



UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

LEANDRO SILVA PIMENTEL

O PLANÍMETRO NO CÁLCULO DE ÁREAS:
Uma Sequência Didática nas Aulas de Matemática

JUAZEIRO-BA
2025

LEANDRO SILVA PIMENTEL

O PLANÍMETRO NO CÁLCULO DE ÁREAS:
Uma Sequência Didática nas Aulas de Matemática

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional-PROFMAT, da Universidade Federal do Vale do São Francisco – UNIVASF, Campus Juazeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Matemática

Orientador: Prof. Dr. Alison Marcelo Van Der Laan Melo

JUAZEIRO-BA
2025

FICHA CATALOGRÁFICA

P644p Pimentel, Leandro Silva
O Planímetro no Cálculo de Áreas: Uma Sequência Didática nas Aulas de Matemática / Leandro Silva Pimentel. – Juazeiro-BA, 2025.
x, 59 f.: il. 28 cm.

Mestrado (Dissertação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Alison Marcelo Van Der Laan Melo.

1. Matemática. 2. Teorema de Green. I. Título. II. Melo, Alison Marcelo Van Der Laan. III. Universidade Federal do Vale do São Francisco.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Integrado de Biblioteca SIBI/UNIVASF
Bibliotecário: Márcio Pataro. CRB - 5 / 1369.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA - PROFMAT

FOLHA DE APROVAÇÃO


LEANDRO SILVA PIMENTEL

O PLANÍMETRO NO CÁLCULO DE ÁREAS:
Uma Sequência Didática nas Aulas de Matemática


Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre em Matemática, pela
Universidade Federal do Vale do São Francisco.

Aprovado em: 28 de Fevereiro de 2025.


Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
 **ALISON MARCELO VAN DER LAAN MELO**
Data: 28/03/2025 14:06:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Alison Marcelo Van Der Laan Melo, Professor e Doutor da UNIVASF

Documento assinado digitalmente
 **ELAINE FERREIRA ROCHA**
Data: 28/03/2025 14:32:25-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Elaine Ferreira Rocha, Professora e Doutora da UNIVASF

Documento assinado digitalmente
 **CLEBER FERNANDO COLLE**
Data: 28/03/2025 16:22:46-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Cleber Fernando Colle, Professor e Doutor da UFABC

À Deus e minha família.

APRESENTAÇÃO

É, portanto, com enorme prazer que apresento o Projeto do Mestrado em Matemática, que visa criar sequências didáticas inovadoras no ensino da geometria e do cálculo de áreas, dando assim ênfase à utilização do Planímetro como centro de recursos para a aprendizagem didática. Falar de ferramentas matemáticas é falar da evolução da própria humanidade, que, afinal, existe desde os primórdios da civilização.

A geometria, muitas vezes vista como uma disciplina abstrata e difícil, pode se tornar muito mais engajadora e significativa quando ensinada de forma criativa e prática. Práticas inovadoras podem ajudar os alunos a construir uma compreensão mais profunda dos conceitos geométricos, desenvolvendo habilidades de raciocínio espacial, resolução de problemas e pensamento crítico. Perante os numerosos e persistentes desafios que permeiam o ensino de geometria e cálculo de áreas, evidenciados pela significativa dificuldade dos alunos em compreender e visualizar tais conceitos, emerge a necessidade de investigar estratégias alternativas que tornem o aprendizado mais acessível e pertinente. Deste modo, a presente pesquisa visa satisfazer essa demanda por meio da execução de uma sequência didática (Apêndice) alicerçada em fundamentos teóricos consistentes e abordagens pedagógicas inovadoras.

Esta proposta baseia-se na introdução do planímetro como um valioso recurso didático para medição de área de figuras irregulares, o mesmo é um dispositivo mecânico capaz de fornecer medições precisas, tornando-se uma ferramenta eficaz para o ensino desses conteúdos matemáticos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Planímetro de Amsler.....	16
Figura 2: Tabela de Calibragem.....	17
Figura 3: Alinhamento da parte inteira.....	18
Figura 4: Alinhamento da parte inteira.....	18
Figura 5: Fluxograma das etapas de seleção dos artigos.....	21
Figura 6: Esquema do projeto de Hermann.....	22
Figura 7: Planímetro de Maxwell.....	23
Figura 8: Planímetro de Prytz.....	23
Figura 9: Construção do campo vetorial.....	26
Figura 10: Filtragem do Município de Tucano.....	36
Figura 11: Porcentagem de erros e acertos da questão 01.....	40
Figura 12: Porcentagem de erros e acertos da questão 02(A)	41
Figura 13: Questão 02(B).	42
Figura 14: Questão 02(C).	42
Figura 15: Porcentagem de erros e acertos da questão 02(C).	42
Figura 16: Questão 02(C).	43
Figura 17: Porcentagem de erros e acertos da questão 02(D).	44
Figura 18: Questão 03.....	44
Figura 19: Porcentagem de erros e acertos da questão 04(B).	45
Figura 20: Um aluno está manuseando o planímetro.....	47
Figura 21: Resposta de um aluno na Questão 1.	48
Figura 22: Resposta de um aluno na Questão 2.....	49
Figura 23: Resposta de um aluno na Questão 3.....	49
Figura 24: Resposta de um aluno na Questão 4, mostrando a interpretação correta da escala e aplicação do fator de calibração.	50

RESUMO

A pesquisa em questão aborda o tema “O Planímetro na Medida de Áreas: Uma Sequência Didática nas Aulas de Matemática”. O Planímetro é um aparelho mecânico criado para calcular a área envolvida por uma curva fechada em um plano. Neste trabalho, apresentamos as técnicas de medição utilizando o Planímetro e propomos duas abordagens distintas para o ensino do cálculo de áreas com esse instrumento. A primeira abordagem é voltada para estudantes do ensino médio e emprega conceitos simples de geometria plana, facilitando a compreensão intuitiva do funcionamento do Planímetro. A segunda abordagem se concentra no ensino do Teorema de Green, explorando os fundamentos matemáticos essenciais que sustentam a operação do dispositivo. Além da fundamentação teórica, sugerimos uma variedade de atividades práticas que podem ser implementadas em sala de aula com o uso do Planímetro Didático. O objetivo é oferecer ao docente uma fundamentação teórica robusta para que ele possa aproveitar o Planímetro Didático como um recurso valioso em suas aulas de matemática. Ao término desta pesquisa, almeja-se não apenas elaborar uma sequência didática (Apêndice), mas também fomentar a reflexão e a melhora das práticas pedagógicas no ensino de Matemática, promovendo uma abordagem mais dinâmica e eficaz no desenvolvimento desse assunto. A pesquisa terá um caráter exploratório e aplicado, adotando métodos qualitativos e quantitativos. Será utilizada uma metodologia mista, que incluirá revisão da literatura, criação de atividades práticas e coleta de dados para avaliar o uso do Planímetro Didático.

Palavras chaves: Ensino de Matemática; Planímetro; Recursos Didáticos; Sequência Didática.

ABSTRACT

The research in question addresses the theme “The Planimeter in Area Measurement: A Teaching Sequence in Mathematics Classes”. The Planimeter is a mechanical device created to calculate the area enclosed by a closed curve on a plane. In this work, we present the measurement techniques using the Planimeter and propose two distinct approaches to teaching the calculation of areas with this instrument. The first approach is aimed at high school students and employs simple concepts of plane geometry, facilitating the intuitive understanding of how the Planimeter works. The second approach focuses on teaching Green's Theorem, exploring the essential mathematical foundations that support the operation of the device. In addition to the theoretical basis, we suggest a variety of practical activities that can be implemented in the classroom using the Didactic Planimeter. The objective is to offer teachers a robust theoretical basis so that they can use the Didactic Planimeter as a valuable resource in their mathematics classes. At the end of this research, the aim is not only to develop a didactic sequence (Appendix), but also to encourage reflection and improvement of pedagogical practices in teaching Mathematics, promoting a more dynamic and effective approach in the development of this subject. The research will have an exploratory and applied nature, adopting qualitative and quantitative methods. A mixed methodology will be used, which will include a literature review, creation of practical activities and data collection to evaluate the use of the Didactic Planimeter.

Keywords: Teaching Mathematics; Planimeter; Didactic resources; Didactic Sequence.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. DESENVOLVIMENTO	13
2.1 DESCRIÇÕES DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	13
2.2 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA	13
2.3 OBJETIVOS:	15
2.3.1 Objetivo geral:	15
2.3.2 Objetivos específicos:	15
3. REVISÃO DA LITERATURA	15
3.1 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	19
3.2 HISTÓRIA	21
3.3 GEORGE GREEN E O SEU EMINENTE TEOREMA.....	24
3.4 APLICAÇÃO DO TEOREMA DE GREEN AO PLANÍMETRO.....	26
3.4.1 Verificação da Condição para um Planímetro com hastes de mesmo tamanho	26
3.5 A IMPORTÂNCIA DO USO DE MATÉRIAS MANIPULÁVEIS NAS AULAS DE GEOMETRIA.....	28
3.6 TEÓRICOS E MATERIAIS MANIPULATIVOS	29
3.7 PLANÍMETRO NA REGIÃO DE TUCANO-BA	33
4. DESAFIOS DA INSERÇÃO DO PLANÍMETRO EM SALA DE AULA	36
5. METODOLOGIA (Passos Metodológicos).....	37
5.1 SUJEITOS DA PESQUISA	38
5.2 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	38
5.2.1 Diagnóstico e Revisão de Conceitos Básicos (1ª e 2ª Aulas)	35
5.2.2 Introdução e Prática com o Planímetro (3ª e 4ª Aulas)	35
5.2.3 Discussão e Avaliação Final (5ª e 6ª Aulas)	36
5.2.4 Recursos Utilizados	36
5.2.5 Coleta e Análise de Dados	36
5.2.6 Resultados Esperados	36
6. CRONOGRAMA DE EXECUÇÃO DO PROJETO	39
7. RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
7.1 ANÁLISE DOS DADOS (QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO).....	40
7.2 AULAS EXPOSITIVAS E INTRODUÇÃO AO PLANÍMETRO DIDÁTICO	46
7.3 ANÁLISE DOS DADOS	48
8. CONCLUSÃO	51
9. REFERÊNCIAS	53
10. APÊNDICE	53

1. INTRODUÇÃO

A pesquisa em análise explora o tema “O Planímetro na Mensuração de Áreas: Uma Sequência Didática nas Aulas de Matemática”, com a finalidade principal de desenvolver uma sequência pedagógica centrada no ensino de geometria e no cálculo de áreas. Nesta pesquisa busca-se utilizar o planímetro como um recurso didático, almejando proporcionar aos alunos uma compreensão mais aprofundada e eficaz desses tópicos, bem como aprimorar seu desempenho e aprendizado em Matemática.

Segundo Eves (1997), as primeiras considerações feitas a respeito da geometria são muito antigas tendo como origem a simples observação e a capacidade de reconhecer figuras, comparar formas e tamanhos. Um dos primeiros conceitos geométricos a serem desenvolvidos foi a noção de distância. Boyer (1974) no livro *História da Matemática* é apontado que a geometria teve sua origem no Egito e que seu surgimento veio da necessidade de se medir novas porções de terras após cada inundação anual no vale do rio Nilo. As inundações anuais sobrepunham-se sobre o Delta do referido rio e ano após ano o Nilo transbordava seu leito natural, espalhando um rico limo sobre os campos ribeirinhos.

Atualmente, a forma como a geometria é ensinada se adapta às novas tecnologias e metodologias educacionais, buscando assim tornar o aprendizado mais ativo e relevante para os estudantes. Ainda assim, o ensino de geometria e cálculo de áreas ainda tem sido um desafio recorrente no contexto educacional, frequentemente marcado por dificuldades de compreensão e visualização dos conceitos por parte dos estudantes. A abstração dos elementos geométricos, aliada à complexidade dos cálculos de áreas, muitas vezes se torna um obstáculo significativo no processo de aprendizagem matemática.

Além das necessidades agrícolas já mencionadas, a necessidade de determinar a quantidade de espaço disponível para construção também impulsionou o desenvolvimento de métodos para calcular áreas. Inicialmente, esses métodos eram bastante rudimentares, baseados em aproximações e em formas geométricas simples. Com o avanço da matemática, especialmente com a geometria grega, métodos mais precisos foram desenvolvidos, utilizando fórmulas e teoremas.

Na sala de aula, o ensino do cálculo de área evoluiu de forma paralela ao desenvolvimento da geometria, passando por diferentes abordagens e metodologias ao longo do tempo, sempre buscando conectar os conceitos com aplicações práticas e o dia a dia dos alunos. A introdução de novas tecnologias também influenciou a forma como o cálculo de área é ensinado, permitindo uma abordagem mais visual e interativa.

De acordo com Bayer (2004), nos últimos anos os conteúdos de geometria estão sendo deixados em segundo plano nos currículos escolares devido à carga horária da disciplina de matemática dos cursos do Ensino Fundamental e Médio ser reduzida e os professores terem que optar por conteúdos que são pré-requisitos para séries posteriores.

Nesse cenário, o uso de recursos didáticos que tornem os conceitos mais tangíveis e acessíveis torna-se essencial. É nesse contexto que se insere o planímetro, um instrumento que possibilita a medição precisa de áreas de figuras irregulares. Segundo Francisco de Assis Parentes da Silva do Amaral Ferreira:

O Planímetro é um instrumento criado por volta de 1854 pelo suíço Jakob Amsler. Ele serve para calcular áreas de figuras planas limitadas, tomando como base seu perímetro. Sua utilização foi importante para vários cursos do ensino superior, como Engenharias, Cartografia, Arquitetura, Desenho Técnico, Geografia, Geologia, Medicina, entre outros (Ferreira, 2020, p. 33-54).

A proposta de uma sequência didática mediada pelo planímetro surge como uma estratégia promissora para enfrentar esses desafios. Ao explorar esse instrumento e sua aplicabilidade no contexto educacional, pretende-se não apenas oferecer uma alternativa pedagógica, mas também atender às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que preconiza o uso de materiais manipuláveis e a contextualização dos conteúdos, visando à construção do conhecimento de maneira mais significativa. Gilvania Ramos Borges define o planímetro da seguinte maneira:

[...] o planímetro é composto de dois braços de tamanhos iguais ou diferentes, com ângulo entre si de 0° a 180° . Na articulação desses braços existe uma pequena roda que gira enquanto é feito o contorno da curva na superfície. Nesta roda existe um contador que marca o número de voltas dadas por ela. Quando esta roda se move de forma perpendicular ao seu eixo, ela gira e seu movimento é registrado pelo contador (Borges, 2011, p. 19).

Neste contexto, esta Pesquisa de Mestrado Profissional se propõe a elaborar uma sequência didática voltada ao ensino de geometria e cálculo de áreas, destacando o planímetro como peça central dessa abordagem. Além disso, a introdução do planímetro nas aulas de matemática visa enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, despertando o interesse dos estudantes por meio de abordagens inovadoras e interdisciplinares. Assim, este trabalho pretende responder à seguinte questão norteadora: como o uso do planímetro, integrado a uma

sequência didática, pode contribuir para o ensino e a aprendizagem de cálculo de áreas no ensino básico?

Levando em conta os desafios que os alunos enfrentam, a proposta tem como objetivo não apenas ultrapassar esses obstáculos, mas também promover a compreensão dos conceitos, o raciocínio lógico-matemático e a resolução de problemas dentro desse campo específico da Matemática. Dessa forma, ao longo deste trabalho, serão analisadas as capacidades do planímetro como ferramenta pedagógica, bem como suas contribuições para aprimorar a prática educacional, apresentando uma proposta inovadora que se alinha às necessidades e desafios do ensino de geometria e cálculo de áreas.

Este estudo está estruturado em capítulos que abordam inicialmente os fundamentos teóricos do cálculo de áreas e do uso do planímetro, seguidos pela descrição da sequência didática proposta, sua aplicação em sala de aula e os resultados obtidos. Ao final, são apresentadas considerações sobre as contribuições e os desafios do uso dessa abordagem no ensino de matemática.

A pesquisa teve um caráter exploratório e aplicado, adotando métodos qualitativos e quantitativos, sendo utilizada uma metodologia mista, que incluirá revisão da literatura, criação de atividades práticas e coleta de dados para avaliar o uso do Planímetro Didático.

2. DESENVOLVIMENTO

A Geometria (do grego geo = terra + metria = medida), ou seja, “medir terra”, desde sua origem, há milhares de anos, está relacionada às necessidades do dia a dia. Conforme Eves (1997), as reflexões iniciais do ser humano sobre a Geometria remontam a tempos remotos e se originaram de observações simples, como a comparação de formas e dimensões. As primeiras descobertas geométricas ocorreram de maneira subconsciente, com a noção de distância se destacando como um dos primeiros conceitos geométricos elaborados. Essa “Geometria subconsciente” utilizada pelos nossos antepassados pavimentou, de forma significativa, o caminho para o avanço da geometria mais elaborada que se seguiria.

2.1 DESCRIÇÕES DA SITUAÇÃO-PROBLEMA

A dificuldade dos alunos em visualizar e compreender a relação entre figuras geométricas e seus respectivos cálculos de área é um obstáculo recorrente. Diante dessa realidade, propõe-se o seguinte questionamento: A implementação de uma sequência didática utilizando o planímetro, um instrumento que, ao possibilitar a medição de áreas de figuras irregulares, pode ser uma ferramenta eficaz no ensino dessa habilidade matemática? A escolha desse recurso está alinhada com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que preconiza o uso de materiais manipuláveis para o ensino de Matemática, visando à construção do conhecimento de forma mais concreta e contextualizada.

