

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS - UFAL
***CAMPUS* ARAPIRACA**
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

MARIA TATIANNE DA SILVA LIRA

**A TÁBUA MAGNÉTICA DE FUNÇÕES: UM INSTRUMENTO DE INCLUSÃO NAS
AULAS DE MATEMÁTICA**

ARAPIRACA - AL

2024

MARIA TATIANNE DA SILVA LIRA

**A TÁBUA MAGNÉTICA DE FUNÇÕES: UM INSTRUMENTO DE INCLUSÃO NAS
AULAS DE MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Alagoas, como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Moreno Pereira Bonutti

Arapiraca - AL

2024



Universidade Federal de Alagoas – UFAL
Campus Arapiraca
Biblioteca Setorial *Campus Arapiraca* - BSCA

L768t Lira, Maria Tatianne da Silva
A tábua magnética de funções [recurso eletrônico]: um instrumento de inclusão nas aulas de matemática / Maria Tatianne da Silva Lira. – Arapiraca, 2024.
53 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Moreno Pereira Bonutti.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -
Universidade Federal de Alagoas, *Campus Arapiraca*, Arapiraca, 2024.
Disponível em: Universidade Digital (UD) – UFAL (*Campus Arapiraca*).
Referências: f. 44-46.
Apêndices: f. 47-53.

1. Matemática. 2. Deficiência visual. 3. Função afim. I. Bonutti, Moreno Pereira. II. Título.

CDU 51

Bibliotecário responsável: Márcio Thiago dos Santos Albuquerque
CRB - 4 / 2052

MARIA TATIANNE DA SILVA LIRA

A Tábua Magnética de Funções: um instrumento de inclusão nas aulas de matemática

Dissertação submetida à banca examinadora do
Programa de Mestrado em Matemática em
Rede Nacional da Universidade Federal de
Alagoas e aprovada em 20 de Junho de 2024.



Documento assinado digitalmente

MORENO PEREIRA BONUTTI

Data: 23/07/2024 13:52:05-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Orientador – Prof. Dr. Moreno Pereira Bonutti, UFAL)

Banca examinadora:



Documento assinado digitalmente

MIRIAM DA SILVA PEREIRA

Data: 24/07/2024 10:56:49-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Examinador(a) Externo(a) – Prof^ª. Dr^ª. Miriam da Silva Pereira, UFPB)



Documento assinado digitalmente

JOSE DA SILVA BARROS

Data: 23/07/2024 17:30:32-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

(Examinador(a) Interno(a) – Prof. Dr. José da Silva Barros, UFAL)

Dedico esta dissertação a meus pais, Ana Paula e José Florêncio, pelo apoio incondicional. Dedico também a meus sobrinhos, Luma, Gael e Eric, por serem minha alegria diária.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Deus Todo Poderoso por sempre me guiar e me dar forças para continuar mesmo diante das dificuldades.

Agradeço a meus pais, José Florêncio e Ana Paula, por todo apoio, afeto e motivação durante toda minha trajetória.

Também agradeço à minha irmã, Joyce, por sempre estar comigo e por todo incentivo.

Ao meu esposo, André, por toda paciência e compreensão.

Aos meus colegas de curso por todo companheirismo, incentivo e bons momentos vividos, em especial a Eloisa.

A José Geraldo Brito Cavalcante e a Bruna Silva por sua colaboração de suma importância na confecção do material.

Também agradeço a todos os professores que passaram por minha formação e que contribuíram significativamente para minha carreira.

Aos professores componentes da Banca examinadora, José da Silva Barros e Miriam da Silva Pereira pelas contribuições que enriquecem a pesquisa.

Enfim, ao meu orientador, Moreno Pereira Bonutti, pela paciência e contribuição durante a orientação deste trabalho.

RESUMO

Nos últimos anos, muito tem se falado em inclusão, no entanto o que se observa no âmbito escolar é que não são fornecidos instrumentos e condições que propiciem de fato a inclusão de pessoas com deficiência. Desta forma, observou-se a necessidade de refletir e desenvolver instrumentos que auxiliem os estudantes com deficiência visual na aprendizagem de matemática. Foi realizada uma pesquisa bibliográfica a fim de obter um aprofundamento teórico sobre o tema, considerando documentos oficiais como a Constituição Federal (1988), a BNCC (2018) e a Lei brasileira de inclusão da pessoa com deficiência (2015), assim como pesquisadores da área, como Franzin (2021), Brandão (2010), Landin, Maia e Sousa (2023), entre outros. Após isto, tendo em vista a necessidade que os alunos com deficiência visual apresentam na compreensão do gráfico da função afim, foi desenvolvida Tábua Magnética de Funções, kit pensado com o intuito de auxiliá-los no processo de aprendizagem desse objeto de estudo, através do qual os estudantes poderão compreender o comportamento do gráfico das funções à medida que são modificados seus coeficientes. É de suma importância que profissionais da educação se mobilizem para o desenvolvimento de metodologias que incentivem seus estudantes e que os façam sentir acolhidos e capazes. E, portanto, é urgente que as políticas de inclusão visem de fato o respeito à dignidade e forneçam as condições necessárias para que todos os estudantes tenham seu direito à educação de qualidade respeitado.

Palavras-chave: deficiência visual; inclusão; função afim; matemática.

ABSTRACT

In recent years, there has been a lot of talk about inclusion, but what can be seen in the school environment is that there are no tools or conditions in place that actually promote the inclusion of people with disabilities. Thus, there was a need to reflect on and develop tools to help visually impaired students learn mathematics. A bibliographical survey was carried out in order to obtain a theoretical deepening on the subject, considering official documents such as the Federal Constitution (1988), the BNCC (2018) and the Brazilian Law on the Inclusion of People with Disabilities (2015), as well as researchers in the field, such as Franzin (2021), Brandão (2010), Landin, Maia and Sousa (2023), among others. After this, in view of the need that visually impaired students have in understanding the graph of the affine function, a Magnetic Function Board was developed, a kit designed to help them in the learning process of this object of study, through which students will be able to understand the behavior of the graph of functions as their coefficients are modified. It is of the utmost importance that education professionals mobilize to develop methodologies that encourage their students and make them feel welcome and capable. It is therefore urgent that inclusion policies really do aim to respect dignity and provide the necessary conditions for all students to have their right to a quality education.

Keywords: visual impairment; inclusion; linear functions; mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Localização de pontos no plano cartesiano	26
Figura 2	- Gráfico que não representa uma função	26
Figura 3	- Gráfico que representa uma função	27
Figura 4	- Gráfico da função afim	29
Figura 5	- Tela inicial do GeoGebra	30
Figura 6	- Gráfico de f quando $a = 1$	31
Figura 7	- Gráfico de f quando $a = -3$	31
Figura 8	- Gráfico de f quando $b = 1$	32
Figura 9	- Gráfico de f quando $b = -2$	32
Figura 10	- Gráfico de f quando $a = b = 0$	33
Figura 11	- Gráfico de f quando $a = -2$ e $b = 4$	33
Figura 12	- Tábua Magnética de Funções	35
Figura 13	- Eixos da Tábua Magnética de Funções	36
Figura 14	- Uso do esquadro	37
Figura 15	- Marcação de pontos	37
Figura 16	- Gráfico de função afim na Tábua Magnética de Funções	38

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAD	Computer-Aided Design
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
PCN+	Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
PLA	Ácido Poliláctico
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UFAL	Universidade Federal de Alagoas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	O ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL	12
2.1	Os desafios no processo de ensino-aprendizagem de matemática	12
2.2	Obstáculos enfrentados por professores e estudantes no processo de ensino-aprendizagem de funções	15
3	O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA AS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL	19
3.1	Reflexão sobre a necessidade de aulas que promovam a inclusão de alunos com deficiência visual no ambiente escolar	19
3.2	Necessidade de instrumentos que tornem o estudo de funções acessível para estudantes com deficiência visual	22
4	ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM E DE SEU GRÁFICO	24
4.1	Conceituando funções	24
4.2	Verificando o comportamento do gráfico da função afim com auxílio do <i>GeoGebra</i>	29
5	A TÁBUA MAGNÉTICA DE FUNÇÕES	35
5.1	Conhecendo o kit para uso em sala de aula	35
5.2	Sequência didática	38
6	CONCLUSÃO	42
	REFERÊNCIAS	44
	APÊNDICE A – MANUAL DO USUÁRIO DO KIT	47
	APÊNDICE B – FICHA DE ATIVIDADES DO PROFESSOR	49
	APÊNDICE C – FICHA DE EXERCÍCIOS DO ESTUDANTE	52

1 INTRODUÇÃO

A educação de qualidade é um direito assegurado de todo cidadão e, para que isso seja efetivado, é necessário que acompanhe as transformações sociais. Assim, os profissionais da educação devem estar em busca de metodologias que permitam a todo estudante construir seu conhecimento. Com o professor de matemática, a situação não é diferente. São inúmeras as pesquisas que relatam as dificuldades dos estudantes em relação ao aprendizado de matemática, se mostrando de extrema importância, portanto, que se conheçam os fatores que influenciam para isto.

No caso de estudantes com deficiência as lacunas podem ser ainda maiores. Nos últimos anos, muito tem se falado em inclusão, no entanto o que se observa no âmbito escolar é que não são fornecidos instrumentos e condições que propiciem de fato a inclusão de pessoas com deficiência. Escolas com infraestrutura inadequada, salas de aula lotadas, falta de recursos didáticos adaptados, são alguns dos motivos que levam à exclusão em um ambiente que deveria ser totalmente inclusivo.

Observando essas necessidades e refletindo sobre o tema, o objetivo deste trabalho é propiciar a inclusão nas aulas de matemática através do desenvolvimento de instrumentos que auxiliem os estudantes com deficiência visual no estudo dos gráficos de funções – a Tábua Magnética de Funções.

Para o desenvolvimento, foi realizada uma pesquisa bibliográfica a fim de obter um aprofundamento teórico sobre o tema, considerando documentos oficiais como a Constituição Federal (1988), a BNCC (2018) e a Lei brasileira de inclusão da pessoa com deficiência (2015), assim como pesquisadores da área, como Franzin (2021), Brandão (2010), Landin, Maia e Sousa (2023), entre outros.

Assim, este trabalho está dividido da seguinte forma: inicialmente é feita uma discussão sobre os obstáculos enfrentados por professores e estudantes no processo de ensino-aprendizagem de matemática no Brasil e, de modo particular, no estudo de funções. Em seguida, é realizada uma abordagem acerca dos desafios desse processo voltado para estudantes com deficiência visual.

Logo após, são trabalhadas definições voltadas para o estudo da função afim e analisado, com auxílio de um software, o comportamento de seu gráfico à medida que são variados seus coeficientes.

No quinto capítulo é apresentado o processo de criação e modo de uso do produto desta pesquisa, a Tábua Magnética de Funções, que foi desenvolvida de forma cautelosa para que

seja um instrumento inclusivo nas aulas de matemática. Além disso, também é feita uma proposta de sequência didática utilizando o kit apresentado.

Por fim, são realizadas as considerações finais do trabalho de postos os apêndices dos materiais utilizados na sequência didática.

2 O ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL

A educação no Brasil tem passado por inúmeras transformações nos últimos anos e, com isso, o professor está com uma necessidade ainda maior de se renovar e se adaptar a novos modelos de ensino. Evidentemente, o ensino de matemática, que há muito tempo é alvo de pesquisas e críticas, também é afetado, isto é, precisa de adaptações e condições que propiciem o aprendizado efetivo dos estudantes.

Diante disso, este capítulo tem como objetivo refletir sobre o atual cenário da educação matemática no Brasil, levando em consideração dados de avaliações a nível nacional e os principais desafios enfrentados por estudantes e professores no processo de ensino-aprendizagem matemático.

2.1 Os desafios no processo de ensino-aprendizagem de matemática

A matemática, sem dúvidas, é um dos grandes feitos da sociedade, sendo utilizada no cotidiano da humanidade desde a realização de tarefas mais simples até as mais complexas. Por ser considerada uma linguagem universal, a compreensão da matemática é de suma importância para o desenvolvimento do raciocínio e da capacidade de tomar decisões. Nesse sentido, tem-se a 4ª competência geral da educação básica da BNCC:

Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. (Brasil, 2018, p. 9)

Observa-se que, assim como outros tipos de linguagens, a matemática possibilita a partilha de experiências e compreensão do mundo. Buscando a etimologia da palavra matemática (do grego “máthema”, que significa “conhecimento, ciência”, e “thike”, cujo significado é “arte”), nota-se que está associada ao prazer de aprender e àquilo que é possível de compreender. Surge então o questionamento: no âmbito educacional, o conhecimento matemático formalizado que é apresentado aos estudantes de fato é associado a boas experiências? É tratado de forma acessível para todos?

Em resposta a esse questionamento, é de suma importância citar o Saeb, que é um conjunto de avaliações da educação básica cujo objetivo é fazer um diagnóstico da educação brasileira. Para isso, o aprendizado dos estudantes é distribuído pelo Inep em níveis, que correspondem a um conjunto de conceitos desenvolvidos até determinada etapa de ensino.

