

Wesley Siqueira Ribeiro

Matemática Financeira e o Sistema de Amortização Constante

Vitória

2025

Wesley Siqueira Ribeiro

Matemática Financeira e o Sistema de Amortização Constante

Dissertação de mestrado apresentada ao
PROFMAT como parte dos requisitos exi-
gidos para a obtenção do título de Mestre em
Matemática

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL



PROFMAT

Orientador: Prof. Dr. Alcebíades Dal Col Júnior

Vitória

2025

Ficha catalográfica disponibilizada pelo Sistema Integrado de Bibliotecas - SIBI/UFES e elaborada pelo autor

R484 m Ribeiro, Wesley Siqueira, 1981-
Matemática financeira : Sistema de amortização constante /
Wesley Siqueira Ribeiro. - 2025.
69 p. : il.

Orientador: Alcebíades Dal Col Júnior.
Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ciências Exatas.

1. Matemática Financeira. 2. Educação Financeira. 3. Sistema de Amortização Constante. I. Dal Col Júnior, Alcebíades. II. Universidade Federal do Espírito Santo. Centro de Ciências Exatas. III. Título.

CDU: 51



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Centro de Ciências Exatas

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT

“Matemática Financeira e o Sistema de Amortização Constante”

Wesley Siqueira Ribeiro

Defesa de Dissertação de Mestrado Profissional submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal do Espírito Santo como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em 21/05/2025 por:

Prof.(a) Dr.(a) Alcebíades Dal Col Júnior
Orientador(a) – UFES

Prof.(a) Dr.(a) Alancardek Pereira Araujo
Membro Interno – UFES

Prof. Dr. Pedro Matos da Silva
Membro Externo – IFES





Folha de Assinaturas Wesley Siqueira Ribeiro

Data e Hora de Criação: 14/05/2025 às 09:41:35

Documentos que originaram esse envelope:

- Folha de Assinaturas Wesley Siqueira Ribeiro.pdf (Arquivo PDF) - 1 página(s)



Hashs únicas referente à esse envelope de documentos

[SHA256]: 144d29b94684b065276adacc36c8e4ece6908137331bdcb01f845790c3c3d80

[SHA512]: 8b5a794e934d2ec4edbe45c4ff9321a3cfc5a85ba99163c4745c6fb717435ed1480d960d66de47698d33fafbc3497e2159d2aa797640ef54d189ea4b0066635a

Lista de assinaturas solicitadas e associadas à esse envelope



ASSINADO - Alancardek Pereira Araújo (alancardek.araujo@ufes.br)

Data/Hora: 22/05/2025 - 08:28:40, IP: 172.98.66.171, Geolocalização: [-20.275568, -40.304124]

[SHA256]: 15dff820b17f6b1a042d739abe12e846d65da112ca803980f72811091e288c43

Alancardek Pereira Araujo



ASSINADO - Alcebiades Dal Col Júnior (alcebiades.col@ufes.br)

Data/Hora: 22/05/2025 - 06:36:58, IP: 186.242.249.78, Geolocalização: [-20.343992, -40.389329]

[SHA256]: 41ca6253e5634cb7d2ea70cfa2e6fe333d04e9a2c2b8f8afa755bd40d34e52a7



ASSINADO - Pedro Matos da Silva (pedroms@ifes.edu.br)

Data/Hora: 22/05/2025 - 19:07:46, IP: 187.36.166.189, Geolocalização: [-20.360024, -40.317954]

[SHA256]: 100449185c0aa25a99b1265220ea41a80badc7899c0f457516530475a1f489d5

Histórico de eventos registrados neste envelope

22/05/2025 19:07:46 - Envelope finalizado por pedroms@ifes.edu.br, IP 187.36.166.189

22/05/2025 19:07:46 - Assinatura realizada por pedroms@ifes.edu.br, IP 187.36.166.189

22/05/2025 19:07:28 - Envelope visualizado por pedroms@ifes.edu.br, IP 187.36.166.189

22/05/2025 08:28:40 - Assinatura realizada por alancardek.araujo@ufes.br, IP 172.98.66.171

22/05/2025 08:28:27 - Envelope visualizado por alancardek.araujo@ufes.br, IP 172.98.66.171

22/05/2025 06:36:58 - Assinatura realizada por alcebiades.col@ufes.br, IP 186.242.249.78

22/05/2025 06:35:35 - Envelope visualizado por alcebiades.col@ufes.br, IP 186.242.249.78

21/05/2025 07:00:30 - Envelope registrado na Blockchain por notificacao@astenassinatura.com.br

21/05/2025 07:00:30 - Envelope encaminhado para assinaturas por notificacao@astenassinatura.com.br

14/05/2025 09:41:35 - Envelope criado por ivan.barbosa@ufes.br, IP 200.137.65.100

Dedico totalmente a Deus.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, pela presença constante em todos os momentos, pela força concedida e por ter me permitindo alcançar esta conquista, me ajudando a superar todos os obstáculos.

Agradeço imensamente a minha mãe (Marlene Siqueira Ribeiro), pelos ensinamentos, me motivando a alcançar os meus objetivos e por estar ao meu lado em todos os momentos, sempre me apoiando e torcendo por mim.

Agradeço também a meu orientador (Prof. Dr. Alcebíades Dal Col Júnior), pelo auxílio no desenvolvimento deste trabalho, ensinamento e carinho.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro e pela concessão da bolsa de mestrado, possibilitando a realização desta pesquisa.

“Se, porém, algum de vós necessita de sabedoria, peça-a a Deus, que a todos dá liberalmente e nada lhes impropere; e ser-lhe-á concedida.”
(Tiago 1.5)

Resumo

O principal objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de ensino e aprendizagem da matemática financeira no nível médio de educação com ênfase no Sistema de Amortização Constante (SAC). Este tema está inserido nos debates a respeito da Educação Financeira Escolar, razão pela qual apresentamos sua importância hoje para a sociedade.

Este trabalho propõe formas de estimular os alunos a se familiarizarem com a Matemática Financeira, analisando como eles a compreendem em seu dia a dia e destacando a importância do dinheiro e seu papel na sociedade. Além disso, busca relacionar o conceito de Sistema de Amortização Constante com outros conteúdos previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), propondo uma sequência didática que favoreça o desenvolvimento de uma compreensão sólida sobre conceitos financeiros básicos, como orçamento, poupança, investimentos, empréstimos e dívidas.

Os exemplos apontados apresentarão aplicações desses conceitos em algumas circunstâncias, e evidenciarão como o Sistema de Amortização Constante (SAC) acha-se presente amplamente em situações cotidianas.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Educação Financeira, Sistema de Amortização Constante.

Abstract

The main objective of this work is to present a proposal for teaching and learning financial mathematics at the secondary level of education with an emphasis on the Constant Amortization System (SAC). This topic is part of the debate on School Financial Education, which is why we present its importance for society today.

This work proposes ways to encourage students to become familiar with Financial Mathematics, analyzing how they understand it in their daily lives and highlighting the importance of money and its role in society. In addition, it seeks to relate the concept of the Constant Amortization System to other content provided for in the Common National Curriculum Base (BNCC), proposing a didactic sequence that favors the development of a solid understanding of basic financial concepts, such as budgeting, savings, investments, loans and debts.

The examples highlighted will present applications of these concepts in different circumstances and will highlight how the Constant Amortization System (SAC) is commonly present in everyday situations.

Keywords: Financial Mathematics, Financial Education, Amortization System.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Comparativo de Montantes - Juros Simples × Juros Compostos	27
Figura 2 – Juros - Exemplo 3.5.1	45
Figura 3 – Prestação - Exemplo 3.5.1	45
Figura 4 – Saldo Devedor - Exemplo 3.5.1	45
Figura 5 – Amortização mais Juros - Exemplo 3.5.1	45

Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparativo de Montantes - Juros Simples \times Juros Compostos	27
Tabela 2 – Sistema de Amortização Constante - Exemplo 3.1.1	32
Tabela 3 – Sistema de Amortização Constante - Exemplo 3.1.2	32
Tabela 4 – Planilha de Pagamento - Exercício 3.4.1	39

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
2	CONCEITOS FUNDAMENTAIS	17
2.1	Porcentagem	17
2.1.1	Origem do Símbolo da Porcentagem	17
2.1.2	Representações de uma Porcentagem	17
2.2	Juros	19
2.2.1	Juros Simples	19
2.2.2	Juros Compostos	23
2.3	Taxas Equivalentes	27
3	SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE	30
3.1	Formulação do Sistema de Amortização Constante	30
3.2	Vantagens e Desvantagens	34
3.3	Sistema de Amortização Constante e Progressão Aritmética	36
3.4	Questões sobre SAC para Fixação	37
3.5	Aproximando conceitos teóricos de situações cotidianas	40
3.5.1	Simulação de financiamento no Banco do Brasil	41
3.5.2	Simulação de financiamento na Caixa Econômica Federal	45
3.5.3	Simulação de financiamento no Banestes	52
4	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	57
4.1	Sequência de Aulas	57
4.1.1	Momento 1	57
4.1.2	Momento 2	59
4.1.3	Momento 3	61
4.1.4	Momento 4	63
5	CONCLUSÃO	66
	REFERÊNCIAS	67

1 Introdução

Um dos objetivos deste trabalho é enfatizar a significância do ensino e aprendizagem da matemática financeira no nível médio de educação, uma vez que este é um conteúdo de extrema importância para indivíduos que lidam regularmente com as finanças do dia a dia e o sistema bancário, visto que muitas pessoas eventualmente recorrem a empréstimos ou financiamentos, e isso justifica a necessidade de aprender e aplicar a matemática financeira.

Podemos observar que (VANZELLA, 2019), afirma com muita propriedade, que em transações comerciais de longo prazo, como por exemplo, financiamento de imóveis, para que haja a quitação da dívida, é necessário que ocorra o pagamento de parcelas ao qual valor nominal é composto pelo pagamento de juros e amortização do principal, e pode ser realizada utilizando-se várias metodologias, que são denominadas de Sistemas de Amortização de empréstimo. Ele ainda destaca algumas características do Sistema de Amortização Constante SAC, tais quais: todas as parcelas de amortização do principal são iguais; o valor da amortização do principal é dado pela divisão do capital inicial e o número de prestações a serem pagas; e as prestações que hão de vencer vão decrescendo após cada pagamento.

No tocante aos sistemas de amortização, (NETO, 2012) ratifica que eles são criados essencialmente para operações de empréstimos e financiamentos de longo prazo, abrangendo despesas periódicas do principal e encargos financeiros. Para ele, uma característica fundamental dos sistemas de amortização é a utilização exclusiva do sistema de juros compostos, incorrendo os juros exclusivamente sobre o saldo devedor (montante) calculado em período imediatamente anterior. O Sistema de Amortização Constante, como o próprio nome denota, tem como particularidade as amortizações do principal sempre iguais (ou constantes) em todo o prazo da operação. O valor da amortização é obtido por meio da divisão do capital emprestado pelo número de prestações. Os juros, por recaírem sobre o saldo devedor, cuja somatória decresce após o pagamento de cada amortização, apresenta valores decrescentes nos períodos. Como resultado do comportamento da amortização e dos juros, as prestações periódicas e sucessivas do SAC são decrescentes em progressão aritmética.

Em contrapartida, (PUCCINI, 2011), assegura que o financiamento é quitado mediante o pagamento de “ n ” prestações sequencialmente decrescentes. Cada prestação é subdividida em duas parcelas:

a) amortização do principal, obtida pela divisão entre o valor principal do financiamento e o prazo da operação; os valores das amortizações são iguais, por essa razão a designamos de Sistema de Amortizações Constantes;

b) juros do ano, calculados sobre o saldo no início do correspondente ano. Essa modalidade de pagamento é muito utilizada nas operações de financiamentos imobiliários e nos financiamentos de longo prazo, de um modo geral.

À vista disso, a presente pesquisa é direcionada pelo seguinte impasse: São muitas maneiras de saldar o empréstimo, e vamos debater o funcionamento do Sistema de Amortização Constante, que corresponde à liquidação da dívida baseada em parcelas de amortizações iguais com prestações e juros decrescentes (ANDRADE, 2010).

Nesse sentido, temos a dissertação de Francilio Lima Sampaio, sobre “Matemática Financeira no 3º ano do ensino médio: aplicação do excel no processo de ensino e aprendizagem dos sistemas de amortização SAC e PRICE” (SAMPAIO, 2024), onde o estudo consistiu em uma pesquisa de campo, que envolveu a coleta de dados em uma escola de ensino médio localizada na zona urbana de um município do norte de Piauí. Por meio de observações, conversas e aplicação de questionários, foram coletadas informações relevantes sobre o tema em questão. A pesquisa foi conduzida em um período de dois meses, com encontros semanais de interação com os participantes, realizados em uma sala de informática equipada com computadores e acesso à Internet.

Por outro lado, Sérgio Ferreira dos Santos, explana sobre “Análise comparativa dos sistemas de amortizações: SAC e Price” (SANTOS, 2020), com o objetivo de analisar os sistemas de amortização de forma numérica, analítica e gráfica, comparando um empréstimo nas mesmas condições financeiras (valor, taxa e prazo). A análise enfatiza o impacto do prazo na primeira prestação do SAC e na primeira amortização do sistema Price.

Não obstante, Antonio Santos de Araújo Filho, discorre sobre “Um estudo sobre o uso de planilhas eletrônicas no ensino de matemática financeira com ênfase nos sistemas de amortização PRICE e SAC” (FILHO, 2019), onde foram abordados vários esquemas de cálculos de pagamento, utilizando o Calc, o Excel e o Google Planilhas, de montantes nos sistemas de juros simples e de juros compostos no intervalo, com resoluções de questões utilizando os supramencionados procedimentos e métodos.

No tocante da dissertação de Rodrigo Affonso Lima, sobre “A Educação Financeira no Ensino Médio através de proposta aplicada a financiamentos imobiliários pelo sistemas SAC e PRICE” (LIMA, 2017), foi desenvolvida uma proposta de atividade com os alunos, realizada em dupla, saíram a campo para procurar em sites de imobiliárias, construtoras e outros, o imóvel que eles julgarem dos seus sonhos. Escolhido o imóvel, então cada dupla montou uma planilha eletrônica pelo sistema SAC e outra pelo sistema PRICE, no banco, à sua escolha, com a intenção de utilizar somente a taxa balcão como parâmetro para o cálculo dos juros embutidos nas parcelas do financiamento e, posteriormente, comparar em qual sistema estaria fazendo o melhor negócio.

Em sua abordagem sobre “Matemática Financeira no Ensino Médio” (SILVEIRA,

2016), Helves Belmiro da Silveira apresenta uma proposta de ensino-aprendizagem voltada para os sistemas de amortização SAC e PRICE. O autor discorre sobre a trajetória das aulas de Matemática Financeira, com ênfase nos tópicos relacionados às amortizações nesses dois sistemas. As aulas expositivas aconteceram no Colégio Estadual Archangela Milhomem, situada no município de Couto Magalhães, região oeste do Estado do Tocantins. As aulas práticas consistiram de planilhas eletrônicas, foram usadas o Excel da Microsoft e a Calc do BrOffice, por se tratar de ferramentas computacionais o entendimento e o tempo gasto foi pequeno. Em seguida, foi realizada consulta ao Banco do Brasil e à Caixa Econômica Federal, pois essas duas instituições trabalham com os simuladores online. Essa ferramenta foi de bastante utilidade pois os alunos perceberam a importância dos sistemas de amortização e presenciaram a sua aplicação, por simulações, no laboratório de informática usando a tecnologia em favor da Matemática Financeira. O objetivo do trabalho é uma análise das simulações, enquanto no nosso caso foi feito um detalhamento das contas presentes nas simulações.

Por conseguinte, Eduardo da Silva Santos, discorre sobre “Um Estudo dos Sistemas de Amortizações SAC e Francês no Ensino Médio Apoiado na Construção de Planilhas Eletrônicas” (SANTOS, 2013), abordando comparação analítica entre as prestações do SAC e do Sistema Francês, utilizando o Excel para aplicação das funções e fórmulas; concluindo, que o estudo dos Sistemas de Amortização Constante e Francês pode ser feito com o apoio de planilhas eletrônicas, otimizando o tempo para a realização de cálculos.

