



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL–PROFMAT

Geane Gomes Campina

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA MULTIMETODOLÓGICA PARA O
ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO**

MOSSORÓ

2024

Geane Gomes Campina

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA MULTIMETODOLÓGICA PARA O
ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional–PROFMAT do Programa de Pós-Graduação em Matemática, Departamento de Ciências Naturais, Matemática e Estatística da Universidade Federal Rural do Semi-Árido como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino de Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Mariana de Brito Maia

MOSSORÓ

2024

© Todos os direitos estão reservados a Universidade Federal Rural do Semi-Árido. O conteúdo desta obra é de inteira responsabilidade do (a) autor (a), sendo o mesmo, passível de sanções administrativas ou penais, caso sejam infringidas as leis que regulamentam a Propriedade Intelectual, respectivamente, Patentes: Lei nº 9.279/1996 e Direitos Autorais: Lei nº 9.610/1998. O conteúdo desta obra tomar-se-á de domínio público após a data de defesa e homologação da sua respectiva ata. A mesma poderá servir de base literária para novas pesquisas, desde que a obra e seu (a) respectivo (a) autor (a) sejam devidamente citados e mencionados os seus créditos bibliográficos.

C196p Campina, Geane Gomes.
Uma proposta de sequência didática
Multimetodológica para o ensino de estatística no
ensino médio / Geane Gomes Campina. - 2024.
106 f. : il.

Orientadora: Mariana de Brito Maia.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
Rural do Semi-árido, Programa de Pós-graduação em
Matemática, 2024.

1. sequência didática. 2. ensino de
estatística. 3. ensino médio. 4. resolução de
problema.. I. Maia, Mariana de Brito , orient.
II. Título.

Ficha catalográfica elaborada por sistema gerador automático em conformidade
com AACR2 e os dados fornecidos pelo autor(a).
Biblioteca Campus Mossoró / Setor de Informação e Referência
Bibliotecária: Keina Cristina Santos Sousa e Silva
CRB: 15/120

O serviço de Geração Automática de Ficha Catalográfica para Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC's) foi desenvolvido pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo (USP) e gentilmente cedido para o Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (SISBI-UFERSA), sendo customizado pela Superintendência de Tecnologia da Informação e Comunicação (SUTIC) sob orientação dos bibliotecários da instituição para ser adaptado às necessidades dos alunos dos Cursos de Graduação e Programas de Pós-Graduação da Universidade.

Geane Gomes Campina

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA MULTIMETODOLÓGICA PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática da Universidade Federal Rural do Semi-Árido, como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Linha de Pesquisa: Ensino de Matemática

Defendida em: 29 / 08 / 2024.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **MARIANA DE BRITO MAIA**
Data: 10/11/2024 16:19:46-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Mariana de Brito Maia (UFERSA)
Presidente

Documento assinado digitalmente
 **FABRICIO DE FIGUEREDO OLIVEIRA**
Data: 08/11/2024 10:20:51-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Fabricio de Figueredo Oliveira (UFERSA)
Membro Examinador Interno

Documento assinado digitalmente
 **WANDERLEY DE OLIVEIRA PEREIRA**
Data: 06/11/2024 11:06:57-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Wanderley de Oliveira Pereira (UECE)
Membro Examinador Externo

Dedico este trabalho a minha mãe Sebastiana Gomes Campina (In Memoriam), minha primeira professora, que com amor e dedicação plantou em mim a semente do conhecimento.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por todas as oportunidades concedidas a mim, pela força e tranquilidade para superar os momentos de fraqueza e dificuldades.

A minha mãe (In Memoriam) e meu pai, por me ensinarem o caminho certo a ser seguido.

Aos meus irmãos, pela força e por acreditarem em mim.

Aos meus filhos Murilo, Marcelo e Miguel, por compreenderem os momentos em que estive ausente, por causa dos estudos. Amo muito vocês!

Ao meu esposo, Mastroyanne, agradeço o apoio e compreensão ao longo desta jornada.

Aos professores do PROFMAT da Universidade Federal RURAL DO SEMI-ÁRIDO (UFERSA), pelo conhecimento proporcionado.

Agradeço a minha orientadora, Dra. Mariana Maia, por sua contribuição, incentivo e pelo direcionamento durante o desenvolvimento desse trabalho.

Aos meus colegas de turma pela oportunidade do convívio e pela cooperação mútua durante estes anos.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais
voltará ao seu tamanho original.”
(Albert Einstein)

RESUMO

O presente trabalho propõe a elaboração de uma sequência didática para o ensino de Estatística no Ensino Médio fazendo uso de diferentes metodologias combinadas. A metodologia utilizada neste estudo caracteriza-se como pesquisa bibliográfica e exploratória, com o objetivo de apresentar a sequência didática organizada em três etapas, sendo a primeira de natureza conceitual sobre tópicos de Estatística descritiva, fornecendo meios para compreender, representar, analisar e interpretar tabelas e gráficos, assim como as medidas de tendência central e de dispersão. Nesse momento foram utilizadas matérias de jornais e revistas com foco nas representações gráficas, além do uso de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), valendo-se da metodologia da resolução de problemas. A segunda etapa é de natureza prática com a utilização do software livre LibreOffice e a catalogação de informações pessoais dos alunos, com foco na representação gráfica e nas medidas mencionadas anteriormente. A terceira etapa pretende aplicar os conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores, fazendo uso da metodologia ativa da aprendizagem baseada em projetos com a proposição do planejamento e execução de uma pesquisa amostral na escola com um tema pertinente ao universo cotidiano dos alunos e, além disso, a análise e apresentação dos resultados obtidos. Refletindo sobre o que segue, acredito que a sequência didática possa fornecer subsídios didático-metodológico aos professores de Estatística no Ensino Médio e que o seu uso possa contribuir para o desenvolvimento, nos alunos, das competências e habilidades essenciais nessa área.

Palavras-chave: Sequência Didática, Ensino de Estatística, Ensino Médio, Resolução de Problema.

ABSTRACT

The present work proposes the development of a didactic sequence for teaching Statistics in high school using a combination of different methodologies. The methodology employed in this study is characterized as bibliographic and exploratory research, aiming to present the didactic sequence organized in three stages. The first stage is conceptual, covering topics in descriptive statistics to provide the means to understand, represent, analyze, and interpret tables and graphs, as well as measures of central tendency and dispersion. At this stage, newspaper and magazine articles focusing on graphical representations were used, along with questions from the National High School Exam (ENEM), applying the problem-solving methodology. The second stage is practical, utilizing the open-source software LibreOffice and cataloging students' personal information, with a focus on graphical representation and the previously mentioned measures. The third stage aims to apply the knowledge acquired in the previous stages, using the active methodology of project-based learning by proposing the planning and execution of a sample survey in the school on a topic relevant to the students' daily lives, along with the analysis and presentation of the obtained results. Reflecting on this, I believe that the didactic sequence can provide methodological support to high school Statistics teachers and that its use can contribute to the development of essential skills and competencies in this area for students.

Keywords: Didactic Sequence, Statistics Teaching, High School, Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Notícia retirada do site do IBGE.....	48
Figura 2 – Fluxograma com os tipos de variáveis estatísticas	51
Figura 3 – Crescimento populacional no Brasil no período de 1872 a 2022.....	55
Figura 4 – Dados do acesso à internet por estudantes, de 10 ou mais anos de idade (%) por equipamento e por rede de ensino.	566
Figura 5 – Dados do acesso à internet por estudantes, de 10 ou mais anos de idade (%) por equipamento e por rede de ensino.	57
Figura 6 – Gráfico pictórico que apresenta os tipos de domicílios, segundo as Grandes Regiões do Brasil.....	57
Figura 7 – Tela inicial da planilha eletrônica LibreOffice Calc.....	73
Figura 8 – Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020 construída no LibreOffice.	73
Figura 9 – Tabela de frequência absoluta da variável medalha construída no LibreOffice.	74
Figura 10 – Tabela de frequência relativa da variável medalha construída no LibreOffice Calc.	75
Figura 11 – Tabela de frequências relativa em porcentagem construída no LibreOffice Calc.....	75
Figura 12 – Construção de um gráfico de setores no LibreOffice Calc.	76
Figura 13 – Construção de um gráfico de colunas no LibreOffice Calc.	77
Figura 14 – Tabela referente as medidas de tendência central e de dispersão	78
Figura 15 – Obtenção das medidas de tendência central e de dispersão.....	788

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Objetos de conhecimento e habilidades para o ensino de Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	24
Quadro 2 – Objetos de conhecimento e habilidades para o ensino de Estatística nos anos finais do Ensino Fundamental.....	26
Quadro 3 – Competências Específicas e Habilidades referente ao conteúdo de Estatística no Ensino Médio.	28
Quadro 4 – Organização da sequência didática em três etapas.....	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Resultado da pesquisa (Dados fictícios)	52
Tabela 2	–	Desempenho em Matemática dos alunos do 3º ano de uma escola	53
Tabela 3	–	Número de medalhas conquistadas pelo Brasil em Jogos Olímpicos (1920 a 2024).....	58
Tabela 4	–	Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020.....	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABP	Aprendizagem baseada em Projetos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
SD	Sequência Didática
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNAD	Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1	UM BREVE RESUMO HISTÓRICO DA ESTATÍSTICA.....	18
2.2	O ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	19
2.2.1	A Estatística nos documentos oficiais	21
2.3	SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS	30
2.3.1	Sobre Sequência Didática.....	30
2.4	METODOLOGIAS ATIVAS	33
2.4.1	Aprendizagem Baseada em Projetos.....	36
2.4.2	Resolução de Problemas.....	37
3	UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA MULTIMETODOLÓGICA PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA	42
3.1	DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	42
3.2	PRIMEIRA ETAPA: INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA.....	45
3.2.1	Atividade 1: Introdução à Estatística	46
3.2.1.1	Conceitos básicos de estatística	49
3.2.2	Atividade 2: Diferenciando tipos de gráficos (linhas, setores, barras e pictóricos)	53
3.2.2.1	Diferenciando tipos de gráficos: linhas, setores, barras, pictóricos.....	54
3.2.3	Atividade 3: Medidas de tendência central e medidas de dispersão	58
3.2.3.1	Medidas de tendência central e medidas de dispersão.....	59
3.2.4	Atividade 4: Resolução de questões do Enem que abordam estatística.....	61
3.3	SEGUNDA ETAPA: USO DO SOFTWARE LIVRE LIBREOFFICE PARA APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS DE UMA PESQUISA	67
3.3.1	Atividade 1: Realizando uma pesquisa estatística na sala de aula.....	68
3.3.2	Atividade 2: Construindo gráficos e calculando medidas de posição e de dispersão utilizando o LibreOffice Calc.	70
3.3.2.1	O LibreOffice Calc	71
3.4	TERCEIRA ETAPA: PLANEJAMENTO E EXECUÇÃO DE UMA PESQUISA AMOSTRAL NA ESCOLA	79
3.4.1	Atividade 1: Fazendo uma pesquisa estatística.....	80

4	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	84
	REFERÊNCIAS.....	87
	APÊNDICE A – RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES DO ENEM QUE COMPÕEM A ATIVIDADE QUATRO A PARTIR DAS QUATRO FASES PARA A RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA PROPOSTO POR POLYA	91

1 INTRODUÇÃO

Dentro da área da Matemática, a Estatística pode ser considerada um dos temas mais importantes, uma vez que permeia diversas situações do nosso cotidiano e uma série de aplicações nas mais diversas áreas de conhecimento, sendo utilizada como ferramenta de análise e tomada de decisão em diversos contextos. Atualmente vivemos rodeados por uma imensa quantidade de informações, o que nos faz pensar o quanto a Estatística é útil e o quanto esta ciência tornou-se uma das competências mais valiosas para a tomada de decisões (Bayer *et al.*, 2004). É um assunto de grande interesse para professores e alunos.

Na etapa do Ensino Médio, o estudo de Estatística ganha uma grande relevância, uma vez que os alunos estão se preparando para o ingresso no ensino superior. Atualmente uma das principais formas de acesso às universidades públicas e privadas do país, é o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que pode representar um bom exemplo para a compreensão da importância que a Estatística vem assumindo, uma vez que esse assunto se faz presente em todas as provas de Matemática do Enem (Rodrigues *et al.*, 2019), isso exemplifica a importância dessa área como conteúdo curricular e também como ciência.

Sendo assim, o ensino de estatística nesta etapa deve favorecer o desenvolvimento das competências e habilidades necessárias para que obtenham um desempenho adequado nesse exame, uma vez que tanto as questões da prova de Matemática como as de outras áreas de conhecimento requer o domínio dos conteúdos de Estatística.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), dentro da unidade temática Probabilidade e Estatística, temos uma série de objetos de conhecimento e habilidades a serem trabalhadas pelo professor desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. Dentro dessa temática é proposto a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Durante o Ensino Médio, os alunos devem ampliar as habilidades desenvolvidas no Ensino Fundamental. Portanto, é essencial que todos os cidadãos desenvolvam habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em diversos contextos, se tornando um cidadão crítico, consciente e participativo na sociedade (Brasil, 2018).

Partindo dessas reflexões, e ao observar o quanto a Estatística vem conquistando crescente importância na sociedade contemporânea, consideramos que o ensino de estatística deve se pautar no contexto do qual os alunos fazem parte e, no protagonismo deles no processo de ensino-aprendizagem. Para isso, é importante que as estratégias pedagógicas em sala de aula, possibilitem a participação e a ação dos alunos. Nessa perspectiva, no desenvolvimento desta

pesquisa buscamos respostas à seguinte pergunta: é possível criar uma Sequência Didática (SD) multimetodológica de apoio para professores atuantes no ensino médio, visando contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem de Estatística?

A partir da pergunta que norteou este estudo, definiu-se como objetivo geral apresentar uma sequência didática multimetodológica de apoio para professores atuantes no Ensino Médio, visando contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem de Estatística. Para tanto, delineou-se os seguintes objetivos específicos: realizar breve estudo sobre o ensino de estatística na educação básica; discutir a importância das metodologias ativas e algumas tendências em educação matemática; discutir teoricamente conceitos que norteiam a organização do ensino por meio de sequências didáticas; elaborar uma sequência didática multimetodológica para o Ensino de Estatística no Ensino Médio.

Metodologicamente, esta pesquisa caracteriza-se como pesquisa bibliográfica e exploratória, que, segundo Gil (2008) e Severino (2007), é aquela desenvolvida a partir de material já elaborado e disponível, constituído principalmente de documentos impressos, como livros e artigos científicos, teses etc. e a pesquisa exploratória tem como objetivo “proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses, inclui levantamento bibliográfico e entrevistas” (Gil 2008, p. 27).

Foi realizada uma revisão da literatura existente no intuito de trazer à tona uma compreensão do ensino de Estatística no Ensino Básico, das metodologias de ensino e sequências didáticas. Diferentes estratégias foram articuladas, reunidas na elaboração da sequência didática e apresentadas em um roteiro destinado a professores que através do contexto social do aluno pretendem agir como mediador e orientador do processo, promovendo um ambiente que possibilite aos alunos desenvolver a autonomia e assumir o protagonismo nos processos de sua aprendizagem.

Para isso, sugere-se o uso de diferentes estratégias, como utilizar matérias de jornais e revistas com foco na estatística como solução de problemas, além do uso de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), valendo-se da metodologia da resolução de problemas, utilização do software livre LibreOffice com foco na representação gráfica e nos cálculos de medidas estatísticas e o uso da metodologia ativa aprendizagem baseada em projetos com a proposição do planejamento e execução de uma pesquisa amostral na escola.

O uso dessas diferentes estratégias, têm como objetivo envolver e engajar os alunos ativamente em todas as etapas da sequência didática, através de um conjunto de atividades desenvolvidas pelo professor, levando os alunos a realizar algo e a refletir sobre o que estão

fazendo, interagindo com o assunto em estudo, de modo dinâmico, e não apenas recebendo a informação do professor de forma passiva.

Este trabalho compreende quatro capítulos. Sendo este o primeiro capítulo referente a introdução, onde são apresentados o tema, o delineamento do problema, a justificativa, o objetivo geral, os objetivos específicos, a metodologia e a estruturação dos capítulos.

No segundo, inicialmente realiza-se um breve resumo histórico da estatística, em seguida, busca-se conhecer o atual ensino de Estatística na educação básica e as orientações dos documentos oficiais para o ensino de estatística. Ainda no capítulo 2, conceitua-se sequência didática com base na visão de Zabala (1998), Lima (2018), Nery (2007), Cabral (2017) e Oliveira (2013), além disso, discutiu-se a importância das metodologias ativas, em particular a aprendizagem baseada em projetos e algumas tendências em educação matemática, como a metodologia da resolução de problemas.

No terceiro capítulo, para atender ao principal objetivo deste trabalho, apresenta-se o desenvolvimento da sequência didática elaborada como proposta para o ensino de estatística no Ensino Médio, utilizando diferentes metodologias combinadas. Por fim, no quarto, encontram-se as considerações finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 UM BREVE RESUMO HISTÓRICO DA ESTATÍSTICA

Embora a Estatística seja recente como área de pesquisa, suas origens remontam a antiguidade. Se tomarmos técnicas rudimentares de contagem e organização, é possível identificar as origens da Estatística desde o homem primitivo. Há registros de levantamentos feitos na China, há mais de 2000 anos antes da era cristã. No antigo Egito os faraós fizeram uso sistemático da informação de caráter estatístico, conforme evidenciam pesquisas arqueológicas. Civilizações como Maias, Incas e Astecas também reúnem dados estatísticos (Memória, 2004, p. 11). Na visão de Bayer *et al.* (2004), desde a antiguidade, a estatística surgiu como ferramenta de coleta de dados, a fim de fornecer informações para o estado.

Mas a Estatística só começou a se consolidar como uma área de estudos a partir do século XVII, em um período de grandes mudanças sociais e políticas. Isso porque, à medida que as sociedades se tornavam mais complexas e o sistema feudal dava lugar aos Estados nacionais, surgia uma crescente necessidade de coletar e analisar dados detalhados sobre diversos aspectos, como o território, a população e informações fiscais.

Etimologicamente, o próprio termo Estatística evidencia esse fato. A palavra estatística tem origem na palavra em latim *statisticum collegium*, cujo significado pode ser interpretado como um “conselho de Estado” e do italiano *statista*, que significa “estadista” ou “político”. Acredita-se que tenha sido introduzida, inicialmente, pelo alemão Gottfried Achenwall, que usou o termo *Statistik* para designar a coleta, organização e análise de dados relativos ao Estado (Costa, 2011 e Estatística UFRN, 2012 apud Mattos *et al.*, 2017).

Nesse contexto, a Estatística surgiu inicialmente como uma ferramenta utilizada pelo Estado para o planejamento político e econômico, além de criar e implementar políticas públicas. Esse uso da Estatística pelo Estado permanece extremamente importante até hoje. Os censos demográficos são um exemplo disso, pois fornecem um retrato preciso da população. A partir do censo, é possível elaborar políticas específicas, saber como direcionar os recursos etc.

No que diz respeito ao desenvolvimento teórico, a Estatística teve a contribuição de importantes nomes da matemática, como Blaise Pascal (1623 -1662), Pierre de Fermat (1607-1665), Jakob Bernoulli (1654 -1705), Abraham de Moivre (1667 -1754), Carl Friedrich Gauss (1777-1855), dentre muitos outros. Porém, boa parte dessas contribuições teve suas motivações na teoria das probabilidades (Memória, 2004).

Atualmente a Estatística conta com uma base teórica bem consolidada, com estratégias e técnicas para coleta, organização, análise e inferência de dados. Além disso, o desenvolvimento tecnológico, especialmente na área de computação, também trouxe novas possibilidades para os estudos estatísticos. O avanço dos estudos estatísticos com seus processos e técnicas, tem desempenhado um papel fundamental na organização dos negócios e recursos do mundo moderno, pois facilitaram o tratamento de dados, proporcionando maior precisão nos cálculos e aumentando a rapidez das operações.

Para Lopes (2008, p. 63), “no mundo atual, diariamente, cada indivíduo recebe grande quantidade de informações e, com frequência, utiliza técnicas estatísticas para correlacionar dados e, a partir destes tirar conclusões”. Nesse contexto, Costa (2011) diz que,

A estatística tornou-se uma poderosa ferramenta para a compreensão, análise e previsão de inúmeras situações na nossa vida. As empresas utilizam modelos estatísticos para calcular fluxo de estoques, de consumo e de produção, objetivando adaptar-se rapidamente a um mercado em constante mutação. Para podermos nos situar de forma mais precisa possível nesse rápido processo de mudanças que enfrentamos, é necessária a utilização dessas ferramentas. Por isso, é necessário saber ler gráficos, interpretá-los, prever situações, analisar dados etc. A estatística nos ajudará nesta tarefa (Costa, 2011, p.12).

Entender a trajetória histórica da estatística é fundamental para compreender sua importância no ensino atual. Isso ajuda a reconhecer o valor atribuído a esse campo do conhecimento na Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

2.2 O ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A Estatística está cada vez mais presente em nosso cotidiano e seu desenvolvimento nas escolas básicas, tem sido alvo de pesquisas por parte de muitos pesquisadores. É uma área do conhecimento de grande relevância para a formação de cidadãos críticos e atuantes na vida social (Lopes, 2008).

Ela está tão bem inserida no cotidiano, que outras áreas de conhecimento, além da matemática, como Biologia, Física, Química, Geografia, entre outras, fazem uso constantemente da linguagem estatística. Nesse sentido, o ensino da estatística desempenha um papel importante de integração entre várias disciplinas e mesmo entre diferentes temas na própria Matemática (Lopes, 2008). Assim, percebe-se que a estatística é uma ferramenta indispensável para a realizações de pesquisas em diversas áreas que lidam com dados e informações. Ela nos oferece métodos e técnicas que tornam a leitura e a compreensão dos

dados mais simples, além de possibilitar análises mais específicas e profundas. Com a estatística, podemos interpretar, fazer inferências, previsões e tomar decisões adequadas. Assim, pelas suas características, a estatística pode ser aplicada em todas as áreas da ciência, contribuindo significativamente para o desenvolvimento científico.

Dessa forma, a Estatística é um campo de conhecimento fundamental no contexto global contemporâneo. A enorme quantidade de informação produzida que circula demanda ferramentas e técnicas cada vez mais eficientes para organizar, tratar e analisar esses dados. Por isso, o estudo desse tema torna-se indispensável atualmente, assim como no futuro, tendo o compromisso de ensinar a organização de dados, leitura e interpretação de gráficos e análises estatísticas contribuindo para a formação de cidadãos preparados para enfrentar essas demandas do mundo moderno.

Especialmente a partir da década de 1990, com a disseminação da internet, exercer a cidadania no mundo globalizado significou também desenvolver habilidades e competências para lidar com o tratamento da informação, que tem crescido a um ritmo muito mais acelerado do que se imaginava.

Nesse sentido, o ensino de estatística deve ser conduzido de maneira a desenvolver essas habilidades e competências nos alunos, permitindo que os alunos sejam cidadãos críticos, conscientes e participativos na sociedade. Dessa forma, compreendemos que tanto a matemática quanto a estatística são ferramentas importantes na sociedade contemporânea e, a compreensão e a aplicação de seus conceitos e procedimentos são fundamentais para a formação integral dos indivíduos, especialmente dos alunos da educação básica.

É importante destacar que, de acordo com a BNCC, “as habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares” (Brasil, 2018, p. 29).

Conforme Lopes, Coutinho & Almouloud (2010, p. 52), “a educação estatística não apenas auxilia na leitura e a interpretação de dados, mas fornece a habilidade para que uma pessoa possa analisar e relacionar criticamente os dados apresentados e até mesmo ponderando sua veracidade”.

Dessa forma, faz-se necessário que a escola proporcione ao estudante, desde os primeiros anos da escola básica, a formação de conceitos que o auxiliem no exercício de sua cidadania. Entendemos que cidadania também seja a capacidade de atuação reflexiva, ponderada e crítica de um indivíduo em seu grupo social (Lopes, 2008, p. 60).