Comparando os mais recentes dados disponíveis do Saeb, que se referem aos anos de 2019 e 2021, percebe-se que as médias de proficiência em matemática dos estudantes de escolas públicas, apresentam resultados preocupantes. Apesar de a média de 2021 dos anos iniciais se enquadrar no nível de aprendizado Básico – conforme a distribuição fornecida pelo Inep, observa-se uma queda da proficiência de 222,41, em 2019, para 210,05, em 2021. Quando se trata dos anos finais do ensino fundamental, em 2019 o resultado obtido foi 257,18 e, em 2021, a média foi 252,04 sendo a proficiência enquadrada também no nível Básico. Já no ensino médio, a situação é ainda mais preocupante, tendo em vista que, além da redução das médias de proficiência entre 2019 e 2021, que foram, respectivamente, 269,03 e 262,71, o nível de aprendizado dos estudantes, conforme a escala fornecida pelo Inep, está insuficiente.

Essas informações permitem afirmar que o cenário atual da educação matemática está crítico. Os estudantes, de acordo com as avaliações realizadas, não estão desenvolvendo seu aprendizado conforme o esperado. É imprescindível compreender, portanto, os aspectos que levam a essa baixa proficiência em matemática para que sejam tomadas atitudes que visem amenizar as dificuldades em relação à área de conhecimento.

É notória a aversão que boa parte da população apresenta em relação à matemática. Por muitos, é vista como uma ciência de conhecimentos inacessíveis. Um dos fatores que influencia para esse estereótipo existir está relacionada à maneira com que a matemática é trabalhada nos anos iniciais, uma vez que essa etapa de ensino constitui a base para a compreensão da matemática vista nas séries posteriores. Nesse contexto,

Pesquisas sobre o conhecimento matemático de professores oriundos dos cursos de Pedagogia, responsáveis legais pelo ensino de matemática nos anos iniciais, têm constatado seu conhecimento superficial dos conteúdos necessários a este nível de escolarização (Nogueira; Pavanello; Oliveira, 2016, p. 15).

Nota-se, assim, a importância de investimentos na formação inicial e continuada dos professores para que possam atuar da melhor forma no desenvolvimento das habilidades necessárias nessa etapa de ensino. Tendo em vista a natureza cumulativa dos conhecimentos matemáticos, um estudante que não desenvolve todas as competências e habilidades em cada série estudada, apresenta dificuldades para acompanhar os conteúdos da série posterior.

Não é algo difícil de se ouvir de professores de matemática comentários também em relação ao déficit de abstração e na resolução de questões que exijam raciocínio dos estudantes. Almeida (2006, p. 9), em uma pesquisa realizada com professores, obteve como resultado que

Os alunos não estão conseguindo raciocinar de maneira coerente em relação a problemas do cotidiano e sentem dificuldades quanto a leitura e escrita de símbolos

matemáticos, chegando a uma dificuldade maior nas operações mentais e na compreensão e interpretação de conceitos e problemas do cotidiano. (Almeida, 2006, p. 9)

Percebe-se, assim, que mais um dos entraves é a falta de compreensão da linguagem matemática, que impede que o estudante entenda a situação apresentada e desenvolva suas estratégias de resolução. É necessário que o aluno tenha mais contato com a escrita matemática, que seus símbolos e termos sejam inseridos em seu vocabulário.

Nessa linha de raciocínio, observa-se outra abordagem necessária nessa discussão: as metodologias de ensino utilizadas nas aulas de matemática independente da série trabalhada. Isso não trata apenas de inovação, mas sim de tornar a matemática uma disciplina que faça sentido para o aluno. Trata-se de metodologias que permitam ao estudante a resolução de problemas, a identificação do conteúdo em sua vida e a possibilidade de errar buscando o acerto, tornando-o, assim, construtor de seu conhecimento, uma vez que se deve “encarar o ensino da matemática com base na participação ativa, direta e objetiva da criança na elaboração do conhecimento que se quer que ela aprenda” (Silva, 2008, p. 35).

Em meio a essa abordagem das metodologias, deve-se levar em consideração as particularidades de cada estudante. Conhecendo as dificuldades, habilidades e características que cada um carrega consigo, o professor consegue conduzir melhor seu trabalho pedagógico, uma vez que consegue se aproximar mais do aluno e auxiliá-lo na construção de seu aprendizado.

Por ser o mediador entre o conhecimento e o aluno, fala-se muito na responsabilidade do professor de matemática nesse processo, no que diz respeito ao conhecimento específico de sua área e às metodologias utilizadas durante as aulas, porém deve-se deixar evidente que, para que esse trabalho seja realizado em sua melhor maneira, esse profissional necessita de melhores condições, incluindo mais valorização e melhor infraestrutura das escolas. Como, por exemplo, espera-se que o professor consiga identificar todas as dificuldades de aprendizagem em salas superlotadas? Sem dúvidas, o alto número de alunos por turma nas escolas públicas interfere no rendimento dos estudantes e do professor, tendo em vista que

A superlotação das salas de aula traz consequências extremamente negativas para o ambiente escolar, uma vez que, nessa situação, os professores não conseguem desenvolver de modo satisfatório o conteúdo, e os estudantes não são capazes de compreendê-lo, sanar dúvidas ou expressar a sua opinião. (Almeida; Barbosa; Sbaiz, 2020, p. 264)

Além de todos esses desafios de infraestrutura, formação inicial e continuada de professores, aversão social criada em relação à matemática, não se pode deixar de levar em

consideração a pandemia do novo coronavírus que a população mundial enfrentou.

Com as escolas fechadas, as aulas presenciais precisaram ser adequadas à realidade de aulas à distância. Professores e alunos tiveram que se adaptar à metodologia de aulas sem a presença física no ambiente escolar, sem a convivência diária com todos os que compõem a escola (Santana; Lira, 2020, p. 5).

Percebe-se então que, além de alterações nos hábitos diários, do isolamento social e das dificuldades emocionais enfrentadas nesse período, aumentaram significativamente, no âmbito educacional, as lacunas de aprendizagem. Desse modo, “se os desafios já eram diversos e complexos antes da pandemia da Covid-19, o debate sobre os seus impactos sobre a aprendizagem, bem como a formulação de estratégias para superá-los, serão ainda mais necessários no contexto pós-pandemia” (Todos pela educação, 2021, p.5).

Diante dos dados apresentados e da discussão realizada, torna-se evidente que as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem são geradas por muitos fatores que envolvem não apenas aluno e professor, mas também o ambiente em que são inseridos. Portanto, há a urgência de tomada de decisões que auxiliem na diminuição dos problemas enfrentados no processo de ensino-aprendizagem de matemática, que não são recentes, mas que se acentuaram no período pós-pandêmico.

2.2 Obstáculos enfrentados por professores e estudantes no processo de ensino-aprendizagem de funções

Após a discussão sobre os desafios enfrentados por professores de matemática e estudantes no processo de ensino-aprendizagem, será feita, agora, uma análise sobre o objeto de estudo deste trabalho: o ensino de funções. Sem dúvidas, o conhecimento de funções é de suma importância para a generalização de situações cotidianas, por esse motivo é um tema que possui destaque no ensino médio. Nesse sentido, as Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+) deixam evidentes que

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (Brasil, 2006, p.121)

Percebe-se a necessidade de que o conteúdo de funções seja apresentado levando-se em consideração sua aplicabilidade na realidade, tendo em vista que ao reconhecer a relevância daquele conhecimento para o desenvolvimento da sociedade e para tarefas cotidianas, o

estudante se sente motivado a aprender. A falta de conexão do conceito de funções com o dia a dia torna-se um obstáculo para o aprendizado.

Desta forma, é necessária a apresentação e utilização da linguagem algébrica no estudo de funções com a finalidade de o aluno compreender e interpretar situações externas à sala de aula. No entanto, esse universo da álgebra é tratado por muitos alunos como inacessível e de difícil compreensão.

O fato de não serem estimulados a pensar de forma abstrata desde sua formação inicial se apresenta como um empecilho para o desenvolvimento do conhecimento algébrico dos estudantes, tendo em vista que

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. (Brasil, 1998, p. 117)

É notória a relação direta entre a álgebra e a aritmética. Se o estudante não possuir uma boa compreensão de conhecimentos aritméticos, possivelmente encontrará barreiras para entender a sutileza que a linguagem algébrica apresenta. Além disso, há a dificuldade de interpretar a mudança de significado e notações quando se trabalha no campo da álgebra, sendo um exemplo o uso das letras, uma vez que “a diversidade de situações que se referem a *variável* e *incógnita* indiferentemente comprometem, muitas vezes, a compreensão dos alunos” (Oliveira, 2002, p. 36).

Procedimentos, operações e símbolos utilizados na aritmética surgem também como motivo de equívocos no estudo de álgebra, uma vez que há a transposição de um contexto para o outro. Ainda segundo Oliveira (p. 37),

No contexto aritmético, por exemplo, na operação 2×7 não se pode omitir o sinal indicativo da operação de multiplicação a ser realizada, e escrever 27 como uma representação possível para ela, ao passo que, em álgebra, $m \times n$ indica uma operação de multiplicação que também pode ser representada por mn . (Oliveira, 2002, p. 37)

Nota-se, assim, que há a necessidade de que os alunos sejam preparados em toda sua trajetória escolar para o estudo de álgebra, tendo em vista sua importância. No entanto, apenas manipulações algébricas mecânicas sem contextualização e compreensão do processo não são suficientes no estudo de funções. Na BNCC do ensino médio (Brasil, 2018), o estudo de funções é distribuído em 7 habilidades, que são:

(EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar

algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau.

(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT507) Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

(EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

(EM13MAT402) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos da Matemática Financeira ou da Cinemática, entre outros.

(EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.

Percebe-se, além da importância da compreensão do conceito de funções, a necessidade de estabelecer relações e realizar conversões entre diferentes formas de representação – algébrica, geométrica, tabelas, diagramas. Através dessa correlação entre os diferentes registros de representação, facilita-se o acesso do estudante ao conceito trabalhado, pois, segundo Ribeiro (2019, p. 30),

Quando um aluno tem acesso a um grande número de representações de um mesmo objeto, e é estimulado a compreender as relações existentes entre elas, os fenômenos de dualidade entre o objeto e suas representações são minimizados e a sua compreensão é potencializada. (Ribeiro, 2019, p. 30).

Em sala de aula, observa-se uma dificuldade significativa quando se trata de reconhecer e esboçar o gráfico de funções a partir da sua lei de formação ou tabela representando uma situação. Sem dúvidas, para que esse tipo de representação seja bem compreendido, é necessário que o estudante tenha domínio sobre a localização de pontos no plano cartesiano, no entanto “sempre há alguns alunos que apresentam dificuldades na localização de certos pontos no plano

cartesiano, especificamente aqueles que estão localizados sobre o eixo dos x e sobre o eixo dos y , principalmente quando estes valores forem números negativos” (Mezacasa; Varriale, 2015, p. 3). É importante, portanto, desenvolver e utilizar em sala de aula instrumentos que facilitem a compreensão desses conteúdos base para o estudo de funções – para todos os estudantes-, sendo softwares e materiais manipuláveis grandes aliados nesse processo.

Considerando essas dificuldades e necessidades abordadas, cabe os questionamentos: no caso de estudantes com deficiência visual, como promover uma educação de qualidade e significativa? Quais instrumentos podem ser aliados aos professores de matemática nesse processo? No próximo capítulo serão discutidos aspectos que dizem respeito a aulas e ambientes inclusivos para esses estudantes, que são direitos instituídos por lei.

3 O ENSINO DE MATEMÁTICA PARA AS PESSOAS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

A Constituição Federal de 1988, em seu artigo 205, assegura que “a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”. No entanto, no dia a dia vários grupos sociais têm seu direito de acesso à educação de qualidade negligenciados, como é o caso das pessoas com deficiência. Nesta seção, será tratado sobre a necessidade e obrigação do Estado, de escolas, profissionais e metodologias que assegurem às pessoas com deficiência - em particular, visual - o aprendizado de qualidade e com respeito à diversidade.

3.1 Reflexão sobre a necessidade de aulas que promovam a inclusão de alunos com deficiência visual no ambiente escolar

A Lei n.º 13.146, de 6 de julho de 2015, que institui a Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (Estatuto da pessoa com deficiência), garante que “é dever do Estado, da família, da comunidade escolar e da sociedade assegurar educação de qualidade à pessoa com deficiência, colocando-a a salvo de toda forma de violência, negligência e discriminação”. Observa-se que o conceito de inclusão tem sido amplamente discutido na sociedade e no ambiente escolar, porém é utilizado na maioria das vezes de forma equivocada. Ainda segundo a lei citada anteriormente, em seu Artigo 28, Inciso II, é incumbência do poder público assegurar, criar, desenvolver, implementar, incentivar, acompanhar e avaliar o aprimoramento dos sistemas educacionais a fim de garantir condições de acesso, permanência, participação e aprendizagem a partir serviços e de recursos de acessibilidade que eliminem as barreiras e promovam a inclusão plena.

Como se pode observar, incluir uma pessoa com deficiência significa fornecer condições para que integre, de fato, o ambiente em que está inserida, usufruindo dos mesmos direitos das pessoas que não possuem deficiência. Quando se trata de inclusão do âmbito escolar, é prevista a integração do estudante com deficiência em salas de aula regulares de modo que compartilhem as mesmas experiências que os demais estudantes. Para isso, a escola deve estar adaptada nos quesitos de infraestrutura, capacitação de profissionais e metodologias de ensino.

