



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU EM MATEMÁTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Ernando Virgílio Carneiro Mesquita Filho

**Uma sequência didática para o 9º ano sobre equação do 2º grau**

MOSSORÓ

2025

Ernando Virgílio Carneiro Mesquita Filho

**Uma sequência didática para o 9º ano sobre equação do 2º grau**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat) da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Educação matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Antônia Jocivania Pinheiro.

MOSSORÓ

2025

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

C578s Carneiro Mesquita Filho, Ernando Virgilio.  
Uma sequência didática para o 9º ano sobre  
equação do 2º grau / Ernando Virgilio Carneiro  
Mesquita Filho. - 2025.  
96 f. : il.

Orientadora: Antônia Jocivania Pinheiro.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal  
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em  
Matemática, 2025.

1. Educação matemática. 2. Ensino de  
matemática. 3. Metodologias de ensino. 4.  
Reflexão pedagógica. I. Pinheiro, Antônia  
Jocivania, orient. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade  
com AACR2 e os dados fornecidos pelo autor(a).  
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência  
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva  
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

Ernando Virgílio Carneiro Mesquita Filho


## UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O 9º ANO SOBRE EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat) da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Educação matemática.


Defendida em: 14 de fevereiro de 2025.

### BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente  
 **ANTONIA JOCIVANIA PINHEIRO**  
Data: 21/02/2025 19:43:25-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Profa. Dra. Antônia Jocivania Pinheiro (UFERSA)  
Orientadora

Documento assinado digitalmente  
 **MARIA JOSEANE FELIPE GUEDES MACEDO**  
Data: 19/02/2025 15:09:06-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Maria Joseane Felipe Guedes Macêdo (UFERSA)  
Membro interno

Documento assinado digitalmente  
 **JOAO FRANCISCO DA SILVA FILHO**  
Data: 18/02/2025 20:21:50-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. João Francisco da Silva Filho (UNILAB)  
Membro Externo

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, em primeiro lugar, por ter me dado a oportunidade de desenvolver este trabalho e por ter me abençoado com a capacidade e a disciplina necessária para realizá-lo com excelência. Sua presença foi uma constante fonte de conforto e orientação.

À minha esposa, a qual não poderia de deixar de mencionar a sua importância em minha vida e em minha trajetória acadêmica, pois sempre me deu apoio e força para continuar essa jornada de viagens de Fortaleza a Mossoró que era muito cansativo. Sua dedicação e empenho foram essenciais para que eu pudesse ter a confiança de que conseguiria finalizar este mestrado.

Aos meus colegas/amigos de turma que sempre estiveram presentes, oferecendo ajuda e compartilhando conhecimento, principalmente, aqueles que estiveram nas viagens. Foi um grande prazer trabalhar com pessoas tão dedicadas e competentes.

À minha família, que sempre esteve ao meu lado em todas as etapas da minha vida e que me apoiaram em todas as escolhas que fiz durante a minha jornada acadêmica. Seu apoio incondicional, amor e incentivo foram essenciais para que eu pudesse superar os desafios e chegar até aqui.

À minha orientadora, aos professores, aos examinadores e ao Profmat pela formação de qualidade que me oportunizaram e pelas contribuições com esta pesquisa.

## RESUMO

O estudo objetiva propor uma sequência didática bem estruturada para o ensino de equações do 2º grau que auxilie o trabalho do professor, promovendo uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos do 9º ano. Para tanto, desenvolveu-se uma pesquisa de abordagem qualitativa que une procedimentos de pesquisa bibliográficos e a proposta de uma sequência didática. A sequência didática foi estruturada em cinco etapas progressivas para ensinar equações do 2º grau no 9º ano. Inicialmente, contextualizou-se o tema e avaliou-se o conhecimento prévio dos alunos. Em seguida, foram apresentados os conceitos básicos e os métodos de resolução (fatoração, completando quadrados e fórmula resolvente da equação do 2º grau), com exercícios e discussões em grupo para consolidar o aprendizado. Posteriormente, exploraram-se aplicações reais das equações em áreas como física e economia, promovendo a aprendizagem significativa. A sequência encerrou-se com uma revisão e avaliação, proporcionando feedback individualizado e reflexão sobre a aplicabilidade dos conceitos aprendidos. Embora os resultados práticos da aplicação da sequência não tenham sido avaliados, acredita-se que ela pode oferecer uma contribuição significativa para o ensino de equações do 2º grau. A partir dos resultados desta pesquisa, bem como do produto por ela gerado, uma sequência didática sobre equações do 2º grau para o 9º ano, considera-se que a gamificação, a aprendizagem contextualizada e aprendizagem colaborativa no ensino de equações de 2º grau tornam a matemática mais atrativa e significativa, aumentando o engajamento e facilitando o entendimento prático. No mais, o estudo destaca a importância da elaboração de sequências didáticas bem estruturadas para o ensino de equações do 2º grau, integrando atividades práticas, teóricas e métodos variados. Metodologias ativas e contextualização dos conceitos matemáticos aumentam engajamento e compreensão. Recomenda-se adaptar a sequência ao perfil dos alunos e aprofundar pesquisas sobre metodologias e tecnologias.

**Palavras-chave:** educação matemática; ensino de matemática; metodologias de ensino; reflexão pedagógica.

## ABSTRACT

The study aims to propose a well-structured teaching sequence for teaching quadratic equations that will assist teachers in their work, promoting a better understanding of mathematical concepts by 9th grade students. To this end, a qualitative research study was developed that combines bibliographic research procedures and the proposal of a teaching sequence. The teaching sequence was structured in five progressive stages to teach quadratic equations in the 9th grade. Initially, the topic was contextualized and the students' prior knowledge was assessed. Then, the basic concepts and resolution methods (factorization, completing the squares, and the quadratic equation solving formula) were presented, with exercises and group discussions to consolidate learning. Subsequently, real applications of the equations in areas such as physics and economics were explored, promoting meaningful learning. The sequence ended with a review and evaluation, providing individualized feedback and reflection on the applicability of the concepts learned. Although the practical results of applying the sequence have not been evaluated, it is believed that it can offer a significant contribution to the teaching of quadratic equations. Based on the results of this research, as well as the product generated by it, a didactic sequence on quadratic equations for the 9th grade, it is considered that gamification, contextualized learning and collaborative learning in the teaching of quadratic equations make mathematics more attractive and meaningful, increasing engagement and facilitating practical understanding. Furthermore, the study highlights the importance of developing well-structured didactic sequences for the teaching of quadratic equations, integrating practical and theoretical activities and varied methods. Active methodologies and contextualization of mathematical concepts increase engagement and understanding. It is recommended to adapt the sequence to the students' profile and to further research on methodologies and technologies.

**Keywords:** mathematics education; mathematics teaching; teaching methodologies; pedagogical reflection.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Jogo 1 Wordwaal.....	43
Figura 2 – Jogo 2 Wordwaal.....	44
Figura 3 – Configurações do jogo 1 .....	44
Figura 4 – Início do jogo 2.....	46
Figura 5 – Acessar o Wordwall e criar uma conta.....	50
Figura 6 – Tipos de modelos para criar uma atividade.....	50

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Intervenções pedagógicas aplicáveis ao ensino-aprendizagem de matemática.....	24
Quadro 2 – Sequência didática para equação do 2º grau para turma de 9º ano .....	55

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>UMA BREVE INTRODUÇÃO AO ENSINO DE MATEMÁTICA.....</b>	<b>18</b>
<b>2.1</b>	<b>Relação do aluno com o ensino de matemática na educação básica .....</b>	<b>20</b>
<b>2.2</b>	<b>Tendências no ensino da matemática .....</b>	<b>21</b>
<b>3</b>	<b>EQUAÇÃO DO 2º GRAU: PERSPECTIVAS HISTÓRICAS E METODOLÓGICAS.....</b>	<b>26</b>
<b>3.1</b>	<b>Principais civilizações que estudaram equações do 2º grau .....</b>	<b>26</b>
<b>3.2</b>	<b>Como a equação do 2º grau se desenvolveu até os tempos atuais .....</b>	<b>29</b>
<b>3.3</b>	<b>Conhecendo a equação do 2º grau.....</b>	<b>32</b>
<b>3.3.1</b>	<b>Equação completa e equação incompleta.....</b>	<b>33</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Forma reduzida de uma equação do 2º grau .....</b>	<b>35</b>
<b>3.4</b>	<b>Métodos de resolução de equações do 2º grau .....</b>	<b>35</b>
<b>3.4.1</b>	<b>O processo de completar quadrados .....</b>	<b>36</b>
<b>3.4.2</b>	<b>A fórmula resolutiva da equação do 2º grau.....</b>	<b>38</b>
<b>3.4.3</b>	<b>Soma e produto das raízes de uma equação do 2º grau .....</b>	<b>39</b>
<b>4</b>	<b>ENSINO E APRENDIZAGEM LÚDICO COM JOGOS.....</b>	<b>41</b>
<b>4.1</b>	<b>A gamificação no ensino da matemática: aprendizagem através de jogos .....</b>	<b>41</b>
<b>4.2</b>	<b>Gamificação na matemática: jogos aplicados ao ensino e aprendizagem de equação do 2º Grau .....</b>	<b>42</b>
<b>4.3</b>	<b>Ensinando o professor a criar um jogo na plataforma Wordwall .....</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA EQUAÇÃO DO 2º GRAU .....</b>	<b>52</b>
<b>5.1</b>	<b>Definição e contexto de sequência didática .....</b>	<b>52</b>
<b>5.2</b>	<b>Sequência didática: equação do 2º grau para os alunos do 9º ano .....</b>	<b>54</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Aula 1 – Introdução .....</b>	<b>56</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Aulas 2 e 3 – Conceitos Básicos .....</b>	<b>57</b>
<b>5.2.3</b>	<b>Aulas 4, 5 e 6 – Métodos de Resolução .....</b>	<b>58</b>
<b>5.2.4</b>	<b>Aula 7 – Aplicações e Contextualizações.....</b>	<b>59</b>
<b>5.2.5</b>	<b>Aula 8 – Revisão e Avaliação.....</b>	<b>60</b>
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>62</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>64</b>

<b>APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....</b>	<b>68</b>
<b>APÊNDICE B – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 1 .....</b>	<b>69</b>
<b>APÊNDICE C – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 2 E 3 .....</b>	<b>72</b>
<b>APÊNDICE D – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 4 .....</b>	<b>76</b>
<b>APÊNDICE E – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 5.....</b>	<b>80</b>
<b>APÊNDICE F – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 6.....</b>	<b>83</b>
<b>APÊNDICE G – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 7 .....</b>	<b>88</b>
<b>APÊNDICE H – LINKS DE MATERIAL COMPLEMENTAR DA AULA 1.....</b>	<b>91</b>
<b>APÊNDICE I – ATIVIDADES DE GAMIFICAÇÃO: LINKS DOS JOGOS .....</b>	<b>92</b>
<b>APÊNDICE J – ATIVIDADES PRÁTICAS DE IDENTIFICAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU COMPLETAS E INCOMPLETAS.....</b>	<b>93</b>
<b>APÊNDICE K – AVALIAÇÃO FINAL.....</b>	<b>95</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem na educação básica, especialmente no Ensino Fundamental – anos finais, é uma fase crucial na formação dos estudantes, pois é nesse período que se consolida a base do conhecimento acadêmico e se desenvolvem habilidades cognitivas fundamentais para a vida adulta. Essa etapa escolar, que abrange do 6º ao 9º ano, representa um momento de transição entre a infância e a adolescência, sendo marcado por mudanças significativas no desenvolvimento psicológico e social dos estudantes. Nesse sentido, o currículo é estruturado de forma a promover o desenvolvimento integral do aluno, com ênfase em áreas como linguagem, ciências humanas, ciências da natureza e matemática, todas com o intuito de preparar os estudantes para os desafios acadêmicos futuros e para a cidadania plena.

Dentro desse cenário, o ensino de matemática, em particular, apresenta-se como um dos maiores desafios nesse segmento educacional. A matemática é uma disciplina fundamental, mas que, historicamente, tem sido associada a altos índices de dificuldade. Essas dificuldades podem ser atribuídas a diversos fatores, como a abstração dos conceitos, a falta de contextualização dos conteúdos e métodos de ensino que não dialogam com a realidade dos estudantes. Com isso, Fiorentini e Miorim (2017) ressaltam que o ensino de matemática precisa ser reformulado para engajar mais os alunos, utilizando métodos que envolvam a resolução de problemas reais e a aplicação prática dos conceitos. Além disso, a formação contínua dos professores é essencial para superar as barreiras no ensino de matemática, sugerindo a adoção de práticas pedagógicas mais interativas e colaborativas.

Nesse segmento, o ensino de matemática é uma temática complexa e desafiadora, especialmente quando nos deparamos com conhecimentos mais avançados no ensino fundamental, como as equações do 2º grau. Essas equações, que são fundamentais no desenvolvimento matemático dos estudantes, frequentemente representam um obstáculo em termos de compreensão e resolução.

Antes de continuar essa explanação, cabe pontuar que a jornada da equação do 2º grau remonta às civilizações antigas, como destacado por Fragoso (1999). O conhecimento matemático desse tipo de equação evoluiu ao longo dos séculos, marcado por contribuições notáveis de matemáticos da antiguidade. Desde os métodos geométricos propostos pelos babilônios até a formulação algébrica

desenvolvida pelos matemáticos gregos, como Euclides, a equação do 2º grau ganhou forma ao longo de uma rica trajetória histórica.

Diversas civilizações contribuíram para o entendimento das equações do 2º grau. Fragoso (1999) destaca os babilônios, que utilizavam tabuletas de argila para resolver problemas quadráticos, e os matemáticos hindus, que desenvolveram uma notação algébrica. Os árabes, posteriormente, transmitiram esse conhecimento para o mundo ocidental durante a Idade Média, influenciando a abordagem europeia na resolução de equações quadráticas.

O desenvolvimento da equação do 2º grau continuou ao longo dos tempos, incorporando contribuições significativas da Renascença até os dias atuais. A expansão desse conhecimento ao longo da Idade Moderna, com trabalhos de matemáticos como Descartes e Viète, solidificou a equação do 2º grau como um componente essencial do currículo matemático.

No contexto educacional contemporâneo, o estudo da equação do 2º grau é parte integrante dos currículos escolares. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) (Brasil, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) são referências importantes que embasam a estruturação do ensino de matemática no Brasil. Essas diretrizes fornecem um panorama sobre o papel das equações do 2º grau no contexto curricular.

Destaca-se, ainda, que as abordagens modernas buscam não apenas transmitir a resolução prática dessas equações, mas também contextualizá-las dentro de aplicações do mundo real. As pesquisas de Gutierre (2011) e Casagrande e Trentin (2020) destacam a importância de métodos inovadores e tecnologias para envolver os alunos de maneira mais dinâmica, garantindo uma compreensão profunda e duradoura desse conceito matemático.

A equação do 2º grau pode ser expressa em diferentes formas, seja completa ou incompleta. A compreensão dessas variações é crucial para a resolução eficaz dessas equações. Nesse sentido, o estudo abordará a diferença entre equações completas e incompletas, bem como o processo de completar quadrados, conforme discutido por Dante (1991) e Freitas e Guadagnini (2013).

O processo de resolução de uma equação do 2º grau envolve métodos diversos, desde a fatoração até a aplicação da fórmula resolutive. Souza (2023) destaca as possibilidades e dificuldades encontradas nesse processo, ressaltando a importância de abordagens pedagógicas que contemplem a diversidade de métodos.

Um aspecto fundamental na análise das equações do 2º grau é a relação entre as raízes, expressa pela soma e produto. O estudo abordará a importância da compreensão da soma e produto das raízes, conceitos que se mostram essenciais para uma resolução eficaz, conforme proposto por Gutierre (2011).

Mediante o exposto, neste estudo se busca explorar diferentes abordagens para o ensino das equações quadráticas, considerando tanto aspectos históricos quanto metodológicos, conforme vem sendo documentado na literatura.

A título de exemplificação, Freitas e Guadagnini (2013) destacam a importância do uso da fatoração na resolução de equações do 2º grau, revelando o potencial desse método para facilitar a compreensão dos alunos. Este método, muitas vezes negligenciado, pode oferecer uma alternativa eficaz, como evidenciado em suas pesquisas.

Em concordância, Souza (2023) salienta que a resolução de problemas envolvendo equações de 2º grau é um desafio significativo para os alunos. A pesquisa destaca as possibilidades e dificuldades encontradas no processo de resolução, fornecendo *insights* valiosos para o desenvolvimento de estratégias pedagógicas mais eficazes.

Uma outra possibilidade é a mediação pedagógica atrelada às Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC's). Casagrande e Trentin (2020), por exemplo, propõem uma sequência didática apoiada em tecnologias digitais e na robótica para o ensino da função do 2º grau. Essa abordagem inovadora busca integrar a teoria com a prática, envolvendo os alunos de maneira mais dinâmica e instigante.

Nesse ínterim, é interessante pensarmos em sequências didáticas mais concisas para apoiar professores em sala de aula, no contexto do Ensino Fundamental – anos finais, dando direcionamento e suporte prático. A título de ilustração, Macedo (2011), em pesquisa mestrado, desenvolveu uma sequência didática para o ensino da resolução da equação do 2º grau, uma proposta especialmente relevante para nosso estudo, pois considera a adequação da sequência para uso com professores, buscando contribuir para o aprimoramento da prática docente.

Mediante essa contextualização, destacamos que o presente estudo partiu de três questões norteadoras. De que maneira uma sequência didática bem estruturada para o ensino de equações do 2º grau pode aprimorar o trabalho do professor para

auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos do 9º ano? Quais são as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos do 9º ano na compreensão de equações do 2º grau percebidas pelo professor em sua prática diária? De que forma a aplicação de metodologias ativas e atividades direcionadas na sequência didática sobre equações do 2º grau impactam para que o professor obtenha o engajamento e o desempenho dos alunos do 9º ano nas avaliações de matemática?

Posto isso, considerando as diversas abordagens históricas, metodológicas e contemporâneas, propomos o desenvolvimento de uma sequência didática para o ensino da equação do 2º grau, cuja proposta visa proporcionar uma experiência de aprendizado abrangente e enriquecedora para os alunos, incorporando métodos inovadores e contextualização histórica.

Tendo como finalidade atribuir uma justificativa, cabe ressaltarmos que a escolha do tema relacionado a uma sequência didática para o ensino de equações do 2º grau no 9º ano é motivada pela minha experiência pessoal como professor de matemática no Ensino Fundamental – anos finais, e como mestrando do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (Profmat). Ao longo da minha trajetória docente, percebo constantemente as dificuldades enfrentadas pelos alunos na compreensão de conceitos abstratos, como os que envolvem equações do 2º grau. Essas dificuldades impactam diretamente o desempenho dos estudantes e desafiam a eficácia das práticas pedagógicas empregadas. Dessa forma, este estudo surge da necessidade de explorar estratégias didáticas mais eficazes, que possam auxiliar no meu trabalho como educador, tornando o ensino da matemática mais acessível e significativo para os alunos.

Do ponto de vista social, a pesquisa buscou contribuir para a formação de cidadãos mais preparados para os desafios contemporâneos, no que tange a necessidade de formação escolar qualificada, especialmente para garantia de ingresso futuro na universidade. A matemática é uma disciplina fundamental, não apenas por seu valor acadêmico, mas também por seu papel na construção do pensamento lógico e crítico, habilidades essenciais para a participação ativa na sociedade. A compreensão adequada de conceitos como as equações do 2º grau pode abrir portas para que os alunos desenvolvam competências que serão úteis em diversas esferas da vida. Além disso, ao identificar e abordar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes, esta pesquisa pode ajudar a reduzir a evasão escolar e a melhorar os índices de desempenho em matemática, colaborando assim para a

equidade educacional, uma vez que a matemática tem sido historicamente vista como vilã no processo educacional.

