



INSTITUTO FEDERAL

São Paulo
Câmpus São Paulo



PROFMAT

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROFMAT

EDERSON SUASSUNA CONEGUNDES

Introdução às Transformações Planas e Aplicações no Ensino de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental II.

São Paulo/SP
2025

Ederson Suassuna Conegundes

**Introdução às Transformações Planas e Aplicações no
Ensino de Matemática nos Anos Finais do Ensino
Fundamental II.**

Dissertação apresentada ao programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Aparecido Magrini

São Paulo/SP
2025

Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

c747i	Conegundes, Ederson Suassuna Introdução às Transformações Planas e Aplicações no Ensino de Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental / Ederson Suassuna Conegundes. São Paulo: [s.n.], 2025. 92 f. il. Orientadora: Luciano Aparecido Magrini () - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2025. 1. Ensino de Matemática. 2. Proposta Didática. 3. Jogos Matemáticos;. 4. Pensamento Geométrico. 5. Anos Finais do Ensino Fundamental. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título. CDD
-------	---

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO
Campus São Paulo

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Introdução às Transformações Planas e Aplicações no Ensino de Matemática nos Anos Finais
do Ensino Fundamental

Autor: Ederson Suassuna Conegundes

Orientador: Prof. Dr. Luciano Aparecido Magrini

A banca examinadora composta pelos membros abaixo aprovou essa dissertação:

Prof. Dr. Luciano Aparecido Magrini - Orientador
IFSP - SPO

Prof. Dr. Henrique Marins Carvalho - Membro Interno
IFSP - SPO

Prof. Dr. Marcio Vieira de Almeida - Membro Externo
PUC - SP

São Paulo, 25 de março de 2025

*Este trabalho é dedicado a minha esposa Renata e minha filha Mariana
que me apoiam e inspiram em todos os momentos.*

*"A matemática, vista corretamente, possui não apenas verdade,
mas também suprema beleza
uma beleza fria e austera, como a da escultura."*
Bertrand Russell

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma proposta didática voltada ao ensino de Transformações Geométricas planas nos Anos Finais do Fundamental II, com foco na aplicação prática, uso de jogos e sugestão de tecnologias digitais. O objetivo principal foi desenvolver uma sequência de tarefas que auxilie professores na abordagem das transformações planas: translação, rotação e reflexão de maneira contextualizada e significativa, favorecendo o Pensamento Geométrico dos estudantes. A pesquisa, de natureza qualitativa, aplicada e de caráter exploratório, não realizou coleta de dados, concentrando-se na elaboração e análise de propostas didáticas. A justificativa da pesquisa está ancorada nos documentos normativos que orientam o ensino da Matemática, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Paulista, que ressaltam a importância do trabalho com transformações geométricas nos anos finais do Ensino Fundamental. Com base na exploração do Material Digital do Estado de São Paulo (MDSP), foi possível observar como essas habilidades são desenvolvidas nas aulas de Matemática. A partir disso, foram elaboradas três propostas de atividades, que incluem a exploração de ampliação e redução em malhas quadriculadas, transformações no plano cartesiano e um jogo com figuras geométricas para o 8º ano. As propostas visam contribuir para o desenvolvimento do Pensamento crítico e Geométrico dos estudantes, integrando recursos interativos ao ensino da Matemática.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Proposta Didática; Jogos Matemáticos; Pensamento Geométrico; Anos Finais do Ensino Fundamental II.

ABSTRACT

This dissertation presents a didactic proposal for teaching plane geometric transformations in the final years of elementary school, focusing on practical application, the use of games, and interactive strategies. The main objective was to develop a sequence of tasks to assist teachers in addressing plane transformations—translation, rotation, reflection, and dilation—in a contextualized and meaningful way, promoting students' geometric thinking. The research is qualitative, applied, and exploratory in nature, and it did not involve data collection. Instead, it focused on the development and analysis of didactic proposals. The justification for this study is based on official curricular documents that guide mathematics education in Brazil, such as the National Curriculum Parameters (PCNs), the Common National Curriculum Base (BNCC), and the São Paulo State Curriculum, all of which emphasize the importance of teaching geometric transformations in the final years of elementary education. Based on an analysis of the São Paulo State Digital Material (MDSP), it was possible to observe how these skills are currently addressed in mathematics classes. From this analysis, three teaching proposals were developed, including activities on enlargement and reduction using grid paper, transformations in the Cartesian plane, and a geometry-based game for 8th grade students. These proposals aim to contribute to the development of students' critical and geometric thinking by incorporating visual and playful approaches into mathematics teaching.

Keywords: Mathematics Teaching; Didactic Proposal; Mathematical Games; Plane Geometric Transformations; Final Years of Elementary School.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Ampliação e redução de imagem - MDSP	33
Figura 2 – Ampliação retângulo - MDSP	34
Figura 3 – Ampliação Pentágono - MDSP	34
Figura 4 – Quiz 1 - MDSP	34
Figura 5 – Barcos Ampliação - MDSP	35
Figura 6 – Casa Ampliação - MDSP	35
Figura 7 – Hexágono não convexo ampliação - MDSP	35
Figura 8 – Plano Cartesiano - MDSP	36
Figura 9 – 1º Quadrante - MDSP	36
Figura 10 – Quadrado Ampliação e Redução - MDSP	37
Figura 11 – Triângulo Plano Cartesiano - MDSP	37
Figura 12 – Trapézio - MDSP	37
Figura 13 – Atividade plano cartesiano - MDSP	38
Figura 14 – Atividade plano cartesiano - MDSP	38
Figura 15 – Atividade Casa -MDSP	38
Figura 16 – Atividade Triângulo - MDSP	39
Figura 17 – Atividade Losango - MDSP	39
Figura 18 – Espelho Simetria - MDSP	40
Figura 19 – Simetria Lago - MDSP	41
Figura 20 – Reflexão e eixo de simetria	41
Figura 21 – Translação.	41
Figura 22 – Eixo Bilateral	41
Figura 23 – Eixos de simetria	42
Figura 24 – Assimetria	42
Figura 25 – Atividade Polígonos 1 - MDSP	42
Figura 26 – Atividade Polígonos 2 - MDSP	42
Figura 27 – Atividade Simetria - MDSP	43
Figura 28 – Simetria no Plano Cartesiano - MDSP	43
Figura 29 – Polígono desenhado no plano	43
Figura 30 – Translação do polígono	43
Figura 31 – Reflexão eixo y	44

Figura 32 – Reflexão eixo x	44
Figura 33 – Aprofundamento MDSP	44
Figura 34 – Aprofundamento MDSP	44
Figura 35 – Rotação da figura aula - MDSP	45
Figura 36 – Flor - MDSP	45
Figura 37 – Flor simetria radial - MDSP	45
Figura 38 – Eixo radial calculo - MDSP	46
Figura 39 – Atividade Rotação 1 - MDSP	46
Figura 40 – Atividade Rotação 2 - MDSP	47
Figura 41 – Atividade Simetria - MDSP	48
Figura 42 – Simetria Eixo y - MDSP	48
Figura 43 – Simetria Eixo x	49
Figura 44 – Simetria Origem	49
Figura 45 – Atividade Segmento de Reta - MDSP	50
Figura 46 – Atividade retângulo Inclinado - MDSP	50
Figura 47 – Atividade Tabela - MDSP	50
Figura 48 – Atividade Aprofundando - MDSP	51
Figura 49 – Atividade Aprofundando - MDSP	51
Figura 50 – Transformação no Plano Rotação Retângulo - MDSP	52
Figura 51 – Transformação Rotação no Plano Triângulo - MDSP	52
Figura 52 – Pontos rotação do Retângulo 1 - MDSP	52
Figura 53 – Pontos rotação do Retângulo 2 - MDSP	53
Figura 54 – Coordenada Rotação dos Pontos - MDSP	53
Figura 55 – Atividade Rotação do Triangulo - MDSP	53
Figura 56 – Atividade Rotação de Peças - MDSP	54
Figura 57 – Atividade Tabela - MDSP	54
Figura 58 – Aprofundando Exercício ENEM	55
Figura 59 – Aprofundando Exercício OBMEP	55
Figura 60 – Figura Original	58
Figura 61 – Figura Ampliada	58
Figura 62 – Figura Reduzida	58
Figura 63 – Figura original.	61
Figura 64 – Figura transladada para a esquerda.	61
Figura 65 – Figura transladada para baixo.	61
Figura 66 – Figura transladada para esquerda e para baixo.	61
Figura 67 – Atividade - Simetria com azulejo.	62
Figura 68 – Atividade - Rotação com azulejo-resolvida.	62
Figura 69 – Tapeçaria Indígena Fonte: Stuartpitkin.	63
Figura 70 – Atividade - Rotação - Tapeçaria Indígena - Resolvida.	63

Figura 71 – Atividade- Desafio Criativo.	63
Figura 72 – Peça com o espelhamento.	66
Figura 73 – Peça sem espelhamento	66
Figura 74 – Jogo - Plano Cartesiano	66
Figura 75 – Peça II - 1º Quadrante coordenadas $(12, 7)$	67
Figura 76 – Peça II transladada para a coordenada $(2, 4)$	67
Figura 77 – Peça II rotacionada em 90°	67
Figura 78 – Peça II simetria em relação ao eixo x	68
Figura 79 – Figuras que compõem o barco	68
Figura 80 – Jogo - Figura Barco	69
Figura 81 – Peça II entrando pelo ponto $(6, 9)$	69
Figura 82 – Peça I entrando pelo ponto $(-12, 8)$	70
Figura 83 – Peça V lado-A entrando pelo ponto $(-12, -4)$	70
Figura 84 – Peça VI entrando pelo ponto $(6, -9)$	71
Figura 85 – Peça V - Lado B entrando pelo ponto $(12, 4)$	71

Lista de abreviaturas e siglas

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Exame Nacional do Ensino Medio
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Publicas
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
SEDUC-SP	Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo
MDSP	Material Digital do Estado de São Paulo
PCN´s	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivos	15
1.2	Trabalhos Correlatos	15
1.3	Justificativa	18
1.3.1	PCNs e a BNCC	18
1.3.2	Currículo do Estado de São Paulo	20
1.4	Organização da Dissertação	21
1.5	Metodologia	22
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	24
2.1	Pensamento Geométrico	24
2.2	Importância dos Jogos na Educação Matemática	26
2.2.1	Benefícios do Uso de Jogos no Ensino da Matemática	27
2.2.2	Considerações para a Implementação de Jogos no Ensino da Matemática	27
2.2.3	Jogos e Transformações Geométricas	28
2.3	Criatividade Matemática	28
2.4	A Integração de Tecnologias Digitais no Ensino de Transformações Planas	30
3	MATERIAL DIGITAL DO ESTADO DE SÃO PAULO	32
3.1	Como é trabalhada a habilidade EF06MA21.	32
3.1.1	Ampliação e Redução de Figuras Geométricas no Plano – Parte 1 -(aula 38)	33
3.1.2	Ampliação e Redução de Figuras Geométricas no Plano – Parte 2 -(aula 39)	36
3.2	Como são trabalhadas as habilidades EF07MA20 e EF07MA21.	39
3.2.1	Simetria de polígono: reflexão e rotação Parte 1 (aula 34)	40
3.2.2	Simetria de polígono: reflexão e rotação Parte 2 (aula 35)	44
3.2.3	Representações no plano cartesiano: simetria reflexiva e rotacional – Parte 1 (aula 37)	47
3.2.4	Representações no plano cartesiano: simetria reflexiva e rotacional – Parte 2 (aula 38)	51
3.3	Como é trabalhada a habilidade EF08MA18.	56
4	PROPOSTA DIDÁTICA	57
4.1	Proposta de atividade 1: <i>Ampliando e Reduzindo Figuras em Malhas Quadriculadas.</i>	57

4.2	Proposta de atividade 2: <i>Transformações Geométricas no Plano Cartesiano e Aplicações Reais.</i>	60
4.3	Proposta de atividade 3: <i>Jogo Composição de Figuras com uso das Transformações Geométricas para os 8º anos.</i>	65
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
	REFERÊNCIAS	74

Capítulo 1

Introdução

A Matemática desempenha um papel fundamental na formação do pensamento lógico e na resolução de problemas do cotidiano. Dentre os diversos tópicos matemáticos abordados no ensino básico, as transformações geométricas planas ocupam um lugar de destaque, pois contribuem significativamente para o desenvolvimento da visualização espacial, compreensão de padrões e reconhecimento de relações geométricas. Nesse contexto, a presente dissertação propõe uma sequência de tarefas didáticas voltadas ao Anos Finais do Fundamental II, explorando as transformações planas de maneira prática e contextualizada.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os currículos estaduais, como o Currículo Paulista, ressaltam a importância de trabalhar transformações geométricas nos Anos Finais do Fundamental II, promovendo a compreensão das simetrias, translações, rotações e homotetias em diferentes contextos. Além disso, o uso de estratégias didáticas diversificadas pode favorecer a aprendizagem significativa desses conceitos matemáticos.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral desenvolver uma proposta didática baseada na exploração das transformações planas, contribuindo para o ensino significativo da Matemática no Ensino Fundamental II. De forma específica, busca-se elaborar tarefas didáticas que explorem as transformações geométricas planas, considerando as necessidades dos alunos; integrar conceitos matemáticos e estratégias pedagógicas interativas nos Anos Finais do Ensino Fundamental II; e promover o desenvolvimento do Pensamento Geométrico.

1.2 Trabalhos Correlatos

Diversos pesquisadores vinculados ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) têm abordado o ensino das transformações geométricas nos Anos Finais do Ensino Fundamental II, tema central também desta pesquisa.

A seguir, apresentamos trabalhos correlatos, evidenciando seus objetivos, contribuições e diferenças em relação à proposta aqui desenvolvida.

O trabalho de Jones Ueder Casarin (2023), desenvolvido na Universidade Federal de Santa Maria, teve como objetivo investigar a importância das transformações geométricas no desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos estudantes, fundamentando-se em pesquisas bibliográficas e na aplicação prática de atividades com uso de tecnologias digitais e obras de arte.

Metodologicamente, Casarin aplicou atividades com 37 alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal no interior do Rio Grande do Sul, utilizando o GeoGebra como principal ferramenta tecnológica. As atividades foram estruturadas para trabalhar homotetia e isometrias (rotação, translação e reflexão), contemplando as habilidades exigidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Os resultados da pesquisa indicaram que os objetivos propostos pelas diretrizes curriculares foram atingidos, com destaque para a interação extraordinária dos alunos nas atividades que utilizavam ferramentas computacionais. O autor concluiu que o uso de tecnologias digitais e a conexão com obras de arte potencializaram o aprendizado das transformações geométricas.

Em comparação, a presente dissertação também explora o desenvolvimento do Pensamento Geométrico, mas se diferencia por não realizar aplicação prática com estudantes, limitando-se à elaboração teórica de propostas didáticas. Além disso, nesta dissertação, o uso de tecnologia é sugerido como recurso opcional, não obrigatório para a realização das atividades.

A dissertação de Robério Bacelar da Silva (2025), apresentada à Universidade Estadual de Campinas, abordou as transformações planas com ênfase nas definições e propriedades matemáticas formais, trabalhando as isometrias (reflexão, rotação e translação), a homotetia e ainda a inversão.

O trabalho tem uma abordagem mais teórica e formal do conteúdo matemático, tratando rigorosamente os conceitos e suas demonstrações. O autor apresentou uma sequência lógica de definições, teoremas e demonstrações, construindo um arcabouço teórico sólido sobre transformações geométricas. Embora não tenha realizado aplicações práticas em sala de aula, o trabalho oferece uma fundamentação matemática robusta para professores que desejam aprofundar seus conhecimentos sobre o tema.

Os resultados do trabalho de Silva incluem a sistematização do conhecimento matemático sobre transformações geométricas, com ênfase nas propriedades invariantes de cada transformação e nas relações entre diferentes tipos de transformações. O autor também explorou aplicações teóricas das transformações em problemas geométricos complexos.

Diferentemente, a presente dissertação busca uma abordagem didática mais acessível e prática, focada em atividades para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico escolar, sem aprofundar-se em formalismos matemáticos mais avançados como a inversão.

O trabalho de Paulo Victor da Silveira Amaral (2024), apresentado à Universidade Federal do Rio de Janeiro, propôs uma metodologia interessante, combinando a Rotação por Estações (uma estratégia em que os estudantes passam por diferentes atividades em estações) com elementos de Gamificação, para tornar o ensino de transformações geométricas mais dinâmico e motivador.

Metodologicamente, Amaral estruturou sua sequência didática em estações de aprendizagem, cada uma com atividades específicas relacionadas às transformações geométricas. Os elementos de gamificação incluíam sistemas de pontuação, desafios progressivos e recompensas, criando um ambiente lúdico e engajador para os estudantes. A pesquisa foi aplicada em turmas do Ensino Fundamental, com coleta de dados qualitativos e quantitativos sobre o desempenho e a motivação dos estudantes.

Os resultados da pesquisa de Amaral indicaram um aumento significativo na motivação e no engajamento dos estudantes, bem como melhorias na compreensão dos conceitos de transformações geométricas. O autor concluiu que a abordagem híbrida potencializou o aprendizado ao combinar elementos de metodologias ativas com aspectos lúdicos da gamificação.

Em contraste, a presente dissertação, embora também valorize metodologias ativas como o uso de jogos, não organiza as atividades a partir da Rotação por Estações, nem estrutura uma dinâmica de Gamificação completa, mantendo uma organização mais tradicional de tarefas sequenciadas.