Para se tomar decisões sobre metodologias de ensino que promovam a inclusão, é necessário conhecer as dificuldades enfrentadas pelas pessoas com deficiência no processo de aprendizagem - neste caso específico, pessoas com deficiência visual e aprendizagem em

matemática.

A deficiência visual não impede o desenvolvimento e o aprendizado das crianças e adolescentes, mas sim a forma como essas pessoas são tratadas e vistas na sociedade. Como discutido anteriormente, o aprendizado em matemática tem sido motivo de preocupações diante das inúmeras dificuldades enfrentadas por professores e estudantes na rotina escolar, no caso de estudantes com deficiência visual esses obstáculos são ainda maiores.

Tendo em vista que para as pessoas com deficiência visual “a audição, o paladar, o tato e o olfato são os meios de entrada de dados e informações para a aprendizagem” (Turella; Conti, 2012, p. 2), deve-se criar meios que lhes permitam o acesso ao conhecimento da mesma forma que os demais, interagindo com professores e colegas em sala de aula de regular. Para tanto, “surge a necessidade de elaborar estratégias e pensar em materiais pedagógicos para que os alunos possam participar, juntamente com os demais colegas, das atividades pedagógicas em sala de aula” (Palmeira; Milli, 2023, p. 4).

A primeira dificuldade no aprendizado de matemática - pode-se falar também em relação às demais áreas de conhecimento - do estudante com deficiência visual se apresenta em relação à leitura. Para propiciar a alfabetização dessas pessoas e permitir que tenham acesso a diferentes meios de comunicação, foi desenvolvido o Sistema Braille, que é “um código universal de leitura tátil e de escrita, usado por pessoas cegas, inventado na França por Louis Braille, um jovem cego.” (Regina, 2022, p. 7). Nota-se a importância de utilizar esses códigos para permitir a integração desses estudantes no ambiente escolar.

Inclusive, a produção de textos em braille é abordada na Lei Brasileira de Inclusão da Pessoa com Deficiência (2015), também em seu Artigo 28, Inciso XII, atribuindo ao poder público a incumbência de garantir a “oferta de ensino da Libras, do Sistema braille e de uso de recursos de tecnologia assistiva, de forma a ampliar habilidades funcionais dos estudantes, promovendo sua autonomia e participação”. Além disso, em seu Artigo 68, tem-se que

O poder público deve adotar mecanismos de incentivo à produção, à edição, à difusão, à distribuição e à comercialização de livros em formatos acessíveis, inclusive em publicações da administração pública ou financiadas com recursos públicos, com vistas a garantir à pessoa com deficiência o direito de acesso à leitura, à informação e à comunicação. (Brasil, 2015, art. 68).

Nos últimos anos, de fato, houve alguns avanços no que se refere a acessibilidade, sendo uma das principais ações o Programa Nacional do Livro Didático Acessível (PNLD/Acessível), que, a partir de 2019, distribuiu livros escritos em braille-tinta para estudantes cegos ou com baixa visão. Em decorrência desses avanços, Vissossi e Lima (2024) afirmam que tem-se

recebido nas escolas regulares cada vez mais alunos com deficiência visual, mesmo que isso ainda aconteça de forma precária e tímida, o que exige o aumento da produção de livros didáticos acessíveis e uma demanda maior de materiais para a efetivação da produção. No entanto, segundo as autoras, essas são grandezas desproporcionais, devido à complexidade do processo de transcrição em braille.

Mesmo sabendo que o livro didático em braille é essencial para que o estudante com deficiência visual tenha as mesmas condições de acesso ao conteúdo que os alunos videntes, diante da realidade precária citada anteriormente, surge a necessidade de que o professor seja o mediador da leitura para o estudante através da leitura guiada “de modo que o estudante possa internalizar as representações e assim ter um acesso aos objetos matemáticos, além de poder transitar entre os diversos registros de representação” (Araújo, 2023, p. 5). Desta forma, ao utilizar a oralidade como instrumento no processo de ensino-aprendizagem de pessoas com deficiência visual, é de suma importância que seja feita uma leitura e descrição detalhada de textos, imagens, diagramas e gráficos.

Evidentemente, apenas a fala do professor não é suficiente para garantir o aprendizado do aluno, “é preciso lançar mão de outros recursos (como maquete, esquemas táteis, sonoros etc.), de modo a garantir que o aluno está compreendendo o que está sendo dito pelo professor” (Nunes; Lomônaco, 2010, p. 61). Como o aprendizado em matemática exige muita abstração, o material concreto facilita esse processo, tendo em vista que o toque permite ao estudante com deficiência visual a formação de ideias e ameniza as dificuldades provocadas pela falta da visão.

Nesse sentido, sabendo que o tato capta diferentes características dos objetos, Franzin (2021, p. 10) afirma que “o uso de recursos didáticos táteis permite ao estudante deficiente visual contato com diferentes formas e espessuras de materiais, permitindo que o processo de abstração dos conceitos trabalhados possibilite a promoção da aprendizagem significativa”. Sem dúvidas, todo esse processo exige planejamento, criação de diferentes recursos e organização do ambiente escolar.

É importante considerar que as adaptações citadas para facilitar o aprendizado de matemática de pessoas com deficiência visual contribuem também para os demais estudantes, uma vez que o uso de materiais manipuláveis e a mediação do professor são indispensáveis para que todos os alunos compreendam os conceitos trabalhados. É dessa forma que se faz uma educação inclusiva, quando ela é acessível para todos, considerando suas especificidades, sem tratar a deficiência como impedimento para o aprendizado.

Deste modo, sabendo que o objetivo deste trabalho é desenvolver instrumentos que auxiliem os estudantes com deficiência visual na aprendizagem de matemática, especificamente

no estudo dos gráficos de funções, torna-se de suma importância refletir e compreender as principais necessidades e obstáculos que esses estudantes enfrentam no aprendizado deste objeto de conhecimento.

3.2 Necessidade de instrumentos que tornem o estudo de funções acessível para estudantes com deficiência visual

Diante da discussão realizada anteriormente, observa-se que o ensino de matemática passa por muitos obstáculos. No caso dos estudantes com deficiência visual, há essas dificuldades associadas a outras relacionadas à acessibilidade de infraestrutura, metodologias de ensino e instrumentos didáticos. Nesse sentido, será realizada nesta seção uma reflexão sobre os obstáculos voltados para o aprendizado de funções matemáticas por pessoas com deficiência visual, levando em consideração as necessidades de metodologias e instrumentos que propiciem a inclusão em sala de aula.

Um primeiro aspecto a ser levado em consideração está relacionado à leitura de materiais, uma vez que há poucas opções de materiais didáticos acessíveis às pessoas com deficiência visual. No entanto, além da possibilidade da leitura guiada dos professores, há outros instrumentos que auxiliam nesse processo, como é o caso dos leitores de tela e os revolucionários óculos que capturam imagens e as convertem em informações auditivas. Sem dúvidas, esses recursos possibilitam uma maior autonomia das pessoas com deficiência visual. Sabendo disso, tais ferramentas são úteis para a compreensão do conceito de funções, cálculos e resolução de situações-problema.

Observando as habilidades da BNCC relacionadas ao ensino de funções no ensino médio, percebe-se a necessidade de estabelecer relações entre diferentes formas de representação, como reconhecer uma função por sua lei de formação e identificar seu gráfico. Um dos recursos muito utilizados em sala de aula na abordagem desse conteúdo é *GeoGebra*, software eficiente para o estudo de matemática, que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único motor, em que “o aluno através de controles deslizantes (parâmetros) fornece valores para os coeficientes da lei de formação da função e observa o comportamento dos gráficos que são gerados automaticamente” (Araújo, 2021, p. 21).

Mas, apesar de permitir uma melhor compreensão do objeto de estudo, tal software não atinge todos os públicos, isto é, por exigir a visualização do comportamento dos gráficos, o

*GeoGebra*¹ não se apresenta um instrumento viável para o ensino de pessoas com deficiência visual.

Assim, surge a necessidade de recursos que auxiliem tais estudantes a estabelecer relação entre a lei de formação de uma função e o gráfico que a representa através de materiais concretos e manipuláveis, pois “o sentido do tato deve ser explorado para que o aluno cego ou com baixa acuidade possa concretizar e dar significado ao conteúdo que se deseja trabalhar” (Pereira, 2012, p. 35).

Vale ressaltar que esses instrumentos devem ser pensados corretamente para que sejam de fato úteis, tendo em vista que “o tato constitui um sistema sensorial que tem determinadas características e que permite captar diferentes propriedades dos objetos, tais como temperatura, textura, forma e relações espaciais” (Brandão, 2010, p. 38)

Levando em consideração as discussões realizadas, nos próximos capítulos serão apresentados recursos e propostas didáticas que auxiliem no processo de inclusão de estudantes com deficiência visual nas aulas de matemática voltadas para o estudo do gráfico de funções afins. Porém, antes é necessário revisar alguns conceitos referentes a esse objeto de conhecimento.

¹ <https://www.geogebra.org/>

4 ESTUDO DA FUNÇÃO AFIM E DE SEU GRÁFICO

Neste capítulo será realizada uma discussão sobre o conceito de funções e, de forma particular, de função afim, objeto de estudo deste trabalho. Para isso, será utilizado como base teórica os livros didáticos de Lima *et al* (2005) e Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020). Em seguida, será feita uma abordagem sobre os gráficos da função afim, observando seu comportamento de acordo com variações de seus coeficientes.

4.1 Conceituando funções

Definição 1. Dados os conjuntos não vazios X e Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se "uma função de X em Y ") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um único elemento $y = f(x) \in Y$.

Muitas vezes, em seu cotidiano, as pessoas se deparam com situações que podem ser verificadas como relações entre grandezas e conjuntos, que, de modo especial, se associam ao conceito de funções. Por exemplo, o valor de uma fatura de energia elétrica é função da quantidade de energia elétrica consumida; o valor pago por uma corrida de táxi é função da distância percorrida pelo táxi naquela corrida; a área de um quadrado pode ser interpretada como a lei de correspondência da função que relaciona a área A de um quadrado e a medida do lado l correspondente.

Exemplo 1. Sejam X o conjunto dos triângulos do plano α e $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais. Se, a cada $t \in X$, corresponde o número real $f(t) = \text{área do triângulo } t$, obtém-se a função $f: X \rightarrow \mathbb{R}$.

Definição 2. Considere uma função $f: X \rightarrow Y$. O conjunto X chama-se o domínio ($D(f)$) e Y é o contradomínio ($CD(f)$) da função f . Para cada $x \in X$, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a imagem de x pela função f , ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. O conjunto de todos os valores y pertencentes ao contradomínio de f , que são imagens de x pela função, é chamado de **conjunto imagem** da função e é indicado por $Im(f)$.

Exemplo 2 Dada uma função $f: A \rightarrow B$ definida por $y = x + 2$, tal que $A = \{1, 3, 6\}$ e $B = \{0, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Tem-se $D(f) = \{1, 3, 6\}$, $CD(f) = \{0, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $Im(f) = \{3, 5, 8\}$.

Exemplo 3. Na função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x^2 - 5$, $D(f) = \mathbb{R}$ e $CD(f) = \mathbb{R}$.

Exemplo 4. Na função $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = \frac{x+1}{x-3}$, $D(f) = \{x \in \mathbb{Z} / x \neq 3\}$ e $CD(f) = \mathbb{R}$.

As funções, de modo geral, podem ser representadas graficamente no sistema cartesiano ortogonal. É de suma importância revisar conceitos relacionados a esse sistema no caso bidimensional.

Um par ordenado (x, y) é formado pelos objetos x e y , chamados, respectivamente de *primeira e segunda coordenada do par ordenado*. Dizemos que dois pares ordenados são iguais somente quando $x = y$.