Em termos educacionais, a pesquisa pretende fornecer subsídios teóricos e práticos para a melhoria das práticas de ensino de matemática no ensino fundamental, especialmente no que se refere à implementação de sequências didáticas e à utilização de metodologias ativas. Ao investigar o impacto dessas abordagens no trabalho do professor e no desempenho dos alunos, o estudo visa oferecer contribuições que possam ser aplicadas não apenas em meu contexto profissional, mas também em outras realidades educacionais. Acreditamos que os resultados possam servir de referência para a formação continuada de professores, promovendo uma educação matemática mais engajante e eficiente, capaz de responder às demandas do ensino e da aprendizagem na contemporaneidade.

Por último, o estudo teve como objetivo geral propor uma sequência didática bem estruturada para o ensino de equações do 2º grau que auxilie o trabalho do professor, promovendo uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos do 9º ano. De modo mais específico, objetivamos: a) identificar, a partir da experiência docente do pesquisador e da literatura, as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos do 9º ano na compreensão de equações do 2º grau; e b) discutir o impacto da aplicação de metodologias ativas e atividades direcionadas na sequência didática sobre equações do 2º grau no engajamento e desempenho dos alunos do 9º ano nas avaliações de matemática.

Para tanto, este estudo foi desenvolvido a partir de uma abordagem qualitativa de pesquisa, caracterizada pela busca de compreensão profunda dos fenômenos educacionais em seu contexto natural. A pesquisa qualitativa permite explorar de forma detalhada as percepções, experiências e interações dos sujeitos envolvidos. Conforme apontado por Creswell (2010), essa abordagem é especialmente relevante quando se deseja investigar processos complexos, como o ensino e a aprendizagem, onde as nuances das interações humanas desempenham um papel crucial.

Na pesquisa qualitativa, o pesquisador atua como o principal instrumento de coleta e análise de dados, utilizando técnicas como observação participante, entrevistas semiestruturadas e análise documental. Segundo Flick (2009), essa abordagem permite que o pesquisador adentre as subjetividades dos participantes, compreendendo como eles atribuem significado às suas experiências e práticas educativas.

Atrelado a isso, no estudo elaboramos uma proposta de sequência didática para auxiliar professores a proporcionar uma experiência de aprendizagem mais significativa e contextualizada para os alunos do 9º ano no ensino de equações do 2º grau.

Dessarte, além da abordagem qualitativa e da proposta de sequência didática, este estudo também contou com uma pesquisa bibliográfica como etapa fundamental para embasar teoricamente as discussões e análises. A pesquisa bibliográfica, conforme destaca Gil (2008), envolve a coleta, análise e interpretação de materiais já publicados, como livros, artigos científicos, teses e dissertações, relacionados ao tema de estudo. Esta fase permitiu uma compreensão aprofundada sobre o ensino de equações do 2º grau, abordagens didáticas inovadoras e as dificuldades comuns enfrentadas pelos alunos nesse processo. No mais, a revisão da literatura forneceu o suporte necessário para a construção da sequência didática, garantindo que as decisões pedagógicas estejam alinhadas com as melhores práticas e com os achados mais recentes na área de educação matemática. Dito isso, na seção seguinte fundamentamos teoricamente os principais eixos temáticos desta pesquisa.

Na sequência didática apresentada, foram elaborados seis jogos pedagógicos focados no ensino das equações do 2º grau, com o objetivo de tornar o aprendizado mais interativo e acessível. Desenvolvidos na plataforma Wordwall, esses jogos utilizam elementos de gamificação para engajar os alunos, combinando aprendizado com diversão e facilitando a prática dos conceitos matemáticos de forma lúdica. Esses jogos são importantes, pois tornam o aprendizado das equações do 2º grau mais envolvente e acessível, estimulando a prática ativa e a compreensão dos conceitos de forma lúdica e interativa.

Por último, cabe apresentarmos a organização deste estudo, o qual se encontra feita em seções. Primeiro, a *Introdução*, seção destinada a apresentar a temática, objeto de estudo, objetivos, problemática e justificativa. Na sequência, é apresentada a fundamentação teórica da pesquisa, dividida em três seções: *Uma breve introdução ao ensino de matemática*, que aborda, entre outros aspectos, a relação do aluno com o ensino de matemática na educação básica e as tendências no ensino da matemática; *Equação do 2º grau: perspectivas históricas e metodológicas*, abordando as principais civilizações que estudaram equações do 2º grau, o processo de desenvolvimento da equação do 2º grau se desenvolveu até os tempos atuais, demonstrações e exemplificações de equações de 2º grau completa e incompleta e

os métodos de resolução de equações do 2º grau; e, por último, *ensino e aprendizagem lúdico com jogos*, trazendo à luz a gamificação no ensino da matemática, isto é, a aprendizagem através de jogos. Na sequência, é apresentado a seção de resultados e discussão, intitulada *Proposta de uma sequência didática para equação do 2º grau*, na qual é discutido uma sequência didática sobre equação do 2º grau para os alunos do 9º ano. Posteriormente, nas seções seguintes apresentamos as *Considerações Finais*, retomando os objetivos e problemas de pesquisa; seguidos das *Referências* citadas ao longo do texto e *Apêndices* dos materiais produzidos/selecionados.

## 2 UMA BREVE INTRODUÇÃO AO ENSINO DE MATEMÁTICA

A história da matemática no ensino assume um papel crucial ao atribuir significado aos conteúdos, inserindo-se nas tendências da Educação Matemática. Inicialmente, é pertinente compreender a inserção dessa abordagem, segundo os PCN's (Brasil, 1999) e a BNCC (Brasil, 2018). Ela proporciona uma valiosa contribuição ao processo de ensino, revelando-a como uma condição humana, relacionando-a às necessidades e preocupações de diferentes culturas ao longo da história (Brasil, 1999).

A utilização da história no ensino de conceitos matemáticos abrange uma variedade de temas e metodologias, sendo frequentemente incorporada aos livros didáticos. Essa abordagem configura-se como uma das tendências na Educação Matemática, visando à construção histórica do conhecimento matemático para proporcionar uma melhor compreensão da evolução dos conceitos (Siqueira, 2007).

A História da Matemática, como componente no ensino, é introduzida para viabilizar a aprendizagem, contribuindo diretamente no processo de ensino. Essa abordagem busca ressignificar conceitos matemáticos e proporciona informações culturais, sociológicas e antropológicas de grande valor formativo (Brasil, 1999).

No contexto do aluno, a contribuição da história pode gerar motivação e interesse, permitindo o acesso às informações que moldaram as teorias matemáticas atuais. O enfoque histórico atua como motivação, permitindo ao aluno compreender a gênese dos conceitos e métodos estudados em sala de aula (Mendes; Fossa; Valdés, 2006).

Segundo evidenciado por Mendes, Fossa e Valdés (2006), a história da matemática proporciona uma compreensão mais profunda dos conceitos, mostrando aos alunos que essas teorias foram desenvolvidas ao longo do tempo com esforço e desafios. Isso permite que os alunos relacionem as ideias matemáticas vistas em sala de aula com suas origens na sociedade (Mendes; Fossa; Valdés, 2006).

Considerando as reflexões de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), percebe-se que o uso da história no ensino de matemática já demonstrava sua importância, proporcionando um prazer especial ao estudar teorias matemáticas e auxiliando na compreensão de definições matemáticas (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993).

Nesse contexto, a História da Matemática mostra que essa ciência foi desenvolvida de maneira independente em todas as regiões do mundo, evidenciando

técnicas utilizadas ao longo da história para explicar, entender e responder às necessidades do homem em diversos ambientes (D'Ambrósio, 2012).

Em uma perspectiva de contribuição da história da matemática para o professor e aluno, observa-se que ela fornece um contexto histórico e cultural aos conteúdos matemáticos, permitindo uma compreensão mais abrangente e motivadora do conhecimento matemático (D'Ambrósio, 2012).

O desdobramento dessa história matemática levou à Grécia Antiga, onde pensadores como Euclides exploraram geometricamente a solução de equações do 2º grau. A busca por generalizações e métodos formais de resolução progrediu através dos séculos, culminando no Renascimento, quando matemáticos notáveis, incluindo Descartes e Viète, que contribuíram para a consolidação de técnicas algébricas na resolução de equações quadráticas (Oliveira, 2018).

No contexto mais amplo da história da matemática, as equações do 2º grau representam uma transição crucial de métodos geométricos para soluções algébricas. Essa evolução foi influenciada por uma série de civilizações, cada uma contribuindo com suas próprias abordagens e métodos de resolução. A transmissão desse conhecimento entre diferentes culturas, especialmente pelos árabes durante a Idade Média, ilustra a importância de uma perspectiva global na compreensão da trajetória da equação do 2º grau (Fragoso, 1999).

Assim, com a expansão da matemática na Idade Moderna, os trabalhos de matemáticos europeus como Descartes trouxeram inovações essenciais para a teoria das equações do 2º grau. As ideias de Viète, que introduziu a notação algébrica para equações, representaram um passo significativo rumo à abordagem simbólica que caracteriza a matemática contemporânea (Oliveira, 2018).

No cenário educacional atual, o estudo das equações do 2º grau transcende a mera resolução de problemas algébricos. Gutierre (2011) ressalta a importância de contextualizar essas equações no cotidiano dos alunos, fornecendo significado e relevância ao aprendizado. Métodos inovadores, como os propostos por Casagrande e Trentin (2020), incorporam tecnologias digitais e robótica para tornar o ensino mais dinâmico e envolvente, por exemplo, a aprendizagem baseada em projetos, a gamificação e a sala de aula invertida.

Nessa perspectiva, a compreensão profunda da história da equação do 2º grau é essencial para os educadores contemporâneos. Ela oferece *insights* sobre a evolução do pensamento matemático e fornece uma base sólida para o

desenvolvimento de estratégias pedagógicas eficazes. A integração de métodos históricos com abordagens modernas contribui para uma aprendizagem mais completa e enriquecedora sobre as equações quadráticas (Fragoso, 1999).

Portanto, ao empregar a História da Matemática no ensino, é crucial evitar a interpretação anacrônica dos resultados do passado, conforme alerta Pitombeira (2004). Os contextos históricos e os métodos de resolução eram distintos, requerendo cautela na interpretação dos eventos.

## **2.1 Relação do aluno com o ensino de matemática na educação básica**

A relação dos alunos com o ensino da matemática muitas vezes é marcada por sentimentos de medo e insegurança, pois a disciplina é frequentemente percebida como complexa e difícil de compreender. Estudos, como o de Nunes (2008), mostram que a matemática é uma das matérias mais temidas pelos estudantes em diferentes níveis de ensino. Essa percepção negativa pode gerar barreiras emocionais que dificultam a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento matemático.

Além disso, a falta de conexão entre os conteúdos matemáticos e a vida cotidiana dos alunos também pode contribuir para a aversão à disciplina. Muitos estudantes não conseguem visualizar a aplicação prática dos conceitos aprendidos em sala de aula, o que os leva a questionar a relevância do que estão aprendendo (Boaler, 2016). No entanto, é essencial reconhecer que a matemática está presente em diversas situações do dia a dia, desde as mais simples até as mais complexas. Uma abordagem mais atualizada e contextualizada pode ajudar a tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e interessantes para os alunos. Incorporar exemplos do mundo real e situações-problema relevantes pode contribuir significativamente para aumentar o engajamento dos estudantes.

A relação entre o aluno e o ensino da matemática também é influenciada pelo estilo de ensino adotado pelo professor. Abordagens mais tradicionais, baseadas na memorização de fórmulas e procedimentos, podem desmotivar os alunos e reforçar a percepção de que a matemática é uma disciplina inacessível (Boaler, 2016). Por outro lado, estratégias pedagógicas que valorizam a investigação, a resolução de problemas e o trabalho colaborativo podem promover uma aprendizagem mais significativa.

É importante considerar as diferentes habilidades e estilos de aprendizagem dos alunos ao planejar as atividades de ensino de matemática. Alguns estudantes podem se beneficiar mais de abordagens visuais e práticas, enquanto outros podem preferir métodos mais conceituais e teóricos (Hiebert; Grouws, 2007). Adaptar as estratégias de ensino às necessidades individuais dos alunos pode contribuir para uma melhor compreensão e apreciação da disciplina.

Além disso, é fundamental que os professores estejam atentos à autoestima dos alunos em relação à matemática. Comentários negativos ou estereotipados sobre a habilidade matemática dos estudantes podem afetar sua confiança e motivação (Boaler, 2016). É importante criar um ambiente de sala de aula que promova uma cultura de erro seguro, onde os alunos se sintam à vontade para cometer erros e aprender com eles.

Outro aspecto importante é a relação entre o ensino da matemática e a tecnologia. A integração de recursos tecnológicos pode proporcionar novas oportunidades de aprendizagem e tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e interessantes para os alunos (Hiebert; Grouws, 2007). *Softwares*, aplicativos e jogos educativos podem ser utilizados para enriquecer as experiências de aprendizagem e estimular o pensamento crítico e criativo.

Dessa forma, é fundamental que os professores busquem constantemente atualizar suas práticas pedagógicas e adotar abordagens mais dinâmicas e contextualizadas para o ensino da matemática. Uma relação positiva e motivadora entre os alunos e a disciplina é essencial para promover uma aprendizagem eficaz e duradoura (Boaler, 2016). Pensando nisso foi que se elaborou os jogos didáticos, detalhados na quarta seção, com vistas a fomentar o processo de ensino e aprendizagem de matemática.

## **2.2 Tendências no ensino da matemática**

As novas tendências no ensino da matemática refletem a evolução das práticas pedagógicas e o uso crescente de TDIC's para promover uma aprendizagem mais eficaz e significativa. A literatura contemporânea destaca a importância de incorporar esses recursos no ensino da matemática para atender às necessidades dos alunos e prepará-los para um mundo cada vez mais tecnológico.

A integração de tecnologia no ensino da matemática tem se mostrado uma abordagem promissora para engajar os alunos e promover uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos (Ponte; Chapman, 2020). *Softwares*, aplicativos e plataformas *online* oferecem recursos interativos e visualmente atrativos que podem tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e interessantes para os alunos.

A comunicação e a colaboração também desempenham um papel fundamental nas novas tendências do ensino da matemática. Estratégias que incentivam a discussão, o trabalho em grupo e a resolução colaborativa de problemas podem promover uma aprendizagem mais ativa e significativa (Boaler, 2016). O autor destaca a importância de criar um ambiente de sala de aula onde os alunos sintam-se encorajados a compartilhar ideias, argumentar e colaborar.

As TDIC's têm sido amplamente exploradas no ensino da matemática, oferecendo uma variedade de ferramentas e recursos que podem ser adaptados às necessidades específicas dos alunos (Biehler, 2015), desde *softwares* de simulação até jogos educativos. As TDIC's oferecem oportunidades de aprendizagem diferenciadas que podem ajudar os alunos a desenvolverem habilidades matemáticas de forma mais eficaz.

Somado às TDIC's, temos as Metodologias Ativas da Aprendizagem (MAA), dentre as quais podemos citar a gamificação, uma tendência crescente no ensino da matemática, onde elementos de jogos são incorporados às atividades de aprendizagem para aumentar o engajamento e a motivação dos alunos (Gee, 2007). Jogos educativos e desafios matemáticos *online* podem proporcionar uma experiência de aprendizagem mais envolvente e divertida.

Outra tendência emergente é a personalização da aprendizagem, onde os recursos tecnológicos são utilizados para adaptar o ensino às necessidades individuais de cada aluno (Borba *et al.*, 2016). Plataformas de aprendizagem adaptativa e *softwares* de tutoria inteligente podem fornecer atividades e conteúdos personalizados, permitindo que cada aluno progrida em seu próprio ritmo.

A título de ilustração, podemos citar algumas plataformas e *softwares* relevantes. Primeiro, o *Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*, mais conhecido como Moodle, uma plataforma de gerenciamento de aprendizagem *Learning Management System* (LMS) amplamente utilizada em ambientes educacionais, desde escolas até universidades e empresas. Desenvolvido como um *software* de código aberto, o Moodle permite que educadores criem cursos online,

ofereçam materiais didáticos, realizem avaliações e acompanhem o progresso dos alunos. Segundo, temos o Khan Academy, uma plataforma que oferece uma vasta gama de vídeos educacionais, exercícios e recursos interativos em diversas disciplinas, incluindo matemática. A personalização ocorre através de recomendações baseadas no desempenho do aluno e na adaptação dos exercícios conforme o progresso. Terceiro, podemos citar o DreamBox, uma plataforma de aprendizagem de matemática adaptativa que personaliza as lições e exercícios com base nas respostas e no ritmo de cada aluno. O *software* ajusta o conteúdo em tempo real para fornecer suporte ou desafios adicionais conforme necessário.

A modelagem matemática é outra tendência importante no ensino da matemática, onde os alunos são incentivados a aplicar conceitos matemáticos na resolução de problemas do mundo real (Lesh; Zawojewski, 2007). Essa abordagem promove uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e sua relevância prática.

A aprendizagem baseada em projetos é uma MAA que ganhou destaque, onde os alunos são desafiados a investigar, explorar e resolver problemas complexos por meio de projetos matemáticos (Boss; Krauss, 2007). Essa abordagem promove o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico e trabalho em equipe.

A abordagem do pensamento visual também tem sido enfatizada como uma forma eficaz de ensinar matemática, utilizando representações visuais para auxiliar na compreensão de conceitos abstratos (Mason *et al.*, 2010). Diagramas, gráficos e representações geométricas podem facilitar a visualização e a compreensão de problemas matemáticos complexos.

Além disso, a inclusão de aspectos socioculturais no ensino da matemática tem se mostrado importante para tornar o conteúdo mais relevante e significativo para os alunos. Conectar os conceitos matemáticos com experiências culturais e contextos do cotidiano dos alunos pode aumentar o interesse e a motivação pela disciplina.

É necessário então explicar cada uma dessas intervenções. O uso de tecnologia educacionais digitais tem se mostrado uma ferramenta eficaz para engajar os alunos e tornar a matemática mais acessível. Alunos que têm afinidade com dispositivos digitais demonstram maior interesse e compreensão quando os conceitos são apresentados de forma interativa (Fiorentini *et al.*, 1993). Por outro lado, estudantes que preferem aprender através de vídeos e aplicativos encontram na

tecnologia uma maneira mais envolvente de explorar os conceitos matemáticos (Lovatto *et al.*, 2007).

Em suma, abaixo, no Quadro 1, listamos 10 intervenções que podem ser utilizadas em sala de aula para ajudar o professor a mediar o ensino da matemática:

Quadro 1 – Intervenções pedagógicas aplicáveis ao ensino e aprendizagem de matemática

<b>Intervenção</b>	<b>Descrição</b>
Uso de tecnologia	Incorporação de <i>softwares</i> , aplicativos e recursos <i>online</i> para promover a aprendizagem.
Aprendizagem baseada em projetos	Desafio aos alunos para investigarem e resolverem problemas complexos através de projetos.
Abordagem do pensamento visual	Utilização de representações visuais para auxiliar na compreensão de conceitos abstratos.
Gamificação	Incorporação de elementos de jogos para aumentar o engajamento e a motivação dos alunos.
Ensino personalizado	Utilização de recursos adaptativos para atender às necessidades individuais de cada aluno.
Modelagem matemática	Aplicação de conceitos matemáticos na resolução de problemas do mundo real.
Comunicação e colaboração	Promoção da discussão e do trabalho em grupo para uma aprendizagem mais ativa.
Resolução de problemas	Foco na resolução de problemas matemáticos que estimulam o pensamento crítico dos alunos.
Contextualização dos conceitos matemáticos	Conexão dos conceitos matemáticos com situações do cotidiano dos alunos.
Formação continuada de professores	Capacitação constante dos professores para implementar práticas pedagógicas eficazes.

Fonte: autoria própria (2025).

A aprendizagem baseada em projetos permite que os alunos trabalhem de forma autônoma, explorando temas de seu interesse, enquanto aprendem matemática de uma forma mais significativa (Brasil, 1998). Essa abordagem beneficia especialmente aqueles que gostam de desafios e de aplicar os conhecimentos em situações práticas (Proença, 2021).