A proposta surge da necessidade de explorar metodologias alternativas que possam tornar o ensino de geometria e cálculos de superfícies mais acessível e significativo para os alunos. A utilização do planímetro como eixo central desta sequência didática visa não apenas facilitar a compreensão dos conceitos, mas também promover a interdisciplinaridade, incentivando a pesquisa e a experimentação, elementos fundamentais para o desenvolvimento de habilidades matemáticas.

2.2 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

A relevância desse trabalho reside na oportunidade de promover uma abordagem mais prática e contextualizada, alinhada às diretrizes da BNCC, e assim contribuir para a superação das dificuldades enfrentadas pelos alunos nesta disciplina. A hipótese subjacente a esta proposta

é que a utilização do planímetro como instrumento de medição de áreas facilitará a compreensão dos conceitos geométricos e promoverá uma aprendizagem mais significativa.

Ao integrar a manipulação de um objeto físico como recurso didático ao processo de ensino-aprendizagem, espera-se elevar o interesse dos alunos, além de estimular o raciocínio lógico-matemático e a resolução de problemas. O planímetro, enquanto instrumento histórico e prático para a medição de áreas, representa uma oportunidade pedagógica valiosa para trazer mais concretude e dinamismo às aulas de matemática. Seu uso possibilita aos estudantes visualizar a relação entre a geometria e a resolução de problemas práticos, como a medição de terrenos irregulares ou a análise de mapas, conectando o aprendizado à vida real. Além disso, o instrumento permite a exploração de conceitos matemáticos avançados, como o teorema de Green, de forma acessível e experimental.

A proposta de utilizar o planímetro em uma sequência didática vai ao encontro das atuais demandas por metodologias ativas e interdisciplinares no ensino. Ao integrar teoria e prática, o professor pode despertar a curiosidade dos alunos, incentivando-os a investigar, explorar e construir o conhecimento de maneira colaborativa. Isso contribui para o desenvolvimento de habilidades como o pensamento crítico, a resolução de problemas e a capacidade de conectar a matemática a outros campos do saber, como a física, a engenharia e a tecnologia.

A relevância desta abordagem também se justifica pela sua contribuição para a formação de uma visão mais ampla e aplicada da matemática. Ao compreender a funcionalidade e a história de instrumentos como o planímetro, os estudantes passam a valorizar o papel da matemática no desenvolvimento de soluções práticas ao longo do tempo, reconhecendo sua importância na evolução das ciências e da sociedade.

Por fim, esta sequência didática visa não apenas enriquecer o ensino do cálculo de áreas, mas também oferecer ao professor uma ferramenta didática diferenciada, capaz de promover o protagonismo estudantil e tornar as aulas mais interativas e significativas. Assim, este trabalho contribui para o fortalecimento do ensino de matemática como uma disciplina viva, prática e essencial para a formação cidadã.

2.3 OBJETIVOS:

2.3.1 Objetivo geral:

- ✓ Elaborar uma sequência pedagógica focada no ensino de geometria e cálculo de áreas, empregando o planímetro como ferramenta didática, com o objetivo de oferecer aos alunos uma compreensão mais abrangente e eficaz desses temas, além de aprimorar o desempenho e a aprendizagem em Matemática.

2.3.2 Objetivos específicos:

- ✓ Explorar o potencial do planímetro como ferramenta pedagógica no ensino de geometria e cálculo de áreas;
- ✓ Elaborar atividades práticas e contextualizadas que incorporem o uso do planímetro para medição de áreas de figuras planas;
- ✓ Integrar a sequência didática ao contexto educacional, alinhando-a aos princípios da BNCC e às necessidades dos estudantes, considerando suas dificuldades no aprendizado de geometria.

3. REVISÃO DA LITERATURA

Um planímetro é um instrumento usado para medir a área de uma superfície irregular em um mapa ou desenho. Existem diferentes tipos, mas basicamente eles funcionam rastreando o perímetro da área e calculando a área com base nesse traçado. É uma ferramenta útil em diversas áreas, como engenharia, cartografia e até mesmo em alguns campos da medicina, tendo sua invenção creditada a Jakob Amsler, em 1854, com um design que evoluiu ao longo do tempo. Existem diferentes tipos de planímetros, e o desenvolvimento deles se deu em paralelo com a necessidade de medir áreas em mapas e desenhos com precisão.

De acordo com Scartazzini e col. (2005), o planímetro calcula áreas de figuras planas, percorrendo o entorno de uma figura sempre no sentido horário, obtendo-se o respectivo valor das unidades planimétricas lidas diretamente no visor do instrumento correspondente. Consiste em duas hastes unidas por uma articulação (**Figura 1**), onde uma das hastes é fixa à superfície enquanto a outra se move ao longo da curva a ser medida. No centro do planímetro, há uma roda cujo eixo de rotação é paralelo à direção da haste móvel. A roda gira quando há variação

no ângulo entre as duas hastes. Ele possui relógios de medição que registram valores utilizados para determinar a área por meio de um procedimento de cálculo baseado em medidas realizadas ao longo da curva. Para utilizar eficientemente um planímetro, deve-se observar, em primeiro lugar, que as medidas sejam efetuadas numa superfície plana e, em seguida, que as partes constituintes do aparelho estejam dispostos de forma a fornecer valores, os mais exatos possíveis (Melo; Seixas, 2012, p. 02).

Figura 1: Planímetro de Amsler. a) Planímetro Mecânico. b) Planímetro Digital.



Fonte: Ferreira, F. A. P. S. A. **O uso do planímetro polar em sala de aula**, 2014.

A utilização do planímetro, segundo Ferreira (2020), é dividida basicamente em cinco etapas básicas, como podemos ver na citação abaixo.

1. Escolha e marque um ponto sobre a curva limitadora da figura para iniciar a medição;
2. Coloque o ponto central da lupa da haste traçadora sobre o ponto escolhido no item anterior;
3. Fixe a agulha do polo da haste polar em um ponto qualquer da mesa que seja, preferencialmente, fora da superfície a ser percorrida de forma que o traçador consiga percorrer todo seu perímetro;
4. Zere o contador apertando o pino de zeragem do mesmo ou anote o valor da leitura inicial do contador, nesse caso, o resultado final será a subtração da leitura final pela leitura inicial;
5. “Percorra o traçador ao longo do perímetro da figura, no sentido horário, até retornar a sua posição inicial” (Ferreira, 2020, p. 38).

O planímetro ajuda a entender o cálculo de áreas porque mede diretamente formas irregulares ao percorrer seu contorno, convertendo esse movimento em uma medida de área. Ele facilita a visualização prática, aplica conceitos de cálculo integral, oferece precisão em formas complexas e torna o aprendizado mais intuitivo ao permitir medições experimentais, permitindo assim que estudantes e professores compreendam, de forma prática, o cálculo de áreas de formas irregulares. O uso do planímetro é abordado em diferentes níveis de ensino,

desde o ensino médio, utilizando conceitos básicos de geometria e noção intuitiva de integração, até o ensino superior, onde se explora o Teorema de Green para fornecer uma explicação mais rigorosa do seu funcionamento.

Sobre o funcionamento do Planímetro, para sua calibração se faz necessário segurar o mesmo pelo corpo levantando sua parte inferior. Averigue se ambas as travas estão soltas para que possa ocorrer o movimento do braço e escolher dois tamanhos de acordo com a tabela de calibragem. O processo de calibração começa pela parte inteira para travar a primeira trava e fazer o ajuste fino e em seguida travar a segunda trava, ou seja, a parte inteira refere-se ao ajuste inicial do braço móvel, que corresponde ao primeiro valor de escala escolhido na tabela de calibração. Esse ajuste define um tamanho base para a medição. A primeira trava a ser ajustada é aquela que fixa esse valor inicial, geralmente localizada na articulação principal do braço. Depois de definir esse ajuste mais "grosseiro", faz-se o ajuste fino, que permite maior precisão na calibração. Por fim, a segunda trava é fixada para garantir que os ajustes não se alterem durante a medição. Resumindo, escolhe-se um valor na tabela de calibração, depois ajusta-se a parte inteira (valor principal) e trava-se a primeira trava e faz-se o ajuste fino e trava-se a segunda trava para garantir precisão. Segue abaixo na **(Figura 2)**, uma ilustração de uma Tabela de Calibragem.

Figura 2: Tabela de Calibragem

Scales	Position of Measuring Unit	Unit area	Constant
1 : 1000	149,4	10 □m	23078
1 : 200	149.0	0.4 □m	
1 : 500	150.0	2 □m	24287
1 : 250	115.6	0.5 □m	
1 : 400	86.5	1 □m	
1 : 1000	65.5	5 □m	
1 : 500	48.8	1 □m	

Fonte: Lima, Eudes. **O Planímetro Polar e sua Relação com o Teorema de Green**, 2022.

Já a calibragem da parte inteira é realizada alinhando o zero da régua de baixo ao número inteiro da régua acima.

Na **(Figura 3)** aborda a ilustração do alinhamento da parte inteira.

Figura 3: Alinhamento da parte inteira

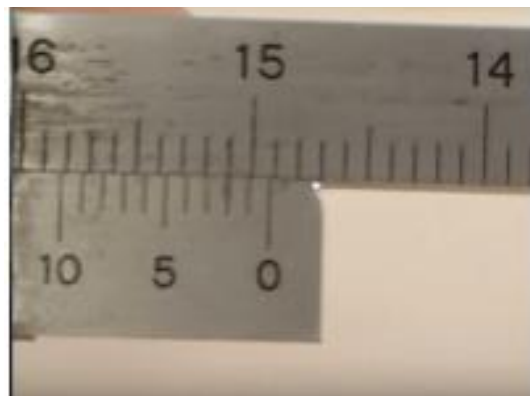


Fonte: Lima, Eudes. **O Planímetro Polar e sua Relação com o Teorema de Green**, 2022.

Com relação a calibragem da parte decimal é realizada alinhando o traço decimal acima com o decimal da régua de baixo.

Na **(Figura 4)** trazemos a ilustração do Alinhamento da parte decimal.

Figura 4: Alinhamento da parte inteira



Fonte: Lima, Eudes. **O Planímetro Polar e sua Relação com o Teorema de Green**, 2022.

O planímetro, ao percorrer a curva, acumula valores correspondentes à integral de linha de um campo vetorial, e, por meio do Teorema de Green, esses valores são convertidos na área delimitada pela curva, tornando-o uma ferramenta valiosa no ensino de geometria e cálculo de áreas.

O estudo sobre o ensino do cálculo de áreas e a aplicação do planímetro envolve uma análise interdisciplinar, abrangendo aspectos históricos, pedagógicos e tecnológicos. A revisão da literatura apresenta as principais contribuições teóricas e práticas relacionadas a esses temas,

destacando a importância do planímetro como instrumento pedagógico e seu potencial para enriquecer as aulas de matemática.

Na literatura educacional, autores como Silva e Oliveira (2020) destacam o planímetro como uma ferramenta didática subutilizada, mas com grande potencial para integrar teoria e prática no ensino de geometria. Sua simplicidade operacional e a visualização direta dos resultados tornam o instrumento adequado para estimular a curiosidade e o engajamento dos estudantes.

Diversos estudos apontam para a eficácia de sequências didáticas que utilizam instrumentos não convencionais, como o planímetro, para ensinar matemática. Segundo Lima e Ferreira (2021), essas abordagens promovem maior interação dos alunos com o conteúdo, particularmente em atividades práticas que demandam a aplicação de conceitos geométricos.

Além disso, o uso do planímetro possibilita discussões interdisciplinares, envolvendo áreas como física, história da ciência e tecnologia. Esse caráter interdisciplinar é ressaltado por autores como Souza e Amaral (2019), que afirmam que a introdução de ferramentas históricas no ensino reforça a compreensão dos alunos sobre a evolução da matemática e suas aplicações.

3.1 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Este estudo caracteriza-se como exploratório e aplicado, empregando abordagens qualitativas e quantitativas dentro de uma abordagem de métodos mistos. Essa combinação incluiu revisão de literatura, desenvolvimento de atividades práticas e análise de dados visando avaliar a eficácia do uso do planímetro instrucional no ensino de geometria.

Conforme Lakatos e Marconi (2003), ao iniciar uma pesquisa é necessário fazer o levantamento e análise de trabalhos anteriores que tratem do mesmo assunto. A revisão de literatura aqui realizada seguiu os passos dos Principais Itens para Relatar Revisões Sistemáticas e Meta-Análises (PRISMA). A escolha desse método deu-se devido a sua abordagem sistematizada na busca e seleção de trabalhos relacionados ao tema em estudo, conforme definido por Guanilo, Takahashi e Bertolozzi (2011).

O processo de busca na literatura seguirá o modelo PRISMA (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses). As palavras-chave usadas para a busca foram: “Planímetro”, “Teorema de Green”, “Sequência Didática”. As bases de dados utilizadas serão: nos acervos de periódicos CAPES, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), SciELO, Scopus ou PubMed, Google Acadêmico. Serão incluídos estudos publicados em inglês, espanhol e português nos últimos dez anos.

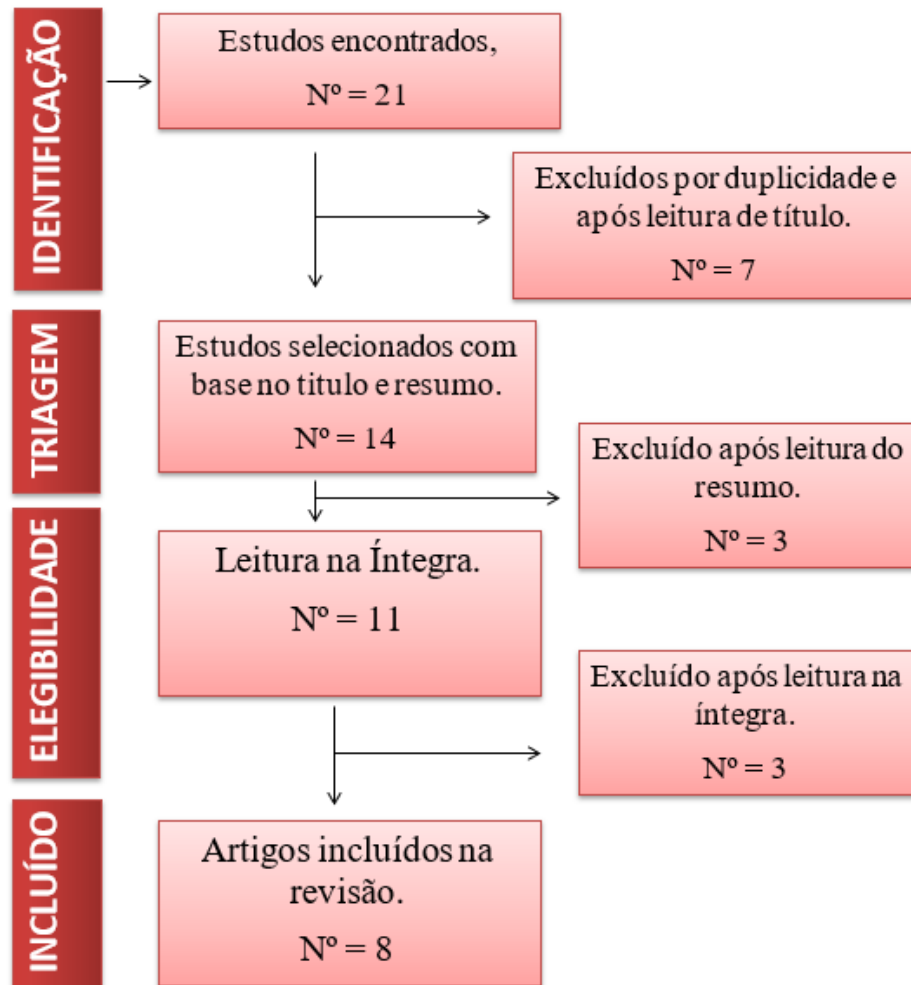
A seleção dos estudos foi feita com base em critérios predefinidos que incluem: a) Explorar o potencial do planímetro como ferramenta pedagógica no ensino de geometria e cálculo de áreas; b) Elaborar atividades práticas e contextualizadas que incorporem o uso do planímetro para medição de áreas de figuras planas; c) Integrar a sequência didática ao contexto educacional, alinhando-a aos princípios da BNCC e às necessidades dos estudantes, considerando suas dificuldades no aprendizado de geometria. Foram excluídos estudos sem relevância direta ao tema, assim como comentários.

Os dados extraídos dos estudos selecionados incluirão: autor, ano de publicação, país onde o estudo foi realizado, objetivo do estudo. A análise dos dados será baseada na sua qualidade e relevância para os objetivos deste estudo. Foi realizada uma síntese narrativa dos dados, destacando as principais conclusões relacionadas à eficácia do desenvolvimento de uma sequência de ensino focada no ensino de geometria e cálculos de área, utilizando o planímetro como ferramenta de ensino projetada para proporcionar aos alunos uma compreensão mais abrangente, melhorando também a compreensão e o desempenho em matemática e da capacidade de aprendizagem, a compreensão e a eficácia desses tópicos podem ser melhoradas.