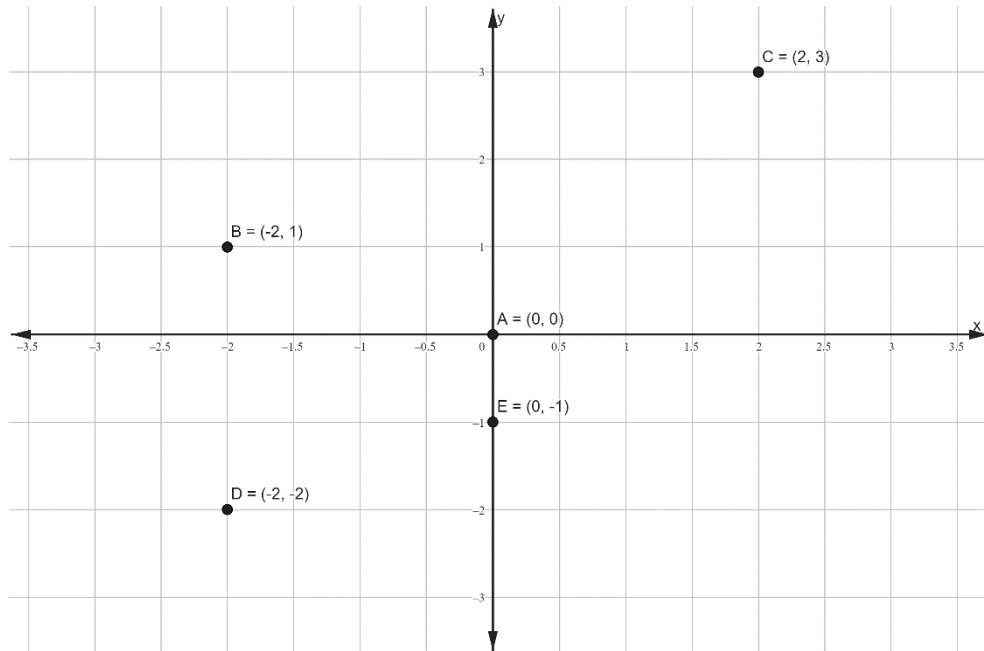
O produto cartesiano $X \times Y$ de dois conjuntos X e Y é o conjunto formado por todos os pares ordenados (x, y) cuja primeira coordenada x pertence a X e cuja segunda coordenada y pertence a Y . Simbolicamente:

$$X \times Y = \{(x, y); x \in X, y \in Y\}$$

O plano numérico $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ é o exemplo mais importante de produto cartesiano, cujos elementos (x, y) são, naturalmente, pares ordenados de números reais. Estabelecido por duas retas perpendiculares, uma horizontal (eixo das abscissas ou eixo x) e outra vertical (eixo das ordenadas ou eixo y), que se intersectam no ponto O, chamado origem, o sistema cartesiano é dividido em quatro regiões, denominadas de quadrantes.

Um ponto P localizado no plano cartesiano tem coordenadas cartesianas x e y , números reais que formam o par ordenado (x, y) . Indica-se $P(x, y)$. Observe, na Figura 1, como localizar os pontos $A(0,0)$, $B(-2,1)$, $C(2,3)$, $D(-2, -2)$, $E(0, -1)$ no sistema cartesiano.

Figura 1 – Localização de pontos no plano cartesiano



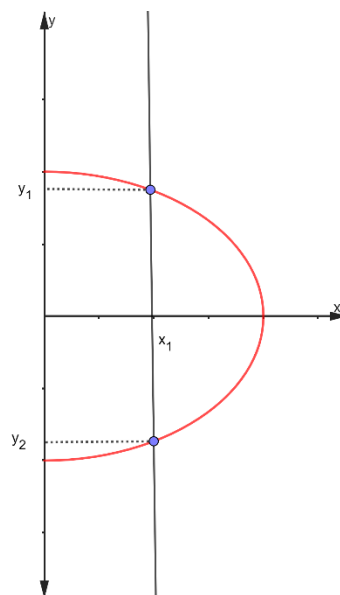
Fonte: elaborada pela autora (2024)

O gráfico de uma função $f: X \rightarrow Y$ é o subconjunto $G(f)$ do produto cartesiano $X \times Y$ formado por todos os pares ordenados (x, y) , tal que $x \in X$ e $y = f(x) \in Y$. Logo,

$$G(f) = \{(x, y) \in X \times Y; y = f(x)\} = \{(x, f(x)); x \in X\}.$$

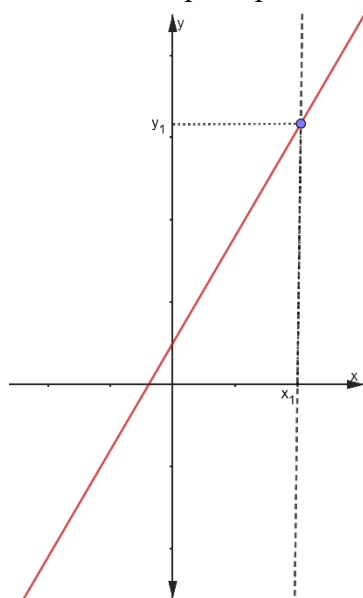
É importante destacar que subconjunto $G \subset X \times Y$ é o gráfico de uma função $f: X \rightarrow Y$ se, e somente se, para cada $x \in X$ existe apenas um $y \in Y$ tal que $(x, y) \in G$.

Figura 2 – Gráfico que não representa uma função



Fonte: elaborada pela autora (2024)

Figura 3 – Gráfico que representa uma função



Fonte: elaborada pela autora (2024)

Para que um gráfico represente uma função, cada reta vertical traçada por pontos de abscissa $x \in D(f)$ deve intersectar o gráfico em um único ponto, de coordenadas $(x, f(x))$. Na figura 2, observe a abscissa x_1 está associada a dois pontos distintos do gráfico, (x_1, y_1) e (x_1, y_2) , o que permite concluir que tal gráfico não representa uma função de x em y . Por outro lado, note que, na figura 3, todas as abscissas $x_1 \in D(f)$ estão associadas a uma única imagem $y_1 = f(x_1)$, ou seja, para todo $x \in D(f)$ existe um único ponto que pertence ao gráfico e à reta que passa por $(x, 0)$ e é perpendicular ao eixo x . Portanto, afirmamos que tal gráfico representa uma função de x em y .

Considerando as definições e exemplos anteriores, agora, de modo particular, será tratado sobre a função afim, no que diz respeito à sua lei de formação e seu gráfico.

Definição 3. Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem coeficientes $a, b \in \mathbb{R}$ tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplo 5. A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x - 1$ é função afim.

Exemplo 6. A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x$ para todo $x \in \mathbb{R}$, é afim, chamada de função identidade. Também são afins as translações $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + b$. São ainda casos particulares de funções afins as funções lineares $f(x) = ax$ e as funções constantes

$$f(x) = b.$$

Uma vez que as funções afins e os gráficos de funções estão definidos, e visto alguns exemplos, naturalmente surge uma pergunta: Qual será a forma do gráfico de uma função afim? Será que existe uma forma padrão? Para responder essas questões, tem-se o seguinte resultado.

Proposição 1. O gráfico de uma função afim $f: x \mapsto ax + b$ é uma reta.

Demonstração. Sejam $P_1 = (x_1, ax_1 + b)$, $P_2 = (x_2, ax_2 + b)$ e $P_3 = (x_3, ax_3 + b)$ três pontos quaisquer do gráfico dessa função. Supondo que $x_1 < x_2 < x_3$, pela fórmula da distância entre dois pontos, tem-se que

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + a^2(x_2 - x_1)^2} = (x_2 - x_1)\sqrt{1 + a^2},$$

$$d(P_3, P_2) = (x_3 - x_2)\sqrt{1 + a^2}$$

e

$$d(P_1, P_3) = (x_3 - x_1)\sqrt{1 + a^2}$$

Daí, segue que

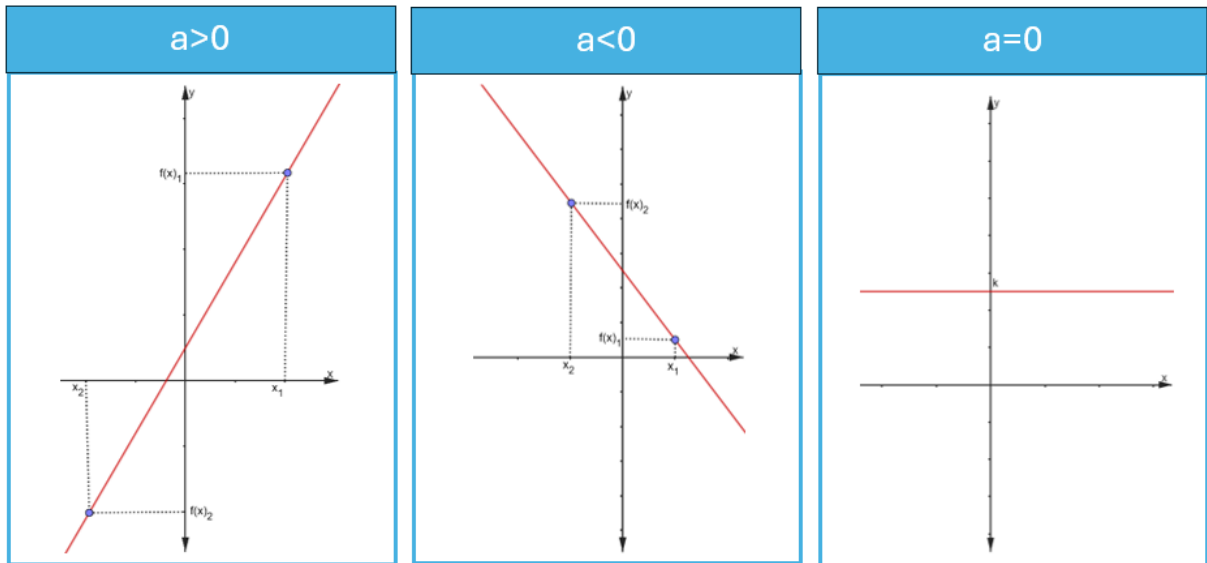
$$d(P_1, P_3) = d(P_1, P_2) + d(P_2, P_3).$$

Isto é, P_1, P_2 e P_3 são colineares. Logo, o gráfico da função $f: x \mapsto ax + b$ é uma reta.

Geometricamente falando, b é a ordenada do ponto onde a reta - gráfico da função afim - intersecta o eixo OY do plano cartesiano. O coeficiente a chama-se coeficiente angular dessa reta, que é sua inclinação em relação ao eixo OX . Tal coeficiente determina se a função afim f é crescente, decrescente ou constante.

Quando $a > 0$, o gráfico da função afim é uma reta ascendente, isto é, f é crescente se, e somente se, $\forall x_1, x_2 \in D(f), x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$. Se $a < 0$, o gráfico da função afim é uma reta descendente, isto é, f é decrescente se, e somente se, $\forall x_1, x_2 \in D(f), x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$. Por outro lado, quando $a = 0$, o gráfico da função afim é uma reta paralela a Ox , isto é, f é constante se, e somente se, $\forall x \in D(f), f(x) = k$. para algum $k \in \mathbb{R}$ (Figura 4).

Figura 4 - Gráfico da função afim.



Fonte: elaborada pela autora (2024)

O coeficiente a da função afim pode ser determinado também a partir de valores $f(x_1)$ e $f(x_2)$ que a função f assume em dois pontos distintos x_1 e x_2 . De fato, tendo

$$f(x_1) = ax_1 + b \text{ e } f(x_2) = ax_2 + b,$$

obtém-se

$$f(x_2) - f(x_1) = a(x_2 - x_1).$$

Assim,

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{(x_2 - x_1)}.$$

Deste modo, o coeficiente a chama-se *taxa de variação* da função f no intervalo de extremos x_1 e x_2 .

Definição 4. Em uma função $f : X \rightarrow Y$, um valor de $x \in X$ tal que $f(x) = 0$ é chamado zero da função f .

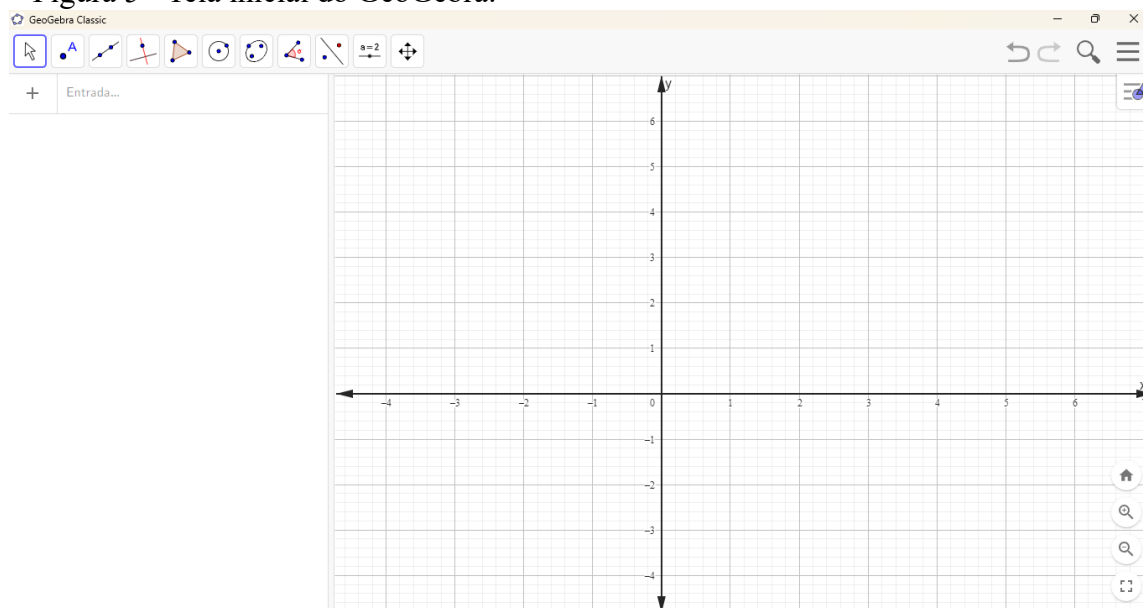
Exemplo 7. Seja uma função afim definida por $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, o zero dessa função é dado por $x = -\frac{b}{a}$.