A abordagem do pensamento visual tem sido eficaz para consolidar o aprendizado matemático, tornando a disciplina menos abstrata e mais tangível para os alunos (Kieran, 2004). Gráficos, diagramas e modelos geométricos auxiliam na compreensão dos conceitos matemáticos (Echeverría *et al.*, 1998).

No tocante à gamificação, tem sido uma estratégia eficaz para motivar os alunos, especialmente aqueles que se interessam por competição e desafios (Gil, 2008). A integração de elementos de jogos em atividades matemáticas aumenta o engajamento dos estudantes (Brasil, 2018).

O ensino personalizado permite que os alunos avancem em seu próprio ritmo e estilo de aprendizagem, o que é especialmente benéfico para aqueles com diferentes necessidades e habilidades (Proença; Maia, 2020). Recursos adaptativos ajudam os alunos a se sentirem mais confortáveis e confiantes em sua jornada de aprendizado (Proença, 2018).

No que se refere à modelagem matemática, Lins e Gimenez (1997) explica que essa permite que os alunos vejam a utilidade prática da matemática ao aplicar conceitos a situações do mundo real. Para Kuroiwa (2016), essa abordagem promove uma compreensão mais profunda e relevante dos conceitos matemáticos.

Nesse sentido, a comunicação e colaboração em sala de aula enriquecem a compreensão da matemática e promovem habilidades de comunicação entre os alunos (Onuchic; Allevato, 2004). Ambientes colaborativos estimulam a discussão de ideias e a troca de experiências (Gonçalves; Proença, 2020).

Diante disso, a resolução de problemas desafiadores desenvolve habilidades de pensamento crítico e criativo nos alunos (Pereira *et al.*, 2023). Explorar diferentes estratégias para encontrar soluções contribui para uma aprendizagem mais profunda (Coutinho, 2016).

Concomitantemente, a contextualização dos conceitos matemáticos torna a disciplina mais prática e relevante para os alunos, relacionando os conceitos com situações do cotidiano (Sangiorgi, 1961). Essa abordagem facilita a compreensão e a aplicação dos conceitos (Proença; Maia, 2018). Ademais, a formação continuada de professores é fundamental para aprimorar práticas pedagógicas e estar atualizado com novas tendências e estratégias de ensino em matemática (Proença, 2018a).

Assim sendo, essas intervenções proporcionam diferentes oportunidades de aprendizado, permitindo que os alunos se envolvam de maneira mais ativa e significativa com a matemática, conforme destacado por diversos estudos.

### 3 EQUAÇÃO DO 2º GRAU: PERSPECTIVAS HISTÓRICAS E METODOLÓGICAS

Nesta seção discutimos a evolução histórica das equações do 2º grau, destacando as contribuições de várias civilizações ao longo dos séculos, começando com os babilônios e depois com os egípcios. A matemática grega, com pensadores como Tales de Mileto, Pitágoras e Euclides, aprofundou-se na geometria e nas relações numéricas, influenciando a compreensão abstrata das equações. Além da história, exploramos também a definição da equação do 2º grau e seus coeficientes, explicando a importância do discriminante para determinar a natureza das raízes da equação. Na sequência diferenciamos as equações completas, quando todos os coeficientes são diferentes de zero, e as incompletas, que podem ter um ou mais coeficientes iguais a zero. No mais, tecemos uma explicação dos métodos de resolução dessas equações, com ênfase em abordagens geométricas e algébricas, e sua aplicabilidade em diversas áreas, como física, engenharia e economia.

#### 3.1 Principais civilizações que estudaram equações do 2º grau

A história da equação do 2º grau está intrinsecamente ligada ao desenvolvimento matemático de diversas civilizações antigas. Os babilônios, por volta de 2000 a.C., foram pioneiros na resolução de equações quadráticas, utilizando tabuletas de argila para registrar métodos geométricos e algébricos de solução (Fragoso, 1999). Sua abordagem pragmática reflete a necessidade de resolver problemas práticos que envolviam quadrados e retângulos, sinalizando o início da aplicação matemática no cotidiano.

As contribuições dos matemáticos gregos na Antiguidade, como Euclides, acrescentaram uma dimensão geométrica à compreensão das equações do 2º grau. Euclides, por meio de seus Elementos, abordou a resolução de problemas quadráticos geometricamente, lançando as bases para uma abordagem mais abstrata das equações (Oliveira, 2018). O pensamento grego forneceu uma transição significativa da aritmética prática dos babilônios para a geometria conceitual.

Na Antiguidade, tanto os Babilônios quanto os Egípcios desempenharam papéis significativos no desenvolvimento da matemática. Exploraremos suas contribuições e métodos distintos. Os Babilônios, por volta do século XVIII a.C., apresentaram notável habilidade em resolver equações do 2º grau. Suas técnicas,

reveladas em tabuletas de argila, demonstram um entendimento prático e aplicado da matemática (Joyce, 2001).

No Sistema Babilônico, que empregava a base 60, as operações matemáticas eram realizadas de maneira eficiente. Essa base sexagesimal influenciou o cálculo da raiz quadrada, sendo evidenciada em tábuas matemáticas babilônicas (Robson, 2002).

O cálculo da raiz quadrada na Babilônia envolvia métodos aproximados, focando na obtenção de resultados práticos. A abordagem deles contrasta com os métodos algorítmicos modernos, mas destaca uma compreensão pragmática dos números (Robson, 2002).

Além disso, enfrentaram problemas de equações do 2º grau, como revelado nas coleções matemáticas babilônicas. Suas soluções eram frequentemente expressas geometricamente, indicando uma abordagem visual e intuitiva (Joyce, 2001).

Os Egípcios, em sua civilização antiga, desenvolveram um sistema numérico distintivo baseado em hieróglifos e papiros. Suas contribuições à matemática eram frequentemente ligadas à prática, refletindo em áreas como geometria para medir terras (Barnard, 2002). As inscrições em papiros revelam práticas matemáticas voltadas para suas necessidades práticas (Gillings, 1972). Barnard (2002) explica que as operações matemáticas no Antigo Egito eram essenciais para questões como medição de terra e construção de monumentos.

Diante disso, o conhecimento numérico no Antigo Egito era fundamental para transações comerciais, arquitetura e agricultura. Os egípcios utilizavam algoritmos específicos para realizar cálculos, evidenciando uma abordagem adaptada às suas necessidades práticas (Gillings, 1972).

Assim, tanto babilônios quanto egípcios deixaram marcas profundas na história da matemática antiga, contribuindo com métodos e práticas que refletiam suas realidades sociais e culturais. Essas civilizações antecederam o desenvolvimento posterior da matemática, deixando um legado valioso para estudos históricos (Robson, 2002; Gillings, 1972).

A Grécia Antiga desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da matemática, proporcionando um terreno fértil para grandes pensadores. Exploraremos as contribuições de três notáveis matemáticos gregos: Tales de Mileto, Pitágoras e os Pitagóricos, e Euclides.

De acordo com Boyer (1991), Tales de Mileto, um dos Sete Sábios da Grécia, viveu por volta do século VI a.C. e suas contribuições abrangem a geometria. Ele é notoriamente lembrado por seu teorema, que relaciona os lados de um triângulo. Seu enfoque prático e aplicado à matemática refletia uma abordagem concreta para solucionar problemas geométricos.

Pitágoras, por sua vez, fundador da escola pitagórica, e seus seguidores desempenharam um papel crucial na matemática grega. O famoso teorema de Pitágoras, que relaciona os lados de um triângulo retângulo, é uma das contribuições mais marcantes. A escola pitagórica, além de avanços matemáticos, também estava imersa em aspectos filosóficos e místicos (Boyer, 1991).

Heath (1956) nos lembra que Euclides, que viveu cerca de 300 a.C., é conhecido por sua obra “Os Elementos”, uma compilação organizada e sistemática de conhecimentos matemáticos de sua época. Este trabalho tornou-se a base para a geometria euclidiana e introduziu o método axiomático, onde teoremas eram deduzidos de axiomas fundamentais. A abordagem de Euclides estabeleceu um padrão para rigor e lógica na matemática.

Ao analisar a contribuição de Tales de Mileto, Pitágoras e Euclides, percebemos a riqueza e a diversidade de pensamento na matemática grega antiga. Suas ideias continuam a influenciar o estudo da matemática até os dias de hoje, destacando a duradoura importância desses pensadores na história da disciplina.

A influência dos árabes na Idade Média desempenhou um papel crucial na transmissão do conhecimento matemático entre as civilizações. O matemático persa Al-Khwarizmi, no século IX, contribuiu para a consolidação de métodos algébricos na resolução de equações quadráticas. Seu trabalho “Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala” introduziu a palavra “al-jabr”, que posteriormente originou o termo álgebra (Oliveira, 2018). Os árabes preservaram e expandiram o conhecimento matemático greco-romano, preparando o terreno para a Renascença europeia.

Nessa esteira, na fase do Renascimento, matemáticos europeus como Descartes e Viète retomaram os estudos das equações do 2º grau, contribuindo para a transição da abordagem geométrica para a algébrica. A notação simbólica de Viète foi particularmente influente, representando uma inovação na expressão formal de equações quadráticas (Oliveira, 2018). Essa época testemunhou uma mudança paradigmática na matemática, marcando a transição de métodos práticos e geométricos para uma abordagem mais abstrata e simbólica.

A Índia antiga também desempenhou um papel crucial no desenvolvimento da equação do 2º grau. A proposta resolutiva influenciou matemáticos islâmicos e, posteriormente, chegou à Europa, contribuindo para a base teórica das equações quadráticas.

Durante a Idade Moderna, a matemática europeia floresceu com a introdução de métodos algébricos mais sofisticados. A fórmula resolutiva da equação do 2º grau foi aprimorada por matemáticos islâmicos e europeus, consolidando-se como um método eficaz de resolução de equações do 2º grau (Oliveira, 2018). Essa convergência de conhecimento matemático de diversas civilizações culminou em avanços significativos na teoria das equações quadráticas.

Visto isso, a compreensão das principais civilizações que estudaram equações do 2º grau proporciona uma visão abrangente da evolução matemática ao longo do tempo. A transmissão intercultural e a adaptação de métodos refletem não apenas o progresso da matemática, mas também a importância universal das equações quadráticas como ferramentas fundamentais na resolução de problemas matemáticos e práticos. Essa rica história fornece uma base sólida para a contextualização do ensino contemporâneo desses conceitos (Gutierrez, 2011; Casagrande; Trentin, 2020).

### **3.2 Como a equação do 2º grau se desenvolveu até os tempos atuais**

A compreensão das raízes históricas das equações do 2º grau requer uma análise detalhada dos métodos utilizados por civilizações antigas. Os babilônios, por volta de 2000 a.C., desenvolveram técnicas pioneiras na resolução dessas equações. Suas tabuletas de argila documentavam métodos práticos e geométricos (Fragoso, 1999). As operações no sistema babilônico eram fundamentais, envolvendo não apenas a manipulação de coeficientes, mas também o cálculo de raízes quadradas (Fragoso, 1999). Os babilônicos enfrentavam problemas de equações do 2º grau em suas práticas matemáticas, demonstrando uma aplicação concreta desse conhecimento (Fragoso, 1999).

Nesse viés, os egípcios, embora não tenham abordado explicitamente as equações do 2º grau, contribuíram de maneira única para o desenvolvimento matemático. Seu sistema numérico e as operações aritméticas básicas forneceram uma base sólida para conceitos matemáticos avançados (Fragoso, 1999). A presença

desses elementos na sociedade egípcia antiga ilustra a riqueza e a diversidade do pensamento matemático nas civilizações antigas.

No contexto grego, a abordagem das equações do 2º grau assumiu uma perspectiva geométrica e filosófica. As contribuições hindus foram notáveis, com Bhaskara II destacando-se no século VII. Ele formulou uma solução geral para equações quadráticas, demonstrando uma compreensão avançada de métodos algébricos (Oliveira, 2018). A transmissão desse conhecimento para os árabes, em especial Al-Khwarizmi, desempenhou um papel crucial na disseminação do saber hindu para o mundo islâmico e, subseqüentemente, para a Europa (Oliveira, 2018). Os árabes, ao absorverem esses conhecimentos, refinaram e aprimoraram as técnicas de resolução de equações do 2º grau, contribuindo para a riqueza da álgebra árabe (Oliveira, 2018).

Em contrapartida, o início do simbolismo algébrico representou uma revolução nas técnicas de resolução. François Viète, no século XVI, introduziu notações simbólicas para coeficientes e variáveis, oferecendo uma linguagem mais concisa para representar equações (Oliveira, 2018). Seu trabalho, ao lado do método de Descartes, que unificou geometria e álgebra por meio do sistema de coordenadas cartesianas, marcou o surgimento da álgebra moderna (Oliveira, 2018). Esses avanços prepararam o terreno para o desenvolvimento futuro da teoria das equações do 2º grau.

François Viète, um renomado matemático francês do século XVI, desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da álgebra e da resolução de equações polinomiais. Seu trabalho notável, apresentado em “*In Artem Analyticam Isagoge*”, foi uma peça seminal na transição da álgebra renascentista para métodos mais sistemáticos.

Viète introduziu uma notação algébrica inovadora, utilizando letras para representar variáveis e constantes. Essa mudança de paradigma permitiu uma expressão mais concisa e clara de relações matemáticas complexas. Essa notação foi crucial para a evolução da álgebra e estabeleceu as bases para futuros desenvolvimentos (Katz, 1998).

Além disso, Viète contribuiu significativamente para a teoria das equações polinomiais. Ele desenvolveu métodos algébricos para resolver equações cúbicas e quartas, introduzindo técnicas revolucionárias. Seu enfoque na resolução geral de

equações foi uma precursora fundamental para o posterior trabalho de Descartes e outros matemáticos (Struik, 1997).

Nesse ínterim, Girolamo Cardano, Nicolò Fontana (Tartaglia), Scipione Del Ferro e Ludovico Ferrari desempenharam papéis fundamentais no desenvolvimento da solução das equações do terceiro grau. Scipione Del Ferro foi o primeiro a descobrir um método geral para resolver uma classe dessas equações, embora não tenha publicado seus achados. Posteriormente, Nicolò Fontana (Tartaglia) encontrou um procedimento independente e transmitiu-o a Girolamo Cardano, sob a promessa de sigilo. Cardano, no entanto, ao descobrir que Del Ferro já havia antecipado parte da solução, decidiu publicar os métodos em sua obra *Ars Magna* (1545), consolidando a resolução das equações cúbicas e creditando Del Ferro e Tartaglia. Ludovico Ferrari, discípulo de Cardano, complementou esse avanço ao desenvolver a solução das equações do quarto grau, utilizando a técnica de redução ao terceiro grau. Essas descobertas representaram um marco na história da Álgebra, rompendo com a tradição geométrica herdada dos gregos e impulsionando o desenvolvimento da matemática moderna (Lima, 1987).

Viète também propôs a técnica da redução ao absurdo na resolução de equações, uma estratégia que influenciou profundamente a lógica matemática e a metodologia de prova. Essa abordagem, combinada com sua notação simbólica, revelou-se instrumental na simplificação e resolução de problemas complexos (Boyer, 1991).

René Descartes, contemporâneo de François Viète, expandiu e aprimorou os fundamentos estabelecidos por seu predecessor. Seu método analítico, apresentado em "La Géométrie", revolucionou a matemática, integrando a álgebra e a geometria de maneira inovadora. Descartes introduziu coordenadas cartesianas, um sistema que associava pontos em um plano a pares ordenados de números. Essa fusão entre álgebra e geometria permitiu a representação gráfica de equações, proporcionando uma nova perspectiva visual para resolver problemas matemáticos (Katz, 1998).

O método de Descartes também estabeleceu a base para a geometria analítica, uma disciplina que transformou a compreensão do espaço e das figuras geométricas. Sua abordagem sistemática de representação algébrica de objetos geométricos abriu caminho para o desenvolvimento posterior do cálculo diferencial e integral (Boyer, 1991).

O trabalho de François Viète e René Descartes reflete uma era de transformação matemática. Suas contribuições mútuas proporcionaram uma evolução fundamental na álgebra, geometria e métodos analíticos. A notação de Viète e o método de Descartes formaram a base para a matemática moderna, influenciando gerações de matemáticos e moldando a forma como entendemos e abordamos problemas matemáticos complexos (Struik, 1997).

Em síntese, a colaboração e inovação entre François Viète e René Descartes marcaram um ponto de virada significativo na história da matemática. Seus trabalhos, detalhadamente explorados, destacam o papel essencial desses matemáticos na construção do edifício teórico que sustenta a matemática contemporânea.

### 3.3 Conhecendo a equação do 2º grau

O nome equação do 2º grau faz referência ao fato de ser uma equação polinomial cujo termo de maior grau está elevado ao quadrado. Assim podemos definir uma equação do 2º grau da seguinte forma: “denomina-se **equação do 2º grau** na incógnita  $x$  toda equação da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais e  $a \neq 0$ ”. Exemplo 1:

- $2x^2 + 4x + 1 = 0$  é uma equação do 2º grau na incógnita  $x$  com  $a = 2$ ,  $b = 4$  e  $c = 1$ .
- $x^2 - 49 = 0$  é uma equação do 2º grau na incógnita  $x$  e com  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = -49$ .

Na equação do 2º grau os números reais  $a$ ,  $b$  e  $c$  são chamados **coeficientes** da equação. Isso significa que  $a$  determina a influência do termo quadrático na equação,  $b$  contribui linearmente, e  $c$  é o valor constante. Logo, se a equação é definida na incógnita  $x$ , teremos:

- $a$  será sempre o coeficiente do  $x^2$ ;
- $b$  será sempre o coeficiente do  $x$ ;
- $c$  será sempre o **termo independente** de  $x$ .

A equação do 2º grau busca descobrir as soluções para  $x$  que a tornam verdadeira. A resolução dessas equações é realizada principalmente pela aplicação

da fórmula resolvente da equação do 2º grau – a qual se encontra detalhada na Subseção 3.4.2 – que fornece as raízes ou soluções, representadas por  $x'$  e  $x''$ , a fórmula resolvente da equação do 2º grau é expressa como:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

O discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$  desempenha um papel crucial na análise das soluções. Se o discriminante for positivo, a equação possui duas raízes reais distintas; se for igual a zero, há uma raiz real repetida; e se for negativo, as raízes são números complexos conjugados.

Ao explorar a equação do 2º grau, é possível interpretar geometricamente suas soluções. As raízes correspondem aos pontos de interseção da parábola com o eixo  $x$ . Essa conexão geométrica fornece uma perspectiva visual sobre as soluções da equação.

Além disso, as equações do 2º grau têm aplicações em diversas disciplinas, desde a física e engenharia até a economia. Elas modelam uma variedade de fenômenos naturais e processos, sendo cruciais para compreender e resolver problemas do mundo real.

### 3.3.1 Equação completa e equação incompleta

Pela definição de equação do 2º grau temos que  $a \neq 0$ , entretanto podemos ter  $b = 0$  ou  $c = 0$ . Assim teremos que:

- Quando  $b \neq 0$  e  $c \neq 0$  a equação é dita **completa**.
- Quando  $b = 0$  ou  $c = 0$  a equação é dita **incompleta**.

Exemplos 2:

- $x^2 - 4x + 3 = 0$  é uma equação completa em que  $a = 1$ ,  $b = -4$  e  $c = 3$ .
- $x^2 - 81 = 0$  é uma equação incompleta em que  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = -81$ .
- $2x^2 - 8x = 0$  é uma equação incompleta em que  $a = 2$ ,  $b = -8$  e  $c = 0$ .

As equações do 2º grau são classificadas em duas categorias principais: completas e incompletas. Essas classificações, fundamentais para a compreensão das propriedades matemáticas envolvidas, proporcionam insights valiosos sobre as diferentes formas que essas equações podem assumir.