Assim, a presente dissertação se insere no conjunto de trabalhos do PROFMAT que buscam tornar o ensino das transformações geométricas mais acessível e significativo, diferenciando-se pela flexibilidade de recursos (permitindo ou não o uso de tecnologia), pela ênfase no Pensamento Geométrico e pela utilização de jogos como estratégia principal para a aprendizagem.

Os trabalhos correlatos analisados revelam diferentes abordagens para o ensino de transformações geométricas no contexto do PROFMAT: Casarin (2023) enfatiza o uso de tecnologias digitais e obras de arte; Silva (2025) adota uma perspectiva mais teórica e formal; e Amaral (2024) propõe uma abordagem híbrida com Rotação por Estações e Gamificação.

Nossa pesquisa busca contribuir com o ensino, junto com esses trabalhos oferecendo uma abordagem que valoriza a flexibilidade metodológica e o uso de jogos matemáticos, sem depender exclusivamente de recursos tecnológicos, mas aproveitando seu potencial quando disponíveis. Essa característica torna a proposta adaptável a diferentes contextos escolares, inclusive aqueles com limitações de infraestrutura tecnológica.

1.3 Justificativa

As Transformações Lineares — translação, rotação, reflexão e homotetia (ampliação, redução, contração e dilatação) — desempenham um papel central no desenvolvimento do Pensamento Geométrico nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa relevância é reconhecida tanto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) quanto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que sucedeu os PCNs como documento normativo, atualizando as diretrizes curriculares em resposta às demandas do século XXI.

As transformações geométricas são fundamentais para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados e têm aplicações práticas em diversas áreas, como Física, Engenharia e Computação Gráfica. No contexto educacional, essas transformações ajudam os alunos a desenvolverem habilidades essenciais, como a visualização das transformações, a compreensão de simetrias e a capacidade de resolver problemas geométricos. Além disso, essas transformações promovem o pensamento crítico e a capacidade de argumentação, habilidades indispensáveis para a formação de cidadãos críticos e participativos.

1.3.1 PCNs e a BNCC

Os PCNs, instituídos na década de 1990, foram pioneiros ao estabelecer uma base comum para o ensino brasileiro, garantindo que conteúdos essenciais, como as transformações geométricas, fossem abordados de forma "flexível, porém abrangente". Seu enfoque em temas transversais e na adaptação às realidades locais permitiu uma educação mais inclusiva, preparando terreno para a integração da geometria com outras áreas do conhecimento. Os PCNs destacam que essas atividades favorecem o desenvolvimento da capacidade de argumentar e construir demonstrações, permitindo aos alunos descrever e representar o mundo de forma organizada.

A BNCC, por sua vez, consolidou e expandiu esse legado, posicionando-se como um marco de "direitos de aprendizagem" (Brasil, 2018, p. 8) e explicitando que sucedeu os PCNs para "garantir a equidade nos sistemas de ensino" e "articular-se às exigências do mundo contemporâneo" (Brasil, 2018, p. 13).

A BNCC possui competências gerais e específicas. As competências gerais são habilidades amplas que todos os alunos devem desenvolver ao longo da educação básica, enquanto as competências específicas são detalhadas para cada área do conhecimento e ano escolar.

A BNCC usa um sistema de códigos para organizar as habilidades que os alunos devem aprender. Esses códigos são como "endereços" que nos ajudam a encontrar rapidamente uma habilidade específica. Vamos usar um código genérico como exemplo: **XXYYZZNN**.

- **XX**: Indica o nível de ensino (por exemplo, Ensino Fundamental ou Ensino Médio).

- **YY**: Refere-se ao ano escolar (como 1º ano, 2º ano, etc.).
- **ZZ**: Mostra a área do conhecimento (como Matemática, Ciências, etc.).
- **NN**: É o número da habilidade dentro daquela área e ano.

Por exemplo, o código **EF06MA20** pode ser decomposto da seguinte maneira:

- **EF**: Ensino Fundamental
- **06**: 6º ano
- **MA**: Matemática
- **20**: Número da habilidade

Portanto, **EF06MA20** identifica uma habilidade específica de Matemática para o 6º ano do Ensino Fundamental. Esse sistema facilita muito a organização e a busca por habilidades específicas no documento.

No que tange às transformações planas, nos anos finais do ensino fundamental, a BNCC detalha objetivos específicos por ano:

- **EF06MA20**: Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. (Brasil, 2018, p. 259).
- **EF07MA17**: Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros (Brasil, 2018, p. 261).
- **EF08MA15**: Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica (Brasil, 2018, p. 265).

Essas habilidades são fundamentais para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos alunos, preparando-os para estudos mais avançados e para a aplicação prática desses conceitos em diversas áreas.

Além disso, a BNCC reforça que o estudo da geometria deve preparar os alunos para "compreender, utilizar e criar tecnologias digitais"(Competência Geral 5)¹, integrando softwares de geometria dinâmica ao ensino. Essa abordagem não apenas atualiza os PCNs,

¹ Cultura digital: Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

mas também vincula a geometria a contextos reais, como projetos de arquitetura, design e artes, em sintonia com sua proposta de competência investigativa (Competência Geral 2)² e interdisciplinaridade (Competência Geral 4)³. O uso de tecnologias digitais facilita a visualização e manipulação das transformações geométricas, tornando o aprendizado mais interativo e significativo para os alunos.

Assim, a transição dos PCNs para a BNCC representou um avanço pedagógico significativo: as transformações planas deixam de ser tratadas como conteúdos isolados e passam a integrar uma abordagem que articula saberes matemáticos, tecnológicos e culturais. Essa perspectiva favorece uma compreensão mais ampla e contextualizada da Matemática, contribuindo para a formação de estudantes capazes de interpretar e interagir com um mundo cada vez mais influenciado pelas ciências e pela tecnologia, promovendo uma educação matemática mais significativa e alinhada às demandas contemporâneas.

1.3.2 Currículo do Estado de São Paulo

O Currículo Paulista constitui um marco relevante para o fortalecimento das práticas pedagógicas na Educação Básica do Estado de São Paulo. Elaborado em colaboração com profissionais das redes estadual, municipais e privadas de ensino, foi homologado em duas etapas: a primeira, em agosto de 2019, para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental; e a segunda, em agosto de 2021, para o Ensino Médio.

Assim como a BNCC, o Currículo Paulista é estruturado para garantir uma educação de qualidade, equitativa e alinhada às demandas contemporâneas. Ele detalha competências e habilidades essenciais para a formação integral dos estudantes, servindo como um documento norteador para a prática docente e para as políticas públicas educacionais no estado.

O Currículo Paulista é organizado em competências gerais e específicas, que orientam o desenvolvimento das habilidades dos alunos. As competências gerais são amplas e aplicáveis a todas as áreas do conhecimento, enquanto as competências específicas são detalhadas para cada disciplina e ano escolar.

Por exemplo, no Ensino Fundamental, o Currículo Paulista enfatiza a importância das transformações geométricas, como translação, rotação, reflexão e homotetia, no desenvolvimento do Pensamento Geométrico e espacial dos alunos. Essas habilidades são fundamentais para a compreensão de conceitos matemáticos mais avançados e têm aplicações práticas em diversas áreas, como Física, Engenharia e Computação Gráfica.

² Pensamento científico, crítico e criativo: Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

³ Comunicação: Utilizar diferentes linguagens — verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica — para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

Além disso, o Currículo Paulista reforça a integração de tecnologias digitais no ensino, alinhando-se à Competência Geral 5 da BNCC, que destaca a importância de compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação. Essa abordagem visa preparar os alunos para os desafios do século XXI, promovendo uma educação mais interativa e significativa.

Assim, o Currículo Paulista complementa e expande as diretrizes da BNCC, adaptando-as às realidades e necessidades específicas do Estado de São Paulo. Ele busca garantir que todos os estudantes tenham acesso a uma educação de qualidade, que os prepare para atuar de forma crítica e participativa na sociedade. As habilidades referentes às transformações planas, estão descritas no currículo de São Paulo por ano da seguinte forma⁴:

- **EF06MA21**: Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, como uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas. (São Paulo, 2019, p. 254).⁵
- **EF07MA20**: Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: Multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem (São Paulo, 2019, p. 258).
- **EF07MA21**: Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo às representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. Simetrias de translação, rotação e reflexão. (São Paulo, 2019, p. 254).⁶
- **EF08MA18**: Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação. (São Paulo, 2019, p. 261).⁷

1.4 Organização da Dissertação

A dissertação está estruturada em cinco capítulos. O capítulo (1) apresenta a introdução, na qual são definidos os objetivos do trabalho, explicitada a justificativa, descritos os documentos curriculares de referência, como a BNCC e o Currículo Paulista, e

⁴ Observa-se que as numerações dos códigos mudam em relação à BNCC.

⁵ A habilidade EF06MA21 corresponde a EF06MA20 da BNCC.

⁶ As habilidades EF07MA20 e EF07MA21 correspondem a mesma habilidade EF07MA17 da BNCC.

⁷ A habilidade EF08MA18 corresponde a habilidade EF08MA15 da BNCC.

delineados os aspectos metodológicos da pesquisa. O capítulo (2) aborda a fundamentação teórica, discutindo os conceitos de Pensamento Geométrico, Criatividade Matemática e a importância dos Jogos no Ensino da Matemática, além da sugestão de uso de Tecnologias Digitais, como o GeoGebra. No capítulo (3), realiza-se uma análise das aulas do Material Digital do Estado de São Paulo (MDSP), identificando como as transformações planas são abordadas no contexto dos Anos Finais do Ensino Fundamental II, com base nas habilidades previstas nos documentos oficiais. O capítulo (4) apresenta as propostas didáticas desenvolvidas, compostas por três atividades: uma de ampliação e redução de figuras em malhas quadriculadas; outra voltada para transformações geométricas no plano cartesiano; e, por fim, uma proposta baseada em um jogo para o 8º ano. O capítulo (5) traz as considerações finais, destacando as contribuições do trabalho para o ensino da Matemática, as possibilidades de aplicação em sala de aula e sugestões para estudos futuros.

1.5 Metodologia

A presente pesquisa caracteriza-se como um estudo de natureza qualitativa e aplicada, com abordagem exploratória e descritiva. A pesquisa qualitativa, conforme Bogdan e Biklen (1994), busca compreender fenômenos educacionais a partir da análise de contextos específicos, sem a necessidade de quantificação dos dados. Nesse sentido, a dissertação fundamenta-se na elaboração e análise de uma proposta didática voltada ao ensino das transformações geométricas nos Anos Finais do Fundamental II.

A metodologia adotada também pode ser caracterizada como pesquisa exploratória, pois visa aprofundar a compreensão sobre o ensino das transformações planas e propor abordagens pedagógicas.

De todos os tipos de pesquisa, estas são as que apresentam menor rigidez no planejamento. Habitualmente envolvem levantamento bibliográfico e documental, entrevistas não padronizadas e estudos de caso. Procedimentos de amostragem e técnicas quantitativas de coleta de dados não são costumeiramente aplicados nestas pesquisas. (Gil, 2008, p. 27).

Além disso, trata-se de uma pesquisa aplicada, pois tem como objetivo gerar uma sequência de tarefas didáticas, incluindo o uso de jogos matemáticos e tecnologias digitais.

Para o desenvolvimento da proposta didática, foram analisados documentos normativos, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Paulista, buscando garantir que as atividades elaboradas estejam alinhadas às diretrizes educacionais vigentes. Além disso, foram considerados referenciais teóricos sobre ensino de Matemática, metodologias ativas e o uso de jogos na aprendizagem.

Por fim, a dissertação não se propõe a realizar uma investigação empírica com coleta de dados em sala de aula, mas sim apresentar as atividades propostas, destacando sua relevância para o desenvolvimento das habilidades elencadas na BNCC.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

Neste capítulo vamos fundamentar o que é o Pensamento Geométrico e a sua importância no desenvolvimento dos alunos, os Jogos na Matemática, suas potencialidades e a Criatividade Matemática. As Tecnologias Digitais ficam como sugestão, pois as propostas de atividades podem ser realizadas com o uso de aplicativos como por exemplo o Geogebra. Portanto a utilização fica a critério do professor.

2.1 Pensamento Geométrico

A definição do Pensamento Geométrico, contudo, não é consensual entre os pesquisadores da área. De acordo com Costa (2020), efetivamente, não há uma concordância entre os estudiosos de Geometria sobre esse tipo de pensamento matemático. Diante dessa falta de consenso, Costa construiu uma definição baseada principalmente em Gravina (2001) e Leivas (2009), que resulta na seguinte concepção:

O Pensamento Geométrico é a capacidade mental de produzir conhecimentos em Geometria; de mobilizar, de forma coerente, os instrumentos geométricos na resolução de problemas; é a capacidade de entender a complexidade dos fenômenos e realizar inferências sobre eles; de reconhecer e verificar a relevância da Geometria como um instrumento para compreensão do mundo físico e como um modelo em Matemática para entendimento do mundo teórico (Costa, 2020, p. 77).

Portanto, o Pensamento Geométrico envolve um processo cognitivo complexo, que não se limita apenas à percepção visual das formas, mas também à habilidade de aplicar conceitos geométricos em contextos práticos e teóricos. Essa capacidade pode se manifestar de diferentes maneiras, a depender do estágio de desenvolvimento dos estudantes e da abordagem pedagógica utilizada.

Segundo Gravina (2001), a construção do conhecimento em Geometria se dá em uma trajetória que vai da experiência empírica à formalização dedutiva. A autora explica que os primeiros contatos dos estudantes com objetos geométricos envolvem

idealizações espontâneas baseadas em qualidades perceptíveis, como forma e tamanho. Essas impressões visuais associadas a nomes são típicas da chamada Geometria Empírica, onde o conhecimento se apoia na experiência sensorial com objetos do mundo físico.

No processo educativo, essas idealizações evoluem: os registros perceptivos transformam-se em objetos geométricos através da conceituação de propriedades e da modelagem matemática. A transição da Geometria Empírica para a Dedutiva exige que os alunos deixem de apenas constatar propriedades para compreenderem como elas decorrem umas das outras dentro de um sistema teórico. Essa passagem, como destaca Gravina, "faz-se necessária uma adaptação, com seus inevitáveis conflitos cognitivos" (Gravina, 2021, p. 52) pois exige do aluno abstrações, deduções e domínio de um novo modelo de realidade.

Complementando essa visão, Leivas (2009) contribui com uma perspectiva centrada nos processos mentais de imaginação, visualização e intuição como fundamentos para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico. Para o autor, essas habilidades não são exclusivas de estágios avançados de escolaridade, mas podem ser mobilizadas em qualquer nível de ensino, desde que o estudante seja inserido em situações de aprendizagem significativas. Assim, mesmo atividades simples, como as transformações geométricas elementares — ampliações, reduções, translações e rotações —, podem desencadear formas de raciocínio geométrico que serão fundamentais para a construção de conhecimentos matemáticos mais complexos. Corroborando a isso Costa(2020) cita ao falar do Pensamento Geométrico na compreensão de Leivas(2009)

Se na escola básica o estudante vivencia o estudo dessas geometrias, mesmo que de forma mais simples do que os estudos universitários, então esse mesmo aluno poderá desenvolver Pensamento Geométrico avançado em relação ao seu nível de ensino (Costa, 2020, p. 86)

Leivas defende que a visualização deve ser compreendida como uma linguagem de pensamento matemático, capaz de mediar a construção de significados e favorecer o desenvolvimento de conceitos abstratos. A imaginação, por sua vez, possibilita ao estudante projetar mentalmente transformações e propriedades, enquanto a intuição permite estabelecer relações entre objetos e conceitos a partir de experiências prévias. Juntas, essas habilidades constituem a base para o Pensamento Geométrico em sua forma mais avançada. Segundo Costa(2020) "Desse modo, ele (Leivas) defende que os termos imaginação, intuição e visualização formam uma tríade fundamental ao desenvolvimento do Pensamento Geométrico".

Nesse sentido, as atividades com transformações geométricas realizadas nos anos finais do Ensino Fundamental, mesmo que exploradas de forma empírica, cumprem um papel essencial: elas desenvolvem estruturas mentais iniciais que podem ser refinadas ao longo da escolaridade, servindo de alicerce para a construção de um Pensamento Geométrico mais elaborado, crítico e abstrato.

Baseando-se nessa definição de Pensamento geométrico, a presente dissertação

objetiva elaborar sequências de tarefas didáticas que auxiliem o desenvolvimento dessas habilidades nos Anos Finais do Ensino Fundamental II, de modo a servirem de alicerce para a matemática do Ensino Médio e Superior.

Uma das abordagens teóricas mais importantes para compreender esse processo de desenvolvimento do Pensamento Geométrico é a teoria dos níveis de raciocínio geométrico proposta por Van Hiele. Segundo essa teoria, o aprendizado da Geometria ocorre em uma sequência de níveis hierárquicos, nos quais o raciocínio dos alunos evolui gradualmente à medida que interagem com as figuras geométricas. Van Hiele (1986) defende que o ensino da Geometria deve ser planejado para respeitar essa progressão cognitiva, oferecendo atividades que permitam aos alunos transitar entre os diferentes níveis de raciocínio.