Em outras palavras, isso significa que cada indivíduo deve saber como buscar informações, avaliar e filtrar aquelas que são relevantes e verdadeiras, organizá-las, analisá-las

e, por fim, tornar os resultados desse processo compreensível, ou seja, produzir mais informação. É importante ressaltar que essas habilidades e competências são fundamentais não apenas no mercado de trabalho, mas também no dia a dia de cada indivíduo.

Para o ensino da Estatística, é essencial desenvolver estratégias pedagógicas que considerem o contexto dos alunos. Isso permite que, através da manipulação concreta de dados, possam observar situações, prever eventos e criar soluções para problemas reais ou possíveis dentro de seus próprios interesses. Neste contexto, Lopes (2008) afirma que:

Não faz sentido trabalharmos atividades envolvendo conceitos estatísticos e probabilísticos que não estejam vinculados a uma problemática. Propor coleta de dados desvinculada de uma situação-problema não levará à possibilidade de uma análise real. Construir gráficos e tabelas desvinculados de um contexto, ou relacionados a situações muito distantes do aluno, podem estimular a elaboração de um pensamento, mas não garante o desenvolvimento de sua criticidade (Lopes, 2008, p. 62)

Nessa mesma perspectiva, Campos e Coutinho (2019, p. 143) compreende que “de acordo com os preceitos básicos da Educação Estatística, o trabalho em sala de aula para o ensino aprendizagem eficiente dessa disciplina deve sempre ser pautado por assuntos relevantes, de interesse dos alunos e que façam parte de sua realidade”. Para Castro e Filho (2015, p. 4), “Trabalhar com atividades investigativas favorece o envolvimento e o engajamento dos estudantes”.

Partindo desse entendimento, destacamos que ao se discutir temas estatísticos em sala de aula, relacionando-os à vida real dos alunos, estamos ajudando a desenvolver estratégias cognitivas que serão úteis ao longo de suas vidas. Essas estratégias não apenas auxiliam os alunos na compreensão de conceitos estatísticos, mas também os tornando cidadãos críticos, éticos e reflexivos.

2.2.1 A Estatística nos documentos oficiais

A inclusão oficial dos conteúdos referentes à Estatística no currículo da Educação Básica no Brasil, ocorreu a partir do estabelecimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), no Ensino Fundamental, em 1997 (1ª a 4ª série) e em 1998 (5ª a 8ª séries), no bloco de conteúdo denominado Tratamento da Informação, visando ao desenvolvimento do raciocínio combinatório, estatístico e probabilístico (Brasil, 1997,1998) e no Ensino Médio, a partir de

1999, no eixo de conteúdo denominado Análise de Dados, organizado em três unidades temáticas: Estatística, Contagem e Probabilidade (Brasil, 1999).

Esse processo se consolida com a homologação em 2018 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), um documento de caráter normativo, que define um conjunto de aprendizagens essenciais para todos os alunos que devem ser desenvolvidas em todas as etapas da Educação Básica, além disso, apresenta uma proposta que visa promover uma educação que garanta o desenvolvimento dos sujeitos em suas diferentes dimensões, assumindo compromisso com a formação integral dos estudantes (Brasil, 2018). No Ensino Médio a BNCC “se organiza em continuidade ao proposto para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, centrada no desenvolvimento de competências e orientada pelo princípio da educação integral” (Brasil, 2018, p. 469).

Nos últimos anos, ocorreu a reestruturação do Ensino Médio, o qual passou a ser referenciado como “Novo Ensino Médio”. O Novo Ensino Médio foi estabelecido inicialmente pela Lei nº 13.415/2017. Recentemente, no dia 31 de julho de 2024, foi sancionada a Lei nº 14.945/2024, que estabelece a Política Nacional de Ensino Médio. A norma, que passa a valer em 2025, reestrutura essa etapa de ensino, altera a Lei nº 9.394/1996, de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, e revoga parcialmente a Lei nº 13.415/2017, que dispõe sobre a reforma do ensino médio.

Essa legislação e os documentos oficiais propõem uma renovação curricular tanto das instituições públicas como nas privadas que oferecem essa etapa de ensino, determinando às escolas uma mudança na carga horária, além disso, propõe a flexibilização do currículo escolar. A nova lei prevê que, de um total de, no mínimo, 3 mil horas nos três anos do ensino médio, 2.400 horas devem ser destinadas à Formação Geral Básica, na qual os conteúdos são obrigatórios e comuns a todas as escolas de Ensino Médio, e 600 horas para o cumprimento de itinerários formativos que são definidos com a participação dos alunos, que poderão escolher segundo seus interesses e disponibilidade na escola. Também é proposto, no Novo Ensino Médio, que o aluno desenvolva o protagonismo juvenil, contribuindo para a construção do seu projeto de vida e na sua preparação para o futuro.

A organização curricular no Novo Ensino Médio, acontece por área de conhecimento. Embora essa proposta já estivesse presente nos documentos oficiais, ela foi consolidada de maneira efetiva na BNCC, por meio do agrupamento das competências e habilidades em quatro Áreas do Conhecimento, que são: Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Para cada área são definidas competências específicas, articuladas às respectivas competências

das áreas do Ensino Fundamental, com as adequações necessárias para atender às necessidades e particularidades dos alunos no Ensino Médio, garantindo uma formação adequada e relevante para essa etapa da educação (Brasil, 2018).

Ainda de acordo com a BNCC (2018), no Ensino Médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os alunos devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos no Ensino Fundamental e adquirir novos saberes, ampliando sua capacidade de resolver problemas mais complexos, que exigem maior reflexão e abstração. Além disso, devem desenvolver uma visão mais integrada da Matemática, compreendendo suas conexões com outras áreas do conhecimento e sua aplicação prática na realidade.

Independentemente do itinerário formativo escolhido pelo aluno, a Matemática é uma disciplina presente durante os três anos do Ensino Médio de modo que seu objetivo vai além da simples memorização de fórmulas e execução de cálculos. De acordo com as orientações da BNCC, o ensino de Matemática deve ser estruturado de modo a promover a construção de uma visão mais integrada a essa ciência e condizente com sua aplicabilidade em contextos reais e a seu papel na formação cidadã (Brasil, 2018).

Esse documento propõe Probabilidade e Estatística como uma das cinco unidades temáticas do ensino de Matemática, que deve se fazer presente no currículo escolar desde os anos iniciais até a conclusão da Educação Básica. Ela propõe a abordagem

[...] de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (Brasil, 2018, p.274).

Assim, dentro da unidade temática Probabilidade e Estatística, temos uma série de objetos de conhecimento e habilidades a serem trabalhadas pelo professor desde os primeiros anos do ensino fundamental (Brasil, 2018).

Nesse contexto, é fundamental entender como a BNCC organiza os conteúdos referentes a Estatística no Ensino Fundamental, séries iniciais e finais e no Ensino Médio. Vamos mostrar como essa organização ocorre em cada uma dessas etapas. Conforme a BNCC, os conteúdos para o Ensino Fundamental (anos iniciais e anos finais), são sugeridos com base em diferentes componentes curriculares, organizados em cinco áreas do conhecimento: Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Ensino Religioso. Conforme a BNCC, a área da Matemática para o Ensino Fundamental, abrange cinco Unidades temáticas: Números,

Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e Estatística. Em cada Unidade temática há objetos de conhecimento¹ e habilidades² relacionados. Ao explorar os objetos de conhecimento e as habilidades, assegura-se o desenvolvimento das competências específicas da área (Brasil, 2018).

O Quadro 01 a seguir, indica dentro da Unidade temática Probabilidade e Estatística, os respectivos objetos de conhecimento e habilidades relacionadas a Estatística previstos para a etapa dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ressalta-se que a Estatística, foco deste estudo, está presente na unidade temática Probabilidade e Estatística.

Quadro 01 – Objetos de conhecimento e habilidades para o ensino de Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Ano	Objetos de conhecimento	Habilidades
1º ano	Leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples.	(EF01MA21) Ler dados expressos em tabelas e em gráficos de colunas simples.
	Coleta e organização de informações. Registros pessoais para comunicação de informações coletadas	(EF01MA22) Realizar pesquisa, envolvendo até duas variáveis categóricas de seu interesse e universo de até 30 elementos, e organizar dados por meio de representações pessoais.
2º ano	Coleta, classificação e representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada e em gráficos de colunas.	(EF02MA22) Comparar informações de pesquisas apresentadas por meio de tabelas de dupla entrada e em gráficos de colunas simples ou barras, para melhor compreender aspectos da realidade próxima. (EF02MA23) Realizar pesquisa em universo de até 30 elementos, escolhendo até três variáveis categóricas de seu interesse, organizando os dados coletados em listas, tabelas e gráficos de colunas simples.
3º ano	Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráficos de barras.	(EF03MA26) Resolver problemas cujos dados estão apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas. (EF03MA27) Ler, interpretar e comparar dados apresentados em tabelas de dupla entrada, gráficos de barras ou de colunas, envolvendo resultados de pesquisas significativas, utilizando termos como maior e menor frequência, apropriando-se desse tipo de linguagem para compreender aspectos da realidade sociocultural significativos.

¹ Objetos de conhecimento são os “conteúdos, conceitos e processo” (BNCC, 2018, p. 28).

² As habilidades “expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos estudantes” (BNCC, 2018, p. 29).

	Coleta, classificação e representação de dados referentes a variáveis categóricas, por meio de tabelas e gráficos.	(EF03MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais.
4º ano	Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e colunas e gráficos pictóricos.	(EF04MA27) Analisar dados apresentados em tabelas simples ou de dupla entrada e em gráficos de colunas ou pictóricos, com base em informações das diferentes áreas do conhecimento, e produzir texto com a síntese de sua análise.
	Diferenciação entre variáveis categóricas e variáveis numéricas Coleta, classificação e representação de dados de pesquisa realizada.	(EF04MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas e organizar dados coletados por meio de tabelas e gráficos de colunas simples ou agrupadas, com e sem uso de tecnologias digitais.
5º ano	Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas.	(EF05MA24) Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas e gráficos (colunas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões. (EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Fonte: Elaborado pela autora de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018).

No que está relacionado ao estudo de estatística, a BNCC aponta que no Ensino Fundamental – Anos Iniciais,

[...] os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos alunos. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões. (Brasil, 2018, p. 275)

Para o desenvolvimento das habilidades previstas para os anos finais do Ensino Fundamental, é importante retomar e ressignificar as aprendizagens dos anos iniciais do ensino fundamental, objetivando o aprofundamento e a ampliação do repertório de aprendizagens dos alunos. Ao analisar os objetos de conhecimentos e as habilidades relacionadas na etapa do

Ensino Fundamental, percebe-se o importante compromisso que a escola tem em fomentar o crescimento do conhecimento estatístico nos alunos, bem antes de chegarem à etapa do Ensino Médio. Trata-se de um processo progressivo e contínuo. O Quadro 02 a seguir, indica dentro da Unidade temática Probabilidade e Estatística, os respectivos objetos de conhecimento e habilidades relacionadas a Estatística previstos para a etapa dos anos finais do Ensino Fundamental.

Quadro 02 – Objetos de conhecimento e habilidades para o ensino de Estatística nos anos finais do Ensino Fundamental

Ano	Objetos de conhecimento	Habilidades
6º ano	Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas.	(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico. (EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
	Coleta de dados, organização, registro construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações.	(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para o registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
	Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas.	(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).
7º ano	Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados.	(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
	Pesquisa amostral e pesquisa censitária. Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações.	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
	Gráficos de setores: interpretação, pertinência e	(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela

	construção para representar conjunto de dados.	mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.
8º ano	Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados.	(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.
	Organização dos dados de uma variável contínua em classes.	(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
	Medidas de tendência central e de dispersão.	(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
	Pesquisas censitária ou amostral Planejamento e execução de pesquisa amostral.	(EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). (EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.
9º ano	Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação.	(EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
	Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos.	(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
	Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório.	(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

Fonte: Elaborado pela autora de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018).

Pode-se verificar, nos Quadros 01 e 02, que a BNCC propõe o desenvolvimento das habilidades de maneira relacionada, de modo que as habilidades adquiridas em um ano de ensino sejam aprofundadas e ampliadas no ano seguinte, além de fortalecer a autonomia dos alunos com estratégia de ensino que lhes permitam interagir de maneira crítica com as diferentes fontes de informação e conhecimentos.

Em relação ao Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é que

[...] os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráfico. Esse planejamento inclui a definição de questões relevantes e da população a ser pesquisada, a decisão sobre a necessidade ou não de usar amostra e, quando for o caso, a seleção de seus elementos por meio de uma adequada técnica de amostragem (Brasil, 2018, p.275).

A BNCC orienta inserir o uso das tecnologias durante as aulas como recursos voltados ao desenvolvimento de habilidades estatísticas. Destacando o uso de tecnologias como calculadoras, para avaliar e comparar resultados, de planilhas eletrônicas, que ajudam na construção de gráficos e nos cálculos das medidas de tendência central e consulta a páginas de institutos de pesquisa, como a do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), opções que “pode oferecer contextos potencialmente ricos não apenas para aprender conceitos e procedimentos estatísticos, mas também para utilizá-los com o intuito de compreender a realidade” (Brasil, 2018, p.274).

No Ensino Médio, a BNCC delimita competências específicas para cada área do conhecimento e habilidades esperadas. Sendo assim, a escolha dos conteúdos a serem abordados em cada ano do ensino médio deve ser orientada baseando-se no desenvolvimento dessas competências, como também das competências gerais estabelecidas para o Ensino Médio como um todo, considerando as aprendizagens mínimas esperadas para os alunos dessa etapa de ensino (Brasil, 2018). Para a área da Matemática e suas Tecnologias, temos cinco competências e para cada uma delas são indicadas um conjunto de habilidades dentre as quais cinco delas estão relacionadas com o ensino de estatística.

O Quadro 03 a seguir, apresenta as Competências Específicas e Habilidades referente ao conteúdo de Estatística no Ensino Médio.

Quadro 03 – Competências Específicas e Habilidades referente ao conteúdo de Estatística no Ensino Médio.

Competências específicas	Habilidades estatísticas
Competência específica 1	(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em

<p>Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p>	<p>relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.</p>
<p>Competência específica 2 Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</p>	<p>(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.</p>
<p>Competência específica 3 Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).</p>
<p>Competência específica 4 Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.</p>	<p>(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra. (EM13MAT407) Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (box-plot), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.</p>

Fonte: Elaborado pela autora de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018).

De acordo com o Quadro 03, percebemos que, as habilidades relacionadas com estatística previstas para o Ensino Médio são fundamentais para auxiliar os alunos na construção progressiva desse conhecimento, tendo em vista que nessa etapa os alunos irão

aprofundar e ampliar as habilidades propostas para o Ensino Fundamental e, dessa forma terão mais ferramentas para compreender, modelar e resolver situações problemas voltados para sua realidade em diferentes contextos. Ao planejar as aulas seguindo essas orientações, o professor deve selecionar os conteúdos a serem abordados, definir objetivos claros, organizar a integração entre os temas e propor situações-problema que promovam o desenvolvimento dos conteúdos.

Devido às transformações sociais e os avanços tecnológicos, a Estatística tem se tornado uma área de grande importância, especialmente considerando o aumento acelerado do volume de informações. Assim sendo, Lopes (2008) ressalta que a Estatística permite aos alunos compreenderem fenômenos complexos por meio da análise de dados, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e a capacidade de resolução de problemas. Além disso, a Estatística é uma ferramenta interdisciplinar que se aplica a diversas áreas do conhecimento, o que reforça sua importância no currículo do Ensino Médio.

2.3 SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

2.3.1 Sobre Sequência Didática

A busca por melhoraria no processo ensino aprendizagem dos alunos da Educação Básica motiva diversas pesquisas na área educacional. Essas pesquisas resultam tanto em inovação de ferramentas pedagógicas como em novos métodos e estratégias de ensino. A sequência didática é uma dessas estratégias.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1998 já mencionava sequência didática como “projetos” e “atividades sequenciadas” usadas no estudo de Língua Portuguesa (Lima, 2018, p. 154), mas essa estratégia tem ganhado mais relevância nos últimos anos e está sendo usada em todas as áreas de estudo da Educação Básica. Isso se deve à maior produção e disseminação de materiais didáticos que utilizam essa metodologia.

Devido a esse contexto em que a sequência didática se coloca como uma estratégia possível e eficaz, é preciso compreender sua utilização como prática educativa para melhoria do ensino. Para isso, encontramos suas definições e finalidades nas concepções de Zabala (1998), Lima (2018), Nery (2007), Cabral (2017) e Oliveira (2013).

O trabalho em sala de aula como um conjunto de atividades planejadas e organizadas de forma sistemática destinadas a facilitar a aprendizagem de um conteúdo específico, representa a aplicação de uma sequência didática, se constituindo numa forma prática de construção e desenvolvimento do trabalho pedagógico.

Zabala (1998, p.18) define a sequência didática como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. Ainda segundo Zabala (1998), são sequências de atividades estruturadas com o objetivo de alcançar metas educacionais específicas e têm a capacidade de manter o caráter unitário e reunir toda a complexidade da prática pedagógica, além de serem instrumentos que permitem a inclusão das três fases de toda intervenção reflexiva: planejamento, execução e avaliação.

Nesse sentido, é relevante salientar que ao fazer uso de uma sequência didática, os professores buscam dar mais significado ao seu processo de ensino e, simultaneamente, aumentar o envolvimento dos alunos nas atividades pedagógicas, resultando em um aprendizado mais efetivo. Ela se constitui em uma estratégia pedagógica elaborada para o ensino de conteúdos através de atividades articuladas que contribuirão para a construção do conhecimento de forma progressiva e consistente e tem o objetivo de promover uma compreensão mais profunda e significativa dos temas e conceitos envolvidos, fornecendo aos alunos uma estrutura lógica para sua aprendizagem.

Oliveira (2013) diz que sequência didática é “um procedimento simples que compreende um conjunto de atividades conectadas entre si, e prescinde de um planejamento para delimitação de cada etapa e/ou atividade para trabalhar os conteúdos disciplinares de forma integrada para uma melhor dinâmica no processo ensino-aprendizagem (Oliveira, 2013, p. 39).

Nessa mesma perspectiva, Nery (2007, p. 114) compreende que “as sequências didáticas pressupõem um trabalho pedagógico organizado em uma determinada sequência, durante um determinado período estruturado pelo(a) professor(a), criando-se, assim, uma modalidade de aprendizagem mais orgânica”.

Já para Lima (2018), a sequência didática é semelhante a um plano de aula, entretanto é mais abrangente, pois envolve uma abordagem de diversas estratégias de ensino e aprendizagem. Ainda de acordo com esse autor:

A sequência didática vem como uma sugestão da ação pedagógica. A todo momento, o docente pode intervir para a melhoria no processo ensino e aprendizagem, oportunizando situações para que o educando assuma uma postura reflexiva e se torne sujeito do processo de ensino e aprendizagem. (Lima, 2018, p. 153)

Nesse sentido a Sequência Didática (SD), embora possa lembrar um plano de aula, vai além disso, pois engloba diversas estratégias de ensino e aprendizagem. É um método de

trabalho que se estende ao longo de vários dias, permitindo um progresso mais significativo na apropriação do conhecimento.

Cabral (2017) afirma que os professores devem levar em consideração alguns princípios didáticos, ao elaborarem uma SD, dentre os quais estão o conhecimento prévio dos alunos, a problematização, interação e sistematização dos saberes, incluindo atividades diversificadas, desafiadoras e estruturadas em níveis de complexidade. Dessa forma estamos diante de uma intervenção pedagógica, e segundo o autor:

A concepção das intervenções de acordo com esses princípios é estimular uma participação ativa dos alunos. Essa condição de “sujeito ativo” pressupõe que o aprendiz assuma a construção do seu próprio conhecimento o que sugere o distanciamento da postura tradicional passiva na qual se limita a copiar e a reproduzir modelos algorítmicos, em geral, apresentados sem quaisquer justificativas. (Cabral, 2017, p. 36)

Assim sendo, as sequências didáticas são uma ferramenta muito importante para a construção do conhecimento, conforme Brasil (2012),

Ao organizar a sequência didática, o professor poderá incluir atividades diversas como leitura, pesquisas individual ou coletiva, aula dialogada, produções textuais, aulas práticas etc., pois a sequência de atividades visa trabalhar um conteúdo específico, um tema ou um gênero textual da exploração inicial até a formação de um conceito, uma ideia, uma elaboração prática, uma produção escrita. (Brasil, 2012, p. 21).

Para elaborar uma SD, é importante que o professor analise as várias opções e alternativas que podem ser seguidos pelo professor, levando em consideração as dificuldades e necessidades de seus alunos. É essencial destacar o papel fundamental do planejamento por parte do professor, bem como o envolvimento ativo dos alunos ao longo desse processo.

Nessa lógica, compreende-se que,

a sequência didática é um procedimento para sistematização do processo ensino-aprendizagem, sendo de fundamental importância a efetiva participação dos alunos. Essa participação vai desde o planejamento inicial informando aos alunos o real objetivo da realização da sequência didática no contexto da sala de aula até o final da sequência para avaliar e informar os resultados (Oliveira, 2013, p. 42).

Zabala (1998), indica a necessidade de acompanhar o que se passa na sala de aula para que se possa implementar medidas que reforcem e ampliem o que está dando certo, bem como alterar o que não é satisfatório para que se possa oferecer um ensino que viabilize a aprendizagem dos alunos. Segundo esse autor, existem diversos tipos de sequência didática, sendo impossível determinar qual seja a melhor ou a pior. O que importa é reconhecer as

potencialidades e limitações de cada uma, a fim de identificar quais se ajustam mais adequadamente às necessidades educacionais de cada aluno em determinados contextos, levando em consideração o de tipo de conteúdo, seja conceitual, procedimental ou atitudinal.

Esses itens citados anteriormente se constituem em uma orientação para a organização do desenvolvimento de uma sequência didática. Com essa compreensão, Estevam e Furkotter (2014, p. 654), propõem uma estrutura de sequência didática para o ensino de Estatística dividida em fases ou etapas, que são: “definição de um tema; levantamento de questões para a investigação; definição de um instrumento para coleta de dados; aplicação do instrumento; organização dos dados coletados; análise e interpretação dos dados”.

Portanto, ao identificarmos as diferentes fases de uma sequência didática, as atividades que a compõe e como elas se relacionam, podemos compreender seu valor educacional, as razões que as justificam e a necessidade de introduzir mudanças ou atividades novas que a aprimorem (Zabala, 1998).

Assim, entendemos que a Sequência Didática desempenha um papel fundamental ao promover a reflexão sobre as práticas diárias na sala de aula, destacando a importância da observação do seu progresso e da interação entre professor e aluno, bem como entre os próprios alunos. Ela se configura como uma ferramenta que deve ser cuidadosamente planejada, com foco na abordagem de conteúdos por meio de uma série de atividades bem-organizadas, com objetivos claramente definidos e explicados tanto para os professores quanto para os alunos.

Essas atividades têm o propósito de apoiar o processo de ensino e aprendizagem, contribuindo para a construção de novos conhecimentos e saberes.

2.4 METODOLOGIAS ATIVAS

As transformações que vêm ocorrendo em nossa sociedade, especialmente as relacionadas ao desenvolvimento tecnológico, demandam mudanças importantes na educação, desafiando os professores a adotarem as metodologias ativas, ou seja, estratégias pedagógicas que coloca o aluno no centro do processo de aprendizagem tornando-se protagonista no processo de construção do próprio conhecimento.