É essencial destacar a conexão intrínseca entre as equações completas e incompletas, a qual está na estrutura da fórmula geral. Ambas as formas representam relações quadráticas, mas as equações incompletas têm uma ou mais constantes igual a zero, enquanto as equações completas possuem todos os coeficientes diferentes de zero. Essa estrutura comum implica que o método de resolução das equações (como a utilização da fórmula quadrática) é essencialmente o mesmo, mas com adaptações. Portanto, a forma completa das equações de segundo grau incorpora as incompletas como casos específicos, refletindo uma relação unificadora entre elas e reforçando a importância da estrutura quadrática na Matemática. Ambas desempenham papéis complementares na álgebra, e a compreensão de uma categoria pode enriquecer a abordagem da outra.

René Descartes, matemático e filósofo do século XVII, ofereceu uma perspectiva mais ampla sobre as equações do 2º grau, considerando tanto as completas quanto as incompletas. Sua abordagem cartesiana unificou essas categorias sob um contexto mais amplo.

As técnicas de resolução das equações completas e incompletas refletem a diversidade cultural, evidenciando como diferentes sociedades e períodos contribuíram para a riqueza do conhecimento matemático.

Na educação contemporânea, a compreensão das equações completas e incompletas é facilitada por métodos didáticos modernos. Estratégias que destacam a relevância histórica dessas equações promovem uma aprendizagem mais significativa.

O estudo contínuo das equações apresenta desafios e oportunidades para pesquisadores contemporâneos. Assim, novas abordagens dessas equações em sala de aula, como metodologias ativas da aprendizagem, contribuem para o avanço do conhecimento matemático.

Ao explorar as equações do 2º grau, é crucial refletir sobre a significância histórica dessas expressões matemáticas. Cada avanço ao longo da história contribuiu para o entendimento aprofundado que possuímos hoje.

Essas categorias de equações do 2º grau, com suas distintas contribuições históricas, formam uma trama rica e intrincada no tecido da matemática, refletindo a evolução do pensamento humano e a universalidade das descobertas matemáticas ao longo do tempo.

### 3.3.2 Forma reduzida de uma equação do 2º grau

As equações escritas na forma  $ax^2 + bx + c = 0$  são denominadas **a forma reduzidas de uma equação do 2º grau**. Exemplos 3:

- $x^2 - 3x + 5 = 0$ ;
- $2x^2 - 8 = 0$ ;
- $3x^2 + 12x = 0$ .

Existem também algumas equações que não são escritas na forma  $ax^2 + bx + c = 0$  como por exemplo:  $5x^2 - 4x + 10 = 2x^2 + 8x$ . Assim, por meio de algumas operações podemos deixar esse tipo de equação na forma reduzida. Acompanhe a situação a seguir.

Escreva a equação  $5x^2 - 4x + 10 = 2x^2 + 8x$  na forma reduzida.

$5x^2 - 4x + 10 = 2x^2 + 8x \Rightarrow 5x^2 - 4x + 10 - 2x^2 - 8x = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x + 10 = 0$ . Logo a equação  $3x^2 - 12x + 10 = 0$  é a forma reduzida da equação do 2º grau mencionada anteriormente.

### 3.4 Métodos de resolução de equações do 2º grau

Como já sabemos, para resolver uma equação do 2º grau devemos descobrir as suas raízes ou soluções da equação. Dito isso, nessa subseção vamos relembrar os diferentes métodos para resolução de uma equação do 2º grau completa ou incompleta.

Como vimos no Capítulo 2, existem duas formas de equação do 2º grau incompleta. Assim, nesse tópico, vamos resolver equações do 2º grau incompletas dos tipos  $ax^2 + bx = 0$  e  $ax^2 + c = 0$ .

Resolvendo equações da forma  $ax^2 + bx = 0$ . Para resolver uma equação do tipo  $ax^2 + bx = 0$ , devemos colocar o termo  $x$  em evidência para acharmos as raízes dessa equação. Sendo  $ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x \cdot (ax + b) = 0$ , como o produto de dois números reais dando zero, logo um dos dois é zero, assim temos

$x \cdot (ax + b) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $ax + b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$ . Portanto, ao analisar as raízes da equação, concluímos que a fatoração nos permite identificar claramente os valores de

$x$  que satisfazem a equação, facilitando a compreensão das soluções da função quadrática.

Dando seguimento, para resolução de uma equação do tipo  $ax^2 + c = 0$ , sendo  $ax^2 + c = 0 \leftrightarrow ax^2 = -c \leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \leftrightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$ , é importante destacar que, nesse caso, a equação só admitirá raízes reais se  $a$  e  $c$  tiverem sinais contrários, caso contrário as raízes serão complexas.

As equações completas do 2º grau são aquelas em que todos os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  são diferentes de zero. Essas equações têm três termos distintos, ou iguais, e representam uma variedade de problemas matemáticos e aplicativos em diversas áreas do conhecimento.

A fórmula resolutiva da equação do 2º grau é uma ferramenta essencial para encontrar as raízes dessas equações. Ela fornece as soluções reais ou complexas, dependendo do valor do discriminante.

No contexto das equações completas e incompletas do 2º grau, as raízes representam os pontos de interseção da parábola com o eixo  $x$ , o que proporciona uma interpretação visual das soluções e suas relações geométricas.

O método de resolução de equações do 2º grau, utilizando a fórmula resolutiva da equação do 2º grau, é essencial para resolver problemas complexos que envolvem relações quadráticas, como a determinação de trajetórias de projéteis, áreas de terrenos e otimização de processos.

Posto isso, a partir do que vem sendo explanado, apresentamos, no tópico a seguir, alguns métodos de resolução de equações do 2º grau de forma mais detalhada.

#### 3.4.1 O processo de completar quadrados

O processo de completar quadrados pode ser interpretado geometricamente como transformar um quadrado imperfeito em um quadrado perfeito, adicionando e subtraindo uma quantidade adequada. Essa interpretação geométrica é mencionada por diversos autores, como Echeverría (1998) e Kuroiwa (2016).

Os passos do processo de completar quadrados envolvem em transformar o termo em um trinômio quadrado perfeito e escrevê-la na sua forma fatorada. Essa

técnica é essencial para a resolução de equações quadráticas, como destacado por Fiorentini *et al.* (1993).

O método de completar quadrados é uma ferramenta poderosa para resolver equações quadráticas completas e incompletas. Sua compreensão é fundamental para avançar na resolução de problemas matemáticos mais complexos, conforme abordado por Coutinho (2016).

Além disso, a técnica de completar quadrados tem aplicações em diversas áreas da matemática e ciências naturais, auxiliando na modelagem e resolução de problemas práticos, como mencionado por Lovatto *et al.* (2007).

O processo de completar quadrados é uma técnica poderosa utilizada na resolução de equações quadráticas, permitindo encontrar as raízes dessas equações de forma precisa e sistemática. De acordo com Sangiorgi (1961), esse método é uma das técnicas mais antigas para resolver equações quadráticas e tem sido essencial ao longo da história da matemática.

Considere uma equação quadrática na forma geral  $ax^2 + bx + c = 0$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são coeficientes reais e  $a \neq 0$ . O processo de completar quadrados consiste em transformar essa equação em uma forma quadrática perfeita,  $(x + s)^2 = s$ , onde  $r$  e  $s$  são números reais apropriados. Para isso, o coeficiente de  $x$  é dividido por 2 e elevado ao quadrado, adicionando e subtraindo esse valor da equação original:

$$x^2 + 2rx + s = 0 \Rightarrow x^2 + 2rx + r^2 - r^2 + s = 0 \Rightarrow x^2 + 2rx + r^2 = r^2 - s \Rightarrow (x + r)^2 = r^2 - s \Rightarrow x + r = \pm\sqrt{r^2 - s} \Rightarrow x = -r \pm \sqrt{r^2 - s}.$$

Por exemplo, considere a equação  $x^2 + 6x - 8 = 0$ . Para completar quadrados, primeiro isolamos os termos com  $x$ , assim  $x^2 + 6x = 8$ . Em seguida, calculamos o termo que precisa ser adicionado e subtraído para completar o quadrado, que é

$\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 9$ . Assim, temos:  $x^2 + 6x + 9 - 9 = 8 \Rightarrow (x + 3)^2 - 9 = 8$ . Agora, reorganizamos a equação:  $(x + 3)^2 = 17$ . Portanto, as soluções para a equação original são:  $x + 3 = \sqrt{17}$  e  $x + 3 = -\sqrt{17}$ , ou seja,  $x = -3 + \sqrt{17}$  e  $x = -3 - \sqrt{17}$ .

O processo de completar quadrados não só fornece soluções precisas para equações quadráticas, mas também tem aplicações em outras áreas da matemática, como na integração de funções racionais, na geometria analítica e na teoria dos números. Ele é uma técnica essencial no arsenal de ferramentas matemáticas para resolver uma ampla gama de problemas.

### 3.4.2 A fórmula resolutiva da equação do 2º grau

Seja  $ax^2 + bx + c = 0$  uma equação do 2º grau, dividindo a equação por  $a$ , teremos:  $\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a} \Rightarrow x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \Rightarrow$   
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} - \frac{b}{2a} \Rightarrow$   
 $x = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} - \frac{b}{2a} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . Posto isso, a fórmula resolutiva da equação do 2º grau é representada por:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os coeficientes da equação quadrática  $ax^2 + bx + c = 0$ .

Quando  $\Delta > 0$ , a equação possui duas raízes reais distintas. Isso significa que a parábola associada à equação intercepta o eixo  $x$  em dois pontos distintos. Se  $\Delta = 0$ , a equação possui uma raiz real repetida, indicando que a parábola toca o eixo  $x$  em apenas um ponto. Já quando  $\Delta < 0$ , as raízes são complexas conjugadas, e a parábola não intercepta o eixo  $x$  no plano real.

A fórmula resolutiva da equação do 2º grau é aplicável a todas as equações quadráticas, independentemente de serem completas ou incompletas. Ela é uma ferramenta universal para encontrar as soluções dessas equações, como discutido por Pereira *et al.* (2023).

A relação entre a fórmula resolutiva da equação do 2º grau e o processo de completar quadrados é evidente, onde o discriminante é utilizado para determinar as soluções da equação, como abordado por Fiorentini *et al.* (1993).

Assim sendo, essa fórmula é uma das principais ferramentas da álgebra, essencial para resolver uma variedade de problemas matemáticos e aplicativos. Sua universalidade e aplicabilidade a diferentes contextos a tornam uma técnica valiosa e poderosa na resolução de equações quadráticas.

Exemplo 4: resolva a equação  $x^2 + 6x - 8 = 0$ .

Na equação temos que  $a = 1$ ,  $b = 6$  e  $c = -8$ , e substituindo na fórmula, teremos:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 32}}{2} \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{68}}{2} \Rightarrow$   
 $x = \frac{-6 \pm 2\sqrt{17}}{2} \Rightarrow x' = -3 + \sqrt{17}$  e  $x'' = -3 - \sqrt{17}$ .

### 3.4.3 Soma e produto das raízes de uma equação do 2º grau

A soma e o produto das raízes de uma equação do 2º grau são conceitos essenciais na álgebra que fornecem informações valiosas sobre as características das raízes e dos coeficientes envolvidos.

Sejam  $x' + x''$  as raízes da equação de segundo grau, teremos pela fórmula resolutive da equação do 2º grau:  $x' + x'' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow$   
 $x' + x'' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x' + x'' = \frac{-2b}{2a} \Rightarrow x' + x'' = \frac{-b}{a}.$

A soma das raízes é o valor obtido pela adição das soluções da equação do 2º grau e é expressa matematicamente como  $\frac{-b}{a}$ . Essa soma representa o ponto médio entre as raízes e é fundamental para entender a posição da parábola no plano cartesiano.

Exemplo 5: Na equação  $5x^2 - 9x + 11 = 0$  a soma das raízes é calculada pela fórmula:  $x' + x'' = \frac{-b}{a} \Rightarrow x' + x'' = \frac{-(-9)}{5} \Rightarrow x' + x'' = \frac{9}{5}.$

Já o produto das raízes é o resultado da multiplicação das soluções da equação e é dado por  $\frac{c}{a}$ . Ele representa o valor do termo independente  $c$  dividido pelo coeficiente do termo quadrático  $a$ , oferecendo *insights* sobre a relação entre as raízes e os coeficientes. Assim para demonstrar que  $x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$ , teremos:  $x' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  e  $x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ . Logo:  $x' \cdot x'' = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{4a^2}$   
 $\Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{4ac}{4a^2} \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{c}{a}.$

Por exemplo, considere a equação  $2x^2 - 5x + 3 = 0$ . Neste caso o coeficiente  $a$  é 2 e o termo independente  $c$  é 3. Aplicando a fórmula, teremos:  $x' \cdot x'' = \frac{c}{a} \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{3}{2}$ . Portanto, o produto das raízes é  $\frac{3}{2}$ .

Há uma relação direta entre os coeficientes da equação e a soma e o produto das raízes. Para equações completas e incompletas, é possível calcular a soma e o produto das raízes a partir dos coeficientes da equação.

O cálculo prático da soma das raízes envolve dividir o oposto do coeficiente linear  $b$  pelo coeficiente do termo quadrático  $a$ . Para o produto das raízes, divide-se o termo independente  $c$  pelo coeficiente do termo quadrático  $a$ .

Em termos Matemáticos, sejam  $\alpha$  e  $\beta$  a soma e o produto das raízes de uma equação do 2º grau, respectivamente. Essas raízes podem ser encontradas a partir de  $\alpha$  e  $\beta$  da seguinte maneira:  $x' = \frac{\alpha}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \beta}$  e  $x'' = \alpha - x'$ .

Por exemplo, na equação  $x^2 - 5x + 6 = 0$ , a soma das raízes é 5 e o produto das raízes é 6, o que confirma a relação entre os coeficientes e as raízes, fórmula que será demonstrada mais adiante. Logo, usando a fórmula, teremos:

$$x' + x'' = \frac{-b}{a} \Rightarrow x' + x'' = \frac{-(-5)}{1} \Rightarrow x' + x'' = 5. \text{ Agora para achar o produto, teremos:}$$

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a} \Rightarrow x' \cdot x'' = \frac{6}{1} \Rightarrow x' \cdot x'' = 6.$$

Outra forma de achar as raízes de uma equação do segundo grau usando soma e produto que recai na Geometria, este problema recai em determinar os lados de um retângulo onde temos semiperímetro e a sua área. Sendo  $x'$  e  $x''$  os lados do retângulo e equação do 2º grau seria:  $x^2 - \alpha x + \beta = 0$ . Vamos demonstrar a fórmula, temos que  $\alpha = x' + x''$  e  $\beta = x' \cdot x''$  e suponha que  $x' > x''$ , assim teremos:

$$x^2 - \alpha x + \beta = 0 \Rightarrow x^2 - \alpha x = -\beta \Rightarrow x^2 - \frac{2\alpha}{2}x + \frac{\alpha^2}{4} - \frac{\alpha^2}{4} = -\beta \Rightarrow \left(x - \frac{\alpha}{2}\right)^2 = -\beta + \frac{\alpha^2}{4} \Rightarrow$$

$$x - \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \beta} \Rightarrow x' = \frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \beta}. \text{ Como } \alpha = x' + x'' \Rightarrow x'' = \alpha - x'.$$

Exemplo 6: encontre dois números cuja soma é 5 e seu produto é 6?

Nesse exemplo, vamos primeiramente montar a equação do segundo grau, com  $\alpha = 5$  e  $\beta = 6$ , logo teremos que:  $x^2 - \alpha x + \beta = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$ . Agora vamos aplicar

$$\text{a fórmula: } x' = \frac{\alpha}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - \beta} \Rightarrow x' = \frac{5}{2} + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 6} \Rightarrow x' = \frac{5}{2} + \sqrt{\frac{25}{4} - 6} \Rightarrow$$

$$x' = \frac{5}{2} + \sqrt{\frac{25-24}{4}} \Rightarrow x' = \frac{5}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow x' = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow x' = \frac{6}{2} \Rightarrow x' = 3. \text{ Portanto, para achar o}$$

outro número devemos subtrair da soma que é 5:  $x'' = \alpha - x' \Rightarrow x'' = 5 - 3 \Rightarrow x'' = 2$ .

Assim os dois números procurados são 2 e 3.

## **4 ENSINO E APRENDIZAGEM LÚDICO COM JOGOS**

### **4.1 A gamificação no ensino da matemática: aprendizagem através de jogos**

A gamificação no ensino da matemática tem se mostrado uma abordagem inovadora e eficaz para tornar o aprendizado dessa disciplina mais atraente e envolvente para os estudantes. Tradicionalmente vista como uma área do conhecimento desafiadora e, muitas vezes, intimidadora, a matemática pode ganhar uma nova dimensão quando inserida em um contexto lúdico, onde o aprendizado é facilitado por meio de jogos. Esses jogos, que podem variar de plataformas digitais a atividades físicas e jogos de tabuleiro, são projetados para estimular o raciocínio lógico, o pensamento crítico e a resolução de problemas, habilidades fundamentais para a compreensão dos conceitos matemáticos. Ao transformar o aprendizado em uma atividade divertida e interativa, a gamificação tem o potencial de reduzir a ansiedade associada à matemática e despertar o interesse dos alunos, especialmente aqueles que enfrentam dificuldades na disciplina.

Além disso, a gamificação no ensino da matemática promove um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e colaborativo. Em jogos matemáticos, os alunos podem ser incentivados a trabalhar em equipe, competindo ou cooperando para alcançar objetivos comuns. Esse aspecto colaborativo não só fortalece a interação social entre os estudantes, como também incentiva a troca de conhecimentos e estratégias, o que pode resultar em uma compreensão mais profunda dos conceitos abordados. A competição saudável, outro elemento frequentemente presente em jogos, pode aumentar a motivação dos alunos, desafiando-os a superar seus próprios limites e a alcançar novos níveis de compreensão. Em um ambiente gamificado, o erro é visto como parte do processo de aprendizagem, onde os alunos podem experimentar, falhar e tentar novamente, reforçando a resiliência e a perseverança.

Outro aspecto importante da gamificação é a possibilidade de personalização do aprendizado. Jogos educativos permitem que o conteúdo seja adaptado ao nível de conhecimento e às necessidades específicas de cada aluno. Dessa forma, alunos que estão avançando mais rapidamente podem ser desafiados com problemas mais complexos, enquanto aqueles que precisam de mais tempo podem reforçar os conceitos básicos de forma gradual e consistente. Essa personalização ajuda a evitar a frustração e o desinteresse que podem surgir quando o conteúdo é muito difícil ou

muito fácil. Além disso, o *feedback* imediato, frequentemente presente em jogos, permite que os alunos identifiquem rapidamente seus erros e compreendam como corrigi-los, o que é essencial para o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

Sob essa ótica, a gamificação no ensino da matemática está alinhada com as demandas da sociedade contemporânea, onde a tecnologia e a interatividade desempenham um papel central na vida cotidiana. Ao integrar essas ferramentas ao ambiente educacional, os educadores podem preparar melhor os alunos para enfrentar os desafios do século XXI, desenvolvendo competências não apenas em matemática, mas também em habilidades digitais e tecnológicas. Além disso, a gamificação pode contribuir para a inclusão educacional, oferecendo alternativas de aprendizado para alunos com diferentes estilos de aprendizagem e necessidades especiais. Em suma, a gamificação não é apenas uma tendência passageira, mas uma estratégia pedagógica poderosa que pode transformar a forma como a matemática é ensinada e aprendida, tornando o processo educacional mais acessível, envolvente e eficaz.

#### **4.2 Gamificação na matemática: jogos aplicados ao ensino e aprendizagem de equação do 2º Grau**

Para a sequência didática que apresentaremos na Seção 5, elaboramos seis jogos para trabalhar Equação do 2º Grau: Atividade de Gamificação I, Atividade de Gamificação II, Atividade de Gamificação III, Atividade de Gamificação IV, Atividade de Gamificação V e Atividade de Gamificação VI. Os links dos jogos se encontram disponíveis para acesso gratuito no Apêndice I.