Os artigos selecionados para esta pesquisa foram escolhidos com base em critérios de inclusão que consideraram textos publicados entre os anos de 2000 e 2024, nos idiomas português e inglês, que abordassem o tema em questão. Foram excluídos da análise aqueles que não se relacionavam ao tema proposto, as publicações anteriores a 2000 e os trabalhos que estavam incompletos. A seguir, na **(Figura 5)**, encontra-se o fluxograma que ilustra o processo de seleção dos artigos utilizados na elaboração deste trabalho.

Além disso, foram priorizados textos que discutiam os avanços tecnológicos do instrumento, comparando o planímetro analógico ao digital e avaliando os impactos dessas inovações na precisão e eficiência das medições. A seleção criteriosa desses artigos possibilitou a construção de um referencial teórico que alicerça o desenvolvimento do TCC, garantindo que as discussões realizadas sejam fundamentadas em evidências científicas consistentes e atualizadas.

Figura 5. Fluxograma das etapas de seleção dos artigos.



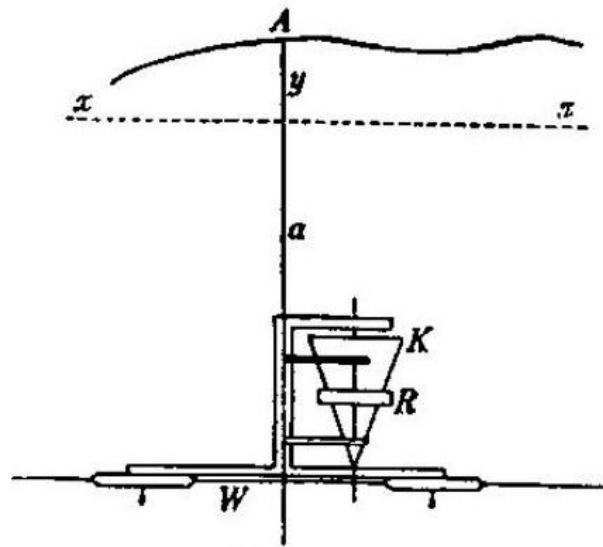
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Portanto, a partir da análise dos trabalhos, percebemos uma carência de pesquisas envolvendo cálculo de área: seqüências de ensino em aulas de matemática, que proporcionassem aos alunos conhecimentos mais detalhados.

3.2 HISTÓRIA

O primeiro registro conhecido foi concebido por Johann Martin Hermann em 1814, tendo sido construído em 1917. Denominado Planímetro de Cone, o projeto envolvia um cone em rotação por meio de um rolamento e baseava-se em uma integral definida, onde a velocidade de rotação do cone era diretamente proporcional à medida de y , conforme representado na **(Figura 6)**.

Figura 6: Esquema do projeto de Hermann.



Fonte: A. Galle, Druck e Verlag, Leipzig e Berlim, 1912.

Posteriormente, em 1855, James Clerk Maxwell desenvolveu o Planímetro Rotacional, que consistia em uma esfera móvel movendo-se tangencialmente a um hemisfério fixo de raio idêntico enquanto o traçador percorria o contorno da figura. O planímetro de Maxwell, é um exemplo notável de inovação na medição de áreas. Este dispositivo foi projetado para medir áreas de forma mais precisa e eficiente do que os modelos anteriores. Maxwell introduziu melhorias significativas no design, permitindo que o planímetro fosse utilizado para medir não apenas áreas planas, mas também superfícies com contornos complexos, ou seja, áreas com bordas irregulares, curvas sinuosas ou variações de relevo, que não possuem formatos geométricos simples.

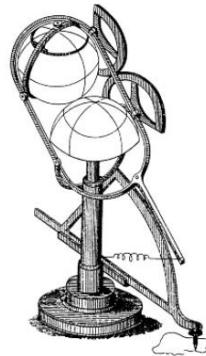
No contexto do planímetro de Maxwell, isso significa que ele foi projetado para medir áreas não delimitadas por retas ou arcos perfeitos, como terrenos acidentados em mapas topográficos, lagos e rios com margens irregulares, peças mecânicas curvas na engenharia, gráficos matemáticos complexos e até superfícies anatômicas em exames médicos. A inovação desse planímetro permitiu medições mais precisas dessas áreas, tornando-se uma ferramenta valiosa em diversas áreas do conhecimento. A abordagem de Maxwell focava na precisão mecânica e na facilidade de uso, tornando o instrumento mais acessível para aplicações em diversas disciplinas, como matemática, geografia e engenharia.

Além disso, o planímetro de Maxwell (**Figura 7**) é frequentemente elogiado pela sua capacidade de fornecer resultados rápidos e confiáveis, o que o tornou popular em ambientes acadêmicos e profissionais. Ele é um exemplo de como a matemática e a física podem se unir

para criar ferramentas práticas que facilitam a compreensão de conceitos complexos, como a medição de áreas irregulares.

Os detalhes sobre seu uso e funcionamento podem ser encontrados no trabalho de Maxwell, intitulado “Description of a New Form of Platometer, an Instrument for measuring the Areas of Plane Figures drawn on Paper” (Maxwell’s Collected Papers, v. I, p. 230).

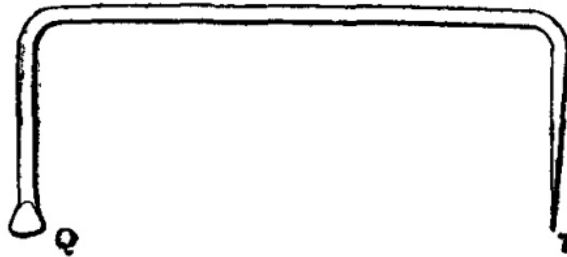
Figura 7: Planímetro de Maxwell.



Fonte: Foote, Robert L.: **Amsler Planimeters.**

Por volta de 1875, surgiu o Planímetro de Prytz, sendo uma ferramenta que se destaca por sua capacidade de fornecer áreas aproximadas e permitir a minimização e cálculo do erro. Ele funciona com base no mesmo princípio dos planímetros mecânicos, onde uma roda de medição registra o movimento enquanto o operador traça o contorno da área a ser medida. Essa abordagem o torna eficiente para medir superfícies planas, mesmo aquelas com contornos complexos. Chamado de “Planímetro de Haste” por Prytz, consistia em uma haste com duas curvas formando ângulos retos, onde uma das pontas era a traçadora T (**Figura 8**).

Figura 8: Planímetro de Prytz.



Fonte: **Planímetro.** Disponível em: <https://it.wikipedia.org/wiki/Planímetro>.

Em 1854, Jakob Amsler inventou o Planímetro Polar Mecânico (um pré-computador analógico), tornando-se conhecido mundialmente. Antes da invenção de J. Amsler, os dispositivos não eram muito eficazes, com utilidade prática limitada e em alguns casos, imprecisa. Posteriormente, os Planímetros Digitais surgiram como aprimoramento do Planímetro de Amsler, mantendo o mesmo princípio de funcionamento e sendo amplamente utilizados hoje devido à facilidade de leitura dos resultados.

Além desses modelos mencionados, existem outros tipos de Planímetros, como os de uma só unidade, de unidades diferentes, de Becker, Pantográfico, Ortogonal, de Carrinho, linear, entre outros. Não existe um número exato de tipos de planímetros, pois existem variações e modelos mais sofisticados além dos principais. Cada um deles apresenta características e métodos de medição específicos.

3.3 GEORGE GREEN E O SEU EMINENTE TEOREMA

Nesta seção, abordamos o Teorema de Green juntamente com o Cálculo Multivariacional ou Cálculo com Múltiplas Variáveis. O Cálculo com Múltiplas Variáveis é um ramo do cálculo que estuda funções de várias variáveis e seus comportamentos. Ele se concentra em generalizar os conceitos do cálculo de uma variável para funções com mais de uma variável independente. Isso inclui conceitos como derivadas parciais, gradientes, integrais múltiplas, e otimização de funções de várias variáveis (encontrando máximos e mínimos). É uma área fundamental em muitas disciplinas, incluindo física, engenharia e economia, para modelar e resolver problemas complexos.

Optamos por não apresentar uma demonstração detalhada, pois isso excede o escopo deste texto. Para os interessados, uma demonstração parcial, adequada para estudos introdutórios, pode ser encontrada no livro de Stewart (2011). Para uma compreensão mais aprofundada do Cálculo com múltiplas variáveis, existem referências importantes, como os clássicos de Spivak (1971) e Lima (2016).

George Green (1793-1841) foi um matemático e físico autodidata inglês. Apesar de ter tido uma educação formal limitada, ele fez contribuições significativas para a matemática, particularmente no campo da análise matemática e da física matemática. Sua obra mais famosa é o “An Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism”, que introduziu o teorema de Green, um resultado fundamental em cálculo vetorial com amplas aplicações em física e engenharia. Ele também trabalhou em teoria do potencial e

elasticidade. Apesar de seu trabalho ter sido inicialmente pouco reconhecido em vida, sua influência na matemática e na física é inegável e continua a ser estudada até hoje.

O uso do planímetro como instrumento de medição de áreas está fundamentado no Teorema de Green, um resultado importante da análise vetorial e da teoria das integrais em curvas. Esse teorema estabelece uma relação entre uma integral de linha ao longo de uma curva fechada e uma integral dupla sobre a região delimitada por essa curva.

Green obteve um reconhecimento acadêmico modesto durante sua vida, mas apenas após sua morte precoce, aos 47 anos, é que seu trabalho foi verdadeiramente valorizado. O jovem físico William Thomson foi o primeiro a compreender a importância das contribuições de George Green para a matemática e a física, divulgando seu trabalho aos grandes nomes da ciência de sua época (Cannel; Lord, 1993, p. 26-51).

Há uma percepção comum de que Green não recebeu o merecido reconhecimento em vida, em parte devido à sua posição social desprivilegiada e também porque suas ideias estavam décadas à frente de seu tempo. O célebre teorema, que tratamos aqui em uma apresentação mais contemporânea, tem o seguinte enunciado:

Teorema de Green: Seja c uma curva fechada, suave e simples em \mathbb{R}^2 . Seja $F(x,y) = (A(x,y), B(x,y))$ um campo de classe C^1 , em um aberto D que contém a curva c e seu interior C . Então:

$$\oint_c A dx + B dy = \iint_C \left(\frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy.$$

Em termos simples, o Teorema de Green conecta o que acontece na borda de uma região (a integral de linha) com o que acontece dentro da região (a integral dupla). Existem duas formas principais do teorema, dependendo se você está trabalhando com campos vetoriais bidimensionais ou com funções escalares. As funções escalares são grandezas que associam um número real a cada ponto da região analisada, sem direção ou sentido, como temperatura ou pressão. Enquanto a forma mais comum do teorema lida com campos vetoriais, há uma versão que envolve funções escalares, conhecida como identidade de Green, usada na resolução de problemas com o laplaciano em física e engenharia, como no estudo de calor, fluidos e eletromagnetismo. Ele é muito útil em física e engenharia ao calcular coisas como trabalho realizado por um campo de força ou fluxo de um fluido.

A eficácia do planímetro está diretamente fundamentada no Teorema de Green, que permite transformar a integral de linha sobre o contorno de uma figura em uma medida da área

interna. Essa conexão entre geometria e cálculo diferencial confere ao planímetro sua precisão e utilidade prática, destacando a beleza e a aplicabilidade da matemática na criação de instrumentos para resolver problemas do mundo real.

3.4 APLICAÇÃO DO TEOREMA DE GREEN AO PLANÍMETRO

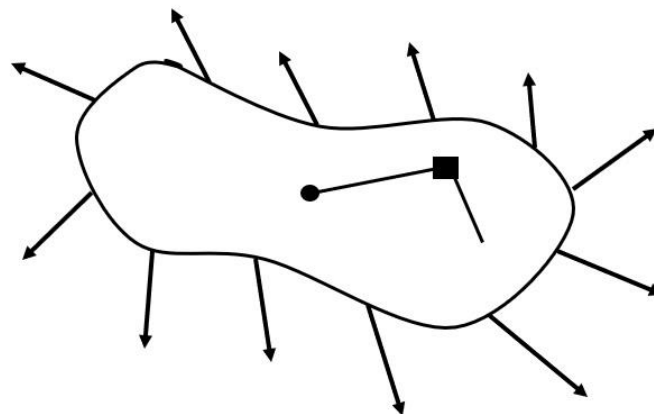
O planímetro é um dispositivo mecânico projetado para medir áreas de superfícies planas por meio da integração de um campo vetorial. Essencialmente, ele funciona como um integrador mecânico que realiza a soma contínua das contribuições infinitesimais ao longo de uma trajetória fechada.

Matematicamente, podemos modelar o funcionamento do planímetro como a integral de um campo vetorial bidimensional $F(x,y)$, definido por:

$$F(x,y) = (A(x,y), B(x,y))$$

onde $A(x,y)$ e $B(x,y)$ representam as componentes do campo vetorial ao longo dos eixos x e y , respectivamente. Segue (**Figura 9**) demonstrando:

Figura 9: Construção do campo vetorial



Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

3.4.1 Verificação da Condição para um Planímetro com hastes de mesmo tamanho

Verifica-se que, no caso em que as hastes do planímetro possuem o mesmo comprimento r , então as componentes do campo vetorial F assumem as seguintes expressões:

$$A(x,y) = -\frac{1}{r} \left(\frac{y}{2} + x \sqrt{\frac{r^2}{x^2 + y^2} - \frac{1}{4}} \right)$$

$$B(x,y) = \frac{1}{r} \left(\frac{x}{2} - y \sqrt{\frac{r^2}{x^2 + y^2} - \frac{1}{4}} \right)$$

Essas funções descrevem a influência da posição (x, y) sobre o movimento do planímetro e sua relação com a integração da área.

Para confirmar essa relação, utilizamos o Teorema de Green, que estabelece que a integral de linha de um campo vetorial ao longo de uma curva fechada c pode ser convertida em uma integral dupla sobre a região delimitada por essa curva. O teorema é expresso por:

$$\oint_c A dx + B dy = \iint_C \left(\frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy$$

Ou seja, a integral de linha do campo vetorial ao longo da fronteira C é equivalente à integral dupla da diferença entre as derivadas parciais dos componentes do campo vetorial na região interna.

Agora, calculamos essas derivadas parciais para as funções $A(x, y)$ e $B(x, y)$.

Derivando $B(x, y)$ em relação a x , temos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial x} &= \frac{1}{r} \left[\frac{1}{2} - \frac{y}{2} (r^2(x^2 + y^2)^{-1} - \frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}} \cdot (-1) \cdot r^2 \cdot (x^2 + y^2)^{-2} \cdot 2x \right] \\ &= \frac{1}{r} \left[\frac{1}{2} + xy(r^2(x^2 + y^2)^{-1} - \frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}} \cdot r^2 \cdot (x^2 + y^2)^{-2} \cdot \right] \end{aligned}$$

De maneira análoga, temos:

$$\frac{\partial A}{\partial y} = -\frac{1}{r} \left[\frac{1}{2} - xy(r^2(x^2 + y^2)^{-1} - \frac{1}{4})^{-\frac{1}{2}} \cdot r^2 \cdot (x^2 + y^2)^{-2} \cdot \right]$$

Portanto

$$\oint_c A dx + B dy = \iint_C \frac{1}{r} dx dy = \frac{1}{r} \iint_C 1 dx dy = \frac{1}{r} \text{Área (C)}$$

Isso significa que a integral de linha do campo vetorial associado ao planímetro é proporcional à área da região fechada C , com um fator de proporcionalidade $\frac{1}{r}$. Esse resultado reforça a ideia de que o planímetro funciona como um integrador mecânico da área de superfícies fechadas.

3.5 A IMPORTÂNCIA DO USO DE MATÉRIAS MANIPULÁVEIS NAS AULAS DE GEOMETRIA.

A utilização de materiais manipuláveis desempenha um papel essencial no processo de padronizar, particularmente em disciplinas como a geometria. Eles permitem uma aprendizagem mais concreta e significativa, ajudando os alunos a visualizarem conceitos abstratos de forma mais fácil. Imagine construir um cubo com blocos, ou explorar a área de um círculo usando papel e tesoura. Essas atividades práticas facilitam a compreensão de propriedades geométricas, como área, volume, ângulos e relações espaciais. Além disso, os materiais manipuláveis tornam o aprendizado mais divertido e engajador, estimulando a participação ativa dos alunos e a construção do conhecimento de forma colaborativa. Eles também são ótimos para alunos com diferentes estilos de aprendizagem, permitindo uma abordagem mais inclusiva.

O planímetro destaca-se como um recurso pedagógico valioso para aulas de geometria devido à sua habilidade singular de transformar conceitos abstratos em noções tangíveis e compreensíveis para os alunos. Ao utilizar um planímetro, os estudantes não apenas visualizam, mas também manipulam de forma prática os conceitos geométricos. Isso vai além da mera observação de fórmulas e desenhos em um quadro, permitindo-lhes explorar concretamente os princípios fundamentais da geometria. A manipulação direta do instrumento possibilita aos alunos experimentar por si mesmos como as formas são medidas e as áreas são calculadas, tornando o aprendizado mais envolvente e contribuindo para uma compreensão mais profunda dos conceitos, indo além da simples memorização. O uso do planímetro pode incentivar a discussão sobre diferentes métodos de cálculo de áreas e a comparação entre resultados obtidos com o instrumento e com fórmulas matemáticas.