Para Bacich e Moran (2018, p. 27), “as metodologias ativas constituem alternativas pedagógicas que colocam o foco do processo de ensino e de aprendizagem no aprendiz, envolvendo-o na aprendizagem por descoberta, investigação ou resolução de problemas”. Bacich e Moran (2018) acrescenta que:

As metodologias voltadas para a aprendizagem consistem em uma série de técnicas, procedimentos e processos utilizados pelos professores durante as aulas, a fim de auxiliar a aprendizagem dos alunos. O fato de elas serem ativas está relacionado com a realização de práticas pedagógicas para envolver os alunos, engajá-los em atividades práticas nas quais eles sejam protagonistas da sua aprendizagem. Assim, as metodologias ativas procuram criar situações de aprendizagem nas quais os aprendizes possam fazer coisas, pensar e conceituar o que fazem e construir conhecimentos sobre os conteúdos envolvidos nas atividades que realizam, bem como desenvolver a capacidade crítica, refletir sobre as práticas realizadas, fornecer e receber feedback, aprender a interagir com colegas e professor, além de explorar atitudes e valores pessoais (Bacich; Moran, 2018, p. 28).

De acordo com Diesel, Baldez e Martins (2017), as Metodologias Ativas se contrapõem ao ensino tradicional centrado no professor, praticando princípios e abordagens distintas. Nas Metodologias Ativas, em vez da simples transmissão de conhecimento, característica do ensino tradicional, os alunos desempenham um papel ativo, envolvendo-se na resolução de problemas, no desenvolvimento de projetos e, desse modo, contribuindo para a construção do conhecimento.

As metodologias que visam o processo de ensino e aprendizagem devem ser alinhadas aos objetivos definidos pelo professor. Isso significa que ao planejar as aulas, é fundamental considerar o que se pretende alcançar e como envolver os alunos no processo de aquisição de conhecimento. Moran (2015) considera que:

As metodologias precisam acompanhar os objetivos pretendidos. Se queremos que os alunos sejam proativos, precisamos adotar metodologias em que os alunos se envolvam em atividades cada vez mais complexas, em que tenham que tomar decisões e avaliar os resultados, com apoio de materiais relevantes. Se queremos que sejam criativos, eles precisam experimentar inúmeras novas possibilidades de mostrar sua iniciativa (Moran, 2015, p. 17).

Conforme Moran (2015), desafios são importantes, por isso, juntos com outras atividades, quando bem planejados, acompanhados e mediados podem mobilizar competências intelectuais, emocionais, pessoais e comunicacionais.

Ainda segundo o mesmo autor, as metodologias ativas são pontos de partida para processos mais avançados de reflexão, de integração cognitiva e de generalização. Desafios e tarefas propostas devem ser do tipo investigativo, incentivando a aprendizagem pela descoberta por meio de pesquisas, análise crítica de situações, identificação de vários aspectos envolvidos, reconhecendo padrões e regularidades, fazendo escolhas e validando suas conclusões. Em resumo, essas atividades visam promover uma aprendizagem ativa, na qual os alunos são os protagonistas na construção do conhecimento ao explorar, questionar e resolvendo problemas por conta própria.

De acordo com o texto “O uso de metodologias ativas colaborativas e a formação de competências”, publicado no site³ oficial da Base Nacional Comum Curricular, a construção do conhecimento permite o desenvolvimento de importantes competências, como:

Saber buscar e investigar informações com criticidade (critérios de seleção e priorização) a fim de atingir determinado objetivo, a partir da formulação de perguntas ou de desafios dados pelos educadores.

Compreender a informação, analisando-a em diferentes níveis de complexidade, contextualizando-a e associando-a a outros conhecimentos.

Interagir, negociar e comunicar-se com o grupo, em diferentes contextos e momentos.

Conviver e agir com inteligência emocional, identificando e desenvolvendo atitudes positivas para a aprendizagem colaborativa.

Ter autogestão afetiva, reconhecendo atitudes interpessoais facilitadoras e dificultadoras para a qualidade da aprendizagem, lidando com o erro e as frustrações, e sendo flexível.

Tomar decisão individualmente e em grupo, avaliando os pontos positivos e negativos envolvidos.

Desenvolver a capacidade de liderança.

Resolver problemas, executando um projeto ou uma ação e propondo soluções (Brasil, 2019, s. p.).

Assim, se faz necessário o uso de metodologias que possam ser utilizadas para que os alunos, de fato, possam construir o conhecimento. Certamente, não há apenas uma maneira e nem sempre todos os estudantes carecem de uma mesma estratégia, mas podemos proporcionar essa construção com o uso das metodologias ativas que incentivem o protagonismo, que convidem os estudantes à ação, à atuação, ao fazer, e que, fazendo, aprendem.

Nesse sentido, ao adotar uma metodologia ativa, o objetivo é que os alunos aprendam fazendo, refletindo, reavaliando e dialogando com o professor. As metodologias ativas voltadas para a aprendizagem envolvem procedimentos que podem ser utilizados com os alunos antes, durante e depois das aulas, com o objetivo de favorecer a aprendizagem deles.

É importante destacar que as metodologias ativas não se resumem a um conjunto de estratégias com nomes específicos, trata-se principalmente de uma concepção de educação, uma perspectiva sobre o processo educativo. Há muitas formas de promover a ação dos alunos, mas é fundamental perceber quais delas são as mais apropriadas para cada grupo ou aluno em cada momento. Em geral, elas não se limitam ao ambiente escolar ou ao momento da aula, ampliando as oportunidades de exploração e envolvimento.

3 Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/202-o-uso-de-metodologias-ativas-colaborativas-e-a-formacao-de-competencias-2?highlight=WyJwcm9qZXRvIiwZGUlLCj2aWRhIiwicHJvamV0byBkZSIsInByb2pldG8gZGUGdmlkYSIsImRIIHZpZGEiXQ>. Acesso em 12 jun 2024.

A seguir, são apresentadas algumas estratégias que podem favorecer a aprendizagem ativa, as quais poderão ser exploradas durante o uso da sequência didática proposta nesse trabalho.

2.4.1 Aprendizagem Baseada em Projetos

O desenvolvimento da metodologia da Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) surgiu em 1900, nos Estados Unidos, quando o filósofo americano John Dewey (1859-1952) comprovou que era possível “aprender mediante o fazer”, valorizando as habilidades dos alunos para a solução de problemas reais em projetos que tinha como meta o desenvolvimento físico, emocional e intelectual dos mesmos, por meio de métodos experimental (Masson *et al.*, 2012).

Embora a ABP não seja nova, ela tem sido cada vez mais empregada, à medida que os educadores e gestores procuram maneiras de permitir que os alunos desenvolvam habilidades em tecnologias, na resolução de problemas e na cooperação (Bender, 2014).

Dewey acreditava que a “construção” do projeto não deveria ser o objetivo final do processo educacional, mas sim, o momento da aprendizagem. Dewey teria sistematizado a Pedagogia de Projeto, sendo Kilpatrick (1871- 1965) o responsável pelo seu encaminhamento metodológico e sua popularização na primeira metade do século XX (Pasqualetto *et al.*, 2017).

A ABP pode ser definida como uma metodologia ativa de ensino aprendizagem que envolve os alunos na aquisição de conhecimentos e habilidades por meio de um processo de investigação que vai buscar soluções para problemas do mundo real e pessoalmente significativos. Esse processo acontece em equipes.

Segundo Bacich e Moran (2018, p. 16-17), a aprendizagem baseada em projetos:

É uma metodologia de aprendizagem que envolve os alunos com tarefas e desafios para resolver um problema ou desenvolver um projeto que tenha ligação com a sua vida fora da sala de aula, possibilitando o desenvolvimento de habilidades e competências tidas como necessárias para o século XXI relacionada ao pensamento crítico e criativo. [...] Essa abordagem adota o princípio da aprendizagem colaborativa, baseada no trabalho coletivo.

Nesse sentido, a ideia central da ABP é envolver os alunos em um projeto, partindo de um problema extraídos da realidade a partir da observação realizada por eles na comunidade escolar ou no bairro, ou seja, os alunos identificam o problema e buscam soluções de maneira criativa e colaborativa, resultando em um produto final.

Na Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP), é importante que a escolha do projeto para os alunos seja significativa e envolvente, como afirma Bender (2014):

A ABP poder ser definida pela utilização de projetos autênticos e realistas, baseados em uma questão, tarefa ou problema altamente motivador e envolvente, para ensinar conteúdos acadêmicos aos alunos no contexto de trabalho cooperativo para a resolução de problema. [...] A investigação dos alunos é profundamente integrada à aprendizagem baseada em projetos, e como eles têm, em geral, algum poder de escolha em relação ao projeto de seu grupo e aos métodos a serem usados para desenvolvê-los, eles tendem a ter uma motivação muito maior para trabalhar de forma diligente na resolução de problemas (2014, p. 15).

De acordo com essa metodologia, os alunos podem aplicar suas próprias ideias de maneira reflexiva por meio de atividades em grupo e colaborativas. Eles identificam um problema real do dia a dia, rompendo com os padrões do ensino tradicional e se tornando protagonistas de seu próprio aprendizado.

É essencial que os projetos estejam conectados com a vida dos alunos e suas motivações profundas. O professor deve gerenciar essas atividades de forma a envolver os alunos, negociando com eles as melhores maneiras de realizar o projeto, valorizando cada etapa do processo, especialmente a apresentação e a publicação em um lugar, para que ele possa ser visto além do grupo e da classe (Moran, 2015).

Na ABP há um produto como resultado e os problemas estudados devem ser reais e pessoalmente significativo para os alunos. No final algum produto acontece, um aplicativo, um jogo, uma ideia, um evento, uma campanha, entre outros. Dessa forma o aprendizado se torna motivador e desafia o estudante a se envolver no desenvolvimento do projeto proposto. Assim, consideramos que essa metodologia é baseada na cooperação, participação ativa dos estudantes e interações constantes entre alunos e professor.

A aprendizagem baseada em projetos tem conexões com outras abordagens pedagógicas, como a aprendizagem baseada em problemas, ambas lidam com problemas e são centradas no aluno, no entanto, uma foca no problema e outra no projeto.

2.4.2 Resolução de Problemas

A capacidade de enfrentar desafios do dia a dia, de superar obstáculo e resolver problemas é uma característica essencial da natureza humana. Vivemos em um ambiente onde precisamos resolver problemas constantemente, sejam eles do cotidiano, pessoais, sociais, científicos, entre outros. Todos os dias, somos confrontados com novos problemas que precisamos resolver. “A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos à simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim” (Polya, 1997, p. 2).

Na Matemática, um problema “é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la” (Brasil, 1997, p. 33). Assim, a resolução de um problema consiste em construir uma sequência de passos até chegar à solução.

O pioneiro das ideias acerca da resolução de problemas foi o matemático húngaro George Polya (1887-1985), que estabeleceu fases a serem seguidas na resolução de um problema. Foi um dos grandes estudiosos e é considerado o pai da resolução de problemas. Em seus estudos, Polya (1995) afirmou que só existe um problema quando existe uma dificuldade que se deseja vencer ou contornar.

Muitas pesquisas já foram realizadas desde a apresentação das quatro fases para se chegar à solução de um problema descritas por Polya (1995). Para Almeida, Gomes e Madruga (2020) a resolução de problemas é uma tendência da Educação Matemática que tem contribuído para a discussão de novas perspectivas teóricas e metodológicas, além de desenvolver no aluno a capacidade de investigar, argumentar, compreender, levantar hipóteses e desenvolver seu senso crítico e reflexivo. Sendo assim, a resolução de problema vai além de ser apenas um método de resolução e passa a ser desenvolvida como uma perspectiva metodológica para o ensino de Matemática. Dentro do campo da educação matemática, diversos pesquisadores têm proposto práticas de ensino aprendizagem que se buscam fugir do ensino tradicional, ganhando destaque, a resolução de problemas, entre outras.

Na área da Matemática, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta que os professores devem incentivar os alunos apresentando problemas geradores que sejam usados como ponto de partida para o ensino de conceitos e conteúdos matemáticos. Iniciar a aula com a proposição de um problema, que para Onuchic e Allevato (2011, p. 81) “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”, pode ser o ponto de partida para a construção de um novo conceito matemático. Butts (1997, p. 32) destaca e esclarece que [...] “o verdadeiro prazer em estudar matemática é o sentimento de alegria que vem da resolução de um problema - quanto mais difícil o problema, maior satisfação”.

Ao enfatizarmos a importância da resolução de problemas, desejamos que os alunos sejam capazes de identificar o problema e os dados disponíveis, elaborar um plano de ação, chegar a uma possível solução e, finalmente, validar essa solução. Embora essa abordagem esteja fortemente alinhada com a Educação Matemática, a habilidade de resolver problemas é essencial para a vida em geral e não se limita apenas a essa área do conhecimento.

Onuchic (1999) traz uma retrospectiva sobre o desenvolvimento da tendência na Educação Matemática de resolução de problemas, destacando o trabalho de Schroeder e Lester

(1989), que identificaram diferentes formas de abordá-la. De acordo com essa perspectiva, é possível adotar uma atitude educativa voltada para ensinar a resolução de problemas, onde os modelos de resolução são o foco principal da atividade. Outra abordagem é ensinar a resolver problemas, concentrando-se no ensino da Matemática e em sua aplicação na solução de problemas cotidianos ou não. Por último, pode-se optar por se ensinar Matemática através da resolução de problemas, na qual

[...] os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. O ensino aprendizagem de um tópico de matemática começa com uma situação-problema que expressa aspecto chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. [...], deste modo, pode ser visto como um movimento do concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou a técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problema e técnicas para operar com esses símbolos) (ONCHIC, 1999, p. 207).

De acordo com a BNCC (2018, p. 265), “espera-se que os alunos desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações”, o que nos leva a refletir sobre a importância de contextualizar os problemas trabalhados em sala de aula e de aplicar situações da realidade para tornar o aprendizado mais significativo. Segundo Onuchic (1999, p. 210), “na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas.”

No entanto, se faz necessário ensinar os alunos a resolver problema. George Polya, em seu livro *A arte de resolver problemas* (1995), defende que o aluno aprende a resolver problemas resolvendo problemas, e propõe um processo para essa aprendizagem seguindo quatro fases, que de forma geral podem ser enunciados como: compreendendo o problema; elaborando um plano; executando o plano; realizando o retrospecto e a verificação. Discutimos brevemente a seguir, cada uma dessas fases propostas por Polya, para a resolução de problemas.

1. Compreensão do problema

Antes de começar a resolver, é importante entender completamente o problema. Leia-o cuidadosamente, identifique os dados fornecidos e o que está sendo solicitado, ou seja, identifique informações essenciais para sua resolução como, entender a pergunta enunciada, identificar o que já conhece e o que desconhece e as condições presentes no problema. Nesse

momento, torna-se muito importante promover a reflexão, questionando os alunos e incentivando-os a criar hipóteses.

Polya (1995) sugere algumas perguntas que podem auxiliar nesta etapa: Quais são os dados do problema e as condições do problema? É possível satisfazer as condições pedidas? Há dados a mais no problema? Faltam dados? O que se pede, ou seja, o que se pergunta no problema? Sugere também algumas estratégias nesta fase: fazer uma figura ou esquema, separar os dados em partes, introduzir notação adequada.

2. Estabelecimento de um plano para a resolução

A partir do entendimento do problema, é preciso um plano para a resolução, ou seja, planejar os passos, identificar os recursos e possíveis caminhos para a resolução. O aluno deve resgatar seus conhecimentos e experiências passadas com problemas semelhantes já resolvido e buscar uma espécie de protocolo ou tentar várias abordagens antes de se comprometer com uma que pareça promissora, elaborando um plano de ação.

De acordo com Polya (1995, p. 5), “temos um plano quando conhecemos, pelo menos de modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar para obter a incógnita”.

Algumas perguntas que podem auxiliar nessa etapa decisiva são: Qual é o seu plano para resolver o problema? Quais estratégias você tentará desenvolver? Você se lembra de algum problema semelhante o que pode ajudar a resolver este problema? Você consegue adaptar estratégias usadas em problemas semelhantes para este problema? É possível fazer um desenho, um diagrama ou uma tabela? Você conhece resultados ou fórmulas que possam ajudar? Você pode enunciar o problema de forma diferente? Você consegue resolver o problema por partes?

3. Execução do plano

É uma das fases mais importantes no processo. Aqui, executa-se todas as estratégias pensadas anteriormente no plano, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

De acordo com Polya (1995, p. 8) “conceber um plano, ideia de resolução, não é fácil. Para conseguir isto é preciso, além de conhecimentos anteriores, de bons hábitos mentais de concentração no objetivo. [...] Executar o plano é muito mais fácil; paciência é o de que mais se precisa”. Isso porque, tendo sido o planejamento bem realizado, a prática é basicamente a aplicação do plano.

As perguntas sugeridas por Polya que podem auxiliar nessa etapa são: Você percebe claramente que cada passo está correto? Você pode demonstrar que cada passo está correto?

4. Retrospecto ou Verificação

Após a execução do plano e chegar a uma resposta, é importante refletir sobre ela e verificar se é coerente para responder à pergunta. Isso porque pode ocorrer que na revisão acabe mostrando que ocorreu erros durante a resolução ou então indicar uma solução mais simples, essa percepção é enriquecedora para o processo de aprendizagem.

Polya (1995) sugere perguntar: você leu e interpretou corretamente o problema? Executou com precisão o que foi planejado? Você pode checar o resultado, para verificar se você acertou a resposta? A resposta está correta? Existem outras maneiras de resolver o problema? Você pode usar a mesma estratégia para resolver problemas semelhantes?

Essas fases não são rígidas, o aluno pode voltar ao problema e ao planejamento sempre que achar necessário. Além disso, esse é apenas um exemplo de processo e não o único que pode ser utilizado na resolução de problemas.

De acordo com Dante (1989), ao trabalhar com a resolução de problemas, podemos alcançar alguns objetivos, como: fazer o aluno pensar produtivamente; desenvolver raciocínio lógico do aluno; ensinar o aluno a enfrentar situações novas; contribuir para que o aluno se envolva com a aplicação da Matemática; tornar as aulas mais interessantes e desafiadoras.

Além dos objetivos mencionados, a resolução de problemas contribui para a investigação, a formulação e o teste de hipóteses, construção de argumentos e de ideias matemáticas e para o compartilhamento de diversos conhecimentos.

No próximo capítulo procedemos com a elaboração da proposta da sequência didática multimetodológica para o ensino de estatística no Ensino Médio, adotando de forma integrada as metodologias de ensino aqui apresentadas.

3 UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA MULTIMETODOLÓGICA PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA

3.1 DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O presente estudo teve como objetivo principal elaborar uma proposta de Sequência Didática Multimetodológica para o ensino de Estatística no Ensino Médio que possa contribuir para a compreensão e aplicação dos conceitos estatísticos. Trata-se da construção de uma SD, dividida em três etapas, composta por um conjunto de atividades, direcionadas ao ensino de Estatística na 3ª série do Ensino Médio. Destina-se especialmente para professores de Matemática interessados em abordar os conteúdos estatísticos em sala de aula, alinhando-se com as orientações da Aprendizagem Baseada em Projetos e na metodologia da Resolução de Problemas, além do uso de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

A Sequência Didática foi planejada visando proporcionar aos alunos do Ensino Médio, fase da Educação Básica na qual eles se preparam para fazer o Enem, o desenvolvimento de competências e habilidades da área da Matemática, exigidos no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos estatísticos e também, solicitados nas questões do Enem. Assim, a SD foi organizada em três etapas, descritas a seguir:

A primeira de natureza conceitual, abordando tópicos de Estatística descritiva, como tabelas, gráficos e medidas de tendência central e de dispersão. Nesse momento, são utilizados materiais de jornais e revistas que trazem a Estatística como solução de problemas reais, além de questões do Enem, utilizando a metodologia da resolução de problemas.

A segunda etapa é de cunho prático, utilizando o software livre LibreOffice e a catalogação de informações pessoais dos alunos para a aplicação dos conceitos aprendidos, enfatizando a representação gráfica e as medidas estatísticas. Dessa forma, busca-se tornar o aprendizado mais concreto e próximo da realidade dos alunos.

Por fim, a terceira etapa propõe a aplicação dos conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores, utilizando a metodologia ativa da aprendizagem baseada em projetos. A proposta é que os alunos planejem e executem uma pesquisa amostral na escola, abordando um tema pertinente ao seu cotidiano, e apresentem os resultados obtidos, promovendo a aplicação prática dos conceitos estatísticos e estimulando a criatividade e o protagonismo dos estudantes.

O Quadro 04 a seguir, mostra a organização das três etapas, cujo objetivo é estabelecer uma sequência ordenada das atividades a serem desenvolvidas.

Quadro 04 – Organização da sequência didática em três etapas

Etapas	Número de aulas	Atividade proposta
Primeira Etapa	-	Discutir e ampliar os conceitos básicos de Estatística estudados nas séries anteriores e a aplicação desses conceitos em situações práticas.
	02 aulas	Atividade 1: Destinada ao estudo dos conceitos de Estatística, população, amostra, variável estatística, frequência absoluta e frequência relativa.
	02 aulas	Atividade 2: Destinada à identificação dos tipos de gráficos: linhas, setores, barras e pictóricos.
	02 aulas	Atividade 3: Destinada ao estudo das medidas de tendência central (média, moda e mediana) e medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão)
	02 aulas	Atividade 4: Explorando questões do ENEM relacionadas aos conteúdos de estatística estudados.
Segunda Etapa	-	Consiste em aplicar os conceitos estudados na primeira etapa, em aulas práticas no laboratório de informática fazendo uso da planilha eletrônica LibreOffice Calc e a catalogação de informações pessoais dos alunos.
	02 aulas	Atividade 1: Destinada a realização de uma pesquisa na sala de aula, coletando informações pessoais dos alunos.
	03 aulas	Atividade 2: Organização e representação dos dados com o auxílio da planilha eletrônica LibreOffice Calc.
Terceira Etapa	-	Planejamento e desenvolvimento de uma pesquisa amostral na escola; coleta dos dados.
	01 aulas	Planejamento da pesquisa.
	02 aulas	Coleta de dados.
	02 aulas	Organização e análise dos dados.
	02 aulas	Apresentação dos resultados da pesquisa para toda a comunidade escolar.

Fonte: a autora 2024

Estrutura Curricular

Etapa de Ensino/Série: Ensino Médio/3ª série

Área de Conhecimento: Matemática e suas Tecnologias

Unidade Temática (BNCC): Probabilidade e Estatística

Objetos de Conhecimento (conteúdos): Introdução a Estatística, População e amostra, variável estatística, frequência absoluta e frequência relativa, representações gráficas, medidas de tendência central (média, moda e mediana), medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão) e pesquisa estatística.

Habilidades (BNCC)

(EM13MAT102) Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.

(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).

(EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

Objetivos de aprendizagem

- Reconhecer a estatística como a área da Matemática responsável por analisar e tratar dados.
- Identificar e classificar variáveis estatísticas.
- Identificar e construir representações gráficas.
- Resolver e elaborar problemas nos quais é necessário calcular e interpretar diferentes medidas de tendência central e de dispersão.
- Utilizar medidas estatísticas para resumir um conjunto de dados.
- Construir tabelas e representações gráficas e calcular medidas estatísticas utilizando recursos tecnológicos.
- Planejar e executar pesquisa estatística.
- Resumir os dados de uma pesquisa por meio das medidas de tendência central e de dispersão e apresentá-los à comunidade escolar.

Duração: sugestão de 20 aulas de 50 minutos, esse tempo pode variar de acordo com o nível de conhecimento dos alunos da turma entre outras variáveis.

3.2 PRIMEIRA ETAPA: INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA

Nessa etapa, a proposta de ensino sugere retomar, discutir e ampliar os conceitos básicos de Estatística estudados nas séries anteriores e a aplicação desses conceitos em situações práticas, ou seja, que possam utilizá-los para saber buscar informações, avaliar e filtrar aquelas que são relevantes e verdadeiras, organizá-las, analisá-las e chegar a conclusões que respondam às questões de interesse. Para que o estudo produza conclusões válidas é necessário estar atento aos apontamentos e aos conceitos estudados em estatística.

Esta etapa foi organizada em quatro atividades, sendo a primeira destinada ao estudo dos conceitos de Estatística, população, amostra, variável estatística, frequência absoluta e frequência relativa. A segunda atividade destinada à identificação dos tipos de gráficos: linhas, setores, barras e pictóricos. A terceira atividade destinada ao estudo das medidas de tendência central (média, moda e mediana) e medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão). Finalmente, a quarta atividade traz uma sugestão para a realização de uma atividade composta por dez questões selecionadas das edições do Enem, de 2014 a 2023, relacionadas aos conteúdos de estatística estudados.