Nossa proposta difere de outros trabalhos pois analisamos simulações do sistema de amortização detalhando cálculos, taxas, prestações em diferentes bancos, tais como Banco do Brasil, Caixa Econômica Federal e Banestes. Nessas simulações, serão trazidos cálculos de prestações, amortizações e saldos devedores remanescentes para diferentes períodos, demonstrando a diferença entre amortização e juros em diferentes cenários.

Evidenciamos a diferença entre o Banco do Brasil e Banestes, que utilizam o sistema de juros compostos, e a Caixa Econômica, que aplica o sistema de juros simples para converter a taxa anual em uma taxa equivalente mensal.

Com a finalidade de trazer esse conteúdo com mais clareza, elaboramos uma sequência didática de maneira que o aluno possa entender cada passo do processo a respeito do tema.

OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é elaborar uma sequência didática sobre Matemática Financeira, com foco no Sistema de Amortização Constante, para turmas do Ensino Médio.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estimular os alunos a se familiarizarem com a Matemática Financeira.
- Analisar como eles compreendem a matemática financeira no dia a dia.
- Explicar a importância do dinheiro e seu funcionamento.
- Relacionar o conceito de Sistema de Amortização Constante com outros conteúdos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

EM13MAT303: Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

- Elaborar sequência didática para ajudar os alunos a desenvolverem uma compreensão sólida dos conceitos financeiros básicos, como por exemplo orçamento, poupança, investimentos, empréstimos e dívidas.

2 Conceitos Fundamentais

Neste capítulo, exploraremos os fundamentos essenciais da matemática financeira, incluindo tópicos como porcentagem, juros simples e juros compostos. Estes conceitos são fundamentais para estabelecer uma base sólida para o estudo do sistema de amortização constante (CASTRO; ZOT, 2015).

2.1 Porcentagem

É a equivalência de um valor ou grandeza em relação a uma outra considerada sobre a centena.

2.1.1 Origem do Símbolo da Porcentagem

O símbolo vigente utilizado para representar a porcentagem é %, que, segundo o historiador David Eugene Smith, seria escrito “per 100” ou “per c”.

Primitivamente, utilizava-se a expressão “per cento” que, em seguida, avançou para “per 100”. No decorrer dos séculos foram evidenciando-se outros meios de simbolizar porcentagem, como por exemplo, pc-o, o/o e, por fim, o %.

A função da porcentagem está presente a todo o momento no nosso cotidiano, por exemplo, como uma comparação de crescimento e decréscimo de inúmeros fatos.

2.1.2 Representações de uma Porcentagem

A porcentagem pode ser caracterizada das seguintes maneiras:

FORMA PERCENTUAL

Na forma percentual, o número é acompanhado do símbolo % (por cento).

Exemplo 2.1.1. 5%, 0,1%, 150%

FORMA FRACIONÁRIA

Uma das maneiras prováveis de explanação de uma porcentagem para realização de cálculos, é a forma fracionária, podendo ser em forma de uma fração irredutível ou uma fração elementar sobre o número 100.

Exemplo 2.1.2.

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

FORMA DECIMAL

A forma decimal também é uma alternativa de representação de porcentagem, sendo necessário realizar a divisão para transformar a forma fracionária na forma decimal.

Exemplo 2.1.3. *A forma decimal de 50% é obtida pela divisão de*

$$\frac{50}{100} = 0,50$$

COMO CALCULAR UMA PORCENTAGEM?

O método de resolução decorre da natureza do problema com o qual se está trabalhando, como nos exemplos abaixo:

Exemplo 2.1.4. *Em uma sala de aula com 45 alunos, 40% são mulheres. Qual é o número de mulheres dessa sala aula?*

Solução:

O exemplo quer que calculemos quanto é 40% de 45, ou seja,

$$0,4 \cdot 45 = 18$$

Nessa sala há exatamente 18 mulheres.

Exemplo 2.1.5. *Um liquidificador custava R\$ 180,00, porém houve um aumento de 3%. Qual é o valor do aumento em reais? Qual é o novo valor?*

Solução:

Para calcular o valor do aumento em reais e o novo valor do liquidificador após um aumento de 3%, você pode seguir os passos a seguir:

Calculando o valor do aumento:

Valor do aumento = Valor original do liquidificador \times Percentual de aumento

Valor do aumento = R\$ 180,00 \cdot 3% (ou 0,03 como decimal)

Valor do aumento = R\$ 180,00 \cdot 0,03 = R\$ 5,40

Calculando o novo valor do liquidificador:

Novo valor do liquidificador = Valor original do liquidificador + Valor do aumento

Novo valor do liquidificador = R\$180,00 + R\$5,40 = R\$185,40

Portanto, o valor do aumento em reais é de R\$ 5,40, e o novo valor do liquidificador é de R\$ 185,40.

Exemplo 2.1.6. *Se um produto custava R\$ 200,00 e teve um desconto de R\$ 15,00, qual foi o valor percentual de desconto?*

Solução:

O valor percentual de desconto foi de $\frac{15}{200} = 0,075 = 7,5\%$.

2.2 Juros

Juros correspondem ao acréscimo financeiro sobre o capital, gerado pela aplicação de uma taxa de juros em um determinado período. Eles representam o custo do dinheiro emprestado ou o ganho com o dinheiro investido. Os juros podem ser expressos como uma porcentagem do valor principal e são calculados regularmente com base em uma taxa. Existem dois tipos principais de juros, o juros simples e o juros compostos ([PUCCINI, 2011](#)).

2.2.1 Juros Simples

O regime de juro simples é um regime em que os juros incidem apenas sobre o valor inicial, a partir de uma taxa previamente definida. Por exemplo: Se você emprestar R\$ 100,00 com uma taxa de juros simples de 5% ao mês, essa taxa será aplicada apenas sobre o valor principal de R\$ 100,00 ao longo do prazo.

O juros simples é calculado a partir de um valor fixado denominado capital inicial. Diz respeito a uma porcentagem do capital inicial utilizada no decurso de certo tempo. A característica fundamental do juros simples é que o seu valor não oscila no transcorrer dos meses.

Considerando um capital C aplicado a juros simples à taxa de juros i , durante t períodos de tempo, podemos derivar a seguinte fórmula para calcular o juros simples acumulado J_t após t períodos de aplicação:

Após um período

$$J_1 = C \cdot i$$

Após dois períodos

$$J_2 = C \cdot i + C \cdot i = 2 \cdot C \cdot i$$

Após três períodos

$$J_3 = C \cdot i + C \cdot i + C \cdot i = 3 \cdot C \cdot i$$

Após t períodos

$$J_t = C \cdot i + \dots + C \cdot i = t \cdot C \cdot i$$

A fórmula do juros simples é dada por:

$$J = C \cdot i \cdot t \quad (2.1)$$

Onde:

- J = juros simples;
- C = capital inicial;
- i = taxa de juros;
- t = tempo da aplicação.

Para saber qual o valor final a ser pago ou recebido, é necessário somar os juros simples calculados ao capital inicial.

Para entender melhor essa fórmula, imaginemos a seguinte situação-problema. Na compra de um produto no valor de R\$ 100,00 o comprador solicitou o parcelamento em quatro vezes, entretanto, ao parcelar o valor do produto, é cobrada uma taxa de juros simples de 1% ao mês.

Inicialmente, calcularemos 1% de 100:

1% de 100

$$0,01 \cdot 100 = 1$$

- No primeiro mês:

Será cobrado o juros de 1 real:

$$100 + 1 = 101$$

- No segundo mês:

Será cobrado o juros de 1 real:

$$100 + 1 + 1 = 100 + 2 \cdot 1 = 102$$

- No terceiro mês:

Será cobrado o juros de 1 real:

$$100 + 1 + 1 + 1 = 100 + 3 \cdot 1 = 103$$

- No quarto mês:

Será cobrado o juros de 1 real:

$$100 + 1 + 1 + 1 + 1 = 100 + 4 \cdot 1 = 104$$

Parcela:

$$\frac{104}{4} = 26$$

Logo, o valor a ser pago ao final do parcelamento é de R\$104,00 reais, e cada parcela será de R\$26,00.

A taxa de juros é sempre dada em porcentagem, contudo, para efetuar o cálculo, precisa-se usar a porcentagem em sua forma fracionária ou decimal. Deve-se atentar para as unidades de medida do tempo e da taxa, pois elas precisam apresentar-se sempre na mesma unidade, isto é, se o prazo for dado em meses, a taxa de juros também necessita ser dada em meses. No caso em que a taxa e o prazo não estiverem na mesma unidade é preciso converter a taxa e tempo para a mesma unidade, isto é, transformar anos em meses, meses em dias e assim sucessivamente (PUCCINI, 2011).

Exemplo 2.2.1. *Calcular o juro produzido por um capital igual a R\$1000,00 durante 5 anos, considerando o regime de juros simples a uma taxa de 3% a.t..*

Note que o prazo é anual e a taxa é trimestral. Para que possamos calcular os juros é necessário que adotemos a mesma unidade de tempo para a taxa de juros e para o prazo. Iremos converter o prazo anual em trimestres.

Como um ano possui 4 trimestres, temos que em 5 anos teremos $5 \cdot 4 = 20$ trimestres.

Assim temos:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$J = 1000 \cdot 0,03 \cdot 20$$

$$J = 600$$

Uma outra maneira de fazer, seria converter a taxa trimestral em anual, e manteríamos o prazo em anos. Neste caso teríamos:

3% a.t. significa que em um trimestre a aplicação rende 3%, como um ano possui 4 trimestres, por ano a aplicação rende $4 \cdot 3\% = 12\% = 0,12$

Assim temos:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$J = 1000 \cdot 0,12 \cdot 5$$

$$J = 600$$

O *montante* (M) é o valor do capital inicial acrescido ao valor do juros, ou seja:

$$M = C + J$$

No Exemplo 2.2.1 teríamos:

$$M = C + J = 1000 + 600 = 1600$$

Podemos calcular de maneira direta substituindo $J = C \cdot i \cdot t$ em $M = C + J$, assim temos:

$$M = C + J = C + C \cdot i \cdot t = C(1 + i \cdot t)$$

Ainda no Exemplo 2.2.1 teríamos:

$$M = C(1 + i \cdot t) = 1000(1 + 0,03 \cdot 20) = 1600$$

ou

$$M = C(1 + i \cdot t) = 1000(1 + 0,12 \cdot 5) = 1600$$

A fórmula de Juros Simples também nos ajuda a calcular o Capital (C), a taxa (i) e o período (t).

Exemplo 2.2.2. *Uma pessoa aplicou um capital a juros simples durante 18 meses a uma taxa de 5% ao mês, gerou no final do período um montante de R\$ 35.530,00. Determine o capital aplicado nesta situação.*

Resolução:

$$M = C(1 + i \cdot t) \Leftrightarrow C = \frac{M}{(1 + i \cdot t)} = \frac{35.530}{(1 + 0,05 \cdot 18)} = \frac{35.530}{1,9} = 18.700$$

O capital aplicado que gerou o montante de R\$ 35.530,00 é de R\$ 18.700,00.

Exemplo 2.2.3. *Uma aplicação de R\$250.000,00, rendendo uma taxa de juros de 1,8% ao mês produz, ao final de determinado período, juros no valor de R\$27.000,00. Calcular o prazo da aplicação.*

Resolução:

$$J = C \cdot i \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{J}{C \cdot i} = \frac{27.000}{250.000 \cdot 0,018} = \frac{27.000}{4.500} = 6$$

Com isso o prazo da aplicação será de 6 meses.

Exemplo 2.2.4. Um capital de R\$40.000,00 foi aplicado num fundo de poupança por 11 meses, produzindo um rendimento financeiro de R\$9.680,00. Pedese para apurar a taxa de juros simples oferecida por esta operação.

Resolução:

$$J = C \cdot i \cdot t \Leftrightarrow i = \frac{J}{C \cdot t} = \frac{9.680}{40.000 \cdot 11} = \frac{9.680}{440.000} = 0,022 = 2,2\%$$

Logo a taxa de juros simples oferecida foi de 2,2% ao mês.

2.2.2 Juros Compostos

Também conhecido como juros sobre juros, ou seja, a taxa incide sobre o valor total (ou somatório) do período precedente, no momento em que o total já teve o valor do juro acrescido a ele (SECCO et al., 2020).

Considerando um capital C aplicado a juros compostos à taxa de juros i , durante t períodos de tempo, podemos derivar a seguinte fórmula para calcular o montante M_t no regime de juros compostos após t períodos de aplicação:

Após um período

$$J_1 = C \cdot i$$

$$M_1 = C + J_1 = C + C \cdot i = C \cdot (1 + i)$$

Após dois períodos

$$J_2 = M_1 \cdot i$$

$$M_2 = M_1 + J_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^2$$

Após três períodos

$$J_3 = M_2 \cdot i$$

$$M_3 = M_2 + J_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^3$$

Após t períodos

$$M_t = C \cdot (1 + i)^t$$

A fórmula do juros compostos é então dada por:

$$M_t = C \cdot (1 + i)^t \tag{2.2}$$

Onde:

- M = Montante;
- C = capital inicial;

- i = taxa de juros;
- t = tempo da aplicação.

Exemplo 2.2.5. Com R\$1.000 emprestados rendendo a 10% ao mês aconteceria o seguinte:

- No primeiro mês:

$$M = C \cdot (1 + i)^t = 1.000 \cdot (1 + 0,1)^1 = 1.100,00$$

- No segundo mês o capital é R\$1.100,00:

$$M = C \cdot (1 + i)^t = 1.100 \cdot (1 + 0,1)^1 = 1.210,00$$

- No terceiro mês o capital é R\$1.210,00:

$$M = C \cdot (1 + i)^t = 1.210 \cdot (1 + 0,1)^1 = 1.331,00$$

Note que, se quisermos chegar diretamente ao terceiro mês, basta aplicar a fórmula de maneira direta:

$$M = C \cdot (1 + i)^t = 1000 \cdot (1 + 0,1)^3 = 1.331,00$$

E assim consecutivamente até a conclusão do período da aplicação. Vários modelos de financiamentos e investimentos utilizam o juro composto, porque gera mais rendimento. Rende mais, uma vez que são aplicados juros sobre juros. Contrariamente, no juro simples, a taxa incide apenas sobre o capital inicial. Por este motivo, o sistema de juro composto é o mais aplicado no sistema financeiro do Brasil hodiernamente.

A fórmula de Juros Compostos também nos ajuda a calcular o Capital (C), a taxa (i) e o período (t).

Exemplo 2.2.6. Qual o capital que, aplicado a juros compostos de 5% ao mês, gera um montante de R\$ 55.330,00 no prazo de dois meses?

Resolução:

$$M = C \cdot (1 + i)^t \Leftrightarrow C = \frac{M}{(1 + i)^t} = \frac{55.330}{(1 + 0,05)^2} = \frac{55.330}{1,05^2} = \frac{55.330}{1,1025} = 50.185,94$$

O capital aplicado que gera o montante de R\$ 55.330,00 é de R\$ 50.185,94.

Exemplo 2.2.7. O capital de R\$ 1.000,00 aplicado a juros compostos rendeu R\$ 82,50 após 4 meses. Qual foi a taxa de juros mensal?

Resolução:

$$M = C \cdot (1 + i)^t \Leftrightarrow (1 + i)^t = \frac{M}{C} \Leftrightarrow 1 + i = \sqrt[t]{\frac{M}{C}} \Leftrightarrow i = \sqrt[t]{\frac{M}{C}} - 1$$

Note que $M = C + J = 1.000 + 82,50 = 1.082,50$

$$i = \sqrt[4]{\frac{1.082,50}{1000}} - 1 = \sqrt[4]{1,08250} - 1 = 1,02 - 1 = 0,02 = 2\%$$

Logo a taxa de juros foi de 2% ao mês.