Nos últimos anos, a importância do cálculo de áreas para a formação do aluno em nível básico também vem sendo amplamente discutida na literatura como resultado de pesquisas desenvolvidas diretamente no ambiente escolar (Cardoso, 2019).

Além disso, o uso do planímetro possibilita aos alunos estabelecerem conexões entre a teoria matemática e suas aplicações práticas no mundo real. Ao medir áreas de formas complexas, os alunos percebem a utilidade e relevância da geometria em diversas situações do cotidiano. A manipulação desses recursos também incentiva os estudantes a formularem perguntas, explorar cenários diversos e testar hipóteses, estimulando assim o pensamento crítico e a resolução de problemas.

Uma vantagem notável dos recursos didáticos, como o planímetro, é sua capacidade de oferecer uma abordagem mais inclusiva, beneficiando alunos visuais, cinestésicos ou táteis. Isso torna o ensino mais acessível e adaptado às diversas necessidades dos estudantes. Isso porque:

[...] a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam “fazer a quadratura de uma figura”). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau. (Brasil, 2018, pág. 272)

Adicionalmente, a utilização de materiais manipuláveis cria memórias sensoriais, contribuindo para uma melhor retenção de informações. Os alunos tendem a recordar conceitos com mais facilidade quando têm experiências práticas relacionadas a eles. Em síntese, o planímetro, como um recurso didático, proporciona uma oportunidade valiosa para os alunos compreenderem e explorarem os conceitos geométricos de maneira concreta e prática. Além, disso, ao facilitar a visualização, experimentação e aplicação direta de fórmulas matemáticas na resolução de problemas, o planímetro enriquece o processo de aprendizado, tornando a geometria mais acessível e interessante para os estudantes.

3.6 TEÓRICOS E MATERIAIS MANIPULATIVOS

A pesquisa será baseada na ideia de Reys (1971), citado por Matos e Serrazina (1996, p. 193), que define materiais manipulativos como sendo “objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Pode ser objectos reais que tem aplicação no dia a dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia”. Lorenzato (2006, p.18), ao tratar do uso de instrumentos no ensino, utiliza o termo MD (material didático) como sendo

“qualquer instrumento útil ao processo de ensino – aprendizagem”. Segundo o autor, existem vários tipos de MD, sendo um deles o material concreto manipulável e este constitui-se como “um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático” (Lorenzato 2006, p. 21).

Este estudo busca evidenciar o Planímetro Polar como um recurso útil e capaz de enriquecer o ensino de Matemática em diferentes níveis educacionais, aprofundando o conhecimento prático e teórico em Geometria. Atualmente, o Planímetro é amplamente utilizado em diversos cursos do Ensino Superior, como Engenharia, Arquitetura, Geografia, Agronomia e Ciências Ambientais, principalmente para medir áreas em mapas, terrenos e peças mecânicas. Também é aplicado em Física e Matemática para ensinar conceitos de cálculo integral e geometria. A proposta de levar o planímetro polar ao Ensino Médio busca tornar a matemática mais concreta, facilitando a compreensão prática de áreas e integrais.

As aulas de Matemática no Ensino Médio tradicionalmente se baseiam no livro didático, no quadro e no giz (ou pincel). Contudo, tem-se debatido amplamente a necessidade de reformular a abordagem pedagógica. É de incumbência do Ensino Médio em Matemática introduzir ao aluno novas informações e ferramentas necessárias para que ele continue aprendendo. Assim, como educadores, cabe a nós propormos métodos de aprendizagem mais ativos, nos quais os alunos não sejam apenas receptores, mas protagonistas do processo educacional. Isso assegurará que o conhecimento seja verdadeiramente absorvido e até mesmo construído pelos próprios alunos. Além disso, almejamos fomentar a iniciativa, pois a cidadania que aspiramos construir requer participação ativa, não se concretizando na passividade.

Neste estudo, apresentamos uma série de problemas que buscam facilitar e aprimorar o ensino de Geometria, em conformidade com os princípios mencionados acima, através da aplicação do Planímetro.

É importante ressaltar novamente essas recomendações:

Não somente em Matemática, [...] a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (Brasil, 2000, p. 52).

Piaget (1976) postulava que as crianças constroem ativamente seu conhecimento por meio da manipulação de objetos e materiais que permeiam seu ambiente. Essa interação direta com elementos físicos permite a exploração, experimentação e a edificação das próprias compreensões acerca dos conceitos. Esse processo é conhecido como aprendizagem por descoberta ou construtivismo.

Embora Piaget não tenha se debruçado explicitamente sobre o ensino da geometria, suas ideias sobre aprendizagem ressaltam a importância dos materiais manipulativos na explanação de conceitos geométricos. A manipulação de objetos relacionados à geometria pode facultar aos alunos uma compreensão mais tangível e visual dos princípios geométricos, colaborando para a construção de conhecimento de forma mais substancial.

Segundo as teorias de Piaget (1998), ao interagir com recursos manipuláveis, o aluno se envolve ativamente na construção de seu conhecimento. Essa abordagem proporciona uma representação concreta que facilita a assimilação dos conteúdos, resultando em uma aprendizagem mais eficaz e aprofundada no estudo da Geometria.

Materiais manipulativos são especialmente importantes em turmas com alunos que possuem diferentes estilos de aprendizagem. Enquanto alguns aprendem melhor por meio de explicações verbais ou visuais, outros precisam experimentar conceitos de maneira tátil para compreendê-los plenamente. Assim, esses recursos tornam o ensino mais inclusivo, atendendo a uma diversidade de necessidades e habilidades.

Embora sejam concretos, os materiais manipulativos servem como um ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento abstrato. Ao explorar, experimentar e construir com esses recursos, os alunos começam a identificar padrões e relações que podem ser generalizados para situações mais complexas. Esse processo gradual facilita a transição do concreto para o abstrato, preparando os estudantes para resolver problemas geométricos mais avançados.

O uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi no século XIX, onde na sua concepção, tais objetos manipuláveis serviriam para a realização de ações concretas e experimentações em sala de aula. Defendia, portanto, que a prática de ensino deveria começar pela percepção de objetos concretos (NACARATO, 1995).

De acordo com Vygotsky (1978), o mesmo defendia a ideia de que as interações sociais, as ferramentas culturais e os recursos educacionais desempenham um papel fundamental no processo de aprendizagem das crianças. Ele introduziu o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), que é a diferença entre o que a criança pode fazer sozinha e o que pode fazer com a ajuda de um adulto ou de colegas mais capazes.

Como alerta Passos (1996), o conhecimento matemático será construído mediante uma relação integrada entre o professor, aluno e os materiais didáticos. Ao aplicar os princípios de Vygotsky ao uso de materiais manipulativos na geometria, podemos inferir que esses recursos oferecem suporte para que os alunos avancem em sua ZDP. Os materiais manipulativos, ao serem introduzidos adequadamente, podem ajudar os alunos a compreender conceitos geométricos abstratos por meio de representações visuais e práticas.

Em concordância com estas ideias, Jesus e Fini (2005) colocam as vantagens do uso de materiais manipuláveis, como algo que desperta o aluno para o aprendizado, favorece a retenção na memória, atraindo a atenção e ampliando a capacidade de aprender algo novo. Conforme os referidos autores:

Os recursos ou materiais de manipulação de todo tipo, destinados a atrair o aluno para o aprendizado matemático, podem e fazem com que ele focalize com atenção e concentração o conteúdo a ser aprendido. Estes recursos poderão atuar como catalisadores do processo natural de aprendizagem, aumentando a motivação e estimulando o aluno, de modo a aumentar a quantidade e a qualidade de seus estudos. (Jesus; Fini, 2005, p. 144).

A abordagem pedagógica enfatiza o papel fundamental dos materiais manipuláveis, como o Planímetro, na educação matemática. Através da manipulação direta desses recursos, os estudantes têm a oportunidade não apenas de visualizar, mas também de experimentar conceitos abstratos de geometria, sendo eles a área, que mede o espaço ocupado por uma figura; o perímetro, que calcula o contorno das figuras; e as propriedades geométricas como simetria, congruência e semelhança, que ajudam a entender as relações entre formas. As transformações geométricas (translação, rotação, reflexão e dilatação) também são exploradas de forma prática, permitindo aos alunos visualizarem como as figuras podem ser alteradas no espaço. Além disso, o estudo de volume e superfície expande o entendimento para formas tridimensionais, enquanto o trabalho com pontos, linhas e planos serve como base para a construção do pensamento geométrico. O teorema de Pitágoras pode ser abordado de maneira mais intuitiva, utilizando modelos manipuláveis para ilustrar as relações entre os lados de um triângulo retângulo. A manipulação desses conceitos facilita a aprendizagem, tornando-os mais acessíveis e compreensíveis para os alunos.

Dessa forma, ao incorporar o Planímetro como um recurso de ensino, é possível oferecer uma abordagem mais inclusiva, atendendo a diferentes estilos de aprendizagem,

estimulando a curiosidade, a resolução de problemas e contribuindo para um aprendizado mais significativo e duradouro.

Em conclusão, o uso de materiais manipulativos nas aulas de geometria é uma prática pedagógica essencial para tornar o ensino mais concreto, acessível e dinâmico. Esses recursos facilitam a compreensão de conceitos complexos, promovem a aprendizagem ativa e contribuem para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e motoras. Ao incorporar materiais manipulativos no planejamento das aulas, os professores oferecem aos alunos uma experiência de aprendizado rica e significativa, conectando a matemática à prática e à realidade cotidiana, contribuindo para uma educação matemática mais dinâmica e eficaz.

3.7 PLANÍMETRO NA REGIÃO DE TUCANO-BA

O uso do planímetro na região de Tucano, Bahia, pode ser contextualizado em diversas atividades práticas e educacionais devido às características socioeconômicas e geográficas da região, sendo elas:

- ❖ **Ensino de Matemática em Escolas Locais:** O planímetro pode ser introduzido em aulas de matemática como um recurso pedagógico para ensinar o cálculo de áreas. Professores podem usar mapas locais, como o de pequenas propriedades rurais ou áreas naturais, para demonstrar como o planímetro pode medir áreas irregulares de forma prática e visual.
- ❖ **Agricultura e Gestão de Terras:** Tucano, sendo uma região com atividade agrícola significativa, pode se beneficiar do uso do planímetro para medir áreas de terrenos agrícolas. Pequenos agricultores podem usar o instrumento para delimitar áreas de cultivo ou pastagem, contribuindo para o planejamento e a otimização do uso da terra.
- ❖ **Gestão de Recursos Naturais:** A região de Tucano é conhecida por suas riquezas naturais, incluindo áreas de caatinga e fontes de água, como as termas de Caldas do Jorro. O planímetro pode ser usado para medir e monitorar áreas de preservação ambiental ou para calcular o tamanho de corpos d'água e regiões protegidas, auxiliando em projetos de conservação ambiental.
- ❖ **Planejamento Urbano e Infraestrutura:** No contexto urbano, o planímetro pode ser utilizado para medir áreas de terrenos destinados à construção civil, projetos habitacionais ou delimitação de espaços públicos, como praças e parques. Isso é especialmente relevante em Tucano, que tem experimentado crescimento populacional e expansão urbana.

- ❖ Trabalho Interdisciplinar: O planímetro pode ser incorporado a projetos escolares interdisciplinares que envolvam geografia, história e matemática. Por exemplo, estudantes podem estudar a delimitação de bairros, reservas naturais ou áreas históricas, conectando o ensino matemático à realidade local e promovendo um aprendizado mais significativo.
- ❖ Projetos de Pesquisa Local: Em parcerias com universidades ou institutos técnicos, o planímetro pode ser utilizado para projetos que demandem a medição precisa de áreas, como estudos sobre a caatinga, manejo hídrico ou delimitação de territórios indígenas e quilombolas presentes na região.

Embora existam aplicativos modernos para medição de áreas, o uso do planímetro em Tucano, na Bahia, oferece vantagens significativas, especialmente em contextos educacionais e em regiões com limitações tecnológicas. O planímetro não depende de eletricidade ou internet, tornando-se uma opção ideal para áreas rurais onde o acesso a dispositivos tecnológicos pode ser limitado. Em locais como Tucano, onde muitos têm dificuldade de acesso a tecnologias digitais, o planímetro se apresenta como uma alternativa prática e econômica para medir áreas.

No contexto educacional, o planímetro facilita o ensino de conceitos matemáticos, como cálculo de áreas irregulares, de maneira prática e visual. A manipulação do instrumento permite que os alunos vivenciem os conceitos geométricos, desenvolvendo habilidades manuais e uma percepção espacial mais aguçada, algo que não ocorre da mesma forma com aplicativos. Além disso, ele permite a conexão do conteúdo com a realidade local, utilizando mapas de propriedades rurais ou áreas naturais para demonstrar sua aplicação no cotidiano dos estudantes, tornando o aprendizado mais significativo e contextualizado. No entanto, seu uso no ambiente escolar ainda é limitado, principalmente devido ao alto custo dos modelos comerciais e à dificuldade de encontrá-los no mercado.

Diante desse cenário, uma alternativa viável é a construção de um planímetro didático utilizando materiais simples e acessíveis. Essa versão simplificada do instrumento permite que os alunos compreendam, de forma prática e participativa, os princípios matemáticos envolvidos na medição de áreas, tornando o aprendizado mais dinâmico e acessível.

Para utilizar o planímetro na determinação da área do município de Tucano, na Bahia, optamos por uma abordagem prática que envolve a utilização de mapas do *Google Maps*. Essa metodologia foi selecionada devido à sua facilidade e fácil acesso, permitindo que seja reproduzida em ambiente escolar e proporcionando uma vivência prática aos estudantes. A seguir, apresentamos uma descrição minuciosa do procedimento seguido.

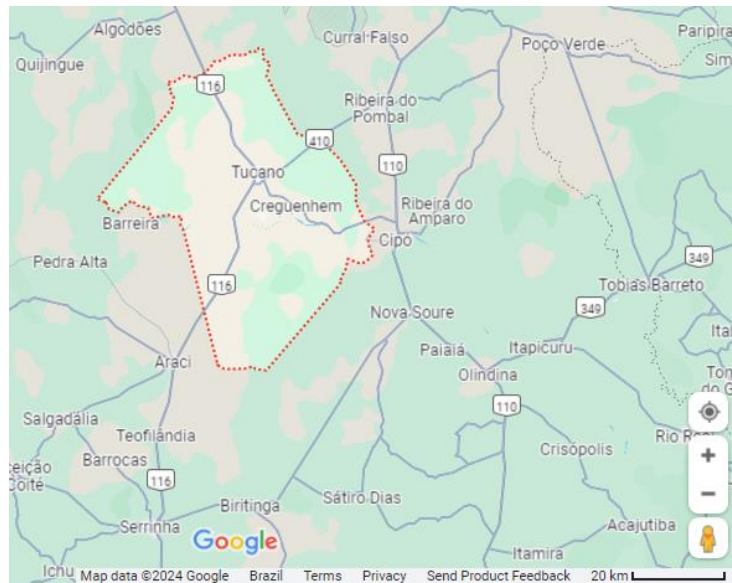
O primeiro passo foi entrar no site do *Google Maps* (<https://maps.google.com.br>) e encontrar a área que corresponde ao município de Tucano. Com o mapa carregado, ajustamos o *zoom* até que a escala no canto inferior direito mostrasse a proporção desejada. Neste projeto, adotamos uma escala de 2 cm para representar 20 km, assegurando um bom equilíbrio entre detalhes e facilidade de manuseio nas medições realizadas com o planímetro.

Depois de calibrar a escala, fizemos a captura da tela com uma ferramenta disponível no sistema operacional (Figura 10). No *Windows*, utilizamos a tecla *PrtScn* e, no *macOS*, a captura foi realizada com a combinação *Command + Shift + 4*. A imagem obtida foi importada para um programa de edição gráfica, como *GIMP* ou *Photoshop*, para os devidos ajustes e recortes. Nessa fase, asseguramos que o município de Tucano estivesse centralizado na imagem e que a escala original continuasse visível.

Para ajustar o mapa à escala final desejada (**Figura 10**), realizamos um aumento de escala. Por exemplo, se a escala original representa 20 quilômetros para 1 centímetro, aplicamos um fator de ampliação de 200% para que a distância real no mapa impresso seja representada como 2 centímetros. Esse ajuste é feito diretamente no *software* de edição, garantindo que o mapa mantenha as verdadeiras proporções após a impressão.

A imagem ampliada é então impressa em papel A3, o que proporciona uma área grande o suficiente para que o medidor de área faça medições precisas. Antes de iniciar as medições, fixamos o mapa em uma superfície plana para garantir sua estabilidade e explicamos aos alunos como funciona a escala e como ela afeta os cálculos realizados pelo instrumento.

Essa metodologia prática possibilitou que os estudantes utilizassem o planímetro de maneira intuitiva, estabelecendo uma ligação entre os conceitos teóricos de cálculo de áreas e sua aplicação em situações do dia a dia. A vivência evidenciou a relevância do aprendizado contextual e mostrou como ferramentas simples podem aprimorar o ensino de geometria e do cálculo de áreas.