Duração da etapa: 8 aulas de 50 minutos cada, sendo duas aulas para cada atividade.

Objetivos da etapa

- Conhecer o conceito de Estatística;
- Explorar situações envolvendo pesquisas divulgadas na mídia;
- Distinguir população e amostra;
- Conhecer os tipos de amostragem;
- Diferenciar variáveis qualitativas das quantitativas;
- Reconhecer frequência absoluta e frequência relativa;
- Determinar as medidas de tendência central: moda, média, mediana.
- Determinar as medidas de dispersão: amplitude, variância e desvio padrão.
- Descrever situações expressas em tabelas e gráficos.
- Interpretar diferentes tipos de gráficos do cotidiano.
- Explorar questões do Enem envolvendo os conceitos de Estatística estudados.

Metodologia

Inicialmente os alunos respondem perguntas sobre diversos conceitos estatísticos, em seguida é explorada uma notícia como exemplo de aplicação da Estatística, levando os alunos a terem um momento de reflexão discussão e interação a respeito dos termos de uma pesquisa estatística. Em seguida, são utilizadas matérias de jornais e revistas que contenham gráficos para auxiliar na identificação dos diversos tipos de gráficos, depois, é necessário que os alunos realizem uma pesquisa e verifiquem o número de medalhas alcançadas pelo Brasil em jogos olímpicos, analisem as informações e descrevam as conclusões obtidas. Por fim, os alunos em grupo respondem a uma atividade composta por questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Recursos e/ou material necessário: computador, projetor de imagem, calculadora, material escolar individual, tesouras com pontas arredondadas, cola, recortes de gráficos em jornais, revistas e sites, cartolina.

3.2.1 Atividade 1: Introdução à Estatística

Sugere-se começar apresentado alguns questionamentos permitindo estabelecer um debate entre os alunos, possibilitando verificar o conhecimento prévio apresentado por eles a

respeito de Estatística. Pode-se fazer perguntas como: “O que vocês entendem por Estatística?”; “Vocês conseguem pensar em exemplos do uso de Estatística no dia a dia?”; “Quais são os principais objetivos da Estatística?”; “Você já parou pra pensar na importância da Estatística atualmente?”; “Como a Estatística pode ajudar a tomar decisões em diferentes áreas profissionais?”.

O que é Estatística

Estatística é um conjunto de técnicas e métodos que permite, de forma sistemática, coletar, organizar e analisar dados. Com a análise dos dados coletados, pode-se extrair informações para obter uma melhor compreensão das situações que eles retratam (Dante e Viana, 2020).

Grande parte das informações veiculadas pelos meios de comunicação atualmente são baseadas em pesquisas e estudos estatísticos que permitem deduzir resultados a partir da análise dos dados sobre um determinado tema.

Um exemplo da importância da Estatística para a sociedade é o levantamento de informações gerais sobre a população do Brasil realizado anualmente pelo IBGE.

Com a finalidade de produzir informações básicas para o estudo do desenvolvimento socioeconômico do país, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE realiza anualmente, a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua), essa pesquisa investiga características da população, de educação, trabalho, rendimento e habitação.

A Figura 1, mostra o trecho de uma publicação feita para divulgar alguns resultados da pesquisa PNAD 2022.

Figura 1– Notícia retirada do site do IBGE

PNAD Contínua

161,6 milhões de pessoas com 10 anos ou mais de idade utilizaram a Internet no país, em 2022

Editoria: [Estatísticas Sociais](#) | Caio Belandi | Arte: Jessica Cândido

09/11/2023 10h00 | Atualizado em 09/11/2023 11h15

Destaques

- A proporção de pessoas com 10 anos ou mais de idade que utilizaram a Internet no país passou de 84,7% em 2021 para 87,2% em 2022.
- O percentual de idosos (60 anos ou mais) que utilizam a Internet subiu de 24,7% em 2016 para 62,1% em 2022.
- 98,4% dos estudantes da rede privada e 89,4% dos alunos da rede pública utilizaram a Internet em 2022.
- O equipamento mais utilizado para acessar a Internet em 2022 foi o telefone móvel celular (98,9%). Em seguida, ainda com considerável diferença, vinha a TV (47,5%).
- A proporção de pessoas que acessavam a internet via microcomputador recuou de 63,2% em 2016 para 35,5% de 2022. O acesso à internet por meio do tablet também recuou, neste período, de 16,4% para 7,6%.
- A PNAD Contínua investigou, pela primeira vez em 2022, a frequência com que as pessoas utilizavam a Internet: 93,4% usavam todos os dias.
- 94,4% dos usuários acessaram a internet para conversar por chamadas de voz ou vídeo. As outras finalidades mais relatadas foram: enviar ou receber mensagens de texto, voz ou imagens por aplicativos diferentes de e-mail (92,0%); assistir a vídeos, inclusive programas, séries e filmes (88,3%) e usar redes sociais (83,6%).
- Em 2022, 8,9% dos usuários acessaram a internet por conexão gratuita pública em escolas, universidades ou bibliotecas públicas. Entre os estudantes da rede pública usuários da internet, 26,7% utilizaram essa forma de acesso.
- A maioria das pessoas que não utilizaram a Internet em 2022 tinham menos instrução ou eram idosos (com 60 anos ou mais de idade). O motivo mais apontado pelas pessoas que não acessaram a internet foi por não sabe usar (47,7%). Para 66,1% dos idosos que não utilizaram a Internet, esse foi o principal motivo.
- Em 2022, 86,5% das pessoas de 10 anos ou mais de idade tinham telefone móvel celular para uso pessoal, o que representa um crescimento de 2,1 p.p. em relação a 2021 (84,4%).

Fonte: IBGE (2023)

Agora, organize os alunos em grupos de dois ou três integrantes, de acordo com a quantidade total de alunos da turma e, em seguida, peça a cada grupo que faça a leitura da notícia acima.

Depois da leitura feita pelos grupos, sugere-se promover um debate, perguntando aos alunos: “Alguém que mora no seu domicílio foi entrevistado para essa pesquisa?” É provável que todos respondam não, “mas, de que maneira é possível obter esse resultado sem que alguém do seu domicílio tenha respondido a essa pesquisa?”

Essas questões têm o intuito de proporcionar aos alunos um momento de reflexão discussão e interação a respeito dos termos de uma pesquisa estatística, servindo para verificar os conhecimentos prévios deles sobre população, amostra e variável estatística.

Em seguida, no grupo com todos, as questões são discutidas com ajuda, questionamentos e observações do professor, enfatizando os conceitos de população, amostra e variável estatística, distribuição de frequência e a sua importância.

Por fim, o professor distribuiu um resumo dos principais conceitos de Estatística abordados durante em sala de aula, conforme consta abaixo.

3.2.1.1 Conceitos básicos de estatística

Estatística é a parte da Matemática em que são estudados métodos para coleta, organização e análise de dados de diferentes áreas do conhecimento, visando à tomada de decisões.

Termos da Estatística

População: Consiste no conjunto de todos os elementos que têm a característica do interesse em uma pesquisa. Quando todos os elementos da população são investigados, a pesquisa é censitária e quando não é possível realizar uma pesquisa censitária, é necessário escolher uma amostra que busca retratar as características dessa população.

Amostra: É um subconjunto da população que apresenta as mesmas características da população, ou seja, é uma parcela representativa da população.

Por exemplo, na pesquisa (PNAD Contínua, 2022), as informações referentes à população brasileira, que na época tinha aproximadamente 75,3 milhões de domicílios, foi aplicado um questionário a uma amostra de aproximadamente 168 mil domicílios distribuídas por todo o país. Nesse caso, a população é constituída por todas as pessoas moradoras nos 75,3 milhões domicílios particulares permanentes da área de abrangência da pesquisa e a amostra é constituída pelos 168 mil domicílios escolhidos para participar da pesquisa.

Tipos de amostragem

Amostragem é o processo utilizado para recolher amostras de uma população, de maneira que cada elemento da população deva ter a mesma possibilidade de ser selecionado. Para que uma pesquisa por amostra retrate, da melhor maneira possível, as características da população investigada, é importante que a amostra seja escolhida corretamente. Para isso existem

algumas maneiras de se definir uma amostra. A escolha da técnica de amostragem mais adequada depende da natureza da população e das variáveis investigadas.

Veja a seguir algumas técnicas de amostragem:

Amostra aleatória simples: Os elementos da amostra são escolhidos aleatoriamente. Todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de serem selecionados.

Por exemplo, a pesquisa PNAD contínua 2022 foi realizada por uma amostra aleatória simples de domicílios, as informações são prestadas por pessoa moradora ou não moradora, considerada apta a prestar informação para o conjunto de moradores e pelo domicílio.

Amostra sistemática: Todos os elementos da população são ordenados de modo que possam ser identificados por sua posição. Em seguida, seleciona-se aleatoriamente um desses elementos para compor a amostra e, a partir da ordem desse elemento e de um intervalo regular previamente estabelecidos selecionam-se os demais elementos da amostra.

Amostra estratificada: Quando a população é dividida em grupos distintos denominados estratos, esses estratos são identificados por alguma característica similar aos seus elementos e os indivíduos são escolhidos aleatoriamente de cada estrato.

Variável estatística

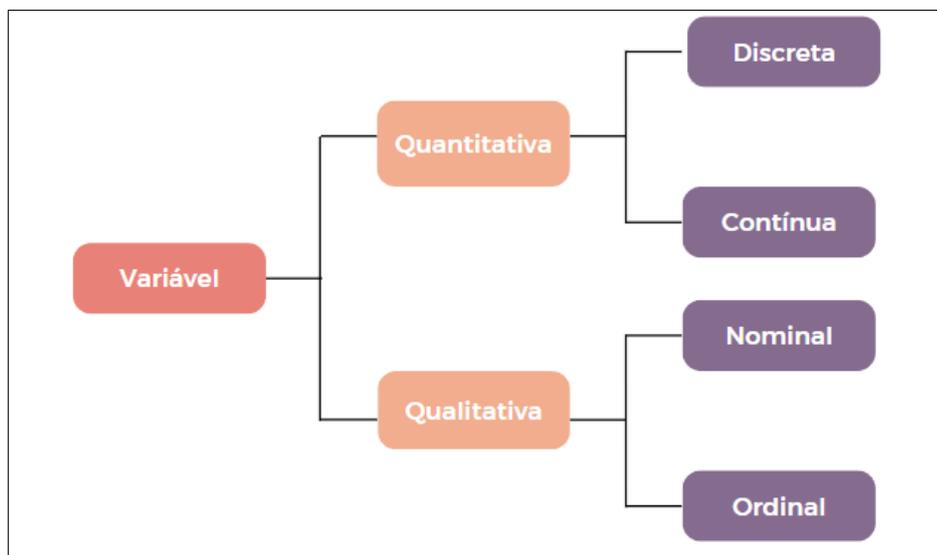
Variável: São as características que se deseja investigar em um estudo estatístico. Podem assumir valores numéricos ou valores não numéricos, sendo classificadas, respectivamente em quantitativas e qualitativas.

As **Variável quantitativas** podem ser expressas por números. São classificadas em discreta e contínuas. As **variáveis quantitativas discretas** representam resultados de contagem e, em geral, são indicadas por números inteiros. Exemplo: número de filhos, quantidade de alunos numa escola. Por outro lado, as **variáveis quantitativas contínuas** representam resultados de medições, ou seja, os valores formam um intervalo de números reais, sejam estes inteiros ou fracionários. Exemplo: peso, altura, tempo, pressão arterial, idade.

Já as **variáveis qualitativas** são as características que não são expressas por valores numéricos. Elas são definidas por uma qualidade ou um atributo dos elementos da população. São classificadas em nominais ou ordinais. As **variáveis qualitativas ordinais** pressupõem uma ordenação. Por exemplo: grau de escolaridade, período de observação de um experimento,

classe social. Já as **variáveis qualitativas nominais** quando os possíveis valores não requerem ordenação. Exemplo: esporte preferido, cor dos olhos, estado civil. A Figura 2 sintetiza as variáveis e suas classificações.

Figura 2 – Fluxograma com os tipos de variáveis estatísticas



Fonte: a autora (2024)

Distribuição de Frequências

É a organização dos valores de uma variável em uma tabela.

A **Frequência absoluta (FA)** é a quantidade de vezes que cada valor da variável aparece nos dados obtidos.

A **Frequência relativa (FR)** é a razão entre a frequência absoluta e o número de dados disponíveis. A frequência relativa pode ser expressa também na forma percentual.

Tabelas de frequência

São tabelas que organizam e resume o conjunto de dados coletados em uma pesquisa. Na tabela de frequência geralmente constam a variável, os valores que ela assume e as respectivas frequências absoluta e relativa.

Exemplo: Veja os dados de uma pesquisa sobre a satisfação dos alunos em relação ao desempenho em Matemática das turmas de 3º ano do Ensino Médio de uma escola que tem 3 turmas de 3º ano, cada uma com 25 alunos. Para tanto, foram selecionados 5 alunos de cada turma, que responderam a um questionário. Depois de coletados, os dados foram organizados na Tabela 1 (Dados fictícios):

Tabela 1 – Resultado da pesquisa (Dados fictícios)

Aluno	Desempenho em Matemática
Aluno 1	ótimo
Aluno 2	bom
Aluno 3	insuficiente
Aluno 4	regular
Aluno 5	regular
Aluno 6	bom
Aluno 7	bom
Aluno 8	ótimo
Aluno 9	bom
Aluno 10	insuficiente
Aluno 11	regular
Aluno 12	regular
Aluno 13	bom
Aluno 14	bom
Aluno 15	insuficiente

Fonte: a autora (2024)

Tabela de frequência da variável desempenho em Matemática

O número de vezes que cada valor da variável desempenho em Matemática é citado representa a frequência absoluta desse valor.

No exemplo anterior, a variável é “desempenho em Matemática”, e a frequência absoluta de cada um dos valores é: ótimo, 2; bom, 6; regular, 4; insuficiente, 3.

Já a frequência relativa representa a frequência absoluta em relação ao total de citações. Para o exemplo, temos as seguintes frequências relativas:

- Ótimo: $\frac{2}{15} = 0,13 = 13\%$
- Bom: $\frac{6}{15} = 0,40 = 40\%$
- Regular: $\frac{4}{15} = 0,27 = 27\%$
- Insuficiente: $\frac{3}{15} = 0,20 = 20\%$

Observe na Tabela 2, a tabela de frequência do exemplo anterior.

Tabela 2 – Desempenho em Matemática dos alunos do 3º ano de uma escola

Desempenho em Matemática	FA	FR (%)
Ótimo	2	13%
Bom	6	40%
Regular	4	27%
Insuficiente	3	20%
Total	15	100%

Fonte: a autora 2024

Vamos agora retomar os termos de Estatística vistos até aqui a partir do enunciado e dos dados do exemplo anterior. Podemos afirmar que:

1. O universo estatístico é constituído de 75 alunos.
2. A amostra dessa pesquisa é constituída de 15 alunos.
3. Desempenho em matemática é uma variável qualitativa ordinal.

3.2.2 Atividade 2: Diferenciando tipos de gráficos (linhas, setores, barras e pictóricos)

Os gráficos têm como objetivo expressar um conjunto de dados para que a compreensão deles seja facilitada. É possível organizar os dados de diversas maneiras, de acordo com a situação considerada. Assim, é proposta uma atividade de apresentação dos diversos tipos de gráficos, como barras, linhas, setores e pictóricos.

Para o desenvolvimento desta aula, solicite aos alunos antecipadamente no final da aula anterior, que selecionem e tragam para a sala de aula notícias divulgadas em jornais, revistas e sites que possuam gráficos, como as encontradas no site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). O professor também deve trazer algumas notícias ilustrada com gráfico, para distribuir, caso a turma não tiver o material necessário para o desenvolvimento da atividade, a fim de que todos possam participar da atividade proposta.

Inicialmente solicite aos alunos que se organizem em grupos com quatro ou cinco integrantes, de acordo com a quantidade total de alunos da turma. Em seguida, inicie a discussão sobre os diferentes tipos de gráficos. Para isso, comente que um gráfico é uma maneira de representar dados e tem como função facilitar a compreensão das informações.

Durante a explicação, mencione os diversos tipos de gráfico que existem, como gráficos de barras horizontais, de barras verticais ou colunas, de linhas, de setores e pictóricos. Ao comentar sobre cada tipo de gráfico, destaque suas características específicas e, quando possível, apresente um exemplo utilizando as imagens fornecidas aos alunos para ilustrar.

Depois de apresentar os diferentes tipos de gráficos e as características de cada um, oriente cada grupo que elabore um cartaz ilustrando cada tipo de gráfico. Peça, também, que identifiquem os seguintes elementos de cada gráfico:

1. Título.
2. Fonte dos dados.
3. Variáveis representadas em cada eixo.
4. Legenda, se tiver.
5. Informações apresentadas em cada gráfico.
6. O tipo de gráfico
7. As características do tipo de gráfico.

Para finalizar, sugere-se que cada grupo escolha um dos gráficos ilustrados no cartaz e o apresente aos colegas, destacando os elementos importantes identificados. Após as apresentações de cada grupo, finalize destacando que, para construirmos um gráfico, precisamos organizar os dados pesquisados sobre o tema escolhido. Além disso, a escolha do gráfico mais apropriado para cada situação depende de vários fatores, como o objetivo da pesquisa ou até mesmo as particularidades das informações a serem apresentadas.

Portanto, para cada conjunto de dados, temos de optar pelo tipo de gráfico mais adequado para mostrar a informação desejada.

Por fim, o professor distribuiu um resumo dos principais tipos de gráficos abordados durante a aula, conforme consta abaixo.

3.2.2.1 Diferenciando tipos de gráficos: linhas, setores, barras, pictóricos

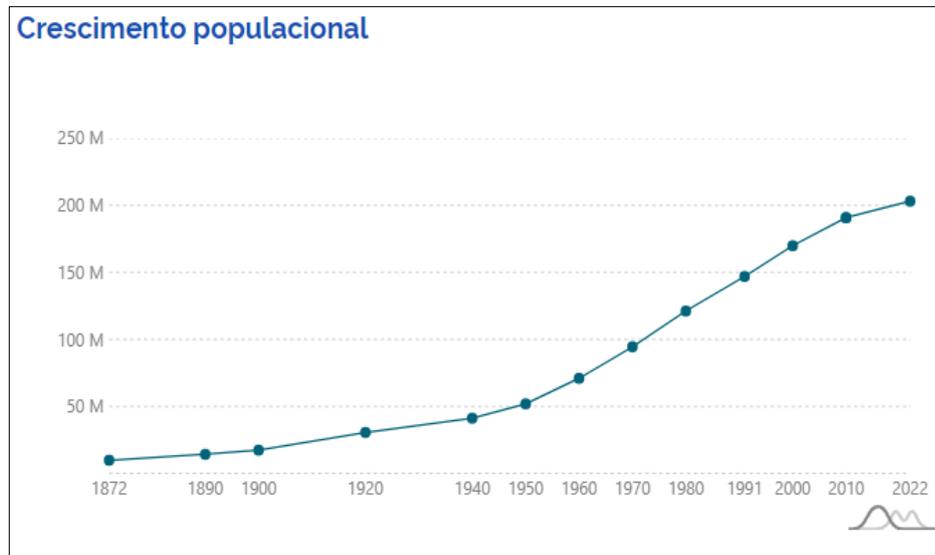
GRÁFICO DE LINHAS

O gráfico de linhas é utilizado principalmente para mostrar a evolução das frequências dos valores de uma variável em determinado período. Ele também é conhecido como gráfico de segmentos (Dante e Viana, 2020).

A posição de cada segmento de reta indica crescimento, decréscimo ou estabilidade no período considerado. A inclinação do segmento de reta indica a intensidade do crescimento ou decréscimo.

Exemplo: A Figura 3, mostra o crescimento da população ao longo do tempo por meio de um gráfico de linhas.

Figura 3 – Crescimento populacional no Brasil no período de 1872 a 2022



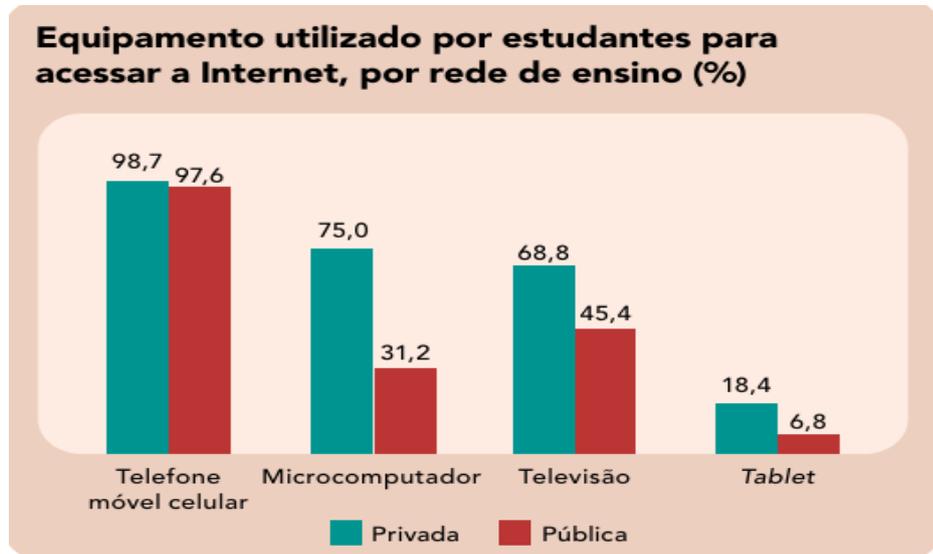
Fonte: Censo 2022: População e Domicílios

GRÁFICO DE BARRAS

O gráfico de barras (ou de colunas) representa os valores de uma variável relacionados às respectivas frequências por meio de barras que podem ser representadas na horizontal ou na vertical, que têm a mesma medida de largura e comprimentos proporcionais aos valores que representam.

Por exemplo, considere o gráfico (Figura 4) que representa os dados do acesso à internet por estudantes de 10 ou mais anos de idade (%) por equipamento, de acordo com a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua) 2022.

Figura 4 – Dados do acesso à internet por estudantes, de 10 ou mais anos de idade (%) por equipamento e por rede de ensino.



Fonte: IBGE. Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2022.

Gráficos de setores

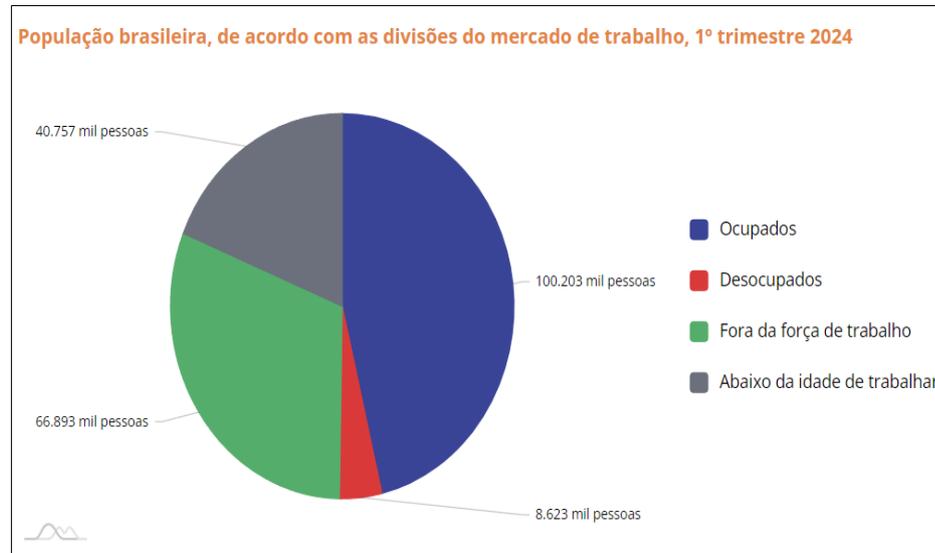
O gráfico de setores, também conhecido como gráficos de pizza, é aquele cujas frequências dos valores das variáveis são associadas a setores circulares.