4.2 Verificando o comportamento do gráfico da função afim com auxílio do GeoGebra

Os coeficientes a e b de uma função afim definida por $f(x) = ax + b$ influenciam diretamente o comportamento de seu gráfico. Nesta seção, com o auxílio do GeoGebra, serão observadas as transformações ocorridas no plano de acordo com variações de tais coeficientes.

Inicialmente, ao abrir o programa, aparece a tela apresentada pela Figura 5. Na parte superior, há as opções de ferramentas; no lado esquerdo, o campo de entrada e a janela de álgebra, onde aparecem as funções e objetos estudados; e, no lado direito, está localizada a janela de visualização, local em que aparecem os desenhos geométricos planos ou espaciais.

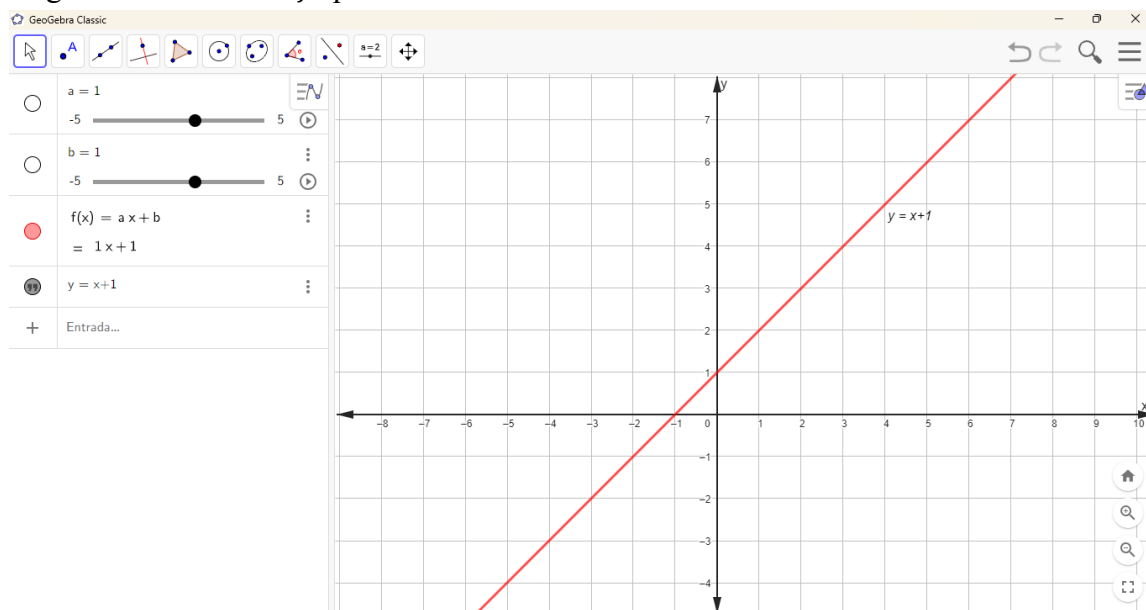
Figura 5 - Tela inicial do GeoGebra.



Fonte: elaborada pela autora (2023)

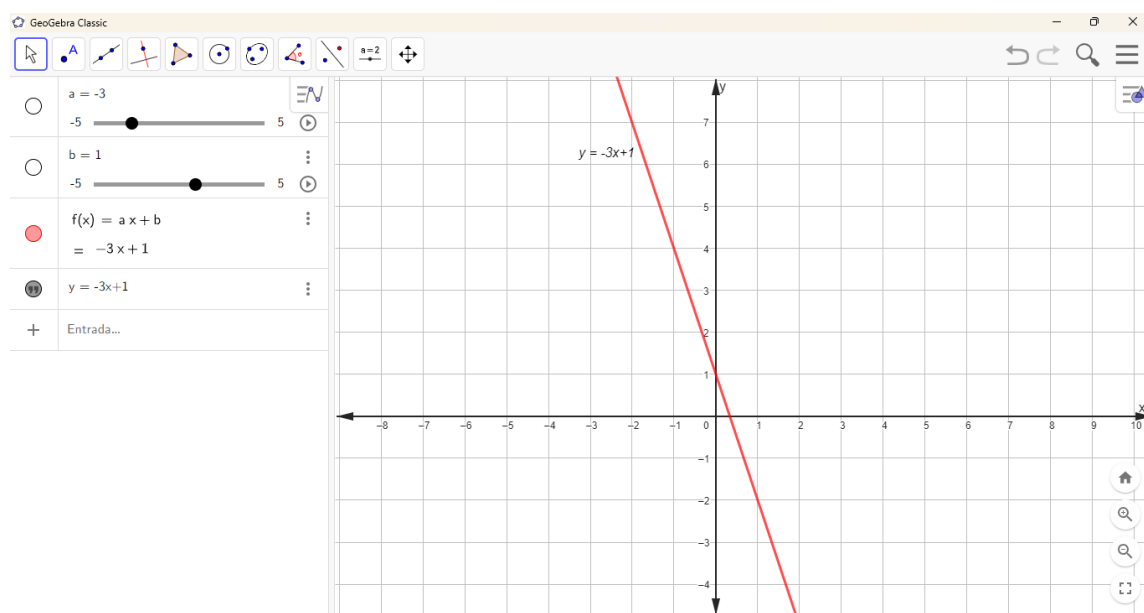
Neste primeiro momento, será observada a influência do coeficiente a da função afim f . Para isso, deve-se digitar no campo de entrada do GeoGebra a função $f(x) = ax + b$. Automaticamente, será criado um controle deslizante para os coeficientes da função. Ao alterar a posição do ponto ao longo do controle, são alterados valores de a . Neste primeiro momento, o coeficiente b foi fixado em 1. Observe o que acontece no gráfico de f nas Figuras 6 e 7.

Figura 6 - Gráfico de f quando $a = 1$



Fonte: elaborada pela autora (2023)

Figura 7 - Gráfico de f quando $a = -3$.

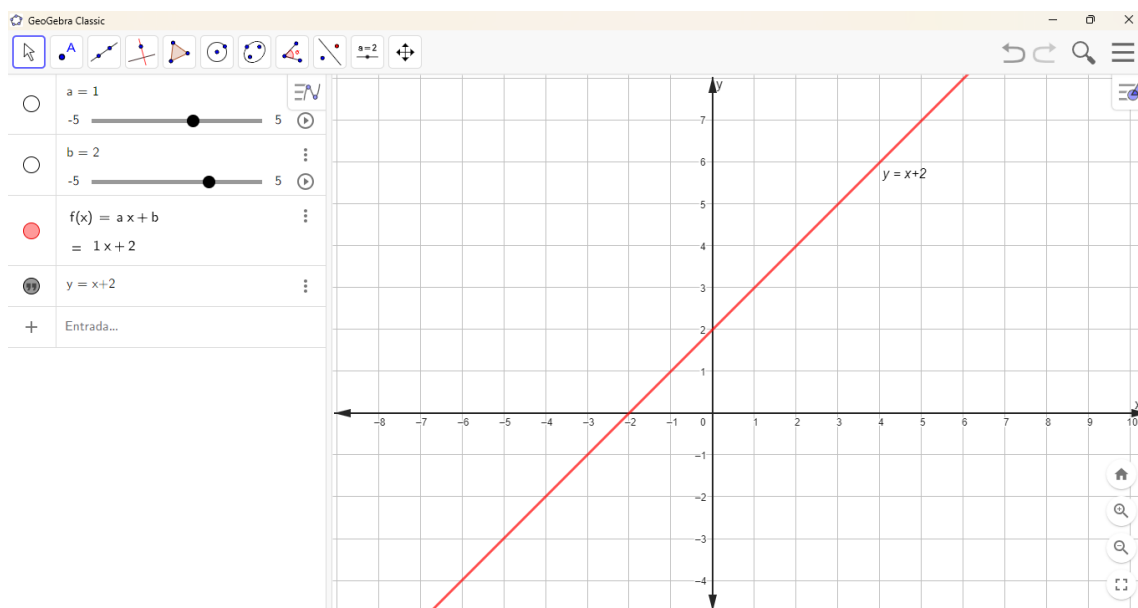


Fonte: elaborada pela autora (2023)

Confirmando o que foi tratado na seção anterior, observa-se que o coeficiente a altera o gráfico da função no que se refere ao fato de a função ser crescente, decrescente ou constante.

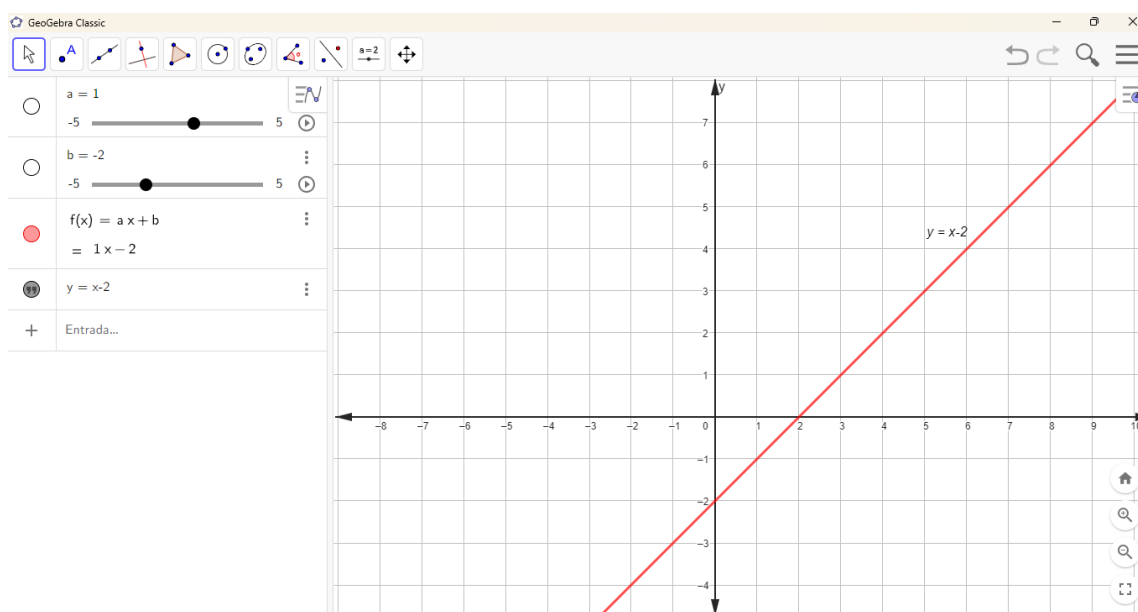
Para analisar a influência do coeficiente b no gráfico da função afim, será fixado o coeficiente $a = 1$, definindo a função $f(x) = x + b$. Movimentado o controle deslizante b são observadas as seguintes variações no gráfico da função.

Figura 8 - Gráfico de f quando $b = 2$.



Fonte: elaborada pela autora (2023)

Figura 9 - Gráfico de f quando $b = -2$.



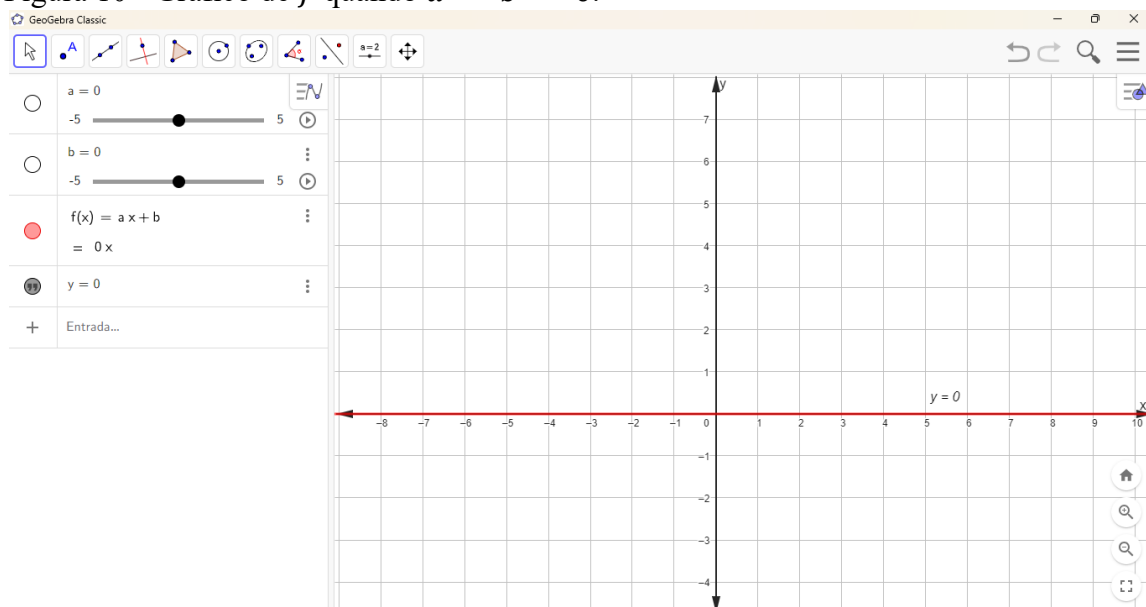
Fonte: Autora do trabalho (2023).

Nota-se que o coeficiente b influencia na movimentação do gráfico para cima ou para baixo, de modo a determinar o ponto interseção da reta com o eixo OY . De modo particular, quando $b = 0$ a função é denominada linear.