Os níveis propostos por Van Hiele são os seguintes:

- **Nível 0 – Percepção:** Os alunos reconhecem as formas geométricas com base em suas características visuais, sem aprofundar-se em suas propriedades.
- **Nível 1 – Análise:** Os estudantes começam a identificar e descrever propriedades das figuras, organizando-as em categorias. Refletem sobre as diferenças entre as formas.
- **Nível 2 – Abstração:** Os alunos formulam generalizações a partir das propriedades identificadas, compreendendo relações mais complexas entre as figuras.
- **Nível 3 – Dedução:** O pensamento se torna formal, com construção de argumentos lógicos e demonstrações de teoremas.
- **Nível 4 – Axiomatização:** No estágio mais avançado, os estudantes trabalham com sistemas axiomáticos, desenvolvendo teorias geométricas a partir de princípios fundamentais.

Assim, a teoria de Van Hiele oferece uma estrutura valiosa para orientar o ensino da Geometria de forma gradual e coerente com o desenvolvimento cognitivo dos alunos, em consonância com as contribuições de Gravina e Leivas, que reforçam a importância de considerar os diferentes modos de pensar geometricamente e os processos mentais envolvidos nessa construção.

2.2 Importância dos Jogos na Educação Matemática

Os jogos são atividades estruturadas com regras específicas e objetivos claros, que promovem desafios e engajamento dos participantes. No contexto educacional, especialmente no ensino da matemática, os jogos são utilizados como ferramentas pedagógicas para facilitar a compreensão de conceitos abstratos, estimular o pensamento crítico e desenvolver habilidades de resolução de problemas. Segundo Grando (2000), os jogos representam uma

atividade lúdica que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, além de promover a competição e o desafio, motivando o jogador a conhecer seus limites e possibilidades de superação na busca pela vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar, mas sabemos que para o bom andamento dos jogos é necessário que os alunos possuam alguns requisitos, conforme Selma e Camargo.

Assim, também o jogo é um processo, no qual o aluno necessita de conhecimentos prévios, interpretação de regras e raciocínio, o que representa constantes desafios, pois a cada nova jogada são abertos espaços para a elaboração de novas estratégias, desencadeando situações-problema que, ao serem resolvidas, permitem a evolução do pensamento abstrato para o conhecimento efetivo, construído durante a atividade.
(Selva; Camargo, 2009, p. 4).

Requisitos que devem ser trabalhados de forma contínua e que são lapidados quando colocados a prova em atividades como jogos matemáticos.

2.2.1 Benefícios do Uso de Jogos no Ensino da Matemática

A inserção de jogos na prática pedagógica oferece diversas vantagens para o ensino da matemática, como apontado por diferentes estudiosos da área. Kishimoto (2017) e Smole, Diniz e Milani (2007) destacam que os jogos proporcionam um ambiente de aprendizagem interativo e desafiador, favorecendo o estímulo ao pensamento lógico e à criatividade. Além disso, Oliveira et al. (2022) enfatizam que, quando planejados com intencionalidade educativa, os jogos contribuem significativamente para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais. Dentre os principais benefícios, ressalta-se o aumento do engajamento e da motivação dos alunos, tornando as aulas mais dinâmicas e atrativas. Além disso, os jogos auxiliam no desenvolvimento de habilidades cognitivas, como observação, análise, levantamento de hipóteses e tomada de decisão, aspectos fundamentais para o raciocínio lógico-matemático, conforme indicado por Smole (2007). Outro ponto relevante é a aprendizagem ativa, pois os jogos incentivam a participação dos estudantes, permitindo que construam seu próprio conhecimento de maneira significativa. Por fim, muitos jogos exigem interação entre os participantes, promovendo a socialização, a cooperação e o desenvolvimento de habilidades de trabalho em equipe, favorecendo assim um aprendizado mais colaborativo.

2.2.2 Considerações para a Implementação de Jogos no Ensino da Matemática

Embora os jogos sejam ferramentas valiosas para o ensino da matemática, sua aplicação exige planejamento e mediação adequados por parte do professor. Smole, Diniz e Milani (2007) afirmam que:

Em se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional de ensino, que muitas vezes tem no livro em exercícios padronizados seu principal recurso didático. (Smole; Diniz; Milani 2007, p. 9).

Para que essa abordagem seja eficaz, Kieckheofel e Pereira (2018) ressaltam que é essencial que o professor selecione jogos alinhados aos objetivos de aprendizagem e ao nível de desenvolvimento dos alunos, garantindo que a atividade tenha um propósito pedagógico bem definido. Além disso, as regras do jogo devem ser claras e compreendidas por todos os participantes, de modo a assegurar uma experiência educativa estruturada e significativa. O equilíbrio entre o aspecto lúdico e os objetivos educacionais também é um fator determinante, pois, embora a diversão seja um elemento motivador, é fundamental que o jogo contribua efetivamente para a compreensão dos conceitos matemáticos abordados. Por fim, após a realização da atividade, é recomendável que o professor promova momentos de avaliação e reflexão, incentivando os alunos a analisarem o que aprenderam e a forma como aplicaram os conceitos matemáticos durante o jogo.

2.2.3 Jogos e Transformações Geométricas

No ensino de transformações geométricas, os jogos possibilitam que os alunos explorem conceitos como simetria, translação, rotação e homotetia de forma prática, testando hipóteses e visualizando os efeitos dessas transformações em diferentes contextos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça a importância do uso de metodologias ativas no ensino de Matemática, incentivando práticas que promovam a experimentação e a resolução de problemas em situações contextualizadas (Brasil, 2018).

Um jogo que envolva movimentação de peças no plano cartesiano ou reconstrução de figuras por meio de simetrias e rotações pode contribuir para a internalização dos conceitos matemáticos de maneira engajadora.

A proposta didática apresentada no Capítulo (4) desta dissertação contempla a utilização de um jogo educativo voltado ao ensino das transformações geométricas, alinhado às diretrizes curriculares vigentes e às perspectivas pedagógicas contemporâneas.

2.3 Criatividade Matemática

A criatividade, considerada uma competência fundamental para a formação do sujeito no século XXI, vem sendo reconhecida como um aspecto indispensável no ensino e na aprendizagem da Matemática. Em oposição à concepção tradicional da disciplina centrada na memorização e reprodução de algoritmos, passa-se a defender uma abordagem que valoriza a criação, a reflexão e a expressão pessoal do estudante.

Segundo Silver (1994), um dos principais estudiosos do tema, a Criatividade Matemática está relacionada a três componentes fundamentais: fluência, flexibilidade e novidade. O autor explica esses elementos da seguinte forma:

A fluência está relacionada às diferentes estratégias e respostas apresentadas, enquanto a flexibilidade se refere à facilidade de se adaptar às mudanças apresentadas, gerando respostas a um determinado prompt; e a novidade se configura na originalidade das respostas apresentadas."(Silver, 1994, apud Maura; Silva; Simão, 2024, p. 9).

Essa concepção afasta-se da ideia de que a criatividade é uma capacidade inata, defendendo que ela pode ser cultivada em todos os sujeitos, inclusive no contexto escolar. Maura, Silva e Simão (2024) corroboram essa visão ao afirmarem que a criatividade pode ser desenvolvida na escola, inclusive na Matemática, desde que haja espaço para a investigação, a experimentação e a formulação de ideias próprias.

Nesse sentido, práticas inovadoras no ensino de Matemática devem possibilitar que os estudantes elaborem estratégias, construam representações e reflitam sobre os conceitos envolvidos. A aprendizagem, quando se dá com compreensão, permite que os alunos estabeleçam conexões entre o conteúdo escolar e sua realidade, o que amplia as possibilidades de manifestação da criatividade. Como destacam Hoffmann e Silva (2023) "Aprender com compreensão significa entender o porquê e para quê, possibilitando que o conhecimento construído em sala de aula também seja útil além das paredes da escola".

Outro aspecto importante é a formação docente. É fundamental que o professor desenvolva, ele mesmo, uma atitude criativa em sua prática pedagógica, assumindo uma postura de pesquisador e transformador da realidade escolar. Para Maura, Silva e Simão (2024) "Práticas inovadoras e criativas tornam-se componentes da construção dos saberes profissional e pessoal".

Essa construção passa pelo reconhecimento do potencial dos estudantes e pelo compromisso com estratégias de ensino que permitam o engajamento ativo. O uso de jogos e materiais manipuláveis, por exemplo, pode estimular a criatividade dos alunos, desde que seja orientado por uma intencionalidade pedagógica bem definida. Góes e Matos (2024) concluem que "O potencial criativo desses recursos está associado à qualidade e à intencionalidade da estratégia pedagógica dos professores".

Ainda segundo essas autoras, os recursos didáticos só se tornam efetivamente criativos quando os professores planejam e adaptam suas práticas de acordo com os contextos e as necessidades dos estudantes. Ao relatarem experiências com jogos e oficinas criativas, professoras revelaram que os alunos se engajaram ativamente, propondo estratégias, refletindo e explorando diferentes formas de resolver situações propostas.

As Propostas de tarefas, elaboradas na Dissertação propõem atividades com desafios criativos.

2.4 A Integração de Tecnologias Digitais no Ensino de Transformações Planas

A integração de tecnologias digitais no ensino de transformações planas é um eixo estratégico tanto na BNCC quanto no Currículo Paulista, refletindo uma tendência pedagógica que valoriza a interatividade, a visualização dinâmica e a contextualização prática. Documentos como a BNCC enfatizam que o uso de softwares de geometria dinâmica — como o GeoGebra — e ferramentas digitais (malhas quadriculadas interativas, planos cartesianos virtuais) potencializa a compreensão de conceitos abstratos, permitindo que os alunos manipulem figuras, testem hipóteses e observem propriedades geométricas em tempo real (Brasil, 2018).

Essas ferramentas são particularmente eficazes para explorar transformações planas, pois permitem:

- **Visualização imediata de resultados:** Ao deslocar, girar ou refletir figuras digitalmente, os alunos percebem relações de congruência, semelhança e simetria de forma concreta. Conforme Leivas(2009) a visualização é um dos pilares do Pensamento Geométrico.
- **Experimentação livre:** A possibilidade de ajustar parâmetros (ângulos de rotação, vetores de translação) incentiva a investigação autônoma, alinhando-se à Competência Geral 2 da BNCC, que prioriza o pensamento científico e criativo.
- **Conexão com contextos reais:** Softwares como o GeoGebra permitem simular padrões artísticos, elementos arquitetônicos e designs, vinculando a geometria a aplicações práticas, conforme destacado na habilidade EF07MA17.

O GeoGebra, por exemplo, é amplamente recomendado por sua versatilidade. Com ele, é possível criar construções que ilustram composições de transformações (translação seguida de rotação, por exemplo), explorar homotetias com centros variados e analisar invariantes geométricos — atividades que atendem diretamente às habilidades EF08MA15 e EF06MA20. Além disso, o uso de malhas quadriculadas digitais facilita a compreensão de ampliações e reduções, pois os alunos podem alterar escalas e observar proporcionalidade de forma instantânea.

As tecnologias digitais, a depender da forma como são utilizadas, podem ser um recurso para minimizar os problemas enfrentados nessa disciplina, dado o amplo leque de possibilidades que se abrem a partir de sua utilização, em especial as ligadas à dinamicidade, ao feedback e à visualização (Borba; Almeida; Chiari, 2015, p. 1128).

. No contexto paulista, o Currículo reforça essa perspectiva ao sugerir que as transformações sejam exploradas com "tecnologias digitais que aproximem a matemática

de situações cotidianas" (São Paulo, 2019, p. 254).

No entanto, a efetividade dessas ferramentas depende de uma abordagem pedagógica intencional. É essencial que os professores planejem atividades que vão além da manipulação técnica, promovendo reflexões sobre padrões, invariantes e aplicações interdisciplinares. Por exemplo, ao analisar um mosaico digital, os alunos podem identificar simetrias e discutir sua relevância em culturas históricas, integrando matemática, arte e história — uma prática alinhada à Competência Geral 4 da BNCC.

Assim, a tecnologia não é um fim em si mesma, mas um meio para engajar os alunos em processos investigativos, consolidando as transformações planas como ferramentas de pensamento crítico e criativo, conforme previsto nas diretrizes curriculares contemporâneas. As atividades propostas no Capítulo(4), também podem ser realizadas com o uso das tecnologias, em especial com o uso do Geogebra.

Neste capítulo fundamentamos e definimos as ideias centrais da dissertação, como: Pensamento Geométrico, Jogos e Criatividade Matemática e como sugestão o uso de tecnologias digitais, especificamente o uso do Geogebra.

Capítulo 3

Material Digital do Estado de São Paulo.

Em 2024, o Estado de São Paulo adotou o uso de material digital elaborado pela SEDUC-SP, faremos a exposição das aulas juntamente com as atividades voltadas para o desenvolvimento das habilidades específicas. Esse material se encontra em vigência até o presente momento.

3.1 Como é trabalhada a habilidade EF06MA21.

O material usado para trabalhar a habilidade são as aulas 38 e 39 do 4º bimestre para o 6º ano. Para o bom andamento da aula, é importante que os alunos já possuam os seguintes conhecimentos prévios:

- **Conceitos Básicos de Geometria:** Conhecimento sobre figuras geométricas planas, como retângulos, triângulos e paralelogramos.
- **Medidas e Proporções:** Compreensão de medidas de comprimento e altura, bem como a ideia de proporção e proporcionalidade.
- **Uso de Malha Quadriculada e Plano Cartesiano:** Familiaridade com a utilização de malha quadriculada e plano cartesiano para desenhar e comparar figuras geométricas.
- **Operações Matemáticas Básicas:** Habilidade em realizar operações matemáticas básicas, como multiplicação e divisão, que são necessárias para calcular as dimensões ampliadas ou reduzidas das figuras.

3.1.1 Ampliação e Redução de Figuras Geométricas no Plano – Parte 1 -(aula 38)

O **objetivo** é identificar e construir figuras geométricas semelhantes em situações de ampliação e redução no plano, utilizando malha quadriculada.

Os **objetivos das aulas** são:

1. Compreender o conceito de figuras geométricas semelhantes.
2. Aprender a ampliar e reduzir figuras geométricas de forma proporcional.
3. Utilizar malha quadriculada para representar e comparar figuras geométricas.

A aula está dividida em seções com atividades práticas e teóricas, tem uma introdução ao tema onde são observadas imagens e abre-se uma discussão sobre a proporcionalidade das dimensões das figuras.(1)

Com foco no conteúdo há uma explicação sobre a ampliação e redução proporcional de figuras e exemplos de figuras ampliadas e reduzidas, destacando a manutenção da semelhança ou a ocorrência de distorções, propõe atividade prática de observação de retângulos na malha quadriculada e comparação na sua forma e dimensões, conforme figura (2). A intenção é que o aluno perceba que os lados da figura aumentam ou diminuem suas medidas, de forma proporcional, sendo os mesmos multiplicados por um mesmo número, e a preservação das medidas dos ângulos da figura. figura(3)

É proposto um Quiz com uma pergunta sobre o que foi tratado até o momento na aula, figura(4).

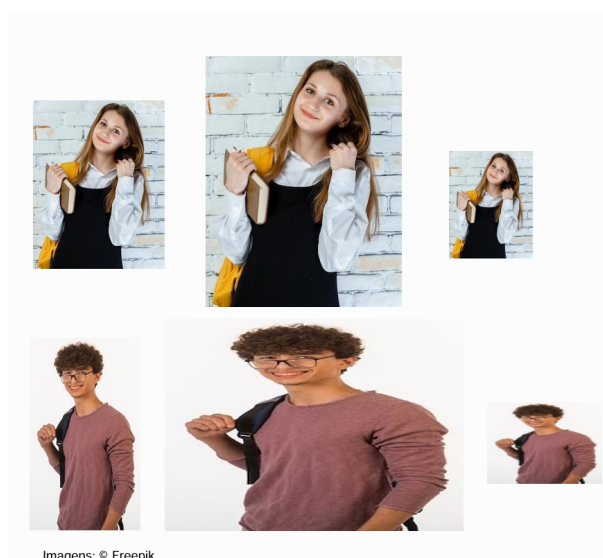
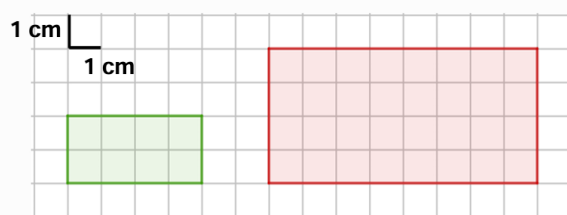


Figura 1 – Ampliação e redução de imagem - MDSP

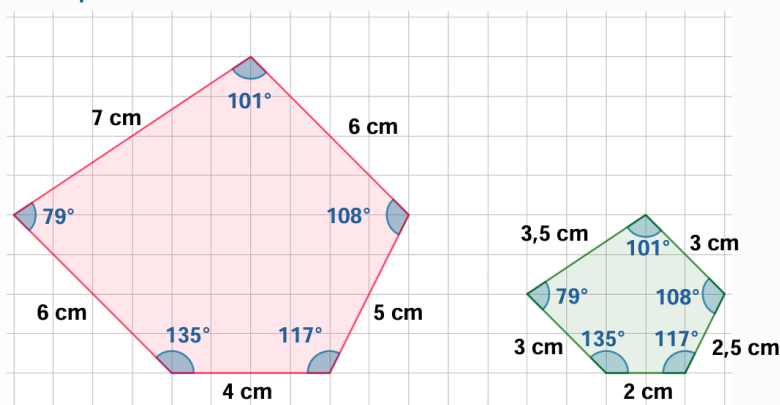
1. Observe os retângulos representados na malha quadriculada. Comparem as suas formas e dimensões. O que eles apresentam em comum?



Elaborado especialmente para a aula.