Os jogos que organizamos focam em uma proposta para aplicação em sala de aula, com o objetivo de tornar o ensino das equações do 2º grau mais interativo e acessível para os alunos. Esses jogos, desenvolvidos na plataforma *Wordwall*<sup>1</sup>, utilizam elementos de gamificação para engajar os estudantes em atividades que combinam aprendizado e diversão, facilitando a compreensão e a prática dos

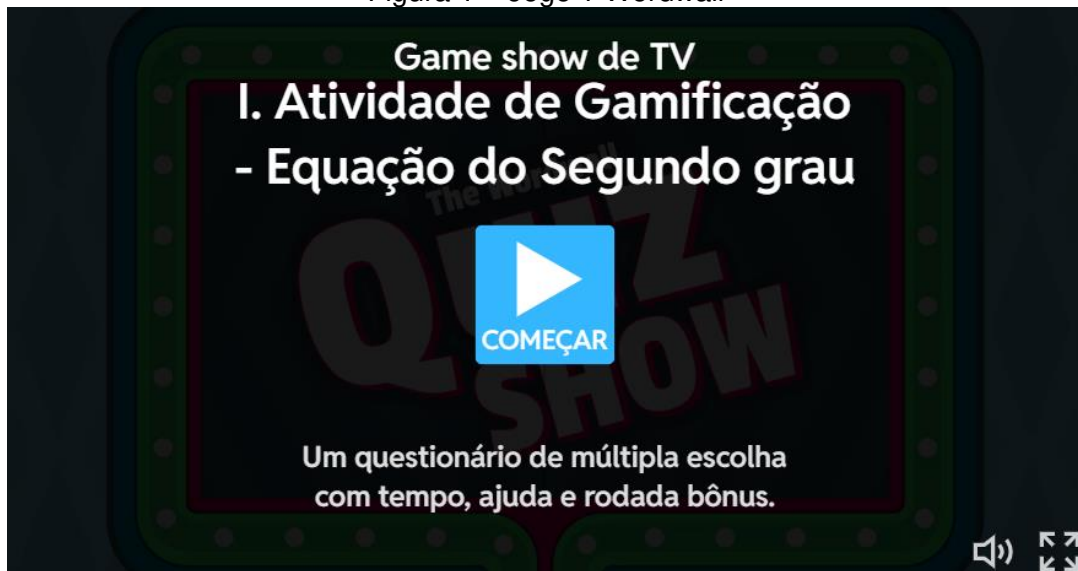
---

<sup>1</sup> A plataforma Wordwall é uma ferramenta digital interativa voltada para a criação e personalização de atividades educativas. Ela permite que educadores elaborem diversos tipos de jogos e exercícios, como quizzes, caça-palavras, diagramas e correspondências, que podem ser usados tanto em aulas presenciais quanto a distância. Com uma interface amigável e fácil de usar, o Wordwall oferece modelos prontos e personalizáveis que facilitam a adaptação de conteúdos para diferentes faixas etárias e disciplinas, promovendo o engajamento dos alunos e tornando o aprendizado mais dinâmico e lúdico.

conceitos matemáticos de forma lúdica. Como os jogos utilizam basicamente os mesmos recursos, atentando-se ao princípio da saturação, selecionamos os dois primeiros jogos para explicar o funcionamento geral e os recursos utilizados.

O jogo Atividade de Gamificação I<sup>2</sup> foi desenvolvido como uma introdução ao tema, ajudando os alunos a se familiarizarem com os conceitos básicos das equações do 2º grau (Figura 1). Este jogo é uma proposta ideal para reforçar os conhecimentos iniciais, preparando os estudantes para desafios mais avançados. Ele também oferece *feedback* imediato, permitindo que os alunos identifiquem rapidamente seus erros e corrijam-nos, promovendo um aprendizado mais autônomo e eficiente.

Figura 1 – Jogo 1 Wordwall



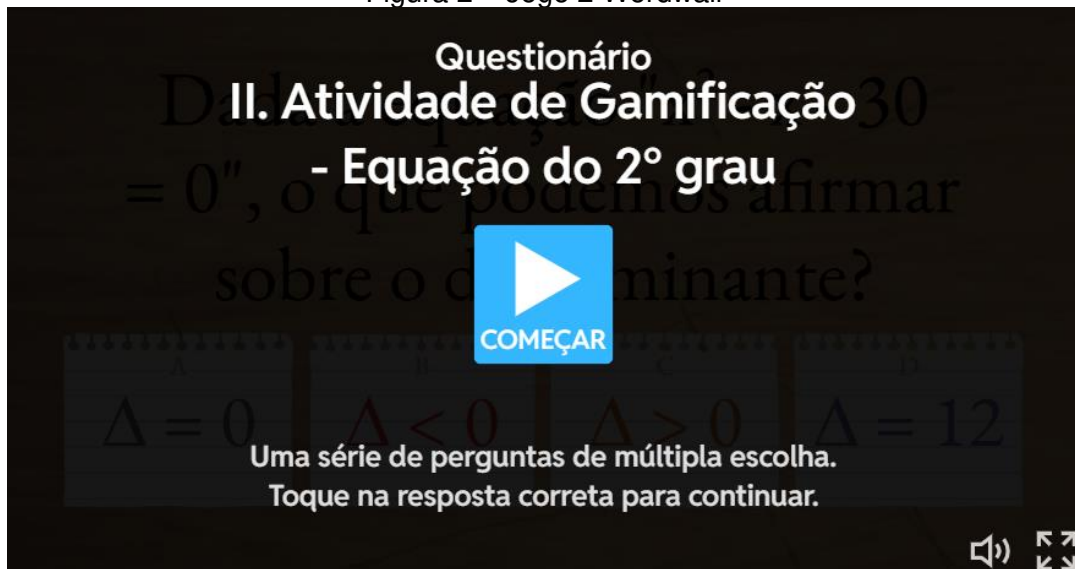
Fonte: Autoria própria (2025).

O jogo Atividade de Gamificação II<sup>3</sup> foi criado especificamente para aprofundar o entendimento dos alunos sobre as equações quadráticas (Figura 2). Ele envolve a resolução de problemas que requerem a aplicação de métodos como a fórmula resolutive da equação do 2º grau, permitindo que os alunos pratiquem e solidifiquem seus conhecimentos de maneira interativa. A atividade foi pensada para ser utilizada em sala de aula, proporcionando *feedback* imediato aos alunos, o que os ajuda a corrigir erros e a entender os conceitos de forma mais clara e eficaz.

<sup>2</sup> Disponível em: <https://wordwall.net/pt/resource/75225455/i-atividade-de-gamifica%C3%A7%C3%A3o-do-segundo-grau>

<sup>3</sup> Disponível em: <https://wordwall.net/pt/resource/75226827/ii-atividade-de-gamifica%C3%A7%C3%A3o-equa%C3%A7%C3%A3o-do-2-grau>

Figura 2 – Jogo 2 Wordwall



Fonte: Autoria própria (2025).

Tendo em vista o exposto, criamos esses jogos como parte de uma estratégia pedagógica para serem aplicados em sala de aula, visando transformar o processo de aprendizagem em algo mais dinâmico e envolvente (Figura 3). Através da gamificação, os alunos são incentivados a participar ativamente do processo de aprendizagem, tornando o estudo das equações do 2º grau mais interessante e motivador.

Figura 3 – Configurações do jogo 1



AVISO – Esta variedade maior de modelos é oferecida para disponibilizar opções mais completas. Não podemos garantir que cada possibilidade gerará um recurso de ensino utilizável, uma vez que isso depende das características do conteúdo. Divirta-se experimentando!

Fonte: Autoria própria (2025).

Cada modelo apresentado na imagem oferece uma estrutura específica para a construção de jogos educativos que podem ser adaptados ao conteúdo a ser ensinado. É possível identificar que os modelos utilizados para criar o Jogo 1 são aqueles destacados em azul. Esses modelos específicos são:

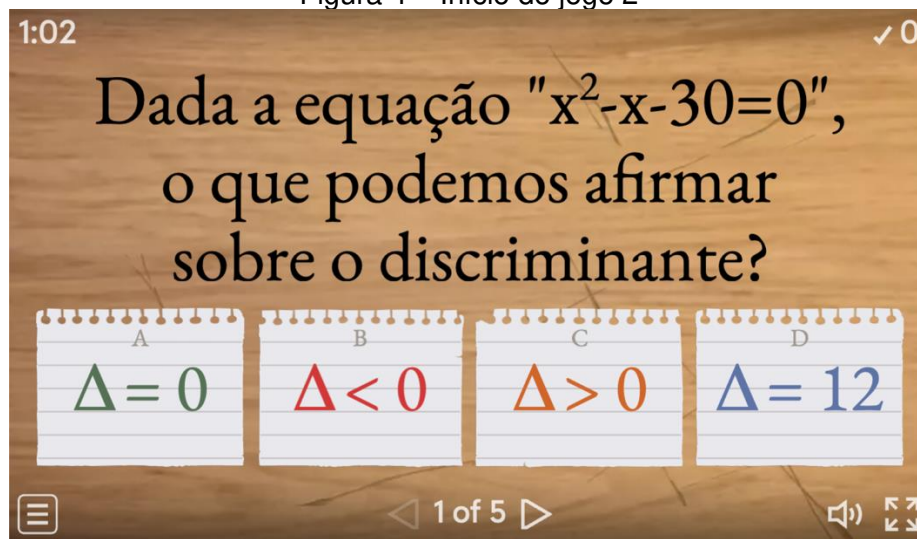
- **Game show de TV:** esse modelo simula um jogo de perguntas e respostas no estilo de um programa de TV, onde os alunos respondem a perguntas e competem entre si. Esse formato é dinâmico e incentiva a participação ativa dos alunos, tornando o aprendizado mais divertido e envolvente.
- **Cartas aleatórias:** esse modelo envolve a apresentação de cartas que os alunos devem virar para revelar perguntas ou desafios. Esse tipo de jogo é excelente para revisar conceitos, pois permite que os alunos interajam com o conteúdo de forma lúdica, reforçando o aprendizado de maneira prática.
- **Roleta aleatória:** esse modelo utiliza uma roleta que, ao ser girada, escolhe aleatoriamente uma pergunta ou um desafio para o aluno. Esse formato adiciona um elemento de surpresa e emoção ao processo de aprendizagem, mantendo os alunos engajados e atentos.
- **Questionários:** esse recurso permite que o professor crie um conjunto de perguntas com múltiplas escolhas, respostas curtas ou verdadeiro/falso. Em matemática, ele pode ser utilizado para testar a compreensão dos alunos sobre conceitos específicos, como operações, resolução de problemas e reconhecimento de formas. Os questionários ajudam a identificar rapidamente o nível de entendimento dos alunos e são úteis para revisão de conteúdos antes de avaliações.
- **Abra a Caixa:** nesse modelo, os alunos escolhem caixas (ou outras figuras) que escondem perguntas ou desafios. Quando a caixa é aberta, uma questão matemática aparece, e os alunos devem responder corretamente para ganhar pontos ou continuar o jogo. "Abra a Caixa" é especialmente útil para revisar conceitos de maneira lúdica, incentivando a curiosidade e promovendo uma experiência interativa que os envolve na resolução de problemas e cálculos matemáticos.

A escolha de tais modelos teve como objetivo criar uma experiência mais atrativa de aprendizado para os alunos sobre equações do 2º grau. Ao aplicar esses

jogos em sala de aula, os alunos são estimulados a participar ativamente do processo de aprendizado, facilitando a compreensão dos conceitos de maneira lúdica e dinâmica.

O Jogo 2, por sua vez, utiliza um formato dinâmico e interativo (Figura 4). O jogo apresenta uma questão sobre a equação do 2º grau e oferece múltiplas opções de resposta, cada uma destacada com cores diferentes para facilitar a visualização e a escolha dos alunos.

Figura 4 – Início do jogo 2



Fonte: autoria própria (2025).

Visto isso, podemos elencar as principais características desse jogo, além de algumas como já mencionadas no jogo passado (abra a caixa, questionário e rode a roleta):

- **Temporizador:** no canto superior esquerdo, há um temporizador que conta o tempo que o aluno leva para responder a questão. Isso adiciona um elemento de desafio, incentivando a rapidez no raciocínio e a tomada de decisão.
- **Questões de múltipla escolha:** o jogo apresenta quatro alternativas de resposta (A, B, C, D), cada uma representando uma possível interpretação do discriminante ( $\Delta$ ) da equação dada. As alternativas estão claramente separadas e coloridas, o que torna o jogo visualmente atraente e facilita a escolha da resposta correta.
- **Interface visual:** a interface do jogo é colorida e amigável, com um fundo que remete a uma superfície de madeira, criando um ambiente

aconchegante e menos formal. As opções de resposta são exibidas em notas de papel rasgado, adicionando um toque de criatividade e mantendo o interesse dos alunos.

- **Navegação:** o jogo permite a navegação entre as perguntas (indicada na parte inferior da tela como 1 de 5), dando aos alunos a capacidade de avançar ou revisar suas respostas. Isso é especialmente útil em um ambiente de aprendizado onde o *feedback* imediato é crucial para o processo de correção e autoaprendizado.
- **Feedback visual e sonoro:** ao selecionar uma resposta, o aluno pode receber *feedback* visual (como a mudança de cor ou destaque da resposta correta) e possivelmente sonoro, reforçando a aprendizagem por meio de diferentes estímulos sensoriais.

Mediante o exposto, essas características tornam o Jogo 2 uma ferramenta eficaz para ensinar e revisar conceitos de equações do 2º grau em sala de aula. A utilização de cores, temporizador e um design atrativo contribui para criar uma experiência de aprendizado engajante e estimulante, que pode melhorar significativamente a compreensão dos alunos sobre o tema abordado.

A incorporação de jogos e recursos tecnológicos no ensino, especialmente em disciplinas como a matemática, tem se mostrado uma estratégia eficaz para promover o engajamento dos alunos e facilitar a compreensão de conceitos complexos. Jogos como os desenvolvidos no Wordwall para trabalhar equações do 2º grau exemplificam como a gamificação pode transformar o ambiente de aprendizado, tornando-o mais interativo e estimulante. Através de desafios e atividades lúdicas, os alunos são incentivados a participar ativamente, o que pode levar a uma maior retenção de conteúdo e uma melhor assimilação dos temas abordados.

Os jogos que utilizam recursos dinâmicos, como temporizadores, *feedback* imediato e questões de múltipla escolha, oferecem uma experiência de aprendizado que é ao mesmo tempo educativa e envolvente. Essas características permitem que os alunos testem seus conhecimentos em tempo real, recebendo uma resposta imediata sobre sua performance, o que facilita o processo de correção e aprendizado contínuo. Além disso, o uso de cores vibrantes e designs atrativos nos jogos ajuda a

manter a atenção dos alunos, tornando a experiência de aprendizado mais agradável e menos intimidante.

A utilização de tecnologias educacionais, como plataformas *online* que permitem a criação de jogos personalizados, abre novas possibilidades para o ensino. Professores podem criar atividades específicas que atendam às necessidades de seus alunos, ajustando o nível de dificuldade e o conteúdo abordado conforme necessário. Isso não só torna o aprendizado mais relevante e personalizado, mas também permite que os professores monitorem o progresso dos alunos de maneira mais eficaz, identificando áreas que necessitam de reforço.

Além disso, a gamificação no ensino promove o desenvolvimento de habilidades importantes, como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a capacidade de trabalhar sob pressão. Jogos que exigem que os alunos tomem decisões rápidas ou resolvam problemas complexos dentro de um tempo limitado ajudam a desenvolver essas habilidades, que são essenciais tanto no ambiente acadêmico quanto na vida cotidiana. Ao desafiar os alunos de forma lúdica, os jogos educacionais também podem aumentar a autoconfiança e a motivação, fatores cruciais para o sucesso acadêmico.

Dessa forma, observa-se que o uso de artefatos dinâmicos e tecnológicos no ensino prepara os alunos para o mundo digital em que vivemos. Com a crescente presença da tecnologia em todas as esferas da vida, é importante que os alunos desenvolvam habilidades tecnológicas desde cedo. Ao integrar essas ferramentas no processo educacional, os professores não apenas facilitam o aprendizado de conteúdos específicos, como a matemática, mas também capacitam os alunos para enfrentar os desafios do futuro, tornando-os mais adaptáveis e preparados para a sociedade digital moderna.

### **4.3 Ensinando o professor a criar um jogo na plataforma Wordwall**

Para criar um jogo de matemática no Wordwall, o professor pode seguir um passo a passo simples para configurar atividades interativas e adaptadas ao conteúdo da disciplina. A seguir apresentaremos instruções detalhadas para ajudar a elaborar um jogo matemático usando essa plataforma:

- I. **Acessar o Wordwall e criar uma conta:** o professor deve acessar o site <https://wordwall.net/> e, se ainda não tiver, criar uma conta. Após o login, ele

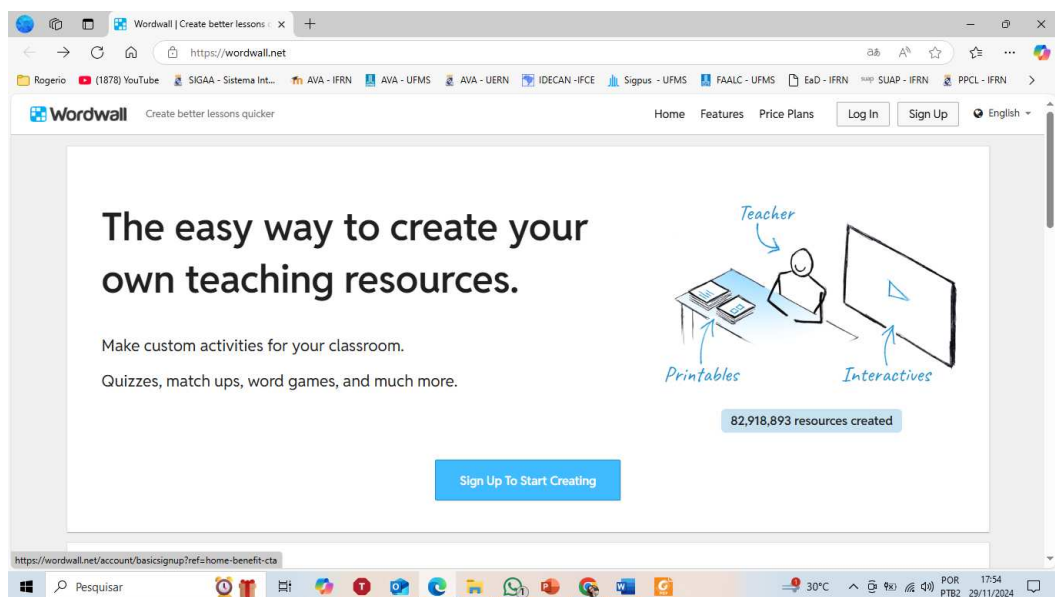
será direcionado ao painel principal, onde poderá iniciar a criação de novos jogos (Figura 5).