Exemplo 2.2.8. *Preciso aplicar R\$ 100.000,00 por um período de quantos meses, a uma taxa de juro composto de 1,7% a.m., para que ao final da aplicação eu obtenha o dobro deste capital?*

Resolução:

$$M = C \cdot (1 + i)^t \Leftrightarrow (1 + i)^t = \frac{M}{C} \Leftrightarrow \ln(1 + i)^t = \ln\left(\frac{M}{C}\right)$$

$$\Leftrightarrow t \cdot \ln(1 + i) = \ln\left(\frac{M}{C}\right) \Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{M}{C}\right)}{\ln(1 + i)}$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{200.000}{100.000}\right)}{\ln(1 + 0,017)} = \frac{\ln(2)}{\ln(1,017)} = 41,12$$

Logo, precisaria de pelo menos 42 meses para obter o dobro do capital aplicado.

Exemplo 2.2.9. *Vamos fazer um comparativo entre juros simples e juros compostos com um montante de R\$ 1.000,00 a uma taxa de 5% ao mês, durante 12 meses.*

Resolução:

- 1° Mês:

Juros Simples

$$J_1 = 1.000 \cdot 0,05 \cdot 1 = 50$$

$$M_1 = 1.000 + 50 = 1.050,00$$

ou

$$M_1 = 1.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 1) = 1.050,00$$

Juros Compostos

$$J_1 = 1.000 \cdot 0,05 \cdot 1 = 50$$

$$M_1 = 1.000 + 50 = 1.050,00$$

ou

$$M_1 = 1.000 \cdot (1 + 0,05)^1 = 1.050,00$$

- 2° Mês:

Juros Simples

$$J_2 = 1.000 \cdot 0,05 \cdot 2 = 100$$

$$M_2 = 1.000 + 100 = 1.100,00$$

ou

$$M_2 = 1.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 2) = 1.100,00$$

Juros Compostos

$$J_2 = 1.050 \cdot 0,05 \cdot 1 = 52,50$$

$$M_2 = 1.050 + 52,50 = 1.102,50$$

ou

$$M_2 = 1.000 \cdot (1 + 0,05)^2 = 1.102,50$$

- 3° Mês:

Juros Simples

$$J_3 = 1.000 \cdot 0,05 \cdot 3 = 150$$

$$M_3 = 1.000 + 150 = 1.150,00$$

ou

$$M_3 = 1.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 3) = 1.150,00$$

Juros Compostos

$$J_3 = 1.102,50 \cdot 0,05 \cdot 1 = 55,13$$

$$M_3 = 1.102,50 + 55,13 = 1.157,63$$

ou

$$M_3 = 1.000 \cdot (1 + 0,05)^3 = 1.157,63$$

Na Tabela 1 segue comparativo entre os dois modelos de juros. Note que o crescimento do capital inicial a juros simples é uma função linear, e o crescimento do capital inicial a juros compostos é uma função exponencial, como mostra a Figura 1 (TOSI, 2000).

Tabela 1 – Comparativo de Montantes - Juros Simples × Juros Compostos
 $C = 1.000,00$; $i = 5\%a.m.$; $t = 12$ meses

Período	Juros Simples	Juros Compostos
1	1050,00	1050,00
2	1100,00	1102,50
3	1150,00	1157,63
4	1200,00	1215,51
5	1250,00	1276,28
6	1300,00	1340,10
7	1350,00	1407,10
8	1400,00	1477,46
9	1450,00	1551,33
10	1500,00	1628,89
11	1550,00	1710,34
12	1600,00	1795,86

Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 1 – Comparativo de Montantes - Juros Simples × Juros Compostos



Fonte: Produção do próprio autor.

2.3 Taxas Equivalentes

A equivalência entre taxas de juros é um conceito financeiro que permite comparar ou converter taxas de juros aplicadas em diferentes períodos, garantindo que resultem no mesmo montante ao final de um mesmo prazo. Ou seja, é quando as taxas são utilizadas ao mesmo valor em dinheiro, em um mesmo espaço de tempo, e geram o mesmo resultado.

Ela pode ser usada em cenários nos quais há conhecimento da taxa de juros mensal, com a finalidade de determinar o valor da taxa anual ou dos juros acumulado em um período. Isto é, esse cálculo possibilita determinar o quanto uma taxa de juros compostos anual significa mensalmente.

No contexto de juros simples, “taxas equivalentes” referem-se a taxas de juros que, embora aplicadas em diferentes períodos de capitalização (como mensal, trimestral,

semestral, etc.), resultam em um mesmo montante ao final de um determinado período de tempo.

Para encontrar taxas equivalentes, é importante considerar que o montante total de juros deve ser o mesmo ao final de diferentes períodos.

A seguir, é apresentada a fórmula para converter uma taxa de juros simples anual em uma taxa equivalente mensal:

$$i_m = \frac{i_a}{12}$$

Analogamente, podemos converter uma taxa de juros simples anual em uma taxa trimestral com a seguinte fórmula:

$$i_t = \frac{i_a}{4}$$

E para uma taxa semestral:

$$i_s = \frac{i_a}{2}$$

Essas fórmulas são diretas e proporcionais devido à natureza linear dos juros simples.

A taxa equivalente de juros compostos é uma fórmula financeira que permite comparar taxas de juros aplicadas em diferentes períodos. Ela facilita a conversão de uma taxa de juros de um período para outro, como de mensal para anual, ou de anual para semestral, mantendo o mesmo efeito financeiro ao final do período desejado.

Um exemplo é a diferença transitória de taxas em cálculos de empréstimo ou financiamento. Em determinados contratos é admitida a cobrança de taxas de juros anuais, ao passo que outros uma taxa mensal ou semestral, prejudicando o comparativo. Uma taxa mensal de 2% ao mês, não equivale a uma taxa de 24% ao ano. Por essa razão, para equivaler as taxas, é necessário ponderar os juros cumulativos ou compostos, uma vez que essa espécie de valor é propenso a se desenvolver de forma significativa no decurso do tempo.

Como no dia-a-dia os períodos a que se referem às taxas dadas e as taxas procuradas são os mais variados, vamos apresentar uma fórmula genérica, que pode ser utilizada para qualquer caso.

Considere um capital C aplicado a juros compostos aplicados em duas situações:

1° - durante o período p (dado) a uma taxa i_p (procurada)

2° - durante o período d (dado) a uma taxa i_d (dada)

Suponha que p e d correspondam o mesmo intervalo de tempo.

Como se trata de regime de juros compostos as taxas serão equivalentes se, e

somente se,

$$C(1 + i_p)^p = C(1 + i_d)^d \Leftrightarrow (1 + i_p)^p = (1 + i_d)^d \Leftrightarrow 1 + i_p = (1 + i_d)^{\frac{d}{p}} \Leftrightarrow i_p = (1 + i_d)^{\frac{d}{p}} - 1$$

Exemplo 2.3.1. *Determinar a taxa anual equivalente a 2% ao mês.*

Sabemos que 1 ano ($p = 1$) possui 12 meses ($d = 12$)

$$i_p = (1 + i_d)^{\frac{d}{p}} - 1 = (1 + 0,02)^{\frac{12}{1}} - 1 = 1,02^{12} - 1 = 1,2682 - 1 = 0,2682 = 26,82\%$$

Note que este valor 26,82% é maior do que a taxa equivalente no caso de juros simples, que é de $12 \cdot 2\% = 24\%$ ao ano.

Exemplo 2.3.2. *Determinar a taxa trimestral equivalente a 47,746% ao ano:*

Sabemos que um ano possui 4 trimestres.

$$i_p = (1 + i_d)^{\frac{d}{p}} - 1 = (1 + 0,47746)^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,47746^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,1025 - 1 = 0,1025 = 10,25\%$$

Note que este valor que é menor do que a taxa equivalente no caso de juros simples, que é de $47,746\% \div 4 = 11,9365\%$ ao trimestre.

3 Sistema de Amortização Constante

O *Sistema de Amortização Constante* (SAC) é um método utilizado em financiamentos e empréstimos para a amortização de dívidas ao longo do tempo. Nesse sistema, a principal característica é que o valor da amortização permanece constante durante todo o período do empréstimo, enquanto os juros variam (PUREZA et al., 2022).

Na prática, a prestação é composta por uma parcela fixa referente à amortização do principal, e uma parcela variável relacionada aos juros sobre o saldo devedor remanescente. Isso significa que, à medida que o saldo devedor é reduzido com o pagamento das prestações, a parte destinada à amortização permanece inalterada, e a parte correspondente aos juros diminui ao longo do tempo.

O SAC é uma opção popular, pois oferece prestações mais altas no início do contrato, mas, à medida que o tempo passa, as prestações vão diminuindo. Esse sistema proporciona uma redução gradual do valor total da dívida e, conseqüentemente, dos juros pagos ao longo do período do empréstimo (OLIVEIRA, 2020).

3.1 Formulação do Sistema de Amortização Constante

Para entender o SAC, considere as seguintes variáveis:

P : Principal ou valor do empréstimo

n : Número total de períodos (meses, anos, etc.)

i : Taxa de juros por período

Cálculo da Amortização Constante

A amortização constante A é dada por:

$$A = \frac{P}{n} \quad (3.1)$$

Ou seja, o principal é dividido igualmente pelo número de períodos.

Cálculo dos Juros

Os juros são calculados sobre o saldo devedor remanescente. O saldo devedor remanescente S_k no tempo k é dado por:

$$S_k = P - (k - 1) \cdot A \quad (3.2)$$

Os juros do período k , J_k , são calculados como:

$$J_k = S_k \cdot i \quad (3.3)$$

Cálculo da Prestação

A prestação P_k em um período k é dada pela soma da amortização constante A e dos juros J_k :

$$P_k = A + J_k \quad (3.4)$$

Exemplo 3.1.1. *Calcular os valores das amortizações e das parcelas referentes a um empréstimo de R\$ 1.000,00 pelo sistema SAC, a uma taxa de 4% a.m. e prazo de 10 meses.*

Resolução: Para calcular a amortização divide-se o valor financiado pelo número de parcelas. Assim, temos:

$$A = \frac{1.000}{10} = 100$$

- 1ºMês

Juros

$$J = 1.000 \cdot 0,04 \cdot 1 = 40,00$$

Prestação = Amortização + Juros

$$P = 100 + 40 = 140,00$$

$$\text{Saldo devedor} = 1000 - 100 = 900,00$$

- 2ºMês

Juros

$$J = 900 \cdot 0,04 \cdot 1 = 36,00$$

Prestação = Amortização + Juros

$$P = 100 + 36 = 136,00$$

$$\text{Saldo devedor} = 900 - 100 = 800,00$$

- 3ºMês

Juros

$$J = 800 \cdot 0,04 \cdot 1 = 32,00$$

Prestação = Amortização + Juros

$$P = 100 + 32 = 132,00$$

$$\text{Saldo devedor} = 800 - 100 = 700,00$$

A Tabela 2 complementa os cálculos apresentados. Ela fornece uma visão organizada para uma análise completa.

Tabela 2 – Sistema de Amortização Constante - Exemplo 3.1.1

Período	Prestação	Juro	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	1000,00
1	140,00	40,00	100,00	900,00
2	136,00	36,00	100,00	800,00
3	132,00	32,00	100,00	700,00
4	128,00	28,00	100,00	600,00
5	124,00	24,00	100,00	500,00
6	120,00	20,00	100,00	400,00
7	116,00	16,00	100,00	300,00
8	112,00	12,00	100,00	200,00
9	108,00	8,00	100,00	100,00
10	104,00	4,00	100,00	0,00

Fonte: Produção do próprio autor.

Exemplo 3.1.2. Um empréstimo de R\$ 30.000,00 deve ser devolvido de acordo com o Sistema de Amortizações Constante em 60 prestações mensais a taxa de juros de 1% ao mês. Determine o valor da prestação de número 36 e o valor dos juros cobrados dessa prestação.

Uma maneira de responder esse exemplo é construindo uma tabela.

Tabela 3 – Sistema de Amortização Constante - Exemplo 3.1.2

Período	Prestação	Juro	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	30000,00
1	800,00	300,00	500,00	29500,00
2	795,00	295,00	500,00	29000,00
3	790,00	290,00	500,00	28500,00
4	785,00	285,00	500,00	28000,00
5	780,00	280,00	500,00	27500,00
6	775,00	275,00	500,00	27000,00
7	770,00	270,00	500,00	26500,00
8	765,00	265,00	500,00	26000,00
9	760,00	260,00	500,00	25500,00
10	755,00	255,00	500,00	25000,00
11	750,00	250,00	500,00	24500,00
12	745,00	245,00	500,00	24000,00
13	740,00	240,00	500,00	23500,00
14	735,00	235,00	500,00	23000,00

Continua...

<i>Período</i>	<i>Prestação</i>	<i>Juro</i>	<i>Amortização</i>	<i>Saldo Devedor</i>
15	730,00	230,00	500,00	22500,00
16	725,00	225,00	500,00	22000,00
17	720,00	220,00	500,00	21500,00
18	715,00	215,00	500,00	21000,00
19	710,00	210,00	500,00	20500,00
20	705,00	205,00	500,00	20000,00
21	700,00	200,00	500,00	19500,00
22	695,00	195,00	500,00	19000,00
23	690,00	190,00	500,00	18500,00
24	685,00	185,00	500,00	18000,00
25	680,00	180,00	500,00	17500,00
26	675,00	175,00	500,00	17000,00
27	670,00	170,00	500,00	16500,00
28	665,00	165,00	500,00	16000,00
29	660,00	160,00	500,00	15500,00
30	655,00	155,00	500,00	15000,00
31	650,00	150,00	500,00	14500,00
32	645,00	145,00	500,00	14000,00
33	640,00	140,00	500,00	13500,00
34	635,00	135,00	500,00	13000,00
35	630,00	130,00	500,00	12500,00
36	625,00	125,00	500,00	12000,00
37	620,00	120,00	500,00	11500,00
38	615,00	115,00	500,00	11000,00
39	610,00	110,00	500,00	10500,00
40	605,00	105,00	500,00	10000,00
41	600,00	100,00	500,00	9500,00
42	595,00	95,00	500,00	9000,00
43	590,00	90,00	500,00	8500,00
44	585,00	85,00	500,00	8000,00
45	580,00	80,00	500,00	7500,00
46	575,00	75,00	500,00	7000,00
47	570,00	70,00	500,00	6500,00
48	565,00	65,00	500,00	6000,00
49	560,00	60,00	500,00	5500,00
50	555,00	55,00	500,00	5000,00

Continua...

<i>Período</i>	<i>Prestação</i>	<i>Juro</i>	<i>Amortização</i>	<i>Saldo Devedor</i>
51	550,00	50,00	500,00	4500,00
52	545,00	45,00	500,00	4000,00
53	540,00	40,00	500,00	3500,00
54	535,00	35,00	500,00	3000,00
55	530,00	30,00	500,00	2500,00
56	525,00	25,00	500,00	2000,00
57	520,00	20,00	500,00	1500,00
58	515,00	15,00	500,00	1000,00
59	510,00	10,00	500,00	500,00
60	505,00	5,00	500,00	0,00

Fonte: Produção do próprio autor.

Outra forma de resolver esse exemplo sem precisar da construção da tabela, é verificar que na 36ª parcela já foram amortizadas 35 parcelas de R\$500,00.

Amortização

$$A = \frac{30.000}{60} = 500$$

$$\text{Saldo devedor} = S_{36} = 30.000 - 35 \cdot 500$$

$$\text{Saldo devedor} = 12.500$$

$$\text{Juros} = 12.500 \cdot 0,01$$

$$\text{Juros} = 125$$

Portanto, o valor da prestação de número 36, daqui a três anos, será:

$$R\$500 \text{ (amortização)} + R\$125 \text{ (juros)} = R\$625,00.$$

3.2 Vantagens e Desvantagens

O Sistema de Amortização Constante possui vantagens e desvantagens que podem influenciar a escolha desse método em relação a outros sistemas de amortização. Aqui estão algumas das principais vantagens e desvantagens do SAC (CERVO; BERVIAN, 1996):

Vantagens do SAC:

- Redução Progressiva do Valor das Parcelas

Como a amortização é fixa e os juros incidem sobre o saldo devedor (que diminui ao longo do tempo), as parcelas iniciais são mais altas, mas são progressivamente direcionadas ao pagamento do saldo devedor ao longo do contrato.