Figura 2 – Ampliação retângulo - MDSP

Mesmo que a medida dos lados aumente ou reduza proporcionalmente, a medida dos **ângulos correspondentes não se altera**.



Elaborado especialmente para a aula.

Figura 3 – Ampliação Pentágono - MDSP

Sobre a ampliação de figuras semelhantes, responda:

Se eu desejo aumentar ou reduzir uma figura plana em relação a original, basta que suas dimensões (largura e comprimento) sejam ampliadas ou reduzidas de forma proporcional.

Falso

Verdadeiro

Figura 4 – Quiz 1 - MDSP

São propostas questões de múltipla escolha para reforçar os conceitos trabalhados na aula. Conforme as figuras (5),(6) e (7)

2. Sobre a imagem, assinale a alternativa **falsa**.

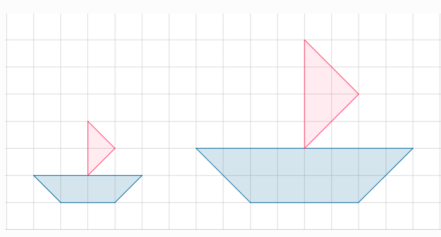


Figura 1 Figura 2

- A. A figura 1 é redução da figura 2.
- B. A figura 2 é ampliação da figura 1.
- C. As figuras 1 e 2 são semelhantes.
- D. As figuras 1 e 2 são formadas por um paralelogramo e um triângulo retângulo.

 10 MINUTOS

Figura 5 – Barcos Ampliação - MDSP

Aprofundando

1. Analise a imagem a seguir e assinale a alternativa correta.

- A. A figura 2 é semelhante em relação a figura 1.
- B. A figura 2 não é semelhante em relação a figura 1.
- C. A área da figura 1 equivale ao triplo da área da figura 2.
- D. A área da figura 2 equivale ao triplo da área da figura 1.



Figura 1 Figura 2

Elaborado especialmente para a aula

Figura 6 – Casa Ampliação - MDSP

Aprofundando

2. (Concurso, Prefeitura de Areal (RJ) – adaptada) Observe as figuras I e II desenhadas sobre a malha quadriculada ao lado.

- A. As figuras são semelhantes e a área da Figura I equivale ao quádruplo da área da Figura II.
- B. As figuras não são semelhantes e a área da Figura I equivale ao dobro da área da Figura II.
- C. As figuras não são semelhantes e a área da Figura I equivale ao quádruplo da área da Figura II.
- D. Nenhuma das alternativas.

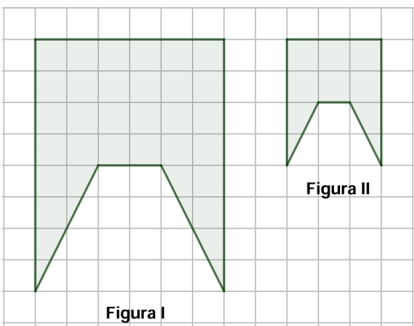


Figura I Figura II

Figura 7 – Hexagono não convexo ampliação - MDSP

3.1.2 Ampliação e Redução de Figuras Geométricas no Plano – Parte 2 -(aula 39)

O **objetivo** é aprofundar a compreensão e a aplicação prática desses conceitos utilizando o plano cartesiano.

Os **objetivos das aulas** são:

1. Reforçar o conceito de figuras geométricas semelhantes.
2. Aprender a ampliar e reduzir figuras geométricas no plano cartesiano.
3. Utilizar malha quadriculada e software de geometria para representar e comparar figuras geométricas.

A aula é dividida em seções com atividades teóricas e práticas, é exposta uma revisão sobre a estrutura do plano cartesiano, conforme as figuras(8) e (9) e como ampliar e reduzir figuras geométricas mantendo a semelhança, aplicando a operação matemática direta nos pontos que formam a figura plana, podemos ver isso figura(10)

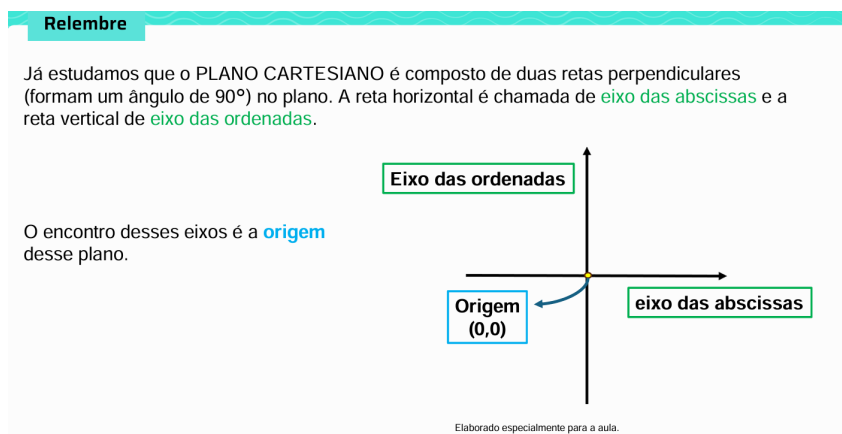


Figura 8 – Plano Cartesiano - MDSP

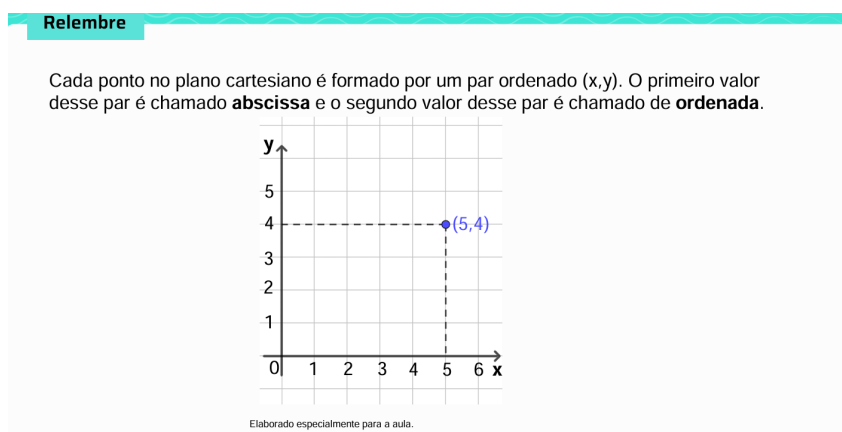
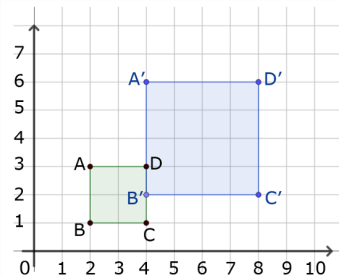
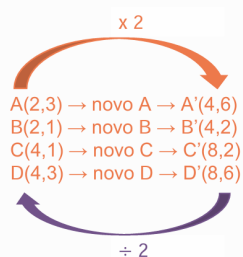


Figura 9 – 1º Quadrante - MDSP

Para ampliar ou reduzir figuras no plano cartesiano, basta multiplicar ou dividir todas as coordenadas dos pares ordenados pelo mesmo número (diferente de zero).



Elaborado especialmente para a aula com imagem © Freepik.

Figura 10 – Quadrado Ampliação e Redução - MDSP

Na parte prática da aula é sugerido ao aluno usar uma malha quadriculada ou um software de geometria e é pedido ao mesmo que amplie o triângulo que está na atividade, conforme a figura(11), se espera que o aluno, realize a atividade conforme foi sugerido na figura(10). Na figura(12) é esperado que o aluno realize o mesmo procedimento, mas nesse caso para obter a redução da imagem.

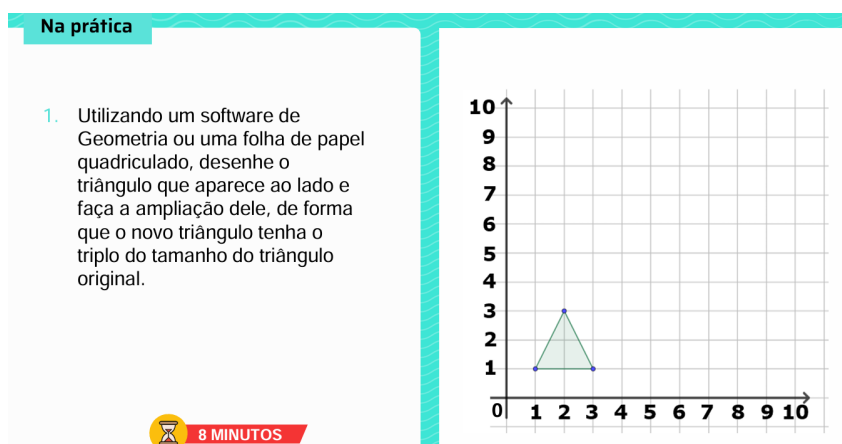


Figura 11 – Triângulo Plano Cartesiano - MDSP

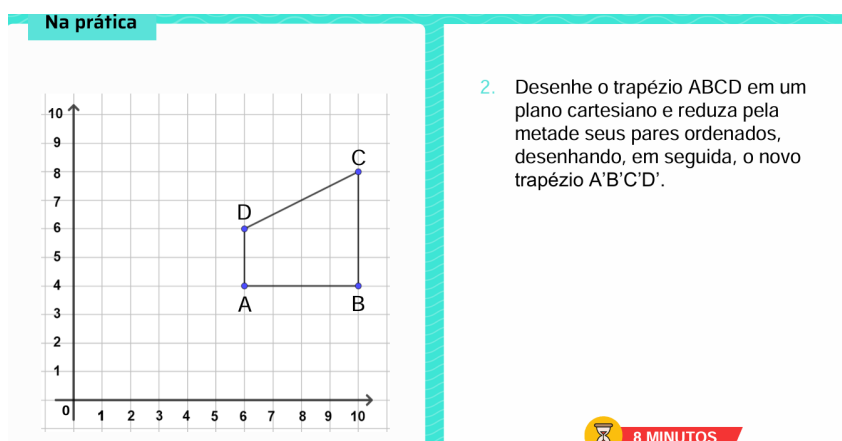


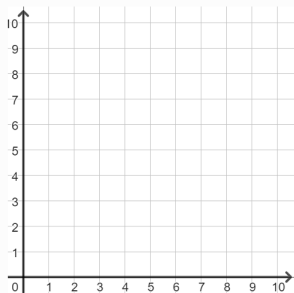
Figura 12 – Trapézio - MDSP

Agora a atividade propõe que o aluno localize pontos no plano cartesiano ou em um software e aplique a ampliação, para depois expor na sala de aula. O andamento da atividade segue nas figuras(13), (14) e (15).

Na prática

Utilizando um software de Geometria ou uma folha de papel quadriculado, em um plano cartesiano, realize as seguintes tarefas:

- Localize os pontos no plano cartesiano, de acordo com as coordenadas, e faça o desenho de cada polígono.
- Em outra página do software de Geometria ou na folha de papel quadriculado, amplie a figura formada, dobrando os valores das coordenadas.
- Pinte as duas figuras (original e ampliada) e realize uma exposição na sala de aula.



Elaborado especialmente para a aula com imagem © Freepik.

Figura 13 – Atividade plano cartesiano - MDSP

Na prática

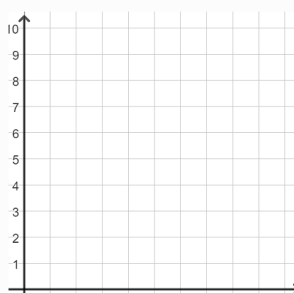
Coordenadas

Retângulo 1: (0,0); (4,0); (4,4); (0,4).

Retângulo 2: (1,0); (2,0); (2,2); (1,2).

Quadrado: (3,2); (4,2); (4,3); (3,3).

Triângulo: (0,4); (4,4); (2,5).



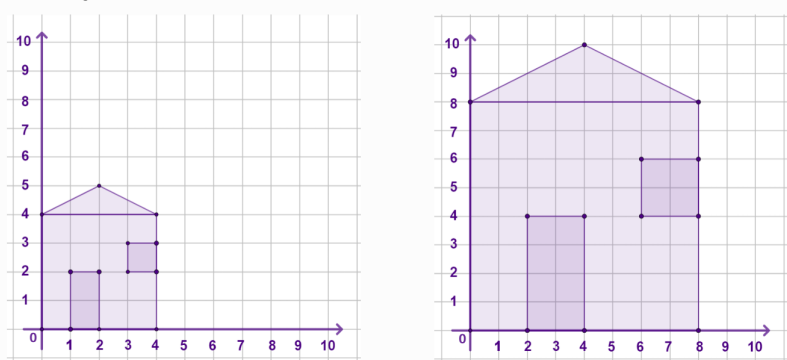
15 MINUTOS

Elaborado especialmente para a aula com imagem © Freepik.

Figura 14 – Atividade plano cartesiano - MDSP

Na prática

Correção



Elaborado especialmente para a aula com imagem © Freepik.

Figura 15 – Atividade Casa -MDSP

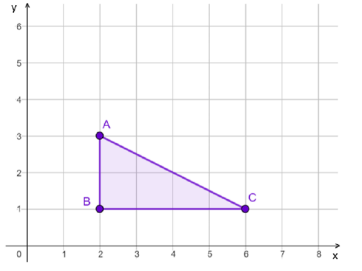
Na seção Aprofundando são propostas duas atividades, uma com a ideia de localização no plano cartesiano dos vértices do triângulo, conforme a figura(16) e a segunda

atividade sobre a redução de um losango, figura (17), é esperado que o aluno seja capaz de localizar os pontos dos vértices da figura e realizar sobre eles a operação matemática que resulte na redução da figura.

Aprofundando

1. (PROVA PAULISTA, 2023) As coordenadas dos vértices do triângulo A, B, C no plano cartesiano a seguir, são:

A A (3,2); B (1,2) e C (1,6).
 B A (1,2); B (3,2) e C (1,6).
 C A (2,3); B (2,1) e C (6,1).
 D A (2,1); B (6,1) e C (2,3).



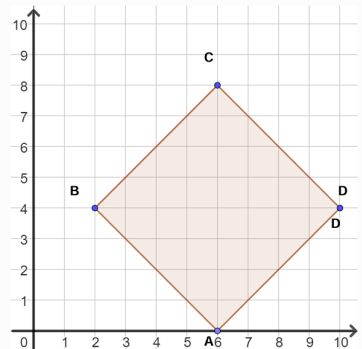
Elaborado especialmente para a aula com imagem © Freepik.

Figura 16 – Atividade Triângulo - MDSP

Aprofundando

Se reduzirmos pela metade as coordenadas dos vértices do quadrilátero ABCD, as novas coordenadas serão:

A A'(3,0); B'(1,2); C'(3,4); D'(2,5).
 B A'(6,0); B'(2,4); C'(6,8); D'(10,4).
 C A'(0,3); B'(2,1); C'(4,3); D'(2,5).
 D A'(0,3); B'(2,1); C'(2,4); D'(8,4).



MOSTRE-ME

Figura 17 – Atividade Losango - MDSP

As aulas terminam com resumos dos conceitos aprendidos no decorrer das mesmas, reforçando a importância na proporcionalidade na ampliação e redução de figuras planas.

3.2 Como são trabalhadas as habilidades EF07MA20 e EF07MA21.

As habilidades são referenciadas por uma mesma habilidade na BNCC, vamos expor as aulas que trabalham o desenvolvimento delas nessa mesma subseção. As aulas que trabalham as habilidades são as aulas 34, 35, 37 e 38 do 3º bimestre para o 7º ano.

Para o bom andamento das aulas 34 e 35, é importante que os alunos já possuam os seguintes conhecimentos prévios:

- Conceitos básicos de figuras geométricas.

- Localização de pontos no plano cartesiano.
- Operações matemáticas simples, como soma e multiplicação.

3.2.1 Simetria de polígono: reflexão e rotação Parte 1 (aula 34)

O **objetivo** é desenvolver a compreensão das transformações geométricas e sua aplicação no plano cartesiano.

Objetivos da Aula

- Compreender os conceitos de simetria de reflexão, rotação e translação.
- Representar e localizar figuras simétricas na malha quadriculada.
- Explorar exemplos de simetria na arte, arquitetura e natureza.
- Utilizar coordenadas para investigar propriedades de simetria no plano cartesiano.

A aula esta dividida em seções, ela começa introduzindo de forma intuitiva o conceito de simetria, usando uma imagem, conforme figura(18), dialogando com o aluno, questionando sobre a sua imagem em frente a um espelho conforme se movimente.

Olhando no espelho

Imagine que você está em frente a um espelho, olhando para ele.

- A imagem que você vê é exatamente igual a você?
- Se você levantar sua mão direita, qual será a mão que a imagem irá levantar?



Figura 18 – Espelho Simetria - MDSP

Posteriormente há a definição e identificação de eixo de simetria. Figura(19) são abordados tipos de simetria.

O que é simetria

Simetria é a propriedade geométrica de transformar ou mover uma figura sem alterar sua forma original.

Olhar no espelho ou ver uma imagem refletida em uma superfície, como um lago, por exemplo, resulta na **simetria de reflexão**.

A imagem ao lado apresenta simetria de reflexão. Nesse caso, existe uma reta imaginária sobre a superfície do lago, dividindo a imagem em duas partes aproximadamente iguais, chamada **eixo de simetria**.