Figura 10: Filtragem do Município de Tucano

Fonte: Elaborado pelo autor no Google maps.

Assim, o planímetro pode ser um recurso relevante tanto no ensino quanto na aplicação prática em Tucano, ajudando a conectar o aprendizado escolar às necessidades reais da comunidade.

4. DESAFIOS DA INSERÇÃO DO PLANÍMETRO EM SALA DE AULA

O uso de instrumentos tradicionais, como o planímetro, em sala de aula enfrenta desafios significativos diante da crescente adoção de tecnologias digitais. O planímetro, um instrumento mecânico utilizado para medir áreas em mapas ou desenhos técnicos, pode proporcionar uma experiência prática e concreta no aprendizado de conceitos de geometria, cartografia e cálculo de áreas. No entanto, sua inserção no contexto escolar contemporâneo encontra obstáculos relacionados tanto à praticidade quanto à relevância no mundo digital.

A concorrência com tecnologias digitais: Com o avanço de softwares de mapeamento, como Google Earth, AutoCAD e outras ferramentas de design assistido por computador (CAD), muitos dos cálculos realizados manualmente pelo planímetro agora podem ser feitos de forma mais rápida e precisa por programas digitais. Isso gera uma percepção de que o instrumento está ultrapassado, reduzindo seu apelo para professores e alunos.

Custo e disponibilidade: Embora o planímetro seja um instrumento interessante, ele nem sempre é acessível às escolas devido ao seu custo ou à dificuldade de encontrá-lo no mercado educacional. Em contraste, ferramentas digitais podem ser instaladas em dispositivos já disponíveis em muitas escolas, como computadores e tablets.

Adaptação dos professores: A falta de formação específica para o uso do planímetro é outro entrave. Muitos professores não estão familiarizados com o instrumento, preferindo métodos mais modernos ou tradicionais, como réguas e cálculos analíticos, para abordar os mesmos temas.

Atratividade para os alunos: Os alunos de hoje estão imersos em um ambiente digital, o que torna mais difícil engajá-los em atividades que utilizam ferramentas analógicas. O uso do planímetro pode parecer menos dinâmico ou relevante em comparação com aplicativos e softwares interativos que permitem simulações e visualizações em tempo real.

Integração curricular limitada: O currículo escolar atual, muitas vezes, privilegia a tecnologia digital e as competências relacionadas à informática, o que pode reduzir o espaço para a introdução de instrumentos manuais como o planímetro.

Apesar desses desafios, o planímetro ainda pode desempenhar um papel relevante em sala de aula, especialmente no ensino de conceitos práticos e históricos da medição. Para isso, sua utilização deve ser pensada em conjunto com ferramentas digitais, permitindo uma abordagem complementar que valorize tanto o aprendizado concreto quanto o tecnológico.

5. METODOLOGIA (PASSOS METODOLÓGICOS)

Para a realização deste trabalho, passamos pelas seguintes fases: delimitação do tema, revisão da literatura, escolha dos sujeitos da pesquisa, desenvolvimento da pesquisa (aplicação do questionário e das atividades) e análise dos dados. Tendo como delimitação o tema: “Como o Planímetro no Cálculo de Áreas pode ser utilizado como uma sequência Didática nas Aulas de Matemática?” A revisão de literatura abrangeu estudos sobre o ensino de geometria e cálculo de áreas, o uso de recursos manipulativos e a aplicação do planímetro em diferentes contextos educacionais. Essa etapa foi essencial para fundamentar teoricamente a sequência didática, alinhando-a às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e aos desafios contemporâneos da educação matemática. A presente pesquisa caracteriza-se como exploratória e aplicada, utilizando abordagens qualitativas e quantitativas em uma metodologia mista. Essa combinação abrange revisão de literatura, desenvolvimento de atividades práticas e análise de dados, buscando avaliar a efetividade do uso do planímetro didático no ensino de geometria e cálculo de áreas.

5.1 SUJEITOS DA PESQUISA

A pesquisa foi conduzida em uma escola de ensino médio, Colégio Estadual Rômulo Galvão, situada em Caldas do Jorro/Tucano-BA, em colaboração com professores de matemática, sendo o público-alvo os estudantes do 3º ano do ensino médio, do turno vespertino. A sequência didática elaborada incluiu materiais teóricos e práticos, e foi implementada em sala de aula, visando a explorar o potencial pedagógico do planímetro como ferramenta didática.

5.2 DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática foi projetada para integrar teoria e prática em uma estrutura progressiva. Planejada em quatro etapas. A versão final da sequência foi organizada em três momentos:

5.2.1 Diagnóstico e Revisão de Conceitos Básicos (1ª e 2ª Aulas)

- ✓ Foi aplicado um questionário investigativo para identificar o conhecimento prévio dos alunos sobre perímetro e área, além de suas principais dificuldades.
- ✓ Após a análise das respostas, conceitos fundamentais de perímetro e área foram apresentados e discutidos em aula, com exemplos visuais e exercícios práticos.

5.2.2 Introdução e Prática com o Planímetro (3ª e 4ª Aulas)

- ✓ O planímetro foi introduzido por meio de uma explicação teórica sobre seu funcionamento e aplicabilidade.
- ✓ Os alunos realizaram medições práticas utilizando o instrumento para calcular áreas de figuras irregulares, incluindo o mapa do município de Tucano-BA.
- ✓ A prática foi conduzida em grupos, promovendo a colaboração e troca de conhecimentos entre os participantes.

5.2.3 Discussão e Avaliação Final (5ª e 6ª Aulas)

- ✓ Esta etapa foi dedicada à análise dos resultados obtidos pelos alunos durante as atividades práticas e à avaliação da compreensão dos conceitos apresentados.

✓ Um debate coletivo foi promovido, incentivando os alunos a compartilharem reflexões sobre a experiência com o planímetro e sua relevância no aprendizado de geometria.

5.2.4 Recursos Utilizados

Os recursos empregados incluíram planímetros didáticos, mapas do município de Tucano obtidos no Google Maps ajustados para uma escala de 2 cm correspondendo a 20 km, materiais impressos com exercícios contextualizados e acesso a bibliografia especializada.

5.2.5 Coleta e Análise de Dados

A coleta de dados baseou-se em:

- ✓ Respostas ao questionário investigativo.
- ✓ Desempenho dos alunos nos exercícios realizados durante as aulas.
- ✓ Feedback qualitativo dos alunos e observações do professor durante a aplicação da sequência didática.
- ✓ A análise dos dados combinou métodos qualitativos e quantitativos para avaliar o impacto da sequência didática no aprendizado dos alunos, considerando indicadores como engajamento, evolução conceitual e aplicação prática dos conteúdos.

5.2.6 Resultados Esperados

Espera-se que os alunos desenvolvam uma compreensão mais profunda dos conceitos de perímetro e área, associando teoria e prática de forma significativa.

6. CRONOGRAMA DE EXECUÇÃO DO PROJETO

ATIVIDADE	INÍCIO	TÉRMINO
Elaboração do projeto	18/08/2023	08/12/2024
Semana 1: Aplicação do questionário diagnóstico e análise dos resultados.	02/09/2024	02/09/2024
Semana 1: Aulas expositivas e atividades em grupo sobre conceitos básicos de geometria.	02/09/2024	02/09/2024
Semana 2: Introdução do Planímetro Didático e prática supervisionada.	19/11/2024	19/11/2024
Semana 3: Discussão dos resultados e encerramento da oficina.	21/11/2024	21/11/2024

7. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Serão apresentados os resultados da pesquisa realizada com alunos concluintes do ensino médio comum do Colégio Estadual Rômulo Galvão, Tucano/BA. Primeiramente apresentarei os resultados do questionário aplicado e, em seguida, os resultados da atividade aplicada, bem como a análise e discussão desses resultados à luz da teoria escolhida para esse fim.

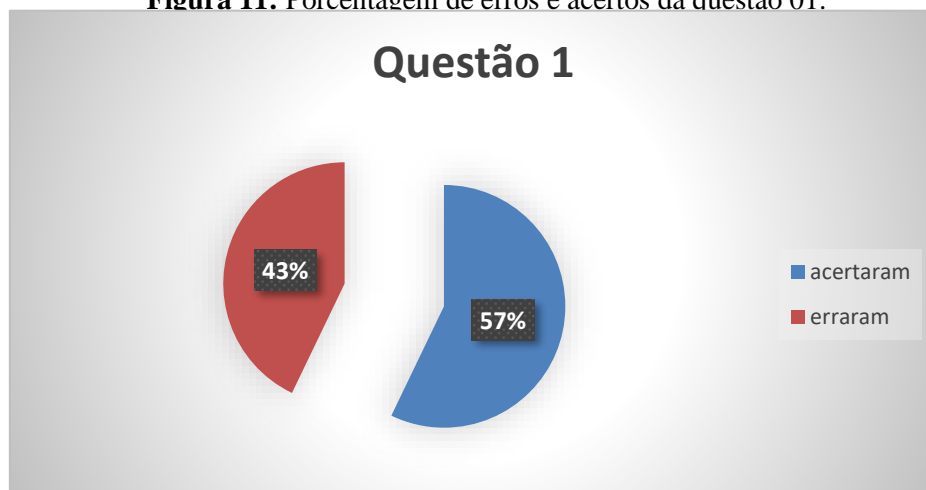
7.1 ANÁLISE DOS DADOS (QUESTIONÁRIO INVESTIGATIVO)

O questionário investigativo realizado com os alunos do 3º ano C, no turno da tarde, do Colégio Estadual Rômulo Galvão, localizado em Caldas do Jorro, Tucano - Bahia, visou identificar as deficiências na compreensão dos conceitos de área e perímetro, fundamentais para a elaboração da sequência didática. Os achados mostraram que existem dificuldades consideráveis em diversas fases do processo de ensino-aprendizagem, evidenciando a urgência de implementar estratégias pedagógicas mais práticas e contextualizadas.

Ao responder ao questionário, os estudantes expressaram opiniões que espelham suas dificuldades. Um deles disse: *“Professor, não consigo me recordar das fórmulas para calcular as áreas dos polígonos.”* Esta observação destaca o desafio de reter conceitos básicos, mesmo após a instrução prévia no Ensino Fundamental.

Na Questão 1, que tinha como objetivo avaliar a capacidade dos alunos em recordar a definição de perímetro, verificou-se que 57% deles acertaram, enquanto 43% cometeram erros (**Figura 11**).

Figura 11: Porcentagem de erros e acertos da questão 01.

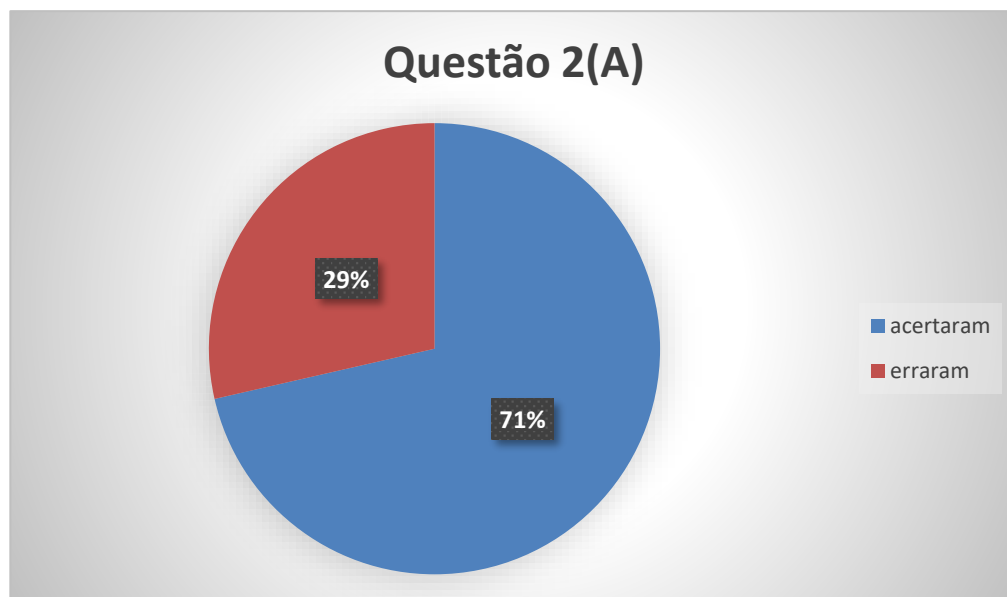


Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Embora seja um conceito fundamental, ensinado no Ensino Fundamental e revisado no Ensino Médio, muitos estudantes ainda apresentam dificuldades em diferenciá-lo de outros conceitos geométricos, como área e volume. Essa dificuldade pode ser atribuída à desconexão entre a teoria e a prática, à ênfase na memorização em detrimento da compreensão prática e à escassez de atividades que façam uma distinção clara entre perímetro e área. Conforme indicado no Documento Curricular Referencial da Bahia (DCRB), “o ensino deve conectar conceitos abstratos a situações reais, permitindo a aplicação prática no cotidiano dos alunos” (BAHIA, 2019). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça a necessidade de desenvolver a habilidade de “interpretar e resolver problemas que envolvam perímetros de figuras geométricas” (BNCC, 2018).

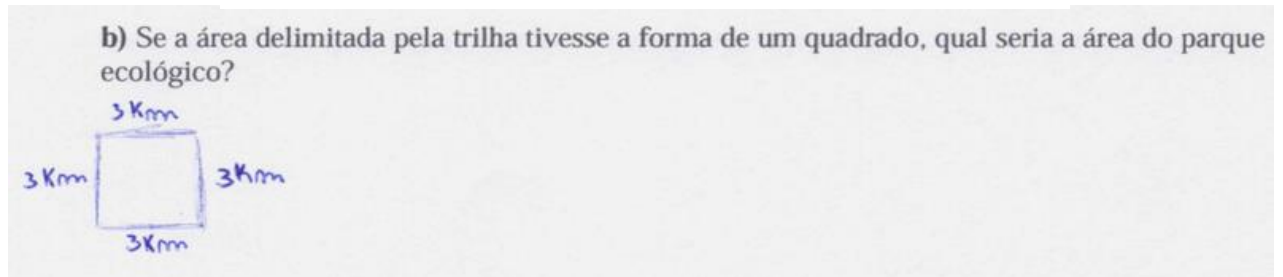
A Questão 2 analisou como figuras geométricas diferentes, mas com o mesmo perímetro, podem ter áreas distintas. Os resultados dos itens avaliados foram variados. No item (A), 71% dos estudantes demonstraram acerto, enquanto 29% falharam (**Figura 12**), indicando que a maioria conseguiu entender a relação entre o perímetro e a forma geométrica, embora uma parte deles ainda enfrentasse dificuldades na visualização e na interpretação prática.

Figura 12: Porcentagem de erros e acertos da questão 02(A).



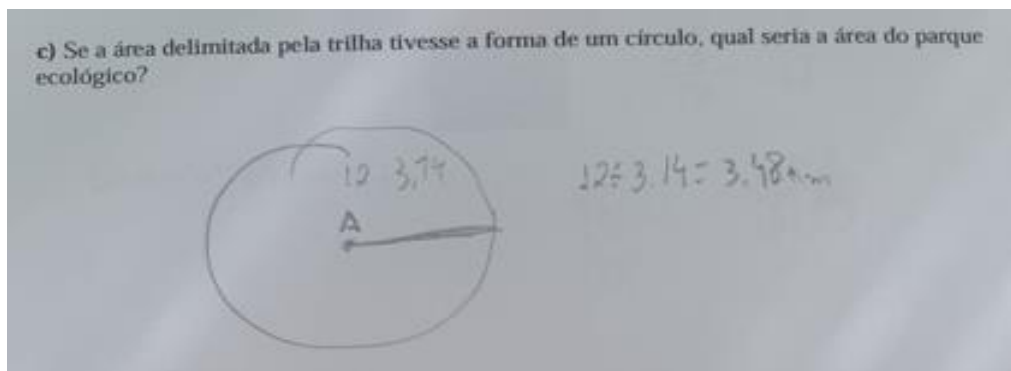
Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No item (B), notou-se que, apesar dos estudantes terem construído adequadamente o quadrado e determinado seus lados, nenhum deles utilizou a fórmula de área ($A=L^2$). Alguns calcularam o perímetro, mas não progrediram no cálculo adequado da área. Outro estudante expressou: “Apesar de construir o quadrado, não consigo prosseguir com o cálculo da área” (**Figura 13**). Conforme ilustrado na figura a seguir:

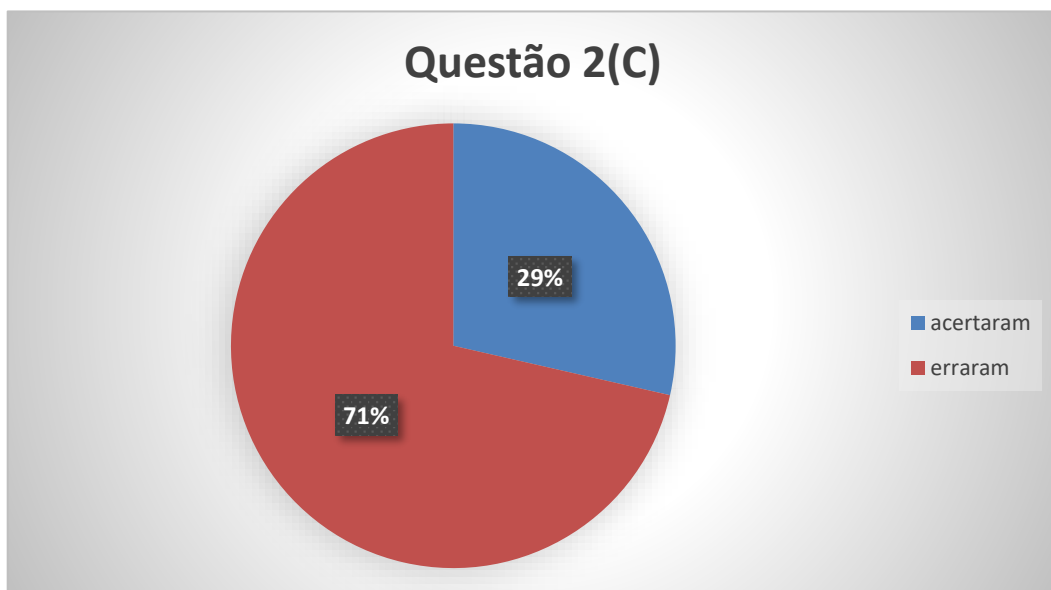
Figura 13: Questão 02(B).

