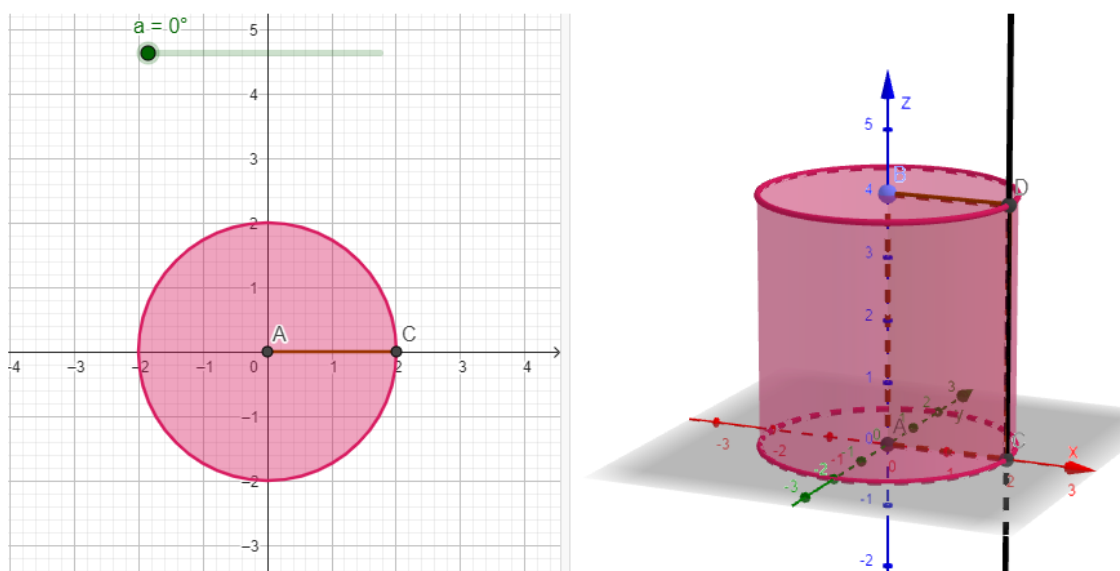
8º passo: clique na janela de visualização 2D para ativa-la, depois clique em  e adicione o controle deslizante clicando sobre a janela 2D. Selecione a opção ângulo, em nome coloque “a” e pressione ok;

9º passo: na janela de entrada digite “Girar(q1,a)”, pronto! Agora, clicando sobre o objeto q1, clique em exibir rastro para visualizar o cilindro de revolução sendo formado;

10º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação  para visualizar o cilindro em diferentes ângulos, personalize de acordo a sua preferência.

O passo a passo apresentado tem como objetivo principal orientar o usuário na construção de um cilindro de revolução utilizando o software GeoGebra. Por meio dessas instruções, busca-se familiarizar o usuário com as ferramentas e funcionalidades do software, desenvolvendo sua habilidade de construir e manipular objetos tridimensionais no ambiente virtual. Além disso, o processo visa relacionar as ações realizadas no software com o conceito geométrico da formação de um cilindro por meio de rotação, permitindo a resolução dos itens posteriores. A Figura 85 representa o sólido que os alunos devem construir, ilustrando também a forma correta de sua manipulação.

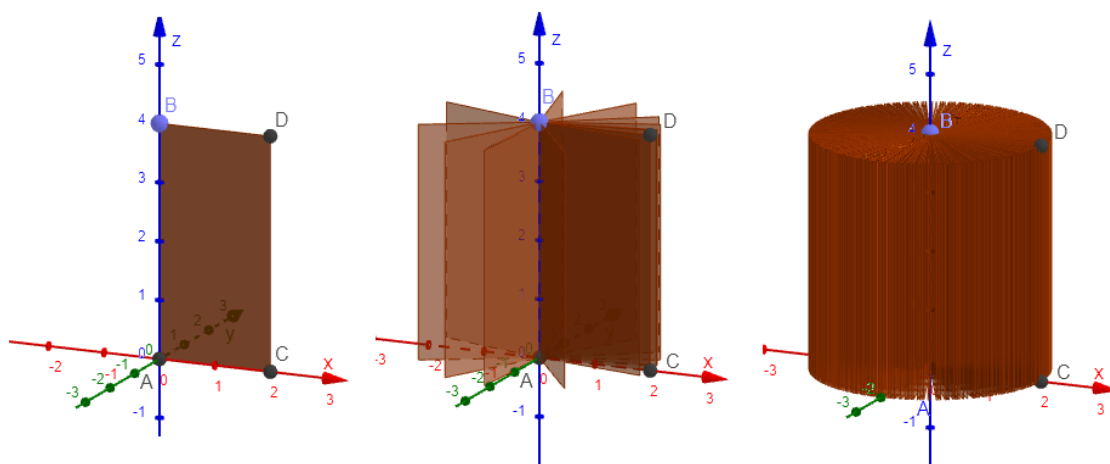
Figura 85 - Criação do cilindro



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Ao remover o cilindro e considerar apenas o retângulo formado, e ao rotacionar esse retângulo em torno do eixo Z, observa-se que o cilindro pode ser gerado pela rotação do retângulo ao redor desse eixo, conforme ilustra a figura 85 abaixo.

Figura 86 - Criação do cilindro de revolução



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Agora, responda o que se pede.

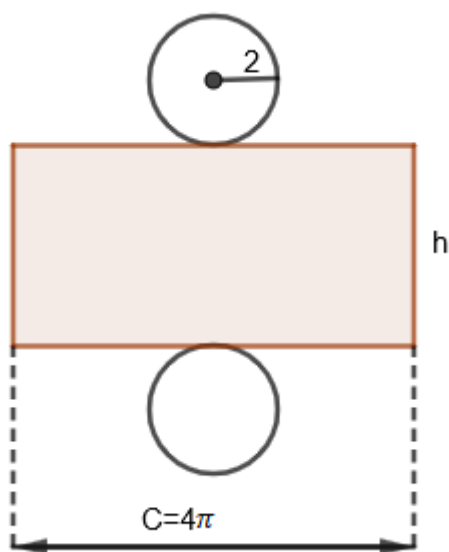
- Determine a área da base do cilindro e a sua altura.
- Faça a planificação do cilindro especificando as suas dimensões no espaço abaixo:
- Qual é a área lateral do cilindro? Explique como você a encontrou?
- Determine o volume do cilindro e explique como chegou nesse resultado. Depois, utilize a ferramenta  para verificar a sua resposta.

A questão proposta tem como objetivo principal avaliar a capacidade do estudante de aplicar corretamente as fórmulas para o cálculo da área da base, área lateral e volume de um cilindro. Além disso, busca-se verificar a habilidade do estudante em realizar cálculos numéricos envolvendo medidas de comprimento e área, bem como representar a planificação de um cilindro em duas dimensões. Por fim, a questão incentiva o uso de um software de geometria dinâmica para validar os resultados obtidos, promovendo a integração entre conceitos geométricos e ferramentas tecnológicas.

Resposta esperada pelo professor: a) A área da base é $A_b = 4\pi$ e a altura a resposta é pessoal.

b)

Figura 87 - Planificação do cilindro



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

c) Resposta pessoal.

d) Resposta pessoal.

Os educandos tiveram um bom desempenho na resolução da questão, demonstrando compreensão dos conceitos envolvidos. Alguns optaram por utilizar diferentes valores para a altura do cilindro, uma vez que essa medida foi deixada à livre escolha. Além disso, alguns educandos preferiram manter o valor de π nas respostas, enquanto outros realizaram a aproximação para 3,14, obtendo resultados numéricos aproximados. Essa flexibilidade no uso de valores evidencia o entendimento das operações com números irracionais e a capacidade de adaptação a diferentes abordagens de cálculo.

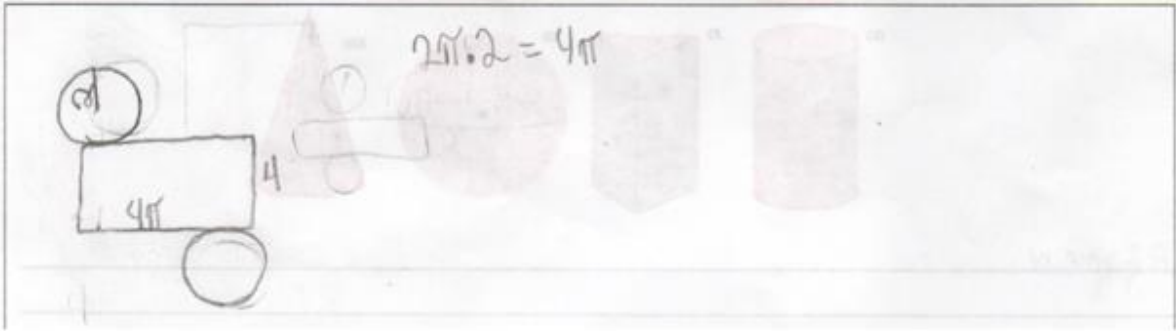
A seguir, é apresentada uma das respostas dos educandos para ilustrar esse processo.

Figura 88 - Resposta do aluno A para a questão 6 do Momento 03

a) Determine a área da base do cilindro e a sua altura?

$A = \pi R^2$ $A = \pi \cdot 2^2 = A = 4\pi$ e a altura é 4

b) Como é a planificação do cilindro faça sua planificação especificando as suas dimensões no espaço abaixo:



c) Qual é a área lateral do cilindro? Explique como você a encontrou?

$A = b \cdot n = A = 4\pi \cdot 4 = 16\pi$

A área lateral é formada por um retângulo, de base 4π e altura 4, pois como a figura é um retângulo e nós multiplicamos base pela altura.

d) Determine o volume do cilindro, e explique como chegou nesse resultado, depois utilize a ferramenta  Para verificar a sua resposta.

$V = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot 4 \cdot 4 = 16\pi$

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

No item (a), o educando aplicou corretamente a fórmula para o cálculo da área da base do cilindro e informou que a altura do cilindro construído era igual a 4.

No item (b), o educando evidenciou habilidade ao representar a planificação do cilindro, destacando as duas bases circulares e a superfície lateral retangular. As dimensões da planificação foram apresentadas com clareza, incluindo as medidas do raio da base e da altura do cilindro, bem como o comprimento correspondente à superfície lateral.

No item (c), o educando utilizou as informações obtidas no item anterior para determinar a área lateral corretamente, explicando detalhadamente o raciocínio utilizado para chegar ao resultado. Já no item (d), ele aplicou corretamente a fórmula

do volume para calcular o valor esperado, embora não tenha mencionado a utilização da ferramenta específica para a verificação dos cálculos.

7 – (ENEM 2021) Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π .

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

- A) 1,12.
- B) 3,10.
- C) 4,35.
- D) 4,48.
- E) 5,60.

A questão do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) de 2021 tem como objetivo avaliar a capacidade do estudante de aplicar a fórmula do volume de um cilindro para calcular a altura necessária de um reservatório. Além disso, a questão requer que o estudante integre informações sobre consumo de água, tempo e dimensões do reservatório para formular uma solução. O estudante deve realizar cálculos numéricos que envolvem medidas de volume, área e tempo, bem como interpretar um problema contextualizado, compreendendo a situação real e traduzindo-a para a linguagem matemática. A questão também visa avaliar a habilidade de identificar os dados essenciais para a resolução do problema, descartando informações irrelevantes. Assim, ela apresenta uma aplicação prática do conteúdo de cilindros em um contexto cotidiano, permitindo ao estudante reconhecer a relevância do conceito fora do ambiente escolar.

Resposta esperada pelo professor: primeiramente, é importante determinar o volume de água utilizado pela população de 100 habitantes durante os sete dias, basta multiplicar a quantidade de água diária gasta por um habitante por cem e por sete, como mostrado abaixo:

$$V = 120 \cdot 100 \cdot 7$$

$$V = 84000 \text{ l}$$

Encontrou-se um total de 84000 litros de água. Fazendo a conversão para metros cúbicos, tem-se 84 m^3 , já que 1 m^3 equivale a 1000 l. Agora, é igualar a fórmula de volume, substituindo as informações dadas, que é $r=2,5 \text{ m}$ e $\pi=3$.

$$V = \pi r^2 h$$

$$3 \cdot (2,5)^2 \cdot h = 84$$

$$18,75h = 84$$

$$h = \frac{84}{18,75}$$

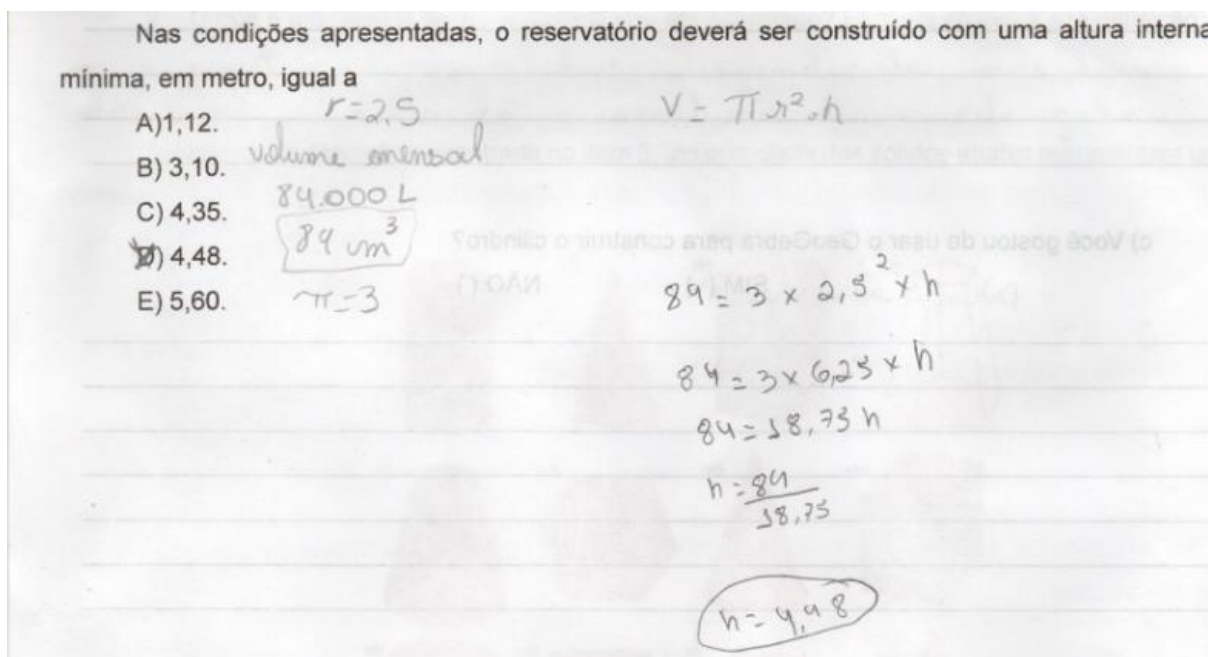
$$h = 4,48 \text{ m}$$

Desse modo, a altura do reservatório deve ter no mínimo 4,48 metros. Assim, a alternativa correta é a letra (D).

A questão, por ser contextualizada, exigiu uma série de conhecimentos matemáticos, incluindo a capacidade de interpretar dados, realizar cálculos com proporcionalidade e aplicar conversões de unidades. A maioria dos educandos conseguiu resolver a questão com êxito, extraíndo corretamente as informações fornecidas no enunciado, aplicando a proporção para determinar a quantidade de água consumida semanalmente, e convertendo de litros para metros cúbicos de maneira adequada. Além disso, demonstraram conhecimento ao utilizar a fórmula do volume do cilindro para calcular a altura interna mínima necessária do reservatório, conforme ilustrado na figura abaixo.

Resposta dada por um educando:

Figura 89 - Resposta do aluno A para a questão 7 do Momento 03



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Momento 04

1 – O que é um cone de revolução? Como ele é formado?

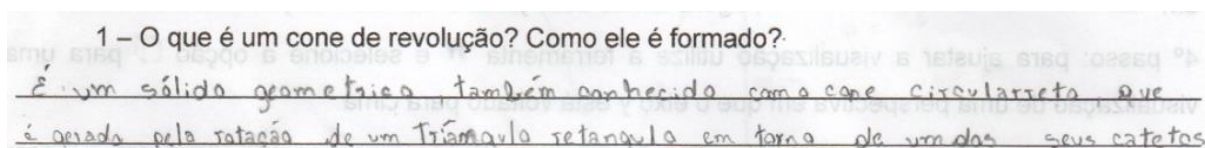
A questão tem como objetivo principal avaliar a compreensão do estudante acerca do conceito de cone de revolução. Busca-se verificar se o estudante consegue expressar, em suas próprias palavras, o que caracteriza um cone de revolução, além de explicar como esse sólido é gerado a partir da rotação de uma figura plana.

Resposta esperada pelo professor: sim. Um cone circular reto também é denominado cone de revolução por poder ser obtido pela rotação de uma superfície triangular, determinada por um triângulo retângulo, em torno de uma reta que contém um de seus catetos. O comprimento do outro cateto será o raio da base do cone.

Os educandos responderam à questão mostrando conhecimento do assunto, falando que o cone de revolução também é um cone circular reto obtido pela rotação em torno de um eixo que contém um de seus catetos. Isso mostra que os educandos se empenharam e responderam à questão com suas próprias palavras, podendo observar em uma de suas respostas na imagem abaixo.

Resposta dada pelos educandos:

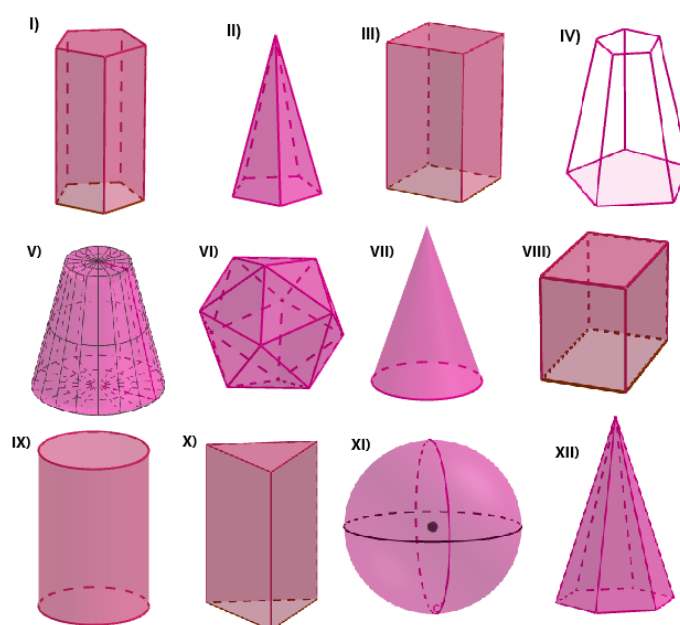
Figura 90 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 04



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

2 - Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam cones:

Figura 91 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A questão proposta tem como objetivo principal avaliar a capacidade do estudante de aplicar o conhecimento adquirido sobre a formação de um cone para identificar figuras geométricas tridimensionais que correspondam a essa definição. Além disso, busca-se verificar se o estudante consegue diferenciar cones de outros sólidos geométricos, como prismas, pirâmides e cilindros, por meio da análise das figuras apresentadas. O educando deve identificar corretamente aquelas que possuem as características de um cone de revolução, apresentando compreensão dos conceitos geométricos e das propriedades específicas desse sólido.

Resposta esperada pelo professor: apenas o sólido VII.

Todos os educandos identificaram corretamente o sólido VII como um cone, demonstrando sua capacidade de diferenciar este sólido geométrico de outros, como o sólido V, que se trata de um tronco de cone. A precisão nas respostas revela que os educandos têm um bom entendimento das características que distinguem o cone dos demais sólidos geométricos.

3 - Cite algumas situações do dia a dia em que podemos encontrar formas cônicas.

A questão tem o objetivo de avaliar a capacidade do estudante de aplicar o conhecimento teórico, relacionando o conceito de forma cônica com objetos reais. Busca-se verificar se o estudante consegue observar o ambiente ao seu redor e identificar objetos com formato cônico, demonstrando compreensão de que a geometria está presente em diversos aspectos do cotidiano. Além disso, a questão incentiva o estudante a apresentar exemplos variados e originais de objetos cônicos, evidenciando sua habilidade em conectar o conhecimento geométrico com situações práticas.

Resposta esperada pelo professor: pessoal.

Na resposta obtida, há essa questão, na qual os educandos utilizaram exemplos de objetos do cotidiano que remetem à forma de um cone, como chapeuzinhos de aniversário, casquinhas de sorvete, cones de trânsito e funis. Um exemplo particularmente interessante foi a menção à árvore de Natal, que, embora não seja um cone perfeito, possui um formato similar ao de um cone.

Essa abordagem demonstra a habilidade dos educandos em associar conceitos geométricos a elementos concretos e familiarizados em seu dia a dia, o que contribui para a compreensão do conceito e auxilia na escolha do objeto ideal para participação no concurso FotoGebra.

4 - Quais são as semelhanças e diferenças entre cilindros e cones?

A questão tem como objetivo avaliar a capacidade do estudante de comparar dois sólidos geométricos específicos, identificando semelhanças e diferenças entre eles. Busca-se verificar se o estudante pode reconhecer as características específicas de cilindros e cones, apresentando compreensão sólida dos conceitos associados a

esses sólidos. Além disso, a questão avalia a habilidade do estudante de descrever e distinguir as propriedades geométricas que diferenciam um cilindro de um cone.