Isso pode ser vantajoso para quem busca melhorar o fluxo de caixa ou prefere começar a pagar parcelas mais altas para reduzir os custos nas parcelas futuras.

- Economia em Juros Totais

Para amortizar mais rapidamente o saldo devedor (de forma constante), o montante total de juros pagos ao longo do contrato é menor em comparação com outros sistemas.

Isso ocorre porque o saldo deve ser reduzido mais rapidamente, o que diminui a base de cálculo dos juros.

- Previsibilidade na Amortização

A parcela de amortização é constante, o que facilita o planejamento financeiro e dá ao devedor maior controle sobre como o saldo devedor está sendo limitado ao longo do tempo.

- Acessibilidade em Longos Prazos

Apesar das parcelas iniciais serem mais altas, o valor total pago ao final do contrato pode ser mais vantajoso, tornando o SAC ideal para financiamentos de longo prazo.

- Menor Risco para o Credor

Do ponto de vista da instituição financeira, o SAC oferece maior segurança, pois o saldo devedor é reduzido mais rapidamente. Isso pode resultar em condições mais eficientes, como taxas de juros menores em alguns casos.

- Boa Opção em Cenários de Alta de Juros

Se as taxas de juros subirem durante o contrato, o impacto será menor no SAC do que em outros sistemas de amortização, já que o saldo devedor diminui de forma mais acelerada.

Desvantagens do SAC:

- Prestações iniciais mais altas

O início do contrato no SAC é marcado por prestações mais altas em comparação com outros sistemas. Isso pode ser desafiador para quem busca prestações iniciais mais baixas.

- Impacto nas finanças iniciais

As prestações mais elevadas no início do contrato podem representar um desafio financeiro para quem não possui uma folga orçamentária adequada.

- Risco de taxas de juros variáveis

Se o contrato envolver taxas de juros variáveis, o SAC pode resultar em variações mais acentuadas nas prestações, já que a amortização permanece constante e a parte dos juros varia.

- Menor atratividade em juros elevados

Em cenários de taxas de juros muito altas, as prestações iniciais no SAC podem ser proibitivamente elevadas para alguns mutuários.

A escolha entre o SAC e outros sistemas de amortização dependerá das necessidades e preferências individuais, do perfil financeiro do mutuário e das condições específicas do contrato de empréstimo ou financiamento. Antes de tomar uma decisão, é aconselhável analisar cuidadosamente as implicações financeiras de cada opção.

3.3 Sistema de Amortização Constante e Progressão Aritmética

A relação entre o Sistema de Amortização Constante (SAC) e *Progressão Aritmética* (PA) pode ser compreendida ao analisar como o saldo devedor é amortizado ao longo do tempo no SAC. Vamos explorar essa relação (MORGADO; WAGNER; ZANI, 2005).

Em uma PA, cada termo subsequente é obtido somando-se uma constante (chamada de diferença ou razão) ao termo anterior. No caso do SAC, a amortização é constante em cada período, o que pode ser relacionado à ideia de uma progressão aritmética.

Portanto, a relação entre o SAC e a Progressão Aritmética reside na constância da amortização ao longo do tempo, semelhante ao aumento constante dos termos em uma PA. Isso implica que, com o pagamento constante da amortização, o saldo devedor é reduzido de maneira uniforme a cada período, refletindo uma progressão aritmética.

Essa analogia facilita a compreensão da maneira como o saldo devedor é amortizado de maneira constante no Sistema de Amortização Constante, resultando em uma redução gradual do valor das prestações ao longo do tempo.

Utilizando o conceito de Progressão Aritmética no Exemplo 3.1.2, temos:

Juro

(300, 295, 290, ...)

Progressão Aritmética de primeiro termo $J_1 = 300$ e razão $r = -5$

Utilizando as Equações (3.2) e (3.3) temos:

$$J_{36} = 300 + (36 - 1) \cdot (-5)$$

$$J_{36} = 300 + (-175)$$

$$J_{36} = 300 - 175$$

$$J_{36} = 125$$

Juros cobrado na 36° prestação.

Prestação

$$(800, 795, 790, \dots)$$

Progressão Aritmética de primeiro termo $P_1 = 800$ e razão $r = -5$

Utilizando as equações (3.2) e (3.4) temos:

$$P_{36} = 800 + (36 - 1) \cdot (-5)$$

$$P_{36} = 800 + (35) \cdot (-5)$$

$$P_{36} = 800 + (-175)$$

$$P_{36} = 800 - 175$$

$$P_{36} = 625$$

Prestação a ser paga no 36° mês.

3.4 Questões sobre SAC para Fixação

No desenvolvimento deste trabalho, foram incluídos exercícios resolvidos sobre o Sistema de Amortização Constante (SAC) com o objetivo de proporcionar uma compreensão prática e aplicada do conteúdo abordado. A resolução desses exercícios permite visualizar de maneira clara como os conceitos de amortização, juros e saldo devedor se inter-relacionam, tornando o aprendizado mais eficaz.

Exercícios 3.4.1. *Um empréstimo no valor de R\$ 10.000,00 reais deverá ser pago pelo SAC em 5 parcelas mensais com um juro mensal de 2,5%. Construa a planilha do pagamento dessa dívida.*

Resolução:

Amortização:

$$A = \frac{10.000}{5} = 2.000,00$$

1ª Prestação

Juros

$$J = 10.000 \cdot 0,025 = 250,00$$

Prestação

$$P = 2.000,00 + 250,00 = 2.250,00$$

Saldo devedor

$$SD = 10.000,00 - 2.000,00 = 8.000,00$$

2ª Prestação

Juros

$$J = 8.000 \cdot 0,025 = 200,00$$

Prestação

$$P = 2.000,00 + 200,00 = 2.200,00$$

Saldo devedor

$$SD = 8.000,00 - 2.000,00 = 6.000,00$$

3ª Prestação

Juros

$$J = 6.000 \cdot 0,025 = 150,00$$

Prestação

$$P = 2.000,00 + 150,00 = 2.150,00$$

Saldo devedor

$$SD = 6.000,00 - 2.000,00 = 4.000,00$$

4ª Prestação

Juros

$$J = 4.000 \cdot 0,025 = 100,00$$

Prestação

$$P = 2.000,00 + 100,00 = 2.100,00$$

Saldo devedor

$$SD = 4.000,00 - 2.000,00 = 2.000,00$$

5ª Prestação

Juros

$$J = 2.000 \cdot 0,025 = 50,00$$

Prestação

$$P = 2.000,00 + 50,00 = 2.050,00$$

Saldo devedor

$$SD = 2.000,00 - 2.000,00 = 0,00$$

Planilha de pagamento

Tabela 4 – Planilha de Pagamento - Exercício 3.4.1

Período	Prestação	Juro	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	10.000,00
1	2.250,00	250,00	2.000,00	8.000,00
2	2.200,00	200,00	2.000,00	6.000,00
3	2.150,00	150,00	2.000,00	4.000,00
4	2.100,00	100,00	2.000,00	2.000,00
5	2.050,00	50,00	2.000,00	0,00

Fonte: Produção do próprio autor.

Exercícios 3.4.2. *Um empréstimo no valor de R\$ 80.000,00 será liquidado pelo SAC em 40 parcelas mensais. Sendo a taxa de juros da operação de 4% a.m. Determinar:*

- o valor das amortizações mensais.*
- o valor do juros e da prestação referente ao 22º pagamento.*
- o valor do última prestação.*
- o saldo devedor após o pagamento da 10ª prestação.*

Resolução:

$$a) A = \frac{80.000}{40} = 2.000,00$$

b) Na 22ª prestação o saldo devedor é:

$$80.000 - 21 \cdot 2.000 = 38.000,00$$

Juros

$$J = 38.000 \cdot 0,04 = 1.520,00$$

Prestação

$$P = 2.000 + 1.520 = 3.520,00$$

c) Na 40ª prestação o saldo devedor é:

$$80.000 - 39 \cdot 2.000 = 2.000,00$$

Juros

$$J = 2.000 \cdot 0,04 = 80,00$$

Prestação

$$P = 2.000 + 80 = 2.080,00$$

d) Após o pagamento da 10ª prestação o saldo devedor é:

$$80.000 - 10 \cdot 2.000 = 60.000,00$$

Exercícios 3.4.3. *Um cliente realizou um empréstimo de R\$ 120.000,00 em uma instituição financeira, sob o regime do sistema de amortização constante (SAC), com prazo de pagamento de 10 anos, taxa de juros de 12% ao ano e pagamentos mensais. Qual será o valor da 5ª prestação? Caso seja necessária a conversão de taxas, use a fórmula de taxas equivalentes referente ao regime de juros simples.*

Resolução:

Como os pagamentos são mensais, precisamos transformar o prazo e a taxa de juros.

$$10 \text{ anos} = 120 \text{ meses}$$

$$12\%a.a. = 1\%a.m. (12\% \div 12 \text{ meses})$$

Amortização:

$$A = \frac{120.000,00}{120} = 1.000,00$$

Na 5ª prestação o saldo devedor é:

$$120.000 - 4 \cdot 1.000 = 116.000,00$$

Juros

$$J = 116.000 \cdot 0,01 = 1.160,00$$

Prestação

$$P = 1.000 + 1.160 = 2.160,00$$

3.5 Aproximando conceitos teóricos de situações cotidianas

Este trabalho apresenta uma pesquisa cujo fundamento foi elaborado com a proposta pedagógica de reconhecer as diferentes situações do dia a dia que demande conhecimento financeiro, ao qual torna-se complexo aplicar as noções matemáticas adquiridas em sala de aula e sua articulação cotidianamente. Iremos apresentar exemplos a respeito do tema, no decurso desta seção, e explanar as simulações realizadas por algumas instituições financeiras.

Compreender alguns conceitos de tarifas, despesas e custo é essencial para avaliar o impacto financeiro de empréstimos e financiamentos, permitindo uma análise mais clara e consciente dos custos envolvidos.

TARIFA DE CONTRATAÇÃO: Tarifas de contratação são as formas de remuneração de um serviço privado, decorrente de contratação, e só serão pagas por meio da prestação do serviço.

DESPESA – IOF (Imposto sobre Operações Financeiras): O IOF incidente sobre operações de câmbio, seguros e títulos e valores mobiliários, o mesmo é informado nos respectivos contratos.

DESPESA ADICIONAL IOF: Essa alíquota adicional é cobrada no momento da contratação do empréstimo ou financiamento.

CUSTO EFETIVO TOTAL (MENSAL): Custo Efetivo Total (CET) representa todos os encargos e despesas incidentes nas operações de crédito e de arrendamento mercantil financeiro, contratadas ou ofertadas a pessoas físicas, microempresas ou empresas de pequeno porte.

CUSTO EFETIVO TOTAL (ANUAL): O CET foi instituído pela Resolução nº 3.517, de 06/12/2007 e determina o custo total da operação de crédito para o cliente, sendo apresentado em forma de taxa percentual anual.

Para o cálculo são analisados o valor do crédito permitido, o número de parcelas contratadas, a taxa de juros, tributos, tarifas, os prêmios de seguro de Morte e Invalidez Permanente e Danos Físicos do Imóvel, e demais despesas admitidas na operação de crédito (NOGUEIRA; BECK, 2016).

3.5.1 Simulação de financiamento no Banco do Brasil

Exemplo 3.5.1. *Simulação de financiamento no Banco do Brasil*

Na página a seguir apresentamos uma simulação de financiamento feita no Banco do Brasil considerando um valor a financiar de R\$ 100.000,00, que será pago em 36 parcelas. O sistema de amortização escolhido foi o SAC.

Valor a Financiar
R\$ 100.000,00Parcelas (meses)
36Taxa
3,510% a.m. - PrefixadaAmortização
SACPrimeira Amortização
13.01.2024Última Amortização
13.12.2026

DESCRIÇÃO	VALOR	PERCENTUAL
Tarifa de contratação	R\$ 3.000,00	
Despesa - IOF	R\$ 1.268,33	
Despesa - Adicional IOF	R\$ 380,00	
Custo Efetivo Total (Mensal)		3,950% a.m.
Custo Efetivo Total (Anual)		59,140% a.a.

DATA	CAPITAL	JUROS	VALOR A PAGAR	SALDO DEVEDOR
13.12.2023	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 4.648,33	R\$ 100.000,00
13.01.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 3.627,00	R\$ 6.404,77	R\$ 97.222,23
13.02.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 3.526,25	R\$ 6.304,02	R\$ 94.444,46
13.03.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 3.204,50	R\$ 5.982,27	R\$ 91.666,69
13.04.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 3.324,75	R\$ 6.102,52	R\$ 88.888,92
13.05.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 3.120,00	R\$ 5.897,77	R\$ 86.111,15
13.06.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 3.123,25	R\$ 5.901,02	R\$ 83.333,38
13.07.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 2.925,00	R\$ 5.702,77	R\$ 80.555,61
13.08.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 2.921,75	R\$ 5.699,52	R\$ 77.777,84
13.09.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 2.821,00	R\$ 5.598,77	R\$ 75.000,07
13.10.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 2.632,50	R\$ 5.410,27	R\$ 72.222,30
13.11.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 2.619,50	R\$ 5.397,27	R\$ 69.444,53
13.12.2024	R\$ 2.777,77	R\$ 2.437,50	R\$ 5.215,27	R\$ 66.666,76
13.01.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 2.418,00	R\$ 5.195,77	R\$ 63.888,99
13.02.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 2.317,25	R\$ 5.095,02	R\$ 61.111,22
13.03.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 2.002,00	R\$ 4.779,77	R\$ 58.333,45
13.04.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 2.115,75	R\$ 4.893,52	R\$ 55.555,68
13.05.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 1.950,00	R\$ 4.727,77	R\$ 52.777,91
13.06.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 1.914,25	R\$ 4.692,02	R\$ 50.000,14
13.07.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 1.755,00	R\$ 4.532,77	R\$ 47.222,37
13.08.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 1.712,76	R\$ 4.490,53	R\$ 44.444,60
13.09.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 1.612,01	R\$ 4.389,78	R\$ 41.666,83
13.10.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 1.462,51	R\$ 4.240,28	R\$ 38.889,06
13.11.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 1.410,51	R\$ 4.188,28	R\$ 36.111,29
13.12.2025	R\$ 2.777,77	R\$ 1.267,51	R\$ 4.045,28	R\$ 33.333,52
13.01.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 1.209,01	R\$ 3.986,78	R\$ 30.555,75
13.02.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 1.108,26	R\$ 3.886,03	R\$ 27.777,98
13.03.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 910,01	R\$ 3.687,78	R\$ 25.000,21
13.04.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 906,76	R\$ 3.684,53	R\$ 22.222,44
13.05.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 780,01	R\$ 3.557,78	R\$ 19.444,67
13.06.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 705,26	R\$ 3.483,03	R\$ 16.666,90
13.07.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 585,01	R\$ 3.362,78	R\$ 13.889,13
13.08.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 503,76	R\$ 3.281,53	R\$ 11.111,36
13.09.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 403,01	R\$ 3.180,78	R\$ 8.333,59
13.10.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 292,51	R\$ 3.070,28	R\$ 5.555,82
13.11.2026	R\$ 2.777,77	R\$ 201,51	R\$ 2.979,28	R\$ 2.778,05
13.12.2026	R\$ 2.778,05	R\$ 97,51	R\$ 2.875,56	R\$ 0,00

O valor financiado é R\$100.000,00 por um período de 36 meses a uma taxa de juros de 3,510% ao mês.

Taxas equivalentes efetivas totais:

Custo Efetivo Total (Mensal) 3,950% a.m.

Custo Efetivo Total (Anual) 59,140% a.a.