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No item (C), 29% dos alunos tiveram sucesso, enquanto 71% cometeram erros, incluindo desorganização nos cálculos (43%) e realização de desenhos incompletos das figuras geométricas sem executar os cálculos necessários (29%). Essa análise é ilustrada na **(Figura 14 e 15)** a seguir:

Figura 14: Questão 02(C).

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Figura 15: Porcentagem de erros e acertos da questão 02(C).

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

No item (D), 57% dos alunos responderam corretamente, reconhecendo que as formas geométricas afetam a área de um determinado perímetro, enquanto 43% responderam incorretamente, sugerindo que é necessária uma prática mais frequente para solidificar esse entendimento.

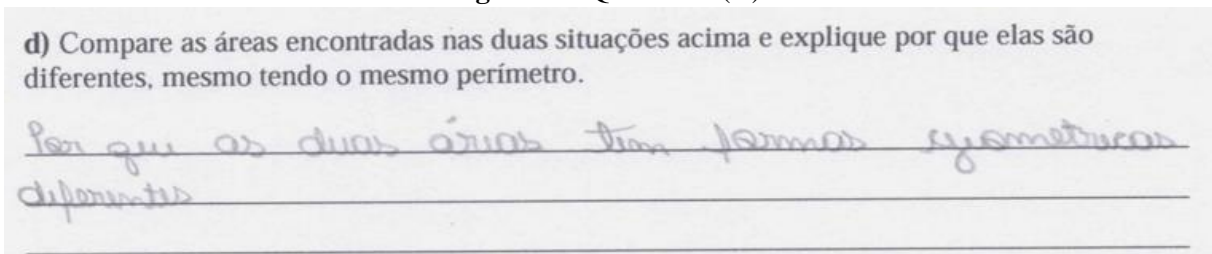
Ao longo da aplicação, um estudante expressou: “*Compreendi que, para determinar a área, não é suficiente conhecer o perímetro, é necessário também considerar o formato da figura.*” Estes achados ressaltam a demanda por uma metodologia mais prática e focada no ensino de geometria. Ao realizar a avaliação diagnóstica, o estudante não conseguiu responder adequadamente à Questão 02, letra B, evidenciando problemas em associar representações geométricas aos cálculos requeridos.

Contudo, o mesmo estudante demonstrou progresso ao acertar a Questão 02, letra C, demonstrando uma organização e utilização mais aprimoradas das fórmulas, mesmo enfrentando obstáculos iniciais. Este progresso resultou na total compreensão da Questão 02, letra D (**Figura 16 e 17**), onde o estudante percebeu que diferentes formas geométricas podem afetar a área de um mesmo perímetro.

Estas observações indicam que a avaliação diagnóstica foi crucial para detectar as dificuldades de aprendizagem e orientar as táticas pedagógicas empregadas na sequência didática. Isso demonstra que uma sequência didática bem organizada pode ajudar os estudantes a superar seus desafios iniciais e progredir na compreensão dos conceitos geométricos, fomentando a consolidação do aprendizado de forma gradual.

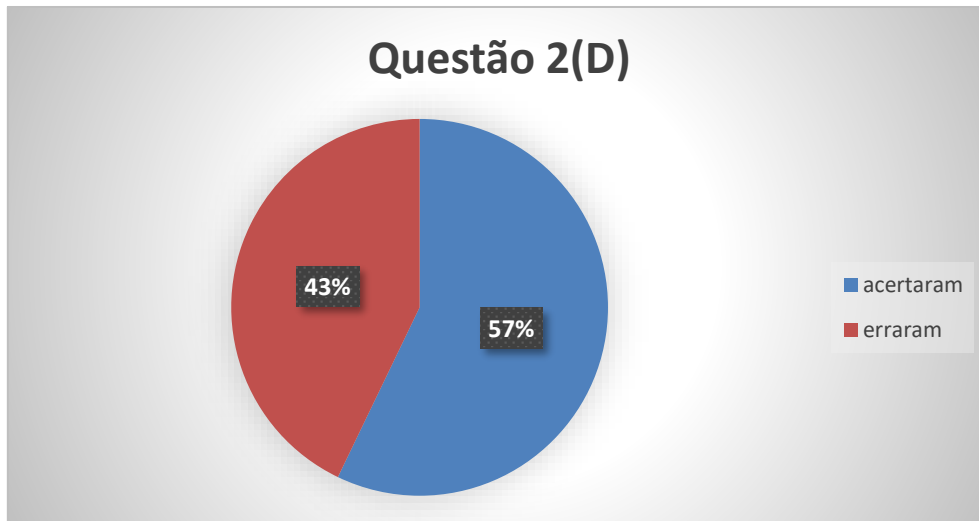
A (Figura 16 e 17), mostra a reação de um estudante, destacando tanto os obstáculos superados quanto os progressos obtidos durante a avaliação diagnóstica.

Figura 16: Questão 02(D).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024

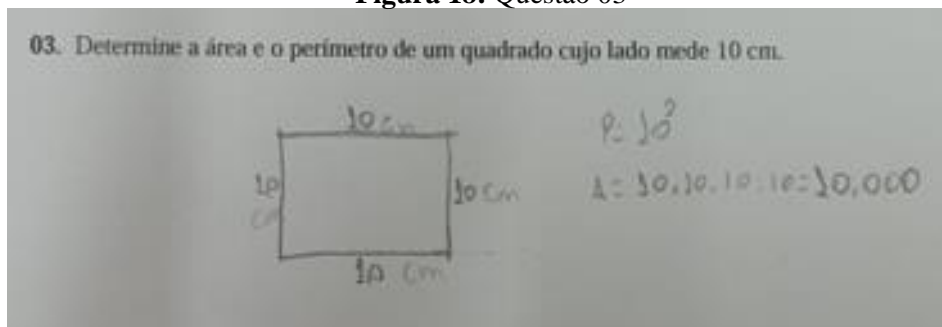
Figura 17: Porcentagem de erros e acertos da questão 02(D).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A Questão 3 foi criada para preparar os estudantes para as tarefas práticas envolvendo o uso do planímetro. Entretanto, nenhum estudante acertou a questão. Embora muitos tenham desenhado corretamente o quadrado e identificado seus lados, ninguém conseguiu estabelecer uma conexão entre essa representação e a aplicação da fórmula. Os resultados demonstram dificuldades significativas na aplicação de fórmulas básicas para o cálculo de áreas de figuras geométricas simples, como o quadrado. Conforme o DCRB, “a transição entre representações geométricas e cálculos algébricos deve ser explorada por meio de atividades práticas” (BAHIA, 2019). Além disso, a BNCC sugere que “o ensino de geometria deve priorizar a construção do raciocínio lógico e crítico, promovendo a aplicação de conceitos em situações reais” (BNCC, 2018). A (Figura 18) apresenta exemplo da resposta de um aluno, destacando as dificuldades encontradas:

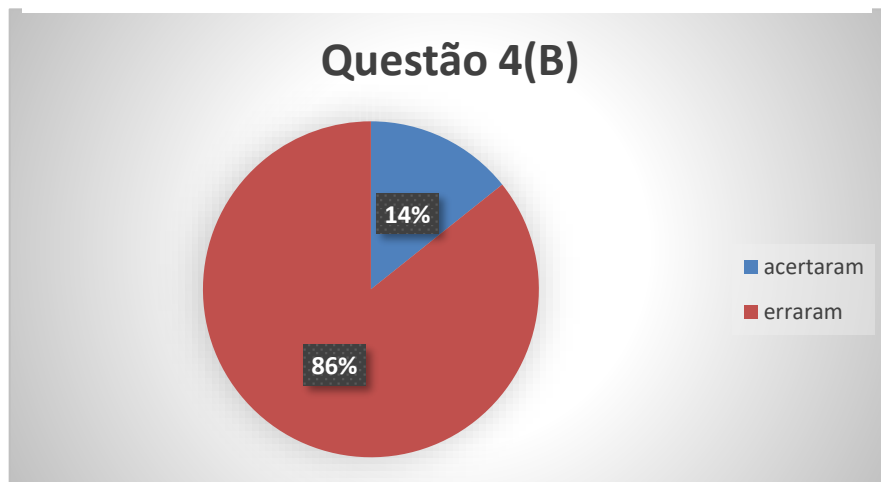
Figura 18: Questão 03



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

A Questão 4, que foi baseada em problemas da OBMEP, apresentou dificuldades mais complexas. No item (A), 100% dos estudantes erraram, o que indica problemas na interpretação do problema e na organização dos cálculos. No item (B) (**Figura 19**), somente 14% acertou, enquanto 86% erraram. Dentro desse grupo, 57% tentaram resolver a questão, mas não obtiveram êxito, enquanto 29% não conseguiram aprofundar a questão, o que indica insegurança ou dificuldade de compreensão.

Figura 19: Porcentagem de erros e acertos da questão 04(B).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Em relação ao item C, 29% forneceu uma resposta incompleta, sem levar em conta os dois retângulos equivalentes, enquanto 71% não conseguiram responder à questão.

Os dados coletados no questionário investigativo revelam que as dificuldades enfrentadas pelos alunos transcendem a simples aplicação de fórmulas geométricas, abrangendo também aspectos como a interpretação de problemas e a estruturação do raciocínio lógico. Essas adversidades sublinham a relevância de abordagens pedagógicas que integrem teoria e prática, conforme preconizado pelo DCRB e pela BNCC. Sugere-se a implementação de estratégias que englobem atividades práticas e contextualizadas, as quais estabeleçam uma ligação entre os conceitos geométricos e o cotidiano, além de incorporar medições reais de áreas e perímetros, e a utilização de tecnologias, como simuladores geométricos. Ademais, a incorporação do planímetro nas práticas pedagógicas se revela uma ferramenta eficaz para estabelecer uma conexão entre os conceitos teóricos e suas aplicações práticas, favorecendo um aprendizado mais coeso e significativo.

7.2 AULAS EXPOSITIVAS E INTRODUÇÃO AO PLANÍMETRO DIDÁTICO

Após a aplicação do questionário investigativo, procedeu-se a uma revisão com os alunos para reforçar os conceitos essenciais de geometria, incluindo perímetro e área. Esta fase preliminar foi fundamental para a análise das dificuldades apontadas na avaliação diagnóstica, bem como para estabelecer os alicerces indispensáveis à utilização do planímetro.

As aulas expositivas visaram elucidar os fundamentos do cálculo de perímetro e área, enfatizando a aplicação pragmática das fórmulas em figuras geométricas elementares, tais como quadrados, retângulos, triângulos e trapézios. Os alunos engajaram-se de maneira proativa, sendo estimulados a compartilhar suas indagações e vivências anteriores relacionadas ao tema. Empregamos recursos visuais, como ilustrações, para aprimorar a compreensão e contextualizar os conteúdos.

Durante essas aulas, foram sugeridas atividades em grupo nas quais os alunos abordaram exercícios contextualizados que se relacionavam ao cálculo de áreas em cenários da vida cotidiana. Essas atividades fomentaram o engajamento e a colaboração entre os alunos, em consonância com os princípios estabelecidos pelo Documento Curricular Referencial da Bahia (DCRB) e pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os quais ressaltam a relevância da aprendizagem colaborativa e da implementação de metodologias ativas.

Na segunda semana, foi promovida a apresentação do planímetro pedagógico. Esta fase foi estrategicamente concebida para garantir que os estudantes se habituassem ao instrumento antes de iniciarem sua utilização prática. A apresentação abrangeu uma análise minuciosa do funcionamento do planímetro, desde o processo de calibração até a abordagem utilizada para a medição de áreas. Os estudantes foram instruídos a analisar as leituras efetuadas pelo instrumento e a interpretar os dados em conformidade com as escalas empregadas.

Após uma fundamentação teórica, os alunos engajaram-se em atividades práticas supervisionadas, durante as quais empregaram o planímetro para calcular áreas de figuras geométricas representadas em papel e mapas. Essa metodologia prática possibilitou aos estudantes a aquisição de habilidades manuais e a aplicação dos conceitos teóricos abordados nas aulas expositivas. Durante a prática, notou-se que muitos alunos conseguiram superar as dificuldades iniciais no manuseio do instrumento, embora tenha sido necessário implementar ajustes e reforços na compreensão de aspectos como a calibração e o correto traçado das figuras.

Depois de apresentar o planímetro e explicar teoricamente seu funcionamento, os estudantes relataram problemas ao manusear o instrumento, especialmente ao contornar figuras geométricas. Um dos estudantes expressou: *"Professor, tenho problemas para contornar a*

figura com o planímetro, minha coordenação não é suficientemente boa para acompanhar o traçado."

Essa dificuldade foi notada em diversas fases da prática, com a maior parte dos estudantes enfrentando desafios parecidos. Ao longo das instruções, destacou-se que falhas no contorno podem afetar diretamente os resultados alcançados pelo planímetro. Esclareci aos estudantes que um traçado impróprio pode afetar a exatidão da área calculada, enfatizando a necessidade de um manuseio meticuloso e atento. Para exemplificar essa ideia, a **(Figura 20)** mostra uma situação prática onde um estudante está manuseando um planímetro. Esta imagem demonstra tanto o empenho do estudante em superar os obstáculos quanto a complexidade inicial no manuseio do instrumento.

Figura 20: Um aluno está manuseando o planímetro



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

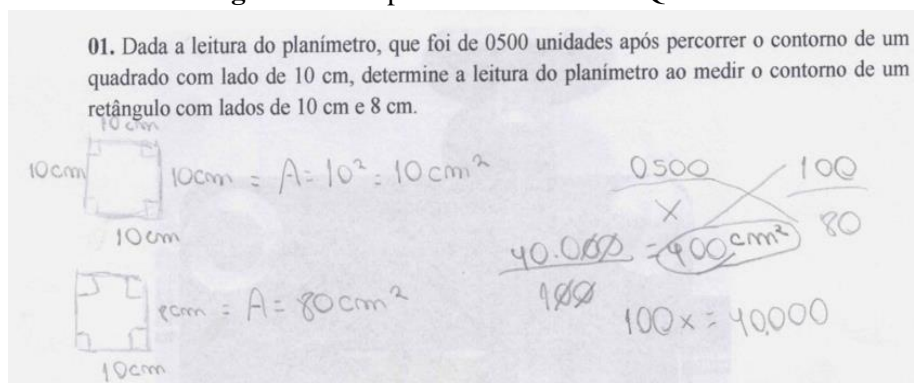
Estes relatos e observações sublinham a relevância de práticas constantes e supervisionadas com o planímetro, possibilitando que os estudantes se acostumem com o equipamento e adquiram confiança em sua utilização. Esta fase prática foi crucial para equipar os estudantes para a avaliação final, estabelecendo uma ligação mais robusta entre teoria e prática. A introdução do planímetro revelou-se uma estratégia eficaz na integração entre teoria e prática, alinhando-se às diretrizes propostas pelo DCRB e pela BNCC, que incentivam a utilização de ferramentas manipulativas para tornar o processo de aprendizagem mais significativo e relevante para o cotidiano dos estudantes. Esta metodologia igualmente facilitou a preparação dos estudantes para a avaliação final, na qual suas competências foram avaliadas tanto na aplicação do instrumento quanto na resolução de desafios geométricos.

7.3 ANÁLISE DOS DADOS

A avaliação final foi elaborada com a finalidade de quantificar o progresso dos alunos após a implementação da sequência didática, analisando tanto a compreensão teórica quanto a aplicação prática do planímetro no cálculo de áreas. O instrumento avaliativo abarcou questões que examinaram a utilização do instrumento, a análise crítica de suas limitações e aplicabilidades, bem como a competência dos alunos em aplicar conceitos geométricos em cenários contextualizados.

Na Questão 1, que pedia o cálculo da leitura esperada do planímetro ao medir o perímetro de um retângulo, os dados revelaram que 57% dos alunos obtiveram sucesso, enquanto 43% optaram por não abordar a questão, deixando-a em branco (**Figura 21**). Os indivíduos que obtiveram êxito foram capazes de calcular com precisão a área do quadrado e do retângulo, além de estabelecer as relações entre as medidas para formular a proporção. Contudo, apenas uma fração foi capaz de elaborar a resposta integral. Essa dificuldade em manusear proporções evidencia a necessidade de uma prática mais frequente em atividades que integrem as leituras do planímetro a cálculos geométricos. Isso está alinhado com as recomendações do DCRB, que sublinha a relevância de interligar representações geométricas e medições práticas em contextos reais (BAHIA, 2019).