Resposta esperada pelo professor: semelhanças: base circular e eixo de simetria são sólidos de revolução.

Diferenças: número de bases, o cone possui uma e o cilindro possui duas; número de vértices, o cone possui um e o cilindro não possui; o cone é gerado pela rotação de um triângulo retângulo e o cilindro é gerado pela rotação de um retângulo.

Os educandos demonstraram compreensão ao identificar as semelhanças entre o cone e o cilindro, reconhecendo que ambos são sólidos de revolução com bases circulares. No entanto, também conseguiram apontar as diferenças principais entre esses sólidos, como o fato de o cone possuir um vértice e apenas uma base, enquanto o cilindro possui duas bases. Além disso, destacaram a diferença na configuração das superfícies laterais.

5 - Quais são as semelhanças e diferenças entre pirâmides e cones?

A questão teve como objetivo avaliar a capacidade do estudante de comparar dois sólidos geométricos, identificando semelhanças e diferenças entre eles. Especificamente, busca-se verificar se o estudante consegue reconhecer as características distintivas de pirâmides e cones, demonstrando uma compreensão adequada dos conceitos geométricos associados a esses sólidos. Além disso, a questão avalia a habilidade do estudante em descrever e diferenciar as propriedades geométricas que distinguem uma pirâmide de um cone.

Resposta esperada pelo professor: semelhanças: ambos são sólidos geométricos que possuem base e vértice únicos. Diferenças: a base do cone circular reto é um círculo, enquanto a da pirâmide é um polígono. A superfície lateral da pirâmide é composta por triângulos que se conectam ao vértice, enquanto a do cone é formada por um setor circular.

“É hora de construir”

6 – Siga os passos a baixo para construir o seu cone de revolução.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: acione a ferramenta  e depois selecione os pontos $A=(0,0)$, $B=(0,3)$ e $C=(2,0)$. Agora, na janela de entrada, digite “Polígono(A,B,C)” . Pronto! Temos o nosso Triângulo Retângulo;

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D. Agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

4º passo: para ajustar a visualização, utilize a ferramenta  e selecione a opção  para uma visualização de uma perspectiva em que o eixo y está voltado para cima;

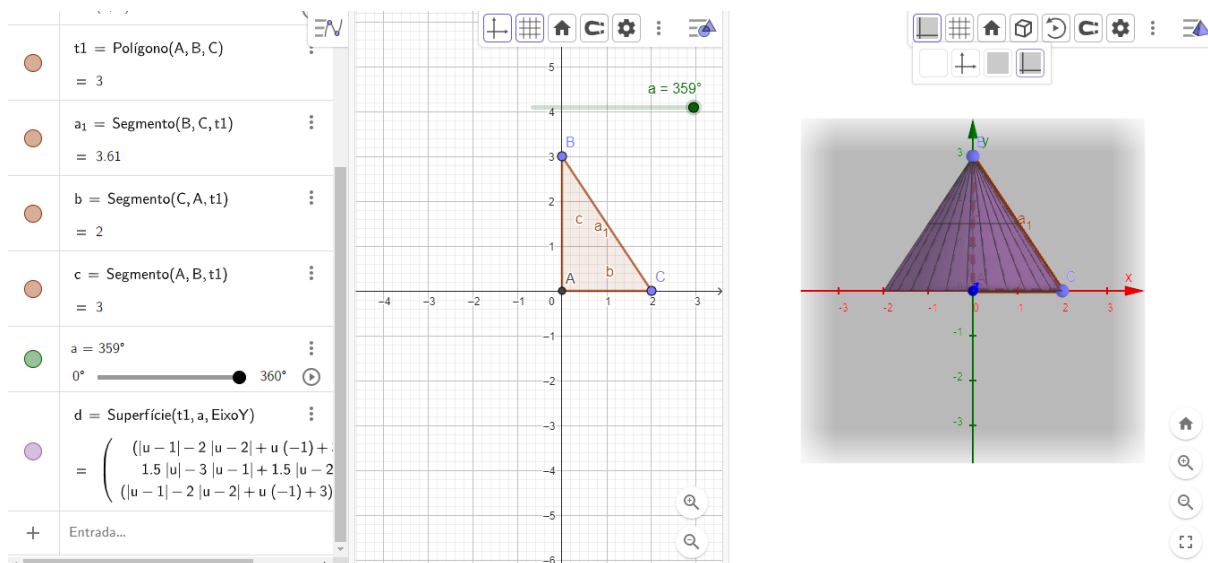
5º passo: clique sobre a janela de visualização 2D para ativa-la e, em seguida, clique em  para inserir um controle deslizante. Selecione a opção ângulo e em nome coloque “a”.

6º passo: na janela de entrada, digite “Superfície(t1,a,EixoY)”. Utilize o controle deslizante para visualizar o cone de revolução sendo formado;

7º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação  para visualizar o cone em diferentes ângulos. Personalize de acordo a sua preferência.

O objetivo principal do passo a passo foi orientar o educando na construção de um cone de revolução utilizando o software GeoGebra Classic. A atividade visa desenvolver habilidades que permitam ao usuário compreender a relação entre um triângulo retângulo e a formação de um cone por meio da rotação. Além disso, visa promover a familiarização com as ferramentas do GeoGebra, capacitando o usuário a construir e manipular objetos geométricos de maneira eficaz. Observe na figura 92 o resultado esperado dos educandos.

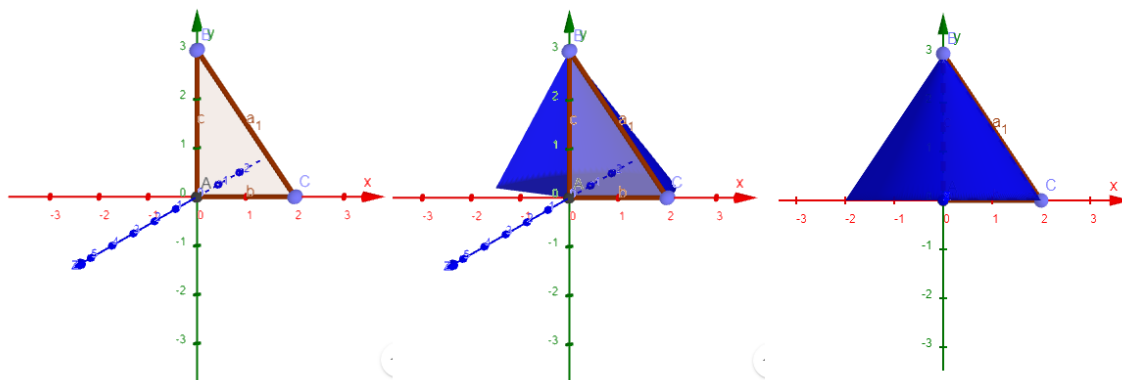
Figura 92 - Construção do cone de revolução



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Com o último passo, os educandos conseguem manipular obtendo experiências como: alterar a cor, rotacionar, além de observar o cone sendo formado, como é possível observar na figura 93:

Figura 93 - Rotação do triângulo retângulo para obter o cone de revolução



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Com os cones finalizados, os educandos agora podem responder à questão 7

7 - Agora faça o que se pede em cada item!

a) Determine a área da base do cone, a sua altura e a sua geratriz.

b) Faça a planificação do cone especificando as suas dimensões no espaço abaixo:

c) Qual é a área lateral e a área total do cone? Explique como você a encontrou?

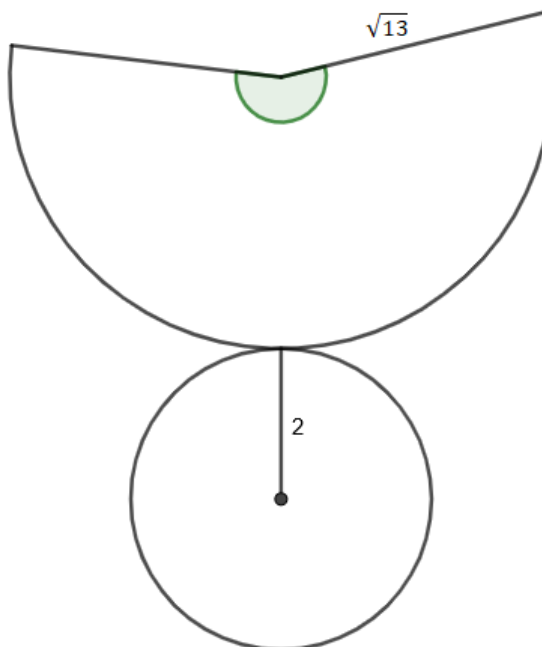
d) Determine o volume do cone, e explique como chegou nesse resultado?

O objetivo principal dessa questão foi avaliar a capacidade do estudante de aplicar fórmulas para calcular a área, o volume e as dimensões de um cone. Além disso, buscou-se verificar se o estudante consegue construir a planificação de um cone e compreender a relação entre a planificação e o sólido em si. A questão também envolve a combinação de diferentes conceitos para resolver um problema prático, exigindo que o estudante explique o raciocínio utilizado para alcançar os resultados.

Resposta: a) $A_b=4\pi$, $h=3$ e $g=\sqrt{13}$

b)

Figura 94 - planificação do cone



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

c) $A_l = 2\sqrt{13} \pi$ $A_t = 4\pi + 2\sqrt{13} \pi$

d) $V=4\pi$, multiplicando a área da base pela altura e dividindo o resultado por três.

O aluno A identificou corretamente os principais elementos do cone, como o raio, a altura e a geratriz, conforme indicado no diagrama. Além disso, evidenciou domínio das fórmulas necessárias para o cálculo da área, volume e geratriz do cone. A construção da planificação geométrica reforça a compreensão do educando sobre a relação entre a forma tridimensional do sólido e sua representação bidimensional. De modo geral, os educandos conseguiram resolver a questão com êxito de acordo a (figura 95), apresentando uma boa compreensão dos conceitos abordados.

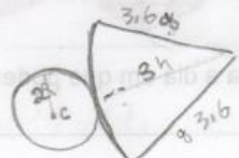
Resposta dada pelos educandos:

Figura 95 - Resposta do aluno A para a questão 7 do Momento 04

a) Determine a área da base do cilindro, a sua altura e a sua geratriz?

$A_{\text{base}} = 4\pi$ $h = 3$ $g = 3,6$

b) Como é a planificação do cone faça sua planificação especificando as suas dimensões no espaço abaixo:



$g^2 = r^2 + h^2$ $g^2 = 2^2 + 3^2$
 $g^2 = 4 + 9$
 $g^2 = 13$
 $g = \sqrt{13}$

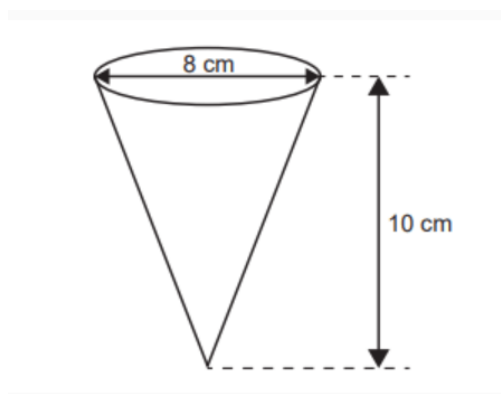
c) Qual é a área lateral e a área total do cone? Explique como você a encontrou?

$A = \pi \cdot 2 \cdot 3,6$ $A = 7,2\pi$ porque a área lateral é um retângulo circular que é igual a $A_l = \pi \cdot r \cdot h$ portanto a área lateral é calculada. Já a área total é igual a $A_t = \pi \cdot r \cdot (r + g) = A_l + A_b = \pi \cdot 2 \cdot (2 + 3,6) = A_t = \pi \cdot 2 \cdot 5,6$ $A_t = 11,2\pi$

d) Determine o volume do cone, e explique como chegou nesse resultado?

$v = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3}$ $v = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 3}{3} = \frac{4\pi \cdot 3}{3} = \frac{12\pi}{3}$ $v = 4\pi$

8 – (ENEM 2022) Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a Figura.



Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a:

- A) 1,52.
- B) 3,24
- C) 3,60.
- D) 6,48.
- E) 7,20.

Essa questão foi selecionada para proporcionar ao estudante a oportunidade de identificar e compreender problemas do cotidiano relacionados a cones. A questão do Enem tem como principal objetivo avaliar a capacidade do estudante de aplicar a fórmula do volume de um cone e realizar cálculos envolvendo porcentagens. Além disso, visa desenvolver a habilidade de analisar uma situação real, modelá-la matematicamente, estabelecer relações entre as variáveis envolvidas no problema e avaliar as diferentes alternativas, selecionando aquela que melhor responde à questão proposta.

Resposta esperada pelo professor: nessa questão, tem-se que o raio da base é $r=4$ cm e a altura $h=10$ cm, portanto, o volume inicial do cone é:

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 10}{3}$$

$$V = \frac{160\pi}{3} \text{ cm}$$

Agora, será feito o cálculo do volume do novo chocolate, sendo 81% do inicial, ou seja, multiplica-se o volume encontrado anterior por 81 e divide por 100. Observa-se a seguir:

$$V_2 = V \frac{81}{100}$$

$$V_2 = \frac{160\pi}{3} \cdot \frac{81}{100}$$

$$V_2 = \frac{216\pi}{5} \text{ cm}$$

Igualando a fórmula inicial de volume mantendo a altura $h=10$ cm para descobrir o raio r , tem-se:

$$\frac{\pi r^2 10}{3} = \frac{216\pi}{5}$$

$$r^2 = \frac{648\pi}{50\pi}$$

$$r = \sqrt{12,96}$$

$$r = 3,6$$

Portanto, a empresa produzirá os novos chocolates com a medida do raio da base igual a 3,6 cm. Logo, a resposta correta é a letra (c) 3,60.

Alguns educandos apresentaram dificuldades na resolução da questão, devido à sua extensão e ao fato de ser contextualizada, exigindo não apenas o conhecimento sobre o cálculo do volume de um cone, mas também a aplicação de uma redução percentual e a resolução de uma equação. Esses fatores contribuíram para o aumento da complexidade da tarefa. No entanto, a maioria dos educandos conseguiu superar

esses desafios e resolver a questão de forma satisfatória, como é possível observar na figura 96 uma dessas respostas.

Resposta dada pelos educandos:

Figura 96 - Resposta do aluno A para a questão 8 do Momento 04

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

A) 1,52. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

B) 3,24 $V = \frac{1}{3} \pi (4)^2 (10) = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 10 = \frac{160}{3} \pi$

☒ C) 3,60. $V = V \times (1 - 0,19) = \frac{160}{3} \pi \times 0,81 = \frac{129,6}{3} \pi$

D) 6,48. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h (10)$

E) 7,20. $\frac{129,6}{3} \pi = \frac{1}{3} \pi r^2 (10)$

$$129,6 = 10 r^2$$

$$r = \frac{129,6}{10} = 12,96$$

$$r = \sqrt{129,6} = 3,6$$

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Na imagem apresentada, observa-se que o educando aplica corretamente a fórmula para calcular o volume inicial do cone. Em seguida, realiza a subtração de 0,19, correspondendo à redução de 19%, e prossegue igualando os valores obtidos. Por meio da resolução da equação, o educando chega ao valor correto de 3,60. Trata-se de uma abordagem eficaz e bem conduzida, apresentando uma boa compreensão dos conceitos envolvidos e uma resolução apropriada para a questão.

Momento 05

“É hora de relembrar”

1 - Você lembra o que é uma esfera? Escreva abaixo a sua definição.

A questão proposta teve como objetivo avaliar a compreensão do estudante sobre o conceito de esfera. Em particular, busca-se verificar se o estudante compreende a definição formal e consegue descrever a esfera utilizando a

terminologia geométrica adequada. Além disso, a questão avalia se o estudante consegue identificar as principais propriedades da esfera, como o fato de todos os pontos de sua superfície estarem equidistantes do centro, bem como reconhecer a esfera como um sólido de revolução, gerado pela rotação de um semicírculo em torno de seu diâmetro.

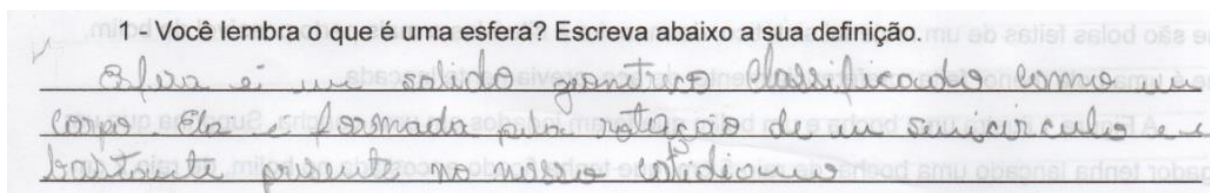
Resposta esperada pelo professor: chama-se esfera de centro C e raio r o sólido formado por todos os pontos P do espaço que estão a uma distância de C menor ou igual a r .

Resposta esperada pelo professor: para Bonjorno, Giovanni Jr. e Sousa (2020), a esfera é o sólido de revolução gerado pela rotação do semicírculo em torno de um eixo que passa por seu diâmetro.

Todos os educandos entenderam que a esfera é um sólido de revolução, classificando-a corretamente como um corpo redondo. Algumas definições fornecidas pelos educandos foram particularmente interessantes, como a resposta de um aluno B “uma sequência de pontos alinhados em todas as direções, equidistantes de um centro comum”, evidenciando um bom domínio do conceito. Outras respostas, como a que pode ser visualizada na figura 97, também confirmam essa compreensão.

Resposta dada pelos educandos:

Figura 97 - Resposta do aluno A para a questão 1 do Momento 05



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O educando apresentou uma boa capacidade de expressão ao afirmar que a esfera é um sólido geométrico gerado pela rotação de um semicírculo em torno de seu diâmetro. Além disso, ele complementou a resposta mencionando que a esfera é um sólido presente no cotidiano, demonstrando uma compreensão clara do conceito e sua aplicação prática. A resposta foi bem estruturada e adequada para a questão proposta.

2 - Você tem alguma ideia de como encontrar o volume de uma esfera?

A questão proposta teve como objetivo avaliar a compreensão do estudante sobre o conceito de volume de uma esfera e as estratégias empregadas para resolver problemas relacionados a esse sólido geométrico. Em particular, busca-se verificar se o estudante compreende o processo de cálculo do volume de uma esfera, seja lembrando a fórmula correspondente, além de identificar as informações necessárias para a correta aplicação dessa fórmula.

Resposta esperada pelo professor: sim, volume da esfera é calculado com fórmula $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ onde r é o raio da esfera.

Nessa questão, alguns educandos inicialmente responderam incorretamente, afirmando que não sabiam a resposta. No entanto, foi observado que os educandos optaram por pesquisar e, com base nessa investigação, apresentou a fórmula correta, apresentando iniciativa e uma atitude proativa em buscar a resposta adequada. Esse comportamento evidencia não apenas o entendimento da matéria, mas também a capacidade de utilizar fontes externas para aprofundar o conhecimento e corrigir eventuais equívocos.

3 - Qual a forma geométrica que resulta do corte de uma esfera por um plano?

A pergunta teve como objetivo avaliar a compreensão do estudante sobre a relação entre sólidos geométricos e suas secções planas. Em particular, visa verificar se o estudante possui conhecimento sobre o conceito de secção plana, compreende o processo de cortar um sólido geométrico utilizando um plano e reconhece a forma geométrica resultante ao realizar esse corte em uma esfera. Além disso, a questão avalia se o estudante consegue identificar que a secção de uma esfera por um plano resulta em um círculo e se consegue explicar adequadamente o motivo dessa forma resultante.

Resposta esperada pelo professor: círculo.

Os educandos apresentaram a resposta correta, identificando o “círculo” como resultado da secção da esfera. Alguns, no entanto, mencionaram “circunferência”, representando uma compreensão parcialmente correta, uma vez que a circunferência se refere apenas à borda, enquanto o círculo abrange toda a região limitada pela circunferência. Houve, inclusive, menções ao fato de o raio do círculo formado pela secção ser menor ou igual ao raio da esfera, demonstrando um entendimento mais

profundo. Assim, os educandos evidenciaram conhecimento sólido sobre a circunferência e suas secções geométricas.

4 – Por que a esfera não pode ser planificada?

A pergunta teve como objetivo avaliar a compreensão do estudante sobre as propriedades dos sólidos geométricos e o conceito de planificação. Especificamente, visa verificar se o estudante entende que a planificação envolve o desdobramento de um sólido em uma figura plana, sem sobreposições ou lacunas. Também verifica se o estudante reconhece que a esfera é um sólido com superfície totalmente curva, sem faces planas, e se consegue explicar que essa característica impede a esfera de ser planificada convencionalmente.

Resposta esperada pelo professor: porque ela é completamente curva e não possui nenhuma face plana.

Nessa questão, os educandos mencionaram a ausência de planos, porém não abordaram o fato de a superfície ser curva, impossibilitando sua planificação. A questão foi bem elaborada por oferecer uma oportunidade para os educandos perceberem que a planificação de superfícies curvas, como a da esfera, é inviável. Essa percepção é fundamental para o entendimento de sólidos tridimensionais e suas limitações no contexto da planificação geométrica.