Para construir um gráfico de setores, dividimos o círculo em setores que tenham medidas de abertura do ângulo central diretamente proporcionais às frequências de cada valor da variável.

O gráfico de setores tem um forte impacto visual e é muito utilizado quando se deseja fazer análise das proporções, pois, quanto maior a frequência de um valor, maior a medida de abertura do ângulo central do setor correspondente.

Por exemplo, na Figura 5, mostra-se o gráfico de setores que apresenta as divisões do mercado de trabalho no 1º trimestre de 2024 no Brasil, segundo dados divulgados pelo IBGE.

Figura 5 – Dados do acesso à internet por estudantes, de 10 ou mais anos de idade (%) por equipamento e por rede de ensino.

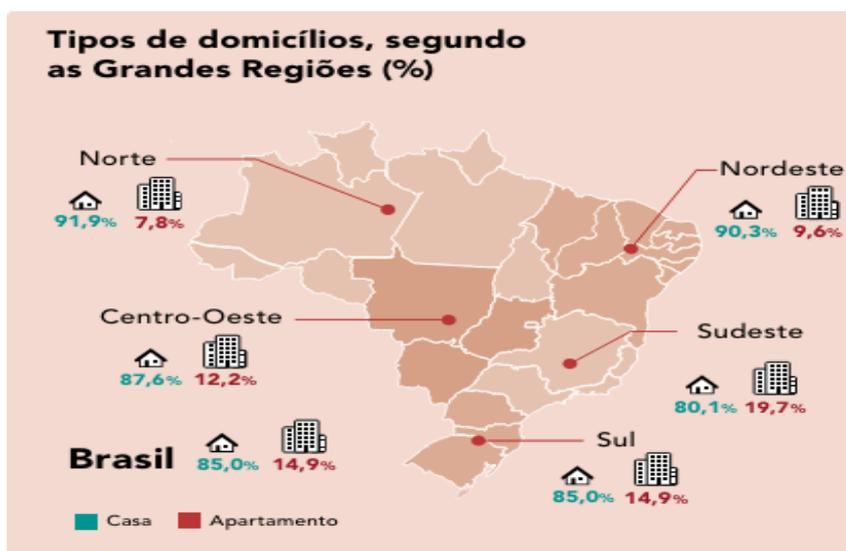


Fonte: IBGE, 2024

Gráfico pictórico

Gráfico pictórico ou pictograma é uma representação gráfica em que são usadas imagens ou figuras relacionadas ao tema da pesquisa para representar os dados e indicar a quantidade. Veja o exemplo (Figura 6).

Figura 6 – Gráfico pictórico que apresenta os tipos de domicílios, segundo as Grandes Regiões do Brasil



Fonte: IBGE, 2022

3.2.3 Atividade 3: Medidas de tendência central e medidas de dispersão

Para o desenvolvimento desta aula, solicite antecipadamente aos alunos que pesquisem o número de medalhas alcançadas pelo Brasil em Jogos Olímpicos, esses dados serão usados no estudo das medidas de tendência central e de dispersão. Para consultar o número de medalhas conquistadas pelo Brasil, acessar o site⁴.

Em Estatística, as medidas de tendência central são utilizadas a fim de obter um valor que tende a caracterizar ou representar um conjunto de dados. As principais medidas de tendência central são a média aritmética, a média aritmética ponderada, a mediana e a moda.

Antes de abordar cada uma das medidas citadas, solicite aos alunos que se organizem em grupos com quatro ou cinco integrantes, em seguida, proponha aos grupos que citem situações do cotidiano em que é interessante utilizar um único valor ou poucos valores para representar um conjunto de dados obtidos em uma pesquisa.

Em seguida, peça a cada grupo que utilizem os dados pesquisados sobre o número de medalhas conquistadas pelo Brasil em Jogos Olímpicos para determinar essas medidas citadas acima. Depois, solicite aos alunos que observem as informações obtidas, analisem e descrevam as conclusões obtidas. A seguir, reproduzimos na Tabela 3, o número de medalhas por Jogos Olímpicos.

Tabela 3 – Número de medalhas conquistadas pelo Brasil em Jogos Olímpicos (1920 a 2024).

Edição	Total de medalhas
Paris 2024	20
Tóquio 2020	21
Rio 2016	19
Londres 2012	17
Pequim 2008	17
Atenas 2004	10
Sydney 2000	12
Atlanta 1996	15
Barcelona 1992	3
Seul 1988	6
Los Angeles 1984	8
Moscou 1980	4
Montreal 1976	2
Munique 1972	2
Cidade do México 1968	3
Tóquio 1964	1
Roma 1960	2

⁴ Site: <https://www.cob.org.br/time-brasil>. Acesso em: 10 out. 2024.

Melbourne 1956	1
Helsinque 1952	3
Londres 1948	1
Antuérpia 1920	3

Fonte: COMITÊ OLÍMPICO BRASILEIRO

3.2.3.1 Medidas de tendência central e medidas de dispersão

Medidas de tendência central

Aplicando esses dados da tabela, solicite aos alunos que calculem o valor da média aritmética das medalhas conquistadas, com o auxílio da calculadora. Para tal, os alunos devem somar todos os valores, presentes na tabela, da quantidade de medalhas e dividir esse total pelo número de edições de jogos olímpicos que o Brasil participou. No caso em que a média aritmética for ponderada, então é necessário multiplicar cada valor do conjunto pelo respectivo peso antes de efetuar a adição e dividir pela soma dos pesos. Explicar aos alunos que a média aritmética é um caso particular de média aritmética ponderada. Espera-se que eles percebam que, no cálculo da média aritmética os pesos dos dados são todos iguais.

No exemplo dado, a soma do número de medalhas conquistadas pelo Brasil nos 21 jogos olímpicos que participou é 170 e a média aritmética \bar{x} é dada por:

$$\bar{x} = \frac{170}{21} \cong 8.$$

Em seguida, solicite-lhes que determinem a moda e a mediana do número de medalhas presente na tabela.

Pergunte aos alunos qual é a moda dos dados acima. Explique que a moda é o valor que aparece com mais frequência, ou seja, a resposta esperada é 3.

Para determinar a mediana, é necessário ordenar os dados do conjunto em ordem crescente e verificar qual é o valor central, ou seja, o valor que divide o conjunto de valores em dois subconjuntos com o mesmo número de elementos. Pergunte aos alunos como eles podem determinar esse valor. Como o número de valores na tabela é ímpar (21 edições de jogos), existe um valor central.

Para determinar o valor que representa a mediana para um conjunto com n elementos, sendo n ímpar, exatamente como o nosso caso, que é 21, basta calcular o termo $\frac{n+1}{2}$.

$$\frac{n+1}{2} = \frac{22}{2} = 11^{\circ} \text{ termo da lista.}$$

Então, devemos considerar o termo 11º para o cálculo da mediana.

Assim, oriente-os a escrever os dados em ordem crescente da seguinte forma.

1; 1; 1; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; **4**; 6; 8; 10; 12; 15; 17; 17; 19; 20; 21.

O termo destacado representa a mediana, ou seja, a mediana é igual a 4.

Para determinar o valor que representa a mediana para um conjunto com n elementos, sendo n par, deve-se calcular a média aritmética entre os dois valores centrais. Para isso, toma-se o termo $\frac{n}{2}$ e seu sucessor.

Medidas de dispersão

Vimos que as medidas de tendência central, como a média, a moda e a mediana, podem ser utilizadas para representar um conjunto de dados por um único valor. No entanto, nem sempre a média aritmética é suficiente para caracterizar um grupo de dados. Para isso, é conveniente utilizar medidas que expressem o grau de dispersão desse conjunto. As mais usadas são a amplitude, a variância e o desvio padrão.

Agora, solicite aos alunos que calculem o valor da amplitude dos valores da tabela. Para tal, os alunos devem identificar o maior e o menor valor da quantidade de medalha na tabela, depois calcular a diferença entre eles.

Nesse caso, o menor valor é 1 e o maior é 21, logo, a amplitude (A) é dada por:

$$A = 21 - 1 = 20$$

A amplitude de um conjunto de valores numéricos mostra a faixa de variação entre os elementos desse conjunto.

Por fim, solicite-lhes que determinem a variância e o desvio padrão das medalhas descritas na tabela, com auxílio da calculadora.

Explique que a variância é uma medida de dispersão na qual se avaliam as diferenças entre os valores x_i e a média aritmética ($x_i - \bar{x}$), que são chamados de desvios. A variância é definida como a média aritmética dos quadrados dos desvios.

Nesse caso, a média aritmética é $\bar{x} \cong 8$.

A soma dos quadrados dos 21 desvios é 1040 e a variância (V) é dada por:

$$V = \frac{1040}{21} \cong 49.$$

Para determinar o desvio padrão, basta calcular a raiz quadrada da variância. O desvio padrão é dado por:

$$DP = \sqrt{49} = 7.$$

Explique que o desvio padrão facilita a interpretação dos dados em algumas análises, pois é expresso na mesma unidade dos valores analisados, além disso, indica quanto os pontos estão dispersos em relação à média. Quanto mais próximo de zero o desvio padrão estiver, mais regular é a distribuição dos valores da variável. Por outro lado, quanto maior o desvio padrão, mais disperso é a distribuição dos valores da variável.

Por fim, solicite a cada grupo que escrevam um pequeno texto sobre o que puderam observar em relação as informações obtidas, analisem e descrevam as conclusões obtidas sobre os valores das medidas encontradas.

Existem diversos pontos que podem ser abordados na conclusão dos alunos. Pode-se comentar que o Brasil conquistou 170 medalhas desde sua primeira participação, tendo obtido, por exemplo, 3 medalhas na maioria das participações. Esse valor representa a moda. O resultado referente à variância revela uma grande variabilidade no número de medalhas conquistadas pelo Brasil nas edições em que participou. Isso é evidente na tabela, que mostra um aumento significativo na quantidade de medalhas obtidas pelo Brasil nas últimas edições em comparação com as primeiras.

Depois, oriente os alunos a exporem suas conclusões para verificar semelhanças e diferenças, bem como avaliar se há algum erro conceitual cometido nas explicações dadas por eles.

3.2.4 Atividade 4: Resolução de questões do Enem que abordam estatística

Resolver as questões do Enem é uma estratégia fundamental para quem pretende exercitar as habilidades necessárias para a realização dele. Além de promover a familiarização do aluno com o tipo de questões, essa prática ajuda os alunos a identificarem suas dificuldades e aprimorar suas habilidades.

Nessa atividade, são propostas dez questões que compuseram edições anteriores do Enem, no período de 2014 a 2023. Inicialmente, foi feita uma seleção das questões que compõem o banco de provas de Matemática e suas Tecnologias das edições do Enem nesse período. Foi considerado para essa seleção, todos os cadernos de provas de cor cinza, visando obter uma organização precisa dessas questões. Assim, foram selecionadas todas as questões que abordam conceitos relacionados a Estatística, como a análise, interpretação e comparação

de dados por meio de tabelas e gráficos, e as medidas de tendência Central (a Moda, a Média e a Mediana) e de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão) e dessas, foram escolhidas aleatoriamente dez questões para compor a atividade. Para a aplicação dessa atividade, proponha que os alunos respondam as questões aplicando as etapas da resolução de problema descritos a seguir, sinteticamente, de acordo com Polya (1995).

- Compreender o problema: o que se pede; quais são os dados.
- Elaborar um plano: estratégias para resolver o problema; como organizar os dados.
- Executar o plano: executar as estratégias; fazer os cálculos.
- Fazer a verificação ou o retrospecto: verificar se as soluções estão corretas; se há outras maneiras de resolver o problema.

AS QUESTÕES DA ATIVIDADE

1. (ENEM 2023/Questão167)

Os 100 funcionários de uma empresa estão distribuídos em dois setores: Produção e Administração. Os funcionários de um mesmo setor recebem salários com valores iguais. O quadro apresenta a quantidade de funcionários por setor e seus respectivos salários.

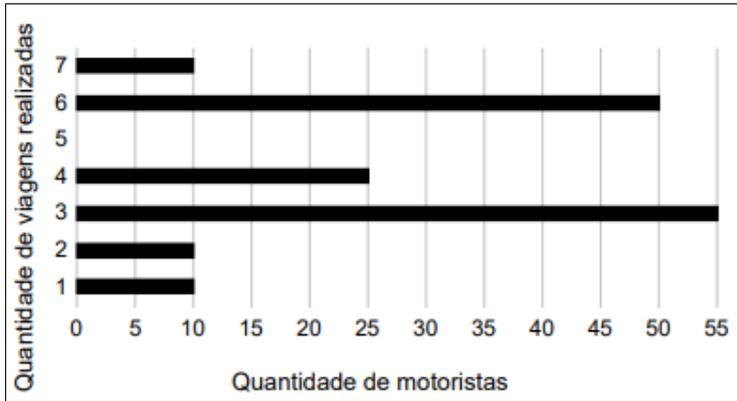
Setor	Quantidade de funcionários	Salário (em real)
Produção	75	2 000,00
Administração	25	7 000,00

A média dos salários dos 100 funcionários dessa empresa, em real, é

- A) 2 000,00.
- B) 2 500,00.
- C) 3 250,00.
- D) 4 500,00.
- E) 9 000,00.

2. (ENEM 2023/Questão 162)

Uma empresa de transporte faz regularmente um levantamento do número de viagens realizadas durante o dia por todos os 160 motoristas cadastrados em seu aplicativo. Em um certo dia, foi gerado um relatório, por meio de um gráfico de barras, no qual se relacionaram a quantidade de motoristas com a quantidade de viagens realizadas até aquele instante do dia.

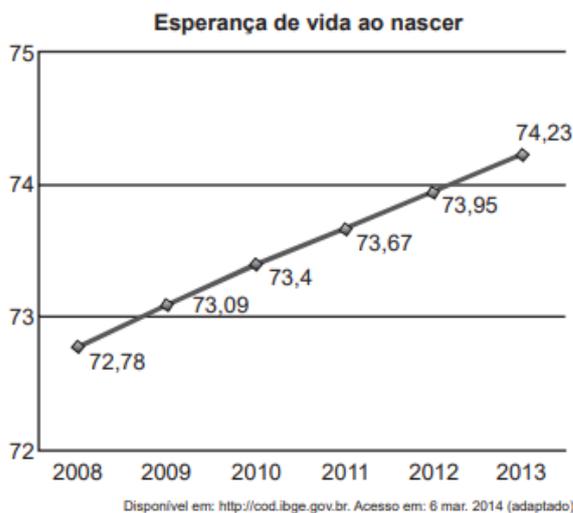


Comparando os valores da média, da mediana e da moda da distribuição das quantidades de viagens realizadas pelos motoristas cadastrados nessa empresa, obtém-se:

- A) mediana = média < moda.
- B) mediana = moda < média.
- C) mediana < média < moda.
- D) moda < média < mediana.
- E) moda < mediana < média.

3. (ENEM 2023/Questão 136)

A esperança de vida ao nascer é o número médio de anos que um indivíduo tende a viver a partir de seu nascimento, considerando dados da população. No Brasil, esse número vem aumentando consideravelmente, como mostra o gráfico.



Pode-se observar que a esperança de vida ao nascer em 2012 foi exatamente a média das registradas nos anos de 2011 e 2013. Suponha que esse fato também ocorreu com a esperança de vida ao nascer em 2013, em relação às esperanças de vida de 2012 e de 2014. Caso a suposição feita tenha sido confirmada, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 terá sido, em ano, igual a

- A) 74,23.
- B) 74,51.
- C) 75,07.
- D) 75,23.
- E) 78,49.

4. (ENEM 2016/Questão 175)

O procedimento de perda rápida de “peso” é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três “pesagens” antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”. As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem (kg)	2ª pesagem (kg)	3ª pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três “pesagens”, os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta. A primeira luta foi entre os atletas

- A) I e III.
- B) I e IV.
- C) II e III.
- D) II e IV.
- E) III e IV.

5. (ENEM 2021/Questão 138)

O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Disponível em: <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/m7-world.php>. Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período. Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

- A) 11.
- B) 15.
- C) 15,5.
- D) 15,7.
- E) 17,5.

6. (ENEM 2022/QUESTÃO 142)

Nos cinco jogos finais da última temporada, com uma média de 18 pontos por jogo, um jogador foi eleito o melhor do campeonato de basquete. Na atual temporada, cinco jogadores têm a chance de igualar ou melhorar essa média. No quadro estão registradas as pontuações desses cinco jogadores nos quatro primeiros jogos das finais deste ano.

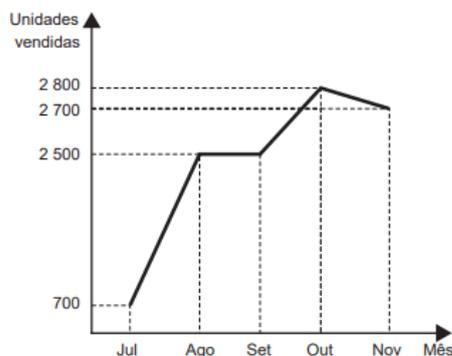
Jogadores	Jogo 1	Jogo 2	Jogo 3	Jogo 4
I	12	25	20	20
II	12	12	27	20
III	14	14	17	26
IV	15	18	21	21
V	22	15	23	15

O quinto e último jogo será realizado para decidir a equipe campeã e qual o melhor jogador da temporada. O jogador que precisa fazer a menor quantidade de pontos no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada, é o

- A) I. B) II. C) III. D) IV. E) V.

7. (ENEM 2019/Questão167)

O gráfico a seguir mostra a evolução mensal das vendas de certo produto de julho a novembro de 2011.



Sabe-se que o mês de julho foi o pior momento da empresa em 2011 e que o número de unidades vendidas desse produto em dezembro de 2011 foi igual à média aritmética do número de unidades vendidas nos meses de julho a novembro do mesmo ano.

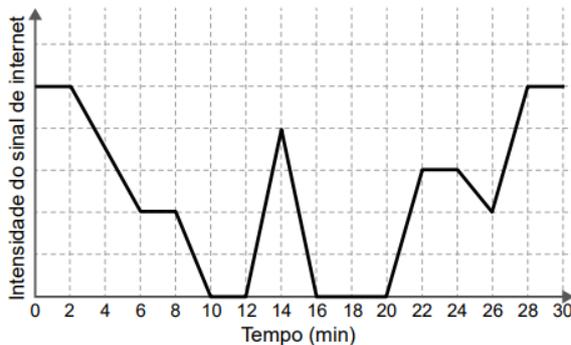
O gerente de vendas disse, em uma reunião da diretoria, que, se essa redução no número de unidades vendidas de novembro para dezembro de 2011 se mantivesse constante nos meses subsequentes, as vendas só voltariam a ficar piores que julho de 2011 apenas no final de 2012.

O diretor financeiro rebateu imediatamente esse argumento mostrando que, mantida a tendência, isso aconteceria já em

- A) janeiro. B) fevereiro. C) março. D) abril. E) maio.

8. (ENEM 2023/Questão 139)

Uma pessoa caminha por 30 minutos e utiliza um aplicativo instalado em seu celular para monitorar a variação da intensidade do sinal de internet recebido pelo aparelho durante o deslocamento. Chegando ao seu destino, o aplicativo forneceu este gráfico:



Por quantos minutos, durante essa caminhada, o celular dessa pessoa ficou sem receber sinal de internet?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 14 E) 24

9. (ENEM 2016/QUESTÃO 164)

Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

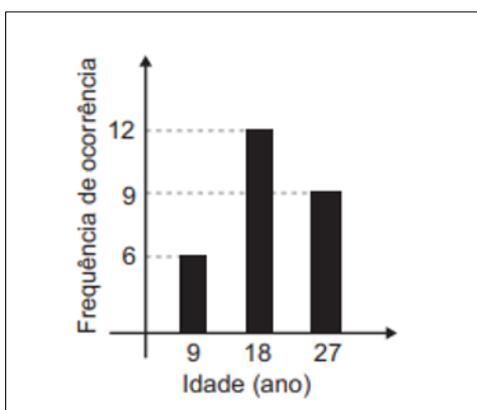
Número de pessoas	Térreo	1º andar	2º andar	3º andar	4º andar	5º andar
que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
que saem do elevador	0	3	1	2	0	6

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. (ENEM 2021/Questão 147)

Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

- A) 9.
- B) 12.
- C) 18.
- D) 19.
- E) 27.

3.3 SEGUNDA ETAPA: USO DO SOFTWARE LIVRE LIBREOFFICE PARA APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS DE UMA PESQUISA

A segunda etapa consiste em aplicar os conceitos estudados na primeira etapa, em aulas práticas no laboratório de informática fazendo uso da planilha eletrônica LibreOffice Calc. Esse e os demais programas de escritório da LibreOffice estão disponíveis para download⁵ gratuitamente. A planilha eletrônica LibreOffice Calc, é uma ferramenta que, entre outras vantagens, permite a construção de gráficos. A utilização desse recurso tecnológico auxilia a representar e a interpretar dados de uma pesquisa. Assim, essa etapa, tem como objetivo fazer com que os alunos aprendam a usar a planilha eletrônica LibreOffice Calc, para construir tabelas e gráficos, além de calcular as medidas de tendência central e de dispersão.

Esta etapa foi organizada em duas atividades, sendo a primeira destinada a realização de uma pesquisa na sala de aula, coletando informações pessoais dos alunos, informações essas que serão utilizadas para a construção de tabelas e gráficos, assim como o cálculo das medidas de tendência central e medidas de dispersão, e a segunda destinada a trabalhar com o LibreOffice Calc no laboratório de informática da escola.

Duração: 5 aulas de 50 minutos cada, sendo duas aulas destinadas para a atividade 1 e três aulas para a atividade 2.

Objetivos da Etapa

⁵ Disponível para download gratuitamente em: <https://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/libreoffice-novo>. (Acesso em: 13 de jun. 2024).

- Realizar uma pesquisa em sala de aula;
- Utilizar os conceitos da Estatística na organização e análise dos dados e na apresentação dos resultados da pesquisa.
- Conhecer e utilizar a planilha eletrônica para organizar dados em tabelas e gráficos, bem como na obtenção das medidas de tendência central e de dispersão dos dados.
- Utilizar corretamente as funções da planilha eletrônica Libreoffice Calc;
- Construir gráficos com base em dados coletados por uma pesquisa.

Recursos e/ ou materiais necessários: Projetor de imagem, quadro, pincel, lápis ou caneta, caderno, computadores com o software LibreOffice Calc instalado.

Metodologia

Os alunos organizados em grupos deverão elaborar, realizar e apresentar os resultados de uma pesquisa feita na sala de aula para levantar dados pessoais deles próprios, todos devem responder um questionário elaborado para o levantamento desses dados. Em seguida, no laboratório de informática e fazendo uso do software LibreOffice Calc, deverão organizar e apresentar esses dados em forma de tabelas ou gráficos.

3.3.1 Atividade 1: Realizando uma pesquisa estatística na sala de aula

Nesta atividade, os alunos vão realizar uma pesquisa dentro da sala de aula, coletando dados que utilizarão para a construção de tabelas e gráficos na segunda atividade desta etapa.

Primeiramente, questione os alunos sobre quais são os passos necessários para fazer uma pesquisa estatística. Ouça as informações apresentadas por eles, corrigindo ou complementando caso seja preciso.

Então, incentive-os a ler os principais tópicos de uma pesquisa apresentados a seguir e faça-os perceber a importância de cada etapa descrita.

ETAPAS DE UMA PESQUISA ESTATÍSTICA

Para chegar aos resultados de uma pesquisa, algumas etapas são necessárias, conforme apresentado a seguir.

I. Planejamento: Escolha do tema, da população, das variáveis e do tipo de pesquisa

O primeiro passo ao planejar uma pesquisa estatística, é definir o que se quer investigar, ou avaliar, determinando-se o tema. Depois de definir o tema, é hora de definir a população a ser investigada e o tipo de pesquisa, amostral ou censitária. Após isso, determina-se as variáveis de estudo, ou seja, as características que pretendem estudar.