Figura 21: Resposta de um aluno na Questão 1.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024

Na Questão 2, que visava avaliar a assimilação teórica e prática do uso do planímetro, constatou-se que 71% dos alunos apresentaram respostas alinhadas às expectativas, evidenciando uma sólida compreensão tanto do funcionamento do instrumento quanto de sua aplicação prática (**Figura 22**). Atualmente, 29% dos participantes não forneceram uma resposta à questão, o que pode sugerir uma possível falta de compreensão ou desinteresse em abordá-la. Este item foi elaborado para medir a competência dos alunos em reconhecer e mitigar eventuais

equivocos na utilização do planímetro. As respostas corretas indicaram que os estudantes são capazes de identificar as principais fontes de erro, incluindo imprecisão na trajetória, calibração inadequada e erro humano. Entretanto, muitos encontraram desafios ao formular estratégias eficazes para mitigar tais problemas. De acordo com Duval (1998), a transição entre representações visuais e cálculos matemáticos representa uma barreira cognitiva significativa, sublinhando a relevância de atividades práticas que explorem essas interconexões.

Figura 22: Resposta de um aluno na Questão 2.

02. Quais são as principais fontes de erro ao utilizar um planímetro e como elas podem ser minimizadas durante a medição de áreas em mapas?

Erro humano, deformação na mesa ou no mapa, calibração do planímetro de maneira errada etc.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Na Questão 3, os alunos foram instigados a ponderar sobre sua experiência com o planímetro, reconhecendo tanto as vantagens quanto os desafios associados à utilização desse instrumento (**Figura 23**). As respostas corresponderam plenamente às expectativas, com os alunos enfatizando a importância do planímetro como uma ferramenta prática para o cálculo de áreas de figuras irregulares. Entretanto, numerosos indivíduos também destacaram dificuldades, tais como a complexidade inicial no manejo e a exigência de uma calibração meticulosa. Essa autoavaliação é essencial para que os alunos cultivem uma perspectiva crítica acerca de sua aprendizagem, conforme as diretrizes do DCRB, que enfatizam a reflexão sobre práticas como um componente integral do processo formativo.

Figura 23: Resposta de um aluno na Questão 3.

03. Após participar da oficina e utilizar o planímetro para medir áreas, reflita sobre sua experiência. Em sua opinião, quais são as principais vantagens e desafios de usar o planímetro para medir áreas? Além disso, como você avalia a relevância dessa ferramenta no aprendizado de geometria e cálculo de áreas?

Sem como vantagem a facilidade por ser prática e não a contagem manual como desafios, por ser de difícil o planímetro é bom e deveria ser mais utilizado nos aulas.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Por último, na Questão 4, que pedia o cálculo da área de uma região plana usando o planímetro, 71% dos estudantes foram capazes de interpretar adequadamente o instrumento e resolver a questão conforme o esperado, enquanto 29% não apresentaram resposta (**Figura 24**). Entre os estudantes que não apresentaram resposta, foi notado que alguns estavam ausentes na oficina prática, o que pode ter influenciado a falta de retorno, mesmo após a revisão das orientações fornecidas. Esta questão demandava a utilização direta dos conceitos abordados na oficina, tais como a interpretação precisa da escala e a implementação do fator de calibração. As dificuldades apresentadas evidenciam a necessidade de um maior investimento temporal na prática instrumental, particularmente para solidificar a compreensão desses conceitos.

Figura 24: Resposta de um aluno na Questão 4, mostrando a interpretação correta da escala e aplicação do fator de calibração.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2024.

Os resultados gerais da avaliação final demonstraram progressos significativos na compreensão dos conceitos fundamentais de perímetro e área, além de uma melhoria no manuseio do planímetro. Entretanto, foram identificadas dificuldades consideráveis, como a aplicação adequada de fórmulas geométricas e a interpretação de escalas. Essas observações ressaltam a relevância de estratégias pedagógicas que priorizem a prática e a contextualização, englobando:

- Reavaliação contínua dos fundamentos teóricos antes da execução das atividades práticas.
- Aumentar o tempo dedicado à operação do planímetro, particularmente em atividades que requerem escalas e fatores de calibração.

- Supervisão mais atenta dos estudantes durante as atividades, levando em conta as diversas velocidades de aprendizagem.

A sequência didática sugerida demonstrou eficácia em tornar o aprendizado mais dinâmico e tangível; no entanto, os resultados indicam a necessidade de ajustes para assegurar uma maior consistência no progresso dos alunos. A incorporação de tecnologias interativas e a apresentação de problemas contextualizados podem amplificar significativamente a compreensão dos conceitos geométricos, além de otimizar o uso do planímetro como recurso didático.

8. CONCLUSÃO

Com tudo que foi elencado até aqui, ficou claro que a matemática é crucial na vida dos alunos e vai além da simples resolução de equações: desenvolve o raciocínio lógico, a resolução de problemas e o pensamento crítico, competências essenciais em diversas áreas da vida. Sendo assim, a matemática é a principal responsável por despertar o raciocínio dos alunos, mas grande parte deles tende a ter dificuldade em estudar e aprender o conteúdo da disciplina. Portanto, muitos professores optam por adotar novas ferramentas em sala de aula em busca de formas alternativas de ensinar. Ressalta-se que a utilização dessas ferramentas não deve ser feita de forma casual, mas sim como uma estratégia cujo uso deve ser altamente avaliado antes de ser colocado em prática.

A pesquisa teve como objetivo sugerir uma sequência didática selecionando aspectos teóricos e práticos do cálculo de áreas de regiões planas com uso do instrumento planímetro, comprovando assim, que, a pergunta-problema de investigação pôde ser respondida de forma clara e objetiva. Os exercícios realizados em sala de aula com o Planímetro tiveram um resultado positivo, visto que foi evidente o envolvimento dos alunos, principalmente daqueles que anteriormente tinham dificuldades de percepção, concentração e aprendizagem. Ficou claro que o uso do planímetro permitiu uma grande interação entre os alunos e o conteúdo geométrico.

O planímetro, apesar de talvez não ser tão comum em salas de aula hoje em dia com a tecnologia disponível, pode ser uma ferramenta incrível para o ensino da geometria, uma vez que, permite medir áreas de figuras geométricas irregulares de forma prática e visual, algo que pode ser muito difícil de fazer apenas com cálculos. Usar um planímetro em sala de aula pode ajudar os alunos a visualizar conceitos, desenvolver habilidades práticas, conectar teoria e prática, explorar a geometria de forma mais experimental. É inevitável que a tecnologia ofereça

alternativas como softwares de geometria dinâmica que podem calcular áreas com precisão, todavia, o planímetro oferece uma experiência tátil e visual única que pode complementar o aprendizado digital, tornando-o mais rico e memorável, desse modo, a chave é usar as ferramentas disponíveis de forma criativa e adaptada às necessidades dos alunos.

Em tese, utilizar o planímetro como ferramenta de ensino em sala de aula foi uma tática que tornou o processo de ensino e aprendizagem na aula de matemática muito divertido e dinâmico. Quanto à metodologia proposta, foi bem recebida pelos alunos, despertando o interesse e a atenção da maioria deles.

9. REFERÊNCIAS

- BAHIA. **Documento Curricular Referencial da Bahia: Ensino Médio**. Salvador: Secretaria da Educação, 2019.
- BORGES, Gilvania Ramos. **O Teorema de Green e Aplicações**. Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, 2011. 39 p.
- BOYER, Carl. B. **História da Matemática**. São Paulo. Edgard Blücher, Ltda., 1974.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 26 de março de 2024.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental>. Acesso em: 16 Abril 2024.
- BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática /Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CANNELL, D. M.; LORD, N. J. George Green, mathematician and physicist 1793 – 1841. **The mathematical gazette**, v. 77, n. 478, p. 26–51, 1993.
- CARDOSO, R. da T. **O ensino de medida de área por atividade / Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática)** - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019.
- CARTAZZINI, Luiz Sílvio; DA SILVA, Jorge Tadeu Vargas; CONSUL, Renato de Ávila. **Metodologias para determinar áreas em superfícies irregulares no ensino da geometria aplicando a proporcionalidade, 2005**. 06 p.
- DUVAL, R. **A representação semiótica em geometria: problema cognitivo e perspectiva didática**. Porto Alegre: Educação Matemática em Revista, 1998.
- EVES, Howard. **Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Geometria Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997.
- FERNANDES, Renato de Oliveira. **Calculo de áreas**. Universidade Regional do Cariri – URCA, 10 p.
- FERREIRA, F. A. P. S. A. et. al. **O planímetro polar de Amsler no ensino de geometria.C.Q.D.** – Revista Eletrônica Paulista de Matemática, Bauru, v. 19, p. 33–54, dez. 2020.
- FERREIRA, F. A. P. S. A. **O uso do planímetro polar em sala de aula**. 2014. 40 f.Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014.

FOOTE, Robert L.: **Pre-AmslerPlanimeters**. Disponível em: <<http://persweb.wabash.edu/facstaff/footer/Planimeter/PreAmsler.htm>>. Acesso em: 3 de outubro de 2024.

FULINI, Márcio Antônio, **História do Cálculo Diferencial e Integral**. 2016, 56 p. Licenciatura em Matemática – Departamento de Matemática e Estatística (DEMAT), Universidade Federal de São João Del-rei, São João Del-rei, 2016. Disponível em: Acesso em: 07 set. 2024.

GUANILO, M. C. De la T. U.; e TAKAHASHI, R. F. e BERTOLOZZI, M. R. **Revisão sistemática: noções gerais**. Revista da Escola de Enfermagem da USP, v. 45, n. 5, p. 1260-1266, 2011Tradução . . Disponível em: <https://doi.org/10.1590/s0080-62342011000500033>. Acesso em: 27 ago. 2024.

JESUS, M. A. S.; FINI, L. D. T. **Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos**. In: BRITO, M. R. F. (Org.). Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005. 280p.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A.; **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LIMA, E. E. **Análise no Espaço \mathbb{R}^n** . IMPA, 2016.

LOBO, J.S. e BAYER , C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 2012.

LOBO, J.S. e BAYER, A. **O ensino da geometria no ensino fundamental**. Revista De Ciências Naturais e Exatas, Acta Scientiae, V.6, nº1 – jan/jun. p.19-26, 2004.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria**, Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, nº 4, p. 3–13, 1º semestre 1995.

LORENZATO, Sergio. **Educação Infantil e percepção Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2008.

MELO, Weyller Diogo de Albuquerque; Seixas, Andréa de: **Determinacao da Confiabilidade de Planímetros Digitais: Experimentos Práticos de Topografia Para Cálculos de Área e de Volume**. Disponível em: <<http://www.ufpe.br/cgtg/SIMGEOIV/CD/artigos/SIG/1195.pdf>>. Acesso em: 27 de março de 2024.

NACARATO, A. M. **Eu trabalho primeiro no concreto**. Revista SBEM-RS, São Paulo, ano 9, n.9/10,dez.2004-2005.

NÓS, R.L; Fernandes, M.F. **Equicomposição de polígonos e o cálculo de áreas**. Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

PARAMETROS CURRICULARES NACIONAIS (ENSINO M ÉDIO). Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 07 de maio de 2024.

PASSOS,C.L.B. **Materiais Manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de Matemática.** In:LORENZ ATO,S.(org): O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores .Campinas ,SP:Autores associados ,2006,p.78.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências.** Revista Zetetiké, Campinas: UNICAMP, ano 1, n.1, 1993.

PIAGET, J..**Seis Estudos de Psicologia.** Tradução por Maria Alice M. D’Amorime Paulo S.L. Silva. 24ª ed. Rio de Janeiro: ForenseUniversitária, 2007.

PIAGET, Jean e Inhelder, Bärbel. **A psicologia da criança.** 15ª. edição, Rio de Janeiro: Bertrand Brasil,1998.

PIAGET, Jean; INHELDER, Barbel. **A representação do espaço na criança.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1993

PIAGET, J. (1973). **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação.** Rio de Janeiro: Zahar.

PIAGET, J. (1976). **O nascimento da inteligência na criança.** Rio de Janeiro: Zahar.

PLANÍMETRO. Disponível em: <<https://it.wikipedia.org/wiki/Planimetro>>. Acesso em: 03 de Março de 2024.

SANTOS, Fabiano Oliveira. **A dificuldade de ensinar Geometria. Artigo apresentado à Universidade Estadual Vale do Acaraú como requisito avaliativo da disciplina Estágio Supervisionado I, do Curso de Licenciatura em Matemática.** Lagarto – SE 2008. Disponível em: <https://administradores.com.br/artigos/a-dificuldade-de-ensinar-geometria/>. Acesso em: 14/06/2024.

SCOLARO, M. A.; **O uso dos Materiais Didáticos Manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de Matemática.**2008.

SPIVAK, M. **Calculus on manifolds: A modern approach to classical theorems of advanced calculus.**[s.l.] Westview Press, 1971.

STEWART, J. **Calculus: Early Transcendentals.** Florence, KY, USA: Brooks/Cole, 2011.

VYGOTSKI, Lev Semenovich. **A formação social da mente.** 3ª ed.brasileira. São Paulo: Martins Fontes Editora Ltda. 1989.

VYGOTSKY, L. S. (1978). **Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes.** Harvard University Press.

APÊNDICE

APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Este item destaca a elaboração de uma sequência didática para o ensino de geometria e cálculo de áreas, com foco no uso do Planímetro como recurso central, aplicado no contexto do Colégio Estadual Rômulo Galvão, localizado em Tucano, Bahia. Para a construção deste trabalho, utilizei como referências a obra de Ferreira, F. A. P. S. A sobre o uso do planímetro polar em sala de aula (2014), e adaptações de fontes online, como Brasil Escola, Toda Matemática e Dia a Dia Educação.

A sequência de ensino está dividida em quatro momentos distintos:

- ✓ Questionário de Diagnóstico – (1 aula)
- ✓ Aulas expositivas e atividades em grupo para abordar os conceitos básicos de Geometria – (1 aula)
- ✓ Apresentação do Planímetro Didático e prática supervisionada do seu uso pelos alunos – (2 aulas)
- ✓ Discussão dos resultados e avaliação final – (2 aulas)

OBJETIVOS:

Objetivo Geral

- ✓ Proporcionar aos estudantes do 3º ano do ensino médio a compreensão e aplicação prática do cálculo de áreas utilizando o Planímetro, com o intuito de fomentar a curiosidade, o raciocínio crítico e a resolução de problemas matemáticos.

Objetivos Específicos:

- ✓ Compreender os princípios básicos e o funcionamento do Planímetro Didático, explorando suas características e sua aplicabilidade na medição de áreas delimitadas por curvas planas fechadas.
- ✓ Desenvolver habilidades práticas para operar o Planímetro Didático de forma eficiente, realizando medições precisas e interpretando os resultados obtidos.
- ✓ Explorar conceitos matemáticos relacionados à geometria plana, incluindo o cálculo de áreas de figuras complexas, por meio da utilização do Planímetro.

- ✓ Estimular o pensamento crítico e a resolução de problemas, propondo desafios que exijam a aplicação do Planímetro para determinar áreas de formas irregulares e não convencionais.
- ✓ Integrar os conhecimentos adquiridos com o Planímetro em situações do cotidiano, relacionando o cálculo de áreas com aplicações práticas em diversas áreas, como arquitetura, cartografia, entre outras.
- ✓ Fomentar a colaboração e a troca de conhecimentos entre os participantes da oficina, promovendo discussões e atividades que estimulem a compreensão mútua e o aprendizado coletivo sobre o uso do Planímetro.

Conteúdo a ser trabalhado: Cálculo de Áreas por meio do Planímetro.

Público-alvo: Alunos do Ensino Médio (3º ano).

Tempo estimado: 06 aulas

Material necessário: Questionário Investigativo, folhas de papel, quadro, lápis, borracha, caneta, exercícios contextualizados, textos e atividades impressos e planímetro.

Desenvolvimento:

1ª Aula:

Na primeira etapa da sequência didática solicitaremos aos alunos que respondam individualmente e com sinceridade o questionário investigativo, pois ele servirá como ponto de partida para iniciar o conteúdo, apontando o que o aluno já tem conhecimento e o que não conhece sobre **perímetros e áreas de figuras planas**. Aplicar o questionário em sala de aula.



Questionário Investigativo

01. Definimos como perímetro:

- a) a medida da superfície de uma figura plana.
- b) a capacidade de um sólido geométrico.
- c) o comprimento de uma das dimensões de uma figura plana.
- d) o comprimento do contorno de uma figura plana.
- e) o espaço ocupado por um sólido geométrico.

02. Imagine que você está caminhando ao longo da trilha que define a fronteira de um parque ecológico e descobre que o percurso total foi de 12 km.

a) Quais outras informações você precisaria obter para descobrir a área do parque ecológico?