- II. **Selecionar o tipo de jogo:** no painel, clicar em "Criar atividade" para visualizar os modelos de jogos disponíveis. O Wordwall oferece várias opções para atividades de matemática. Para começar, ele pode selecionar "Questionário" (para perguntas de múltipla escolha ou verdadeiro/falso) ou "Abra a Caixa" (para perguntas distribuídas em caixas ou figuras). Essas opções são versáteis e permitem incluir perguntas com números, imagens ou expressões matemáticas.
- III. **Configurar a atividade de matemática:** após escolher o modelo, o professor deve nomear a atividade (por exemplo, "Quiz de Operações Básicas" ou "Desafios de Geometria") (Figura 6). Dependendo do tipo de jogo escolhido, ele pode configurar as perguntas:
  - a) **para o questionário:** inserir cada pergunta com opções de resposta. Por exemplo, para revisar adição e subtração, uma pergunta pode ser "Quanto é  $8 + 7$ ?" com opções como "13", "15", "14" e "17", sendo uma delas a correta;
  - b) **para abra a caixa:** adicionar perguntas matemáticas a cada caixa. Por exemplo, se for um jogo de multiplicação, cada caixa pode esconder uma questão como "Qual o resultado de  $6 \times 7$ ?". O aluno só poderá ver a pergunta após abrir a caixa.
- IV. **Personalizar o Jogo:** o Wordwall permite que o professor customize as atividades com cores, estilos de texto e até imagens. Para matemática, ele pode inserir gráficos, formas geométricas, ou figuras que ajudem na visualização do problema. Configurar o tempo para responder a cada pergunta, caso deseje desafiar os alunos em jogos cronometrados.
- V. **Ajustes e visualização:** antes de finalizar, é possível visualizar o jogo para verificar se as perguntas e respostas estão corretas e se o jogo funciona como planejado. O professor pode fazer ajustes, trocar perguntas, corrigir respostas e verificar a clareza dos enunciados.
- VI. **Compartilhar e usar o jogo com os alunos:** após revisar e finalizar o jogo, o professor pode compartilhar o link diretamente com os alunos se estiver utilizando a plataforma em aula remota, ou exibi-lo em uma tela se estiver

em sala de aula. O Wordwall também permite gerar um código QR code para facilitar o acesso dos alunos à atividade.

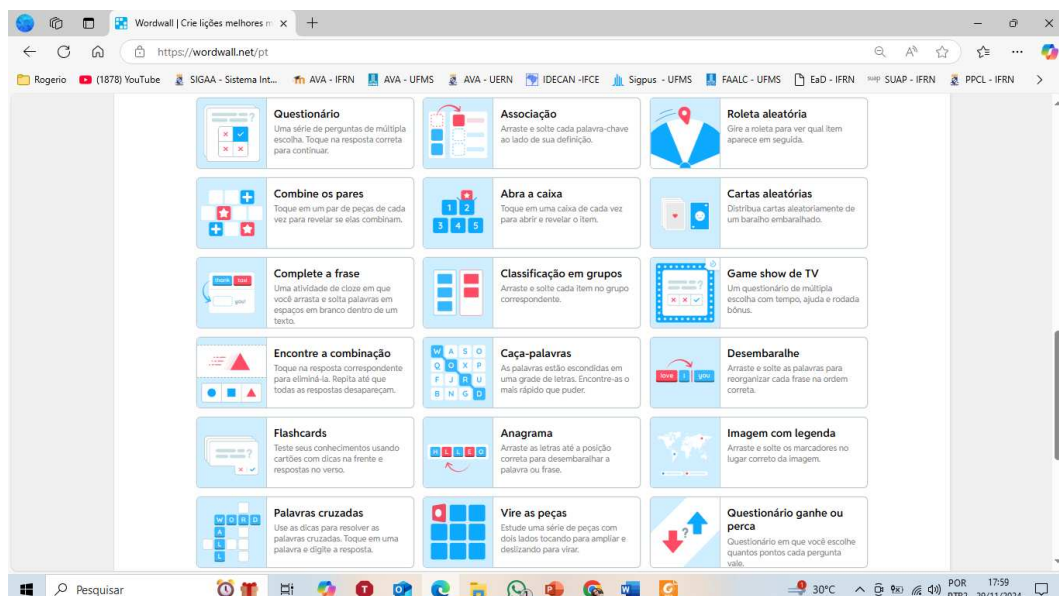
- VII. **Monitorar o desempenho:** o professor pode acompanhar o desempenho dos alunos e verificar as respostas dadas, o tempo levado para concluir cada pergunta e as áreas onde mais erraram. Isso facilita a identificação de dificuldades específicas e permite adaptar futuras atividades de acordo com as necessidades da turma.

Figura 5 – Acessar o Wordwall e criar uma conta



Disponível em: <https://wordwall.net/>

Figura 6 – Tipos de modelos para criar uma atividade



Disponível em: <https://wordwall.net/>

A partir dessa orientação, o professor pode criar seus próprios jogos de matemática no Wordwall. Com isso, o professor torna o aprendizado mais envolvente, promove a competição saudável e reforça conceitos essenciais de forma dinâmica.

## **5 PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA EQUAÇÃO DO 2º GRAU**

A proposta de uma sequência didática para Equação do 2º Grau desenvolvida neste trabalho visa oferecer uma abordagem estruturada e progressiva para o ensino desse importante conhecimento matemático. Esta sequência tem como objetivo principal ajudar o professor a proporcionar aos seus alunos uma compreensão sólida e gradual das equações do 2º grau, desde sua definição até a aplicação de diferentes métodos de resolução. Através de atividades sequenciais e articuladas, os estudantes podem ser guiados pelo docente para explorar as diversas formas de equações do 2º grau, entender sua aplicação prática e desenvolver habilidades na resolução de problemas relacionados.

Na sequência didática proposta, cada etapa foi elaborada para auxiliar o professor para promover a participação ativa dos alunos e facilitar o processo de aprendizagem. A introdução do tema é feita de maneira acessível, seguida pela exploração das formas de equações do 2º grau, resolução de equações e interpretação geométrica das raízes. Além disso, são propostas atividades práticas e desafios para consolidar o aprendizado e estimular o pensamento crítico dos estudantes, mostrando como o professor pode conduzir a sua aula.

Por meio dessa sequência, busca-se não apenas transmitir conhecimentos teóricos, mas também orientar o professor a como desenvolver a capacidade dos alunos de aplicar os conceitos aprendidos em situações reais e resolver problemas de forma autônoma. Assim, a proposta de sequência didática proporciona uma abordagem abrangente e significativa para o ensino e aprendizagem das equações do 2º grau.

### **5.1 Definição e contexto de sequência didática**

Dentre as intervenções, pode-se observar que a sequência didática ganha destaque. A sequência didática é uma abordagem metodológica estruturada que organiza as atividades de ensino e aprendizagem em uma progressão lógica e articulada. Consiste em um conjunto de etapas planejadas de forma a promover a construção do conhecimento pelos alunos de maneira gradual e significativa (Proença, 2018).

A elaboração de uma sequência didática envolve a definição de objetivos de aprendizagem, a seleção de conteúdos, a escolha de metodologias e recursos, além da organização das atividades de forma sequencial e articulada (Proença; Maia, 2020).

No contexto da matemática, a sequência didática é uma intervenção pedagógica validada por diversos autores como uma estratégia eficaz para o ensino de conceitos matemáticos complexos (Proença, 2021). Ela proporciona uma sequência lógica de atividades que permite aos alunos construir gradualmente o entendimento de conceitos matemáticos.

Uma sequência didática para o ensino da equação do 2º grau pode ser aplicada em diferentes etapas. Inicialmente, é possível introduzir o conceito por meio de situações-problema contextualizadas, incentivando a participação dos alunos e estimulando a reflexão sobre o tema (Proença & Maia, 2018).

Em seguida, podem ser propostas atividades que explorem a resolução de equações do 2º grau utilizando diferentes métodos, como fatoração, completando quadrados e aplicação da fórmula resolvente da equação do 2º grau (Coutinho, 2016). Essas atividades podem ser realizadas individualmente, em grupos ou em duplas, de acordo com as necessidades da turma.

A sequência didática também pode incluir momentos de discussão e análise das soluções encontradas pelos alunos, promovendo a troca de ideias e o desenvolvimento do pensamento crítico (Onuchic; Allevato, 2004). Esse processo colaborativo ajuda os estudantes a compreenderem diferentes abordagens para resolver problemas matemáticos.

Além disso, consoante a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é importante inserir atividades que relacionem a equação do 2º grau com situações do cotidiano, demonstrando sua aplicabilidade prática e estimulando o interesse dos alunos (Brasil, 2018). Isso pode ser feito através de problemas contextualizados em áreas como física, biologia, economia, entre outras.

A avaliação ao longo da sequência didática deve ser contínua e formativa, permitindo identificar as dificuldades dos alunos e ajustar o ensino de acordo com suas necessidades (Proença, 2018b). Além disso, é importante oferecer *feedbacks* construtivos que auxiliem no processo de aprendizagem.

Ao final da sequência didática, os alunos devem ser capazes de compreender os conceitos fundamentais da equação do 2º grau, além de dominar diferentes

estratégias de resolução e reconhecer sua aplicabilidade em diferentes contextos (Proença; Maia, 2020).

Dessa maneira, a sequência didática se mostra como uma abordagem pedagógica valiosa para o ensino da matemática, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e contextualizada para os alunos (Proença, 2021). Ela contribui para a construção do conhecimento de forma mais autônoma e colaborativa.

## **5.2 Sequência didática: equação do 2º grau para os alunos do 9º ano**

Nesta sequência didática, o objetivo é abordar de forma completa e detalhada o tema das equações do 2º grau para auxiliar professores de matemática a proporcionar aos alunos do 9º ano uma compreensão sólida e significativa sobre esse conhecimento matemático. Ao longo das aulas, serão explorados desde a introdução básica do conceito de equações do 2º grau até a aplicação da fórmula resolutiva e resolução de problemas contextualizados.

Por meio de uma variedade de atividades práticas, discussões em grupo, exemplos do cotidiano e utilização de recursos visuais, busca-se tornar o aprendizado mais dinâmico e acessível, estimulando o interesse dos alunos e promovendo uma aprendizagem efetiva. Esta sequência didática foi elaborada com base em abordagens pedagógicas atualizadas e visa atender às necessidades e características da turma, permitindo uma assimilação gradual e progressiva dos conceitos relacionados às equações do 2º grau.

Posto isso, no Quadro 2 a seguir, é apresentado a sequência didática, para o ensino de equações do 2º Grau para ser trabalhada no 9º ano do ensino fundamental, resultando desta pesquisa.

Quadro 2 – Sequência didática para equação do 2º grau para turma de 9º ano

<b>SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b>	
<b>Tema</b>	Resolução de Equações do 2º Grau
<b>Série</b>	9º ano do ensino fundamental
<b>Duração</b>	8 aulas de 50 minutos cada
<b>Objetivos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Auxiliar os alunos a compreenderem os conceitos fundamentais da equação do 2º grau.</li> <li>• Aplicar diferentes métodos de resolução de equações do 2º grau.</li> <li>• Ajudar os discentes a reconhecerem a aplicabilidade das equações do 2º grau em situações cotidianas.</li> <li>• Propiciar um processo de ensino e aprendizagem que desenvolva habilidades de resolução de problemas envolvendo equações do 2º grau.</li> <li>• Promover o pensamento crítico e a colaboração entre os alunos.</li> </ul>
<b>Recursos Necessários</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Quadro branco ou lousa.</li> <li>• Pinceis para quadro branco coloridos.</li> <li>• Folhas de papel A4.</li> <li>• Material didático complementar (livros, apostilas, sites, slides, atividades, exercícios).</li> <li>• Computador ou celular com acesso à internet e projetor.</li> </ul>
<b>Etapas</b>	
<b>Introdução (Aula 1)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Atividade diagnóstica para identificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o assunto (Apêndice A).</li> <li>• Apresentação do tema: explicação sobre o que são equações do 2º grau e sua importância (Apêndice B).</li> <li>• Exibição de vídeos que exemplifiquem questões e interpretação de problemas envolvendo equações do 2º grau (Apêndice H).</li> </ul>
<b>Conceitos Básicos (Aula 2 e 3)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicação detalhada dos termos quadrático, linear e constante de uma equação do 2º grau (Apêndice C).</li> <li>• Apresentação da forma geral da equação do 2º grau: <math>ax^2 + bx + c = 0</math> (Apêndice C).</li> <li>• Exemplos para identificação dos coeficientes a, b e c em diferentes equações (Apêndice J).</li> </ul>

<p><b>Métodos de Resolução</b> (Aula 4, 5 e 6)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicação e aplicação do método de fatoração para resolver equações do 2º grau completas (Apêndice D).</li> <li>• Exercícios práticos do método de completar quadrados (Apêndice E).</li> <li>• Apresentação e utilização da fórmula resolutiva para resolver equações do 2º grau completas e incompletas (Apêndice F).</li> <li>• Exercícios variados para fixação de cada método, com diferentes níveis de dificuldade (Apêndice D, Apêndice E e Apêndice F).</li> <li>• Atividades de Gamificação (Jogos 1, 2 e 3) (Apêndice I).</li> </ul>
<p><b>Aplicações e Contextualizações</b> (Aula 7)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentação e utilização da soma e do produto das raízes para resolver equações do 2º grau (Apêndice G).</li> <li>• Apresentação de problemas contextualizados envolvendo equações do 2º grau.</li> <li>• Atividades de Gamificação (Jogos 4, 5 e 6) (Apêndice I).</li> </ul>
<p><b>Revisão e Avaliação</b> (Aula 8)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisão dos conceitos abordados e dos métodos de resolução aprendidos.</li> <li>• Realização de uma atividade avaliativa com questões que abordem os diferentes métodos de resolução de equações do 2º grau (Apêndice K).</li> <li>• <i>Feedback</i> individualizado sobre o desempenho dos alunos.</li> <li>• Discussão sobre a importância do conhecimento adquirido e sua aplicabilidade.</li> </ul>

Fonte: autoria própria (2025).

Mediante o exposto, na discussão a seguir, detalhamos a proposta de sequência didática pontuando cada aula, segundo os recursos, a metodologia e as abordagens que foram selecionados.

### 5.2.1 Aula 1 – Introdução

Na primeira etapa, *Introdução* (1h/a), destinada à apresentação do tema, o professor inicia explicando de forma clara e objetiva o conceito de equações do 2º grau. É essencial destacar a importância desse conteúdo na Matemática e sua relevância em diversas áreas do conhecimento. Em seguida, ocorre uma discussão

sobre o contexto das equações do 2º grau na vida cotidiana e em outras disciplinas, como Física, Engenharia, Economia, entre outras.

O professor pode destacar a importância das equações do 2º grau explicando que elas são fundamentais para resolver problemas que envolvem relações quadráticas, como movimentos parabólicos na Física (ex.: trajetória de um projétil), cálculos de área e otimização na Engenharia, e até em Economia para analisar curvas de lucro e custo. Ao mostrar exemplos práticos e aplicações no cotidiano, o professor evidencia como as equações do 2º grau são ferramentas essenciais para várias áreas do conhecimento, conectando a matemática com a realidade e outras disciplinas.

Para ilustrar esses conceitos, são exibidos vídeos que exemplifiquem questões e interpretação de problemas envolvendo equações do 2º grau (Apêndice H), pois a visualização de problemas reais pode auxiliar os alunos a compreenderem a aplicação das equações do 2º grau e motivar seu interesse pelo tema.

Por fim, é realizada uma atividade diagnóstica (Apêndice A) para identificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o assunto. Essa atividade pode consistir em questões simples sobre equações do 2º grau, permitindo ao professor entender o nível de familiaridade e preparo dos estudantes.

Dessa forma, vale destacarmos que a atividade diagnóstica antes de iniciar um novo conteúdo em matemática é crucial para identificar os conhecimentos prévios dos alunos, permitindo ao professor adaptar o ensino às suas necessidades específicas. Isso facilita o planejamento de intervenções pedagógicas, personaliza o aprendizado, melhora o engajamento dos alunos e previne desigualdades, garantindo que todos tenham uma base sólida para abordar novos conceitos.

### 5.2.2 Aulas 2 e 3 – Conceitos Básicos

Na segunda etapa, *Conceitos Básicos* (2h/a), os alunos recebem uma explicação detalhada sobre os termos quadrático, linear e constante de uma equação do 2º grau, uma vez que compreender esses termos é fundamental para a resolução de equações desse tipo, pois eles representam diferentes componentes da expressão matemática.

Em seguida, é feita a apresentação da forma geral da equação do 2º grau:  $ax^2 + bx + c = 0$ . Para facilitar a compreensão, são apresentados exemplos práticos para identificação dos coeficientes a, b e c em diferentes equações.

Durante as aulas, são propostas atividades práticas de identificação e classificação de equações do 2º grau completas e incompletas. Os alunos são incentivados a resolver exercícios que envolvam a identificação dos termos quadráticos, lineares e constantes, bem como a classificação das equações do 2º grau de acordo com sua completude.

A discussão em sala de aula sobre os exemplos e exercícios propostos permite aos alunos esclarecerem dúvidas e consolidar o entendimento dos conceitos abordados. Através de atividades práticas e discussões em grupo, os alunos têm a oportunidade de explorar diferentes abordagens para a identificação e resolução de equações do 2º grau, sendo de suma importância a diversificação de estratégias para atender às diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos.

Dessa maneira, essa fase da sequência didática visa proporcionar aos alunos uma compreensão sólida dos conceitos básicos das equações do 2º grau, preparando-os para os próximos passos da aprendizagem.

### 5.2.3 Aulas 4, 5 e 6 – Métodos de Resolução

Na terceira etapa, *Métodos de Resolução* (3h/a), o professor deve introduzir aos alunos diferentes técnicas para resolver equações do 2º grau, proporcionando-lhes ferramentas variadas para enfrentar problemas matemáticos.

Primeiramente, é feita uma explicação detalhada e aplicação do método de fatoração para resolver equações do 2º grau completas. Este método é essencial para identificar os fatores que compõem a equação, facilitando sua resolução.

Para explicar o método de fatoração na resolução de equações do 2º grau completas, o professor deve começar revisando a forma geral da equação  $ax^2 + bx + c = 0$  e enfatizar que a fatoração busca expressar a equação como um produto de binômios do tipo  $(x + p)(x + q) = 0$ . O professor deve detalhar que, ao encontrar dois números que multiplicados resultem no termo constante  $c$  e somados resultem no coeficiente  $b$ , é possível reescrever a equação nesses termos. Em seguida, o professor demonstra que, ao aplicar a propriedade do produto nulo, resolve-se a equação igualando cada fator a zero, obtendo assim as raízes da equação.

Em seguida, ocorre o ensino e a prática do método de completar quadrados. Este método, embora mais complexo, permite resolver equações completas e incompletas do 2º grau.

Os alunos também são apresentados à fórmula resolutiva da equação do 2º grau e sua aplicação na resolução de equações do 2º grau. Essa fórmula fornece as raízes da equação, permitindo encontrar suas soluções de forma direta.

Durante as aulas, são propostos exercícios variados para fixação de cada método, com diferentes níveis de dificuldade. Os alunos são desafiados pelo professor a resolver problemas que exigem a aplicação de diferentes métodos, permitindo-lhes explorar as vantagens e limitações de cada técnica.

Ademais, a discussão em sala de aula sobre os diferentes métodos de resolução permite aos alunos compreenderem as vantagens e desvantagens de cada técnica.

Assim sendo, essa fase da sequência didática visa proporcionar aos alunos uma compreensão abrangente dos métodos de resolução de equações do 2º grau, preparando-os para aplicar essas técnicas em situações diversas.

#### 5.2.4 Aula 7 – Aplicações e Contextualizações

Na quarta etapa, *Aplicações e Contextualizações* (1h/a), os alunos são expostos a situações reais onde as equações do 2º grau são aplicadas, permitindo-lhes compreender a relevância e a utilidade dessa área da Matemática.

Durante essa fase, são apresentados problemas contextualizados envolvendo equações do 2º grau, como problemas relacionados ao lançamento de projéteis, cálculo de áreas e volumes, entre outros. Além da resolução de problemas, ocorre uma discussão sobre como as equações do 2º grau são aplicadas em diversas áreas, como física, economia e engenharia.

Os alunos são incentivados a resolver problemas práticos em grupo, onde trabalham juntos na interpretação dos resultados obtidos. Essa abordagem colaborativa permite que os estudantes compartilhem ideias e estratégias, desenvolvendo habilidades de comunicação e trabalho em equipe.

Durante a resolução dos problemas, o professor incentiva os alunos a fazerem conexões entre a teoria matemática e as situações reais apresentadas. Os problemas propostos são escolhidos de acordo com o interesse e a realidade dos alunos, tornando a aprendizagem mais significativa e motivadora.

Durante a discussão em grupo, o professor atua como mediador, incentivando os alunos a exporem seus raciocínios e a justificarem suas soluções. Os alunos são

desafiados a analisar criticamente as soluções propostas e a avaliar sua eficácia na resolução dos problemas apresentados.