II. Coleta de dados

Nesse momento, é preciso definir quais variáveis serão analisadas e, como os dados serão coletados, para isso, define-se os instrumentos que serão utilizados, como uma entrevista ou um questionário. Em seguida, realiza-se a pesquisa aplicando o instrumento definido.

III. Organização dos dados

Depois da coleta, os dados obtidos são organizados em tabelas ou gráficos, de acordo com os objetivos da pesquisa. Nesse momento, também é importante escolher o melhor tipo de gráfico para cada conjunto de dados.

IV. Análise e apresentação dos resultados

Depois da organização dos dados, é o momento de analisá-los e obter conclusões sobre eles. Os resultados da pesquisa podem ser apresentados por meio de um relatório com textos explicativos, tabelas e gráficos, com o objetivo de facilitar a comunicação e a compreensão dos dados da pesquisa. No relatório final, toda a metodologia da pesquisa deve estar disponível, assegurando assim a credibilidade das conclusões.

Verifique se a turma compreendeu o que foi apresentado e, se necessário, retome explicações anteriores envolvendo identificação do objeto de pesquisa, definição do tipo de pesquisa, escolha do tipo de amostra (quando a pesquisa não é censitária), coleta de informações, organização e apresentação dos dados.

Realizando uma pesquisa na sala de aula

Vamos realizar uma pesquisa na sua sala de aula. Inicialmente, organize os alunos em grupos de quatro ou cinco integrantes. Em seguida, oriente-os sobre a pesquisa que deverão desenvolver na sua própria sala de aula. Para isso, siga o passo a passo a seguir.

1º passo: Defina o objeto de pesquisa, a população e o tipo da pesquisa. Para este exemplo, vamos considerar como objetivo descobrir o perfil dos alunos da turma. Para a população, consideraremos todos os alunos da sala.

2º passo: Agora que definimos os parâmetros da pesquisa, opte entre pesquisa censitária ou amostral. Por exemplo, se a turma tem muitos alunos, convém fazer uma pesquisa amostral, nesse caso, escolha um tipo de amostra.

3º passo: Neste caso, o instrumento de pesquisa pode ser um questionário com perguntas sobre o objeto de pesquisa como: “Qual é seu nome?”; “Qual é o sexo?”; “Qual é sua idade?”; “Qual é a sua altura?”; “Qual é o esporte preferido?”; Qual é o Lazer preferido?”; “Quantas horas por semana, aproximadamente, você pode dedicar aos estudo em casa?”; “Qual a profissão quer seguir?”. Depois, cada grupo aplica esse questionário para outro grupo, de modo que todos respondam ao questionário. Oriente-os a coletarem os dados pela sala. Dê o tempo necessário para que consigam informações suficientes. Se necessário, acompanhe-os e os auxilie nas questões e na anotação dos dados coletados.

4º passo: Agora que concluíram a pesquisa e já tem todos os dados, peça que guardem todas as informações registradas, pois elas serão utilizadas na próxima aula para a construção de tabelas e gráficos construídos em uma planilha eletrônica.

3.3.2 Atividade 2: Construindo gráficos e calculando medidas de posição e de dispersão utilizando o LibreOffice Calc.

Inicie a atividade organizando os alunos com os mesmos grupos formados na atividade anterior. Em seguida, se possível, leve-os ao laboratório de informática, oriente-os na organização dos dados utilizando a planilha eletrônica LibreOffice Calc.

Para isso, pergunte aos alunos se “sabem o que é uma planilha eletrônica?”; “O que pode ser feito em planilhas eletrônicas?”. Apresente o LibreOffice Calc aos alunos e, se possível leve-os a sala de informática para que o utilizem organizando os dados da pesquisa realizada.

Destaque a utilidade desse aplicativo do Libre Office, explicando que é uma planilha eletrônica que possibilita, entre outras coisas, a construção de gráficos.

Depois, solicite que os alunos organizem todos os dados coletados em uma tabela e após a construção da tabela, escolham o tipo de gráfico adequado e o construam, para

representar os dados obtidos com a pesquisa. Mostre a eles que não há um modelo único de gráfico para as tabelas construídas, porém comentando que o gráfico tem como função apresentar uma informação, e sua apresentação é de fundamental importância para se atingir esse objetivo.

Ainda com o auxílio da planilha eletrônica, solicite que os alunos determinem as medidas de tendência central e de dispersão, se for o caso. Em seguida, analisem-nas.

Por fim, peça que os grupos elaborem um cartaz contendo a tabela, o gráfico e as conclusões que obtiveram com a pesquisa. Em seguida os grupos devem apresentar para os colegas os resultados.

Mas antes de iniciar essa atividade, vamos aprender como manipular dados e construir gráficos utilizando a planilha eletrônica LibreOffice Calc, para isso, o professor deve seguir as orientações propostas a seguir e outras que achar conveniente.

3.3.2.1 O LibreOffice Calc

A planilha do LibreOffice Calc é uma ferramenta que, entre outras vantagens, permite a construção de gráficos. Utilizaremos esse recurso tecnológico para auxiliar a representar e a interpretar dados de uma pesquisa. Nesse momento, inicia-se a apresentação do LibreOffice Calc aos alunos.

Para isso, solicite aos alunos que pesquisem o quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio em 2020, esses dados serão usados para os alunos aprenderem a usar o software LibreOffice Calc. Para consultar o quadro de medalhas do Brasil, acessar o site⁶.

A seguir, reproduzimos o quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020.

Tabela 4 – Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020.

Medalha	Modalidade	Atleta
Ouro	Surfe	Ítalo Ferreira
Ouro	Vela	Martine Grael e Kahena Kunze
Ouro	Ginástica artística	Rebeca Andrade
Ouro	Maratona aquática	Ana Marcela Cunha
Ouro	Canoagem	Isaquias Queiroz
Ouro	Boxe	Hebert Conceição

⁶ Disponível em: <https://ge.globo.com/olimpiadas/noticia/quantas-medalhas-o-brasil-ja-ganhou-nas-olimpiadas-2020-veja-quadro.ghtml>. Acesso em: 13 jun. 2024.

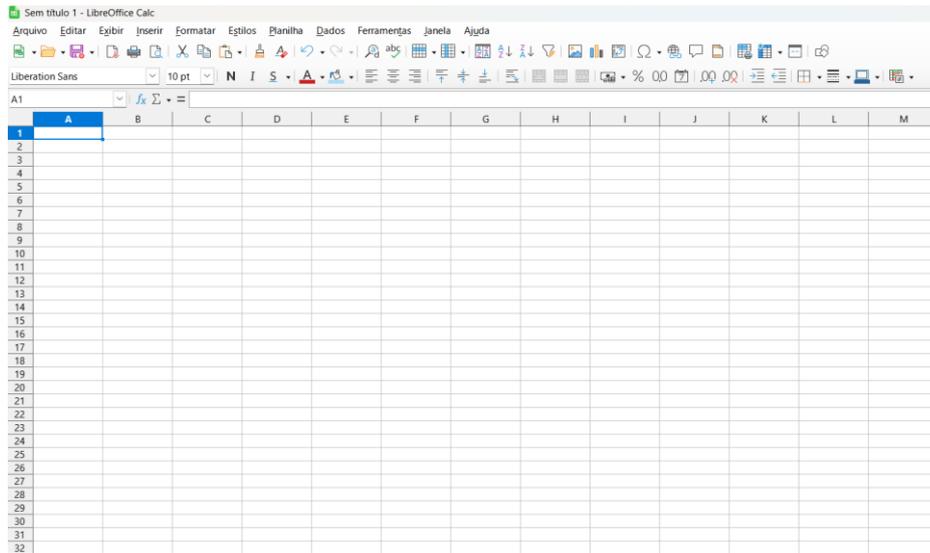
Ouro	Futebol masculino	Seleção Brasileira
Prata	Skate Street	Rayssa Leal
Prata	Skate Street	Kelvin Hoefler
Prata	Ginástica artística	Rebeca Andrade
Prata	Skate Park	Pedro Barros
Prata	Boxe	Beatriz Ferreira
Prata	Vôlei feminino	Seleção Brasileira
Bronze	Judô	Daniel Cargnin
Bronze	Natação	Fernando Scheffer
Bronze	Judô	Mayra Aguiar
Bronze	Tênis	Luiza Stefani e Laura Pigossi
Bronze	Atletismo	Alisson dos Santos
Bronze	Atletismo	Thiago Braz
Bronze	Boxe	Abner Teixeira
Bronze	Natação	Bruno Fratus

Fonte: Globo Esporte, 2021.

Depois, esses dados devem ser copiados na planilha eletrônica do LibreOffice Calc e a partir deles, solicitar que os alunos construam, por exemplo, uma tabela de frequência da variável medalha. Acompanhe a seguir os passos para essa construção.

Inicialmente, devemos abrir o LibreOffice Calc e acessar a planilha eletrônica, nessa planilha as colunas são identificadas pelas letras do alfabeto, e as linhas são numeradas como mostra a Figura 7.

Figura 7 – Tela inicial da planilha eletrônica LibreOffice Calc.



Fonte: Elaborada pela autora (2024)

Para preencher, digite na planilha os dados do quadro de medalhas, na primeira linha o título e na segunda linha, as informações disponíveis, como mostra a Figura 8.

Figura 8 – Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020 construída no LibreOffice.

	A	B	C
1	Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020		
2	Medalha	Modalidade	Atleta
3	Ouro	Surfe	Italo Ferreira
4	Ouro	Vela	Martine Graef e Kahena Kunze
5	Ouro	Ginástica artística	Rebeca Andrade
6	Ouro	Maratona aquática	Ana Marcela Cunha
7	Ouro	Canoagem	Isaquias Queiroz
8	Ouro	Boxe	Hebert Conceição
9	Ouro	Futebol masculino	Seleção Brasileira
10	Prata	Skate Street	Rayssa Leal
11	Prata	Skate Street	Kelvin Hoefler
12	Prata	Ginástica artística	Rebeca Andrade
13	Prata	Skate Park	Pedro Barros
14	Prata	Boxe	Beatriz Ferreira
15	Prata	Vôlei feminino	Seleção Brasileira
16	Bronze	Judô	Daniel Cargnin
17	Bronze	Natação	Fernando Scheffer
18	Bronze	Judô	Mayra Aguiar
19	Bronze	Tênis	Luiza Stefani e Laura Pigossi
20	Bronze	Atletismo	Aisson dos Santos
21	Bronze	Atletismo	Thiago Braz
22	Bronze	Boxe	Abner Teixeira
23	Bronze	Natação	Bruno Fratus

Fonte: a autora (2024)

Em seguida, na mesma planilha, insira a tabela de frequências da variável medalha, sem preencher os valores das frequências, que vamos obter através de fórmulas. Na célula F3, digite a fórmula = **cont.se(A3:A23;E3)** Para obter a frequência do valor ouro. De maneira análoga,

obtenha a frequência dos valores prata e bronze utilizando as fórmulas **=cont.se(A3:A23;E4)** em F4 e **=cont.se(A3:A23;E5)** em F5, respectivamente. Para calcular o total, digite a fórmula **=soma(F3:D5)** na célula F6.

Figura 9 – Tabela de frequência absoluta da variável medalha construída no LibreOffice.

Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020				Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020		
Medalha	Modalidade	Atleta		Medalha	Frequência	Frequência relativa
Ouro	Surfe	Ítalo Ferreira		Ouro	7	
Ouro	Vela	Martine Graell e Kahena Kunze		Prata	6	
Ouro	Ginástica artística	Rebeca Andrade		Bronze	8	
Ouro	Maratona aquática	Ana Marcela Cunha		Total	21	
Ouro	Canoagem	Isaquias Queiroz				
Ouro	Boxe	Hebert Conceição				
Ouro	Futebol masculino	Seleção Brasileira				
Prata	Skate Street	Rayssa Leal				
Prata	Skate Street	Kelvin Hoeffler				
Prata	Ginástica artística	Rebeca Andrade				
Prata	Skate Park	Pedro Barros				
Prata	Boxe	Beatriz Ferreira				
Prata	Vôlei feminino	Seleção Brasileira				
Bronze	Judô	Daniel Cargnin				
Bronze	Natação	Fernando Scheffer				
Bronze	Judô	Mayra Aguiar				
Bronze	Tênis	Luiza Stefani e Laura Pigossi				
Bronze	Atletismo	Alisson dos Santos				
Bronze	Atletismo	Thiago Braz				
Bronze	Boxe	Abner Teixeira				
Bronze	Natação	Bruno Fratus				

Fonte: a autora (2024).

Para calcular a frequência relativa, digite as fórmulas **=F3/F6**, **=F4/F6**, **=F5/F6**, respectivamente, nas células G3, G4 e G5. Em seguida, obtenha o total digitando **=soma(G3:G5)** na célula G6. Outra opção ao inserir fórmulas na planilha eletrônica, em vez de digitar os códigos de células ou intervalos de células, você também pode selecioná-la utilizando o teclado ou mouse.

Figura 10 – Tabela de frequência relativa da variável medalha construída no LibreOffice Calc.

Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020			Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020		
Medalha	Modalidade	Atleta	Medalha	Frequência	Frequência relativa
Ouro	Surfe	Ítalo Ferreira	Ouro	7	0,3333
Ouro	Vela	Martine Graef e Kahena Kunze	Prata	6	0,2857
Ouro	Ginástica artística	Rebeca Andrade	Bronze	8	0,3810
Ouro	Maratona aquática	Ana Marcela Cunha	Total	21	1
Ouro	Canoagem	Isaquias Queiroz			
Ouro	Boxe	Hebert Conceição			
Ouro	Futebol masculino	Seleção Brasileira			
Prata	Skate Street	Rayssa Leal			
Prata	Skate Street	Kelvin Hoefler			
Prata	Ginástica artística	Rebeca Andrade			
Prata	Skate Park	Pedro Barros			
Prata	Boxe	Beatriz Ferreira			
Prata	Vôlei feminino	Seleção Brasileira			
Bronze	Judô	Daniel Cargnin			
Bronze	Natação	Fernando Scheffer			
Bronze	Judô	Mayra Aguiar			
Bronze	Tênis	Luiza Stefani e Laura Pigossi			
Bronze	Atletismo	Alisson dos Santos			
Bronze	Atletismo	Thiago Braz			
Bronze	Boxe	Abner Teixeira			
Bronze	Natação	Bruno Fratus			

Fonte: a autora (2024).

Para exibir as frequências relativas em porcentagem, seleciona o intervalo de células G3:G6 e clique no botão com símbolo de porcentagem.

Outra opção é clicar com o botão direito do mouse no intervalo selecionado e clicar em formatar células. Na opção números, é possível escolher entre diversos tipos e formatos de conteúdo para as células como porcentagem ou fração.

Figura 11 – Tabela de frequências relativa em porcentagem construída no LibreOffice Calc.

Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020			Quadro de medalhas do Brasil nos Jogos Olímpicos de Tóquio 2020		
Medalha	Modalidade	Atleta	Medalha	Frequência	Frequência relativa
Ouro	Surfe	Ítalo Ferreira	Ouro	7	33,33%
Ouro	Vela	Martine Graef e Kahena Kunze	Prata	6	28,57%
Ouro	Ginástica artística	Rebeca Andrade	Bronze	8	38,10%
Ouro	Maratona aquática	Ana Marcela Cunha	Total	21	100,00%
Ouro	Canoagem	Isaquias Queiroz			
Ouro	Boxe	Hebert Conceição			
Ouro	Futebol masculino	Seleção Brasileira			
Prata	Skate Street	Rayssa Leal			
Prata	Skate Street	Kelvin Hoefler			
Prata	Ginástica artística	Rebeca Andrade			
Prata	Skate Park	Pedro Barros			
Prata	Boxe	Beatriz Ferreira			
Prata	Vôlei feminino	Seleção Brasileira			
Bronze	Judô	Daniel Cargnin			
Bronze	Natação	Fernando Scheffer			
Bronze	Judô	Mayra Aguiar			
Bronze	Tênis	Luiza Stefani e Laura Pigossi			
Bronze	Atletismo	Alisson dos Santos			
Bronze	Atletismo	Thiago Braz			
Bronze	Boxe	Abner Teixeira			
Bronze	Natação	Bruno Fratus			

Fonte: a autora (2024).

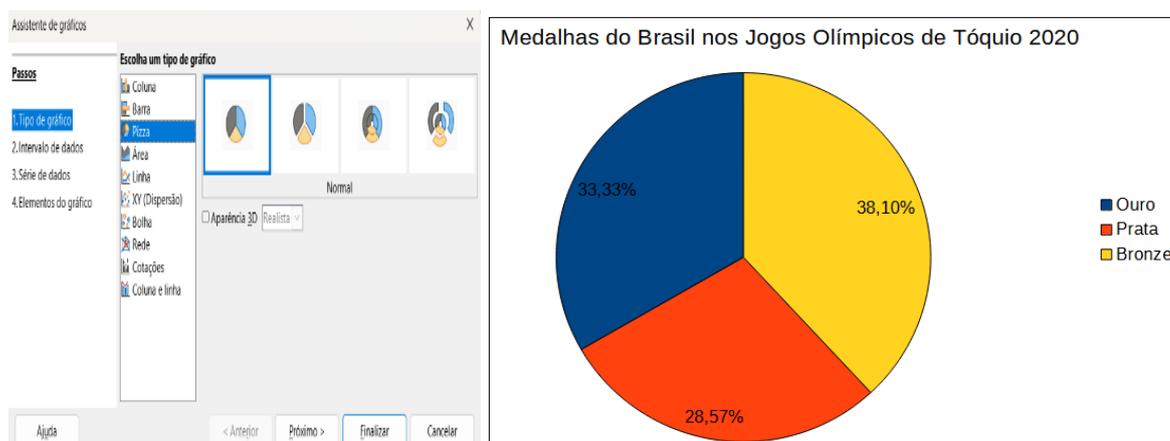
Construindo gráfico

A partir de uma tabela de frequências, podemos construir diferentes tipos de gráficos, utilizando a planilha eletrônica LibreOffice Calc. Acompanhe os seguintes passos para a construção, por exemplo, de um gráfico de setores e um gráfico de colunas. Neste caso é utilizado as tabelas de frequências construída anteriormente.

Gráfico de setores

Para construir um gráfico de setores, por exemplo, a partir da tabela de frequências da variável medalha, selecione o intervalo **E2:F5** e clique na opção **Inserir gráfico** do *menu*. Ao abrir a janela **Assistente de gráficos**, na opção 1, **Tipo de gráfico**, selecionamos a opção **pizza**. Ainda na janela Assistente de gráficos, selecione **Elementos do gráfico**, e preencha os campos, Título do gráfico, e clique em **Finalizar**, será gerado um gráfico de setores. Na figura 11, é apresentado esse gráfico.

Figura 12 – Construção de um gráfico de setores no LibreOffice Calc.

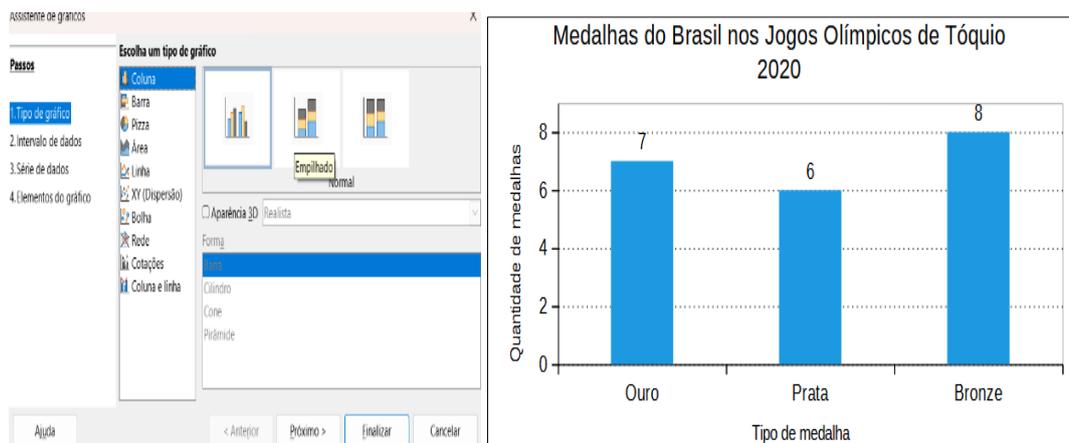


Fonte: a autora (2024)

Gráfico de colunas

Para construir um gráfico de colunas, por exemplo, a partir da tabela de frequências da variável medalha, selecione o intervalo **E2:F5** e clique na opção **Inserir gráfico** do *menu*. Ao abrir a janela **Assistente de gráficos**, na opção 1, **Tipo de gráfico**, selecionamos a opção **Coluna**. Ainda na janela Assistente de gráficos, em **Intervalos de dados**, deixe marcada a opção **Primeira coluna como rótulo** e em **Elementos do gráfico**, preencha os campos, Título, Eixo X, Eixo Y. Nesse caso, deixe a opção Exibir Legenda desabilitada e clique em **Finalizar**, será gerado um gráfico de colunas. Na figura 12, é apresentado esse gráfico.

Figura 3143 – Construção de um gráfico de colunas no LibreOffice Calc.



Fonte: a autora (2024)

Outra maneira, para inserir alguns elementos do gráfico, como título, título dos eixos e rótulos, podemos, com o gráfico selecionado, clicar em **Inserir**, no menu, e ajustar esses elementos nas opções **Títulos** e **Rótulos de dados**.

Até o momento, utilizamos o LibreOffice Calc para construir tabelas de frequência e alguns tipos de gráficos. Agora, vamos trabalhar com um conjunto de valores e obter as medidas de tendência central e de dispersão. Como exemplo, iremos utilizar o número de medalhas conquistadas pelo Brasil em Jogos Olímpicos apresentadas anteriormente.

Veja a seguir uma maneira de obter esses valores utilizando a planilha do LibreOffice Calc. Para isso, vamos acompanhar os seguintes passos.

I. Copie na planilha o número de medalhas. Em seguida, organiza em um quadro as células referentes às medidas de tendência central de dispersão como indicado na figura seguinte.

Figura 14 – Tabela referente as medidas de tendência central e de dispersão

	A	B	C	D	E
1	21			Medidas de tendência central	
2	19			Média	
3	17			Moda	
4	17			Mediana	
5	10			Medidas de dispersão	
6	12			Amplitude	
7	15			Variância	
8	3			Desvio padrão	
9	6				
10	8				
11	4				
12	2				
13	2				
14	3				
15	1				
16	2				
17	1				
18	3				
19	1				
20	3				

Fonte: a autora (2024)

II. Digite a fórmula **=média(A1:A20)** na célula E1 para obter a média dos valores. De maneira análoga, digite **=modo(A1:A20)** na célula E3 para obter a moda e **=med(A1:A20)** na célula E4 para obter a mediana dos valores.

III. Digite a fórmula **=máximo(A1:A20)-mínimo(A1:A20)** na célula E6 Para obter a amplitude dos dados. De maneira análoga, digite **=var.p(A1:A20)** na célula E7 para obter a variância e **=devpad.p(A1:A20)** na célula E8 para determinar o desvio padrão.

Figura 15 – Obtenção das medidas de tendência central e de dispersão

	A	B	C	D	E
1	21			Medidas de tendência central	
2	19			Média	8
3	17			Moda	3
4	17			Mediana	3,5
5	10			Medidas de dispersão	
6	12			Amplitude	20
7	15			Variância	45
8	3			Desvio padrão	6,7
9	6				
10	8				
11	4				
12	2				
13	2				
14	3				
15	1				
16	2				
17	1				
18	3				
19	1				
20	3				

Fonte: a autora (2024)

3.4 TERCEIRA ETAPA: PLANEJAMENTO E EXECUÇÃO DE UMA PESQUISA AMOSTRAL NA ESCOLA

De acordo com a BNCC, para o desenvolvimento de habilidades relativas à Estatística, é importante oportunizar ao aluno a interpretação de estatísticas divulgadas pela mídia, além de planejar e executar pesquisa amostral (Brasil, 2018).