Como visto na Seção 2.3, vamos converter a taxa anual para mensal para conferir.

$$i_p = (1 + i_d)^{\frac{d}{p}} - 1$$

$$i_p = (1 + 0,59140)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$i_p = 1,59140^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$i_p = 1,0395 - 1$$

$$i_p = 0,0395$$

$$i_p = 3,95\% \text{ a.m.}$$

Nesse financiamento, os juros de 3,510% ao mês, sobre o saldo devedor, são calculados por dias corridos com base na taxa proporcional diária (mês de 30 dias).

Amortização:

$$A = \frac{100.000,00}{36} = 2.777,77$$

1ª Prestação

A primeira prestação é referente à tarifa de contratação e despesas com IOF:

$$3.000,00 + 1.268,33 + 380,00 = 4.648,33$$

2ª Prestação

Juros

$$J = 100.000 \cdot 0,0351 \cdot \frac{31}{30} = 3.627,00$$

Nesse caso estamos usando $\frac{31}{30}$, 31 referente ao período de 13/12/2023 a 12/01/2024

Prestação

$$P = 2.777,77 + 3.627,00 = 6.404,77$$

Saldo devedor

$$SD = 100.000 - 2.777,77 = 97.222,23$$

3ª Prestação

Juros

$$J = 97.222,23 \cdot 0,0351 \cdot \frac{31}{30} = 3.526,25$$

Nesse caso, estamos usando $\frac{31}{30}$, 31 referente ao período de 13/01/2024 a 12/02/2024

Prestação

$$P = 2.777,77 + 3.526,25 = 6.304,02$$

Saldo devedor

$$SD = 97.222,23 - 2.777,77 = 94.444,46$$

4ª Prestação

Juros

$$J = 94.444,46 \cdot 0,0351 \cdot \frac{29}{30} = 3.204,50$$

Nesse caso estou usando $\frac{29}{30}$, 29 referente ao período de 13/02/2024 a 12/03/2024

Prestação

$$P = 2.777,77 + 3.204,50 = 5.982,27$$

Saldo devedor

$$SD = 94.444,46 - 2.777,77 = 91.666,69$$

5ª Prestação

Juros

$$J = 91.666,69 \cdot 0,0351 \cdot \frac{31}{30} = 3.324,75$$

Nesse caso estou usando $\frac{31}{30}$, 31 referente ao período de 13/03/2024 a 12/04/2024

Prestação

$$P = 2.777,77 + 3.324,75 = 6.102,52$$

Saldo devedor

$$SD = 91.666,69 - 2.777,77 = 88.888,92$$

6ª Prestação

Juros

$$J = 88.888,92 \cdot 0,0351 \cdot \frac{30}{30} = 3.120,00$$

Nesse caso estou usando $\frac{30}{30}$, 30 referente ao período de 13/04/2024 a 12/05/2024

Prestação

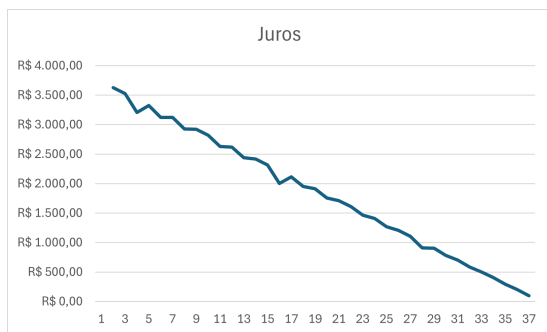
$$P = 2.777,77 + 3.120,00 = 5.897,77$$

Saldo devedor

$$SD = 88.888,92 - 2.777,77 = 86.111,15$$

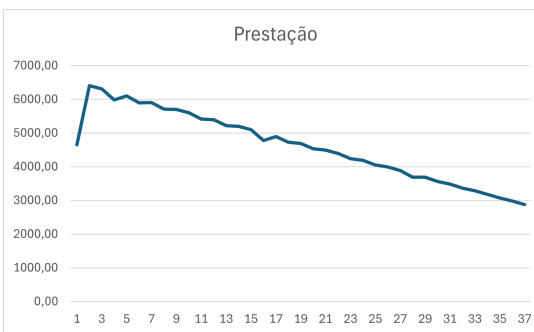
Abaixo temos gráficos que ilustram a evolução dos juros, da prestação, do saldo devedor e também a composição de cada prestação (amortização + juros) ao longo do tempo no SAC.

Figura 2 – Juros - Exemplo 3.5.1



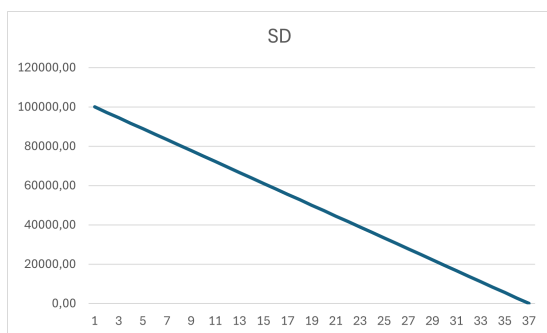
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 3 – Prestação - Exemplo 3.5.1



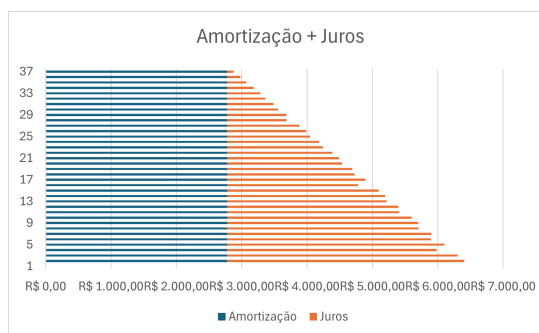
Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 4 – Saldo Devedor



Fonte: Produção do próprio autor.

Figura 5 – Amortização mais Juros



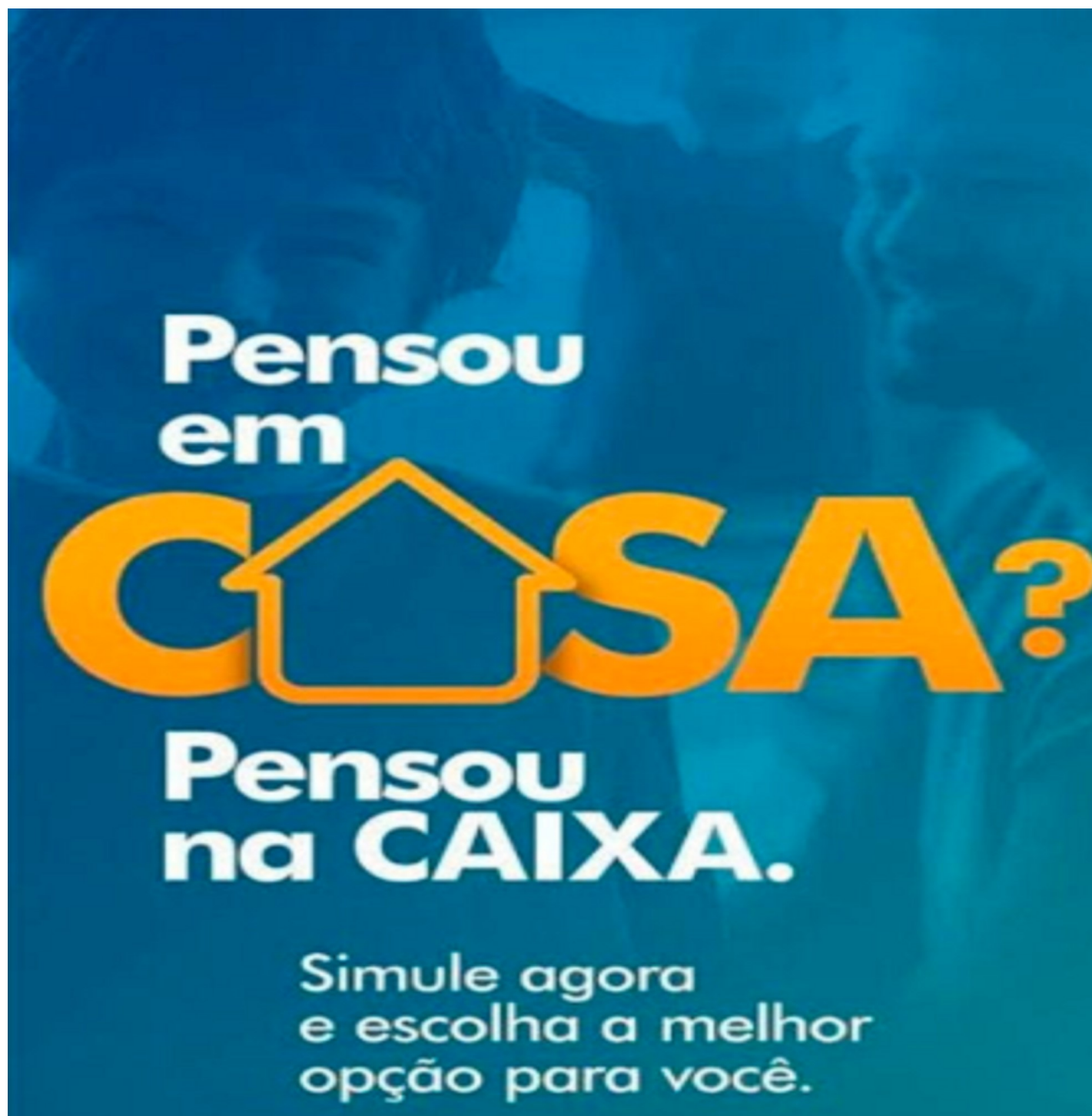
Fonte: Produção do próprio autor.

3.5.2 Simulação de financiamento na Caixa Econômica Federal

Exemplo 3.5.2. Simulação de financiamento na Caixa Econômica Federal

Na página a seguir apresentamos uma simulação de financiamento feita na Caixa Econômica, considerando um valor a financiar de R\$ 50.000,00, que será pago em 120 parcelas a uma taxa de juros de 13,2% ao ano. Utilizamos o Sistema de Amortização Constante (SAC).

Simulador Habitacional CAIXA e Crédito Real Fácil CAIXA



Pensou
em
COISA?
Pensou
na **CAIXA.**

Simule agora
e escolha a melhor
opção para você.



Dados iniciais

Este financiamento ou empréstimo Real Fácil CAIXA é para uma pessoa: Pessoa Física

Qual tipo de financiamento ou empréstimo Real Fácil CAIXA você deseja? Comercial

O imóvel que deseja comprar ou oferecer em garantia é: Empréstimo Garantido por Imóvel

Valor aproximado do imóvel: R\$ 100.000,00

Onde está localizado o imóvel? CARIACICA-ES

Possuo imóvel nesta cidade: Sim

Portabilidade de Crédito Imobiliário: Não

Seus dados

Qual é a renda bruta familiar? R\$ 20.709,00

Qual é a data de nascimento do participante de maior idade? 20/10/1980

Possui 3 anos de trabalho sob regime do FGTS, somando-se todos os períodos trabalhados? Não

Já fui beneficiado, ou o imóvel objeto do financiamento, com subsídio concedido pelo FGTS/União? Não

Possui mais de um comprador e/ou dependente na proposta?? Não

Você tem ou gostaria de ter relacionamento com a Caixa? Sim

Algum dos participantes é Servidor Público? Não

Você tem ou gostaria de ter crédito salário na CAIXA ou produto de Previdência? Não

Opções

CRÉDITO REAL FÁCIL CAIXA (TR, IPCA ou Tx FIXA): Setor Privado - Garantia Imóvel Comercial

Resultados

CRÉDITO REAL FÁCIL CAIXA (TR, IPCA ou Tx FIXA): Setor Privado - Garantia Imóvel Comercial

Prazo	120 meses	
Valor da entrada	R\$ 50.000,00	
Juros	13,2000% a.a	
CET - Custo Efetivo Total	18,31% a.a	
CESH - Custo Efetivo do Seguro Habitacional	2,56% a.a	
Seguradora	CAIXA RESIDENCIAL HABITACIONAL	
Sistema de amortização/indexador: SAC / TR - Sistema de Amortização Constante	SAC/TR	
Somatório das Parcelas	R\$ 85.166,74	
Componentes do CET	Valor	Percentual
Valor do empréstimo	R\$ 50.000,00	91,34%
Subsídio Complementar	R\$ 0,00	0,00%
Seguro à Vista	R\$ 19,75	0,04%
Tarifa para Avaliação de Bens Recebidos em Garantia	R\$ 3.100,00	5,66%
IOF	R\$ 1.618,04	2,96%
Valor Líquido a ser creditado	R\$ 48.381,96	

- Planilha de evolução teórica para demonstração dos fluxos referentes aos pagamentos e recebimentos considerados no cálculo do Custo Efetivo Total - CET nas condições vigentes na data da simulação. Os cálculos apresentados na planilha não consideram a atualização do saldo devedor pelo indexador escolhido.

- As taxas de juros constantes na planilha do Custo Efetivo Total - CET são anuais e devidas sobre saldo devedor do financiamento.

Fase de Amortização

Nº	Vencimento	Prestação	Seguro	Taxa de Administração (TA)	Encargo	Saldo Devedor
1	06/07/2024	R\$ 966,67	R\$ 19,64	R\$ 0,00	R\$ 986,31	R\$ 49.583,33
2	06/08/2024	R\$ 962,09	R\$ 19,54	R\$ 0,00	R\$ 981,63	R\$ 49.166,66
3	06/09/2024	R\$ 957,50	R\$ 19,43	R\$ 0,00	R\$ 976,93	R\$ 48.749,99
4	06/10/2024	R\$ 952,92	R\$ 19,33	R\$ 0,00	R\$ 972,25	R\$ 48.333,32
5	06/11/2024	R\$ 948,34	R\$ 19,22	R\$ 0,00	R\$ 967,56	R\$ 47.916,65
6	06/12/2024	R\$ 943,75	R\$ 19,12	R\$ 0,00	R\$ 962,87	R\$ 47.499,98