“É hora de construir”

5 – Siga os passos a baixo para construir a esfera.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: selecione a ferramenta  e clique sobre os pontos A(-1,0) e B(1,0);

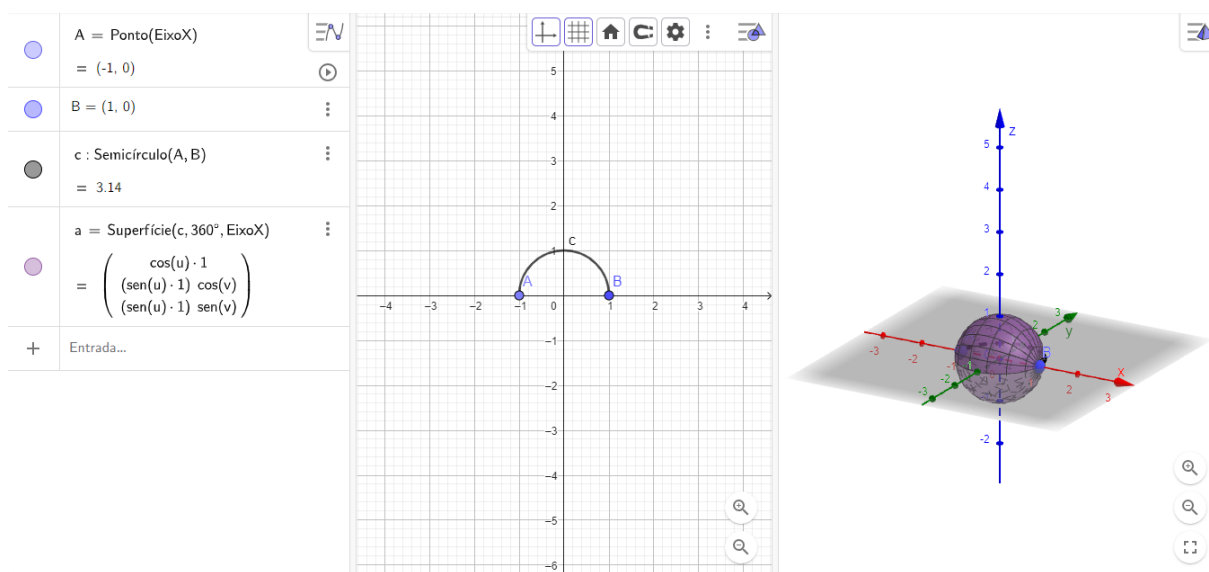
3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D. Agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

4º passo: selecione a ferramenta  superfície de revolução e clique no semicírculo. Temos a nossa esfera gerada pela revolução do semicírculo;

5º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação  para visualizar a esfera em diferentes ângulos, personalize de acordo a sua preferência.

O objetivo desse passo a passo foi orientar o usuário na construção de uma esfera utilizando o software GeoGebra. A sequência detalhada de instruções foi desenvolvida para garantir que, mesmo sem experiência anterior com a ferramenta, o usuário consiga visualizar e construir uma esfera tridimensional. O processo envolve navegar pelo software, identificar as ferramentas adequadas e realizar as ações corretas, como a criação de um semicírculo e a aplicação do conceito de rotação para gerar o sólido. Seguindo os passos na ordem indicada, o usuário alcançará o resultado esperado, como na Figura ilustrada abaixo.

Figura 98- Construção da esfera



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Agora faça o que se pede em cada item.

- Determine a área da superfície esférica.
- Determine o volume da esfera.

O objetivo dessa questão é avaliar a capacidade do estudante de empregar corretamente as fórmulas para o cálculo da área da superfície e do volume de uma

esfera. Além disso, busca-se verificar se o estudante consegue aplicar seus conhecimentos teóricos a uma situação prática, bem como analisar e interpretar os resultados obtidos.

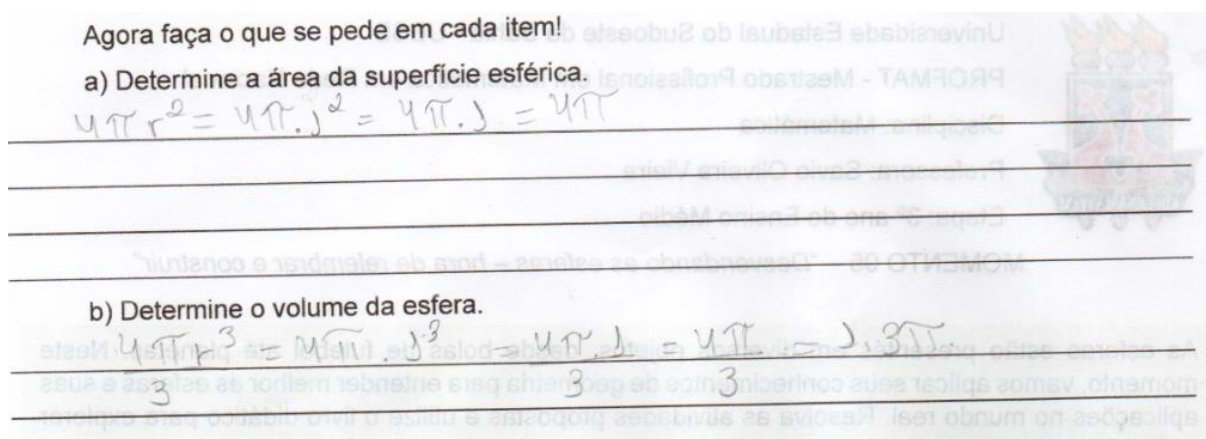
Resposta esperada pelo professor: a) $A=4\pi$

b) $V=\frac{4\pi}{3}$

Nessa questão, os educandos aplicaram corretamente a fórmula e chegaram à solução esperada. O foco principal era a utilização correta das fórmulas e a execução precisa dos cálculos. Na imagem da resposta de um dos educandos, pode-se observar que ele apresenta habilidade em realizar os cálculos com exatidão, atingindo o resultado esperado.

Resposta dada pelos educandos:

Figura 99 - Resposta do aluno A para a questão 5 do Momento 05



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

6 - (Enem PPL 2016) A bocha é um esporte jogado em canchas, que são terrenos planos e nivelados, limitados por tablados perimétricos de madeira. O objetivo desse esporte é lançar bochas, que são bolas feitas de um material sintético, de maneira a situá-las o mais perto possível do bolim, que é uma bola menor feita, preferencialmente, de aço, previamente lançada.

A Figura 99 ilustra uma bocha e um bolim que foram jogados em uma cancha. Suponha que um jogador tenha lançado uma bocha, de raio 5 cm, que tenha ficado encostada no bolim, de raio 2 cm, conforme ilustra a figura 99.

Figura 100 - Bocha e Bolim



Figura 1

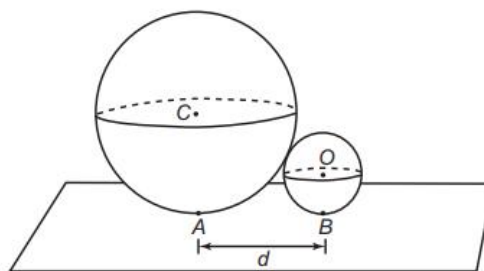


Figura 2

Considere o ponto C como o centro da bocha, e o ponto O como o centro do bolim. Sabe-se que A e B são pontos em que a bocha e o bolim, respectivamente, tocam o chão da cancha, e que a distância entre A e B é igual a d.

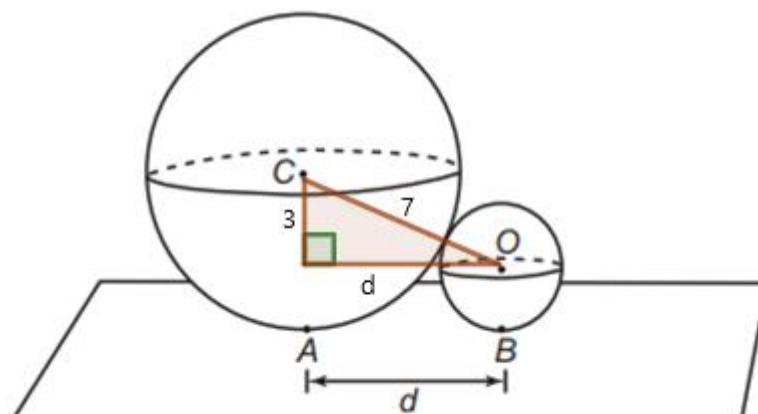
Nessas condições, qual a razão entre d e o raio do bolim?

- A. 1
- B. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$
- C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- D. 2
- E. $\sqrt{10}$

A questão do Enem tem como objetivo avaliar a capacidade do estudante de interpretar um problema geométrico em duas dimensões, conectando-o a um contexto real, como o jogo de bocha. A proposta exige que o estudante aplique conceitos geométricos, como raio, tangência e o Teorema de Pitágoras, para resolver o problema. Além disso, a questão envolve a realização de cálculos com raízes quadradas e frações, culminando na escolha da alternativa correta dentre as opções apresentadas. Esse exercício também visa reforçar a compreensão do estudante sobre a presença de esferas em situações cotidianas.

Resposta esperada pelo professor: conforme as informações dadas, pode-se montar o triângulo retângulo com as dimensões de 7 cm, 3 cm e d, como mostra a Figura 38 a seguir:

Figura 101 - Modelagem do problema da questão 6



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Aplicando o Teorema de Pitágoras, é possível descobrir o valor de d :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$7^2 = 3^2 + d^2$$

$$d^2 = 49 - 9$$

$$d = \sqrt{40}$$

$$d = 2\sqrt{10} \text{ cm}$$

Como a questão pede a razão entre d e o raio do bolim, tem-se:

$$\frac{d}{r} = \frac{2\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{d}{r} = \sqrt{10} \text{ cm}$$

Portanto, a alternativa correta é a letra E) $\sqrt{10}$.

Foi observado no momento da aplicação da atividade que alguns educandos encontraram dificuldades na resolução da questão, em parte devido à extensão do texto e à dificuldade em visualizar o triângulo retângulo formado pelas distâncias entre os centros e suas respectivas projeções. A imagem abaixo apresenta a resolução de um educando, que, apesar dos desafios, conseguiu formular uma solução adequada para o problema.

Resposta dada pelos educandos:

Figura 102 - Resposta do aluno A para a questão 6 do Momento 05

A. 1
 B. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$
 C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$
 D. 2
 E. $\sqrt{10}$

$5+2=7$
 $7^2=3^2+d^2$
 $d^2=40$
 $d=\sqrt{40}$
 $d=2\sqrt{10}$
 $\frac{2\sqrt{10}}{2}$
 $\sqrt{10}$ simplificado

Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O educando, após extrair corretamente as informações do problema, aplicou adequadamente o Teorema de Pitágoras ao triângulo formado, concluindo a resolução ao determinar a razão entre a distância d e o raio da esfera menor. Essa abordagem apresenta uma compreensão sólida dos conceitos envolvidos.

4.4 ANÁLISE DOS TRABALHOS INSCRITOS

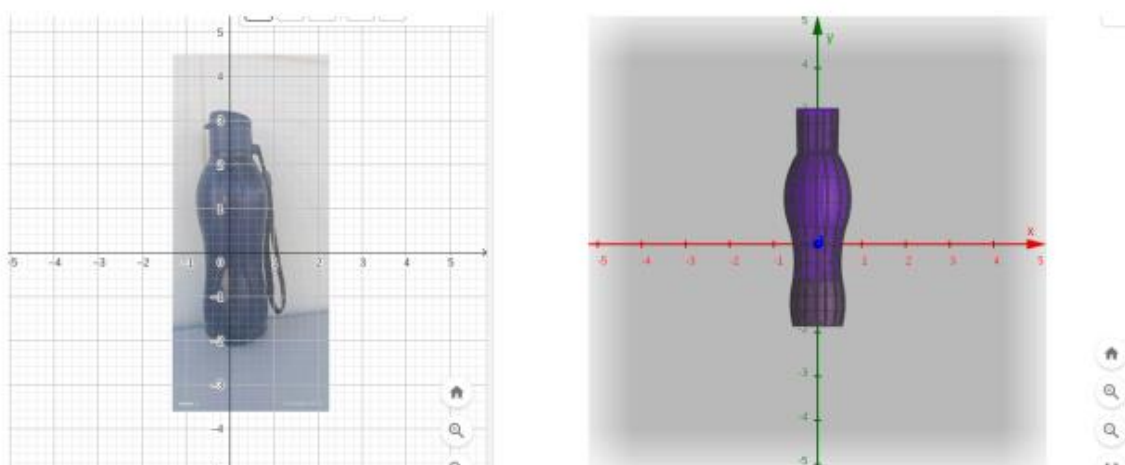
O Concurso FotoGebra destacou-se como uma oportunidade para os educandos aliarem criatividade e conhecimentos matemáticos por meio da fotografia e do uso do *software* GeoGebra. As notas atribuídas pelos avaliadores refletem a qualidade dos trabalhos em diferentes critérios. As maiores médias foram obtidas nos seguintes aspectos:

- Situação problemática: apresentação de um problema matemático relacionado à foto;
- Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado: correção e coerência na aplicação dos conceitos matemáticos;
- Destaque: menção de características adicionais que valorizem a foto.

Dentre as 16 produções submetidas em apêndice L, será realizada uma análise dos três melhores classificados e de dois trabalhos em destaque. O projeto vencedor se destacou pela originalidade, pela aplicação dos conceitos geométricos e pela

habilidade em integrar matemática e elementos do cotidiano. A seguir, será apresentada uma análise do trabalho que conquistou o primeiro lugar, evidenciando seus aspectos e as razões de seu destaque.

Figura 103 - Trabalho Fotográfico do primeiro colocado



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O trabalho apresentado figura 103, exemplifica a integração entre a arte da fotografia e a precisão matemática. A imagem capturada se destaca pela qualidade técnica e pela composição visual harmoniosa, oferecendo uma base rica para uma exploração matemática inovadora.

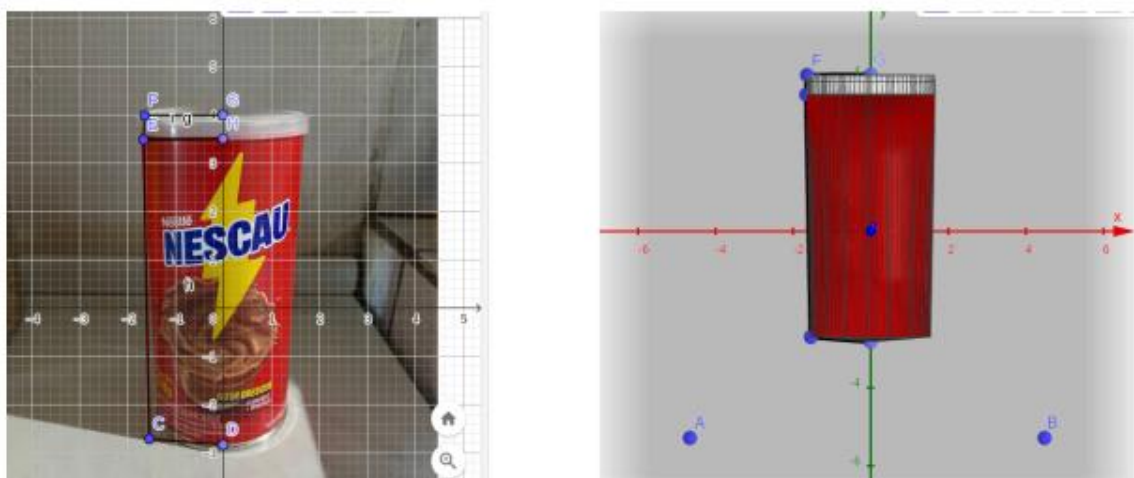
A escolha da garrafa como objeto principal se revela estratégica, pois sua forma curva apresenta um desafio interessante à aplicação de conceitos geométricos tradicionais. O cálculo do volume aproximado da garrafa, utilizando o conceito de cilindro como aproximação, evidencia não apenas o domínio dos conhecimentos matemáticos, mas também a capacidade de aplicar esses conceitos de maneira eficaz em um contexto real.

As notas atribuídas pelos avaliadores refletem o alto nível do trabalho em todos os aspectos avaliados, com as maiores médias alcançadas nos critérios: fotografia, estética, criatividade e uso do GeoGebra.

Os cálculos realizados são precisos e demonstram um bom domínio dos conceitos matemáticos. A imagem e a representação no GeoGebra são esteticamente agradáveis e facilitam a compreensão do trabalho.

O trabalho apresentado, que conquistou o segundo lugar no concurso FotoGebra figura 104, revela uma abordagem criativa na aplicação da matemática em um contexto cotidiano. A escolha de uma lata de achocolatado como objeto de estudo, aliada ao uso do software GeoGebra para modelar e analisar a figura geométrica, apresentou uma compreensão dos conceitos matemáticos, como ponto, reta, rotação e volume, bem como a capacidade de aplicá-los de forma prática.

Figura 104 - Trabalho Fotográfico do segundo colocado



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A imagem da lata de achocolatado se destaca pela riqueza de detalhes, oferecendo uma base clara para uma exploração matemática mais aprofundada. A qualidade da imagem, sua nitidez e composição contribuem para uma representação precisa do objeto, facilitando a visualização dos elementos geométricos analisados.

O educando descreveu como foi feito o trabalho e, por fim, colocou a situação problema e a resolveu, como é possível ver a seguir:

Educando — “A figura acima retrata um cilindro, semelhante a uma lata de chocolate em pó. Escolhi essa imagem porque tinha um pouco de dificuldade em manuseá-la no geogebra, e queria me propor um desafio.

Primeiro passo para a criação dessa figura, foi levando a imagem do objeto tirada pelo meu celular, para o site 'Geogebra classic' no chromebook, abri a janela 3D para ter uma visão melhor, em seguida usei a ferramenta 'caminho poligonal' para contornar a imagem com o intuito de recriá-la o mais semelhante possível, criando

meus caminhos poligonais, o primeiro foi (D, C, E, H) onde formei a parte do corpo do cilindro, depois para formar a tampa formei os caminhos (E, F,G), nisso já fiz minha estrutura. Seguindo, fiz o passo principal que iria dar vida para a minha figura — a rotação da minha superfície lateral — dos meus pontos (D, C,E, H) caminho h, alterei a cor para a mesma do objeto escolhido e pronto, só faltava criar na tampa, e usando o mesmo processo fiz a rotação do meu caminho poligonal i, que seriam os pontos (E, F,G), alterei a cor para a mesma do objeto e pronto. Por fim, tirei uma captura de tela do site geogebra classic para salvar a minha comparação entre as figuras, fiquei satisfeita.

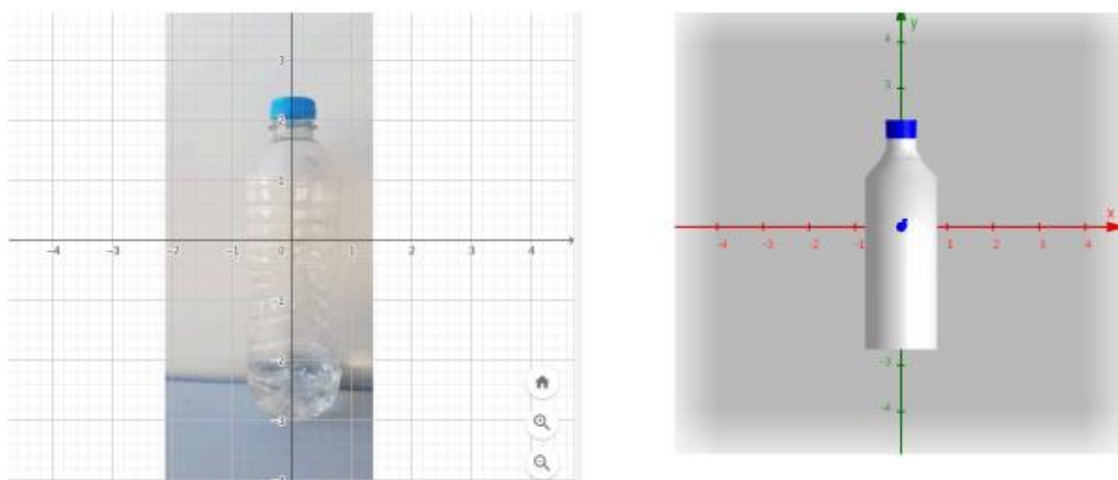
Problema-questão: João levou uma lata de achocolatado para sua aula de matemática, pois teria uma competição de quem tivesse o melhor resultado. O trabalho consistia em achar o volume da figura geométrica em que cada um levou. O cilindro de João tinha 12 cm de altura e seu raio mede 4 cm. Como João iria achar o seu volume e qual seria o seu resultado?

Respostas = João teria que seguir a seguinte fórmula: $V=\pi r^2h$, que ficaria, $V=\pi.4^2.12$ - $V=\pi.16.12$ - $V=192\pi$. A lata de João mede 192π de volume”.

A criação de polígonos para aproximar a forma da lata evidencia o domínio das ferramentas do GeoGebra e uma compreensão clara dos conceitos geométricos envolvidos. O detalhamento do processo de resolução do problema reflete um raciocínio lógico bem estruturado e uma capacidade de organizar as informações de concisamente. O conjunto dessas características resultou em um trabalho de destaque, evidenciando a relação entre matemática e vida cotidiana de forma prática e criativa.