Figura 19 – Simetria Lago - MDSP

Simetria de Reflexão Na simetria de reflexão, os pontos simétricos estão sempre a uma mesma distância do eixo de simetria. Utilizar malhas quadriculadas auxilia na visualização dessa propriedade. Conforme figura(20) Isso significa que, ao refletir uma figura em relação a um eixo, cada ponto da figura original tem um ponto correspondente na figura refletida, mantendo a mesma distância do eixo.

Simetria de Translação

Mover um objeto de lugar, sem realizar giro, resulta no que chamamos simetria de translação. A posição da estrela mostra uma mudança de lugar, ou seja, uma translação. Como mostrado na figura(21). Em outras palavras, a figura é deslocada de uma posição para outra, mantendo a mesma orientação e forma.

Simetria Bilateral

Muitos objetos podem ser divididos por uma reta, resultando em partes simétricas. Quando isso ocorre, temos o caso de simetria bilateral, em que a reta é chamada também de eixo de simetria. A imagem na figura(22) mostra um exemplo de simetria bilateral. Isso é comum em muitos elementos da natureza e design, onde uma metade do objeto é um espelho da outra metade.

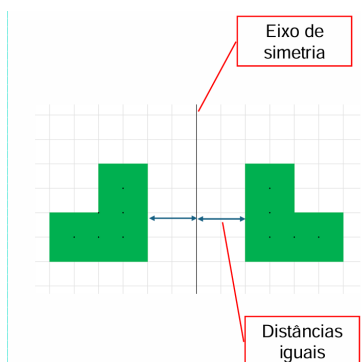


Figura 20 – Reflexão e eixo de simetria

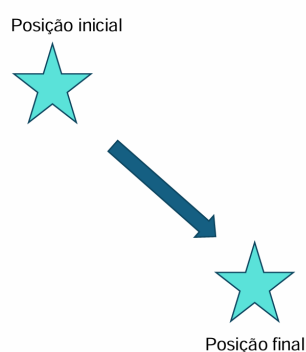


Figura 21 – Translação.

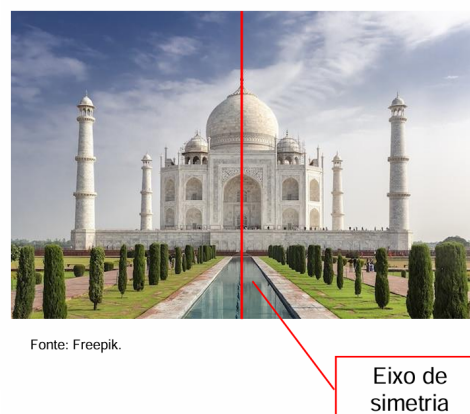


Figura 22 – Eixo Bilateral

Em algumas figuras podemos traçar mais de um eixo de simetria, figura(23),

existem outras figuras que não apresentam simetrias e são chamadas de **assimétricas**, conforme a figura(24).

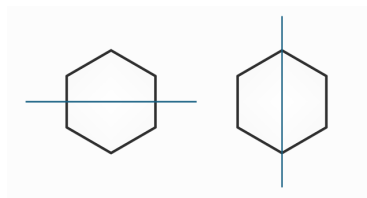
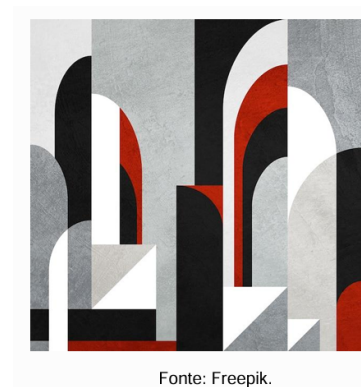


Figura 23 – Eixos de simetria

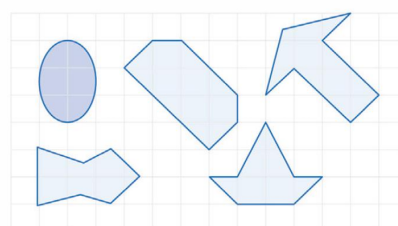


Fonte: Freepik.

Figura 24 – Assimetria

Na parte prática da aula as atividades visam que os alunos sejam capazes de reconhecer e traçar eixos de simetria em figuras planas, sugerindo que os mesmos dobrem as figuras, assim observando que uma parte se sobre põe a outra e o vinco gerado é o eixo de simetria, conforme as figuras(25) e (26).

1. Figuras planas apresentam simetria quando traçamos uma linha reta, dividindo-as em duas partes, de modo que, dobrando a figura nessa linha, as duas partes se sobreponham e coincidam. Sendo assim, dadas as figuras ao lado, trace os seus eixos de simetria.

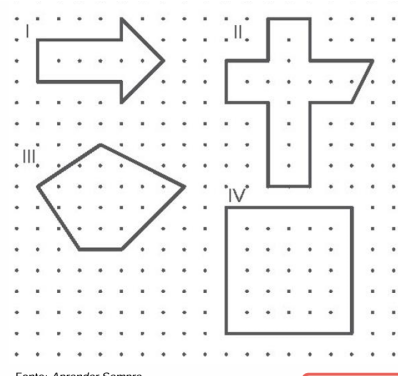


Fonte: Aprender Sempre.

Figura 25 – Atividade Polígonos 1 - MDSP

2. (AAP-SP) Das figuras ao lado, assinale quais têm simetria.

- ☐ A I e II.
- ☐ B I e IV.
- ☐ C II e III.
- ☐ D II e IV.



Fonte: Aprender Sempre.

Figura 26 – Atividade Polígonos 2 - MDSP

Na atividade, figura(27), espera-se que os alunos sejam capazes de desenhar a reflexão do polígono em relação ao eixo vertical, com o conceito de que os pontos devem ter a mesma distância do eixo de simetria.

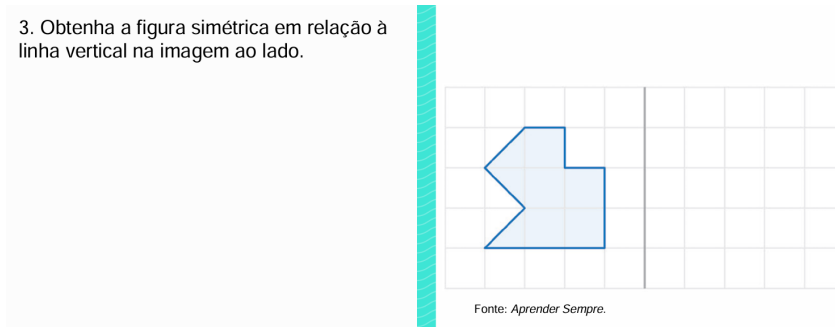


Figura 27 – Atividade Simetria - MDSP

Na seção aplicando na atividade proposta é esperado que os alunos apliquem as comandas e reconheçam o tipo de transformação que ocorre na imagem, conforme a figura(28).

Simetria no plano cartesiano

O objetivo desta atividade é investigar propriedades de simetria utilizando as coordenadas dos vértices de polígonos no plano cartesiano.

1

Desenhe, no plano cartesiano, um polígono de vértices $A(1,1)$, $B(3,4)$ e $C(7,1)$.

2

Adicione 2 unidades no valor da abscissa e 4 unidades no valor da ordenada dos pontos A, B e C, realizando um novo desenho. Que tipo de simetria aparece?

3

Multiplique **apenas** as abscissas dos pontos A, B e C por -1 , realizando um novo desenho. Que tipo de simetria aparece?

4

Multiplique **apenas** as ordenadas dos pontos A, B e C por -1 , realizando um novo desenho. Que tipo de simetria aparece?

TODO MUNDO
ESCREVE

Figura 28 – Simetria no Plano Cartesiano - MDSP

Espera-se que os alunos consigam desenhar o polígono, figura(29), realizar e reconhecer a translação, figura(30), realizar a operação matemática e reconhecer a reflexão em relação ao eixo vertical, figura(31), e ao eixo horizontal, figura(32).

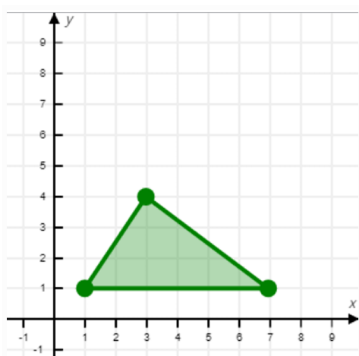


Figura 29 – Polígono desenhado no plano

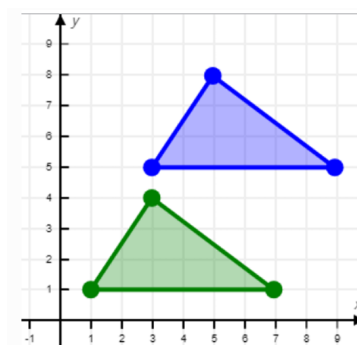


Figura 30 – Translação do polígono

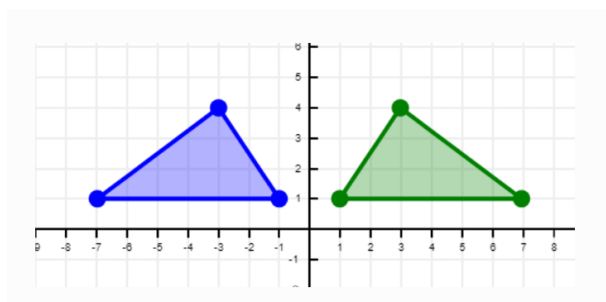


Figura 31 – Reflexão eixo y

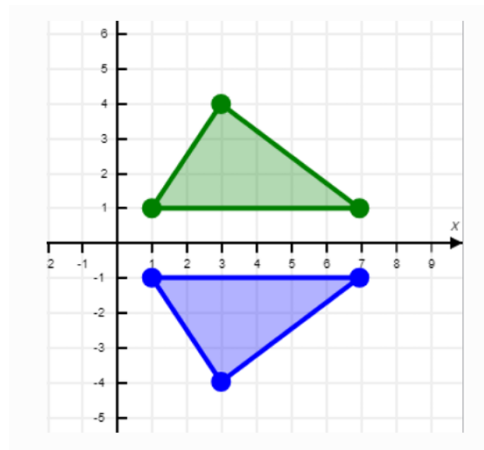


Figura 32 – Reflexão eixo x

Na seção aprofundando tem mais duas atividades de reconhecimento da transformação geométrica, como pode ser visto nas figuras(33) e (34).

Aprofundando

(OBMEP, adaptada) Benjamim passava pela praça de Quixajuba, quando viu o relógio da praça pelo espelho da bicicleta, como na figura. Que horas o relógio estava marcando?

A 5h15min
B 5h45min
C 6h15min
D 6h45min

Fonte: OBMEP.

Figura 33 – Aprofundamento MDSP

Aprofundando

2. Qual é o tipo de simetria presente na imagem ao lado, em relação ao segmento de reta?

A Translação.
B Rotação.
C Reflexiva.
D Não há simetria.

Figura 34 – Aprofundamento MDSP

A aula fornece uma introdução sólida ao conceito de simetria, permitindo que os alunos visualizem e experimentem a simetria de reflexão e translação de forma prática.

3.2.2 Simetria de polígono: reflexão e rotação Parte 2 (aula 35)

A Aula dividida em seções e aprofunda os conceitos de simetria, abordando a simetria de rotação e sua aplicação no plano cartesiano. Os alunos exploram a relação entre ângulos de rotação e a repetição de padrões geométricos. A aula faz a introdução dos conceitos de simetria de rotação e radial.

Simetria de rotação

A simetria de rotação ocorre quando uma figura pode ser girada em torno de um ponto central (centro de rotação) por um determinado ângulo.

Conforme a imagem(35), a figura 2 é uma rotação da figura 1, com o centro de rotação indicado. A aula tem a intenção através da imagem, que o aluno perceba a rotação em relação a um ponto específico.

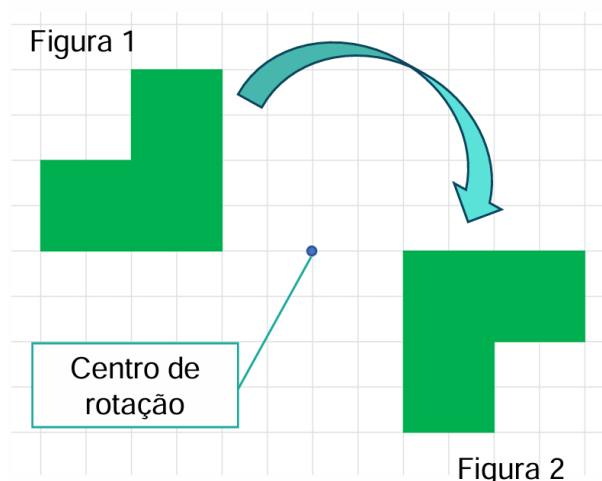


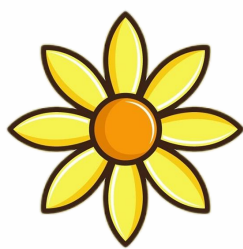
Figura 35 – Rotação da figura aula - MDSP

Simetria Radial

A simetria radial, também conhecida como simetria circular, é um tipo de simetria de rotação onde as partes de uma figura são distribuídas igualmente ao redor de um ponto central. Se uma figura possui simetria radial, ela pode ser dividida em várias partes iguais que irradiam do centro, e cada parte é uma réplica exata das outras.

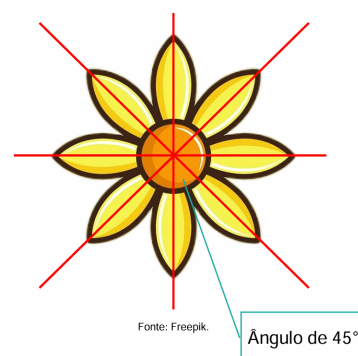
Por exemplo, se você girar a figura(36) em 90° no sentido horário, ela permanecerá a mesma. O número de vezes que a figura coincide com sua posição original ao longo de uma rotação completa de 360° determina o número de simetrias rotacionais que ela possui.

Na imagem da figura(37), temos um total de 8 pétalas, todas simétricas entre si. Isso significa que cada rotação de 45° (ou um múltiplo de 45°) deixa a figura idêntica.



Fonte: Freepik.

Figura 36 – Flor - MDSP



Fonte: Freepik.

Ângulo de 45°

Figura 37 – Flor simetria radial - MDSP

A aula explica ao aluno como calcular o ângulo referente aos eixos de simetria radial, conforme a figura(38).

Ângulos de rotação

O ângulo de rotação na simetria radial coincide com o total de raios saindo do centro da figura.

Para n raios:

$$\text{ângulo} = \frac{360^\circ}{n}$$

Na imagem, há 5 raios saindo do centro da figura, portanto o ângulo é dado por

$$\text{ângulo} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

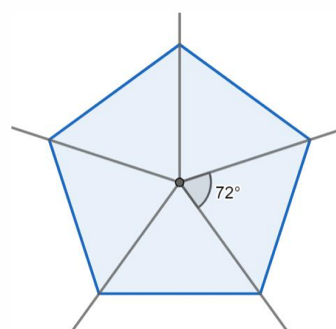
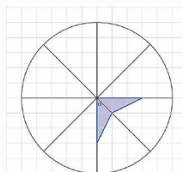


Figura 38 – Eixo radial calculo - MDSP

Na seção prática são retomados os conceitos da aula anterior com atividades de reflexão em relação aos eixos x e y . Na seção Aprofundando as atividades são direcionadas a localizar os eixos de simetria de uma figura. Como pode ser visto nas imagens, figura(39) e (40).

3. Observe a figura a seguir.



Qual das figuras a seguir representa uma rotação de 180° da imagem anterior, em torno do ponto O , no sentido anti-horário?

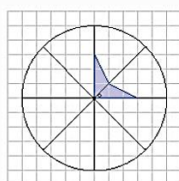


FIGURA 1

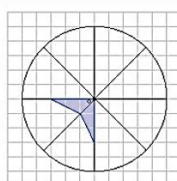


FIGURA 2

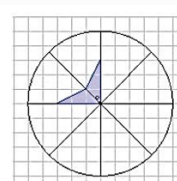


FIGURA 3

Figura 39 – Atividade Rotação 1 - MDSP

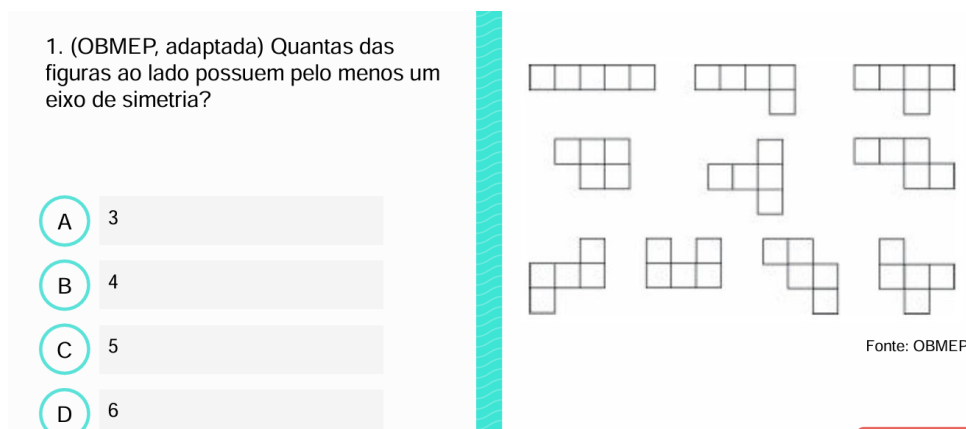


Figura 40 – Atividade Rotação 2 - MDSP

A aula amplia o estudo da simetria ao incluir a rotação, permitindo que os alunos compreendam padrões geométricos mais complexos. A relação entre ângulos e simetria é reforçada através de atividades práticas e desafios matemáticos.