Nº	Vencimento	Prestação	Seguro	Taxa de Administração (TA)	Encargo	Saldo Devedor
7	06/01/2025	R\$ 939,17	R\$ 19,01	R\$ 0,00	R\$ 958,18	R\$ 47.083,31
8	06/02/2025	R\$ 934,59	R\$ 18,91	R\$ 0,00	R\$ 953,50	R\$ 46.666,64
9	06/03/2025	R\$ 930,00	R\$ 18,80	R\$ 0,00	R\$ 948,80	R\$ 46.249,97
10	06/04/2025	R\$ 925,42	R\$ 18,70	R\$ 0,00	R\$ 944,12	R\$ 45.833,30
11	06/05/2025	R\$ 920,84	R\$ 18,59	R\$ 0,00	R\$ 939,43	R\$ 45.416,63
12	06/06/2025	R\$ 916,25	R\$ 18,48	R\$ 0,00	R\$ 934,73	R\$ 44.999,96
13	06/07/2025	R\$ 911,67	R\$ 18,38	R\$ 0,00	R\$ 930,05	R\$ 44.583,29
14	06/08/2025	R\$ 907,09	R\$ 18,27	R\$ 0,00	R\$ 925,36	R\$ 44.166,62
15	06/09/2025	R\$ 902,50	R\$ 18,17	R\$ 0,00	R\$ 920,67	R\$ 43.749,95
16	06/10/2025	R\$ 897,92	R\$ 18,06	R\$ 0,00	R\$ 915,98	R\$ 43.333,28
17	06/11/2025	R\$ 893,34	R\$ 17,96	R\$ 0,00	R\$ 911,30	R\$ 42.916,61
18	06/12/2025	R\$ 888,75	R\$ 17,85	R\$ 0,00	R\$ 906,60	R\$ 42.499,94
19	06/01/2026	R\$ 884,17	R\$ 17,75	R\$ 0,00	R\$ 901,92	R\$ 42.083,27
20	06/02/2026	R\$ 879,59	R\$ 17,64	R\$ 0,00	R\$ 897,23	R\$ 41.666,60
21	06/03/2026	R\$ 875,00	R\$ 17,54	R\$ 0,00	R\$ 892,54	R\$ 41.249,93
22	06/04/2026	R\$ 870,42	R\$ 17,43	R\$ 0,00	R\$ 887,85	R\$ 40.833,26
23	06/05/2026	R\$ 865,84	R\$ 17,33	R\$ 0,00	R\$ 883,17	R\$ 40.416,59
24	06/06/2026	R\$ 861,25	R\$ 17,22	R\$ 0,00	R\$ 878,47	R\$ 39.999,92
25	06/07/2026	R\$ 856,67	R\$ 17,11	R\$ 0,00	R\$ 873,78	R\$ 39.583,25
26	06/08/2026	R\$ 852,09	R\$ 17,01	R\$ 0,00	R\$ 869,10	R\$ 39.166,58
27	06/09/2026	R\$ 847,50	R\$ 16,90	R\$ 0,00	R\$ 864,40	R\$ 38.749,91
28	06/10/2026	R\$ 842,92	R\$ 16,80	R\$ 0,00	R\$ 859,72	R\$ 38.333,24
29	06/11/2026	R\$ 838,34	R\$ 21,77	R\$ 0,00	R\$ 860,11	R\$ 37.916,57
30	06/12/2026	R\$ 833,75	R\$ 21,61	R\$ 0,00	R\$ 855,36	R\$ 37.499,90
31	06/01/2027	R\$ 829,17	R\$ 21,45	R\$ 0,00	R\$ 850,62	R\$ 37.083,23
32	06/02/2027	R\$ 824,59	R\$ 21,29	R\$ 0,00	R\$ 845,88	R\$ 36.666,56
33	06/03/2027	R\$ 820,00	R\$ 21,13	R\$ 0,00	R\$ 841,13	R\$ 36.249,89
34	06/04/2027	R\$ 815,42	R\$ 20,97	R\$ 0,00	R\$ 836,39	R\$ 35.833,22
35	06/05/2027	R\$ 810,84	R\$ 20,81	R\$ 0,00	R\$ 831,65	R\$ 35.416,55
36	06/06/2027	R\$ 806,25	R\$ 20,64	R\$ 0,00	R\$ 826,89	R\$ 34.999,88
37	06/07/2027	R\$ 801,67	R\$ 20,48	R\$ 0,00	R\$ 822,15	R\$ 34.583,21
38	06/08/2027	R\$ 797,09	R\$ 20,32	R\$ 0,00	R\$ 817,41	R\$ 34.166,54
39	06/09/2027	R\$ 792,50	R\$ 20,16	R\$ 0,00	R\$ 812,66	R\$ 33.749,87
40	06/10/2027	R\$ 787,92	R\$ 20,00	R\$ 0,00	R\$ 807,92	R\$ 33.333,20
41	06/11/2027	R\$ 783,34	R\$ 19,84	R\$ 0,00	R\$ 803,18	R\$ 32.916,53
42	06/12/2027	R\$ 778,75	R\$ 19,68	R\$ 0,00	R\$ 798,43	R\$ 32.499,86
43	06/01/2028	R\$ 774,17	R\$ 19,52	R\$ 0,00	R\$ 793,69	R\$ 32.083,19
44	06/02/2028	R\$ 769,59	R\$ 19,35	R\$ 0,00	R\$ 788,94	R\$ 31.666,52
45	06/03/2028	R\$ 765,00	R\$ 19,19	R\$ 0,00	R\$ 784,19	R\$ 31.249,85
46	06/04/2028	R\$ 760,42	R\$ 19,03	R\$ 0,00	R\$ 779,45	R\$ 30.833,18
47	06/05/2028	R\$ 755,84	R\$ 18,87	R\$ 0,00	R\$ 774,71	R\$ 30.416,51

Nº	Vencimento	Prestação	Seguro	Taxa de Administração (TA)	Encargo	Saldo Devedor
48	06/06/2028	R\$ 751,25	R\$ 18,71	R\$ 0,00	R\$ 769,96	R\$ 29.999,84
49	06/07/2028	R\$ 746,67	R\$ 18,55	R\$ 0,00	R\$ 765,22	R\$ 29.583,17
50	06/08/2028	R\$ 742,08	R\$ 18,39	R\$ 0,00	R\$ 760,47	R\$ 29.166,50
51	06/09/2028	R\$ 737,50	R\$ 18,23	R\$ 0,00	R\$ 755,73	R\$ 28.749,83
52	06/10/2028	R\$ 732,92	R\$ 18,06	R\$ 0,00	R\$ 750,98	R\$ 28.333,16
53	06/11/2028	R\$ 728,33	R\$ 17,90	R\$ 0,00	R\$ 746,23	R\$ 27.916,49
54	06/12/2028	R\$ 723,75	R\$ 17,74	R\$ 0,00	R\$ 741,49	R\$ 27.499,82
55	06/01/2029	R\$ 719,17	R\$ 17,58	R\$ 0,00	R\$ 736,75	R\$ 27.083,15
56	06/02/2029	R\$ 714,58	R\$ 17,42	R\$ 0,00	R\$ 732,00	R\$ 26.666,48
57	06/03/2029	R\$ 710,00	R\$ 17,26	R\$ 0,00	R\$ 727,26	R\$ 26.249,81
58	06/04/2029	R\$ 705,42	R\$ 17,10	R\$ 0,00	R\$ 722,52	R\$ 25.833,14
59	06/05/2029	R\$ 700,83	R\$ 16,94	R\$ 0,00	R\$ 717,77	R\$ 25.416,47
60	06/06/2029	R\$ 696,25	R\$ 16,77	R\$ 0,00	R\$ 713,02	R\$ 24.999,80
61	06/07/2029	R\$ 691,67	R\$ 16,61	R\$ 0,00	R\$ 708,28	R\$ 24.583,13
62	06/08/2029	R\$ 687,08	R\$ 16,45	R\$ 0,00	R\$ 703,53	R\$ 24.166,46
63	06/09/2029	R\$ 682,50	R\$ 16,29	R\$ 0,00	R\$ 698,79	R\$ 23.749,79
64	06/10/2029	R\$ 677,92	R\$ 16,13	R\$ 0,00	R\$ 694,05	R\$ 23.333,12
65	06/11/2029	R\$ 673,33	R\$ 15,97	R\$ 0,00	R\$ 689,30	R\$ 22.916,45
66	06/12/2029	R\$ 668,75	R\$ 15,81	R\$ 0,00	R\$ 684,56	R\$ 22.499,78
67	06/01/2030	R\$ 664,17	R\$ 15,65	R\$ 0,00	R\$ 679,82	R\$ 22.083,11
68	06/02/2030	R\$ 659,58	R\$ 15,48	R\$ 0,00	R\$ 675,06	R\$ 21.666,44
69	06/03/2030	R\$ 655,00	R\$ 15,32	R\$ 0,00	R\$ 670,32	R\$ 21.249,77
70	06/04/2030	R\$ 650,42	R\$ 15,16	R\$ 0,00	R\$ 665,58	R\$ 20.833,10
71	06/05/2030	R\$ 645,83	R\$ 15,00	R\$ 0,00	R\$ 660,83	R\$ 20.416,43
72	06/06/2030	R\$ 641,25	R\$ 14,84	R\$ 0,00	R\$ 656,09	R\$ 19.999,76
73	06/07/2030	R\$ 636,67	R\$ 14,68	R\$ 0,00	R\$ 651,35	R\$ 19.583,09
74	06/08/2030	R\$ 632,08	R\$ 14,52	R\$ 0,00	R\$ 646,60	R\$ 19.166,42
75	06/09/2030	R\$ 627,50	R\$ 14,36	R\$ 0,00	R\$ 641,86	R\$ 18.749,75
76	06/10/2030	R\$ 622,92	R\$ 14,19	R\$ 0,00	R\$ 637,11	R\$ 18.333,08
77	06/11/2030	R\$ 618,33	R\$ 14,03	R\$ 0,00	R\$ 632,36	R\$ 17.916,41
78	06/12/2030	R\$ 613,75	R\$ 13,87	R\$ 0,00	R\$ 627,62	R\$ 17.499,74
79	06/01/2031	R\$ 609,17	R\$ 13,71	R\$ 0,00	R\$ 622,88	R\$ 17.083,07
80	06/02/2031	R\$ 604,58	R\$ 13,55	R\$ 0,00	R\$ 618,13	R\$ 16.666,40
81	06/03/2031	R\$ 600,00	R\$ 13,39	R\$ 0,00	R\$ 613,39	R\$ 16.249,73
82	06/04/2031	R\$ 595,42	R\$ 13,23	R\$ 0,00	R\$ 608,65	R\$ 15.833,06
83	06/05/2031	R\$ 590,83	R\$ 13,07	R\$ 0,00	R\$ 603,90	R\$ 15.416,39
84	06/06/2031	R\$ 586,25	R\$ 12,90	R\$ 0,00	R\$ 599,15	R\$ 14.999,72
85	06/07/2031	R\$ 581,67	R\$ 12,74	R\$ 0,00	R\$ 594,41	R\$ 14.583,05
86	06/08/2031	R\$ 577,08	R\$ 12,58	R\$ 0,00	R\$ 589,66	R\$ 14.166,38
87	06/09/2031	R\$ 572,50	R\$ 12,42	R\$ 0,00	R\$ 584,92	R\$ 13.749,71
88	06/10/2031	R\$ 567,92	R\$ 12,26	R\$ 0,00	R\$ 580,18	R\$ 13.333,04

Nº	Vencimento	Prestação	Seguro	Taxa de Administração (TA)	Encargo	Saldo Devedor
89	06/11/2031	R\$ 563,33	R\$ 15,87	R\$ 0,00	R\$ 579,20	R\$ 12.916,37
90	06/12/2031	R\$ 558,75	R\$ 15,59	R\$ 0,00	R\$ 574,34	R\$ 12.499,70
91	06/01/2032	R\$ 554,17	R\$ 15,30	R\$ 0,00	R\$ 569,47	R\$ 12.083,03
92	06/02/2032	R\$ 549,58	R\$ 15,02	R\$ 0,00	R\$ 564,60	R\$ 11.666,36
93	06/03/2032	R\$ 545,00	R\$ 14,74	R\$ 0,00	R\$ 559,74	R\$ 11.249,69
94	06/04/2032	R\$ 540,42	R\$ 14,46	R\$ 0,00	R\$ 554,88	R\$ 10.833,02
95	06/05/2032	R\$ 535,83	R\$ 14,17	R\$ 0,00	R\$ 550,00	R\$ 10.416,35
96	06/06/2032	R\$ 531,25	R\$ 13,89	R\$ 0,00	R\$ 545,14	R\$ 9.999,68
97	06/07/2032	R\$ 526,67	R\$ 13,61	R\$ 0,00	R\$ 540,28	R\$ 9.583,01
98	06/08/2032	R\$ 522,08	R\$ 13,32	R\$ 0,00	R\$ 535,40	R\$ 9.166,34
99	06/09/2032	R\$ 517,50	R\$ 13,04	R\$ 0,00	R\$ 530,54	R\$ 8.749,67
100	06/10/2032	R\$ 512,92	R\$ 12,76	R\$ 0,00	R\$ 525,68	R\$ 8.333,00
101	06/11/2032	R\$ 508,33	R\$ 12,48	R\$ 0,00	R\$ 520,81	R\$ 7.916,33
102	06/12/2032	R\$ 503,75	R\$ 12,19	R\$ 0,00	R\$ 515,94	R\$ 7.499,66
103	06/01/2033	R\$ 499,17	R\$ 11,91	R\$ 0,00	R\$ 511,08	R\$ 7.082,99
104	06/02/2033	R\$ 494,58	R\$ 11,63	R\$ 0,00	R\$ 506,21	R\$ 6.666,32
105	06/03/2033	R\$ 490,00	R\$ 11,34	R\$ 0,00	R\$ 501,34	R\$ 6.249,65
106	06/04/2033	R\$ 485,42	R\$ 11,06	R\$ 0,00	R\$ 496,48	R\$ 5.832,98
107	06/05/2033	R\$ 480,83	R\$ 10,78	R\$ 0,00	R\$ 491,61	R\$ 5.416,31
108	06/06/2033	R\$ 476,25	R\$ 10,49	R\$ 0,00	R\$ 486,74	R\$ 4.999,64
109	06/07/2033	R\$ 471,67	R\$ 10,21	R\$ 0,00	R\$ 481,88	R\$ 4.582,97
110	06/08/2033	R\$ 467,08	R\$ 9,93	R\$ 0,00	R\$ 477,01	R\$ 4.166,30
111	06/09/2033	R\$ 462,50	R\$ 9,65	R\$ 0,00	R\$ 472,15	R\$ 3.749,63
112	06/10/2033	R\$ 457,92	R\$ 9,36	R\$ 0,00	R\$ 467,28	R\$ 3.332,96
113	06/11/2033	R\$ 453,33	R\$ 9,08	R\$ 0,00	R\$ 462,41	R\$ 2.916,29
114	06/12/2033	R\$ 448,75	R\$ 8,80	R\$ 0,00	R\$ 457,55	R\$ 2.499,62
115	06/01/2034	R\$ 444,17	R\$ 8,51	R\$ 0,00	R\$ 452,68	R\$ 2.082,95
116	06/02/2034	R\$ 439,58	R\$ 8,23	R\$ 0,00	R\$ 447,81	R\$ 1.666,28
117	06/03/2034	R\$ 435,00	R\$ 7,95	R\$ 0,00	R\$ 442,95	R\$ 1.249,61
118	06/04/2034	R\$ 430,42	R\$ 7,67	R\$ 0,00	R\$ 438,09	R\$ 832,94
119	06/05/2034	R\$ 425,83	R\$ 7,38	R\$ 0,00	R\$ 433,21	R\$ 416,27
120	06/06/2034	R\$ 421,25	R\$ 0,00	R\$ 0,00	R\$ 421,25	R\$ 0,00

Esta planilha é uma simulação matemática para demonstração da evolução teórica dos valores utilizados no cálculo do Custo Efetivo Total (CET), em atendimento ao que dispõem as Resoluções 3.517 e 3.909 do Conselho Monetário Nacional (CMN). De acordo com o Parágrafo 3º do Artigo 1º da Resolução 3.517 o Cálculo do CET não considera taxas flutuantes, índice de preços ou outros referenciais de remuneração cujo valor se altere no decorrer do prazo da operação, portanto, os valores acima estão sujeitos à alteração em decorrência da aplicação das atualizações monetárias previstas no contrato de financiamento. Solicitação de alteração de Data de Vencimento de Encargo Mensal após a contratação implica em cobrança de juros e atualização monetária proporcional à quantidade de dias decorridos entre a Data de Vencimento original do encargo e a nova data. A contratação está condicionada à disponibilidade de recursos para sua região e ao atendimento das exigências referentes às regras do financiamento habitacional bem como à apuração da capacidade de pagamento e à aprovação da análise de crédito a ser efetuada pela CAIXA.

O valor financiado é R\$50.000,00 por um período de 120 meses.

Taxa de Juros Mensal:

Neste caso, a taxa de 13,2% *a.a.* é equivalente a taxa de 1,1% *a.m.*, pois $\frac{13,2}{12} = 1,1$, vale ressaltar que 1 ano possui 12 meses.

Note que, diferente do Banco do Brasil, a Caixa Econômica utiliza o sistema de juros simples para converter a taxa anual em uma taxa equivalente mensal, enquanto o Banco do Brasil, utiliza o sistema de juros compostos.