O trabalho que obteve o terceiro lugar no Concurso FotoGebra, evidencia uma sólida compreensão dos conceitos matemáticos e a habilidade de aplicá-los em um contexto cotidiano de maneira prática. A escolha de uma garrafa de água figura 105, como objeto de estudo, aliada ao uso do software GeoGebra para modelar e analisar sua forma geométrica, demonstra um bom domínio das ferramentas e a capacidade de concretizar conceitos matemáticos abstratos.

Figura 105 - Trabalho Fotográfico do terceiro colocado



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A imagem da garrafa de água é clara e bem estruturada, facilitando a identificação dos elementos geométricos presentes. A qualidade visual da fotografia contribui para uma representação precisa do objeto, permitindo uma análise eficaz de suas características geométricas.

Embora simples, a representação da garrafa no GeoGebra é eficaz. A escolha de um cilindro para aproximar a forma da garrafa foi uma decisão geométrica apropriada, permitindo o cálculo do volume precisamente. A correta aplicação da fórmula para o cálculo do volume do cilindro demonstra o domínio dos conceitos matemáticos essenciais.

As avaliações atribuídas pelos jurados refletem a qualidade consistente do trabalho em todos os critérios analisados. Embora não tenha alcançado notas máximas em todas as categorias, o trabalho foi avaliado de maneira equilibrada, destacando sua regularidade e competência nos diferentes aspectos avaliados.

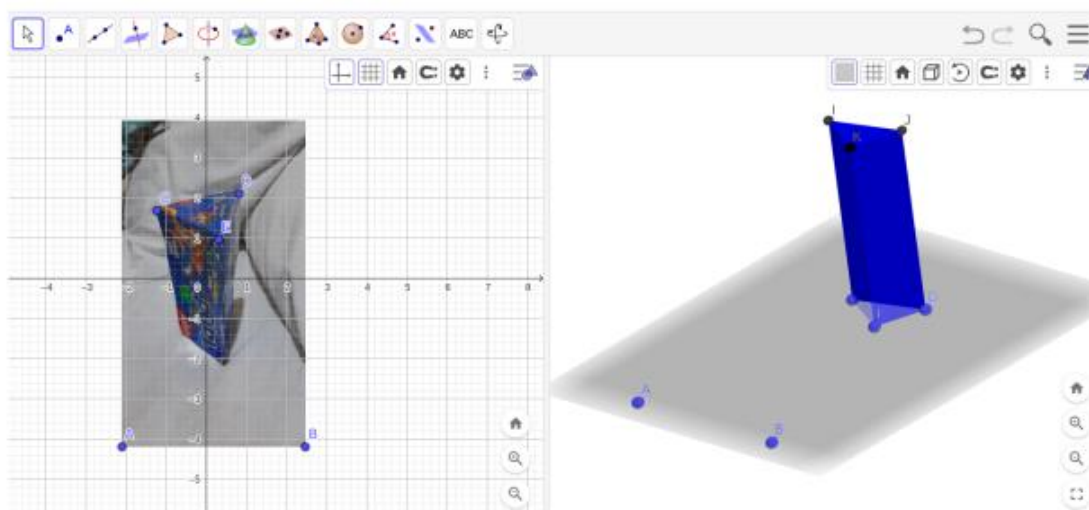
A composição visual da imagem, juntamente com a modelagem geométrica no GeoGebra, é esteticamente agradável e contribui para a clareza da compreensão matemática do problema proposto.

Esse trabalho serve como exemplo de como a matemática pode ser aplicada de maneira simples e eficaz na resolução de problemas do cotidiano. A combinação de uma fotografia clara e objetiva com uma modelagem matemática precisa e concisa

resulta em um trabalho que é, ao mesmo tempo, esteticamente atraente e didaticamente eficiente.

Os dois trabalhos seguintes figura 106 e 107, merecem destaque por alcançarem a maior pontuação, empatando no critério de Originalidade, com a maior nota no critério em relação aos outros trabalhos, devido à abordagem criativa e inovadora do tema. Ambos se sobressaíram por apresentar perspectivas distintas em relação aos demais. Um dos trabalhos trouxe como objeto de estudo a imagem de uma embalagem de creme dental no formato de um prisma triangular regular, enquanto o outro explorou um copo no formato de tronco de cone. Essas escolhas demonstram a habilidade dos educandos em aplicar conceitos matemáticos a objetos do cotidiano, de forma original e inovadora.

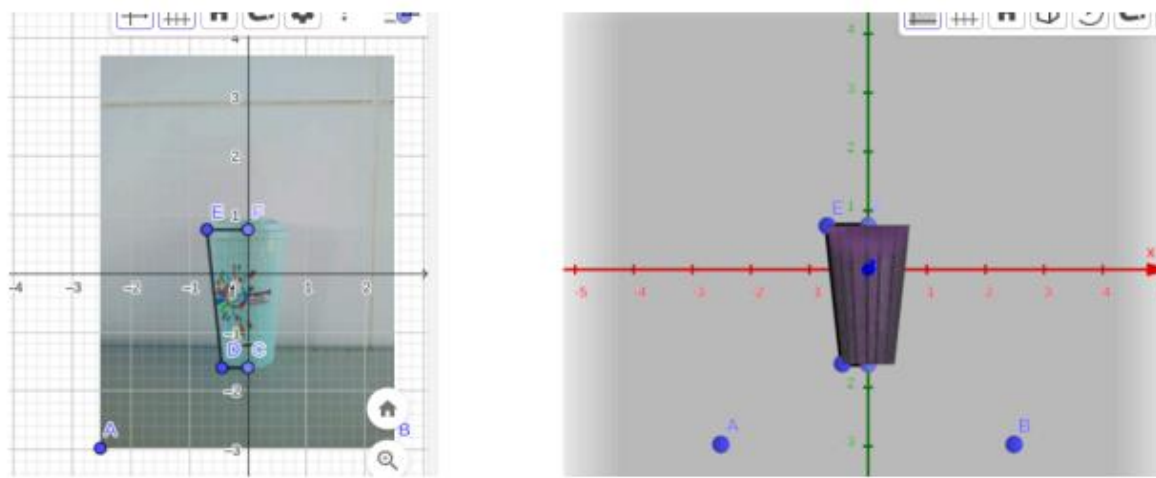
Figura 106 - Trabalho Fotográfico destaque I



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O educando escolheu representar uma caixa de pasta de dente no formato de um prisma triangular, criando uma imagem clara e bem elaborada no GeoGebra, demonstrando pleno domínio das ferramentas do software. Durante o desenvolvimento do trabalho, o educando destacou o problema de determinar as áreas e o volume do sólido geométrico, realizando os cálculos precisamente. O resultado final incluiu a apresentação de um valor aproximado, evidenciando a compreensão dos conceitos matemáticos e a aplicação correta das fórmulas para resolver a questão proposta.

Figura 107 - Trabalho Fotográfico destaque II



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

Nesse caso, o educando optou por representar um copo no formato de tronco de cone, uma figura geométrica que não havia sido diretamente abordada na sequência didática. Mesmo assim, o estudante demonstrou iniciativa ao buscar novos conhecimentos e explorar diferentes formas geométricas. Esse esforço revela não apenas uma compreensão sólida dos conceitos já trabalhados, mas também a capacidade de ir além do conteúdo previsto, aplicando habilidades matemáticas em contextos mais amplos e desafiadores.

4.5 ANÁLISE DA ENTREVISTA

A seguir, apresenta-se uma análise detalhada das respostas obtidas na entrevista aplicada aos alunos participantes do concurso FotoGebra. Essa análise tem como objetivo compreender como as atividades propostas, aliadas ao uso do software GeoGebra, influenciaram o aprendizado de conceitos de Geometria Espacial e motivaram o interesse dos alunos.

O uso de metodologias inovadoras e interativas, que combinam a tecnologia com a aplicação prática dos conteúdos, permite uma visão mais abrangente sobre o impacto dessas estratégias no processo de ensino-aprendizagem.

Além disso, destacam-se as percepções dos alunos em relação ao suporte recebido e às dificuldades enfrentadas, contribuindo para reflexões sobre práticas

pedagógicas que valorizem a orientação docente e o uso de ferramentas digitais na educação matemática.

1. Como foi a sua experiência geral durante o concurso FotoGebra?

- **Resposta do Aluno A:** "Eu gostei, principalmente assim, porque o assunto que foi tratado era um assunto que eu não tinha conhecimento, então foi interessante poder aprender isso e principalmente também do uso do próprio site, né? Do GeoGebra, que facilita a visualização de todo o projeto e facilita também o cálculo."
- **Resposta do aluno B:** "Foi uma experiência legal, porque eu aprendi a fazer um triângulo, um retângulo, um FotoGebra, uma esfera, um cubo. Foi uma experiência muito legal, junto com meus amigos e com o professor."

As respostas dos alunos destacam que a experiência proporcionou um aprendizado prático e interessante, especialmente para aqueles que não tinham familiaridade com o tema. A utilização do GeoGebra foi um diferencial que facilitou o entendimento de conceitos matemáticos complexos. Esse ponto está alinhado com os objetivos, que destacam a importância de integrar tecnologias no ensino para despertar o interesse dos alunos e promover uma aprendizagem significativa.

Pinheiro (2017) corrobora que a relevância do GeoGebra como recurso pedagógico permite que os alunos explorem conceitos matemáticos por meio de exemplos do cotidiano, ajudando a tornar o aprendizado mais interativo e significativo, aumentando o interesse dos estudantes. Nessa perspectiva, Peixoto (2022) salienta que o uso do GeoGebra, em conjunto com outras tecnologias, como a fotografia, mostrou-se um meio poderoso para ensinar conceitos de geometria e auxiliou os alunos a visualizar e compreender melhor os conteúdos matemáticos.

2. Como você se sentiu ao usar o software GeoGebra pela primeira vez?

- **Resposta do Aluno A:** "Foi um pouquinho complicado de entender, de fazer, mas foi uma coisa diferente que eu nunca tinha feito. Com o tempo, ficou mais fácil de manusear."

- **Resposta do aluno B:** "Como eu tinha muito tempo sem usar, eu achei meio inovador, sabe? Algumas funções que eu realmente não sabia e depois aprendi a usar."

Os alunos relataram desafios iniciais com o software, mas, com o tempo, conseguiram se adaptar e utilizar suas funcionalidades de forma eficiente. Esse feedback reforça a ideia de que a familiarização com novas ferramentas digitais pode exigir um período de adaptação, mas, quando superado, contribui significativamente para a compreensão e manipulação de conceitos geométricos.

Segundo Gabriel (2023), apesar de o GeoGebra ser uma ferramenta eficaz e motivadora, os alunos enfrentaram desafios na adaptação inicial às suas funcionalidades. Isso evidencia que, embora a ferramenta facilite a compreensão dos conceitos geométricos, há uma curva de aprendizado que pode impactar a experiência de alguns estudantes de Uso em Ambientes Diferenciados.

Peixoto (2022) mencionou que, durante as práticas com o GeoGebra, alguns alunos tiveram dificuldades em usar o software devido à falta de familiaridade com seus comandos, o que exigiu um período de adaptação e suporte adicional dos professores para superar essas barreiras. O que ocorreu de modo semelhante em nosso trabalho.

3. Quais foram as principais dificuldades que você encontrou durante a criação do seu projeto com o GeoGebra?

- **Resposta do Aluno A:** "Eu tive um pouco de dificuldade, porque eu ficava com dificuldade de formar os pontos, de traçar, porque eu queria fazer tudo bem direitinho."
- **Resposta do aluno B:** "Acho que foi mais transformar em 3D mesmo."

As dificuldades relatadas pelos alunos, como a formação de pontos e a criação de figuras 3D, refletem a complexidade do trabalho com Geometria Espacial e a necessidade de um suporte adequado durante o aprendizado. A dissertação enfatiza que, ao usar tecnologias como o GeoGebra, os desafios podem ser superados por meio de práticas investigativas e do suporte contínuo do professor.

Souza (2021) enfatiza que o ensino da geometria, incluindo conceitos complexos como o volume de sólidos, requer práticas inovadoras e pode ser

desafiador para alunos que precisam de suporte para compreender e aplicar novos métodos e tecnologias. Pinheiro (2017) aborda como o GeoGebra pode ser uma ferramenta valiosa, mas também reconhece que a falta de familiaridade e preparo com recursos tecnológicos representa uma barreira que os educadores e alunos precisam enfrentar.

4. O que você aprendeu sobre geometria espacial ao participar desse concurso? Pode dar um exemplo prático?

- **Resposta do Aluno A:** "Principalmente, eu aprendi sobre os prismas. Como calcular a área total de um prisma, o volume de diferentes tipos de prismas."
- **Resposta do aluno B:** "Eu aprendi que a geometria está ao nosso redor a todo tempo. Por exemplo, aqui mesmo no computador, tem um cubo, um retângulo, em todos os lugares que eu vou, tem uma figura geométrica."

Os alunos destacaram o aprendizado sobre prismas e a percepção da presença da geometria no cotidiano. Esse tipo de aprendizado contextualizado é um dos objetivos específicos do Concurso FotoGebra, que visa relacionar a matemática à realidade e aos objetos do cotidiano para reforçar o entendimento de conceitos.

Tavares (2016) reforça que a geometria, ao ser trabalhada de forma contextualizada e ligada ao cotidiano dos alunos, contribui para a compreensão das figuras geométricas presentes no ambiente e no uso prático de conceitos como áreas e volumes. Sousa (2023) destaca que o uso de ferramentas como o GeoGebra 3D permite aos alunos explorar e manipular sólidos geométricos, facilitando a compreensão de seus elementos, como as propriedades de prismas e pirâmides, além de integrar o aprendizado teórico com a prática.

5. Como você acha que o uso da tecnologia, no caso do GeoGebra, influenciou o seu entendimento dos conceitos geométricos?

- **Resposta do Aluno A:** "Foi bem mais fácil do que eu imaginava que seria, porque se fosse antigamente, onde não tinha tanta tecnologia, demoraria muito mais tempo para aprender como seriam os conceitos geométricos."

- **Resposta do aluno B:** "Eu acho que influenciou muito porque, a partir do momento que a gente tem uma ferramenta que auxilia na nossa aprendizagem, a gente tem um aprendizado muito mais rápido."

Os comentários dos alunos ressaltam que a tecnologia, especificamente o uso do GeoGebra, facilitou a visualização e compreensão dos conceitos geométricos. Isso reflete que o uso de ferramentas digitais torna o aprendizado mais interativo e acessível.

Pinheiro (2017) enfatiza que o uso do GeoGebra e outras tecnologias digitais potencializa o aprendizado ao permitir que conceitos matemáticos sejam explorados de maneira interativa e dinâmica. Isso faz com que o processo de ensino se torne mais atraente e contribua para um aprendizado mais eficiente. Sousa (2023) aponta que o GeoGebra 3D permite a visualização e manipulação de sólidos geométricos, auxiliando na compreensão de suas propriedades. Ele destaca que esse tipo de software facilita o ensino, proporcionando um ambiente em que conceitos são construídos com clareza, contribuindo para a superação de dificuldades de aprendizagem.

6. Você acredita que o concurso e o uso do GeoGebra motivaram o seu interesse em estudar mais geometria espacial? E por quê?

- **Resposta do Aluno A:** "Com certeza. Porque era uma área que eu nunca tinha tido contato e nunca tinha despertado o interesse, só que durante as aulas a gente percebe a importância de como está ativo no nosso cotidiano."
- **Resposta do aluno A:** "Sim, porque você entende de uma forma mais legal, mais criativa, não apenas no cálculo, mas em criar os objetos."

A maioria dos alunos mencionou que o concurso e o uso do software aumentaram seu interesse pela geometria espacial. Essa resposta é uma confirmação do sucesso do objetivo de despertar o interesse dos alunos pela matemática por meio de metodologias inovadoras e interativas.

Costa (2023) destaca que a experimentação com tecnologia nas aulas aumenta o engajamento e a motivação dos alunos, promovendo um aprendizado concreto e melhora na compreensão dos conceitos de geometria espacial.

Assim também, Pinheiro (2017) destaca como a inclusão de ferramentas tecnológicas como o GeoGebra enriquece o ensino, tornando as aulas mais atrativas e potencializando a motivação e o envolvimento dos alunos.

7. Como você avalia a orientação e o suporte que recebeu durante o desenvolvimento do projeto?

- **Resposta do Aluno A:** "Foi bem, muito boa. Como eu disse, com o uso da tecnologia teve algumas dificuldades no Chromebook que eu não conseguia, mas com a ajuda do professor consegui ensaiar bem."
- **Resposta do aluno B:** "Um ótimo ensinamento que o senhor fez. O senhor foi muito presente ali para todo mundo."

Os alunos expressaram satisfação com a orientação recebida, mencionando o apoio do professor durante o processo. Isso destaca que para o sucesso das atividades deve se ter um ambiente de aprendizado colaborativo, em que o suporte do professor é essencial para a execução das atividades.

Pinheiro (2017) ressalta que as atividades criadas com o uso do GeoGebra não conduzem o aluno passo a passo, sendo necessário o papel efetivo do professor como mediador no processo de ensino-aprendizagem. Essa orientação é crucial para a adaptação e o sucesso das atividades, evidenciando a importância do suporte docente.

8. Você participaria de outro concurso semelhante no futuro? Quais seriam suas expectativas?

- **Resposta do Aluno A:** "Sim, eu participaria. Se alguém me convidasse, ou se apenas soubesse pela internet, eu sim participaria. E o meu objetivo seria ganhar."
- **Resposta do aluno B:** "Sim, porque eu creio que a nossa participação agora foi excelente, então a gente espera que novamente seja também."

As respostas indicam que os alunos estariam dispostos a participar de concursos semelhantes no futuro, mostrando que a experiência foi positiva e motivadora. Esse retorno positivo é um indicativo de que atividades como o FotoGebra

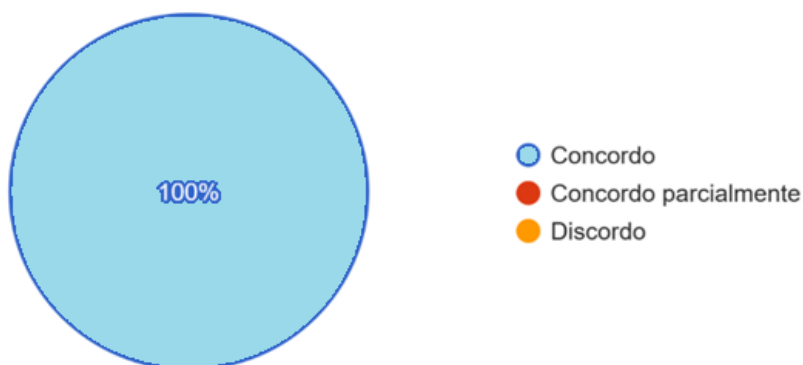
são eficazes em engajar os alunos e incentivá-los a explorar mais o aprendizado da matemática de forma prática e criativa.

A entrevista demonstra que o concurso FotoGebra foi uma experiência enriquecedora, tanto em termos de aprendizado quanto de motivação para os participantes. O uso do software GeoGebra e a contextualização da geometria com elementos do cotidiano se mostraram eficazes em promover uma aprendizagem significativa e interativa. As dificuldades enfrentadas e superadas pelos alunos, aliadas ao suporte contínuo do professor, ressaltam a importância de uma metodologia de ensino que valoriza a investigação e o uso de tecnologias. O entusiasmo dos alunos em participar de futuros concursos reflete o objetivo do trabalho em despertar interesse e engajamento na matemática, consolidando a proposta como uma prática pedagógica que pode ser replicada em outros contextos educacionais para fomentar o gosto pela geometria e suas aplicações práticas.

4.6 ANALISE DO QUESTIONÁRIO .

O objetivo do questionário é identificar as preferências dos alunos e verificar se o uso do GeoGebra influenciou o aprendizado, além de avaliar se essa ferramenta facilitou a compreensão dos conteúdos de Geometria Espacial. Também visou compreender se a atividade de fotografar contribuiu para uma melhor percepção dessa área de conhecimento e se o concurso motivou os alunos a aprofundar seus estudos.

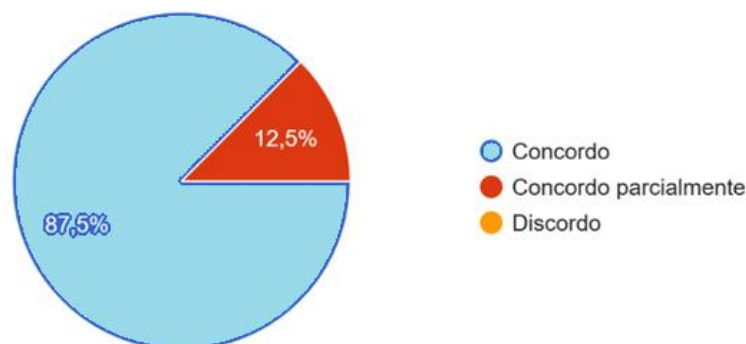
Figura 108 - Desempenho dos alunos para a questão: Você gostou de estudar geometria espacial com a utilização do GeoGebra?



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A figura 108 exibe o gráfico contendo 16 respostas, e todos os participantes (100%) concordaram com a afirmação. O uso do GeoGebra foi aprovado pelos alunos. A unanimidade na concordância mostra que a ferramenta tecnológica contribuiu para o interesse dos alunos no estudo da Geometria Espacial.