Para o bom andamento das aulas 37 e 38, é importante que os alunos já possuam os seguintes conhecimentos prévios:

- Representar, no plano cartesiano, a imagem simétrica de uma figura pela reflexão em relação aos eixos verticais ou horizontais.
- Compreender as regras para encontrar os simétricos de pontos e figuras no plano cartesiano.
- Aplicar conhecimentos de simetria para resolver problemas matemáticos.

3.2.3 Representações no plano cartesiano: simetria reflexiva e rotacional – Parte 1 (aula 37)

A aula está dividida em seções: **Foco no conteúdo, prática, aplicando e aprofundamento**. No foco no conteúdo ela expõe um plano cartesiano e uma imagem nesse plano no 1º quadrante e propõe ao aluno que imagine um espelho colocado sobre os eixos, sendo assim questiona o aluno sobre qual tipo e onde a imagem refletiria, conforme a figura(41).

Simetria no plano cartesiano

Observe a imagem ao lado e responda:

- Se o eixo das abscissas fosse transformado em um espelho, como ficaria a imagem refletida? Em qual quadrante ela apareceria?
- Se o eixo das ordenadas fosse transformado em um espelho, como ficaria a imagem refletida? Em qual quadrante ela apareceria?
- Como seria a imagem refletida no terceiro quadrante? Qual seria o espelho nesse caso?

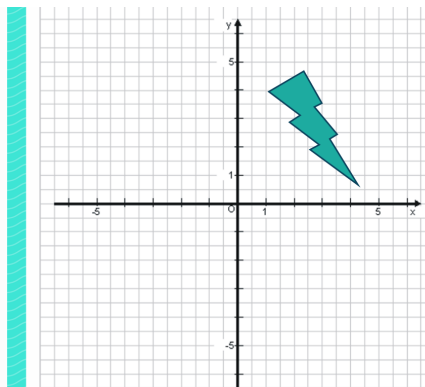


Figura 41 – Atividade Simetria - MDSP

É explicada a simetria em relação ao eixo x (abscissas) pela coordenada, mostrando ao aluno, que a coordenada y tem o sinal trocado, não é citado que isso pode ser feito pela multiplicação por -1 . Figura(42).

Simetria em relação ao eixo y

Quando refletimos um ponto utilizando o eixo y (ordenadas) como um espelho, apenas a coordenada x (abscissa) muda de sinal.

Observe a imagem ao lado, que apresenta o ponto $(3,5)$. Seu simétrico é $(-3,5)$.

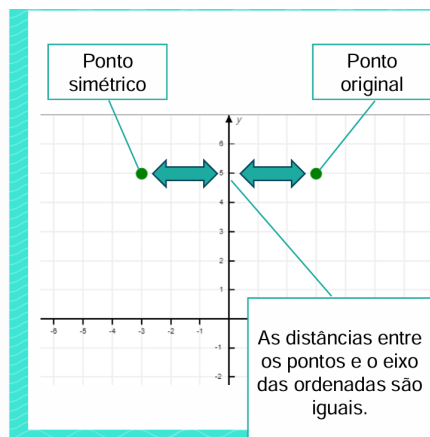


Figura 42 – Simetria Eixo y - MDSP

Da mesma forma é explicada a simetria em relação ao eixo y (ordenadas), falando que a coordenada x tem o sinal trocado, não citando a multiplicação por -1 . Figura(43).

E por ultimo, explica a simetria em relação a origem, dizendo que os sinais das coordenadas x e y tem os sinais trocados e também não fala sobre a multiplicação por 1 negativo. Figura(44).

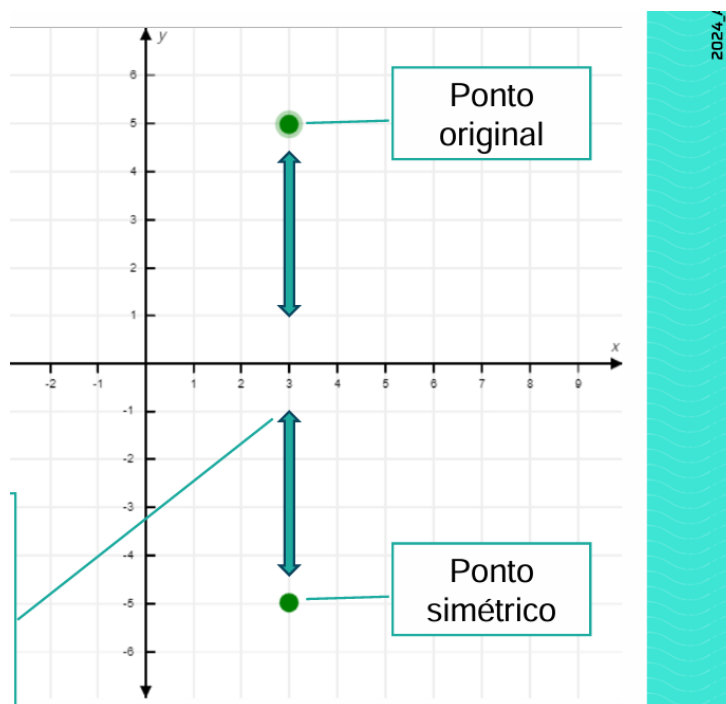


Figura 43 – Simetria Eixo x

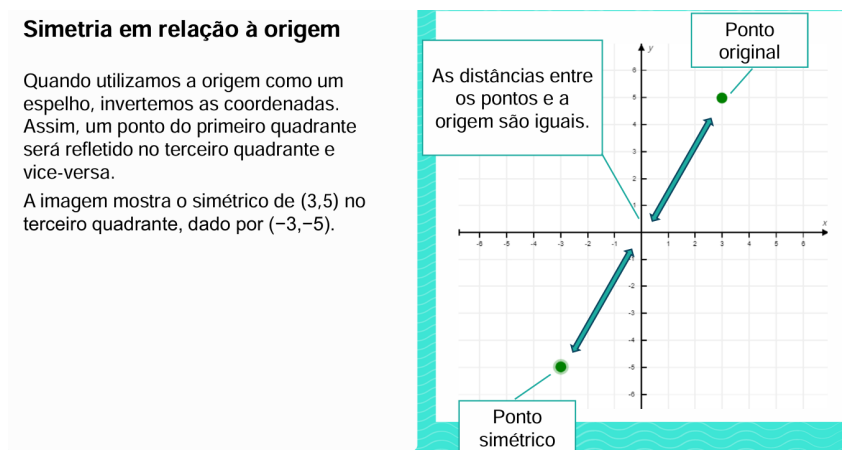


Figura 44 – Simetria Origem

Na seção prática as atividades são voltadas para o que foi explicado no foco no conteúdo, espera-se que o aluno seja capaz de localizar os pontos e fazer as reflexões aplicando diretamente nas coordenadas. Conforme as atividades na figuras (45) e (46).

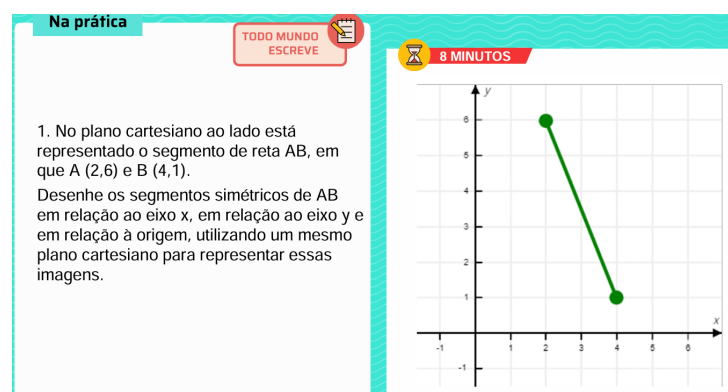


Figura 45 – Atividade Segmento de Reta - MDSP

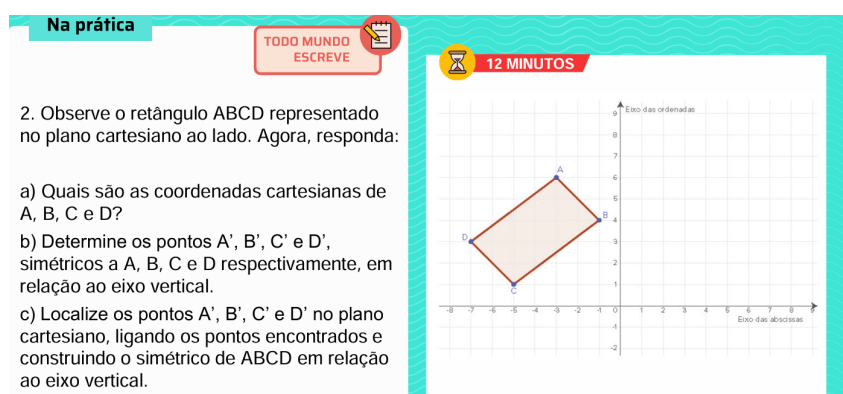


Figura 46 – Atividade retângulo Inclinado - MDSP

Na seção Aplicando tem uma atividade em que o aluno deve preencher uma tabela, indicando em cada coluna os pontos simétricos em relação a um determinado eixo. A atividade pode ser vista na imagem (47).

Pontos simétricos

Preencha o quadro a seguir dizendo quais serão as coordenadas de cada um dos simétricos dos pontos dados. Por fim, crie um resumo para o ponto genérico (a,b).

Ponto	Simétrico em relação ao eixo x	Simétrico em relação ao eixo y	Simétrico em relação à origem
(7,4)			
(-3,5)			
(-2,-7)			
(8,-6)			
(a,b)			

Figura 47 – Atividade Tabela - MDSP

Na seção Aprofundando, são propostas duas atividades de múltipla escolha, onde espera-se que o aluno tenha desenvolvido a habilidade de reconhecer o tipo de simetria apresentada na atividade. As atividades podem ser vistas nas figuras(48) e (49).

Aprofundando

MOSTRE-ME

1. (ENEM/2013) Um programa de edição de imagens possibilita transformar figuras em outras mais complexas. Deseja-se construir uma nova figura a partir da original. A nova figura deve apresentar simetria em relação ao ponto O.

Figura original

A imagem que representa a nova figura é:

A)  B)  C)  D)  E) 

Figura 48 – Atividade Aprofundando - MDSP

Aprofundando

MOSTRE-ME

Qual é o simétrico do ponto $(-5, 7)$ em relação à origem?

A) $(-5, -7)$

B) $(5, -7)$

C) $(7, -5)$

D) $(-7, 5)$

Figura 49 – Atividade Aprofundando - MDSP

A aula retoma as principais ideias sobre simetria reflexiva e resume as transformações no plano cartesiano.

3.2.4 Representações no plano cartesiano: simetria reflexiva e rotacional – Parte 2 (aula 38)

A aula 38 também está dividida em seções: **Foco no conteúdo, prática, aplicando e aprofundamento.**

A aula inicia com uma imagem onde há duas figuras e questiona ao aluno o tipo de transformação que ocorreu, se o mesmo sabe o porquê dos detalhes na imagem e se ele percebe algum padrão em coordenadas específicas. Figura(50).

Na seção foco no conteúdo, a aula explica sobre a rotação em torno de um ponto, deixando claro que esse ponto é chamado de centro de rotação e como é a sua notação, e que esse ponto é o vértice no ângulo da rotação (no sentido anti-horário) da figura. Conforme imagem(51)

Transformações geométricas no plano cartesiano

Observe a imagem ao lado e responda:

- Qual transformação geométrica aconteceu para a Figura 1 gerar a Figura 2?
- Por qual motivo você imagina que foram traçados os dois segmentos pontilhados, ligando os pontos A e A' e a origem do plano cartesiano?
- Quais são as coordenadas dos pontos A e A', B e B', C e C' e D e D'? Há algum padrão?

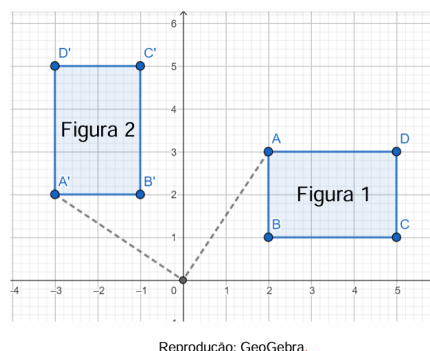


Figura 50 – Transformação no Plano Rotação Retângulo - MDSP

Rotação em torno de um ponto

A rotação de objetos precisa sempre de um ponto fixo, chamado de **centro de rotação**. Na imagem, ele é representado por O.

A partir desse ponto, determina-se um ângulo para realizar a rotação da imagem. Todos os pontos da imagem devem ser girados nesse mesmo ângulo, no mesmo sentido.

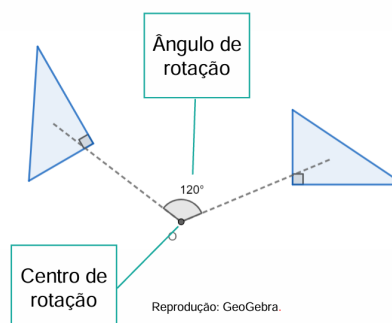


Figura 51 – Transformação Rotação no Plano Triângulo - MDSP

A aula retorna à figura(50), mostrando que todos os pontos foram rotacionados em 90° conforme figuras(52) e (53) e compara os pontos da imagem original com a imagem rotacionada, como podemos ver na figura(53), espera-se que o aluno seja capaz de perceber o padrão da transformação nos pontos (vértices do polígono). Figura(54).

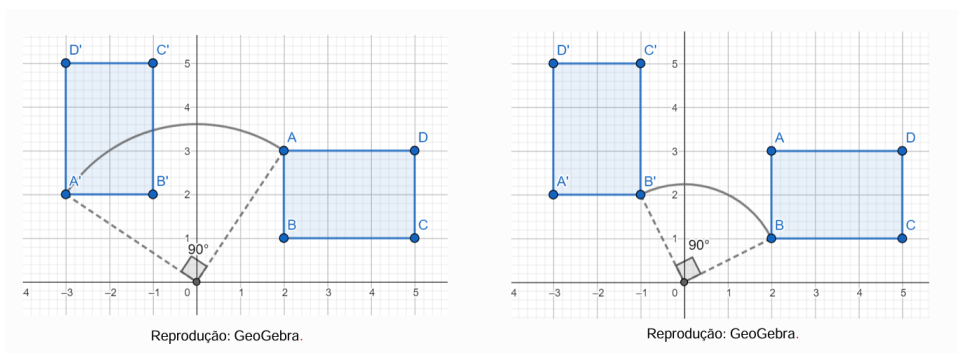


Figura 52 – Pontos rotação do Retângulo 1 - MDSP

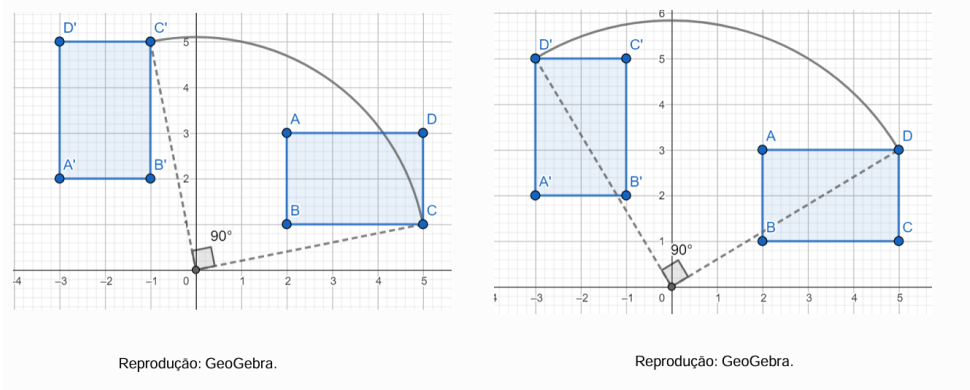


Figura 53 – Pontos rotação do Retângulo 2 - MDSP

Novas coordenadas

Ao realizar a rotação de 90° em torno da origem, no sentido anti-horário, é possível estabelecer algumas observações sobre as coordenadas:

Ponto original	Novo ponto
A (2,3)	A' (-3,2)
B (2,1)	B' (-1,2)
C (5,1)	C' (-1,5)
D (5,3)	D' (-3,5)

★ E se rotacionarmos o ponto (a,b) 90° em torno da origem, no sentido anti-horário, quais serão as coordenadas do novo ponto?

Figura 54 – Coordenada Rotação dos Pontos - MDSP

Na seção prática, as atividades esperam que os alunos sejam capazes de realizar a transformação de rotação, aplicando o padrão $(x, y) \rightarrow (-y, x)$ percebido por eles na figura(53), conforme atividade na imagem(55), reconhecer qual foi a figura rotacionada, conforme a atividade na imagem(56) e preencher a tabela com os pontos rotacionados, tabela da atividade na imagem(57).

2. No plano cartesiano ao lado, está representado o triângulo ABC dado por A (2,3), B (2,5) e C (6,3). Rotacione esse triângulo 90° em sentido anti-horário em torno da origem, obtendo as coordenadas dos pontos A', B' e C' correspondentes.