Amortização:

$$A = \frac{50.000,00}{120} = 416,67$$

1ª Prestação

Juros

$$J = 50.000 \cdot 0,011 \cdot 1 = 550,00$$

Prestação

$$P = 416,67 + 550,00 = 966,67$$

Saldo devedor

$$SD = 50.000,00 - 416,67 = 49.583,33$$

2ª Prestação

Juros

$$J = 49.583,33 \cdot 0,011 \cdot 1 = 545,42$$

Prestação

$$P = 416,67 + 545,42 = 962,09$$

Saldo devedor

$$SD = 49.583,33 - 416,67 = 49.166,66$$

3ª Prestação

Juros

$$J = 49.166,66 \cdot 0,011 \cdot 1 = 540,83$$

Prestação

$$P = 416,67 + 540,83 = 957,50$$

Saldo devedor

$$SD = 49.166,66 - 416,67 = 48.749,99$$

4ª Prestação

Juros

$$J = 48.749,99 \cdot 0,011 \cdot 1 = 536,25$$

Prestação

$$P = 416,67 + 536,25 = 952,92$$

Saldo devedor

$$SD = 48.749,99 - 416,67 = 48.333,32$$

5ª Prestação

Juros

$$J = 48.333,32 \cdot 0,011 \cdot 1 = 531,67$$

Prestação

$$P = 416,67 + 531,67 = 948,34$$

Saldo devedor

$$SD = 48.333,32 - 416,67 = 47.916,65$$

3.5.3 Simulação de financiamento no Banestes

Exemplo 3.5.3. *Simulação de financiamento no Banestes*

Na página a seguir apresentamos uma simulação de financiamento feita no Banestes considerando um valor a financiar de R\$ 200.000,00, que será pago em 96 parcelas a uma taxa de juros de 9,39% ao ano. Utilizamos o Sistema de Amortização Constante (SAC).

VLR FINANCIADO	200.000,00
TAXA JUROS EFETIVA (%a.a.)	9,390000
TAXA JUROS NOMINAL (%a.a.)	9,008575
PRAZO	96
VALOR DE AVALIAÇÃO DO IMÓVEL	400.000,00
DATA DE NASCIMENTO	12/07/1992
DATA ASSINATURA DO CONTRATO	27/09/2024
TARIFA DE AVALIAÇÃO DO IMÓVEL	311,15
CET	10,09
CESH	1,0507
SEGURADORA	MAPFRE
IOF (PAGO À VISTA)	0,00

Obs.: (1) O resultado da simulação tem como objetivo apenas subsidiar sua decisão, não sendo válida como proposta. Cálculo sem a incidência de TR. Até a data da contratação, as condições do empréstimo poderão sofrer alterações sem aviso prévio, tais como taxa de juros e prazo.

Atenção: Os valores do seguro irão variar de acordo com o tipo de pessoa (PF ou PJ) e com data de nascimento do mutuário.

PMT	Encargo	Taxa de Adm.	MIP	DFI	Seguro	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
1	3.653,24	25,00	29,64	13,84	43,48	3.584,76	1.501,43	2.083,33	197.916,67
2	3.637,29	25,00	29,33	13,84	43,17	3.569,12	1.485,79	2.083,33	195.833,33
3	3.621,35	25,00	29,02	13,84	42,86	3.553,48	1.470,15	2.083,33	193.750,00
4	3.605,40	25,00	28,71	13,84	42,55	3.537,84	1.454,51	2.083,33	191.666,67
5	3.589,45	25,00	28,41	13,84	42,25	3.522,20	1.438,87	2.083,33	189.583,33
6	3.573,50	25,00	28,10	13,84	41,94	3.506,56	1.423,23	2.083,33	187.500,00
7	3.557,55	25,00	27,79	13,84	41,63	3.490,92	1.407,59	2.083,33	185.416,67
8	3.541,60	25,00	27,48	13,84	41,32	3.475,28	1.391,95	2.083,33	183.333,33
9	3.525,65	25,00	27,17	13,84	41,01	3.459,64	1.376,31	2.083,33	181.250,00
10	3.509,70	25,00	26,86	13,84	40,70	3.444,00	1.360,67	2.083,33	179.166,67
11	3.493,76	25,00	26,55	13,84	40,39	3.428,36	1.345,03	2.083,33	177.083,33
12	3.477,81	25,00	26,24	13,84	40,08	3.412,72	1.329,39	2.083,33	175.000,00
13	3.461,86	25,00	25,94	13,84	39,78	3.397,08	1.313,75	2.083,33	172.916,67
14	3.445,91	25,00	25,63	13,84	39,47	3.381,44	1.298,11	2.083,33	170.833,33
15	3.429,96	25,00	25,32	13,84	39,16	3.365,80	1.282,47	2.083,33	168.750,00
16	3.414,01	25,00	25,01	13,84	38,85	3.350,16	1.266,83	2.083,33	166.666,67
17	3.398,06	25,00	24,70	13,84	38,54	3.334,52	1.251,19	2.083,33	164.583,33
18	3.382,12	25,00	24,39	13,84	38,23	3.318,88	1.235,55	2.083,33	162.500,00
19	3.366,17	25,00	24,08	13,84	37,92	3.303,24	1.219,91	2.083,33	160.416,67
20	3.350,22	25,00	23,77	13,84	37,61	3.287,60	1.204,27	2.083,33	158.333,33
21	3.334,27	25,00	23,47	13,84	37,31	3.271,96	1.188,63	2.083,33	156.250,00
22	3.318,32	25,00	23,16	13,84	37,00	3.256,32	1.172,99	2.083,33	154.166,67
23	3.302,37	25,00	22,85	13,84	36,69	3.240,69	1.157,35	2.083,33	152.083,33
24	3.286,42	25,00	22,54	13,84	36,38	3.225,05	1.141,71	2.083,33	150.000,00
25	3.270,48	25,00	22,23	13,84	36,07	3.209,41	1.126,07	2.083,33	147.916,67
26	3.254,53	25,00	21,92	13,84	35,76	3.193,77	1.110,43	2.083,33	145.833,33
27	3.238,58	25,00	21,61	13,84	35,45	3.178,13	1.094,79	2.083,33	143.750,00
28	3.222,63	25,00	21,30	13,84	35,14	3.162,49	1.079,15	2.083,33	141.666,67
29	3.206,68	25,00	21,00	13,84	34,84	3.146,85	1.063,51	2.083,33	139.583,33
30	3.190,73	25,00	20,69	13,84	34,53	3.131,21	1.047,87	2.083,33	137.500,00
31	3.174,78	25,00	20,38	13,84	34,22	3.115,57	1.032,23	2.083,33	135.416,67
32	3.158,83	25,00	20,07	13,84	33,91	3.099,93	1.016,59	2.083,33	133.333,33
33	3.142,89	25,00	19,76	13,84	33,60	3.084,29	1.000,95	2.083,33	131.250,00
34	3.126,94	25,00	19,45	13,84	33,29	3.068,65	985,31	2.083,33	129.166,67
35	3.110,99	25,00	19,14	13,84	32,98	3.053,01	969,67	2.083,33	127.083,33
36	3.095,04	25,00	18,83	13,84	32,67	3.037,37	954,03	2.083,33	125.000,00
37	3.079,09	25,00	18,53	13,84	32,37	3.021,73	938,39	2.083,33	122.916,67
38	3.063,14	25,00	18,22	13,84	32,06	3.006,09	922,75	2.083,33	120.833,33
39	3.047,19	25,00	17,91	13,84	31,75	2.990,45	907,11	2.083,33	118.750,00
40	3.031,25	25,00	17,60	13,84	31,44	2.974,81	891,47	2.083,33	116.666,67
41	3.015,30	25,00	17,29	13,84	31,13	2.959,17	875,83	2.083,33	114.583,33
42	2.999,35	25,00	16,98	13,84	30,82	2.943,53	860,19	2.083,33	112.500,00
43	2.983,40	25,00	16,67	13,84	30,51	2.927,89	844,55	2.083,33	110.416,67
44	2.967,45	25,00	16,36	13,84	30,20	2.912,25	828,91	2.083,33	108.333,33
45	2.951,50	25,00	16,06	13,84	29,90	2.896,61	813,27	2.083,33	106.250,00
46	2.935,55	25,00	15,75	13,84	29,60	2.880,97	797,63	2.083,33	104.166,67
47	2.919,60	25,00	15,44	13,84	29,30	2.865,33	781,99	2.083,33	102.083,33
48	2.903,65	25,00	15,13	13,84	29,00	2.849,69	766,35	2.083,33	100.000,00
49	2.887,70	25,00	14,82	13,84	28,70	2.834,05	750,71	2.083,33	97.916,67
50	2.871,75	25,00	14,51	13,84	28,40	2.818,41	735,07	2.083,33	95.833,33
51	2.855,80	25,00	14,20	13,84	28,10	2.802,77	719,43	2.083,33	93.750,00
52	2.839,85	25,00	13,89	13,84	27,80	2.787,13	703,79	2.083,33	91.666,67
53	2.823,90	25,00	13,58	13,84	27,50	2.771,49	688,16	2.083,33	89.583,33
54	2.807,95	25,00	13,27	13,84	27,20	2.755,85	672,52	2.083,33	87.500,00
55	2.791,99	25,00	12,96	13,84	26,90	2.740,21	656,88	2.083,33	85.416,67
56	2.776,04	25,00	12,65	13,84	26,60	2.724,57	641,24	2.083,33	83.333,33

57	2.762,63	25,00	14,86	13,84	28,70	2.708,93	625,60	2.083,33	81.250,00
58	2.746,62	25,00	14,49	13,84	28,33	2.693,29	609,96	2.083,33	79.166,67
59	2.730,60	25,00	14,12	13,84	27,96	2.677,65	594,32	2.083,33	77.083,33
60	2.714,59	25,00	13,74	13,84	27,58	2.662,01	578,68	2.083,33	75.000,00
61	2.698,58	25,00	13,37	13,84	27,21	2.646,37	563,04	2.083,33	72.916,67
62	2.682,57	25,00	13,00	13,84	26,84	2.630,73	547,40	2.083,33	70.833,33
63	2.666,56	25,00	12,63	13,84	26,47	2.615,09	531,76	2.083,33	68.750,00
64	2.650,55	25,00	12,26	13,84	26,10	2.599,45	516,12	2.083,33	66.666,67
65	2.634,54	25,00	11,89	13,84	25,73	2.583,81	500,48	2.083,33	64.583,33
66	2.618,53	25,00	11,52	13,84	25,36	2.568,17	484,84	2.083,33	62.500,00
67	2.602,51	25,00	11,14	13,84	24,98	2.552,53	469,20	2.083,33	60.416,67
68	2.586,50	25,00	10,77	13,84	24,61	2.536,89	453,56	2.083,33	58.333,33
69	2.570,49	25,00	10,40	13,84	24,24	2.521,25	437,92	2.083,33	56.250,00
70	2.554,48	25,00	10,03	13,84	23,87	2.505,61	422,28	2.083,33	54.166,67
71	2.538,47	25,00	9,66	13,84	23,50	2.489,97	406,64	2.083,33	52.083,33
72	2.522,46	25,00	9,29	13,84	23,13	2.474,33	391,00	2.083,33	50.000,00
73	2.506,45	25,00	8,91	13,84	22,76	2.458,69	375,36	2.083,33	47.916,67
74	2.490,43	25,00	8,54	13,84	22,38	2.443,05	359,72	2.083,33	45.833,33
75	2.474,42	25,00	8,17	13,84	22,01	2.427,41	344,08	2.083,33	43.750,00
76	2.458,41	25,00	7,80	13,84	21,64	2.411,77	328,44	2.083,33	41.666,67
77	2.442,40	25,00	7,43	13,84	21,27	2.396,13	312,80	2.083,33	39.583,33
78	2.426,39	25,00	7,06	13,84	20,90	2.380,49	297,16	2.083,33	37.500,00
79	2.410,38	25,00	6,69	13,84	20,53	2.364,85	281,52	2.083,33	35.416,67
80	2.394,37	25,00	6,31	13,84	20,15	2.349,21	265,88	2.083,33	33.333,33
81	2.378,35	25,00	5,94	13,84	19,78	2.333,57	250,24	2.083,33	31.250,00
82	2.362,34	25,00	5,57	13,84	19,41	2.317,93	234,60	2.083,33	29.166,67
83	2.346,33	25,00	5,20	13,84	19,04	2.302,29	218,96	2.083,33	27.083,33
84	2.330,32	25,00	4,83	13,84	18,67	2.286,65	203,32	2.083,33	25.000,00
85	2.314,31	25,00	4,46	13,84	18,30	2.271,01	187,68	2.083,33	22.916,67
86	2.298,30	25,00	4,09	13,84	17,93	2.255,37	172,04	2.083,33	20.833,33
87	2.282,29	25,00	3,71	13,84	17,55	2.239,73	156,40	2.083,33	18.750,00
88	2.266,28	25,00	3,34	13,84	17,18	2.224,09	140,76	2.083,33	16.666,67
89	2.250,26	25,00	2,97	13,84	16,81	2.208,45	125,12	2.083,33	14.583,33
90	2.234,25	25,00	2,60	13,84	16,44	2.192,81	109,48	2.083,33	12.500,00
91	2.218,24	25,00	2,23	13,84	16,07	2.177,17	93,84	2.083,33	10.416,67
92	2.202,23	25,00	1,86	13,84	15,70	2.161,53	78,20	2.083,33	8.333,33
93	2.186,22	25,00	1,49	13,84	15,33	2.145,89	62,56	2.083,33	6.250,00
94	2.170,21	25,00	1,11	13,84	14,95	2.130,25	46,92	2.083,33	4.166,67
95	2.154,20	25,00	0,74	13,84	14,58	2.114,61	31,28	2.083,33	2.083,33
96	2.138,18	25,00	0,37	13,84	14,21	2.098,97	15,64	2.083,33	0,00

O valor financiado é R\$200.000,00 por um período de 96 meses.

A taxa de juros efetiva anual é 9,39% ao ano. Vamos converter para taxa mensal.

$$i_m = (1 + i_a)^{\frac{a}{m}} - 1$$

$$i_m = (1 + 0,0939)^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$i_m = 1,0939^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$i_m = 1,00750714 - 1$$

$$i_m = 0,00750714$$

$$i_m = 0,750714\% \text{ a.m.}$$

Amortização:

$$A = \frac{200.000,00}{96} = 2.083,33$$

1ª Prestação

Juros

$$J = 200.000 \cdot 0,00750714 \cdot 1 = 1.501,43$$

Prestação

$$P = 2.083,33 + 1.501,43 = 3.584,76$$

Saldo devedor

$$SD = 200.000,00 - 2.083,33 = 197.916,67$$

2ª Prestação

Juros

$$J = 197.916,67 \cdot 0,00750714 \cdot 1 = 1.485,79$$

Prestação

$$P = 2.083,33 + 1.485,79 = 3.569,12$$

Saldo devedor

$$SD = 197.916,67 - 2.083,33 = 195.833,33$$

3ª Prestação

Juros

$$J = 195.833,33 \cdot 0,00750714 \cdot 1 = 1.470,15$$

Prestação

$$P = 2.083,33 + 1.470,15 = 3.553,48$$

Saldo devedor

$$SD = 195.833,33 - 2.083,33 = 193.750,00$$

4ª Prestação

Juros

$$J = 193.750,00 \cdot 0,00750714 \cdot 1 = 1.454,51$$

Prestação

$$P = 2.083,33 + 1.454,51 = 3.537,84$$

Saldo devedor

$$SD = 193.750,00 - 2.083,33 = 191.666,67$$

5ª Prestação

Juros

$$J = 191.666,67 \cdot 0,00750714 \cdot 1 = 1.438,87$$

Prestação

$$P = 2.083,33 + 1.438,87 = 3.522,20$$

Saldo devedor

$$SD = 191.666,67 - 2.083,33 = 189.583,33$$

4 Sequência Didática

Ensinar o Sistema de Amortização Constante (SAC) pode ser uma tarefa mais eficaz se você seguir uma sequência didática clara e progressiva. Aqui está uma sugestão de sequência para ensinar o SAC, no qual você cria uma progressão lógica, que leva os alunos de conceitos básicos a uma compreensão mais profunda do Sistema de Amortização Constante.

4.1 Sequência de Aulas

4.1.1 Momento 1

Objetivos do Primeiro Momento:

Compreender o conceito de porcentagem.

Compreender a relação entre frações, números decimais e porcentagens.

Realizar cálculos simples de porcentagem.

Aplicar a porcentagem em situações do cotidiano.

Público-Alvo: Alunos do ensino fundamental ou médio.

Tempo Previsto: 2 aulas de 50 minutos cada.