Assim sendo, a terceira etapa foi elaborada com o intuito de aplicar os conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores, além disso, permitir que os alunos sejam protagonistas na elaboração e no desenvolvimento de uma pesquisa em todas suas etapas no ambiente escolar, valendo-se da metodologia ativa Aprendizagem Baseada em Projetos. Sugere-se que a pesquisa envolva um tema da realidade social dos alunos.

Objetivos da etapa

Permitir que os alunos sejam protagonistas na elaboração e no desenvolvimento de uma pesquisa em todas suas etapas.

Metodologia

Com a turma reunida em grupos, o professor orienta quanto a escolha de um tema pertinente realidade social dos alunos e, no desenvolvimento da pesquisa.

Com todo planejamento necessário, é elaborado um questionário para ser aplicado ao público-alvo da pesquisa pelos próprios alunos. Realizada a coleta, deverão fazer a análise e apresentação dos resultados obtidos utilizando a planilha eletrônica do LibreOffice Calc, por fim, os alunos devem elaborar um relatório contendo análise dos dados com base nas medidas de tendência central e de dispersão, além de construir tabelas e gráficos com o auxílio da planilha eletrônica do LibreOffice Calc.

Recursos e/ou materiais necessários: Computador, projetor de imagem, caderno para anotação, lápis ou caneta, giz ou caneta, lousa, régua, lápis de cor.

Duração da etapa:

Planejamento da pesquisa: 1 aula de 50 minutos.

Coleta dos dados: 2 aulas de 50 minutos.

Organização e análise dos dados: 2 aulas de 50 minutos.

Apresentação final: 2 aulas de 50 minutos.

3.4.1 Atividade 1: Fazendo uma pesquisa estatística

Essa atividade propõe que seja feita uma pesquisa na escola a partir da sugestão de um tema, que atualmente faz parte da realidade social dos alunos. Podendo ser adaptado ou substituído por outro que seja de comum interesse. Sugere-se o seguinte tema para a pesquisa: Era digital e a atenção à saúde. Com esse tema, os alunos são incentivados a pensar sobre o uso excessivo de telas e como isso reflete na saúde de crianças e adolescentes atualmente.

Algumas pesquisas apontam sobre os prejuízos à saúde, quando ocorre o uso precoce, excessivo e prolongado de tecnologias durante a infância, como celular, televisão, computador, tablet, videogame, entre outras.

De acordo com a Sociedade Brasileira de Pediatria (SBP), crianças com idades entre 6 e 10 anos devem limitar o tempo de telas ao máximo de 1 ou 2 horas por dia, sempre com supervisão de pais ou responsáveis, já para os adolescentes com idades entre 11 e 18 anos a recomendação é limitar o tempo de telas e jogos de videogames a 2 ou 3 horas por dia, e nunca deixar jogar a noite toda, privando-se do sono. A recomendação para todas as idades é desligar as telas durante as refeições e 1 ou 2 horas antes de dormir (Eisenstein et al., p.7, 2019).

E você, é usuário da internet? Será que todos os adolescentes da sua escola têm acesso à internet? Quanto tempo você fica exposto às telas durante o dia? Para qual finalidade você mais usa as telas? Será que todos os adolescentes da sua escola têm acesso às telas? Qual será a porcentagem de adolescência da sua escola que são usuários das telas?

Para responder algumas dessas perguntas, pede-se que realizem uma pesquisa com os alunos da escola em que estudam, com o seguinte tema: Era digital e a atenção à saúde.

Com a orientação do professor, reúnam-se em grupos e sigam as seguintes instruções:

- Definam a população a ser pesquisada. Por exemplo serão pesquisados todos os alunos da escola ou apenas os que estão cursando o Ensino Médio?
- Verifique se será possível consultar toda a população e, caso não seja viável, definam uma amostra a ser pesquisada e as variáveis.
- Identifiquem os dados que desejam obter com essa pesquisa, inclusive o tempo que cada aluno fica exposto às telas durante o dia e para qual finalidade eles mais costumam utilizá-las.

- Elaborem um questionário para as entrevistas que serão feitas. Tenham em mente que as perguntas devem possibilitar uma única interpretação e ter linguagem adequada ao público-alvo. É preciso prever perguntas para perfis diferentes de entrevistados, como os que têm acesso à internet e as telas e os que não têm. Veja a seguir alguns exemplos de perguntas que podem constar no questionário.

QUESTIONÁRIO

1. Qual é a sua idade?

2. Você tem acesso à internet?

Sim.

Não.

Se o entrevistado responder NÃO, pule para a seção 4 deste questionário.

2.1 Você é usuário de internet?

Sim.

Não.

Se o entrevistado responder NÃO, pule para a seção 3 deste questionário.

2.2 Para qual finalidade você utiliza a internet no seu dia a dia?

Acessar as redes sociais e aplicativos de mensagens.

Fazer pesquisas.

Jogar online.

Assistir a vídeos, inclusive séries filmes ou programas.

Outros.

2.3 Quantas horas por dia você utiliza a internet?

3. Por quais motivos não utiliza a internet?

Falta de dispositivos para o uso.

Falta de interesse.

Falta de conhecimento para o uso.

Proibição ou restrição de uso pelos pais ou responsáveis.

Outros.

4. Você faz uso de aparelhos eletrônicos?

Sim. Não.

Se o entrevistado responder NÃO, encerre a pesquisa.

4.1 Qual é o aparelho eletrônico que você mais utiliza no seu dia a dia?

- Computador.
- Celular.
- Tablet.
- Televisão
- videogame
- Outros.

4.2 Quanto tempo você fica exposto às telas durante o dia?

- Menos de 2h.
- De 2h a 3h.
- De 3h a 5h. Pronto
- De 5h a 8h.
- Mais de 8h.

4.3 para qual finalidade você mais utiliza as telas no seu dia a dia?

- Acessar as redes sociais e aplicativos de mensagens.
- Fazer pesquisas.
- Jogar online.
- Assistir a vídeos, inclusive séries filmes ou programas.
- Outros.

- Decidam como será a aplicação do questionário: abordando pessoalmente o público-alvo ou disponibilizado o questionário online e compartilhando por meio de aplicativos de mensagens ou e-mail.
- Sugestão: expliquem aos entrevistados que vocês estão fazendo uma pesquisa e gostaria da participação deles. Sejam gentis e educados e expliquem o objetivo da pesquisa.
- Com a orientação do professor, decidam quando será realizada a pesquisa.

Depois da realização da pesquisa, reúna-se com os integrantes do grupo para organizar os dados obtidos. Vocês deverão construir uma tabela e escolher os gráficos que melhor representam os dados coletados. Para isso, vocês devem utilizar a planilha eletrônica do LibreOffice Calc.

Ainda com o auxílio da planilha eletrônica, determine as medidas de tendência central e de dispersão das variáveis que julgar relevantes. Em seguida façam uma análise dos dados, registrando todos os resultados obtidos.

Com isso, elaborem um relatório que descreva a pesquisa realizada, apresentando uma interpretação dos resultados obtidos e, com base neles, propostas de ações de acordo com o tema.

Por fim, elaborem uma apresentação para compartilhar os resultados da pesquisa com os demais colegas e com a comunidade escolar. Para isso, sugere-se elaborar uma apresentação em pôster contendo todos os resultados da pesquisa. Essa apresentação poderá ser feita em uma feira cultural na escola ou em uma oportunidade na qual os demais professores e alunos possam assistir.

Avaliação

O professor deve realizar as avaliações de acordo com o que julgar pertinente, levando em conta o comportamento e a participação dos alunos durante o desenvolvimento da proposta de ensino. As questões sugeridas podem ser ampliadas e, além disso, outras perguntas podem ser incluídas para contemplar sua realidade.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O incentivo para esta pesquisa surgiu da necessidade de desenvolver o ensino da estatística de maneira mais centrada na aprendizagem dos alunos. Com isso, buscou-se práticas de ensino, como uma sequência didática multimetodológica, para trabalhar os conteúdos matemáticos relacionados à Estatística no Ensino Médio, no intuito de dar ênfase especial aos processos de ensino e aprendizagem.

A Estatística por ser um campo de conhecimento fundamental no mundo contemporâneo, permeia diversas áreas do conhecimento e é utilizada como ferramenta de análise e tomada de decisão em diversos contextos. Por isso, o estudo desse tema torna-se indispensável atualmente, tendo o compromisso de ensinar a organização de dados, leitura e interpretação de gráficos e análises estatísticas contribuindo para a formação de cidadão crítico e reflexivo e protagonistas de sua aprendizagem. Para isso, é importante que as práticas pedagógicas em sala de aula, possibilitem a participação e a ação dos alunos.

Nessa perspectiva, surgiu a questão principal que orientou esta pesquisa: é possível criar uma sequência didática multimetodológica de apoio para professores atuantes no ensino médio, visando contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de Estatística? Para responder à pergunta que norteou este estudo, definiu-se como objetivo geral apresentar uma sequência didática multimetodológica de apoio para professores atuantes no ensino médio, visando contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de Estatística.

Para que fosse possível alcançar esse objetivo, procurou-se num primeiro momento, através da revisão da literatura, realizar um breve estudo sobre o atual ensino de estatística na educação básica. Em seguida foi feita uma análise dos documentos oficiais e curriculares que orientam o ensino de estatística na educação básica, identificando as competências e habilidades propostas para cada etapa desde as séries iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio, buscando assim, compreender a importância do ensino de Estatística para a formação de cidadãos críticos e autônomos, capazes de compreender melhor as informações que circulam em sociedade por meio das interpretações que a estatística proporciona.

Observou-se que a BNCC evidencia a importância da Estatística quando propõe seu ensino desde as séries iniciais do Ensino Fundamental e considera que o conhecimento estatístico é de fundamental importância para o cidadão quando ressalta que todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em diversos contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas.

Com vistas a discutir a importância das metodologias ativas e algumas tendências em educação matemática, procurou-se apresentar as características dessas metodologias, destacando sua abordagem centrada no aluno e as diferenças em relação ao ensino tradicional. Aprofundamos nossa compreensão sobre a metodologia ativa aprendizagem baseada em projetos, que coloca o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem, estimulando a curiosidade científica, o protagonismo e a busca de soluções para problemas reais relacionados ao seu cotidiano.

Apresentamos reflexões e contribuições da metodologia Resolução de Problemas, onde constatou-se que a Resolução de Problemas é uma tendência na educação Matemática que vai além de ser apenas um método de resolução e passa a ser desenvolvida como uma perspectiva metodológica para o ensino de Matemática. A resolução de problema é uma abordagem sistemática para resolver um problema. Ao utilizar essa metodologia para resolver problemas, os alunos devem identificar o problema e os dados disponíveis, elaborar um plano de ação, chegar a uma possível solução e, finalmente, validar essa solução. Portanto, é papel do professor apresentar e incentivar os alunos a seguir essas etapas para resolver problemas.

O desenvolvimento de metodologias de ensino visa proporcionar aos alunos novos comportamentos, habilidades, conhecimentos, a formação de novos valores e o estímulo à capacidade de raciocínio. As sequências didáticas, tanto em matemática quanto em outras áreas do conhecimento, cumprem essa função de promover o aprendizado dos alunos. A fim de compreendê-la melhor, procurou-se discutir teoricamente conceitos que norteiam a organização do ensino por meio de sequências didáticas e elaborar uma Sequência Didática multimetodológica para o Ensino de Estatística no Ensino Médio.

Buscou-se, através de uma sequência didática fazendo uso de diferentes metodologias combinadas, como a metodologia aprendizagem baseada em projeto, a resolução de problemas, entre outras, alternativas para que professores possam trabalhar os conteúdos matemáticos relacionados à estatística no ensino médio, sempre levando o aluno a relacionar determinadas situações reais com a estatística, onde eles são incentivados a problematizar situações do cotidiano que possibilitam compreender a relação da estatística com nossa vida e entender a sua aplicabilidade.

Destaca-se na SD, a sugestão de fazer uso dos recursos digitais, como a planilha eletrônica LibreOffice Calc, possibilitando que os alunos explorem a aplicabilidade do conhecimento adquirido, ela permite organizar dados em tabela de frequência, construção de gráficos, cálculo das medidas de tendência central e de dispersão, entre outros. Dessa forma, busca-se o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas mais complexos, em

determinadas situações, contribuindo de maneira efetiva com a construção do conhecimento dos alunos.

Procuramos mostrar a importância da estatística a partir de uma análise detalhada de tópicos essenciais que contribuem para desenvolver o pensamento crítico e analítico do aluno, além de compreenderem o mundo ao seu redor. Ao combinar diversas metodologias, visamos não apenas incorporar às aulas estratégias mais desafiadoras que possibilitam aos alunos que não só desenvolvam conhecimentos estatísticos, mas também vivenciem os processos mediante os quais se produz conhecimento em Estatística e, mais importante ainda, os mobilizem para compreender e intervir em situações da sua vida cotidiana.

Nesse contexto, esse estudo possibilitou, refletimos sobre diferentes abordagens metodológicas que os professores de Matemática, em particular de Estatística, podem utilizar para problematizar os conteúdos ensinados e superar as limitações das metodologias tradicionais de ensino, assumindo assim, um papel crítico no processo de construção do conhecimento estatístico.

A elaboração dessa SD oportuniza aos professores de Estatística a possibilidade de enriquecimento dos aspectos teórico, prático e metodológico referentes à utilização de diferentes metodologias para a facilitação da abordagem dos conteúdos e da construção dos conhecimentos relacionados à Estatística. Na sequência didática, os professores poderão compreender as características de cada metodologia utilizada, assim como a forma em como a mesma pode ser aplicada.

Ressalta-se, que a proposta de SD apresentada nesse estudo pode ser adaptada para outros anos do Ensino Médio, inclusive para os anos finais do Ensino Fundamental, ainda, o ensino de estatística pode contribuir para promover a formação crítica e social dos alunos, abordando temas atuais e de relevância social.

Por fim, espera-se que as discussões apresentadas neste trabalho possam fornecer subsídios didático-metodológico aos professores de Estatística no Ensino Médio, que o uso desta sequência possa contribuir para o desenvolvimento, nos alunos, das competências e habilidades essenciais nessa área e, colaborar com o desenvolvimento de outras pesquisas sobre o uso de sequências didáticas, além do uso das metodologias ativas no ensino de Estatística.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2024.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S. **A Resolução de problemas na matemática escolar**. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. P. 32-48.

CABRAL, N. F. **Sequências Didáticas: estrutura e elaboração**. Belém: SBEM-PA, 2017. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/sequencias_didaticas.pdf. Acesso em: 15 mai. 2024.

CAMPOS, C.; COUTINHO, C. O **letramento estatístico e a modelagem matemática no ensino de gráficos**. *Caminhos da Educação Matemática em Revista* [Online], v. 9, nº 2, 2019.

CARDOSO, Márcia Maria. **O uso do software Calc para o ensino de gráficos estatísticos na EJA**. 2021. 106 f. Lavras: Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2021. Disponível em: <http://repositorio.ufla.br/handle/1/48561>. Acesso em: 01 jun. 2024.

CASTRO, J.; FILHO, J. **Desenvolvimento do pensamento estatístico com suporte computacional**. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v. 17, nº 5, p. 870-896, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/24999/pdf>. Acesso em: 07 jul. 2024.

CENSO 2022: População e Domicílios - Primeiros resultados. Disponível em: <https://censo2022.ibge.gov.br/panorama/>. Acesso em: 05 jun. 2024.

COMITÊ OLÍMPICO BRASILEIRO. Medalhas olímpicas. Disponível em: <https://www.cob.org.br/time-brasil>. Acesso em: 07 jun. 2024.

COSTA, Paulo Roberto da. **Estatística** – 3. ed. – Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, Colégio Técnico Industrial de Santa Maria, Curso Técnico em Automação Industrial, 2011.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 1989.

DANTE, L. R.; Viana, Fernando. **Matemática em contextos: estatística e matemática financeira**. São Paulo: Ática, 2020.

Diesel, Aline & Baldez, Alda & Martins, Silvana. (2017). **Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica**. *Revista Thema*. 14. 268-288. 10.15536/thema.14.2017.268-288.404. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/313960490_Os_principios_das_metodologias_ativas_de_ensino_uma_abordagem_teorica. Acesso em 01 jun. 2024.

EISENSTEIN, Evelyn et al. **Manual de orientação: #menos telas #mais saúde**. Rio de Janeiro: SBP, dez. 2019. P.7. Disponível em: https://www.sbp.com.br/fileadmin/user_upload/_22246c-ManOrient_-_MenosTelas__MaisSaude.pdf. Acesso em: 18 jun. 2024.

ESTEVAM, E. J. G.; FÜRKOTTER, M. Sequência didática: uma alternativa didático-metodológica para o ensino de estatística. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 8, n. 3, p. 650–661, 2014. DOI: 10.21723/riaee.v8i3.6587. Disponível em: <https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/6587>. Acesso em: 3 jun. 2024.

Gil, Antonio C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008.

Globo Esporte. VEJA TODAS as medalhas do Brasil em Tóquio 2020, 2021. Disponível em: <https://ge.globo.com/olimpiadas/noticia/quantas-medalhas-o-brasil-ja-ganhou-nas-olimpiadas-2020-veja-quadro.ghtml>. Acesso em: 13 jun. 2024.

IBGE. **161,6 milhões de pessoas com 10 anos ou mais de idade utilizaram a Internet no país, em 2022**. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/38307-161-6-milhoes-de-pessoas-com-10-anos-ou-mais-de-idade-utilizaram-a-internet-no-pais-em-2022>. Acesso em: 03 jun. 2024.

IBGE. **O que é desemprego**, 2024. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/explica/desemprego.php>. Acesso em: 06 jun. 2024.

IBGE. Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua 2022. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv102040_informativo.pdf. Acesso em: 02 jun. 2024.

LIMA, D. F. **A importância da Sequência Didática como metodologia no ensino da disciplina de física moderna no ensino médio**. Revista Triângulo. Uberaba, MG, v. 11, n. 1, p.151-162, Jan./Abr. 2018.

LOPES, C. A. E. Os desafios para Educação Estatística no currículo de Matemática. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. (org.). Estudos e reflexões em Educação Estatística. Campinas: Mercado de Letras, p. 47-64, 2010.

LOPES, C. E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. Cad. Cedes, Campinas, SP, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-32622008000100005>. Acesso em: 20 Jun. 2024.

MASSON, Terezinha Jocelen; MIRANDA, Leila Figueiredo de; MUNHOZ JUNIOR, Antonio Hortêncio; CASTANHEIRA, Ana Maria Porto. **Metodologia de ensino: Aprendizagem baseada em projetos (PBL)**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA (COBENGE), 40, Belém, 2012. Anais [...]. Belém, 2012. Disponível em: <https://www.abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/7/artigos/104325.pdf>. Acesso em: 23 jun. 2024.

MATTOS, Viviane Leite Dias de; AZAMBUJA, Ana Maria Volkmer de; KONRATH, Andréa C. **Introdução à Estatística - Aplicações em Ciências Exatas**. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2017. *E-book*. ISBN 9788521633556. Disponível em: <https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788521633556/>. Acesso em: 25 jun. 2024.

Memória, José Maria Pompeu. **Breve história da estatística**. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica, 2004.

Memória, José Maria Pompeu. **Breve história da estatística**. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica, 2004.

MORAN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. In: Souza, C.A.; MORALES, O. E. T. (org.). **Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens**. Ponta Grossa: UEPG/PROEX, 2015. P.17 e 22. Disponível em: http://www2.eca.usp.br/moran/wp-content/uploads/2013/12/mudando_moran.pdf. Acesso em: 23 jun. 2024.

NERY, Alfredina. **Modalidades organizativas do trabalho pedagógico**: uma possibilidade. In: Ensino Fundamental de nove anos: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília: MEC, 2007.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência didática interativa no processo de formação de professores**. Petrópolis: Vozes, 2013.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S.G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da Unesp, 1999. p. 207.

Pasqualetto TI, Veit EA, Araujo IS. (2017). **Aprendizagem Baseada em Projetos no Ensino de Física**: uma Revisão da Literatura. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. 17. 551-5. 10.28976/1984-2686rbpec2017172551. Disponível em: <https://periodicos.ufmg.br/index.php/rbpec/article/view/4546>. Acesso em: 01 jun. 2024.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. v. 2.

POLYA, George. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

Severino, Antônio J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2013.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa**: como ensinar. Tradução: Ernani F. da F. Rosa - Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICE A – RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES DO ENEM QUE COMPÕEM A ATIVIDADE QUATRO A PARTIR DAS QUATRO FASES PARA A RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA PROPOSTO POR POLYA

Nesse Apêndice, apresenta-se a solução das questões que compõem a atividade 4 da SD, a partir do método da resolução de problemas proposto por Polya. Esse método consiste no desenvolvimento de 4 etapas para a resolução de um problema, que são: compreensão do problema, elaboração de um plano de solução, execução do plano e verificação ou retrospectiva. É importante compreender que a solução apresentada, consiste apenas em um exemplo de possibilidade de solução com a resolução de problemas.

1. (ENEM 2023/Questão167)

Os 100 funcionários de uma empresa estão distribuídos em dois setores: Produção e Administração. Os funcionários de um mesmo setor recebem salários com valores iguais. O quadro apresenta a quantidade de funcionários por setor e seus respectivos salários.

Setor	Quantidade de funcionários	Salário (em real)
Produção	75	2 000,00
Administração	25	7 000,00

A média dos salários dos 100 funcionários dessa empresa, em real, é

- A) 2 000,00.
- B) 2 500,00.
- C) 3 250,00.
- D) 4 500,00.
- E) 9 000,00.

Solução:

1º Lendo e compreendendo

O problema apresenta uma tabela que fornece a quantidade de funcionários de uma empresa por setor e seus respectivos salários. Nesse problema pede-se para encontrar a média dos salários dos 100 funcionários dessa empresa.

2º Elaboração de um plano

Nesse caso, a média dos salários deve ser calculada usando a média aritmética ponderada, em que a quantidade de funcionários será o “peso”. Indicando os por x_1 e x_2 e a

quantidade de funcionários de cada setor por p_1 e p_2 , o cálculo da média ponderada é realizado da seguinte forma.

$$M_p = \frac{(x_1 \cdot p_1) + (x_2 \cdot p_2)}{p_1 + p_2}$$

3º Executando o que foi planejado

A média procurada será dada por

$$M_p = \frac{(2000 \cdot 75) + (7000 \cdot 25)}{75 + 25} = \frac{150\,000 + 175\,000}{100} = \frac{325\,000}{100} = 3250.$$

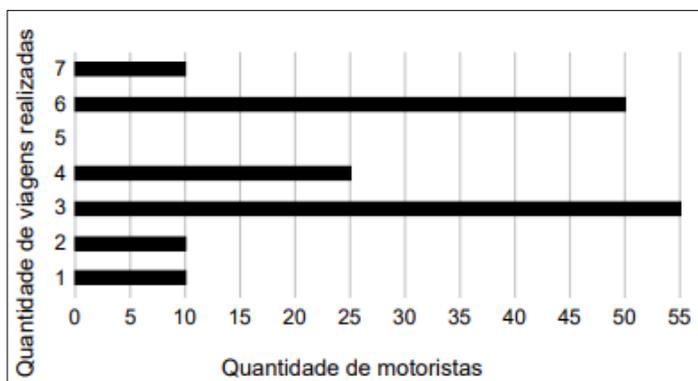
Portanto, a alternativa C é a correta.

4º Verificando

Se estamos calculando o salário, então o salário não pode ser tomado como peso. Peso é sempre a quantidade de vezes que determinado dado aparece. Nesse caso, por exemplo, o salário R\$ 2 000,00 tem peso 75, porque esse salário aparece 75 vezes na tabela, ou seja, 75 funcionários recebem esse salário. O que mostra que os cálculos foram feitos corretamente. Ou ainda, os cálculos podem ser refeitos com auxílio de uma calculadora, ou por meio de uma planilha eletrônica para determinar a média dos salários.