Continuando no campo de entrada com a função $f(x) = ax + b$, os controles deslizantes a e b , que representam os coeficientes da função afim, serão movimentados

simultaneamente. Perceba, na Figura 10, que, quando são tomados $a = b = 0$, o gráfico dessa função é uma reta localizada sobre o eixo OX .

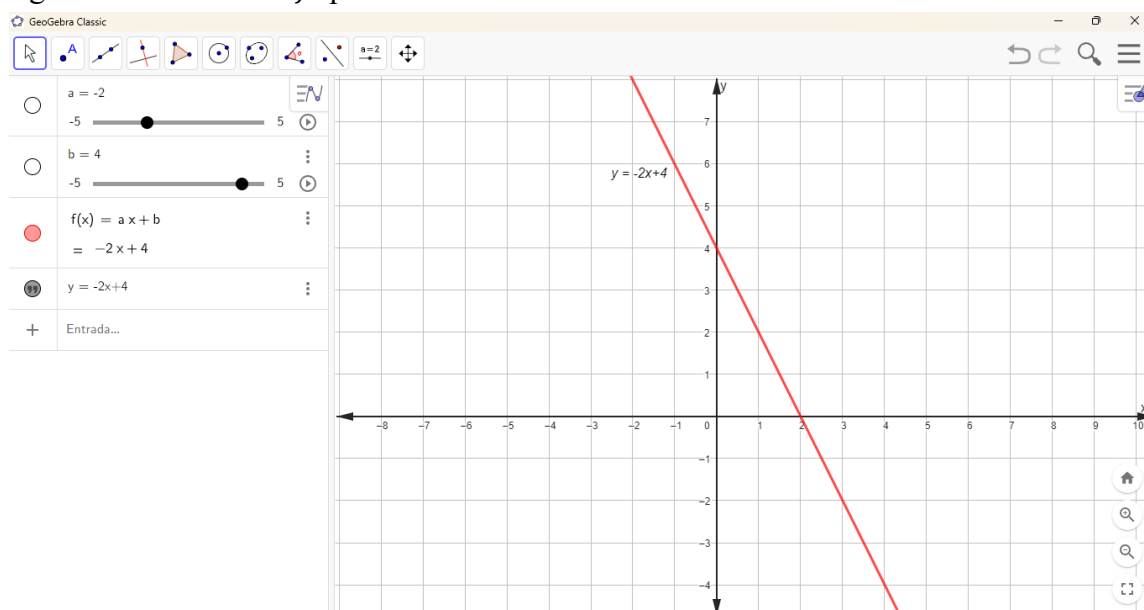
Figura 10 - Gráfico de f quando $a = b = 0$.



Fonte: elaborada pela autora (2023)

Movimentando novamente ambos os controles deslizantes, será verificada a influência dos coeficientes juntos em uma única função. Fixando $a = -2$ e $b = 4$, é obtida a função $f(x) = -2x + 4$, cujo gráfico está representado na Figura 11.

Figura 11 - Gráfico de f quando $a = -2$ e $b = 4$.



Fonte: elaborada pela autora (2023)

Veja que, como o coeficiente a é um número negativo, a função é decrescente. Além disso, a reta que representa o gráfico dessa função intersecta o eixo OY em 4, exatamente o valor do coeficiente b da função. Também observe que o zero da função é a abscissa do ponto em que o gráfico intersecta o eixo x , neste caso, $x = 2$. Para ver mais transformações no gráfico da função afim conforme são alterados seus coeficientes, clique no link² e movimente os controles deslizantes.

Sabendo que diferentes recursos didáticos são necessários e de extrema importância para a compreensão do conteúdo de funções em suas diferentes formas de representação, no próximo capítulo será apresentado um kit didático – Tábua Magnética de funções – através do qual será propiciada a estudantes com deficiência visual a observação do comportamento do gráfico de funções afins de acordo com a variação de seus coeficientes.

² <https://www.geogebra.org/m/gvqfr2kk>

5 A TÁBUA MAGNÉTICA DE FUNÇÕES COMO INSTRUMENTO PARA PROMOVER A INCLUSÃO EM SALA DE AULA

5.1 Conhecendo o kit para uso em sala de aula

Tendo em vista a necessidade que os alunos com deficiência visual apresentam na compreensão do gráfico de funções reais, em particular das funções afins, neste capítulo será apresentada a Tábua Magnética de Funções, kit desenvolvido com o intuito de auxiliá-los no processo de aprendizagem desse objeto de estudo, através do qual os estudantes poderão, aprofundar o conhecimento sobre a localização de pontos no plano cartesiano e compreender o comportamento do gráfico das funções à medida que são modificados seus coeficientes. É importante ressaltar que tal kit pode ser utilizado por alunos videntes, uma vez que “a aula inclusiva é aquela que não precisa ser adaptada para o estudante cego, para o estudante surdo ou para qualquer outro estudante; longe disso, ela é acessível a todos e deve assegurar a aprendizagem de forma justa, conforme as especificidades de cada um” (Landin; Maia; Sousa, 2023, p. 4).

O kit (Figura 12) é formado por: um plano cartesiano em aço inoxidável; um esquadro; dez ímãs de neodímio; uma barra de ferro; um manual do usuário (Apêndice A); uma ficha de atividades do professor (Apêndice B); uma ficha de exercícios do estudante digitada (Apêndice C); uma ficha de exercícios do estudante em braile, um manual do usuário em Braille.

Figura 12 – Tábua magnética de funções



Fonte: elaborada pela autora (2024)

Para a confecção do material, houve a colaboração da Oficina de Experimentos

Didáticos em Física, na pessoa de José Geraldo Brito Cavalcante. Nesse processo, observa-se a importância do uso das tecnologias como aliadas dos profissionais da educação, nas quais pode ser visto “além da possibilidade de atrair a atenção dos alunos, um caminho para efetivar um processo de ensino/aprendizagem”. (Calazans; Martins, 2021, p. 47)

É importante destacar que os eixos do plano cartesiano e o esquadro foram produzidos com filamentos de PLA (ácido polilático, que é um dos materiais mais utilizados na impressão 3D). Inicialmente, as peças são modeladas em um software CAD (Computer-Aided Design), que possui técnicas capazes de representar virtualmente objetos físicos. Após a modelagem, o arquivo da peça é convertido na extensão .STL, que é o arquivo adequado para fabricação aditiva por camadas. O arquivo com extensão .STL é exportado para um software fatiador, que por sua vez, literalmente corta o arquivo do modelo .STL em fatias de 0,2mm. O arquivo resultante do fatiamento é um .GCODE: arquivo de texto que traz todas as coordenadas que a impressora 3D necessita para fazer os trajetos de fabricação fatia a fatia. O arquivo .GCODE é transferido para um cartão de memória e inserido na impressora 3D, e então, está pronto para ser fabricado ao comando de iniciar impressão.

É imprescindível, em todo esse processo de modelagem e impressão, que se pense na necessidade do estudante e na funcionalidade do material. Segundo Ferronato (2002, p. 34), o estudante com deficiência visual “enxerga a partir do que pode tocar. É com as mãos que procura amenizar as dificuldades oriundas da sua restrição sensorial”. Para isso, tanto os eixos do plano cartesiano quanto o esquadro foram produzidos de modo que permitam ao aluno identificar com o tato as unidades de cada eixo através de alterações na espessura no relevo (Figura 13).

Figura 13 – Eixos da Tábua magnética de funções

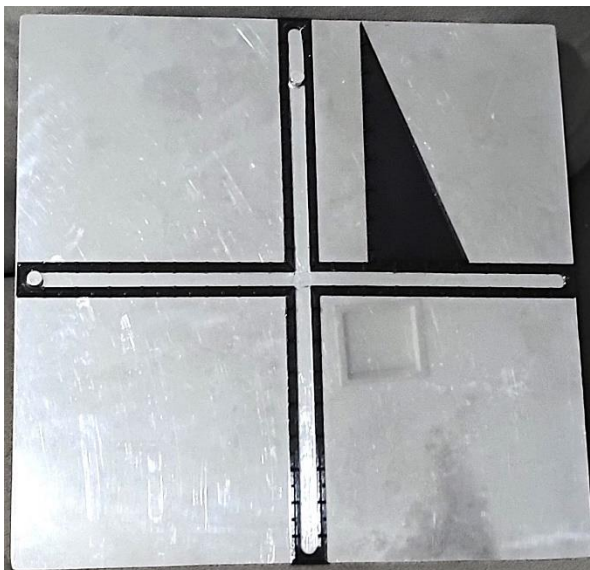


Fonte: elaborada pela autora (2024)

Para localizar pontos no plano cartesiano, deve-se utilizar o esquadro, que também

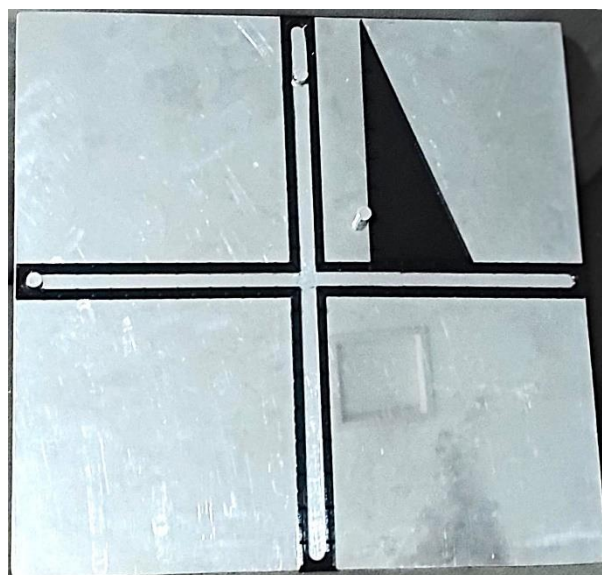
possui a escala em alto relevo, movimentando-o ao longo dos quadrantes alinhado aos eixos (Figura 14). Ao posicionar o esquadro na localização desejada, marque o ponto com um ímã de neodímio (Figura 15). Repita isso quantas vezes for necessário.

Figura 14 – Uso do esquadro



Fonte: elaborada pela autora (2024)

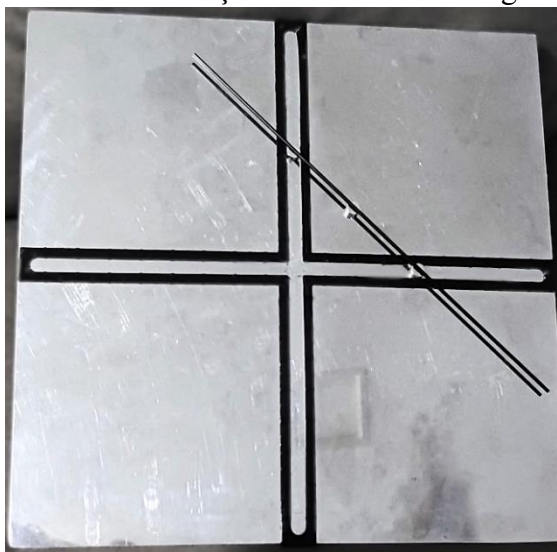
Figura 15 – Marcação de pontos



Fonte: elaborada pela autora (2024)

E, para esboçar o gráfico de funções afins, após marcar pelo menos dois pontos no plano cartesiano, deve posicionar a barra em aço sobre os ímãs, conforme a Figura 16.

Figura 16 – Gráfico de função afim na Tábua magnética de funções



Fonte: elaborada pela autora (2024)

Na próxima seção, será apresentada uma sequência didática, composta por “um conjunto estruturado de atividades cuidadosamente planejadas, interligadas e desenvolvidas de forma sequencial” (Cardoso, 2024, p. 11) cujo principal objetivo é promover a inclusão de pessoas com deficiência visual nas aulas de matemática com o auxílio de recursos táteis, neste caso, utilizando a Tábua Magnética de funções.

5.2 Sequência didática

Público-alvo

Estudantes da 1ª série do ensino médio.

Conteúdos

- Localização de pontos no plano cartesiano;
- Função afim.

Habilidades da BNCC

- (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica;

- (EM13MAT302) Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais.

Objetivos

- Localizar corretamente pontos no plano cartesiano;
- Compreender o comportamento do gráfico de funções afins;
- Estabelecer relação entre as representações algébricas e geométricas da função afim;
- Promover a inclusão de estudantes com deficiência visual nas aulas de matemática com o auxílio de materiais táteis.

Pré-requisitos

- Domínio, contradomínio e conjunto imagem de uma função;
- Definição de função afim.

Desenvolvimento

1º momento: Ao serem ministradas aulas sobre os conceitos iniciais e definição de função afim, é importante que o docente leve em consideração que, por se tratar de sala de aula regular, para que o estudante com deficiência compreenda os conceitos trabalhados, deve-se verbalizar de forma clara e detalhada todas as operações e procedimentos envolvidos e permitir que o estudante, assim como os demais, tenha erros e acertos durante o processo. Em seguida, para abordar a localização de pontos no plano cartesiano, apresente exemplos e utilize também questões contextualizadas para serem resolvidas com o auxílio da Tábua magnética de funções. Divida a turma em grupos para a realização desta atividade. Abaixo, serão apresentadas situações que podem ser trabalhadas neste momento. As situações devem ser impressas e entregues aos grupos. Os materiais estão disponíveis nos apêndices.