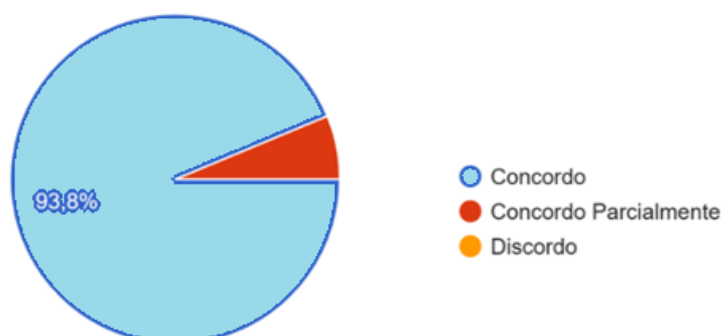
Figura 109 - Desempenho dos alunos para a questão: A utilização do GeoGebra facilitou no seu aprendizado?



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

A figura 109 apresenta o gráfico com 16 respostas, das quais 87,5% dos alunos concordaram que o uso do GeoGebra facilitou o aprendizado, enquanto 12,5% concordaram parcialmente e nenhum aluno discordou da afirmação. Esses resultados evidenciam que a maioria dos alunos percebeu o GeoGebra como uma ferramenta que auxiliou o aprendizado de conceitos geométricos. A alta porcentagem de respostas positivas indica que o uso da tecnologia foi bem-sucedido em tornar o processo de aprendizagem mais acessível. O fato de 12,5% dos alunos concordarem parcialmente pode indicar pequenos desafios ou dificuldades enfrentadas, mas não anula os benefícios do uso da ferramenta.

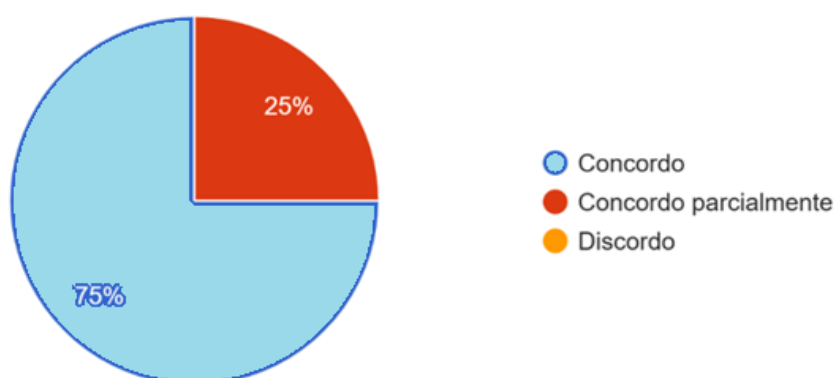
Figura 110 - Desempenho dos alunos para a questão: Fotografar objetos da minha convivência e utilizá-los nas atividades em sala, me fez perceber a Geometria Espacial circundante?



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O gráfico da figura 109 mostra que 93,8% dos alunos concordaram com a afirmação, enquanto 6,2% concordaram parcialmente e nenhum aluno discordou. A maioria dos alunos concordou que a atividade de fotografar objetos do cotidiano e aplicá-los nas atividades de sala de aula ajudou a perceber a Geometria Espacial ao seu redor. Isso demonstra que a prática foi eficaz em conectar conceitos teóricos à realidade prática, permitindo que os alunos vissem a matemática não apenas como uma abstração, mas como algo presente em sua vida diária. A pequena parcela que concordou parcialmente pode indicar que alguns alunos ainda precisaram de mais tempo ou suporte para identificar plenamente esses conceitos.

Figura 111 - Desempenho dos alunos para a questão: O Concurso FotoGebra me motivou a estudar?



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

O gráfico da figura 111 revela que 75% dos alunos concordaram com a afirmação, enquanto 25% concordaram parcialmente e nenhum aluno discordou da afirmação. A maioria dos alunos afirmou que o concurso os motivou a estudar, o que indica que a iniciativa foi bem-sucedida em despertar interesse e engajamento. O fato de 25% dos alunos terem concordado parcialmente sugere que, embora o concurso tenha sido motivador, alguns aspectos podem ter minimizado o impacto dessa motivação, como dificuldades enfrentadas durante a atividade ou limitações individuais de aprendizado.

A análise dos resultados do questionário reforça a eficácia do uso de tecnologias digitais no ensino de Geometria Espacial, conforme evidenciado por diversos estudos. Sousa (2023) destaca que a utilização de ferramentas como o

GeoGebra facilita a visualização e a compreensão de sólidos geométricos, contribuindo para um aprendizado mais interativo e envolvente.

Pinheiro (2017) também aponta que a incorporação de tecnologias digitais potencializa a aprendizagem, tornando-a mais atrativa e dinâmica, o que foi comprovado pelo alto índice de aprovação entre os alunos analisados.

Além disso, a conexão entre a teoria e a prática, proporcionada pela atividade de fotografar, encontra respaldo em Tavares (2016), que defende a importância de práticas contextualizadas para despertar o interesse dos alunos e ampliar sua percepção sobre a presença da geometria no cotidiano.

Dessa forma, os dados apresentados, aliados às considerações de estudiosos na área, corroboram que iniciativas como o concurso FotoGebra e o uso do GeoGebra são eficazes em promover a motivação e o engajamento dos alunos. A maioria dos estudantes relatou um aumento no interesse pela Geometria Espacial, o que evidencia que metodologias inovadoras, quando bem orientadas e acompanhadas por um suporte docente eficaz, podem transformar a percepção dos alunos sobre a matemática e seu papel em suas vidas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com os estudos e análises apresentados ao longo deste trabalho, foi possível compreender que a Geometria Espacial surgiu da necessidade de representar e entender o mundo tridimensional em que se vive. A geometria, conforme conhecida hoje, é resultado das contribuições de diversos sábios ao longo da história. Com essa perspectiva, a pesquisa investigou as relações entre as concepções do ensino da matemática e o uso do GeoGebra, além de verificar os conhecimentos adquiridos pelos educandos do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves por meio do concurso FotoGebra.

Guiados pelos objetivos estabelecidos, desenvolveu-se uma sequência didática que complementou o trabalho pedagógico do professor, integrando estratégias, conceitos e procedimentos da Geometria Espacial, com o uso de fotografias de objetos do cotidiano e do software GeoGebra.

A aplicação da sequência didática foi desafiadora, pois alguns educandos, inicialmente, apresentaram dificuldades em utilizar os Chromebooks e em manusear o GeoGebra. No entanto, essas dificuldades foram superadas ao longo das atividades, o que despertou o interesse e motivou os educandos a estudarem, graças à inovação trazida pela utilização de tecnologias e pela conexão com objetos do cotidiano, levando-os a perceberem a presença da geometria espacial em seu entorno.

A sequência didática desempenhou um papel fundamental na preparação dos educandos para o Concurso FotoGebra. Como a maioria dos educandos não conhecia o GeoGebra nem havia desenvolvido atividades com essa ferramenta, a sequência serviu como base de conhecimento. Isso ocorreu especialmente na seção “É HORA DE CONSTRUIR”, na qual os educandos seguiram um passo a passo para criar sólidos geométricos e resolver exercícios relacionados. Essa etapa foi realizada com sucesso, consolidando o aprendizado e proporcionando um entendimento da Geometria Espacial.

A premiação do Concurso FotoGebra foi prestigiada por toda a comunidade escolar. Durante o evento, os educandos apresentaram seus trabalhos e impressionaram a comunidade com a qualidade das produções e o desempenho nas apresentações. Todos os participantes receberam brindes e os três melhores trabalhos foram premiados com kits de materiais escolares, reconhecendo o esforço e a dedicação dos educandos envolvidos.

O Concurso FotoGebra foi promovido com sucesso aos educandos do 3º ano do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves, incentivando-os a buscar em seu dia a dia imagens que possibilitassem a extração e a modelagem de conceitos geométricos no GeoGebra. Essa abordagem despertou o interesse dos educandos pelo aprendizado, tornando o processo mais dinâmico e envolvente. Além disso, os conteúdos geométricos foram relacionados à realidade dos educandos, mostrando que a matemática pode ser observada e aplicada em seu entorno de maneira prática e contextualizada.

Com base nos resultados desta pesquisa, deseja-se que os educandos participantes continuem a ampliar suas habilidades e competências na área da matemática, em especial da Geometria Espacial, aplicando esses conhecimentos de forma prática e eficaz em diversas situações do cotidiano e em desafios acadêmicos futuros. Conseguindo, dessa forma, aplicar os conhecimentos adquiridos para resolver problemas em diferentes contextos, agindo com protagonismo e responsabilidade, contribuindo com a sociedade.

É fundamental destacar que a escola deve promover atividades que incentivem os educandos a perceberem a matemática como uma disciplina que vai além dos limites da sala de aula, demonstrando sua presença em diversos aspectos do mundo ao seu redor. É necessário que os educandos reconheçam os conhecimentos adquiridos como ferramentas indispensáveis para interpretar, compreender e atuar eficazmente em sua realidade, promovendo as transformações necessárias em seu contexto social e pessoal.

Por fim, é possível reconhecer que há diversas pesquisas que contribuem para o ensino da matemática, incluindo aquelas que envolvem a fotografia e o uso de tecnologias educacionais. No entanto, espera-se que este trabalho não seja apenas mais um, mas sim uma fonte de inspiração para que os docentes e instituições possam não apenas utilizar ou adaptar o Concurso FotoGebra e as atividades aqui propostas, mas também explorem outros temas que contextualizem e tornem o processo de ensino-aprendizagem mais dinâmico e significativo.

REFERÊNCIAS

- ALVES, G. L. **O trabalho didático na escola moderna**: formas didáticas. Campinas, 2005.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BETTEGA, M. H. **Educação continuada na era digital**. 2 ed. São Paulo: Cortez, 2010.
- BOENTE, Alfredo; BRAGA, Gláucia. Metodologia científica contemporânea. Rio de Janeiro: Brasport, 2004.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JR, J. R.; SOUSA, P. R. C. de. **Prisma matemática: geometria: ensino médio**: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias / José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto Câmara de Sousa. – 1. ed. – São Paulo : Editora FTD, 2020.
- BORBA, M.C. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática: sala de aula e internet em movimento**. 4 Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020 (Coleção Tendência em Matemática).
- BRASIL**. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base. Brasília: MEC, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- CABRAL, S. A. B. **Desenvolvendo o pensamento argumentativo geométrico: construindo práticas Investigativas** / Sabrina Alves Boldrini Cabral. Belo Horizonte, 2017. 224 f.: il.
- COSTA, Ronaldo Silva. **Realidade Aumentada: Uma Proposta de Sequência Didática para o Ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio**. 2023. Dissertação (Mestrado) - Universidade Cruzeiro do Sul.
- DANTE, L. R. **Matemática em contexto**: Geometria plana e geometria plana e Geometria espacial. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2020.
- DAVIS, B. e SIMMT, E. **Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know**. Educational Studies in Mathematics, 61(3), 293-319, March, 2006.
- DENCKER, Ada de Fátima Marques. **A pesquisa e a interdisciplinaridade no ensino superior: uma experiência no curso de turismo**. 2000. Tese (Doutorado em Comunicação e Artes) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/001104764>. Acesso em 08 de outubro de 2024.

Dias, R. C. **Matemática e educação matemática**. (Org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Editora Cortez, 1999, p. 92-120.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar, Volume 10: Geometria Espacial – Posição e Métrica**. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução Higyno H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FAINGUELERNT, Estela K.; NUNES, Katia Regina A. **Matemática: Práticas Pedagógicas para o Ensino Médio**. 1. ed. Porto Alegre: Penso, 2012.

FARIAS, C. B. de L.; ALVES, E. L. **O uso da função afim com o auxílio do software GeoGebra**. Encontro Nacional de Educação Matemática (XI ENEM), Curitiba, PR, de 18 a 21 de julho de 2013.

FERNANDES, V. M. J.; MARZAGÃO, A. V.; SANTOS, M. E. K. L. dos. Professor tutor e as técnicas utilizadas para avaliação do aluno na modalidade EAD. **Revista REnCiMa**, v. 8, n. 5, p. 99-113, 2017.

FIOROTTI, L. B. **Tópicos de geometria plana com o Software GeoGebra**: proposta de sequências didáticas / Luciana Bahiense Fiorotti. – 2014. 49 f. : il. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas. 2014.

GABRIEL, Gisele Alves de Freitas. **Aprendizagem significativa da geometria espacial: Análise de uma sequência didática para o ensino médio**. 2023. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Uberlândia.

GENSLER, Harry J. **Introdução à lógica**. São Paulo: Paulus, c2017. 506 p. (Lógica). ISBN 9788534940832.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. (org.) **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GUIMARÃES, Douglas Ribeiro. **Educação Matemática Crítica permeando capítulos de geometria em livros didáticos: entre direcionamentos, contextos e enunciados**. 2022. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista.

HOHENWARTER, M. **Manual do GeoGebra**. Disponível em: <https://geogebra.github.io/docs/manual/en/?redirect=en>. 2023. Acesso em 11 out. 2024.

INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2014: Caderno de Questões**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2014. Disponível em: <https://enem.inep.gov.br/>. Acesso em 8 de agosto de 2024.

INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2016: Caderno de Questões**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2016. Disponível em: <https://enem.inep.gov.br/>. Acesso em 10 de agosto de 2024.

INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2021: Caderno de Questões**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2021. Disponível em: <https://enem.inep.gov.br/>. Acesso em 11 de agosto de 2024.

INEP. **Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM 2022: Caderno de Questões**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2022. Disponível em: <https://enem.inep.gov.br/>. Acesso em 11 de agosto de 2024.

INFORSATO A. P. **Atividades Investigativas com Software de Geometria Dinâmica**. In: XXI Congresso de iniciação científica da UNESP. São José do Rio preto, UNESP 2009.

LEONARDO, F. M. de. **Conexões: matemática e suas tecnologias**: manual do professor / organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editor responsável Fabio Martins de Leonardo. -1. ed. -- São Paulo : Moderna, 2020.

LIMA, L. F. **Grupo de estudos de professores e a produção de atividades matemáticas sobre funções utilizando computadores**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Unesp, Rio Claro, 2009. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2553>. Acesso em 09 out. 2024.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

MACHADO, Celso Pessanha. Fundamentos de geometria [recurso eletrônico] / Celso Pessanha Machado, Mariana Sacrini Ayres Ferraz ; [revisão técnica: Rute Henrique da Silva Ferreira]. Porto Alegre: SAGAH, 2019.

MACHADO, M. C. **O uso do software GeoGebra no estudo de funções**. UEMG /UCAM. XIV EVIDOSOL e XI CILTEC-Online - junho/2017 – Disponível em: <http://evidosol.textolivre.org>. Acesso em out de 2024.

MALTEMPI, M. V. **Construcionismo**: Um pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação matemática. v. 1. 1. ed. São Paulo, SP: Cortez, 2005, p. 264-282.

MARQUES, G. E. de A. **Ensino de esfera por meio de applets do software GeoGebra** /Gleidson Everton de Alcântara de Marques; orientador Miguel Chaquiam, 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Universidade do Estado do Pará, 2020.

MELO, A.L. C. D.; SILVA, G. S. da C. **Utilização do software Geogebra como ferramenta auxiliar ao estudo das funções quadráticas no ensino fundamental e médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Unesp, Rio Claro, 2009.

MOLINARI, J. R. A. **Números Primos e a Criptografia RSA**. Ponta Grossa, 2016. 56 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016.

MOLINARI, J. R. A.; RETSLAFF, F. M. de S.; SANTOS, L. A. dos. Investigando o ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 7, n. 3, p. 03-18, 2018 - ISSN 2237-9657.

MORAN, J. M. **Desafios na comunicação pessoal**. 3. ed. São Paulo: Paulinas, 2007, p. 162-166. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/002162197>. Acesso em 05 out. 2024.

MORAN, J. M. **Os novos espaços de atuação do educador com as tecnologias**. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 4, n.12, p.13-21, maio/ago. 2004. Disponível em: https://revistas.icesp.br/index.php/FINOM_Humanidade_Tecnologia/article/view/4197. Acesso em 05 out. 2024.

OLIVEIRA, Maria Marly. Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses. 5.ed. Rio de Janeiro. Elsevier, 2011.

PACHECO, E. F. **Utilizando o software geogebra no ensino da matemática**: uma ferramenta para construção de gráficos de parábolas e elipses no 3º ano do ensino médio. Debates em Educação | Maceió | Vol. 11 | Nº. 24 | Maio/Ago.2019.

PEIXOTO, T. **Fotografia como um recurso para o ensino de perspectiva cônica com tecnologias digitais**. Instituto de Matemática e Estatística Departamento de Matemática Pura e Aplicada. UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL, Porto Alegre 2022.

PEYREROL, M. S. **Uma sequência didática para o ensino da parábola** / Marc Santos Peyrerol; orientador, Fábio José da Costa Alves; – 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2021.

PINHEIRO, N. N. G. **O uso do software geogebra como mecanismo para produção de material didático e estudo de objetos do cotidiano dos alunos**. UNIVERSIDADE FEDERAL DOS VALES DO JEQUITINHONHA E MUCURI Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Teófilo Otoni 2017.

PONTE, J. P. M.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

REGO, A. L. B. **Possibilidades pedagógicas do uso da fotografia**: uma proposta para ensinar Geometria no Ensino Fundamental II. Ana Luiza Barbosa Rego. - Belo Horizonte, 2023. 146 f. : enc, il., color. Dissertação -- (Mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Educação.

RÊGO, R. G. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, 2000.

REHFELDT, M. J. H.; NEIDE, I. G.; BÖCKEL, W. J.; BROILO, A. P.; PISCHING, I.; HEINEN, C. A.; KÖNIG, R. I. Modelagem matemática no Ensino Médio: uma possibilidade de aprendizagem a partir de contas de água. **Revista REnCiMA**, v. 9, n. 1, p. 103-121, 2018.

RIBEIRO, F. M. R.; PAZ, M. G. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias. **Revista Modelos** – FACOS/ CNEC Osório, Ano 2 – vol.2 – AGO/2012.

RIZZO, K. A. **FotoGebra y competencias digitales: análisis de un caso**. Épsilon - Revista de Educación Matemática. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/341150334_FotoGebra_y_competencias_digiales_analisis_de_un_caso. 2019. Acesso em 11 out. 2024.

RIZZO, K. A.; COSTA, V. A. **Concurso matemática, fotografía y GeoGebra**. Congresso Latinoamericano de GeoGebra. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/358589553>. 2016. Acesso em 11 out. 2024.

RIZZO, K. A.; COSTA, V. A. **¿Cuáles competencias digitales favorece desarrollar el concurso FotoGebra?. Conference Paper**. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/343166959> 2020. Acesso em 11 out. 2024.

RIZZO, K. A.; COSTA, V. A. **Fotografía y GeoGebra, una estrategia posible para descubrir la matemática que nos rodea**. Artigo. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/357889226>. 2020. Acesso em 11 out. 2024.

RIZZO, K. A.; COSTA, V. A. **Concurso FotoGebra como generador de un Recorrido de Estudio e Investigación**. Volumen 115, noviembre de 2023. Sociedad Canaria de Profesorado de Matemáticas. Disponível em: <https://www.sinewton.org/numeros>. 2023. Acesso em 11 out. 2024.

RIZZO, K. A.; COSTA, V. A. **Diseño de un recorrido de estudio e investigación que combina fotografía, GeoGebra y funciones matemáticas**. Revista REAMEC. Disponível em: <https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16864>. 2023. Acesso em 11 out. 2024.

RIZZO, K. A.; COSTA, V. A. **III Edición del Concurso FotoGebra: Matemática, Fotografía y GeoGebra**. Documento de Conferência. Disponível em: <https://www.geogebra.org/u/fotogebra>. 2023. Acesso em 11 out. 2024.

ROONEY, Anne. A História da Matemática: desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M.Books do Brasil Editora Ltda., 2012.

SÁ, A. L.; MACHADO, M. C. **O uso do software GeoGebra no estudo de funções**. XIV EVIDOSOL e XI CILTEC-online Junho/2017. Disponível em: <<https://eventos.textolivre.org/moodle/course/view.php?id=12>>. Acesso em: 09 nov. 2024.

SANTOS, Cleane Aparecida dos; NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021. (Coleção Tendências em Educação Matemática).[SP]: E-book.

SEED. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes curriculares de Matemática para a educação básica**. Curitiba, 2008.

SILVA, L. G. **Contribuições de modelagem matemática integrada ao GeoGebra no ensino e aprendizagem de função quadrática**. Dissertação apresentada ao Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ensino para a Educação Básica para obtenção do título de Mestre. Urutaí (GO). 2021.

SOUSA, Cleber Pereira de. **Olimpíadas de matemática: planejamento, organização e contribuições para o ensino e aprendizagem**. 2020. 66 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teresina, 2020.

SOUSA, I. F. de. **Sequência Didática Para o Ensino de Prismas e Pirâmides Com o Método de George Polya e Software Geogebra 3D** [recurso eletrônico] / Ivanildo Fernandes de Sousa. - 2023. 77 f. : il. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia, Curso de Mestrado Profissional Em Matemática Rede Nacional - Profissional, Sobral, 2023.

SOUZA, Tiago de Castro. **O Teorema de Pappus Guldin e o princípio de Cavalieri: uma proposta de cálculo de volume de sólidos de revolução no ensino médio**. 2021. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro-BA, 2021.