Ao final da aula, é feita uma reflexão sobre a importância das equações do 2º grau em diferentes contextos, destacando sua aplicabilidade e relevância na resolução de problemas do mundo real.

Isso posto, essa fase da sequência didática visa proporcionar aos alunos uma compreensão ampla das aplicações das equações do 2º grau, preparando-os para utilizar esses conceitos em situações diversas.

#### 5.2.5 Aula 8 – Revisão e Avaliação

Na quinta etapa, *Revisão e Avaliação* (1h/a), que ocorre na última aula da sequência didática, o objetivo é consolidar os conhecimentos adquiridos e avaliar o aprendizado dos alunos em relação aos conceitos e métodos de resolução de equações do 2º grau.

Durante a aula, é feita uma revisão dos conceitos abordados ao longo da sequência, incluindo os termos quadrático, linear e constante de uma equação do 2º grau, a forma geral da equação e os métodos de resolução aprendidos.

Uma atividade avaliativa é realizada, contendo questões que abordam os diferentes métodos de resolução de equações do 2º grau, como fatoração, completando quadrados e fórmula resolutive. Após a realização da atividade, é fornecido um *feedback* individualizado sobre o desempenho dos alunos, destacando seus pontos fortes e áreas que precisam de melhoria.

Durante a discussão sobre a importância do conhecimento adquirido e sua aplicabilidade, os alunos são incentivados a refletir sobre como os conceitos e métodos aprendidos podem ser úteis em diferentes situações da vida cotidiana e em outras disciplinas.

O professor pode incentivar os alunos a compartilharem suas experiências e insights sobre a aplicabilidade das equações do 2º grau, estimulando a participação ativa e o diálogo em sala de aula.

Durante a revisão, são abordados também os erros comuns cometidos pelos alunos ao resolver equações do 2º grau, fornecendo estratégias para corrigi-los e melhorar o entendimento.

Além da avaliação escrita, o professor pode propor atividades práticas para verificar a compreensão dos alunos, como resolver problemas em grupos ou apresentar situações reais que exigem o uso de equações do 2º grau.

Ao final da aula, é feita uma reflexão sobre o percurso de aprendizagem dos alunos ao longo da sequência didática, destacando os principais conceitos aprendidos e os desafios enfrentados.

O professor pode sugerir que os alunos façam uma análise pessoal sobre seu próprio aprendizado, identificando áreas que ainda precisam ser aprimoradas e estabelecendo metas para o futuro.

Durante a revisão e avaliação, o professor pode fornecer exemplos adicionais e resolver dúvidas que possam surgir, garantindo que os alunos se sintam confiantes em relação aos conceitos e métodos aprendidos. Ao final da aula, é importante reforçar a importância da Matemática como ferramenta fundamental em diversas áreas do conhecimento e na resolução de problemas do cotidiano.

Assim, esta avaliação encerra a sequência didática, permitindo que os alunos consolidem seus conhecimentos, recebam *feedbacks* sobre seu desempenho e reflitam sobre sua aprendizagem.

Por conseguinte, ressalta-se que a utilização dessa sequência didática promove uma melhor gestão do tempo em sala de aula, pois permite ao professor planejar antecipadamente as atividades, recursos e avaliações, otimizando o tempo disponível e garantindo uma cobertura mais completa dos conteúdos. Dessa forma, a sequência didática contribui para uma aprendizagem mais significativa e duradoura, pois promove a reflexão, a prática e a aplicação dos conceitos de forma contextualizada e progressiva. No 9º ano do ensino fundamental, particularmente, a utilização dessa sequência didática para o ensino de equações do 2º grau é de suma importância, uma vez que os alunos estarão em um estágio crucial de aprendizado, preparando-se para ingressar no ensino médio. Assim sendo, a abordagem sistemática e estruturada proporcionada pela sequência didática oferece uma base sólida para compreensão dos conceitos matemáticos mais complexos das equações do 2º grau.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante este estudo, foi possível compreender a importância de estruturar atividades pedagógicas de forma planejada e articulada, visando promover uma compreensão mais sólida e significativa dos conteúdos por parte dos alunos. Sob essa perspectiva, ao objetivar propor uma sequência didática bem estruturada para o ensino de equações do 2º grau, constatamos que a sequência didática elaborada foi projetada para ser uma ferramenta eficaz que auxilia o trabalho do professor e promove uma compreensão aprofundada dos conceitos de equações do 2º grau. Esta sequência integra atividades práticas, explicações teóricas e métodos de resolução variados, facilitando a aprendizagem dos alunos. A proposta apresentada nos leva a acreditar que essa abordagem estruturada contribuiu para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos e uma aplicação mais eficaz nas atividades de sala de aula.

Ademais, ao buscarmos identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos do 9º ano na compreensão de equações do 2º grau, evidenciamos, a partir da análise da experiência docente e da literatura científica, várias dificuldades comuns entre os alunos. Essas dificuldades incluem a falta de compreensão dos conceitos básicos de álgebra, dificuldade em identificar e classificar equações completas e incompletas, e a dificuldade em aplicar métodos de resolução de forma eficaz. Identificar essas dificuldades permitiu-nos a adaptação da sequência didática para abordar especificamente essas áreas de dificuldade, proporcionando um suporte mais direcionado e eficaz para os alunos.

Por último, ao intencionarmos discutir o impacto da aplicação de metodologias ativas e atividades direcionadas na sequência didática sobre o engajamento e desempenho dos alunos, podemos concluir que a aplicação de metodologias ativas, como atividades práticas e problemas contextualizados, demonstram ter um impacto significativo no engajamento e desempenho dos alunos. As atividades direcionadas, que incluem jogos matemáticos, desafios e projetos em grupo, promovem uma maior participação dos alunos e ajudam a consolidar o aprendizado. Além disso, o engajamento dos alunos nas aulas pode aumentar, com maior interesse e motivação para resolver problemas e participar das atividades propostas.

Para além do exposto, destacamos que, ao contextualizar os conceitos matemáticos em situações do cotidiano e aplicá-los em diferentes contextos, a

sequência didática busca tornar a aprendizagem mais próxima da realidade dos estudantes, facilitando a internalização dos conhecimentos.

Embora os resultados práticos da aplicação da sequência não tenham sido avaliados, é importante reconhecer que esta pesquisa representa um ponto de partida para reflexões e práticas pedagógicas inovadoras. A busca por metodologias mais contextuais e eficazes no ensino de matemática é uma demanda constante, e a elaboração desta sequência contribui para esse processo.

A sequência didática desenvolvida pode oferecer subsídios importantes para os professores na organização de suas aulas, proporcionando uma estrutura sólida para o desenvolvimento dos conteúdos. Além disso, estimula a autonomia dos alunos ao apresentar atividades que promovem a investigação e a resolução de problemas de forma colaborativa.

É relevante destacar que a aplicação da sequência didática requer adaptação às características e necessidades específicas dos alunos e do contexto escolar. A flexibilidade para ajustar as atividades e metodologias de acordo com o perfil da turma é essencial para o sucesso da prática pedagógica.

Em um cenário educacional em constante transformação, é fundamental que os professores estejam abertos a explorar novas estratégias e metodologias de ensino. Além disso, observa-se que, a sequência didática proposta representa uma tentativa de aproximar o ensino de equações do 2º grau das necessidades e interesses dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

Dessarte, sugere-se, diante dos resultados desta pesquisa e das lacunas evidenciadas na literatura, o desenvolvimento de novas pesquisas relacionadas a temática, a saber: eficácia das metodologias ativas em diferentes contextos educacionais no ensino de matemática, impacto da sequência didática em longo prazo para o ensino e a aprendizagem de matemática, influência de recursos digitais e tecnologias no ensino de equações do 2º grau, diferenças de gênero e dificuldades específicas no ensino de equações do 2º grau, análise do papel da formação continuada de professores no ensino de equações do 2º grau, dentre outros.

## REFERÊNCIAS

BARNARD, A. **A Brief History of Ancient Mathematics**. Tradução de John Smith. 2. ed. New York: Cambridge University Press, 2002.

BIEHLER, R. **The use of ICT in mathematics education**: an overview of practices and challenges. Berlin: Springer, 2015.

BOALER, J. **Mathematical mindsets**: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching. John Wiley & Sons, 2016.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P.; BICUDO, M. A. V. **Educação matemática e tecnologias digitais**: contribuições e desafios. São Paulo: Cortez, 2016.

BOSS, S.; KRAUSS, J. **Reinventing project-based learning**: your field guide to real-world projects in the digital age. Eugene: International Society for Technology in Education, 2007.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 9. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais 3º e 4º ciclos (5ª a 8ª séries)**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CASAGRANDE, E.; TRENTIN, M. A. S. Função polinomial do 2º grau: uma sequência didática apoiada nas tecnologias digitais e na robótica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 1, p. 131-153, 2020.

COUTINHO, R. P. **Uma aplicação da resolução de problemas no ensino das equações do 2º grau**. 2016. 96p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística, Rio de Janeiro, 2016.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 23 ed. São Paulo: Papyrus, 2012.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 1991.

ECHEVERRÍA, M. D. P. *et al.* A solução de problemas em matemática. *In:* POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. São Paulo: ArtMed, 1998. p. 44-65.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 78–91, 1993.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FRAGOSO, W. C. **Equação do 2º grau**: uma abordagem histórica. 2. ed. Ijuí: UNIJUI, 1999.

FREITAS, J. L. M.; GUADAGNINI, M. R. O uso da fatoração na resolução de equações do 2º grau por alunos do 9º ano do ensino fundamental. *In:* SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2013. **Anais do Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 7, n. 1, 2013.

GEE, J. P. **What video games have to teach us about learning and literacy**. New York: Palgrave Macmillan, 2007.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GILLINGS, R. J. **Mathematics in the Time of the Pharaohs**. New York: Dover, 1972.

GONÇALVES, B. M.; PROENÇA, M. C. Análise dos conhecimentos conceitual e procedimental de alunos do primeiro ano do Ensino Médio sobre equação do 2º grau. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 5, n. 2, p. 209-228, 2020.

GUTIERRE, L. S. **História da Matemática**: atividades para a sala de aula. 1. ed. Natal: EDUFRN, 2011.

HEATH, T. L. **The thirteen books of the elements**. New York: Dover, 1956.

HIEBERT, J.; GROUWS, D. A. The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *In:* F. K. Lester (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte: Information Age Publishing, 2007. p. 371-404.

JOYCE, D. E. **Mathematics and Its History**. 1. ed. New York: Springer, 2001.

KATZ, V. J. **A history of mathematics**: an Introduction. 2. ed. Addison-Wesley, 1998.

KIERAN, C. The core of algebra: reflections on its main activities. *In:* STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds.). **The future of the teaching and learning of algebra**: The 12th ICMI study. Springer, 2004. p. 21-33.

KUROIWA, E. T. N. **Uma abordagem peculiar da equação do segundo grau no ensino fundamental e médio**. 2016. 126 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Presidente Prudente, 2016.

LESH, R.; ZAWOJEWSKI, J. S. Problem solving and modeling. *In*: Lester, F. K. (Eds.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte: Information Age Publishing, 2007. p. 763-804.

LIMA, E. L. *et al.* A equação do terceiro grau. **Matemática Universitária**, v. 5, p. 10-23, 1987.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papirus Editora, 1997.

LOVATTO, P. A. *et al.* Metanálise em pesquisas científicas: enfoque em metodologias. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 36, p. 285-294, 2007.

MACEDO, E. S. **Uma sequência didática para o ensino da resolução da equação do 2. grau: adequação para o uso com professores**. 2011. 140 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Natal 2011.

MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K. **Thinking Mathematically**. 2. ed. Harlow: Pearson, 2010.

MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. **A história como um agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

NUNES, T. **A relação dos alunos com o ensino da matemática**. São Paulo: Editora Educacional, 2008.

OLIVEIRA, R. A. **Equações do segundo grau: resgate histórico dos seus métodos de resolução**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins Palmas, Programa de Mestrado Profissional em Matemática, Palmas, 2018.

ONUCHIC, L. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA: Boletim de Educação Matemática**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2004.

PEREIRA, F. F.; PROENÇA, M. C. Ensino-Aprendizagem de Equações de 2º grau via resolução de problemas: uma experiência a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, p. 427-446, 2023.

PEREIRA, F. F. *et al.* Livros Didáticos do PNLD e a BNCC: análise da organização do ensino de equações de 2º grau. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, p. 01-20, 2023.

PITOMBEIRA, J. B. **Revisitando uma velha conhecida**. São Paulo: PUC-Rio, 2004.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. The potential of digital technology in mathematics education. **Educational Studies in Mathematics**, v. 104, n. 3, p. 311-324, 2020.

PROENÇA, M. C. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. 1-14, 2021.

PROENÇA, M. C. O ensino de matemática por meio da resolução de problemas: metanálise de propostas nos 6º e 7º anos do ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 1, p. 496-517, 2018a.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. São Paulo: EdUEM, 2018b.

PROENÇA, M. C.; MAIA, É. J. Resolução de problemas: análise de propostas de ensino em dissertações de mestrado profissional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, n. 18, p. 180-201, 2020.

PROENÇA, M. C.; MAIA, É. J. O ensino de matemática por meio da resolução de problemas: análises de propostas desenvolvidas no ensino médio. **Educação Matemática em Revista**, v. 23, n. 57, p. 92-112, 2018.

ROBSON, E. **Mathematics in Ancient Iraq**: a social history. Princeton: Princeton University Press, 2002.

SANGIORGI, O. **Matemática para a quarta série ginasial**. São Paulo: Ed. Nacional, 1961.

SIQUEIRA, R. A. N. **Tendências da educação matemática na formação de professores**. 2007. Monografia (Especialização em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa, Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, Ponta Grossa, 2007.

SOUZA, D. S. **Resolução de problemas envolvendo equações polinomiais de segundo grau**: possibilidades e dificuldades. 2023. 53 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2023.

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. 3. ed. Trad. João cosme santos guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1997.

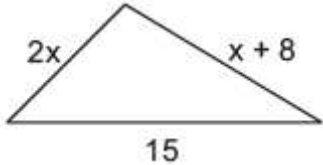
## APÊNDICE A – AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

<b>ESCOLA:</b> _____			
<b>Nome:</b> _____			<b>Nº</b> _____
<b>Série:</b> _____	<b>Turma:</b> _____	<b>Turno:</b> _____	<b>Data:</b> ____/____/____
<b>Professor/a:</b> _____			

### AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA PARA EQUAÇÃO DO 2º GRAU<sup>4</sup>

**OBSERVAÇÃO:** Nessa avaliação vamos testar os seus conhecimentos prévios em relação aos conteúdos expressões algébricas, potenciação, produtos notáveis e expressões numéricas.

1. Nas potências abaixo, calcule o valor de cada uma.
  - a)  $(-2)^3 =$
  - b)  $(-2)^4 =$
  - c)  $(+5)^2 =$
  - d)  $(+4)^3 =$
  
2. Resolva os produtos notáveis abaixo:
  - a)  $(x + 2)^2 =$
  - b)  $(3y - 1)^2 =$
  - c)  $(2a - b)^2 =$
  - d)  $(a + b)^2 =$
  
3. Calcule as expressões numéricas abaixo:
  - a)  $12 - (8 - 5)^2 + \sqrt{9} =$
  - b)  $(9 - 15)^2 + \sqrt{49} - 2^4 =$
  
4. Nos itens abaixo, calcule o valor de cada expressão algébrica.
  - a)  $x^2 - x + 4$ , para  $x = -1$ .
  - b)  $a^2 + b^2 - 4ab$ , para  $a = 2$  e  $b = 3$ .
  
5. Veja a expressão numérica abaixo:
 
$$(-2)^2 - (-4)^2 + 8 \cdot (-3) - 25.$$
 Qual é o resultado dessa expressão?
  - a) -29
  - b) -37
  - c) -61
  
6. O número de diagonais de um polígono é calculado com o uso da expressão:
 
$$d = \frac{n(n-3)}{2}.$$
 Onde  $d$  é o número de diagonais e  $n$  é o número de lados do polígono. O número de diagonais de um polígono de 7 lados é?
  - a) 12
  - b) 14
  - c) 16
  - d) 17
  
7. Qual é o valor numérico da expressão algébrica  $2x^2 - 16x + 17$ , para  $x = 2$  é?
  - a) -7
  - b) -15
  - c) -20
  - d) +5
  
8. Qual é o valor do perímetro da figura abaixo para  $x = 2$ ?
 



Um triângulo com os seguintes lados: o lado esquerdo é rotulado como  $2x$ , o lado direito como  $x + 8$  e o lado inferior (base) como  $15$ .

  - a) 25
  - b) 26
  - c) 28
  - d) 29

<sup>4</sup> Elaboração própria (2025).

## APÊNDICE B – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 1

### Aula 1 – Equação do 2º grau.

---

- Definição;
- Identificação de uma equação do 2º grau.

### O que é uma equação do 2º grau?

---

Denomina-se equação do 2º grau na incógnita  $x$  toda equação da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais e  $a \neq 0$ .

## Alguns exemplos de equação do 2º grau

---

- $x^2 - 4x + 5 = 0$ ;
- $-2x^2 + 8 = 0$ ;
- $4x^2 + 2x - 10 = 0$ .
- $5x^2 - 25x = 0$

## Coeficientes de uma equação do 2º grau:

---

Nas equações do segundo grau, os números reais  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os coeficientes da equação. Assim podemos afirmar que:

- $a$  sempre será o coeficiente de  $x^2$ ;
- $b$  sempre será o coeficiente de  $x$ ;
- E  $c$  é o termo independente.

## Identificando os coeficientes da equação do 2º grau:

---

Seja a equação  $2x^2 - 4x + 6 = 0$ , os coeficientes dessa equação será:

## Identificando os coeficientes da equação do 2º grau:

---

Seja a equação  $2x^2 - 4x + 6 = 0$ , os coeficientes dessa equação será:

- $a = 2$ ;
- $b = -4$ ;
- $c = 6$ .

## Exercícios

---

1) Identifique os coeficientes das equações do 2º grau abaixo.

a)  $5x^2 - 3x + 4 = 0$

b)  $x^2 = 0$

c)  $-x^2 + 10 = 0$

d)  $-2x^2 - 8x = 0$

## Exercícios

---

2) Identifique os coeficientes das equações do 2º grau abaixo.

a)  $5x^2 - 3x + 4 = 0$

b)  $x^2 = 0$

c)  $-x^2 + 10 = 0$

d)  $-2x^2 - 8x = 0$

## APÊNDICE C – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 2 E 3

### Aula 2 – Equação completa e equação incompleta

---

Definição e identificação de uma equação completa e incompleta.

### Equação do 2º grau completa

---

A equação do 2º grau é dita completa, quando os coeficientes  $b$  e  $c$  são diferentes de zero, ou seja,  $b \neq 0$  e  $c \neq 0$ .

## Exemplos de equação do 2º grau completa

---

- $x^2 - 4x + 5 = 0$  é uma equação completa, pois  $a = 1$ ,  $b = -4$  e  $c = 5$ ;
- $3x^2 + 8x + 10 = 0$  é uma equação completa, pois  $a = 3$ ,  $b = 8$  e  $c = 10$ .

## Equação do 2º grau incompleta

---

A equação do 2º grau é dita incompleta, quando os coeficientes  $b$  ou  $c$  é igual a zero, ou seja,  $b = 0$  ou  $c = 0$ .

## Exemplos de equação do 2º grau incompleta

---

- $x^2 - 25 = 0$ , é uma equação incompleta, pois  $a = 1$ ,  $b = 0$  e  $c = -25$ ;
- $3x^2 - 15x = 0$ , é uma equação incompleta, pois  $a = 3$ ,  $b = -15$  e  $c = 0$ .

## Aula 3- Forma reduzida da equação do 2º grau

---

Transformar a equação do 2º grau na forma reduzida.