Situação 1: Paula representou seu bairro utilizando o plano cartesiano. Sabendo que os pontos $A(0,0)$, $B(4,2)$, $C(-2,3)$ e $D(-3,1)$ correspondem, respectivamente, à casa de Paula, à escola, à academia e ao supermercado, marque esses pontos no plano cartesiano.

Situação 2: Indique em qual quadrante do plano cartesiano cada ponto abaixo se localiza.

- a) $(2,3)$ b) $(-5,1)$ c) $(4,-2)$ d) $(1,5)$ e) $(-3,-3)$

2º momento: Na aula seguinte, novamente a turma deve ser dividida em grupos para que sejam construídos os gráficos de funções afins por meio do kit. Inicialmente, mostre aos alunos como fazer esse esboço do gráfico. Em seguida, cada grupo deve esboçar o gráfico das funções abaixo seguindo o cronograma que será apresentado em seguida.

$$a) y = 3x$$

$$b) y = -3x$$

$$c) f(x) = 3$$

$$d) f(x) = 2x + 4$$

$$e) g(x) = 2x - 4$$

$$f) h(x) = x$$

Para iniciar a atividade, peça que os alunos esbocem os gráficos das funções dos itens a), b) e c). Em seguida, deve ser feita uma discussão desses gráficos, levando os estudantes a observarem suas semelhanças e diferenças e como o coeficiente a de uma função afim definida por $f(x) = ax + b$ interfere em seu comportamento. Aproveite este momento também para conceituar função linear e constante. Logo abaixo, são apresentados questionamentos que podem nortear essa discussão:

- 1- Observando os gráficos, podemos classificar as retas em três grupos conforme sua inclinação. Qual seria essa classificação?
- 2- Quais as diferenças entre as leis de formação dessas funções e entre seus gráficos? O que podemos concluir com isso?

Agora é o momento de trabalhar com as funções dos itens d), e) e f), quando deve-se permitir que o aluno identifique a influência do coeficiente b para a compreensão do gráfico (pode-se retomar os exemplos anteriores também para fazer uma comparação) e compreenda o conceito de função identidade. São citados, em seguida, alguns questionamentos que podem ser feitos.

- 3- Compare as funções dos itens d) e e). Qual a diferença entre suas leis de formação e entre seus gráficos? O que podemos concluir com isso?
- 4- E, ao observar o gráfico da função do item f), qual a característica particular dessa função? Qual nome se dá a esse tipo de função?

3º momento: Após serem ministradas aulas sobre o zero da função afim, serão esboçados gráficos para que se verifique onde se localiza tal valor. Para isto, faça um primeiro exemplo mostrando aos estudantes o cálculo do zero da função $f(x) = x + 1$ e, em seguida, determine pontos que pertençam ao gráfico dessa função - inclusive o ponto $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$ - e faça o esboço.

Em seguida, apresente a função $f(x) = 2x + 4$ pedindo que os grupos de estudantes façam o cálculo do zero da função e esboquem seu gráfico determinando alguns pontos, inclusive

utilizando $x = -2$. Leve-os a concluir que o zero da função corresponde ao ponto de interseção do gráfico com o eixo OX .

4º momento: Este é o momento de resolver questões relacionadas ao comportamento do gráfico da função afim de forma contextualizada. Sempre visando a socialização e o trabalho em conjunto, os estudantes permanecem divididos em grupos para esta atividade.

Situação 1: Em uma pesquisa sobre a velocidade de digitação em teclados físicos, cujos dados foram coletados por pesquisadores da Universidade Aalto, na Finlândia, e da Universidade de Cambridge, observou-se que os usuários mais rápidos no estudo digitaram 120 palavras por minuto. (Fonte: <https://www.cam.ac.uk/research/news/what-makes-a-faster-typist?undefined>)

Sabendo que a função que indica a quantidade d de palavras digitadas em função do tempo t , em minutos, de um usuário mais rápido é $d = 120t$, o gráfico que representa essa situação é:

Situação 2: Durante o ano de 2024, o valor da mensalidade de uma escola de natação é R\$150,00. Caso o pagamento seja realizado após a data de vencimento, é cobrada uma multa de R\$10,00 mais R\$1,00 por dia de atraso. Determine a lei de formação da função que representa essa situação e represente-a graficamente.

Situação 3: (Enem–2010 - Adaptada) As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Considerando que a lei $y = 18 - 2x$ determina o número de sacolas y , em bilhões, consumidas em função do número x de anos, após 2007, represente o gráfico que descreve essa situação e determine após quantos anos o uso das sacolas será igual a zero.

Tempo de execução

1º momento: 2 aulas.

2º momento: 3 aulas.

3º momento: 1 aula.

4º momento: 2 aulas.

6 CONCLUSÃO

Os resultados do Saeb 2021 apresentam o déficit existente em relação ao nível de aprendizado de matemática dos estudantes e que há um longo caminho a ser seguido em busca da aprendizagem significativa e efetiva. Diante disso, é exigido que os professores desenvolvam práticas e metodologias inovadoras visando melhorias nesse sentido. No entanto, é notório que há vários outros fatores que geram essas lacunas: salas de aulas lotadas, problemas na formação inicial de professores, dificuldades de abstração dos alunos, falta de familiaridade com a linguagem matemática, entre outros.

Quando se fala em estudantes com deficiência, os obstáculos são ainda maiores. Vale ressaltar que esses obstáculos não se referem à deficiência dos alunos, mas sim à falta de condições para atendê-los. Além dos problemas citados anteriormente, estudantes com deficiência e seus professores se deparam no cotidiano com infraestrutura escolar inadequada, falta de metodologias e de recursos adaptados para facilitar o processo de ensino-aprendizagem.

Nesse sentido, a Tábua Magnética de funções aparece como um instrumento cujo objetivo é promover a inclusão de pessoas com deficiência visual nas aulas de matemática – inicialmente, no estudo de função afim. É importante destacar que a inclusão aqui citada não se refere a tratar o aluno com deficiência de forma diferente, mas sim de fornecer um instrumento e uma proposta metodológica que respeite suas particularidades, tornando-o construtor de seu próprio conhecimento e não apenas um número na estatística da inclusão.

Sem dúvidas, nos ambientes escolares há diversos instrumentos que permitem aos estudantes um contato direto com a matemática, de forma concreta. No entanto, a Tábua Magnética de Funções se apresenta como um recurso distinto dos demais principalmente no que se refere à precisão de localização de pontos no plano cartesiano e ao esboço dos gráficos das funções, o que é de suma importância para estudantes com deficiência visual, o público-alvo desta pesquisa.

Desde a fundamentação teórica até a produção do kit, foram levadas em consideração as necessidades e características do público-alvo. Pessoas com deficiência visual dão significados aos conceitos a partir do toque; por meio de diferentes texturas e materiais, a Tábua Magnética de Funções, em conjunto com a sequência didática apresentada, propiciará ao estudante visualizar o comportamento do gráfico das funções afins. Este é o início de um processo em busca de melhores recursos e metodologias para nossos estudantes. O próximo objetivo é colocar este material em prática e expandir para o estudo de outros tipos de funções.

Desta forma, é imprescindível que profissionais da educação se mobilizem para o desenvolvimento de metodologias que incentivem seus estudantes e que os façam sentir acolhidos e capazes. E sobretudo, é urgente que as políticas de inclusão excludentes que há hoje em nossa sociedade sejam revistas, visando o respeito à dignidade e fornecendo as condições necessárias para que todos os estudantes tenham seu direito à educação de qualidade respeitado.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Cínthia Soares de. **Dificuldades de aprendizagem em matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. 2006. 13 f. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2006. Disponível em: <https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/handle/10869/1766> Acesso em: 30 out. 2023.
- ALMEIDA, Janaína Rodrigues de; BARBOSA, Jaquellyne da Silva; SBAIZ, Vinicius Henrique. A quantidade de estudantes em sala de aula interfere no aprendizado? *In*: KAPLAN, Robert; KAPLAN, Ellen; COMIM, Flavio (orgs.). **Matemática é liberdade: the math circle e o círculo da matemática do Brasil**. Porto Alegre, RS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto TIM, 2020. p. 255-272.
- ARAÚJO, Luis Fernando Ferreira de; AGUIAR, Rogerio de. O processo de formação de representações identificáveis para o ensino de função quadrática para estudantes cegos. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, v. 29, n. 67, e296702, 2023. Disponível em: <http://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/issue/view/126> . Acesso em: 08 out. 2023.
- ARAÚJO, Tiago Santos de. **Uso da plataforma Geogebra como ferramenta de ensino e aprendizagem de Matemática para o ensino fundamental e o ensino médio**. 2021. 33 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto de Matemática, Curso de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2021.
- BONJORNIO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: conjuntos e funções: ensino médio: manual do professor: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. São Paulo: FTD, 2020.
- BRANDÃO, Jorge Carvalho. **Matemática e deficiência visual**. 2010. 150 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010.
- BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidente da República, [2016]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em: 04 out. 2023.
- BRASIL. [Estatuto da pessoa com deficiência (2015)]. **Lei brasileira de inclusão da pessoa com deficiência** [recurso eletrônico]: Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015, que institui a Lei brasileira de inclusão da pessoa com deficiência (Estatuto da pessoa com deficiência). Brasília: Câmara dos Deputados, Edições Câmara, 2015. (Série legislação; n. 200).
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília : MEC / SEF, 1998.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos PCN – Ciência da natureza, matemática e suas tecnologias**, Brasília: MEC, 2006.
- CALAZANS, Alex; MARTINS, Caio Alberto. O uso da tecnologia de impressão 3D na

educação: pressupostos conceituais a partir da teoria do duplo aspecto de Andrew Feenberg. **Revista Dialectus**, Ano 10, n. 23, p. 33-53, maio/ago. 2021.

CARDOSO, Mikaelle Barboza. **Sequências didáticas**: orientações para iniciantes na pesquisa em educação matemática. Iguatu, CE: Quipá Editora, 2024.

FERRONATO, Rubens. **A construção de instrumento de inclusão no ensino de matemática**. 2002. 139f. Dissertação (Mestrado em Engenharia em Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

FRANZIN, Rozelaine Fatima, MELKE, Caroline. Ensino-aprendizagem De Alunos Com Deficiência Visual: Proposta Inclusiva Por Meio Da Geometria. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 3, p. 1–20, 2021. DOI: 10.26843/rencima.v12n3a17. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2884>. Acesso em: 12 out. 2023.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Brasília. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br>. Acesso em: 22 out. 2023.

LANDIM, Evanilson; MAIA, Lícia de Souza Leão; SOUSA, Wilma Pastor de Andrade. O desenvolvimento de competências em trigonometria por estudantes cegos. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, v. 29, n. 67, e296702, 2023. Disponível em: <http://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/issue/view/126> . Acesso em: 12 out. 2023.

LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LIMA, Elon Lages *et al.* **A matemática do ensino médio Vol 1**. 8. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.

MEZACASA, Valéria. VARRIALE, Maria Cristina. **Trabalhando com Funções Do 1º Grau de forma divertida**. 2015. 25f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para a formação do professor de matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/134099/000984922.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 25 nov. 2023.

NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius; PAVANELLO, Regina Maria; OLIVEIRA, Lucilene Adorno de. Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. In: BRANDT, Celia Finck, MORETTI, Mércles Thadeu (orgs). **Ensinar e aprender matemática**: possibilidades para a prática educativa [online]. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. 307 p. ISBN 978-85-7798-215-8. Disponível em: <https://static.scielo.org/scielobooks/dj9m9/pdf/brandt-9788577982158.pdf> Acesso em: 24 out. 2023.

NUNES, Sylvia; LOMÔNACO, José Fernando Bitencourt. O aluno cego: preconceitos e potencialidades. **Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 55-64, jan./jun. 2010.

OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, SBEM, ano 9, n. 12, p. 35 – 39, jun. 2002.

PALMEIRA, Cátia Aparecida; MILLI, Elcio Pasolini. Panorama internacional de publicações sobre a educação matemática de aprendizes cegos. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, v. 29, n. 67, e296709, 2023. Disponível em: <http://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/issue/view/126> . Acesso em: 07 out. 2023.

PEREIRA, Maíra Kelly da Silva. **Ensino de geometria para alunos com deficiência visual: análise de uma proposta de ensino envolvendo o uso de materiais manipulativos e a expressão oral e escrita**. 2012. 186 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

PORTAL QEDU. Disponível em: <https://qedu.org.br/brasil/ideb> Acesso em: 22 out. 2023.

REGINA, Tânia. **Apostila Sistema Braille de leitura e escrita: noções básicas**. São Paulo: [s. n.], 2022.

RIBEIRO, Jeferson Luis. **Abordagem do conceito de funções: uma análise de livros didáticos à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. Valença- BA: IFBA, 2019.

SANTANA, Amanda Patricia Gomes; LIRA, Maria Tatianne da Silva. Preparação para o Enem em meio ao isolamento social: como os alunos da 3ª série de uma escola da rede pública de Girau do Ponciano lidam com as aulas remotas. *In: SEMANA INTERNACIONAL DE PEDAGOGIA 2020*, 7., 2021, Maceió - AL (on-line). **Anais [...]**. Maceió: Ufal, 2021. p. 1-12. Disponível em: <https://www.doity.com.br/anais/vii-semana-internacional-de-pedagogia-2020/trabalho/172922> Acesso em: 24 out. 2023.