TAVARES, L. C. de M. **A geometria no ensino médio: uma sequência didática utilizando a fotografia, os ambientes não formais de ensino e os objetos virtuais de aprendizagem**. UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS Câmpus Anápolis de Ciências Exatas e Tecnológicas Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Anápolis-GO Agosto, 2016.

TEIXEIRA, I. R. G. **A influência do software GeoGebra na aprendizagem de funções quadráticas**. / Igor Roberto Gonçalves Teixeira. – Ilhéus, BA: UESC, 2016. 239f. : Il. ; anexos. Orientador: Eduardo Silva Palmeira. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática 2016.

VALENTE, J. A. **A informática na educação: conformar ou transformar a escola. Perspectiva**. Florianópolis, UFSC/CED, NUP, n. 24, p. 41-49, 1996. Disponível em: file:///C:/Users/Usuario/Downloads/jbalster,+artigo+3_.pdf. Acesso em 11 out. 2024.

VALENTE, J. A. **O uso inteligente do computador na educação**. Revista Pátio, ano I, n. 1, maio-jul., 1997. Disponível em: https://weco.org.br/t/tecnologia/?gad_source=1&qclid=CjwKCAiA3Na5BhAZEiwAzrfa

gCLBak0dpOjirdRJWFgPs024MimmbkJgqHWJoEWyUkk4ZNaYBrMwIRoCx4wQAvD_BwE. Acesso em 05 out. 2024.

VALENTE, J. A. **Computadores e Conhecimento**: Repensando a Educação. Campinas (SP): UNICAMP, 1993. Disponível em: <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgclefindmkaj/https://www.nied.unicamp.br/wp-content/uploads/other-files/livro-professor-logo.pdf>. Acesso em 09 out. 2024.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1999. 156 p. Disponível em: <https://www.nied.unicamp.br/biblioteca/o-computador-na-sociedade-do-conhecimento/>. Acesso em 11 out. 2024.

VERGARA, S. C. **Gestão de pessoas**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

APÊNDICE

APÊNDICE A - TCLE PARA PARTICIPANTES DA PESQUISA



UESB
Universidade Estadual
do Sudoeste da Bahia



PROFMAT
Mestrado Profissional
em Matemática

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS

Eu _____, CPF _____, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos e benefícios da pesquisa, bem como estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e/ou depoimento, especificados no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), AUTORIZO, através do presente termo, o pesquisadora **Savio Oliveira Vieira** do projeto de pesquisa intitulado “**CONCURSO DE FOTOGEBRA: Matemática, Fotografia e Geogebra, voltados para alunos do Ensino Médio do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves**” a realizar as fotos que se façam necessárias e/ou a colher meu depoimento sem quais quer ônus financeiros a nenhuma das partes.

Ao mesmo tempo, libero a utilização destas fotos e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, dissertações e slides), em favor do pesquisador, acima especificado, obedecendo ao que está previsto nas Leis que resguardam os direitos das crianças e adolescentes (Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA, Lei Nº 8.069/1990), dos idosos (Estatuto do Idoso, Lei Nº 3.298/1999, alterado pelo Decreto Nº 5.296/2004).

Jaborandi – Ba, _____ de _____ de ____

Participante da Pesquisa ou seu representante legal

Savio Oliveira Vieira

APÊNDICE B - TCLE PARA A INSTITUIÇÃO



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA- UESB



PROFMAT

PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título da pesquisa: CONCURSO DE FOTOGEBRA: MATEMÁTICA, FOTOGRAFIA E GEOGEBRA, VOLTADOS PARA ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DO COLÉGIO ESTADUAL FRANCISCO MOREIRA ALVES

Pesquisador: Savio Oliveira Vieira

Orientador: Prof. Dr. Fernando Dos Santos Silva

A proposta deste termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE) é explicar tudo sobre o estudo e solicitar a permissão da Instituição escolar para a realização da Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, como requisito necessário para obtenção do grau de Mestre em Matemática. É assegurada a assistência durante toda pesquisa, bem como é garantido a instituição o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que a instituição queira saber antes, durante e depois do concurso, ou seja deve ser considerado o acompanhamento posterior ao encerramento e/ou interrupção da pesquisa, quando for o caso. **Li e entendi as informações precedentes. Tive oportunidade de fazer perguntas e todas as minhas dúvidas foram respondidas a contento. Este formulário está sendo assinado voluntariamente por mim, indicando meu consentimento para participar nesta pesquisa, até que eu decida o contrário.**

SEC/FAED/COLÉGIO ESTADUAL FRANCISCO MOREIRA ALVES

CNPJ:

Jaborandi/BA ____ / ____ / 2024.

APÊNDICE C – TCLE PARA OS AVALIADORES



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA- UESB



PROFMAT

PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título da pesquisa: CONCURSO DE FOTOGEBRA: MATEMÁTICA, FOTOGRAFIA E GEOGEBRA, VOLTADOS PARA ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DO COLÉGIO ESTADUAL FRANCISCO MOREIRA ALVES

Pesquisador: Savio Oliveira Vieira

Orientador: Prof. Dr. Fernando Dos Santos Silva

Atenção!

Antes de aceitar participar desta pesquisa, é importante que você leia e compreenda a explicação sobre os procedimentos propostos:

- a) você é livre para, a qualquer momento, recusar-se a responder às perguntas que lhe ocasionem constrangimento de qualquer natureza;
- b) você pode deixar de participar da pesquisa e não precisa apresentar justificativas para isso;
- c) sua identidade será mantida em sigilo;
- d) nenhuma garantia ou promessa pode ser feita sobre os resultados do estudo;
- e) caso você queira, poderá ser informado (a) de todos os resultados obtidos com a pesquisa, independentemente do fato de mudar seu consentimento em participar da pesquisa.

Eu _____ após a leitura deste documento, aceito participar como AVALIADOR (A) do material produzido pelos educandos no Concurso Fotogebra, da pesquisa de Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, de autoria do Pesquisador Savio Oliveira Vieira. Após ter tido a oportunidade de conversar com o pesquisador responsável, para esclarecer todas as minhas dúvidas, como PROFESSOR(A) AVALIADOR (A) estou suficientemente informado (a), ficando claro para que minha participação é voluntária e que posso retirar este consentimento a qualquer momento sem penalidades ou perda de qualquer benefício. **Estou ciente também dos objetivos da pesquisa, dos procedimentos aos quais serei submetido, dos possíveis danos ou riscos deles provenientes e da garantia de confidencialidade. Diante do exposto e de espontânea vontade, expresso minha concordância em participar deste estudo e assino este termo em duas vias, uma das quais foi-me entregue.**

Assinatura do Avaliador (a)

Jaborandi/BA ____ / ____ / 2024.

APÊNDICE D – PLANO DE AULA 01



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 01			
Objetivo:	• Definir prismas retos e prismas oblíquos; • Obter uma fórmula para calcular o volume de um prisma; • Conceituar prismas regulares; • Utilizar o GeoGebra para modelar prismas, calculando volume e área de suas faces laterais e área total.		
Competência	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Após organizar a sala e distribuir os Chromebook, os educandos acessarão o GeoGebra Classic. Em seguida, receberão a versão impressa do Momento 1 com as atividades. Concluídas os 9 itens, responderão à autoavaliação do item 10.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 01.		

MOMENTO 01 – “Desvendando os Prismas – hora de lembrar e construir”

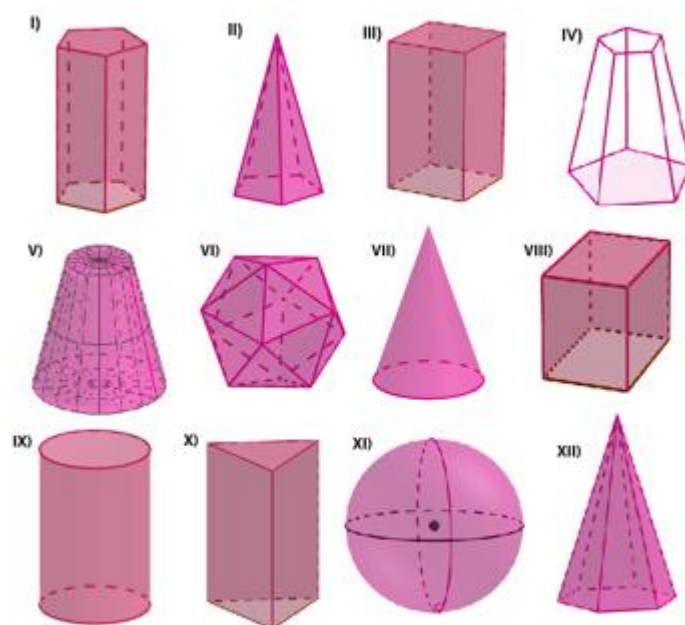
Nesse Momento 01, faremos uma busca em seus conhecimentos prévios de geometria e relembremos conceitos importantes sobre os Prismas. Leia atentamente os comandos inseridos e faça dessa busca uma oportunidade de aprender geometria. E não esqueça, ao final dessa jornada você estará apto a participar do nosso concurso escolar FOTOGEBRA. Quem sabe você não estará entre os primeiros colocados? Então, boa sorte e bons estudos!

“É hora de lembrar”

1 – Você sabe o que é um prisma? Escreva abaixo a sua definição.

2 – Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam prismas:

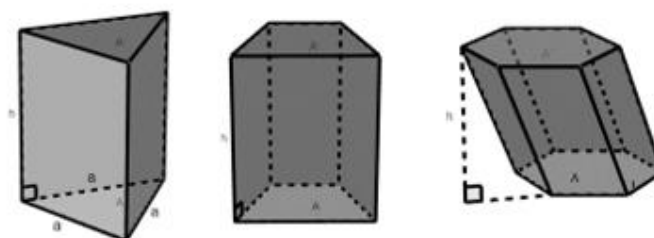
Figura 33 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

3 - Observe os diferentes prismas abaixo e responda: eles são todos iguais? O que os diferencia? Que características vocês podem identificar em cada uma delas?

Figura 34 - Diferentes prismas



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

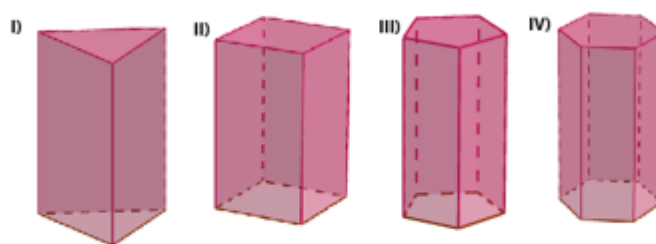
4 – Como chamamos as faces paralelas de um prisma?

5 – A nomenclatura dos prismas está relacionada a:

- () Quantidade de faces
- () Quantidade de vértices
- () Polígono da base
- () Aresta da base
- () Prismas não têm nomenclaturas

6 – Observe as figuras abaixo e responda:

Figura 35 - Diferentes tipos de prismas



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

a – Indique a nomenclatura dos prismas acima:

b – Conte o número de lados da base de cada um dos prismas e compare com o número de faces laterais. O que você percebe? Há alguma relação entre esses números?

c- Observe as faces laterais. Que figura eles representam? O que podemos afirmar sobre elas?

“É hora de construir”

7 – Siga os passos abaixo para construir o seu prisma.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: clique no botão  na barra de ferramentas na parte superior, escolha a opção “Polígono regular”, selecione dois pontos na janela de visualização 2D para definir a medida do lado. Após isso, na janela “polígonos regulares” que surgirá, digite 4 para quantidade de vértices e pressione o botão ok. Verifique se apareceu o quadrado;

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão  depois clique em  Janela de Visualização 3D, agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto! Agora podemos visualizar o nosso quadrado em uma perspectiva tridimensional;

4º passo: clique na janela de visualização 3D para ativá-la, depois clique no botão  e selecione a opção , clique novamente no polígono construído na janela de visualização 3D e digite a altura desejada;

5º passo: agora o seu prisma esta pronto! Clique no botão , selecione  e, em seguida, clique no prisma na janela de visualização 3D. Ao realizar esse comando teremos a planificação do prisma construído;

6º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação



para visualizar o prisma em diferentes ângulos.

Agora, responda!

a) Qual a nomenclatura dada a esse prisma?

b) O prisma é classificado como reto ou oblíquo?

c) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? E qual a medida do seu lado?

Caso necessário utilize a ferramenta  .

d) A área do quadrado é calculada elevando a medida do seu lado ao quadrado $A = a^2$, encontre a área do quadrado da base registrando os cálculos no espaço abaixo.

Depois utilize a ferramenta  no GeoGebra para verificar se a área encontrada está correta.

e) A face lateral do prisma é formada por qual figura? Determine a área registrando os cálculos no espaço abaixo e depois utilize a ferramenta  para verificar sua resposta.

e) Quantas faces laterais tem o prisma? Quantos lados tem o polígono da base? O que podemos concluir com essa observação?

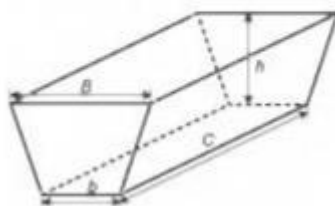
f) Determine a área lateral do prisma? Como você encontrou a área lateral do prisma?

g) Determine a área total do prisma sabendo que ela é dada pela soma de todas as faces?

h) O volume do prisma é dado pelo produto da área de sua base pela altura. Utilize o espaço abaixo pra registrar os cálculos e determinar o volume do prisma. Depois utilize a ferramenta  Para verificar a sua resposta.

8 - (ENEM 2014) Na alimentação de gado de corte, o processo de cortar a forragem, colocá-la no solo, compactá-la e protegê-la com uma vedação denomina-se silagem. Os silos mais comuns são os horizontais, cuja forma é a de um prisma reto trapezoidal, conforme mostrado na figura.

Figura 36 - Esquema de silo



Legenda:

b - largura do fundo

B - largura do topo

C - comprimento do silo

| h - altura do silo

Fonte: Adaptado do INEP 2014

Considere um silo de 2 m de altura, 6 m de largura de topo e 20 m de comprimento. Para cada metro de altura do silo, a largura do topo tem 0,5 m a mais do que a largura do fundo. Após a silagem, 1 tonelada de forragem ocupa 2 m^3 desse tipo de silo.

Após a silagem, a quantidade máxima de forragem que cabe no silo, em toneladas, é:

- A) 110.
- B) 125.
- C) 130.
- D) 220.
- E) 260.

09 - Autoavaliação!

- a) Você sabia definir prismas, calcular a área de sua base, a área lateral, a área total? Justifique.

SIM () ()NÃO

- b) Você sabia calcular o volume do prisma? Justifique.

SIM () NÃO ()

- c) Você conseguiu realizar os comandos no GeoGebra? Justifique.

SIM () NÃO ()



APÊNDICE E – PLANO DE AULA 02
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 02			
Objetivo:	• Definir pirâmides; • Obter uma fórmula para calcular o volume de uma pirâmide; • Conceituar pirâmides regulares; • Definir apótema de uma pirâmide regular; • Utilizar o GeoGebra para modelar pirâmides, calculando volume e área de suas partes e a área total.		
Competência:	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades:	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Com a sala organizada e os Chromebook distribuídos, os educandos iniciaram a aula acessando o GeoGebra Classic. Após receberem o material impresso do Momento 02, realizarão as 9 atividades propostas. Por fim, responderão à autoavaliação do item 10, refletindo sobre o seu aprendizado.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 02.		

MOMENTO 02 – “Desvendando as pirâmides – hora de relembrar e construir”

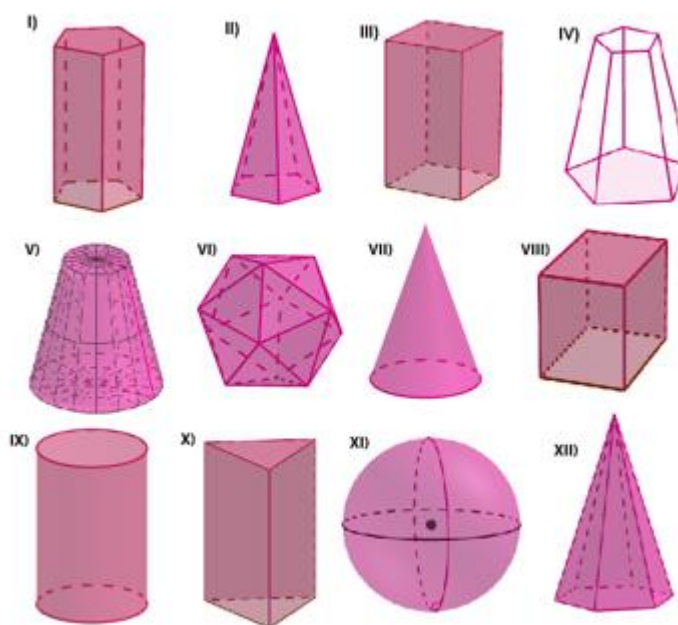
As pirâmides estão presentes em diversas áreas do nosso dia a dia, desde a arquitetura até a matemática. Nesse momento 02, vamos aplicar seus conhecimentos de geometria para entender melhor essas figuras. Revise os conceitos sobre pirâmides e resolva as atividades propostas. O Livro didático pode te ajudar nessa tarefa.

“É hora de relembrar”

1 – Você sabe o que é uma Pirâmide? Use o material NAVEGANDO PELOS SÓLIDOS, e defina o que é uma Pirâmide.

2 - Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam uma pirâmide:

Figura 37 - Sólidos geométricos



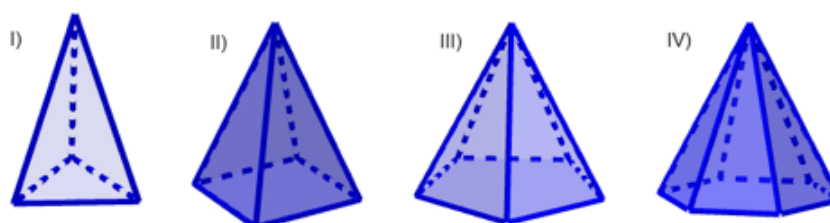
Fonte: elaborada pelo autor (2024).

3 - A nomenclatura das pirâmides está relacionada a:

- ☐ Quantidade de faces
- ☐ Quantidade de vértices
- ☐ Polígono da base
- ☐ Aresta da base
- ☐ Pirâmides não têm nomenclaturas

4- Observe as figuras abaixo e responda:

Figura 38 - Diferentes tipos de pirâmides



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

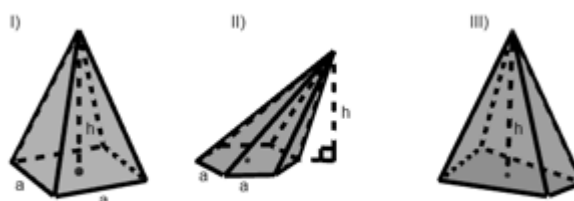
a- Indique a nomenclatura das pirâmides acima:

b- Conte o número de lados da base de cada uma das pirâmides e compare com o número de faces laterais. O que você percebe? Há alguma relação entre esses números?

c- Compare os lados de cada triângulo que forma a face lateral. O que você observa em relação aos comprimentos desses lados?

5- Observe as diferentes pirâmides abaixo e responda. Elas são todas iguais? O que as diferencia? Que características vocês podem identificar em cada uma delas?

Figura 39 - Diferentes pirâmides



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

“É hora de construir”

6 – Siga os passos a baixo para construir a sua pirâmide.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic.

2º passo: clique no botão  na barra de ferramentas na parte superior. Escolha a opção “Polígono regular” e selecione dois pontos na janela de visualização 2D para definir a medida do lado. Após isso, na janela “polígonos regulares” que surgirá, digite

6 para quantidade de vértices e pressione o botão ok. Verifique se apareceu o hexágono.

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois clique em  Janela de Visualização 3D, agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto! Agora podemos visualizar o nosso hexágono em uma perspectiva tridimensional;

4º passo: clique na janela de visualização 3D para ativá-la, depois clique no botão  e selecione a opção , clique novamente no polígono construído na janela de visualização 3D e digite a altura desejada;

5º passo: clique em  e depois em , agora clique com o curso sobre os pontos A e B para criar o ponto médio do segmento AB. Ative a janela de visualização 3D e clique em  e acione o comando  e, em seguida, clique com o cursor sobre os pontos G e H criando o segmento GH. Temos então a altura da face lateral;

6º passo: agora a sua pirâmide está pronta! Clique no botão , selecione  e, em seguida, clique no prisma na janela de visualização 3D. Ao realizar esse comando teremos a planificação da pirâmide construído;

7º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação        para visualizar o prisma em diferentes ângulos.

Agora, responda!

a) Qual é o nome do polígono da base desse prisma? E qual a medida do seu lado?

Caso necessário utilize a ferramenta .

b) A área do hexágono é calculada com a seguinte formula $A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$, com o auxílio de uma calculadora encontre a área do quadrado da base registrando os cálculos no

espaço abaixo. Depois utilize a ferramenta  no GeoGebra para verificar se a área encontrada está correta.

c) A face lateral da pirâmide é formada por qual figura? Como podemos calcular sua área? Determine a área da face lateral registrando os cálculos no espaço abaixo e depois utilize a ferramenta  para verificar sua resposta.

d) Quantas faces laterais tem a pirâmide? Quantos lados tem o polígono da base? O que podemos concluir com essa observação?

e) Determine a área lateral da pirâmide? Como você encontrou a área lateral da pirâmide?

f) Determine a área total da pirâmide sabendo que ela é dada pela soma de todas as faces?