Figura 55 – Atividade Rotação do Triângulo - MDSP

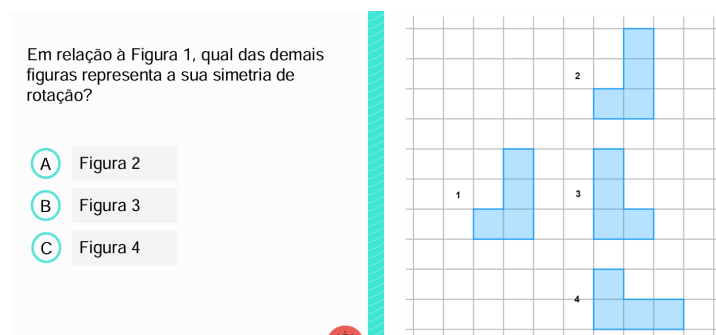


Figura 56 – Atividade Rotação de Peças - MDSP

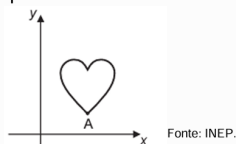
Preencha o quadro a seguir dizendo quais serão as coordenadas de cada um dos pontos após as rotações indicadas em torno da origem. Por fim, crie um resumo para o ponto genérico (a,b) .

Ponto	Rotação de 90° no sentido anti-horário	Rotação de 90° no sentido horário
$(7,4)$		
$(-3,5)$		
$(-2,-7)$		
$(8,-6)$		
(a,b)		

Figura 57 – Atividade Tabela - MDSP

Na seção Aprofundando, são propostas duas questões, uma do ENEM e outra da OBMEP, acredita-se que o aluno possa desenvolver os conceitos aprendidos na aula, sendo capaz de responder as duas questões, que possuem um maior grau de complexidade. As questões podem ser visualizadas nas figuras(58) e (59).

1. (ENEM/2018, adaptado) Isometria é uma transformação geométrica que, aplicada a uma figura, mantém as distâncias entre pontos. Duas das transformações isométricas são a reflexão e a rotação. A reflexão ocorre por meio de uma reta chamada eixo. Esse eixo funciona como um espelho, a imagem refletida é o resultado da transformação. A rotação é o “giro” de uma figura ao redor de um ponto chamado centro de rotação.



A figura sofreu três transformações isométricas, nesta ordem:

- 1ª) Reflexão no eixo x;
- 2ª) Rotação de 90° no sentido anti-horário, com centro de rotação no ponto A;
- 3ª) Reflexão no eixo y.

Qual das imagens ao lado representa a posição final da figura?

- ☐ A A
- ☐ B B
- ☐ C C
- ☐ D D

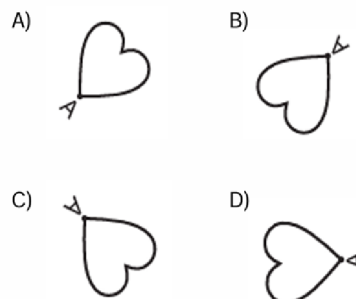


Figura 58 – Aprofundando Exercício ENEM

2. (OBMEP, adaptado) A formiguinha da OBMEP iniciou uma caminhada indo para o norte (N) e encontrou ao longo de seu trajeto a sequência de placas ao lado.

Toda vez que encontrou a placa , ela virou 90° para a esquerda, e, toda vez que encontrou a placa , ela virou 90° para a direita, continuando depois em linha reta. Em qual sentido ela passou a andar após passar pela última placa?

- ☐ A Norte (N)
- ☐ B Sul (S)
- ☐ C Leste (L)
- ☐ D Oeste (O)

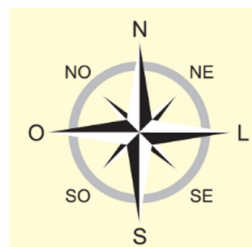


Figura 59 – Aprofundando Exercício OBMEP

A aula aprofunda as principais ideias sobre simetria rotacional e explora as transformações no plano cartesiano por meio de rotações em torno de um ponto fixo.

3.3 Como é trabalhada a habilidade EF08MA18.

No material digital vigente do estado de São Paulo para 2024, não foi encontrada uma aula que atenda a essa habilidade específica. O material digital de 2023 contém aulas sobre o assunto, mas elas são praticamente idênticas às aulas 34, 35, 37 e 38 do 7º ano no material atual. Portanto, seria redundante incluí-las na dissertação.

Nesse capítulo exploramos as aulas do Material Digital do Estado de São Paulo do ano de 2024, como as habilidades que envolvem os objetivos da dissertação são organizados e trabalhados, servindo de base para elaboração das atividades que atendam as habilidades listadas no capítulo.

Capítulo 4

Proposta Didática

Neste capítulo vamos propor atividades que busquem garantir os objetivos das habilidades **EF06MA21**, **EF07MA20**, **EF07MA21** e **EF08MA18** após a avaliação das aulas do MDSP, que visam desenvolver as habilidades citadas.

4.1 Proposta de atividade 1: *Ampliando e Reduzindo Figuras em Malhas Quadriculadas.*

Duração: 2 aulas

Objetivos da Atividade:

- Compreender o conceito de semelhança de figuras planas (ampliação e redução).
- Aplicar fatores de escala (como dobrar ou reduzir pela metade) para construir figuras semelhantes.
- Utilizar malhas quadriculadas, plano cartesiano e o geogebra como ferramenta para visualizar proporcionalidade.

Essa atividade está alinhada a habilidade EF06MA21 do Currículo Paulista que está em consonância com a EF06MA20 da BNCC (Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais)

Materiais Necessários:

- Folhas de malha quadriculada (tamanho padrão ou digital).
- Lápis, borracha e régua.
- Canetas coloridas (opcional).
- Tecnologias digitais (opcional: softwares como GeoGebra, Excel ou aplicativos de desenho em grid).

Descrição da Atividade:

Cada aluno receberá uma malha quadriculada, eles devem localizar os pontos $A(2, 1)$, $B(2, 4)$, $C(4, 4)$ e $D(4, 1)$ e formar o polígono conforme a figura(60) ,pedir para eles aplicarem a ampliação na escala 2 : 1 espera-se que os alunos consigam construir a imagem igual a da (61) após solicitar para eles aplicarem na imagem original a redução na escala 1 : 2, formando assim a imagem da figura(62). Reproduzir a atividade no geogebra(opcional).

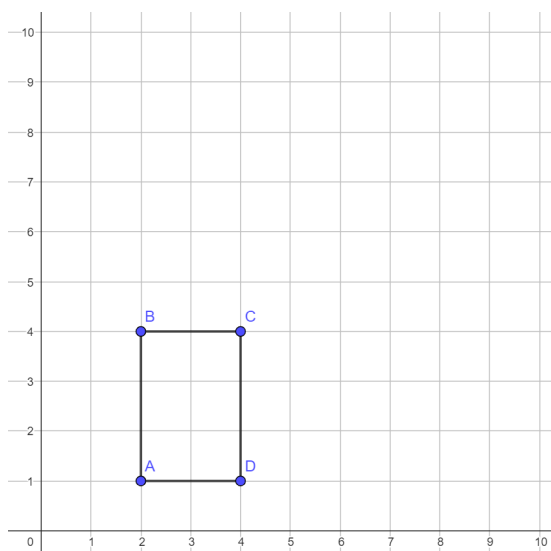


Figura 60 – Figura Original

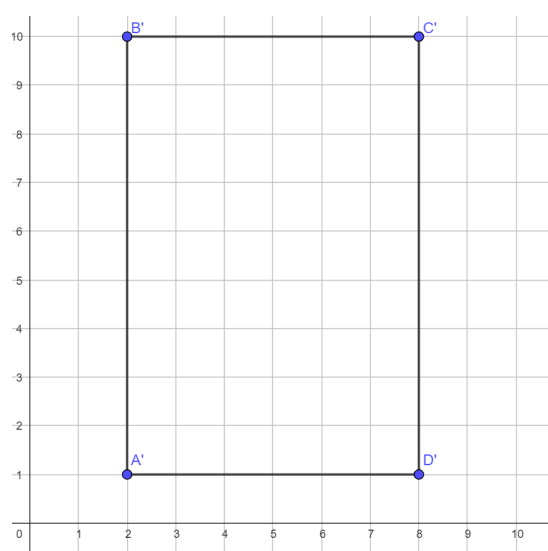


Figura 61 – Figura Ampliada

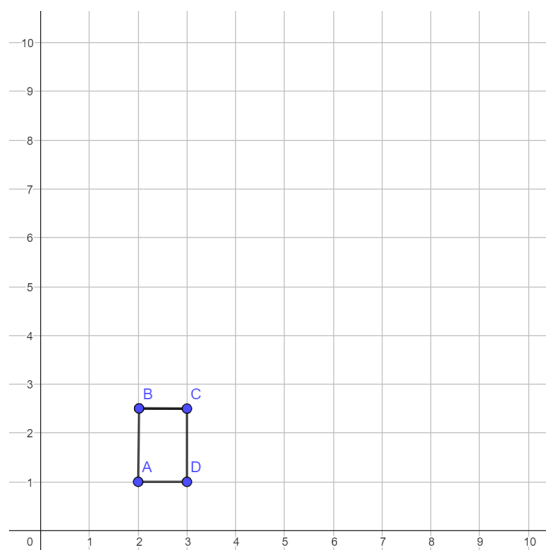


Figura 62 – Figura Reduzida

Desafio criativo:

Os alunos desenham uma figura original (uma estrela, um polígono irregular e etc...), usando outra escala, pedir que eles ampliem por 3 : 1 e reduzam por 1 : 3 em novas malhas e depois passe a figura para o geogebra para simular a ampliação e redução de forma digital.

Socialização do desafio criativo, alunos exibem suas figuras e explicam como aplicaram o fator de escala.

Discussão:

- O que acontece com a área da figura ao ampliar ou reduzir?
- Por que é importante manter as proporções?

Os alunos devem registrar as conclusões sobre semelhanças e escalas.

A **avaliação** deverá levar em consideração os seguintes critérios:

- Precisão na aplicação do fator de escala.
- Proporcionalidade das figuras construídas.
- Participação na discussão e reflexão.

Instrumentos: Observação direta, análise das figuras produzidas e registros escritos.

Esta atividade promove o pensamento proporcional e a visualização geométrica, alinhando-se à BNCC e preparando os alunos para conceitos mais avançados de matemática.

O PDF com a proposta de atividade se encontra nos apêndices.

4.2 Proposta de atividade 2: *Transformações Geométricas no Plano Cartesiano e Aplicações Reais.*

Duração: 4 aulas

Objetivos da Atividade

- Compreender e representar transformações geométricas (rotação, translação e reflexão) no plano cartesiano.
- Aplicar esses conceitos na resolução de problemas reais e na análise de padrões matemáticos.
- Relacionar as transformações geométricas com contextos históricos, culturais, artísticos e tecnológicos.

Essa atividade está alinhada a habilidade EF07MA20 e EF07MA21 do Currículo Paulista que está em consonância com a EF07MA17 da BNCC (Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. Realizar transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano, como a multiplicação das coordenadas por um número inteiro e a obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem. Construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, e vincular esse estudo às representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.) e também a habilidade EF08MA18 do Currículo Paulista que está em consonância com a EF08MA15 da BNCC (Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.)

Descrição da Atividade: A proposta de atividade deve ser realizada em duplas, na 1ª atividade em uma malha quadriculada (se possível pode-se realizar no geogebra) os alunos devem traçar os eixos das abcissas e das ordenadas, solicitar aos mesmos que desenhem a figura de coordenadas : $A(3, 2)$, $B(2, 1)$, $C(5, 1)$, $D(5, 4)$ e $E(4, 4)$, conforme a imagem(63), pedir para eles transladarem a figura 6 unidades para a esquerda, espera-se que sejam capazes de realizar a transformação conforme figura(64). Os alunos devem registrar como que realizaram a transformação e marcar os pontos correspondentes dizendo onde nas coordenadas estão as diferenças. Repetir com a mesma figura a translação de 4 unidades para baixo e também a translação de 7 unidades para esquerda e de 5 para baixo, fazendo posteriormente os mesmos registros. É esperado que os educandos realizem as construções, como pode ser visto nas figuras(65) e (66).

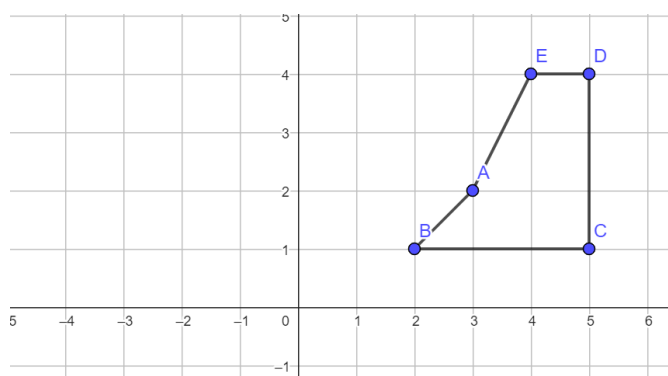


Figura 63 – Figura original.

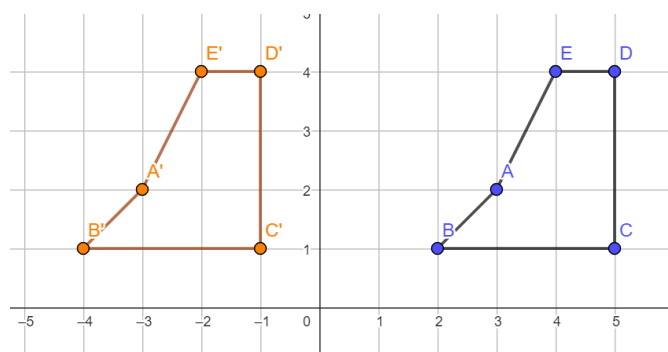


Figura 64 – Figura transladada para a esquerda.

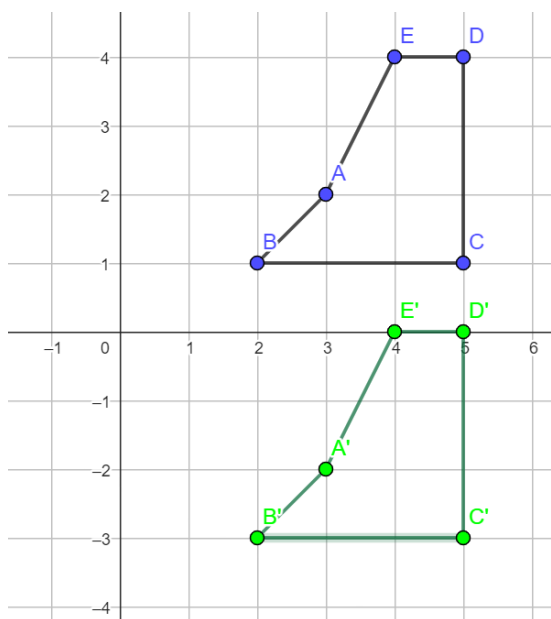


Figura 65 – Figura transladada para baixo.

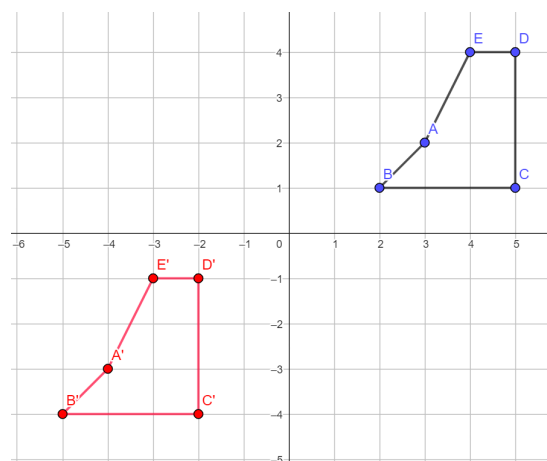


Figura 66 – Figura transladada para esquerda e para baixo.

Na 2ª Atividade há uma malha quadriculada com os eixos traçados, a atividade pode ser vista na imagem(67), pede-se que os alunos observem a peça de azulejo português e desenhe suas simetrias em relação ao eixo x, y e a origem.

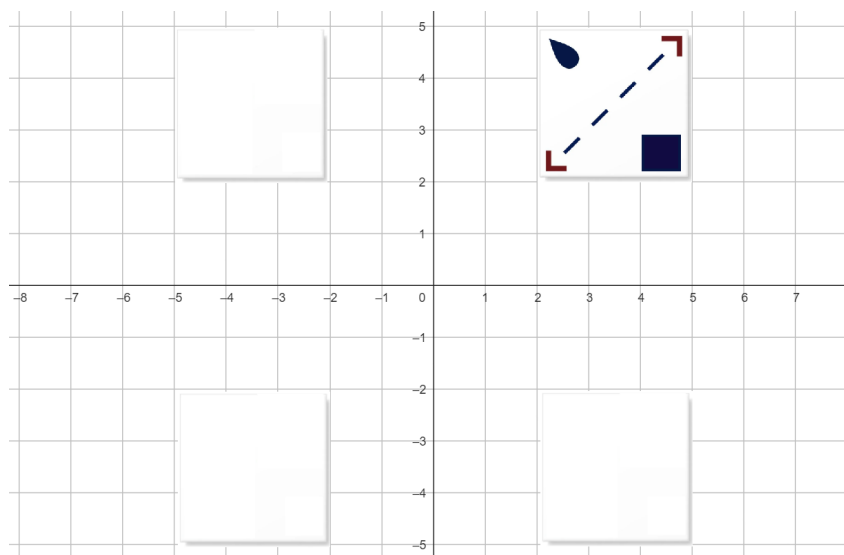


Figura 67 – Atividade - Simetria com azulejo.