### Forma reduzida de uma equação do 2º grau

---

Sabemos que a equação do 2º grau é escrita como  $ax^2 + bx + c = 0$ , essa forma é chamada de forma reduzida da equação do 2º grau, porém nem todas as equações estarão escritas dessa forma. Nesta aula iremos aprender a transformar a equação do 2º grau na forma reduzida.

### Exemplos

---

Vamos escrever a equação  $x^2 - 4x = -2x^2 + 9x - 10$  na forma reduzida:

$$x^2 - 4x = -2x^2 + 9x - 10$$

1º passo: Passar os termos da direita para esquerda da igualdade

$$x^2 + 2x^2 - 4x - 9x + 10 = 0$$

2º passo: Somar os termos semelhantes

$$3x^2 - 13x + 10 = 0$$

Logo, a forma reduzida da equação é  $3x^2 - 13x + 10 = 0$ .

## Exercícios

---

1) Classifique as equações abaixo em completa ou incompleta.

- a)  $x^2 - 3x + 1 = 0$
- b)  $-2x^2 + 25x = 0$
- c)  $3x^2 - 27 = 0$
- d)  $-x^2 + 6x + 8 = 0$

## Exercícios

---

2) Escreva na forma reduzida as seguintes equações do 2º grau.

- a)  $2x^2 - 3x + 1 = x^2 - 7x + 4$
- b)  $-2x^2 + 15x = 13x - 4$
- c)  $3x^2 - 17 = x^2 + 3x - 7$
- d)  $-x^2 + 2x + 8 = -4x^2 + 3x + 1$

**APÊNDICE D – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 4**

## Aula 4- Resolvendo equação do 2º grau incompletas

---

Resolver equações do 2º do grau.

### Equações incompletas

---

Existem dois tipos de equações do 2º grau incompleta:

- I) Quando  $b = 0$ , ou seja,  $ax^2 + c = 0$ ;
- II) Quando  $c = 0$ , ou seja,  $ax^2 + bx = 0$ .

## Resolvendo equação do tipo $ax^2 + c = 0$

---

Para resolver esse tipo de equação do 2º grau, vamos mostrar através do exemplo a seguir.

### Exemplo

---

Quais são as raízes da equação  $2x^2 - 50 = 0$ ?

### Exemplo

---

Assim vamos resolver a equação  $2x^2 - 50 = 0$ , veja:

$$2x^2 = 50 \rightarrow \text{isolamos o } 2x^2;$$

$$x^2 = \frac{50}{2} \rightarrow \text{passamos o 2 dividindo};$$

$$x^2 = 25 \rightarrow \text{dividimos por 2};$$

$$x = \pm\sqrt{25} \rightarrow \text{extraímos a raiz quadrada};$$

$$x = \pm 5$$

Logo as raízes serão  $x' = +5$  e  $x'' = -5$ .

## Resolvendo equação do tipo $ax^2 + bx = 0$

---

Para resolver esse tipo de equação do 2º grau, vamos mostrar através do exemplo a seguir.

### Exemplo

---

Quais são as raízes da equação  $x^2 - 4x = 0$ ?

## Exemplo

---

Resolvendo a equação  $x^2 - 4x = 0$ , teremos:

$$x(x - 4) = 0 \rightarrow \text{colocamos o } x \text{ em evidência;}$$

A multiplicação entre dois números reais resultando em zero, logo um dos dois é zero. Assim,

$$x = 0 \text{ ou } x - 4 = 0 \therefore x = 4.$$

Portanto, as raízes da equação serão  $x' = 0$  ou  $x'' = 4$ .

## Exercício

---

Ache as raízes das equações do 2º grau incompletas abaixo.

a)  $x^2 - 15x = 0$

b)  $2x^2 - 18 = 0$

c)  $x^2 - 81 = 0$

d)  $3x^2 - 27x = 0$

## APÊNDICE E – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 5

### Aula 5- Equação Completa

---

Resolvendo equação do 2º grau completa pelo método de completar quadrado.

### Método de completar quadrados

---

Esse método foi desenvolvido pelo Matemático al-Khwarizmi, que consiste em usar a fórmula da soma do quadrado de dois termos, ou seja,  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

## Exemplo 1

---

Ache as raízes da equação  $x^2 + 6x + 8 = 0$ .

## Resposta

---

Vamos usar o método de completar quadrados para resolver a seguinte equação  $x^2 + 6x + 8 = 0$ , mas antes veja:

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

Assim para a minha equação do 2º grau ficar esse quadrado devemos soma +1 em ambos os membros, logo:

$$x^2 + 6x + 8 + 1 = 0 + 1 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = 1 \rightarrow (x + 3)^2 = 1$$

Assim,  $x + 3 = \pm\sqrt{1} \rightarrow x + 3 = 1$  ou  $x + 3 = -1$ .

Portanto, as raízes serão  $x' = -2$  e  $x'' = -4$ .

## Exemplo 2

---

Encontre as raízes da seguinte equação  $x^2 - 2x - 8 = 0$ .

## Exemplo 2

Mais uma vez vamos usar o método de completar quadrados para resolver essa equação  $x^2 - 2x - 8 = 0$ , mas veja que:

$$(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Para ficar igual aquele quadrado, devemos somar +9 em ambos os membros da equação. Assim,

$$x^2 - 2x - 8 + 9 = 0 + 9 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 9 \rightarrow (x - 1)^2 = 9$$

Logo,  $x - 1 = \pm\sqrt{9} \rightarrow x - 1 = 3$  ou  $x - 1 = -3$

Portanto, as raízes serão  $x' = 4$  e  $x'' = -2$ .

## Exercícios

1) Resolva as equações do 2º grau abaixo usando o método de completar quadrados.

a)  $x^2 + 2x - 15 = 0$

b)  $x^2 + 12x + 32 = 0$

c)  $x^2 + 3x - 10 = 0$

d)  $x^2 - 10x + 21 = 0$

## APÊNDICE F – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 6

## Aula 6- Equação Completa

---

Resolvendo pelo método de Bhaskara.

### Método de Bhaskara

---

Esse método é bastante usado, pois foi desenvolvido uma fórmula para resolver qualquer tipo de equação do 2º grau.

A fórmula  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  é chamada de fórmula resolvente da equação completa do 2º grau  $ax^2 + bx + c = 0$ .

A expressão  $b^2 - 4ac$  é usualmente representada pela letra grega  $\Delta$  (delta) e é chamada de discriminante.

Logo a fórmula pode ser representada por  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ .

## Quando a equação possui ou não raízes reais

---

Para que uma equação do 2º grau possua ou não raízes reais, ou pelo fato de elas serem duas iguais ou diferentes, depende, exclusivamente, do valor do discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

## Possui raízes reais ( $\Delta \geq 0$ )

---

- Quando  $\Delta \geq 0$  a equação possui raízes reais.
  - Para  $\Delta = 0 \rightarrow$  possui duas raízes reais e iguais;
  - Para  $\Delta > 0 \rightarrow$  possui duas raízes reais e diferentes.

## Não possui raízes reais ( $\Delta < 0$ )

---

- Quando  $\Delta < 0$  a equação do 2º grau não tem raízes reais.

## Exemplo 1

---

Encontre as raízes da equação  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

## Resposta

---

Para resolver essa equação, vamos usar a fórmula de Bhaskara  $x^2 - 5x + 6 = 0$ . Assim, vamos determinar os seus coeficientes.

$$a = 1, b = -5 \text{ e } c = 6$$

Primeiramente vamos achar o valor de  $\Delta$ . Logo,

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 \rightarrow \Delta = 25 - 24 \rightarrow \Delta = 1.$$

Como  $\Delta > 0$ , possui duas raízes reais e diferentes. Agora vamos achar as raízes, assim teremos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} \rightarrow \begin{cases} x' = \frac{5+1}{2} \rightarrow x' = 3 \\ x'' = \frac{5-1}{2} \rightarrow x'' = 2 \end{cases}$$

## Exemplo 2

---

Encontre as raízes da equação  $x^2 - 5x + 8 = 0$ .

## Resposta

Novamente, vamos usar a fórmula de 'Bhaskara'  $x^2 - 5x + 8 = 0$ . Assim, vamos determinar os seus coeficientes.

$$a = 1, b = -5 \text{ e } c = 8$$

Primeiramente vamos achar o valor de  $\Delta$ . Logo,

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 \rightarrow \Delta = 25 - 32 \rightarrow \Delta = -7.$$

Como  $\Delta < 0$ , não possui raízes reais.

## Exemplo 3

Ache as raízes da equação  $x^2 - 4x + 4 = 0$ .

## Resposta

Usando a fórmula de Bhaskara na equação  $x^2 - 4x + 4 = 0$ , com  $a = 1, b = -4 \text{ e } c = 4$ .

Primeiramente vamos achar o valor de  $\Delta$ . Assim teremos:

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 \rightarrow \Delta = 16 - 16 \rightarrow \Delta = 0.$$

Como  $\Delta = 0$ , teremos duas raízes reais e iguais, logo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow x' = 2 \text{ e } x'' = 2.$$

## Exercícios

---

- 1) Utilizando a fórmula de Bhaskara, ache as raízes das equações do 2º grau abaixo.
- a)  $x^2 + 4x - 5 = 0$
  - b)  $x^2 + 8x + 16 = 0$
  - c)  $9x^2 + 2x + 1 = 0$
  - d)  $x^2 - 5x + 4 = 0$

## Exercícios

---

- 2) Quantos números inteiros existem entre as raízes da equação  $x^2 - 2x - 15 = 0$ ?
- a) 5
  - b) 6
  - c) 7
  - d) 8

## APÊNDICE G – MATERIAL DIDÁTICO: SLIDES DA AULA 7

### Aula 7- Soma e Produto das Raízes de uma equação do 2º grau

---

Achando a soma e produto das raízes de uma equação do 2º grau

#### Soma das raízes

---

Sabemos que a equação do 2º grau é do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ , considere que  $x'$  e  $x''$  são as suas raízes. Para calcular a soma das raízes usamos a seguinte fórmula:

$$x' + x'' = \frac{-b}{a}$$

## Produto das raízes

---

Temos que a equação do 2º grau é do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$  e considerando que  $x'$  e  $x''$  são as suas raízes, para achar o produto das raízes usamos a seguinte fórmula:

$$x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$$

## Produto das raízes (Continuação)

---

Chegamos que  $x' \cdot x'' = \frac{b^2 - \Delta}{a}$ .

Como  $\Delta = b^2 - 4ac$ , substituindo teremos:

$$x' \cdot x'' = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \rightarrow x' \cdot x'' = \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} \rightarrow x' \cdot x'' = \frac{4ac}{4a^2} \rightarrow x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$$

## Exemplo

---

A equação  $x^2 - 2x - 3 = 0$  possui duas raízes reais e diferentes. Determine as raízes da equação usando a soma e o produto dessas duas raízes.

## Resposta

---

Para determinar a soma e o produto da equação  $x^2 - 2x - 3 = 0$ , vamos usar as fórmulas  $x' + x'' = \frac{-b}{a}$  e  $x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$ . Sabendo que os coeficientes são  $a = 1$ ,  $b = -2$  e  $c = -3$ . Logo, teremos que:

$$x' + x'' = \frac{-(-2)}{1} \rightarrow x' + x'' = \frac{2}{1} \rightarrow x' + x'' = 2.$$

$$x' \cdot x'' = \frac{-3}{1} \rightarrow x' \cdot x'' = -3.$$

## Exercício

---

- 1) Todas as equações abaixo possuem raízes reais e diferentes. Determine-as usando a soma e o produto de cada uma delas.

a)  $x^2 - x - 20 = 0$

b)  $16x^2 + 8x + 1 = 0$

c)  $6x^2 - 4x - 3 = 0$

d)  $10x^2 + 3x - 4 = 0$

## APÊNDICE H – LINKS DE MATERIAL COMPLEMENTAR DA AULA 1

### MATERIAIS AUDIOVISUAIS PARA SEREM EXPOSTOS NAS AULAS

- Exercícios e interpretação de problemas envolvendo equação do 2 grau.  
Disponível em: <https://youtu.be/eukWicEYK8w?si=c1kZq6otr-UFjPtZ>
- Exercícios e interpretação de problemas envolvendo equação do 2 grau.  
Disponível em: [https://youtu.be/RCvu9LeN\\_dQ?si=qsFM24uIMb3rMT-k](https://youtu.be/RCvu9LeN_dQ?si=qsFM24uIMb3rMT-k)

**APÊNDICE I – ATIVIDADES DE GAMIFICAÇÃO: LINKS DOS JOGOS**

<b>ATIVIDADES DE GAMIFICAÇÃO</b>
<b>LINKS DOS JOGOS DA AULA 4</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Jogo 1 – disponível em: <a href="https://wordwall.net/pt/resource/75225455">https://wordwall.net/pt/resource/75225455</a></li><li>• Jogo 2 – disponível em: <a href="https://wordwall.net/resource/79993700">https://wordwall.net/resource/79993700</a></li><li>• Jogo 3 – disponível em: <a href="https://wordwall.net/resource/80246330">https://wordwall.net/resource/80246330</a></li></ul>
<b>LINKS DOS JOGOS DA AULA 7</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Jogo 4 – disponível em: <a href="https://wordwall.net/pt/resource/75226827">https://wordwall.net/pt/resource/75226827</a></li><li>• Jogo 5 – disponível em: <a href="https://wordwall.net/resource/79995808">https://wordwall.net/resource/79995808</a></li><li>• Jogo 6 – disponível em: <a href="https://wordwall.net/resource/80245882">https://wordwall.net/resource/80245882</a></li></ul>

## APÊNDICE J – ATIVIDADES PRÁTICAS DE IDENTIFICAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU COMPLETAS E INCOMPLETAS

### ATIVIDADES PRÁTICAS DE IDENTIFICAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU COMPLETAS E INCOMPLETAS

<b>Atividade 1: Identificação de Equações do 2º Grau</b>	
<b>Objetivo</b>	Permitir que os alunos identifiquem equações do 2º grau e as distingam de outras equações.
<b>Instruções</b>	<p>1. Distribua uma lista mista de equações para os alunos, incluindo equações do 1º grau e equações do 2º grau. Exemplo de equações:</p> $x^2 + 5x + 6 = 0$ $3x - 7 = 0$ $2x^2 - 4x = 0$ $x^2 - 4x = 0$ <p>2. Peça aos alunos para identificar quais equações são do 2º grau, destacando o termo <math>x^2</math>.</p> <p>3. Classificação adicional: após identificar, peça que classifiquem as equações do 2º grau como completas ou incompletas.</p>
<b>Atividade 2: Classificação de Equações do 2º Grau</b>	
<b>Objetivo</b>	Aprofundar a compreensão dos alunos sobre a estrutura das equações do 2º grau e sua classificação.
<b>Instruções</b>	<p>1. Apresente uma série de equações do 2º grau e peça aos alunos para classificá-las como completas ou incompletas. Exemplo de equações:</p> $x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ (Completa)}$ $x^2 + 3x = 0 \text{ (Incompleta)}$ $2x^2 + 3 = 0 \text{ (Incompleta)}$ $x^2 = 0 \text{ (Incompleta)}$

	2. Desafio extra: peça aos alunos que expliquem por que uma equação é considerada completa ou incompleta, destacando a presença ou ausência dos termos $bx$ e $c$ .
<b>Atividade 3: Criando e Classificando Equações</b>	
<b>Objetivo</b>	Desenvolver a habilidade dos alunos em criar e classificar equações do 2º grau.
<b>Instruções</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Divida os alunos em grupos e peça que eles criem exemplos de equações do 2º grau completas e incompletas.</li> <li>2. Troca de equações: depois que cada grupo criar suas equações, eles trocam com outro grupo. Cada grupo deve identificar e classificar as equações recebidas.</li> <li>3. Discussão em grupo: finalize a atividade com uma discussão sobre as diferentes formas de completar ou simplificar equações para transformá-las em completas ou incompletas.</li> </ol>
<b>Atividade 4: Analisando Equações em Problemas Contextualizados</b>	
<b>Objetivo</b>	Aplicar a classificação de equações do 2º grau em problemas do cotidiano.
<b>Instruções</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apresente problemas contextualizados que resultam em equações do 2º grau. Por exemplo: “seja um terreno retangular com <math>x + 2</math> de largura e <math>x + 5</math> de comprimento”. Qual é a equação que representa a área desse retângulo?</li> <li>2. Peça aos alunos que resolvam os problemas e classifiquem as equações obtidas como completas ou incompletas, explicando o raciocínio.</li> </ol>

## APÊNDICE K – AVALIAÇÃO FINAL

<b>ESCOLA:</b> _____			
<b>Nome:</b> _____			<b>Nº</b> _____
<b>Série:</b> _____	<b>Turma:</b> _____	<b>Turno:</b> _____	<b>Data:</b> ____/____/____
<b>Professor/a:</b> _____			

### AVALIAÇÃO FINAL DE RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO DO 2º GRAU<sup>5</sup>

1. Veja a equação polinomial abaixo

$$x^2 + 2x - 8 = 0.$$

Qual é o conjunto solução  $S$  dessa equação?

- a)  $S = \{-5; 1\}$
- b)  $S = \{2; -4\}$
- c)  $S = \{-2; 4\}$
- d)  $S = \{5; -1\}$

2. Na equação do 2º grau abaixo

$$x^2 + 7x + 10 = 0.$$

A soma das raízes é?

- a)  $S = -7$
- b)  $S = 7$
- c)  $S = 10$
- d)  $S = -10$

3. Resolvendo a equação do 2º grau abaixo

$$x^2 - 14x + 48 = 0.$$

Teremos como solução:

- a)  $S = \{3; 4\}$
- b)  $S = \{-3; 4\}$
- c)  $S = \{-6; 8\}$
- d)  $S = \{6; 8\}$

4. Sabendo que  $x$  é a idade de Pedro e Enzo é 10 anos mais velho. Temos que o produto das idades deles é igual a 200. Com base nas informações, qual é a equação do 2º grau que pode ser representada?

- a)  $x^2 + 20x - 525 = 0$
- b)  $x^2 - 20x + 525 = 0$
- c)  $x^2 + x - 545 = 0$

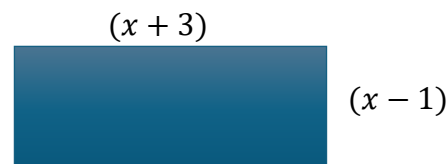
d)  $x^2 - x + 545 = 0$

5. Na seguinte equação do 2º grau
- $$x^2 - 2x + 1 = 0.$$

Podemos afirmar que ela possui:

- a) Infinitas soluções reais
- b) Duas soluções reais
- c) Uma solução real
- d) Nenhuma solução real

6. Na figura abaixo a figura possui suas dimensões em metros conforme a imagem a seguir:



Qual é o valor de  $x$  para a área igual a 21?

- a) 4
- b) 3
- c) 2
- d) -6

7. Das equações 2º grau abaixo, qual é a equação que possui soluções  $x' = 2$  e  $x'' = -3$  é?

- a)  $x^2 - 5x + 6 = 0$
- b)  $x^2 + 5x - 6 = 0$
- c)  $x^2 + x - 6 = 0$
- d)  $x^2 - x - 6 = 0$

8. Sendo a equação do 2º grau  $2x^2 + 4x - 6 = 0$ .

<sup>5</sup> Elaboração própria (2025).

O produto das raízes é igual a?

- a)  $-2$
- b)  $2$
- c)  $3$
- d)  $-3$

9. Dada a equação  
 $-x^2 - 4x + 5 = 0$ .

Podemos afirmar que as raízes  
dessa equação são?

- a)  $x' = 2$  e  $x'' = -1$
- b)  $x' = -10$  e  $x'' = -1$

c)  $x' = -5$  e  $x'' = 1$

d)  $x' = 5$  e  $x'' = 1$

10. Multiplicando as idades de João e José é igual a 374. João é 5 anos mais velho que José. Quantos anos João e José possuem?

- a) 12 e 17 anos
- b) 17 e 22 anos
- c) 20 e 25 anos
- d) 22 e 27 anos