7 – Utilize os passos a passo do Momento 01 item 7 para construir um prisma triangular regular. Com o prisma pronto, siga as instruções a seguir.

1º passo: no campo entrada, digite “Segmento de Reta” e selecione a opção “SegmentodeReta(Ponto,Ponto)” e digite “Segmento de Reta(G,C)”, “Segmentode Reta(G,B)” e “Segmentode Reta(B,I)”. Observe que foram criadas 3 diagonais nas faces retangulares do prisma;

2º Passo: no campo entrada, digite “Pirâmide”, então passe o cursor em “Pirâmide” e selecione a opção “Pirâmide (Ponto,Ponto,Ponto,Ponto)” e digite “Pirâmide(G,I,B,H)”, “Pirâmide(G,A,C,B)” e “Pirâmide(G,C,B,I)”. Observe que dividimos esse prisma em três pirâmides;

3º Passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação



para visualizar o prisma em diferentes ângulos. Personalize as cores do objeto clicando sobre ele e ajustando as configurações para uma melhor visualização.

Agora, responda o que se pede.

a) Determine a área do **triângulo (A,B,C)**. Lembre-se que a base é um triângulo equilátero e podemos calcular sua área com a seguinte formula $A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, utilize uma calculadora para encontra o resultado deixando os cálculos no espaço abaixo. Depois utilize a ferramenta  e confira o resultado.

b) Determine o volume do prisma triangular regular.

c) Observe que o prisma foi dividido em três pirâmides: **Pirâmide (G, I, B, H)**, **Pirâmide (G, A, C, B)** e **Pirâmide (G, C, B, I)**, O que podemos concluir em relação a elas?

d) A partir do item b como você pode determinar o volume de cada uma das pirâmides?

e) Escreva uma fórmula para determinar o volume da pirâmide?

8 – (ENEM 2016) A figura mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 m, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam 204 m.

Figura 40 - Pirâmide de Quéops



Fonte: Adaptado do INEP 2016

O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é

- a) 97,0
- b) 136,8
- c) 173,7
- d) 189,3
- e) 240,0

09 - Autoavaliação!

- a) Você sabia definir Pirâmides, calcular a área de sua base, a área lateral e a área total? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

- b) Você sabia calcular o volume da pirâmide? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

- c) Você gostou de usar o GeoGebra para construir as pirâmides?

SIM ()

NÃO ()



APÊNDICE F – PLANO DE AULA 03
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 03			
Objetivo:	• Conceituar sólidos de revolução; • Definir cilindro de revolução; • Obter o volume para calcular a área da superfície lateral e o volume de um cilindro; • Utilizar o GeoGebra para modelar cilindros.		
Competência	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Após organizar a sala e distribuir os Chromebook, os educandos acessarão o GeoGebra Classic. Em seguida, receberão a versão impressa do Momento 03 com as atividades. Concluídos os 8 itens, responderão à autoavaliação do item 9.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 03.		

MOMENTO 03 – “Desvendando os cilindros – hora de lembrar e construir”

Os sólidos de revolução estão presentes em várias situações do nosso dia a dia. Tubos, latas e rodas são apenas alguns exemplos. Neste momento, vamos recordar seus conhecimentos de geometria para entender melhor esses sólidos, com foco nos cilindros. Resolva as atividades propostas e consulte o livro didático para tirar suas dúvidas.

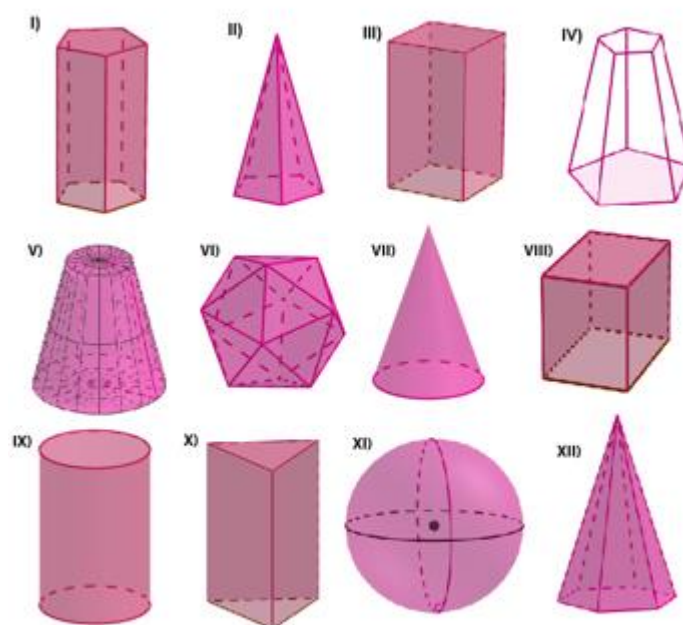
“É hora de lembrar”

1 – Você sabe o que é um sólido de revolução? Escreva abaixo a sua definição.

2 – O que é um cilindro de revolução? Como ele é formado? Escreva abaixo a sua definição.

3 – Usando a definição encontrada no item 2, indique quais dos sólidos abaixo representam um cilindro circular reto:

Figura 41 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

“É hora de construir”

6 - Siga os passos a baixo para construir o cilindro de revolução.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: no canto direito superior da tela clique no botão  , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D , agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

3º passo: clique na janela de visualização 3D para ativá-la, depois clique no botão  e selecione a opção  , selecione o ponto $A=(0,0,0)$, depois outro ponto sobre o eixo Z e especifique o raio 2. Temos o nosso cilindro;

4º passo: marque o ponto $C=(2,0,0)$;

5º passo: selecione a ferramenta , selecione o ponto C e o plano xOy;

6º passo: selecione a ferramenta , selecione a reta feita no 5º passo e o círculo de centro B no cilindro. Temos o ponto D;

7º passo: no campo entrada, digite “Polígono(A,B,D,C)”;

8º passo: clique na janela de visualização 2D para ativá-la, depois clique em  e adicione o controle deslizante clicando sobre a janela 2D, selecione a opção ângulo e em nome coloque “a” e pressione ok;

9º passo: na janela de entrada, digite “Girar(q1,a)”, pronto! Agora clicando sobre o objeto q1, clique em exibir rastro para visualizar o cilindro de revolução sendo formado;

10º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação  para visualizar o cilindro em diferentes ângulos. Personalize de acordo a sua preferência.

Agora, responda o que se pede.

a) Determine a área da base do cilindro e a sua altura?

b) Como é a planificação do cilindro faça sua planificação especificando as suas dimensões no espaço abaixo:

c) Qual é a área lateral do cilindro? Explique como você a encontrou?

d) Determine o volume do cilindro, e explique como chegou nesse resultado, depois utilize a ferramenta  Para verificar a sua resposta.

7 – (ENEM 2021) Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.

Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π .

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a:

- A) 1,12.
- B) 3,10.
- C) 4,35.
- D) 4,48.
- E) 5,60.

8 - Autoavaliação!

- a) Você sabia definir cilindro de revolução, calcular a área de sua base, a área lateral e a área total? Justifique.

SIM () NÃO ()

- b) Você sabia calcular o volume do cilindro? Justifique.

SIM () NÃO ()

c) Você gostou de usar o GeoGebra para construir o cilindro?

SIM ()

NÃO ()



APÊNDICE G – PLANO DE AULA 04
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 04			
Objetivo:	- Definir cone de revolução; - Calcular a área da superfície lateral e o volume de um cone; - Utilizar o GeoGebra para modelar cones, calculando volume e área lateral e total.		
Competência	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Após organizar a sala e distribuir os Chromebooks, os educandos acessarão o GeoGebra Classic. Em seguida, receberão a versão impressa do Momento 04 com as atividades. Concluídos os 8 itens, responderão à autoavaliação do item 9.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 04.		

MOMENTO 04 – “Desvendando os cones – hora de relembrar e construir”

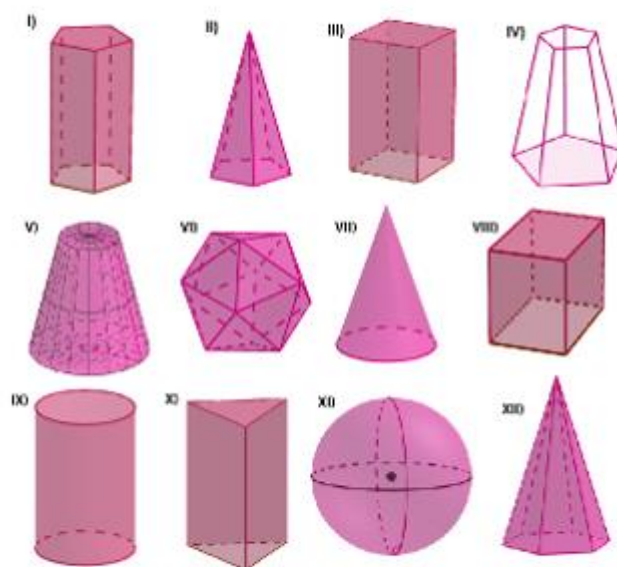
Os cones de revolução estão presentes em diversos objetos do nosso dia a dia, como sorvetes, funis e chapéus de aniversário. Neste momento, vamos aplicar seus conhecimentos de geometria para entender melhor esses sólidos.

“É hora de relembrar”

1 – O que é um cone de revolução? Como ele é formado?

2 – Usando a definição encontrada no item 1, indique quais dos sólidos abaixo representam cones:

Figura 42 - Sólidos geométricos



Fonte: elaborada pelo autor (2024).

3 - Cite algumas situações do dia a dia em que podemos encontrar formas cônicas.

4 - Quais são as semelhanças e diferenças entre cilindros e cones?

5 - Quais são as semelhanças e diferenças entre pirâmides e cones?

“É hora de construir”

6 – Siga os passos abaixo para construir o seu cone de revolução.

1º passo: Em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: acione a ferramenta  e depois selecione os pontos $A=(0,0)$, $B=(0,3)$ e $C=(2,0)$. Agora, na janela de entrada, digite “Polígono(A,B,C)” . Pronto! Temos o nosso triângulo Retângulo;

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  Janela de Visualização 3D. Agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

4º passo: para ajustar a visualização, utilize a ferramenta  e selecione a opção  para uma visualização de uma perspectiva em que o eixo y está voltado para cima;

5º passo: clique sobre a janela de visualização 2D para ativá-la e, em seguida, clique em  para inserir um controle deslizante, selecione a opção ângulo e em nome coloque “a”;

6º passo: na janela de entrada, digite “Superfície(t1,a,EixoY)”. Utilize o controle deslizante para visualizar o cone de revolução sendo formado;

7º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação       para visualizar o cone em diferentes ângulos. Personalize de acordo a sua preferência.

Agora, faça o que se pede em cada item!

a) Determine a área da base do cone, a sua altura e a sua geratriz?

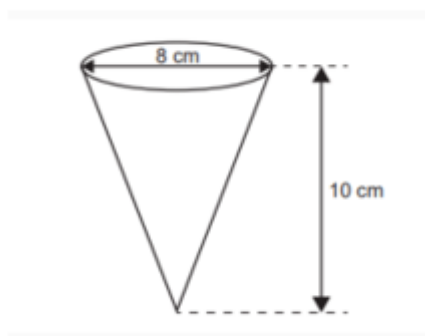
b) Como é a planificação do cone faça sua planificação especificando as suas dimensões no espaço abaixo:

c) Qual é a área lateral e a área total do cone? Explique como você a encontrou?

d) Determine o volume do cone, e explique como chegou nesse resultado?

7 – (ENEM 2022) Uma empresa produz e vende um tipo de chocolate, maciço, em formato de cone circular reto com as medidas do diâmetro da base e da altura iguais a 8 cm e 10 cm, respectivamente, como apresenta a figura.

Figura 43 - cone circular reto



Fonte: Adaptado do INEP 2022

Devido a um aumento de preço dos ingredientes utilizados na produção desse chocolate, a empresa decide produzir esse mesmo tipo de chocolate com um volume 19% menor, no mesmo formato de cone circular reto com altura de 10 cm.

Para isso, a empresa produzirá esses novos chocolates com medida do raio da base, em centímetro, igual a

- A) 1,52.
- B) 3,24
- C) 3,60.
- D) 6,48.
- E) 7,20.

8 - Autoavaliação!

- d) Você sabia definir cone de revolução, calcular a área de sua base, a área lateral e a área total? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

- e) Você sabia calcular o volume do cone? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

f) Você gostou de usar o GeoGebra para construir o cone?

SIM ()

NÃO ()

APÊNDICE H – PLANO DE AULA 05



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL – PROFMAT



Plano de aula 05			
Objetivo:	- Definir esferas a partir do conceito de sólido de revolução; - Calcular a área da superfície e o volume de uma esfera; - Utilizar o GeoGebra para modelar esferas.		
Competência:	Competência específica 2	Competência específica 3	Competência específica 5
Habilidades:	EM13MAT201	EM13MAT309	EM13MAT504
Metodologia:	Com a sala organizada e os Chromebooks distribuídos, os educandos iniciaram a aula acessando o GeoGebra Classic. Após receberem o material impresso do Momento 5, realizaram as 6 atividades propostas. Por fim, refletiram sobre seu aprendizado respondendo à autoavaliação.		
Avaliação:	A avaliação dos educandos deve considerar a adesão às instruções do professor, a conclusão de todos os itens da atividade e o preenchimento da autoavaliação ao final do Momento 05.		

MOMENTO 05 – “Desvendando as esferas – hora de lembrar e construir”

As esferas estão presentes em diversos objetos, desde bolas de futebol até planetas. Neste momento, vamos aplicar seus conhecimentos de geometria para entender melhor as esferas e suas aplicações no mundo real. Resolva as atividades propostas e utilize o livro didático para explorar as esferas.

“É hora de lembrar”

1 - Você lembra o que é uma esfera? Escreva abaixo a sua definição.

2 - Você tem alguma ideia de como encontrar o volume de uma esfera?

3 - Qual a forma geométrica que resulta do corte de uma esfera por um plano?

4 – Por que a esfera não pode ser planificada?

“É hora de construir”

5 – Siga os passos a baixo para construir a esfera.

1º passo: em seu dispositivo, abra o software GeoGebra classic;

2º passo: selecione a ferramenta  e clique sobre os pontos A(-1,0) e B(1,0);

3º passo: no canto direito superior da tela, clique no botão , depois clique em  e depois em  Janela de Visualização 3D. Agora temos duas janelas de visualização abertas. Pronto!

4º passo: selecione a ferramenta  superfície de revolução e clique no semicírculo. Temos a nossa esfera gerada pela revolução do semicírculo;

5º passo: explore as ferramentas de rotação, zoom e translação  para visualizar a esfera em diferentes ângulos. Personalize de acordo a sua preferência.

Agora, faça o que se pede em cada item!

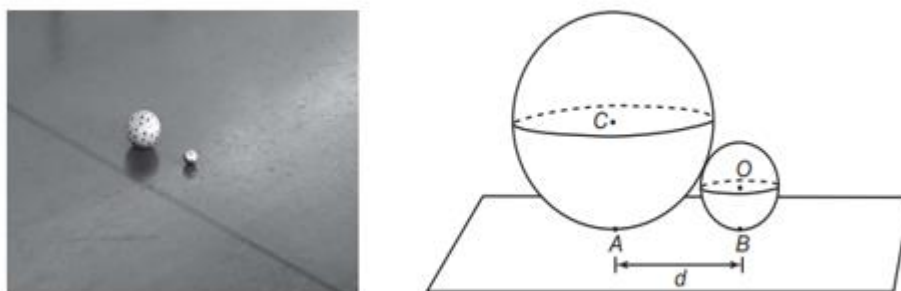
a) Determine a área da superfície esférica.

b) Determine o volume da esfera.

6 - (Enem PPL 2016) A bocha é um esporte jogado em canchas, que são terrenos planos e nivelados, limitados por tablados perimétricos de madeira. O objetivo desse esporte é lançar bochas, que são bolas feitas de um material sintético, de maneira a situá-las o mais perto possível do bolim, que é uma bola menor feita, preferencialmente, de aço, previamente lançada.

A Figura 44 ilustra uma bocha e um bolim que foram jogados em uma cancha. Suponha que um jogador tenha lançado uma bocha, de raio 5 cm, que tenha ficado encostada no bolim, de raio 2 cm, conforme ilustra a Figura 44.

Figura 44 - Bocha e bolim



Fonte: Adaptado do INEP 2016

Considere o ponto C como o centro da bocha, e o ponto O como o centro do bolim. Sabe-se que A e B são pontos em que a bocha e o bolim, respectivamente, tocam o chão da cancha, e que a distância entre A e B é igual a d.

- f) 1
- g) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$
- h) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- i) 2
- j) $\sqrt{10}$

7 - Autoavaliação!

d) Você sabia definir esfera, calcular a sua área? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

e) Você sabia calcular o volume da esfera? Justifique.

SIM ()

NÃO ()

f) Você gostou de usar o GeoGebra para construir a esfera?

SIM ()

NÃO ()

APÊNDICE I – QUESTIONARIO INICIAL



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA- UESB



PROFMAT

PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Gostaria de contar com sua colaboração respondendo a este questionário, cujo objetivo é definir a sua participação em uma pesquisa para auxiliar os estudos da dissertação de Mestrado da UESB-Profmat.

1. Qual a sua idade?

- A) 16
- B) 17
- C) 18
- D) Mais de 18 anos

2. Você conhece o GeoGebra?

- A. Sim
- B. Não

2.1 Com qual frequência você o utiliza?

- A) Nunca utilizei
- B) Utilizei poucas vezes
- C) Utilizo frequentemente.

3. Você gosta de estudar Geometria espacial?

- A) Sim
- B) Não

Justifique: _____

4. A Unidade Escolar em que você estuda promove concurso educacional, onde tenha a finalidade de incentivar e mobilizar os alunos a estudarem e a demonstrarem os conhecimentos adquiridos?

- A. Sim

B. Não

5. Você gosta de tirar fotografias?

A. Sim

B. Não

Justifique: _____

6. Consigo perceber facilmente a Geometria espacial presente na minha realidade?

A. Concordo

B. Concordo Parcialmente

C. Discordo

APÊNDICE J – QUESTIONARIO FINAL



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA- UESB



PROFMAT

PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Gostaria de contar com sua colaboração respondendo a este questionário, cujo objetivo é definir a sua participação em uma pesquisa para auxiliar os estudos da dissertação de Mestrado da UESB-Profmat.

1. Você gostou de estudar geometria espacial com a utilização do geogebra?

- A. Concordo
- B. Concordo Parcialmente
- C. Discordo

2. A utilização do Geogebra facilitou no seu aprendizado?

- A. Concordo
- B. Concordo Parcialmente
- C. Discordo

3. Fotografar objetos da minha convivência e utilizá-los nas atividades em sala, fez eu perceber a Geometria espacial circundante?

- A. Concordo
- B. Concordo Parcialmente
- C. Discordo

4. O Concurso Fotogebra me motivou a estudar?

- A. Concordo
- B. Concordo Parcialmente
- C. Discordo

5. Sugestões

APÊNDICE K – ROTEIRO DA ENTREVISTA



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA- UESB



PROFMAT

PROFMAT – MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Roteiro da entrevista

Objetivos:

Entender a percepção dos alunos sobre a aplicação do concurso FotoGebra.

Avaliar o impacto do uso do software GeoGebra na aprendizagem de geometria

Introdução:

Antes de começarmos, gostaria de agradecer por sua disponibilidade em participar desta entrevista. O objetivo desta conversa é entender melhor suas percepções sobre o concurso FotoGebra e como ele impactou seu aprendizado e interesse pela geometria espacial. Sua opinião é muito importante e nos ajudará a aprimorar futuras edições e atividades semelhantes. Sinta-se à vontade para responder com sinceridade e detalhar suas experiências. Vamos começar?

1. "Você pode me contar como foi a sua experiência geral durante o concurso FotoGebra?"

2. "Como você se sentiu ao usar o software GeoGebra pela primeira vez? Quais foram suas primeiras impressões?"

3. "Quais foram as principais dificuldades que você encontrou durante a criação de seu projeto com o GeoGebra?"

4. "O que você aprendeu sobre geometria ao participar desse concurso? Pode dar exemplos práticos?"

5. "Como você acha que o uso da tecnologia influenciou seu entendimento dos conceitos geométricos?"

6. "Você acredita que o concurso e o uso do GeoGebra motivaram seu interesse em estudar mais geometria? Por quê?"

7. "Como você avalia a orientação e o suporte que recebeu durante o desenvolvimento do projeto?"

8. "Você participaria de outro concurso semelhante no futuro? Quais seriam suas expectativas?"