2. (ENEM 2023/Questão 162)

Uma empresa de transporte faz regularmente um levantamento do número de viagens realizadas durante o dia por todos os 160 motoristas cadastrados em seu aplicativo. Em um certo dia, foi gerado um relatório, por meio de um gráfico de barras, no qual se relacionaram a quantidade de motoristas com a quantidade de viagens realizadas até aquele instante do dia.



Comparando os valores da média, da mediana e da moda da distribuição das quantidades de viagens realizadas pelos motoristas cadastrados nessa empresa, obtém-se:

- A) mediana = média < moda.
- B) mediana = moda < média.
- C) mediana < média < moda.
- D) moda < média < mediana.

E) moda < mediana < média.

Solução:

1º Lendo e compreendendo

O problema apresenta os dados em um gráfico de barras. Pelo gráfico, conseguimos saber quantos motoristas realizaram determinada quantidade de viagens. Por exemplo: 55 motoristas realizaram 3 viagens cada um, enquanto nenhum motorista realizou 5 viagens.

Pede-se a comparação dos valores da média, da mediana e da moda da distribuição das quantidades de viagens realizadas pelos motoristas cadastrados nessa empresa. Para isso, devemos inicialmente, calcular a média, a moda e a mediana das quantidades de viagens realizadas pelos motoristas cadastrados nesta empresa.

2º Elaboração de um plano

Inicialmente, deve-se calcular a média, a moda e a mediana. Depois faz-se a comparação dos seus valores para chegar na resposta.

Nesse caso, a média deve ser calculada usando a média aritmética ponderada, em que a quantidade de motoristas será o “peso”. Indicando os motoristas por $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6$, e a quantidade de viagens realizadas por cada motorista por $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, o cálculo da média ponderada é realizado da seguinte forma.

$$M_p = \frac{(x_1 \cdot p_1) + (x_2 \cdot p_2) + (x_3 \cdot p_3) + (x_4 \cdot p_4) + (x_5 \cdot p_5) + (x_6 \cdot p_6)}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6}$$

A moda será dada pelo número de viagens de maior frequência. Já a mediana será o valor central, considerando os dados em ordem crescente ou decrescente. Como foram realizadas 160 viagens, a mediana é dada pela média entre as posições 80ª e 81ª, ou seja,

$$M_d = \frac{80^a + 81^a}{2}.$$

3º Executando o que foi planejado

Inicialmente, vamos calcular a média ponderada das quantidades de viagens realizadas pelos motoristas cadastrados nessa empresa.

$$M_p = \frac{(1 \cdot 10) + (2 \cdot 10) + (3 \cdot 55) + (4 \cdot 25) + (6 \cdot 50) + (7 \cdot 10)}{10 + 10 + 55 + 25 + 50 + 10} = \frac{10 + 20 + 165 + 100 + 300 + 70}{160} = \frac{665}{160} = 4,16.$$

Em seguida vamos determinar a moda, que será dada pelo número de viagens de maior frequência, $M_o = 3$.

Por fim, vamos determinar a mediana, será dada pela média aritmética dos termos que ocupa as posições centrais, $M_d = \frac{4+4}{2} = 4$.

Ao comparar os valores encontrados, obtém-se: moda < mediana < média.

Portanto, a alternativa E é a correta.

4º Verificando.

Para verificar os resultados, os cálculos podem ser refeitos com auxílio de uma calculadora, ou ainda, por meio de uma planilha eletrônica para determinar os valores da média, da moda e da mediana dos dados apresentados.

3. (ENEM 2023/Questão 136)

A esperança de vida ao nascer é o número médio de anos que um indivíduo tende a viver a partir de seu nascimento, considerando dados da população. No Brasil, esse número vem aumentando consideravelmente, como mostra o gráfico.



Pode-se observar que a esperança de vida ao nascer em 2012 foi exatamente a média das registradas nos anos de 2011 e 2013. Suponha que esse fato também ocorreu com a esperança de vida ao nascer em 2013, em relação às esperanças de vida de 2012 e de 2014. Caso a suposição feita tenha sido confirmada, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 terá sido, em ano, igual a

- A) 74,23. B) 74,51. C) 75,07. D) 75,23. E) 78,49.

Solução:

1º Lendo e compreendendo

É dado um gráfico que apresenta a Esperança de vida ao nascer no Brasil nos anos de 2008 a 2013. Além disso, é dado no enunciado que, a esperança de vida ao nascer em 2009 foi exatamente a média registrada nos anos de 2011 e 2013 e esse fato também ocorreu com a esperança de vida ao nascer em 2013, em relação as esperanças de vida de 2012 e de 2014.

O problema pede a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 com base no que foi apresentado no gráfico e no enunciado do problema.

2º Elaboração de um plano

Os dados contidos no enunciado, informam que se trata de um problema básico de média aritmética, à qual será baseada nas informações presentes no gráfico.

No gráfico temos as seguintes informações:

- A esperança de vida no ano de 2012: 73,95
- a esperança deveria no ano de 2013:74,23

A esperança de vida no ano de 2014, vamos indicar por x .

Do enunciado, sabemos que a média das esperanças de vida em 2012 e 2014 é igual a esperança de vida em 2013.

3º Executando o que foi planejado

Sabemos que a média das esperanças em 2012 e 2014 é igual a esperança de vida de 2013, ou seja, 74,23. Logo, será dada por

$$\frac{73,95 + x}{2} = 74,23 \Rightarrow 73,95 + x = 148,46 \Rightarrow x = 74,51.$$

Portanto, a esperança de vida ao nascer no Brasil no ano de 2014 é de 74,51.

Assim, a alternativa B é a correta.

4º Verificando

Conhecendo a esperança de vida no ano de 2014, podemos verificar se a média das esperanças de vidas em 2012 e 2014 é realmente igual a esperança devida em 2013.

$$\frac{73,95+74,51}{2} = \frac{148,46}{2} = 74,23.$$

Portanto, a média da Esperança de vida dos anos 2012 2014 é exatamente igual a esperança de vida do ano 2013, tal fato está no enunciado da questão.

4. (ENEM 2016/Questão 175)

O procedimento de perda rápida de “peso” é comum entre os atletas dos esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas da categoria até 66 kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três “pesagens” antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”. As informações com base nas pesagens dos atletas estão no quadro.

Atleta	1ª pesagem (kg)	2ª pesagem (kg)	3ª pesagem (kg)	Média	Mediana	Desvio padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três “pesagens”, os organizadores do torneio informaram aos atletas quais deles se enfrentariam na primeira luta. A primeira luta foi entre os atletas

- A) I e III.
- B) I e IV.
- C) II e III.
- D) II e IV.
- E) III e IV.

Solução:

1º Lendo e compreendendo

No problema é dado uma tabela que apresenta o valor das três “pesagens” que quatro atletas da categoria Peso-Pena realizaram antes do início de um torneio. Além disso, apresenta o valor da média, da mediana e do desvio padrão das “pesagens” de cada atleta. Do enunciado temos que pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos “pesos”.

A regularidade é analisada pelo desvio padrão. Quanto menor o desvio padrão, maior a regularidade.

2º Elaboração de um plano

Nesse caso, deve-se encontrar os atletas que irão se enfrentar na primeira luta. Para isso, devemos encontrar o atleta mais regular e o menos regular de acordo com os dados fornecidos na tabela. Deve-se observar na tabela os valores do desvio padrão de cada atleta.

3º Executando o que foi planejado

Assim, ao observar os dados fornecidos na tabela e comparando o desvio padrão dos atletas, podemos afirmar que, o atleta mais regular é o III (desvio-padrão igual a 4,08) e o menos regular é o II (desvio-padrão igual a 8,49). Portanto, a primeira luta será entre os atletas II e III e a alternativa C é a correta.

4º Verificando.

Para verificar os resultados, os cálculos podem ser refeitos com auxílio de uma calculadora, ou ainda, por meio de uma planilha eletrônica para determinar os valores do desvio padrão dos atletas.

5. (ENEM 2021/Questão 138)

O quadro apresenta o número de terremotos de magnitude maior ou igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Ano	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Terremotos	15	16	13	15	16	11	11	18	12	17	24	20

Disponível em: <https://earthquake.usgs.gov/earthquakes/browse/m7-world.php>. Acesso em: 13 ago. 2012 (adaptado).

Um pesquisador acredita que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período. Segundo esse pesquisador, o número anual típico de terremotos de magnitude maior ou igual a 7 é

- A) 11.
- B) 15.
- C) 15,5.
- D) 15,7.
- E) 17,5.

Solução:

1º Lendo e compreendendo

O problema apresenta uma tabela que fornece o número de terremotos de magnitude maior igual a 7, na escala Richter, ocorridos em nosso planeta nos anos de 2000 a 2011.

Do enunciado, temos que a mediana representa bem o número anual típico de terremotos em um período. Assim, pede-se para encontrar a mediana do conjunto de dados apresentados.

2º Elaboração de um plano

Como foram registrados o número de terremotos, em um período de 12 anos, que é número par, a mediana é dada pela média entre as posições 6ª e 7ª, ou seja, $M_d = \frac{6^a + 7^a}{2}$.

3º Executando o que foi planejado

Inicialmente, colocando o número de terremotos de 2000 a 2011 em ordem crescente, tem-se:

11, 11, 12, 13, 15, 15, 16, 16, 17, 18, 20 e 24

Logo, a mediana será dada por: $\frac{15+16}{2} = 15,5$

Portanto, a alternativa C é a correta.

4º Verificando

Para verificar os resultados, os cálculos podem ser refeitos com auxílio de uma calculadora, ou ainda, por meio de uma planilha eletrônica para determinar os valores da mediana pedida.

6. (ENEM 2022/QUESTÃO 142)

Nos cinco jogos finais da última temporada, com uma média de 18 pontos por jogo, um jogador foi eleito o melhor do campeonato de basquete. Na atual temporada, cinco jogadores têm a chance de igualar ou melhorar essa média. No quadro estão registradas as pontuações desses cinco jogadores nos quatro primeiros jogos das finais deste ano.

Jogadores	Jogo 1	Jogo 2	Jogo 3	Jogo 4
I	12	25	20	20
II	12	12	27	20
III	14	14	17	26
IV	15	18	21	21
V	22	15	23	15

O quinto e último jogo será realizado para decidir a equipe campeã e qual o melhor jogador da temporada. O jogador que precisa fazer a menor quantidade de pontos no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada, é o

- A) I. B) II. C) III. D) IV. E) V.

Solução:

1º Lendo e compreendendo

No problema é dado uma tabela que apresenta as pontuações de cinco jogadores nos quatro primeiros jogos das finais da atual temporada do campeonato de basquete. Além disso, o enunciado fornece a média de pontos por jogo que elegeu o melhor jogador da temporada passada.

O problema pede para encontrar qual dos jogadores precisa fazer a menor quantidade de pontos no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada.

2º Elaboração de um plano

Os dados contidos no enunciado do problema informam que se trata de um problema de média aritmética, onde iremos encontrar qual jogador precisa fazer a menor pontuação no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada.

O melhor jogador da atual temporada deverá obter média de pontos por jogo, igual a 18 pontos, pois esse valor é a média de pontos do melhor jogador da temporada passada.

Indicando os pontos por x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 , e sabendo que a média das pontuações dos cinco jogos precisa ser igual a 18, o cálculo da pontuação do quinto jogo é realizado da seguinte forma:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 18$$

3º Executando o que foi planejado

Inicialmente, pode-se calcular a quantidade de pontos no quinto jogo para cada jogador e depois verificar qual dos jogadores obteve a menor pontuação.

- Jogador I: $\frac{12+25+20+20+x_5}{5} = 18 \Rightarrow 77 + x = 90 \Rightarrow x = 90 - 77 = 13$
- Jogador II: $\frac{12+12+27+20+x_5}{5} = 18 \Rightarrow 71 + x = 90 \Rightarrow x = 90 - 71 = 19$
- Jogador III: $\frac{14+14+17+26+x_5}{5} = 18 \Rightarrow 71 + x = 90 \Rightarrow x = 90 - 71 = 19$
- Jogador IV: $\frac{15+18+21+21+x_5}{5} = 18 \Rightarrow 75 + x = 90 \Rightarrow x = 90 - 75 = 15$
- Jogador V: $\frac{22+15+23+15+x_5}{5} = 18 \Rightarrow 75 + x = 90 \Rightarrow x = 90 - 75 = 15$

Portanto, o jogador que precisa fazer a menor pontuação para obter média 18 é o jogador I. Logo, a alternativa A é a correta.

4º Verificando

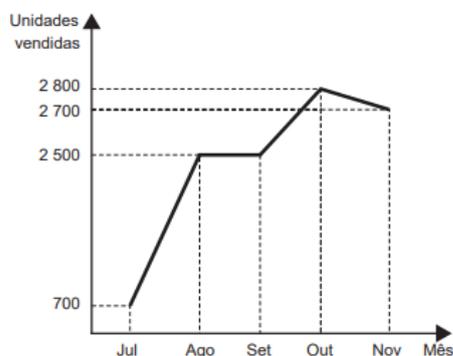
Para verificar os resultados obtidos, podemos calcular a média de pontos de cada jogador por jogo.

- Jogador I: $\frac{12+25+20+20+13}{5} = \frac{90}{5} = 18$
- Jogador II: $\frac{12+12+27+20+19}{5} = \frac{90}{5} = 18$
- Jogador III: $\frac{14+14+17+26+19}{5} = \frac{90}{5} = 18$
- Jogador IV: $\frac{15+18+21+21+15}{5} = \frac{90}{5} = 18$
- Jogador V: $\frac{22+15+23+15+15}{5} = \frac{90}{5} = 18$

Portanto, podemos concluir que o jogador que precisa fazer a menor quantidade de pontos no quinto jogo, para igualar a média de pontos do melhor jogador da temporada passada, é o jogador I.

7. (ENEM 2019/Questão167)

O gráfico a seguir mostra a evolução mensal das vendas de certo produto de julho a novembro de 2011.



Sabe-se que o mês de julho foi o pior momento da empresa em 2011 e que o número de unidades vendidas desse produto em dezembro de 2011 foi igual à média aritmética do número de unidades vendidas nos meses de julho a novembro do mesmo ano.

O gerente de vendas disse, em uma reunião da diretoria, que, se essa redução no número de unidades vendidas de novembro para dezembro de 2011 se mantivesse constante nos meses subsequentes, as vendas só voltariam a ficar piores que julho de 2011 apenas no final de 2012.

O diretor financeiro rebateu imediatamente esse argumento mostrando que, mantida a tendência, isso aconteceria já em

- A) janeiro. B) fevereiro. C) março. D) abril. E) maio.

Solução:**1º Lendo e compreendendo**

Este é um problema cujos dados estão apresentados em um gráfico de segmentos. Pelo gráfico conseguimos saber a evolução das vendas de certo produto de julho a novembro de 2011.

Do enunciado, temos as seguintes informações:

- o mês de julho foi o pior momento da empresa em 2011;
- o número de unidades vendidas desse produto em dezembro de 2011 foi igual a média aritmética do número de unidades vendidas nos meses de julho a novembro do mesmo ano, com base nisso, calcula-se o número de unidades vendidas em dezembro de 2011;
- de novembro a dezembro de 2011 houve redução do número de unidades vendidas, deve-se encontrar o valor dessa redução.

O problema pede que determine o mês em que as vendas voltariam a ficar piores que julho de 2011, caso se mantivesse constante nos meses subsequentes, essa redução no número de unidades vendidas de novembro para dezembro de 2011.

2º Elaboração de um plano

Inicialmente, deve-se calcular a quantidade de unidades vendidas em dezembro. Para isso, encontre a média aritmética do número de unidades vendidas nos meses de julho a novembro de 2011.

Em seguida, obtém-se o valor da redução nas vendas nos meses de novembro a dezembro de 2011, depois disso, precisamos encontrar em qual mês que as vendas ficariam piores do que julho de 2011.

3º Executando o que foi planejado

Fazendo a média aritmética dos meses de julho à novembro, temos:

$$\frac{2800 + 2700 + 2500 + 2500 + 700}{5} = 2240$$

Portanto, em dezembro de 2011 foram vendidas 2240 unidades.

Se em novembro foram vendidas 2700 unidades e em dezembro, as vendas foram de 2240 unidades, então, a redução foi de:

$$2700 - 2240 = 460$$

Logo, houve uma redução nas vendas de 460 unidades entre novembro e dezembro de 2011.

Precisamos saber quando que as vendas ficariam piores do que julho de 2011, ou seja, precisamos saber em qual mês as vendas ficariam abaixo de 700 unidades. Assim, se a redução mensal de 460 unidades se mantiver constante, a projeção de vendas para os meses seguintes será dada por:

Dezembro: 2240

Janeiro: $2240 - 460 = 1780$

Fevereiro: $1780 - 460 = 1320$

Março: $1320 - 460 = 860$

Abril: $860 - 460 = 400$

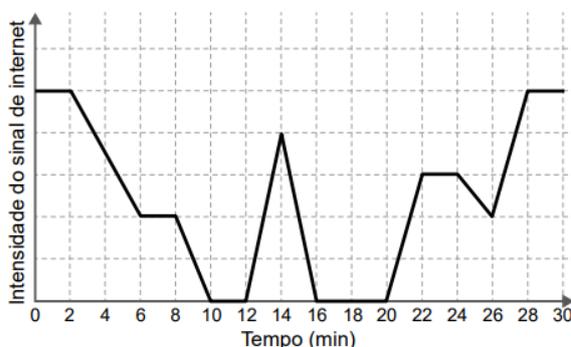
Portanto, a partir do mês de abril, as projeções de vendas já ficam abaixo de 700 unidades. Logo, a alternativa D é a correta.

4º Verificando

Para verificar os resultados, os cálculos podem ser refeitos com auxílio de uma planilha eletrônica para determinar o valor da média e por meio de uma calculadora para refazer os cálculos necessários.

8. (ENEM 2023/Questão 139)

Uma pessoa caminha por 30 minutos e utiliza um aplicativo instalado em seu celular para monitorar a variação da intensidade do sinal de internet recebido pelo aparelho durante o deslocamento. Chegando ao seu destino, o aplicativo forneceu este gráfico:



Por quantos minutos, durante essa caminhada, o celular dessa pessoa ficou sem receber sinal de internet?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 14 E) 24

Solução:**1º Lendo e compreendendo**

O problema oferece um gráfico de segmentos, que fornece a variação da intensidade do sinal de internet, recebido pelo aparelho celular de uma pessoa que caminha por 30 minutos e utiliza um aplicativo instalado em seu celular para monitorar essa variação.

Devemos determinar por quantos minutos, durante essa caminhada, o celular dessa pessoa ficou sem receber sinal de internet.

2º Planejando a solução

Deve-se observar no gráfico, os momentos em que a intensidade do sinal está em zero, ou seja, os momentos em que a pessoa ficou sem sinal e a duração do tempo em que essa pessoa ficou sem sinal.

3º Executando o que foi planejado

De acordo com o gráfico, temos que, nos intervalos de 10 a 12 minutos, e 16 a 20 minutos, a intensidade do sinal de internet é zero. Podemos então dizer que, nesses intervalos, o celular da pessoa ficou sem sinal.

- No intervalo de 10 a 12 minutos, foram $12 - 10 = 2$ minutos sem sinal
- No intervalo de 16 e 20 minutos, foram $20 - 16 = 4$ minutos sem sinal

Somando o tempo dos dois intervalos, temos que a pessoa ficou sem receber sinal de internet por 6 minutos.

Portanto, a alternativa A é a correta.

4º Verificando

Uma maneira de verificar o resultado, é comparar as demais alternativas com o tempo que a pessoa ficou sem receber sinal de internet no gráfico.

9. (ENEM 2016/QUESTÃO 164)

Ao iniciar suas atividades, um ascensorista registra tanto o número de pessoas que entram quanto o número de pessoas que saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha. O quadro apresenta os registros do ascensorista durante a primeira subida do térreo, de onde partem ele e mais três pessoas, ao quinto andar do edifício.

Número de pessoas	Térreo	1º andar	2º andar	3º andar	4º andar	5º andar
que entram no elevador	4	4	1	2	2	2
que saem do elevador	0	3	1	2	0	6

Com base no quadro, qual é a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Solução:

1º Lendo e compreendendo

O problema oferece uma tabela que fornece o registro feito pelo um ascensorista do número de pessoas que entram e saem do elevador em cada um dos andares do edifício onde ele trabalha.

O ascensorista inicia os registros desde a primeira subida do térreo, de onde parte ele e mais três pessoas, ao quinto andado edifício.

O problema pede a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar.

2º Planejando a solução

Para obter a moda, devemos encontrar o número de pessoas no elevador em cada um dos andares e considerar a quantidade que mais se repetiu. Para isso, devemos somar o número de pessoas no andar anterior com o número de pessoas que entraram no andar atual e diminuir o número de pessoas que saíram desse andar, com exceção do térreo, quando o elevador tem 4 pessoas.

3º Executando o que foi planejado

Assim, o número de pessoas no elevador por andar é:

- Térreo: $4 + 4 - 3 = 5$
- 1º andar: $5 + 1 - 1 = 5$
- 3º andar: $5 + 2 - 2 = 5$
- 4º andar: $5 + 2 - 0 = 7$

- 5º andar: $7 + 2 - 6 = 3$

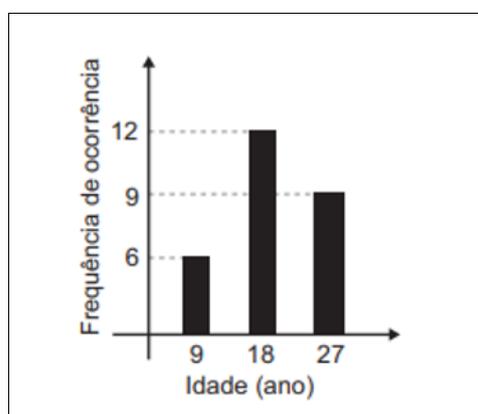
Portanto, a moda do número de pessoas no elevador durante a subida do térreo ao quinto andar é 5 pessoas. Sendo a alternativa D a correta.

4º Verificando

Para verificar os resultados, os cálculos podem ser refeitos, a partir da tabela, com auxílio de uma calculadora.

10. (ENEM 2021/Questão 147)

Uma pessoa realizou uma pesquisa com alguns alunos de uma escola, coletando suas idades, e organizou esses dados no gráfico.



Qual é a média das idades, em ano, desses alunos?

- A) 9. B) 12. C) 18. D) 19. E) 27.

Solução:

1º Lendo e compreendendo

O problema apresenta um gráfico de colunas que fornece a idade dos alunos de uma escola. Precisamos encontrar a média das idades, em ano, desses alunos.

2º Planejando a solução

Nesse caso, a média das idades deve ser calculada usando a média aritmética ponderada, em que a frequência de ocorrência será o peso. Indicando os por x_1 , x_2 e x_3 o valor da idade dos alunos e cada frequência por p_1 , p_2 e p_3 , o cálculo da média ponderada é realizado da seguinte forma.

$$M_p = \frac{(x_1 \cdot p_1) + (x_2 \cdot p_2) + (x_3 \cdot p_3)}{p_1 + p_2 + p_3}$$

3º Executando o que foi planejado

A média procurada será dada por

$$M_p = \frac{(9.6)+(18.12)+(27.9)}{6+9+12} = \frac{54+216+243}{27} = \frac{513}{27} = 19.$$

Portanto, a média procurada é 19. Logo, a alternativa D é a correta.

4º Verificando

Se estamos calculando a idade, então a idade não pode ser tomada como peso. Peso é sempre a quantidade de vezes que determinado dado aparece. Nesse caso, por exemplo, a idade 18 anos tem peso 12, porque essa idade aparece 12 vezes no gráfico, ou seja, 12 alunos têm 18 anos. O que mostra que os cálculos foram feitos corretamente. Ou ainda, os cálculos podem ser refeitos com auxílio de uma calculadora, ou por meio de uma planilha eletrônica para determinar a média dos salários.