1. Introdução (15 minutos)

- Explicação do conceito de porcentagem.
- Exemplos práticos do uso de porcentagens no dia a dia (descontos, aumento de preços, etc.). Exemplos [2.1.5](#) e [2.1.6](#)
- Discussão em sala de aula sobre situações cotidianas envolvendo porcentagens.

2. Definição Matemática (15 minutos)

- Apresentação da notação de porcentagem (%).
- Explicação de que 1% significa $\frac{1}{100}$.
- Exemplos de como representar frações como porcentagens. Exemplo [2.1.2](#)

3. Cálculos Básicos (20 minutos)

- Demonstração de como calcular uma porcentagem simples. Exemplo [2.1.4](#)
- Exercícios práticos envolvendo cálculos de porcentagem.

- Discussão em grupo sobre os resultados.
4. Problemas do Mundo Real (20 minutos)
- Apresentação de problemas do cotidiano que envolvem porcentagens.
 - Discussão em sala de aula sobre diferentes abordagens, incentivando os alunos a resolverem problemas práticos.
 - Resolução de problemas em grupo.
5. Atividade Prática (20 minutos)
- Divisão da classe em grupos.
 - Cada grupo recebe um problema para resolver, sobre o tema porcentagem.
 - Apresentação dos resultados pelos grupos e discussão em sala de aula.
6. Revisão e Conclusão (10 minutos)
- Recapitulação dos conceitos aprendidos.
 - Destaque para a importância da porcentagem na vida cotidiana.
 - Conclusão da aula com uma revisão dos principais pontos.
7. Avaliação
- Participação dos alunos nas discussões em sala de aula.
 - Desempenho nas atividades práticas.
 - Resolução correta dos exercícios de porcentagem.
8. Materiais Necessários
- Quadro branco ou flipchart.
 - Marcadores coloridos.
 - Folhas de papel para os alunos.
 - Calculadoras.
9. Observações
- Encoraje a participação ativa dos alunos, promovendo a discussão e a resolução de problemas em grupo.
 - Relacione os conceitos de porcentagem com situações práticas para tornar o aprendizado mais significativo.
 - Certifique-se de que os alunos compreendam a relação entre frações, decimais e porcentagens.

- Este plano de aula proporcionará uma introdução sólida ao conceito de porcentagem, permitindo que os alunos compreendam e apliquem esses conceitos em diferentes contextos.

4.1.2 Momento 2

Objetivos do Segundo Momento:

Compreender o conceito de juros simples.

Calcular juros simples em diferentes contextos.

Aplicar o conhecimento de juros simples em situações do cotidiano.

Público-alvo: Alunos do ensino médio.

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos cada.

1. Introdução (10 minutos)

- Discussão sobre o significado de juros no contexto financeiro.
- Apresentação do conceito de juros simples.
- Exemplos práticos de situações que envolvem juros simples. Exemplo [2.2.1](#)

2. Definição Matemática (15 minutos)

- Apresentação da fórmula dos juros simples: $J = C \cdot i \cdot t$
- Explicação de cada elemento da fórmula: J (juros), C (capital principal), i (taxa de juros) e t (tempo).

3. Exercícios Práticos (20 minutos)

- Resolução de exemplos simples de cálculos de juros simples.
- Exercícios práticos para a sala de aula, envolvendo diferentes situações e contextos. Exemplos [2.2.2](#), [2.2.3](#) e [2.2.4](#)

4. Aplicações no Cotidiano (15 minutos)

- Discussão sobre como os juros simples estão presentes em situações diárias, como por exemplo, compras parceladas, investimentos simples, etc.
- Análise de casos reais de empréstimos e financiamentos.

5. Problemas para Resolução em Grupo (20 minutos)

- Divisão da classe em grupos.

- Cada grupo recebe um problema que envolve o cálculo de juros simples para resolver.
 - Apresentação dos resultados por cada grupos e discussão em sala de aula.
6. Relação entre Juros Simples e Capital (10 minutos)
- Discussão sobre como a taxa de juros e o tempo afetam os juros simples.
 - Análise de como diferentes taxas e tempos de investimento impactam o valor total acumulado.
7. Revisão e Conclusão (10 minutos)
- Recapitulação dos conceitos aprendidos.
 - Destaque para a importância do entendimento de juros simples para decisões financeiras.
 - Conclusão da aula com uma revisão dos principais pontos.
8. Avaliação:
- Participação ativa dos alunos na resolução de exercícios e problemas.
 - Desempenho na atividade em grupo.
 - Compreensão demonstrada nas respostas às questões de aplicação prática.
9. Materiais Necessários
- Quadro branco ou flipchart.
 - Marcadores coloridos.
 - Folhas de papel para os alunos.
 - Calculadoras.
10. Observações
- Encoraje os alunos a fazerem perguntas para esclarecer dúvidas.
 - Realize exemplos práticos que se relacionem com o cotidiano dos alunos.
 - Destaque a importância dos juros simples no contexto financeiro pessoal e empresarial.
 - Este plano de aula proporcionará uma compreensão sólida do conceito de juros simples, capacitando os alunos a aplicar esses conhecimentos em situações práticas e a tomar decisões financeiras informadas.

4.1.3 Momento 3

Objetivos do Terceiro Momento:

Compreender o conceito de juros compostos.

Realizar cálculos de juros compostos em diferentes contextos.

Analisar o impacto dos juros compostos ao longo do tempo.

Público-alvo: Alunos do ensino médio.

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos cada.

1. Introdução (10 minutos)

- Breve revisão do conceito de juros simples.
- Introdução ao conceito de juros compostos.
- Exemplos práticos para ilustrar a diferença entre juros simples e compostos.

2. Definição Matemática (10 minutos)

- Apresentação da fórmula dos juros compostos: $M = C \cdot (1 + i)^t$
- Explicação de cada elemento da fórmula: M (montante), C (capital principal), i (taxa de juros por período) e t (número de períodos).

3. Exercícios Práticos (15 minutos)

- Resolução de exemplos simples de cálculos de juros compostos.
Exemplos [2.2.5](#), [2.2.6](#), [2.2.7](#) e [2.2.8](#)
- Exercícios práticos para a sala de aula, explorando diferentes taxas de juros e períodos de tempo.

4. Aplicações no Cotidiano (15 minutos)

- Discussão sobre como os juros compostos afetam investimentos, financiamentos e empréstimos.
- Análise de casos reais que exemplificam a aplicação de juros compostos.

5. Comparação entre Juros Simples e Compostos (15 minutos)

- Comparações entre juros simples e compostos, destacando as diferenças nos resultados ao longo do tempo. Exemplo [2.2.9](#)
- Análise de gráficos para ilustrar o crescimento exponencial dos juros compostos.
Gráfico [1](#)

6. Problemas para Resolução em Grupo (15 minutos)

- Divisão da classe em grupos.
 - Cada grupo recebe um problema prático envolvendo juros compostos para resolver.
 - Apresentação dos resultados pelos grupos e discussão em sala de aula.
7. Estratégias de Investimento (10 minutos)
- Discussão sobre estratégias de investimento levando em consideração os juros compostos.
 - Exploração de conceitos como, por exemplo, tempo de investimento.
8. Revisão e Conclusão (10 minutos)
- Recapitulação dos conceitos aprendidos.
 - Destaque para a importância dos juros compostos nas finanças pessoais e empresariais.
 - Conclusão da aula com uma revisão dos principais pontos.
9. Avaliação
- Participação ativa dos alunos na resolução de exercícios e problemas.
 - Desempenho na atividade em grupo.
 - Compreensão demonstrada nas respostas às questões práticas e de comparação entre juros simples e compostos.
10. Materiais necessários
- Quadro branco ou flipchart.
 - Marcadores coloridos.
 - Folhas de papel para os alunos.
 - Calculadoras.
11. Observações
- Encoraje os alunos a fazerem perguntas para esclarecer dúvidas.
 - Realize exemplos práticos que se relacionem com o cotidiano dos alunos.
 - Destaque a importância dos juros compostos na tomada de decisões financeiras a longo prazo.
 - Este plano de aula proporcionará uma compreensão abrangente do conceito de juros compostos, permitindo que os alunos apliquem esse conhecimento em diversas situações financeiras e tomem decisões informadas em relação a investimentos e financiamentos.

4.1.4 Momento 4

Objetivos do Quarto Momento:

Explicar o conceito de amortização.

Apresentar a fórmula utilizada para calcular a amortização e os juros no sistema SAC.

Demonstrar, por meio de exemplos práticos, como construir a tabela de amortização SAC.

Aplicar o sistema SAC na resolução de problemas reais, como financiamentos e empréstimos bancários.

Público-alvo: Alunos do ensino médio.

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos cada.

1. Introdução ao Conceito de Amortização: (10 minutos)

- Explique o conceito de amortização, que é o processo de pagamento gradual de um empréstimo ou financiamento.
- Destaque a diferença entre amortização e juros.

2. Compreensão do SAC: (15 minutos)

- Apresente o conceito do Sistema de Amortização Constante (SAC).
- Explique como a amortização é constante em cada período, enquanto que os juros são calculados sobre o saldo devedor remanescente.

3. Apresentação da Fórmula do SAC: (15 minutos)

- Derive a fórmula do SAC e explique cada componente (prestação, amortização, juros).
- Mostre como a prestação é composta pela soma da amortização constante e dos juros calculados sobre o saldo devedor remanescente.

4. Aplicação Prática - Exemplos Simples: (20 minutos)

- Demonstre a aplicação prática do SAC com exemplos simples. Como as simulações feitas no Banco do Brasil (Exemplo 3.5.1), na Caixa Econômica Federal (Exemplo 3.5.2) e no Banestes (Exemplo 3.5.3).
- Calcule prestações, amortizações e saldos devedores remanescentes para diferentes períodos.

5. Análise de Gráficos: (10 minutos)

- Apresente gráficos que ilustrem a evolução da amortização, dos juros e do saldo devedor ao longo do tempo no SAC. Gráficos 2, 3, 4 e 5
- Ajude os alunos a visualizarem o comportamento do SAC em comparação com outros sistemas.

6. Exercícios Práticos: (10 minutos)

- Forneça exercícios práticos para que os alunos possam aplicar os conceitos aprendidos. Exercícios 3.4.1, 3.4.2 e 3.4.3
- Inclua problemas que envolvam cálculos de prestações, amortizações e saldos devedores em diferentes cenários.

7. Estudo de Caso: (10 minutos)

- Apresente um estudo de caso mais complexo que exija a aplicação do SAC.
- Incentive os alunos a analisarem e resolverem problemas práticos com base nos conhecimentos adquiridos.

8. Discussão em Grupo: (10 minutos)

- Promova discussões em grupo para que os alunos compartilhem suas interpretações e soluções.
- Incentive a colaboração e o aprendizado mútuo.

9. Revisão e Avaliação:

- Realize uma revisão abrangente do SAC.
- Aplique avaliações que testem a compreensão dos alunos sobre o sistema.

10. Materiais necessários

- Quadro branco ou flipchart.
- Marcadores coloridos.
- Folhas de papel para os alunos.
- Calculadoras.

11. Observações

- Encoraje a participação ativa dos alunos, promovendo a discussão e a resolução de problemas financeiros em grupo.
- Utilize exemplos reais, como financiamentos habitacionais e empréstimos bancários, para tornar o aprendizado mais significativo.

- Destaque a importância da amortização no planejamento financeiro pessoal, incentivando os alunos a refletirem sobre como esses conceitos impactam suas vidas.
- Relacione o SAC a outros sistemas de amortização, incentivando comparações para que os alunos compreendam as diferenças e possam analisar vantagens e desvantagens de cada um.
- Proporcione uma abordagem prática, incentivando o uso de calculadoras financeiras ou planilhas eletrônicas para simular cenários de amortização.

5 Conclusão

O presente trabalho explanou diversas possibilidades com a finalidade de contribuir com o ensino e aprendizagem da matemática financeira no nível médio de educação.

A partir das análises realizadas, pôde-se concluir que existem diversas maneiras de saldar um empréstimo e foi debatido a respeito do funcionamento do Sistema de Amortização Constante. Além disso, foi elaborado uma sequência didática de maneira que o aluno entendesse cada etapa do processo a respeito do tema.

Nas análises de simulações do Sistema de Amortização Constante foram considerados diferentes bancos, tais como Banco do Brasil, Caixa Econômica Federal e Banestes. Nessas simulações, foram simulados cálculos de prestações, amortizações e saldos devedores remanescentes para diferentes períodos, demonstrado a diferença entre amortização e juros em cenários reais diversos.

Evidenciamos a diferença entre o Banco do Brasil e Banestes, que utilizam o sistema de juros compostos, e a Caixa Econômica, que aplica o sistema de juros simples, para converter a taxa anual em uma taxa equivalente mensal.

Dessa forma, esperamos que os conhecimentos e aprendizagens elaboradas nesse trabalho cooperem na formação de uma nova geração de consumidores que, baseado nos conhecimentos adquiridos acerca do SAC, serão capazes de argumentar com discernimento, negociar analiticamente e tomar decisões de forma responsável face à necessidade de compras parceladas.

Referências

- ANDRADE, M. M. d. d. Introdução à metodologia do trabalho científico. p. 158–158, 2010. Citado na página [14](#).
- CASTRO, M. L. de; ZOT, W. D. Matemática financeira: fundamentos e aplicações. Bookman Editora, 2015. Citado na página [17](#).
- CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. Metodologia científica. p. xiv–209, 1996. Citado na página [34](#).
- FILHO, A. S. D. A. Um estudo sobre o uso de planilhas eletrônicas no ensino de matemática financeira com ênfase nos sistemas de amortização price e sac. *Dissertação do PROMAT*, 2019. Citado na página [14](#).
- LIMA, R. A. A educação financeira no ensino médio através de proposta aplicada a financiamentos imobiliários pelo sistemas sac e price. *Dissertação do PROMAT*, 2017. Citado na página [14](#).
- MORGADO, A. C.; WAGNER, E.; ZANI, S. C. Progressões e matemática financeira. SBM, 2005. Citado na página [36](#).
- NETO, A. A. Matemática financeira e suas aplicações. 2012. Citado na página [13](#).
- NOGUEIRA, N. N.; BECK, V. C. Um sistema de amortização generalizado e o desenvolvimento de um aplicativo em linguagem c para o cálculo da parcela nos seis principais sistemas. *Revista Educar Mais*, n. 1, 2016. Citado na página [41](#).
- OLIVEIRA, W. de. Sistema de amortização constante de financiamentos. *Revista Processus Multidisciplinar*, v. 1, n. 1, p. 05–10, 2020. Citado na página [30](#).
- PUCCINI, A. Matemática financeira objetiva e aplicada. Elsevier Brasil, 2011. Citado 3 vezes nas páginas [13](#), [19](#) e [21](#).
- PUREZA, A. d. S. F. et al. Matemática financeira: sistemas de amortização e prestação de dívidas. 2022. Citado na página [30](#).
- SAMPAIO, F. L. Matemática financeira no 3º ano do ensino médio: aplicação do excel no processo de ensino e aprendizagem dos sistemas de amortização sac e price. *Dissertação do PROMAT*, 2024. Citado na página [14](#).
- SANTOS, E. D. S. Um estudo dos sistemas de amortizações sac e francês no ensino médio apoiado na construção de planilhas eletrônicas. *Dissertação do PROMAT*, 2013. Citado na página [15](#).
- SANTOS, S. F. D. Análise comparativa dos sistemas de amortizações: Sac e price. *Dissertação do PROMAT*, 2020. Citado na página [14](#).
- SECCO, L. C. M. et al. O ensino de juros compostos por meio de sequências didáticas. *Research, Society And Development*, v. 9, n. 12, p. e17691211068–e17691211068, 2020. Citado na página [23](#).

SILVEIRA, H. B. D. Matemática financeira no ensino médio: Uma proposta de ensino-aprendizagem do sistema sac e price. *Dissertação do PROMAT*, 2016. Citado na página 15.

TOSI, A. J. Matemática financeira com utilização do excel 2000. *São Paulo: Atlas*, 2000. Citado na página 26.

VANZELLA, M. de Araújo Lima e E. Matemática financeira cadernos de aula. 2019. Citado na página 13.