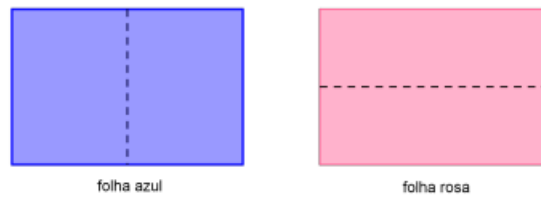
b) Se a área delimitada pela trilha tivesse a forma de um quadrado, qual seria a área do parque ecológico?

c) Se a área delimitada pela trilha tivesse a forma de um círculo, qual seria a área do parque ecológico?

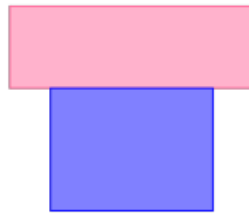
d) Compare as áreas encontradas nas duas situações acima e explique por que elas são diferentes, mesmo tendo o mesmo perímetro.

03. Determine a área e o perímetro de um quadrado cujo lado mede 10 cm.

04. (OBMEP) Lucinha tem duas folhas retangulares, uma azul e outra rosa, ambas com 8 cm de largura e 12cm de comprimento. Ela cortou as duas folhas ao meio, conforme indicado na figura.



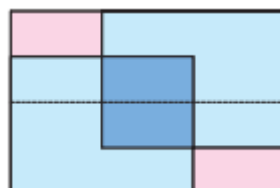
a) Lucinha pegou uma metade de cada folha e fez coincidir os lados maiores desses pedaços, formando a figura abaixo, parecida com a letra T. Qual é o perímetro dessa figura?



b) Em seguida, ela deslizou um pedaço sobre o outro, sem girar, formando a figura abaixo. Qual é a área do retângulo formado pela sobreposição das duas folhas?



c) Depois, Lucinha juntou as duas metades da folha rosa, formando um retângulo idêntico ao original antes de ser cortado, e colocou os dois pedaços da folha azul sobre eles, conforme indicado na figura. Qual é a área da folha rosa que não foi coberta pelos pedaços da folha azul?



2ª Aula: Revisão e Consolidação de Conceitos

Após a realização do questionário investigativo na aula anterior, esta fase da sequência didática será voltada para a identificação e elucidação das dúvidas predominantes dos alunos, assim como para a consolidação dos conceitos essenciais relacionados ao cálculo de perímetro e área. A aula foi organizada em duas fases interrelacionadas, com o intuito de aprofundar a compreensão tanto teórica quanto prática dos conteúdos abordados.

1º Momento: Discussão e Retorno sobre o Questionário

A etapa inicial será consagrada à análise das respostas do questionário investigativo, enfatizando e valorizando o saber prévio dos alunos. Inicialmente, serão discutidas as questões mais relevantes, visando fomentar a reflexão acerca dos conceitos apresentados. Durante esta revisão, será promovida a participação engajada dos alunos, encorajando-os a compartilhar suas reflexões, questionamentos e pontos de vista.

O ambiente será cuidadosamente projetado para fomentar diálogos abertos e colaborativos, propiciando aos alunos a oportunidade de manifestar suas dificuldades e aprenderem mutuamente. Para lidar com conceitos que apresentem um grau elevado de complexidade ou desafios na compreensão, empregaremos recursos visuais, modelos práticos e demonstrações que facilitem a concretização e a acessibilidade dos conteúdos.

Esta fase é crucial para detectar deficiências na compreensão e adaptar a sequência pedagógica às demandas particulares da classe.

2º Momento: Diferenciação entre Perímetro e Área

No segundo estágio, a ênfase será na distinção clara e precisa entre os conceitos de perímetro e área, visando habilitar os alunos a realizar cálculos dessas medidas em figuras bidimensionais. A sessão se iniciará com uma explanação introdutória que salientará a diferença entre perímetro, definido como a medida do contorno de uma figura, e área, entendida como a medida da superfície interna. Serão apresentados exemplos visuais e práticos para facilitar a compreensão.

Subsequentemente, apresentaremos as fórmulas fundamentais para o cálculo dos perímetros e áreas das principais figuras geométricas, incluindo o quadrado, retângulo, triângulo, losango, trapézio e paralelogramo. Para reforçar esse aprendizado, os alunos serão agrupados em equipes reduzidas e instigados a resolver exercícios contextualizados, que abordarão situações práticas e problemas pertinentes ao cotidiano.

No decurso das atividades em grupo, os alunos terão a oportunidade de acessar materiais de apoio, compartilhar ideias entre si e esclarecer dúvidas diretamente com o professor, que desempenhará o papel de mediador e facilitador do processo de aprendizagem. Uma vez finalizados os exercícios, será promovida uma reunião colaborativa para a correção das atividades, na qual os alunos serão encorajados a expor os métodos adotados, favorecendo assim a construção coletiva do conhecimento.

Objetivos e Avaliação

O objetivo primordial desta aula é habilitar os alunos a discernir e calcular perímetros e áreas de figuras planas, implementando tais conceitos em situações práticas e contextualizadas. A avaliação será contínua, fundamentada no engajamento dos alunos, na participação ativa nas discussões e no desempenho na resolução dos exercícios.

Ao concluir a aula, almeja-se que os alunos adquiram maior confiança nos conceitos de perímetro e área, compreendam suas aplicações práticas e estejam aptos a progredir nas próximas fases da sequência didática. O ambiente colaborativo e as estratégias interativas visam aprimorar o processo de aprendizagem, tornando-o mais relevante e ajustado às necessidades do grupo.

3ª Aula e 4ª aula:

1º Momento - Apresentação do Planímetro

Durante esta fase introdutória, será realizada uma abordagem sobre o conceito de área e sua relevância em contextos cotidianos. Em seguida, será feita uma explanação detalhada sobre os princípios básicos e funcionamento do Planímetro, focando em suas características e aplicabilidade na medição de áreas delimitadas por curvas planas fechadas. Além disso, os alunos terão a oportunidade de presenciar uma demonstração prática do uso do Planímetro para medir áreas, seguida pela realização de exercícios práticos e desafios onde poderão operar o instrumento para calcular áreas de formas irregulares e complexas.

2º Momento - Utilização do Planímetro

Neste segundo momento, os alunos estarão mais envolvidos na utilização do Planímetro. Eles serão desafiados a resolver exercícios práticos que exigem a aplicação do instrumento para determinar áreas de formas convencionais e não convencionais.

Durante essa fase, serão promovidas discussões em grupo para interpretar os resultados obtidos, explorar conceitos matemáticos associados ao cálculo de áreas e apresentar exemplos do uso prático do cálculo de áreas em campos como arquitetura, cartografia, e outros, destacando a relevância do conhecimento adquirido. Ao final, um debate em grupo será incentivado para que os alunos compartilhem suas ideias, experiências e conhecimentos adquiridos durante a aula.

A avaliação será contínua e participativa, levando em consideração o engajamento dos alunos nas atividades, o entendimento dos conceitos abordados, a habilidade de operar o Planímetro de forma eficaz e a colaboração nas discussões e atividades em grupo. Esta metodologia visa consolidar o aprendizado teórico com a prática, proporcionando aos alunos a compreensão do uso do Planímetro e sua aplicação no cálculo de áreas de formas diversas, estimulando o pensamento crítico e a resolução de problemas.



Colégio Estadual Rômulo Galvão

Unidade

Aluno(a): _____

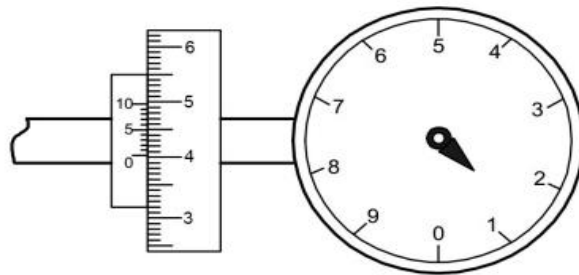
Professor(a): _____ Data: ____/____/____

Disciplina: _____ Série/Etapa: _____ Turma: _____

Exercícios práticos

Exemplo 1.0:

A Figura abaixo apresenta o registro de uma leitura feita por um planímetro a partir de um desenho na escala 1:1000, com a haste traçadora ajustada em 149,3 mm. Sabendo que, de acordo com a tabela de constantes de calibração, o fator de multiplicação correspondente a essa posição de ajuste é $0,4 \text{ m}^2$, qual é a área da figura representada?

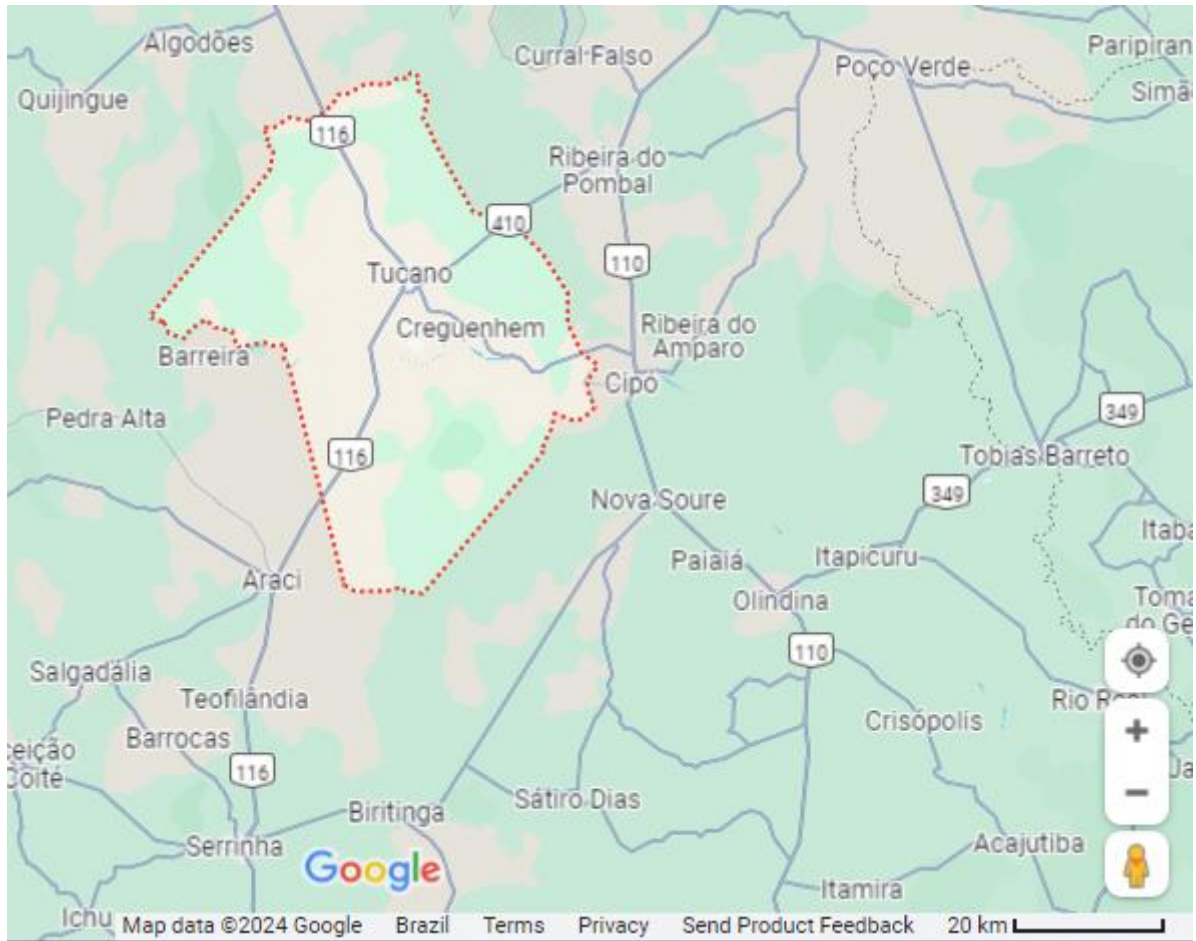


Fonte: FERREIRA, F. A. P. S. A. O uso do planímetro polar em sala de aula. 2014. 40 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014.

Exemplo 1.1: Vamos calcular e comparar a área de dois quadrados, um com lado de 10 cm e outro com lado de 5 cm, utilizando dois métodos: o algébrico e o planímetro. Além disso, vamos determinar o fator de multiplicação do planímetro com base nas medições. Para isso, ajuste a haste traçadora do planímetro para o comprimento de 149,2 mm.

Propomos agora uma atividade em que os alunos serão capazes de calcular áreas de mapas, utilizando como exemplo o município de Tucano, Bahia. O objetivo é comparar o resultado analítico com o obtido pelo planímetro.

Exemplo 1.2: Diante de você está um mapa que representa a área do município de Tucano, Bahia, na escala de 1:1.000.000. Usando o planímetro, calcule a área do município de Tucano e compare com o valor real apresentado, que é de $2.198,237 \text{ km}^2$.



Exemplo 1.3: A partir do exemplo anterior, notamos que a precisão da leitura do planímetro pode variar, resultando em Divergências entre os valores obtidos e os dados reais. Essas variações nos levam a refletir sobre as possíveis fontes de erro ao utilizar o instrumento e como podemos minimizá-las para garantir maior exatidão nos resultados.

Quais são os principais erros ao usar um planímetro e como evitá-los durante a medição de áreas em mapas?

Exemplo 1.4: Dada a leitura do planímetro, que foi de 0500 unidades após percorrer o contorno de um quadrado com lado de 10 cm, determine a leitura do planímetro ao medir o contorno de um triângulo retângulo com catetos de 6 cm e 8 cm, e hipotenusa de 10 cm.

5ª Aula e 6ª aula:


A etapa "Discussão dos resultados e avaliação final" é fundamental para entender o progresso dos alunos e consolidar os conhecimentos adquiridos ao longo da sequência didática. Durante essa aula, o foco estará na revisão dos resultados obtidos nas atividades realizadas e na avaliação do aprendizado.

Inicialmente, serão retomadas as respostas do questionário investigativo aplicado no início da sequência didática. Esse questionário servirá como referência para identificar as lacunas de conhecimento dos alunos e as áreas que requerem maior atenção. Dessa forma, será possível reconhecer as dúvidas mais frequentes e oferecer esclarecimentos adicionais sobre os conceitos menos compreendidos.

A partir da análise das respostas e do desempenho dos alunos nas atividades propostas, será conduzida uma discussão em sala de aula. Neste momento, o professor terá a oportunidade de incentivar a participação dos alunos, estimulando-os a compartilhar suas experiências e dúvidas, promovendo debates construtivos sobre os conteúdos abordados.

A avaliação final será realizada de forma colaborativa, considerando não apenas os resultados individuais, mas também a contribuição de cada aluno para as discussões em grupo, a assimilação dos conceitos e a capacidade de aplicação prática dos conhecimentos adquiridos. Através desse processo, será possível identificar o progresso de cada estudante e avaliar o alcance dos objetivos propostos na sequência didática.

Por fim, essa etapa de discussão dos resultados e avaliação final é crucial para consolidar o aprendizado, permitindo ao professor identificar pontos de atenção e fornecer feedback aos alunos, além de possibilitar uma reflexão coletiva sobre o processo de aprendizagem, visando aprimorar futuras práticas educativas.



Colégio Estadual Rômulo Galvão
Unidade _____

Aluno(a): _____

Professor(a): _____ Data: ____/____/____

Disciplina: _____ Série/Etapa: _____ Turma: _____

Avaliação final

01. Dada a leitura do planímetro, que foi de 0500 unidades após percorrer o contorno de um quadrado com lado de 10 cm, determine a leitura do planímetro ao medir o contorno de um retângulo com lados de 10 cm e 8 cm.

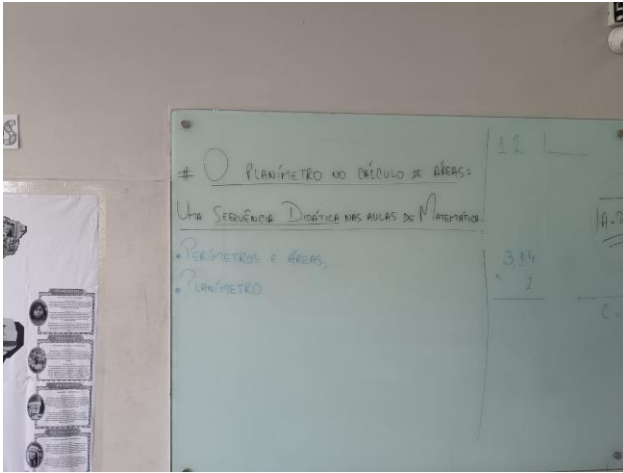
02. Quais são as principais fontes de erro ao utilizar um planímetro e como elas podem ser minimizadas durante a medição de áreas em mapas?

03. Após participar da oficina e utilizar o planímetro para medir áreas, reflita sobre sua experiência. Em sua opinião, quais são as principais vantagens e desafios de usar o planímetro para medir áreas? Além disso, como você avalia a relevância dessa ferramenta no aprendizado de geometria e cálculo de áreas?

04. Determine a área de uma região plana fechada. A leitura foi realizada conforme mostrado na Figura, com o braço traçador do planímetro ajustado em 149,3 mm e utilizando a escala 1:1000. Para calcular a área dessa região, utilize o fator de multiplicação indicado na tabela do estojo, que é de 0,4 m².



REGISTROS APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA



Registro: Aula 1 – Questionário Investigativo



Registro: Aula 3 – Exercícios Práticos