SILVA, Luciana Barbosa Lima da. **Etnomatemática**. Lorena – SP, 2008. Disponível em: <https://sistemas.eel.usp.br/bibliotecas/monografias/2008/MMA08008.pdf> Acesso em: 24 out. 2023.

SILVA, Luciene Maria da. Qualquer maneira de ler vale a pena: sobre leituras, leitores e leitores cegos. **Anped**, PUC - SP, 2008. Disponível em: <https://anped.org.br/biblioteca/qualquer-maneira-de-ler-vale-a-pena-sobre-leituras-leitores-e-leitores-cegos/> Acesso em: 06 dez. 2023.

TODOS PELA EDUCAÇÃO. **Aprendizagem na Educação Básica: detalhes do contexto pré-pandemia**. 2021. Disponível em: <https://todospelaeducacao.org.br/wordpress/wp-content/uploads/2021/09/relatorio-de-aprendizagem.pdf> Acesso em: 24 out. 2023.

TURELLA, Celis Ferreira; CONTI, Keli Cristina. Matemática e a Deficiência Visual: Atividades Desenvolvidas com o Material Dourado. **Benjamin Constant**, Rio de Janeiro, n. 52, 2012. Disponível em: <http://revista.ibc.gov.br/index.php/BC/article/view/399>. Acesso em: 08 out. 2023.

VISSOSSI, Alessandra Aparecida; LIMA, Hylea de Camargo Vale Fernandes. O livro didático em braille e o processo de adaptação: uma tecnologia assistiva para a sala de aula. **Revista Diálogos e Perspectivas em Educação Especial**, v. 11, n. 1, e0240002, 2024.

APÊNDICE A – MANUAL DO USUÁRIO DO KIT

Manual do usuário

Prezado usuário, a Tábua magnética de funções(Figura 1) tem como objetivo auxiliá-lo nos estudos de Plano Cartesiano e gráficos de funções. Para isto, temos os seguintes itens:

- 1 plano cartesiano em aço inoxidável;
- 10 ímãs de neodímio;
- 1 esquadro;
- 1 barra em aço;
- 1 manual do usuário;
- 1 guia do professor;
- 1 ficha de exercícios do estudante.

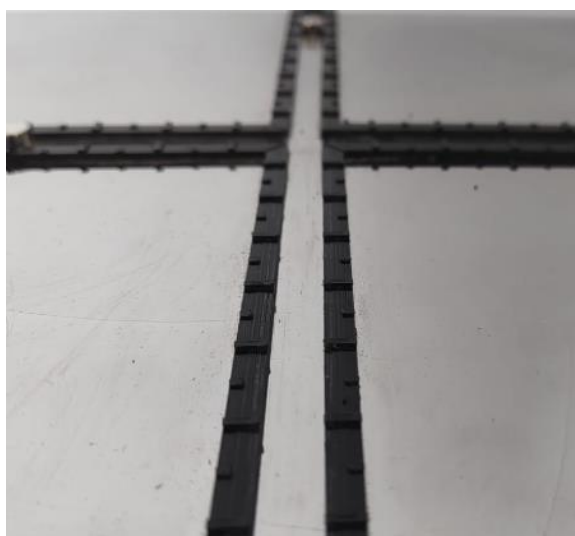
Figura 1



Modo de usar

Cada eixo (Figura 2) do plano possui a escala em alto relevo para que o estudante identifique as unidades. Para localizar pontos no plano cartesiano, utilize o esquadro, que também possui a escala em alto relevo, movimentando-o ao longo dos quadrantes alinhado aos eixos (Figura 3) Ao posicionar o esquadro na localização desejada, marque o ponto com um ímã de neodímio (Figura 4). Repita isso quantas vezes for necessário.

Figura 2



Para marcar pontos sobre os eixos do plano cartesiano, arraste os ímãs posicionando-os da forma desejada. Mantenha no máximo dois ímãs na região interna dos eixos, pois eles são de

alta atração e podem gerar dificuldades para serem retirados,

Figura 4

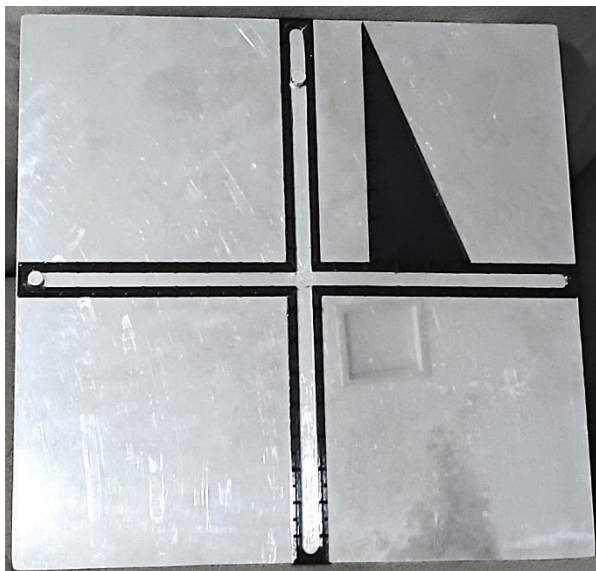
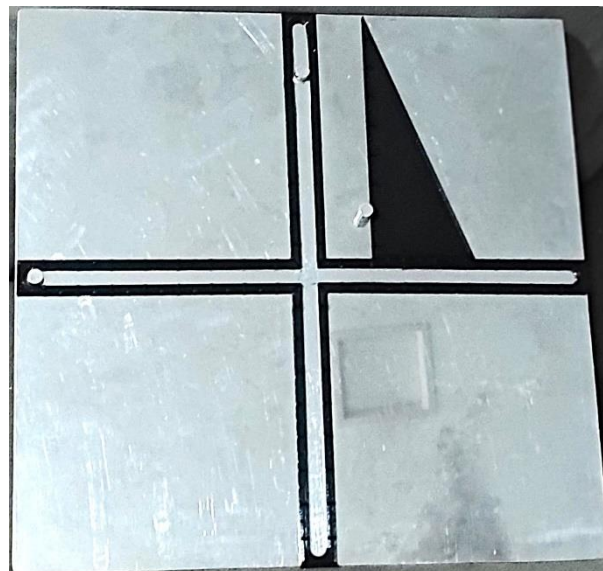
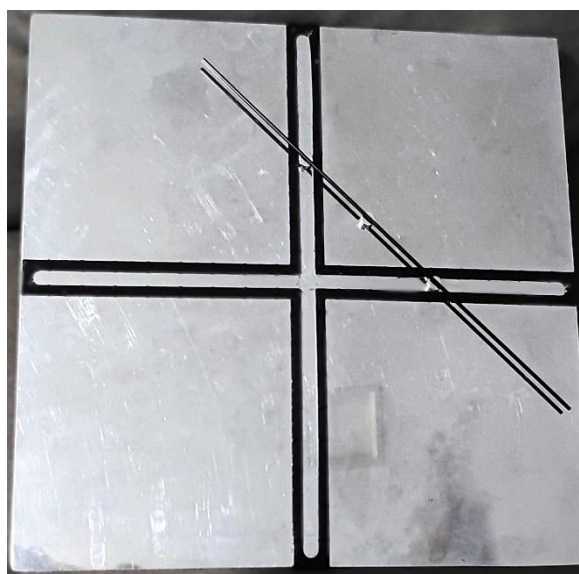


Figura 3



E, para esboçar o gráfico de funções afins, após marcar pelo menos dois pontos no plano cartesiano, deve posicionar a barra em aço sobre os ímãs, conforme a Figura 5.

Figura 5



APÊNDICE B – FICHA DE ATIVIDADES DO PROFESSOR

1º momento: Após serem ministradas aulas sobre os conceitos iniciais e definição de função afim, é importante que os estudantes dominem a localização de pontos do plano cartesiano. Para isso, apresente exemplos e utilize também questões contextualizadas para serem resolvidas com o auxílio da Tábua Magnética de Funções. Divida a turma em grupos para a realização desta atividade. Abaixo, serão apresentadas situações que podem ser trabalhadas neste momento. As situações devem ser impressas e entregues aos grupos. Os materiais estão disponíveis nos apêndices.

Situação 1: Paula representou seu bairro utilizando o plano cartesiano. Sabendo que os pontos $A(0,0)$, $B(4,2)$, $C(-2,3)$ e $D(-3,1)$ correspondem, respectivamente, à casa de Paula, à escola, à academia e ao supermercado, marque esses pontos no plano cartesiano.

Situação 2: Indique em qual quadrante do plano cartesiano cada ponto abaixo se localiza.

b) $(2,3)$ b) $(-5,1)$ c) $(4,-2)$ d) $(1,5)$ e) $(-3,-3)$

2º momento: Na aula seguinte, novamente a turma deve ser dividida em grupos para que sejam construídos os gráficos de funções afins por meio do kit. Inicialmente, mostre aos alunos como fazer esse esboço do gráfico. Em seguida, cada grupo deve esboçar o gráfico das funções abaixo seguindo o cronograma que será apresentado em seguida.

a) $y = 3x$ b) $y = -3x$ c) $f(x) = 3$

d) $f(x) = 2x + 4$ e) $g(x) = 2x - 4$ f) $h(x) = x$

Para iniciar a atividade, peça que os alunos esbocem os gráficos das funções dos itens a), b) e c). Em seguida, deve ser feita uma discussão desses gráficos, levando os estudantes a observarem suas semelhanças e diferenças e como o coeficiente a de uma função afim definida por $f(x) = ax + b$ interfere em seu comportamento. Aproveite este momento também para conceituar função linear e constante. Logo abaixo, são apresentados questionamentos que podem nortear essa discussão:

1- Observando os gráficos, podemos classificar as retas em três grupos conforme sua inclinação. Qual seria essa classificação?

Situação 2: Durante o ano de 2024, o valor da mensalidade de uma escola de natação é R\$150,00. Caso o pagamento seja realizado após a data de vencimento, é cobrada uma multa de R\$10,00 mais R\$1,00 por dia de atraso. Determine a lei de formação da função que representa essa situação e representa-a graficamente.

Situação 3: (Enem–2010 - Adaptada) As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Considerando que a lei $y = 18 - 2x$ determina o número de sacolas y , em bilhões, consumidas em função do número x de anos, após 2007, represente o gráfico que descreve essa situação e determine após quantos anos o uso das sacolas será igual a zero.

APÊNDICE C – FICHA DE EXERCÍCIOS DO ESTUDANTE

Ficha de exercícios do estudante

1º momento

Situação 1: Paula representou seu bairro utilizando o plano cartesiano. Sabendo que os pontos $A(0,0)$, $B(4,2)$, $C(-2,3)$ e $D(-3,1)$ correspondem, respectivamente, à casa de Paula, à escola, à academia e ao supermercado, marque esses pontos no plano cartesiano.

Situação 2: Indique em qual quadrante do plano cartesiano cada ponto abaixo se localiza.

- c) $(2,3)$ b) $(-5,1)$ c) $(4,-2)$ d) $(1,5)$ e) $(-3,-3)$

2º momento

Esboçar o gráfico das funções abaixo seguindo o cronograma que será apresentado pelo professor.

- a) $y = 3x$ b) $y = -3x$ c) $f(x) = 3$
d) $f(x) = 2x + 4$ e) $g(x) = 2x - 4$ f) $h(x) = x$

3º momento

Determinar o zero das funções abaixo e, em seguida, esboçar seus gráficos.

- a) $f(x) = x + 1$
b) $f(x) = 2x + 4$

4º momento

Situação 1: Em uma pesquisa sobre a velocidade de digitação em teclados físicos, cujos dados foram coletados por pesquisadores da Universidade Aalto, na Finlândia, e da Universidade de Cambridge, observou-se que os usuários mais rápidos no estudo digitaram 120 palavras por minuto.

Fonte: <https://www.cam.ac.uk/research/news/what-makes-a-faster-typist?undefined>

Sabendo que a função que indica a quantidade d de palavras digitadas em função do tempo t , em minutos, de um usuário mais rápido é $d = 120t$, o gráfico que representa essa situação é:

Situação 2: Durante o ano de 2024, o valor da mensalidade de uma escola de natação é R\$150,00. Caso o pagamento seja realizado após a data de vencimento, é cobrada uma multa de R\$10,00 mais R\$1,00 por dia de atraso. Determine a lei de formação da função que representa essa situação e representa-a graficamente.

Situação 3: (Enem–2010 - Adaptada) As sacolas plásticas sujam florestas, rios e oceanos e quase sempre acabam matando por asfixia peixes, baleias e outros animais aquáticos. No Brasil, em 2007, foram consumidas 18 bilhões de sacolas plásticas. Os supermercados brasileiros se preparam para acabar com as sacolas plásticas até 2016. Considerando que a lei $y = 18 - 2x$ determina o número de sacolas y , em bilhões, consumidas em função do número x de anos, após 2007, represente o gráfico que descreve essa situação e determine após quantos anos o uso das sacolas será igual a zero.