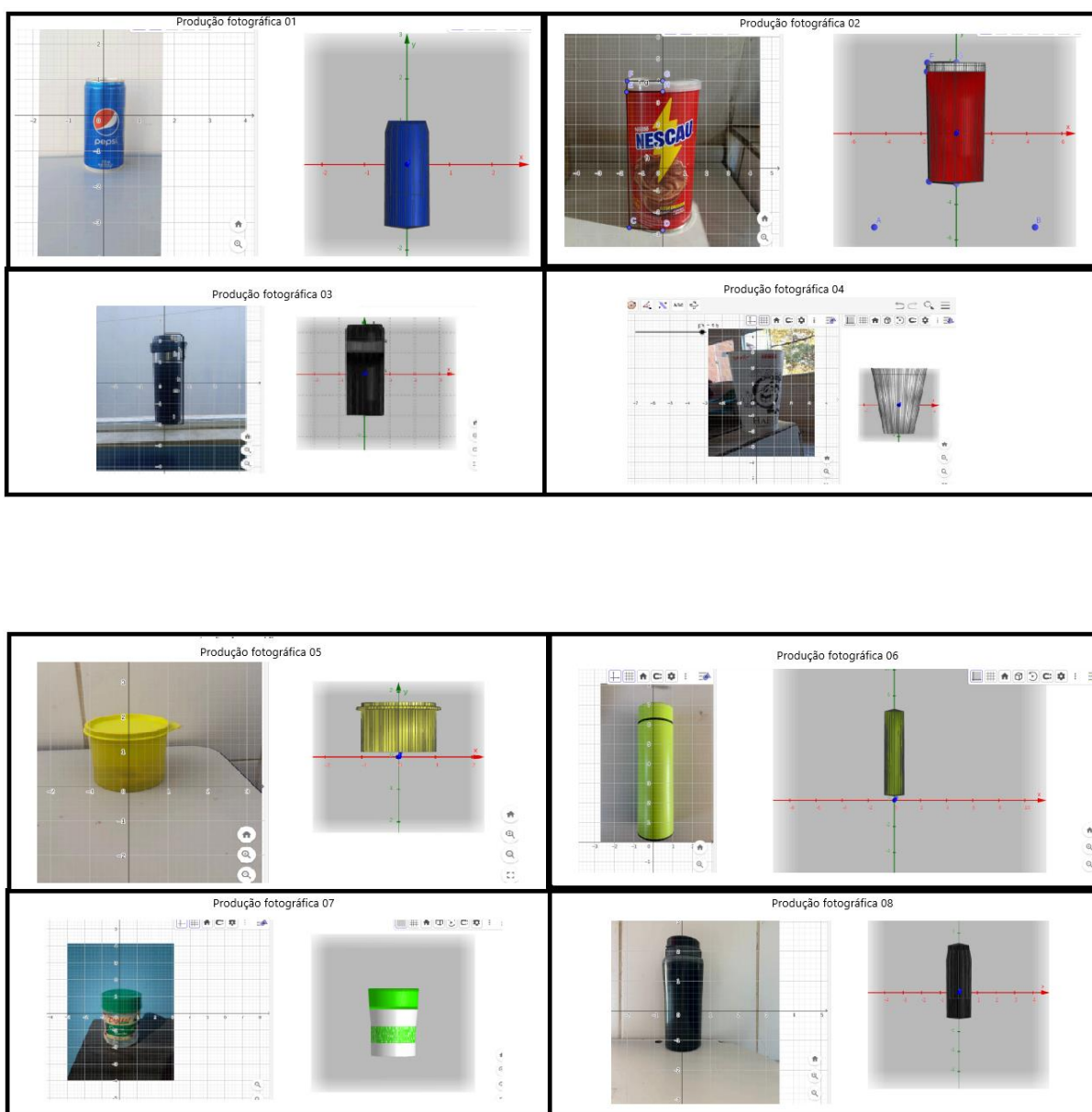
Conclusão:

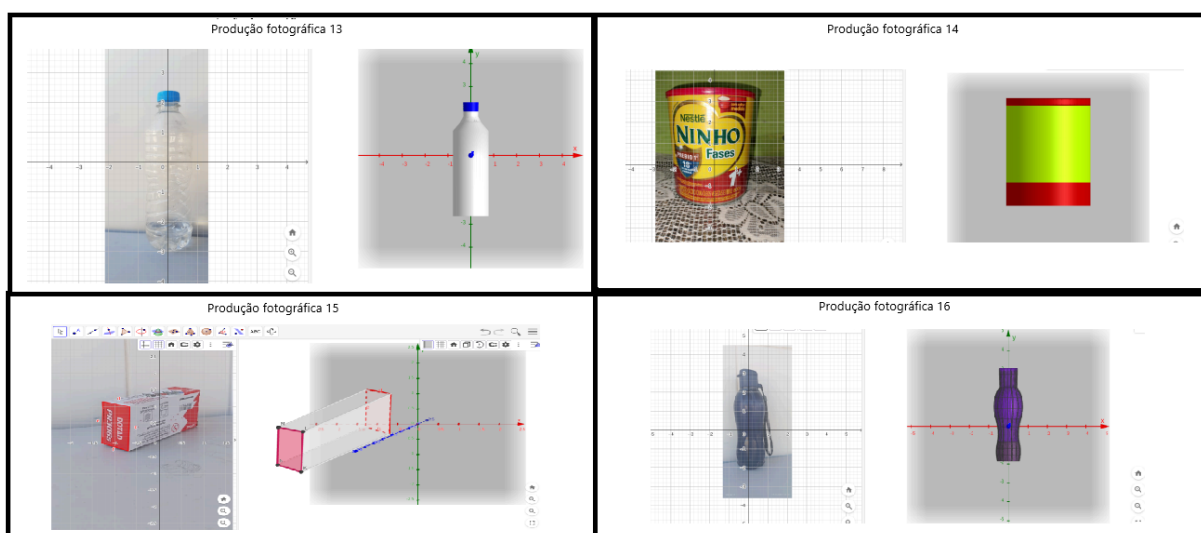
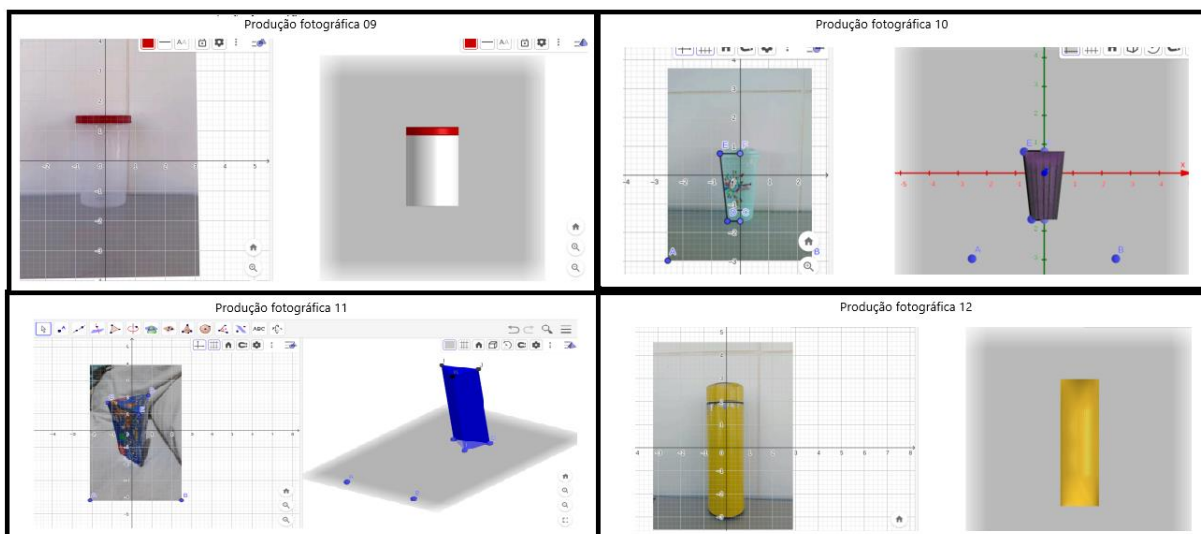
Obrigado por compartilhar sua experiência e opiniões conosco. Suas respostas serão extremamente úteis para entender os pontos fortes e as áreas de melhoria do concurso FotoGebra. Esperamos que tenha aproveitado a experiência e que essa conversa tenha sido agradável. Se tiver algum comentário adicional que gostaria de fazer, por favor, sinta-se à vontade para compartilhar.

Observação Final:

Se desejar, você poderá receber um resumo dos resultados gerais dessa pesquisa após a conclusão. Mais uma vez, agradeço por sua participação e por contribuir para o aprimoramento das nossas atividades educacionais.

APÊNDICE L – PRODUÇÕES FOTOGRÁFICAS





APÊNDICE M – NOTAS ATRIBUIDAS AS PRODUÇÕES FOTOGRÁFICA

Trabalho Fotográfico 01											
CrITÉRIOS	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	MÉDIA
Fotografia:	8	8	9	9	8	9	7	6	9	7	8
Estética:	8	8	9	9	7	8	6	5	9	8	7,7
Originalidade:	8	8	8	8	5	10	7	6	8	7	7,5
Criatividade:	7	8	9	8	5	8	6	6	9	6	7,2
Situação problemática:	7	8	9	9	6	10	5	5	8	7	7,4
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	8	8	9	7	9	10	8	8	9	7	8,3
Uso do GeoGebra:	7	8	9	9	7	10	7	5	9	5	7,6
Destaque:	4	8	9	8	5	8	6	5	9	5	6,7
Total:	57	64	71	67	52	73	52	46	70	52	60,4

Trabalho Fotográfico 02											
CrITÉRIOS	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	MÉDIA
Fotografia:	9	8	9	9	7	9	8	6	10	6	8,1
Estética:	10	8	9	8	8	9	8	5	9	6	8
Originalidade:	10	8	9	9	10	10	8	5	10	5	8,4
Criatividade:	10	8	9	9	5	8	7	6	10	7	7,9
Situação problemática:	9	8	10	9	6	10	9	5	10	6	8,2
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	10	8	10	9	8	10	10	8	10	7	9
Uso do GeoGebra:	9	8	10	9	8	10	9	6	10	6	8,5
Destaque:	9	8	10	8	9	9	7	5	10	6	8,1
Total:	76	64	76	70	61	75	66	46	79	49	66,2

Trabalho Fotográfico 03											
CrITÉRIOS	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	MÉDIA
Fotografia:	7	8	8	9	4	8	5	8	10	5	7,2
Estética:	7	8	8	9	5	8	5	6	10	6	7,2
Originalidade:	6	8	8	9	5	10	5	6	10	5	7,2
Criatividade:	7	8	8	9	4	8	4	7	9	5	6,9
Situação problemática:	6	8	9	9	8	4	4	7	10	4	6,9
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	5	8	8	8	8	8	5	7	10	5	7,2
Uso do GeoGebra:	5	8	8	9	6	9	6	6	10	6	7,3

Destaque:	5	8	9	9	4	9	5	6	9	5	6,9
Total:	48	64	66	71	44	64	39	53	78	41	56,8

Trabalho Fotográfico 04											
CrITÉRIOS	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	MÉDIA
Fotografia:	7	8	7	5	9	8	10	5	10	5	7,4
Estética:	8	8	8	7	10	4	10	5	10	5	7,5
Originalidade:	8	8	9	7	9	10	9	6	10	6	8,2
Criatividade:	8	8	8	8	10	8	9	6	10	5	8
Situação problemática:	8	8	9	9	10	9	6	6	9	6	8
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	5	8	8	9	10	9	5	6	9	6	7,5
Uso do GeoGebra:	7	8	9	10	9	10	5	6	10	5	7,9
Destaque:	7	8	6	9	10	8	5	6	9	6	7,4
Total:	58	64	64	64	77	66	59	46	77	44	61,9

Trabalho Fotográfico 05											
CrITÉRIOS	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	MÉDIA
Fotografia:	7	8	9	9	9	9	10	6	10	5	8,2
Estética:	8	8	9	10	8	9	10	6	10	6	8,4
Originalidade:	8	8	8	9	7	10	7	5	10	6	7,8
Criatividade:	9	8	9	10	7	9	6	5	10	6	7,9
Situação problemática:	7	8	9	9	5	10	5	5	9	5	7,2
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	9	8	9	8	8	10	6	5	10	6	7,9
Uso do GeoGebra:	8	8	7	9	8	10	7	6	10	5	7,8
Destaque:	7	8	9	9	4	10	5	5	9	5	7,1
Total:	63	64	69	73	56	77	56	43	78	44	62,3

Trabalho Fotográfico 06											
CrITÉRIOS	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	MÉDIA
Fotografia:	9	8	9	8	6	9	6	6	7	6	7,4
Estética:	7	8	9	8	5	9	8	6	7	7	7,4
Originalidade:	8	8	8	8	6	10	6	6	7	6	7,3

Critérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	7	8	9	8	9	9	9	4	9	6	7,8
Estética:	7	8	9	7	10	9	9	5	8	5	7,7
Originalidade:	10	8	9	7	7	10	10	5	8	6	8
Criatividade:	9	8	8	7	8	10	8	6	8	6	7,8
Situação problemática:	9	8	9	7	7	10	8	6	9	6	7,9
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	6	8	9	7	8	10	9	5	9	5	7,6
Uso do GeoGebra:	7	8	8	7	8	10	8	6	9	6	7,7
Destaque:	6	8	8	8	4	9	5	5	8	5	6,6
Total:	61	64	69	58	61	77	66	42	68	45	61,1

Trabalho Fotográfico 10											
Critérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	9	8	8	9	9	9	7	5	9	7	8
Estética:	9	8	7	8	10	9	6	5	9	6	7,7
Originalidade:	9	8	10	8	9	10	9	5	10	7	8,5
Criatividade:	9	8	9	8	9	10	8	6	9	6	8,2
Situação problemática:	8	8	10	8	8	8	7	4	9	6	7,6
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	7	8	10	9	8	9	10	4	9	6	8
Uso do GeoGebra:	6	8	9	9	8	10	7	5	10	6	7,8
Destaque:	5	8	9	8	5	8	6	5	9	6	6,9
Total:	62	64	72	67	66	73	60	39	74	50	62,7

Trabalho Fotográfico 11											
Critérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	8	9	7	8	9	9	8	6	7	5	7,6
Estética:	8	9	8	8	9	10	10	6	6	6	8
Originalidade:	9	9	10	8	9	10	10	6	7	7	8,5
Criatividade:	8	9	8	9	6	10	9	6	7	7	7,9
Situação problemática:	8	9	10	9	8	8	6	5	8	7	7,8
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	8	9	10	9	9	10	7	5	8	6	8,1
Uso do GeoGebra:	7	9	9	9	7	10	7	5	8	6	7,7
Destaque:	8	9	10	9	5	8	6	5	8	6	7,4

Total:	64	72	72	69	62	75	63	44	59	50	63
--------	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Trabalho Fotográfico 12											
Critérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	8	7	9	9	9	8	8	5	8	7	7,8
Estética:	8	7	9	9	8	7	7	5	8	7	7,5
Originalidade:	7	7	7	9	7	9	7	5	8	7	7,3
Criatividade:	7	7	9	9	6	9	6	5	8	6	7,2
Situação problemática:	8	7	8	9	5	9	5	5	8	6	7
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	9	7	9	9	10	10	7	5	9	6	8,1
Uso do GeoGebra:	7	7	8	10	7	9	5	4	8	5	7
Destaque:	5	7	8	9	4	9	4	4	9	6	6,5
Total:	59	56	67	73	56	70	49	38	66	50	58,4

Trabalho Fotográfico 13											
Critérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	8	8	9	8	8	9	7	5	9	7	7,8
Estética:	8	8	9	9	9	10	10	5	9	8	8,5
Originalidade:	7	8	7	9	6	10	10	6	9	8	8
Criatividade:	7	8	8	9	6	10	9	6	9	7	7,9
Situação problemática:	8	8	8	9	6	9	5	5	10	6	7,4
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	9	8	9	9	10	10	6	6	9	7	8,3
Uso do GeoGebra:	7	8	8	9	9	10	8	6	10	7	8,2
Destaque:	5	8	8	9	4	10	4	5	10	7	7
Total:	59	64	66	71	58	78	59	44	75	57	63,1

Trabalho Fotográfico 14											
Critérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	8	7	9	7	10	9	7	5	8	5	7,5
Estética:	9	7	9	7	10	10	7	5	7	5	7,6
Originalidade:	7	7	7	7	6	10	6	6	7	5	6,8
Criatividade:	8	7	8	7	7	10	5	5	7	6	7

Situação problemática:	8	7	8	7	6	9	6	5	7	5	6,8
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	9	7	9	8	9	10	5	5	8	6	7,6
Uso do GeoGebra:	7	7	8	8	8	10	5	6	9	5	7,3
Destaque:	8	7	8	8	4	10	4	6	9	5	6,9
Total:	64	56	66	59	60	78	45	43	62	42	57,5

Trabalho Fotográfico 15											
Crítérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	8	9	9	6	10	9	10	5	5	5	7,6
Estética:	9	9	7	7	5	10	10	5	5	6	7,3
Originalidade:	9	9	8	8	7	10	8	6	5	6	7,6
Criatividade:	9	9	9	9	6	10	10	4	6	6	7,8
Situação problemática:	7	9	8	10	6	9	7	5	7	6	7,4
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	9	9	8	9	10	10	9	5	7	6	8,2
Uso do GeoGebra:	8	9	9	9	5	10	10	4	9	6	7,9
Destaque:	8	9	9	9	4	9	5	5	8	6	7,2
Total:	67	72	67	67	53	77	69	39	52	47	61

Trabalho Fotográfico 16											
Crítérios	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Média
Fotografia:	9	8	9	8	10	10	10	7	10	6	8,7
Estética:	9	8	9	8	10	10	10	6	10	7	8,7
Originalidade:	9	8	7	8	8	10	10	7	10	7	8,4
Criatividade:	9	8	9	8	10	10	10	6	10	7	8,7
Situação problemática:	9	8	7	8	6	10	8	7	10	7	8
Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado:	8	8	8	9	9	10	8	7	10	7	8,4
Uso do GeoGebra:	8	8	8	9	10	10	9	7	10	7	8,6
Destaque:	7	8	8	9	4	10	6	7	7	6	7,2
Total:	68	64	65	67	67	80	71	54	77	54	66,7

APÊNDICE N – EDITAL

REGULAMENTO

O Colegio Estadual Francisco Moreira Alves, situado no município de Jaborandi-Ba vem por meio deste instrumento tornar público o concurso FotoGebra, que é um concurso de matemática, fotografia e GeoGebra, voltados para alunos do 3º ano do ensino médio, realizado pelo acadêmico Savio Oliveira Vieira em Parceria com o CEFMA, mediante as condições estabelecidas neste Regulamento.

1. DISPOSIÇÕES PRELIMINARES**1.1 Da Natureza**

O concurso FotoGebra é uma ação exclusivamente recreativa, sendo a participação absolutamente voluntária e desvinculada à aquisição de qualquer bem, serviço e/ou direito.

1.2 Da Abrangência

O concurso FotoGebra é dirigido aos alunos do 3º ano do Ensino Médio do turno matutino do Colégio Estadual Francisco Moreira Alves.

1.3 Dos Objetivos

Estimular e promover um ambiente divertido para os alunos envolvendo a matemática, o GeoGebra e a fotografia, no qual será possível analisar relações entre as concepções do ensino da matemática e o GeoGebra e os possíveis conhecimentos adquiridos pelos alunos do Ensino Médio.

2. DA INSCRIÇÃO**2.1 Regras gerais**

O concurso FotoGebra deverá ser realizado pelos alunos devidamente matriculados nesta Unidade Escolar, por meio do preenchimento da Ficha de Inscrição disponível exclusivamente no site: <https://sites.google.com/view/concursofotogebra/in%C3%ADcio>

2.2 Sobre a foto

- Cada aluno poderá inscrever uma única foto.
- A foto deve ser inédita e autoral.

- A foto deve ser enviada em formato digital JPEG ou PNG, com resolução mínima de 300 dpi.

- A foto não pode conter nenhum tipo de marca d'água ou assinatura.

A fotografia pode ser tirada com qualquer dispositivo, deve estar acompanhada de um título descritivo e de um texto explicativo que relacione a situação problemática criada, a resolução e justificativa.

2.3 Taxa de inscrição

A participação dos alunos não tem custo, sendo a inscrição integralmente gratuita.

2.4 Cronograma

- 28/08/2024: Palestra informativa sobre o concurso e o GeoGebra.
- 02/08/2024: Abertura das inscrições
- 02/09/2024 a 12/09/2024: Desenvolvimento da sequência didática.
- 12/09/2024: Encerramento das inscrições
- 13/09/2024: Avaliação das fotos pela comissão julgadora
- 21/09/2024: Divulgação dos resultados e premiação dos vencedores

Somente serão consideradas como válidas as inscrições efetuadas exclusivamente até o dia 12 de setembro de 2024:

3. DA AVALIAÇÃO DAS FOTOS

3.1 Dos critérios

- Fotografia: Qualidade da imagem, nitidez, enquadramento, composição e iluminação.

- Estética: Apelo visual, harmonia das cores e elementos da foto.

- Originalidade: Abordagem criativa e inovadora do tema.

- Criatividade: Expressão artística e inventividade na utilização dos recursos fotográficos e matemáticos.

- Situação problemática: Apresentação de um problema matemático relacionado à foto.

- Conhecimento/Conteúdo matemático aplicado: Correção e coerência na aplicação dos conceitos matemáticos.

- Uso do GeoGebra: Utilização adequada do software para representar o problema matemático e/ou complementar a foto.

- Destaque: Menção de características adicionais que valorizem a foto.

Premiação: A premiação é simbólica para os 3 primeiros colocados e todos os inscritos que realizarem o envio da foto receberam o certificado de participação.

Contato:

Para mais informações, entre em contato com a comissão organizadora do concurso através do e-mail ou do telefone (XX) XXXX-XXX.

Participe do Concurso FotoGebra 2024 e mostre o seu talento!

Comissão organizadora do Concurso FotoGebra 2024.