É esperado que os alunos consigam desenhar de forma correta as reflexões, pedir a eles que registrem qual foi a estratégia que utilizaram. A atividade resolvida pode ser vista na imagem(68).

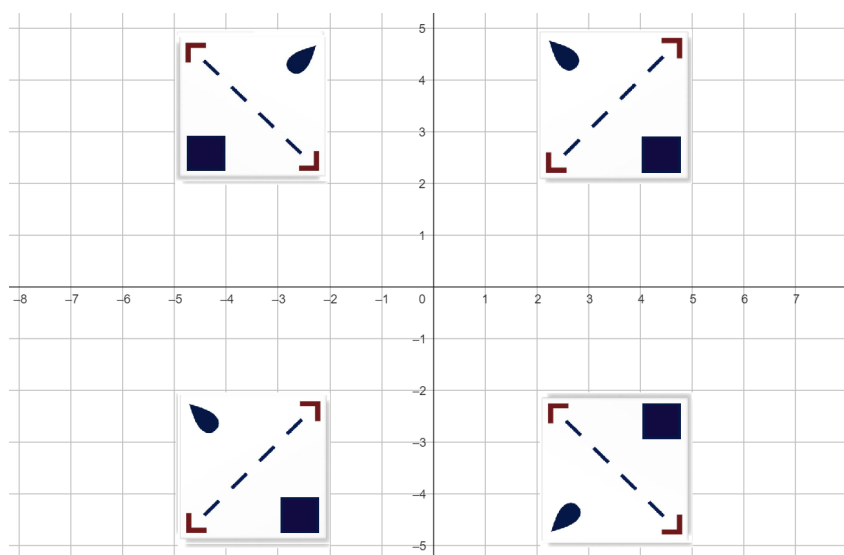


Figura 68 – Atividade - Rotação com azulejo-resolvida.

Na 3ª Atividade, os alunos observam uma imagem de tapeçaria indígena, figura(69), perguntar se eles percebem algum padrão na imagem e se ela é composta de uma mesma figura em posições(rotações) diferentes, identificar a figura e desenhá-la na malha indicando as rotações. É esperado que os alunos identifiquem simetrias, como no exemplo da imagem(70).

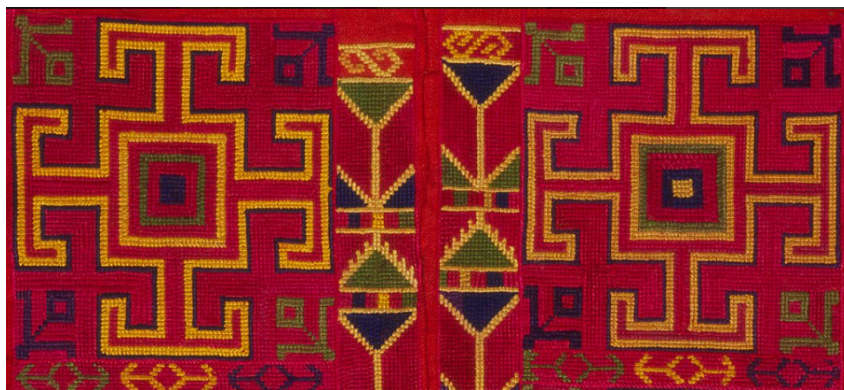


Figura 69 – Tapeçaria Indígena Fonte: Stuartpitkin.

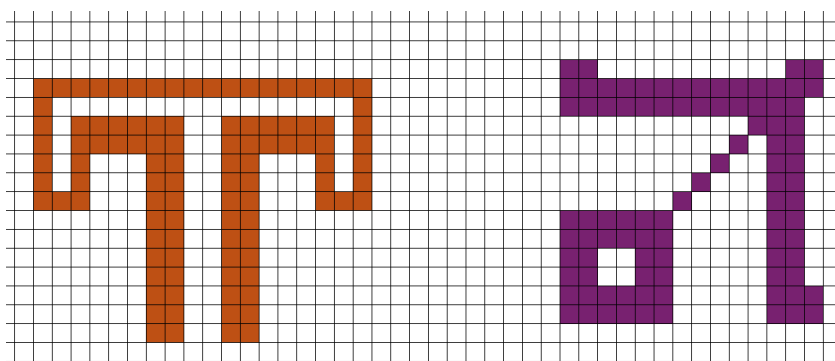
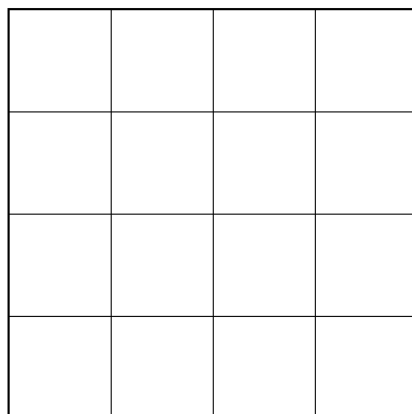


Figura 70 – Atividade - Rotação - Tapeçaria Indígena - Resolvida.

Mosaico



Peça Criada

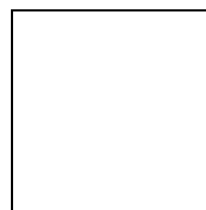


Figura 71 – Atividade- Desafio Criativo.

Figuras identificadas na tapeçaria:

- 1º Posição original.
- 2º Posição Rotação 90°.
- 3º Posição Rotação 180°.

- 4º Posição Rotação 270°.

A 4ª Atividade **desafio criativo** é a construção de um mosaico conforme pode ser visto na figura(71) , os alunos devem criar uma peça de azulejo, no estilo português e depois construir um mosaico composto da peça que criaram usando rotações e simetrias. Depois pode-se fazer uma exposição das construções dos mosaicos.

A **avaliação** deverá levar em consideração os seguintes critérios:

- Precisão na aplicação das transformações.
- Argumentação nas repostas das atividades.
- Participação na discussão e reflexão.

Instrumentos: Observação direta, análise das figuras produzidas e registros escritos.

Esta atividade promove a visualização geométrica e aplicação das transformações planas alinhando-se à BNCC e preparando os alunos para conceitos mais avançados de matemática. O PDF com a proposta de atividade se encontra nos apêndices.

4.3 Proposta de atividade 3: *Jogo Composição de Figuras com uso das Transformações Geométricas para os 8º anos.*

O presente jogo foi feito para atender a habilidade EF08MA18 - Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas, com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.

Duração: 2 aulas

Objetivos da Atividade: Os alunos, através do conhecimento das transformações planas como translação, reflexão e rotação, devem usar estratégias para compor figuras no plano cartesiano, aplicando essas transformações de maneira conveniente, sendo essa atividade lúdica e estimulante para o aprendizado.

Descrição da Atividade: O jogo é realizado em duplas e envolve raciocínio geométrico, cooperação e transformações no plano cartesiano.

Cada dupla recebe a imagem de uma figura construída no plano cartesiano, acompanhada das peças geométricas que a compõem. O objetivo é reconstruir fielmente a figura original por meio da aplicação de transformações geométricas (translação, rotação, reflexão, ampliação/redução).

A inserção de cada peça ocorre de forma **aleatória**, utilizando dados, o que adiciona um elemento de desafio e estratégia:

- **Determinação do quadrante** – Lança-se um dado de quatro lados (d4) para definir em qual dos quadrantes a peça será inserida.
- **Definição das coordenadas** – Lançam-se dois dados, um de doze lados (d12) para o eixo x e outro de dez lados (d10) para o eixo y ¹ para determinar os valores das coordenadas (x, y) . Os sinais são ajustados conforme o quadrante sorteado.
- **Transformação da peça** – A dupla, de forma colaborativa, decide quais transformações devem ser aplicadas à peça para que ela se posicione corretamente e contribua para a reconstrução da figura-alvo.

As jogadas continuam até que todas as peças sejam posicionadas e transformadas. Ao final, a figura construída pela dupla é comparada à original para verificar se o desafio foi completado com sucesso.

Regras do jogo : As peças estão numeradas e com uma seta para cima que indica a posição correta que elas devem ser inseridas no plano cartesiano, peças que possuem simetrias(que podem ser espelhadas) estão também marcadas com a posição do lado sendo A e B . As peças podem ser vista nas imagens(72) e (73).

¹ Se sair o valor 10 considerar a ordenada igual a 9

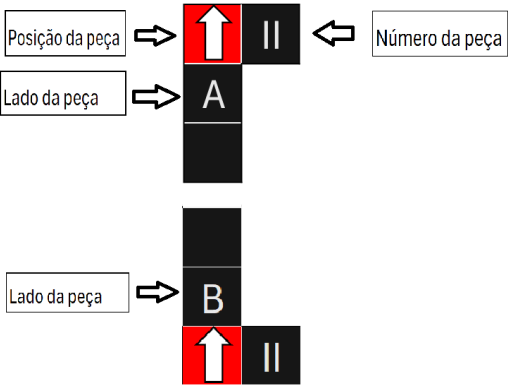


Figura 72 – Peça com o espelhamento.

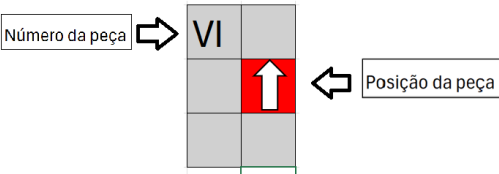


Figura 73 – Peça sem espelhamento

No plano cartesiano, que pode ser visto na figura(74), as peças serão inseridas pelo lançamento do dados,d4, d10 e d12. A transformação de translação não pode atravessar os eixos.

A localização das peças no plano será em relação a parte vermelha das mesmas, que também são as referencias para as transformações. Conforme a imagem(75), a referencia da peça II é o ponto (12,7).

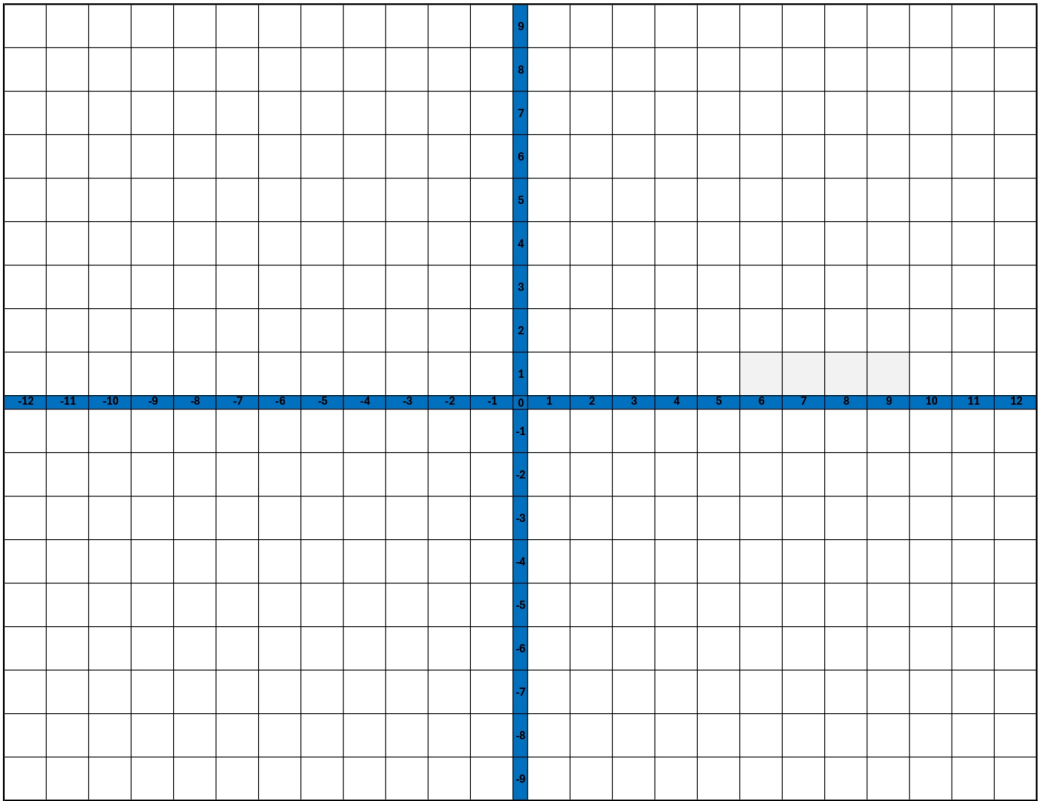


Figura 74 – Jogo - Plano Cartesiano

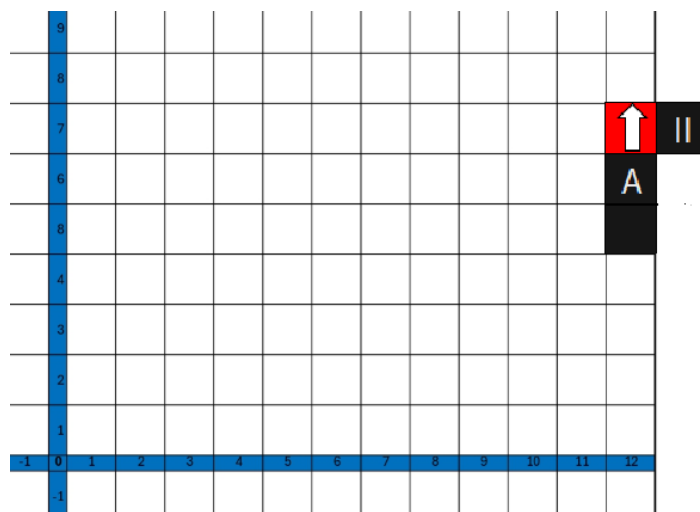


Figura 75 – Peça II - 1º Quadrante coordenadas (12, 7)

As transformações de Translação, Rotação e Simetria podem ser vistas na imagens das figuras(76),(77) e (78).

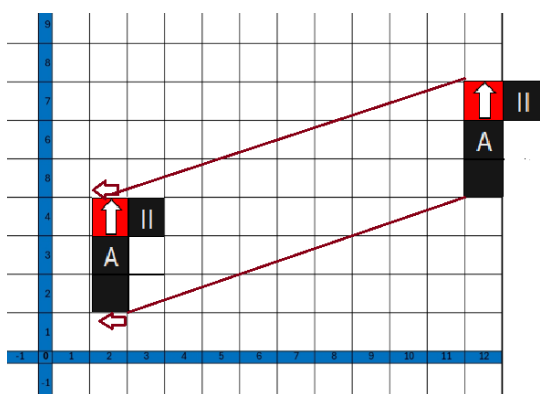


Figura 76 – Peça II transladada para a coordenada (2, 4).

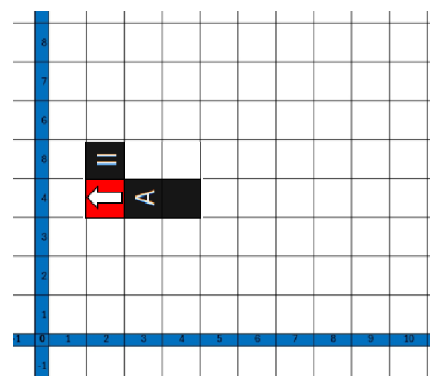


Figura 77 – Peça II rotacionada em 90°.

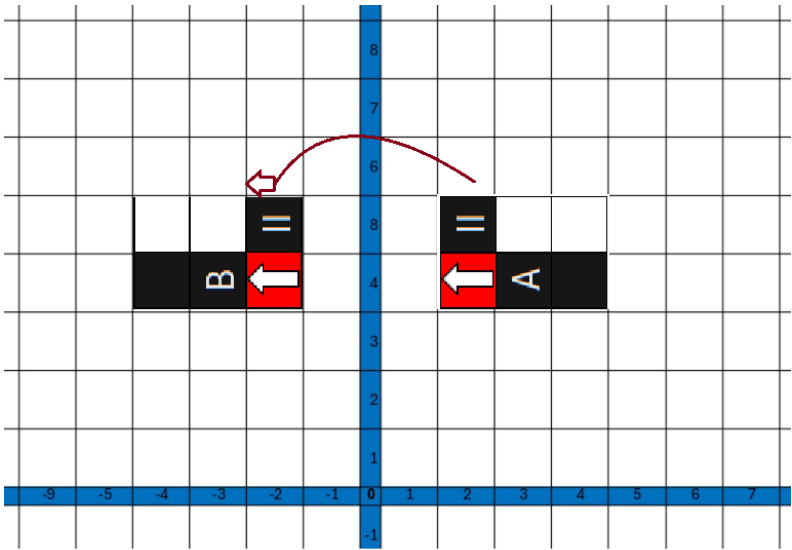


Figura 78 – Peça II simetria em relação ao eixo x

Sendo assim a dupla trabalha de forma colaborativa.

Exemplo 1. *Vamos simular uma partida. A imagem escolhida é a figura barco.(80). Os jogadores recebem a imagem da figura e as peças que a compõem **V-lado A**, **V-lado B**, **VI**, **II-lado B** e **I** conforme a imagem(79).*

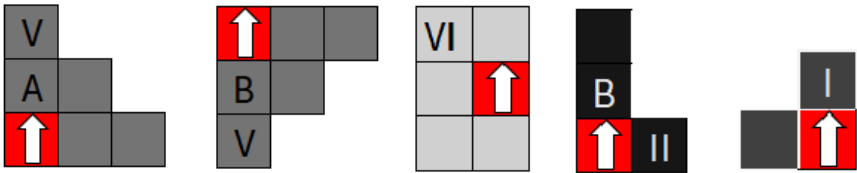


Figura 79 – Figuras que compõem o barco

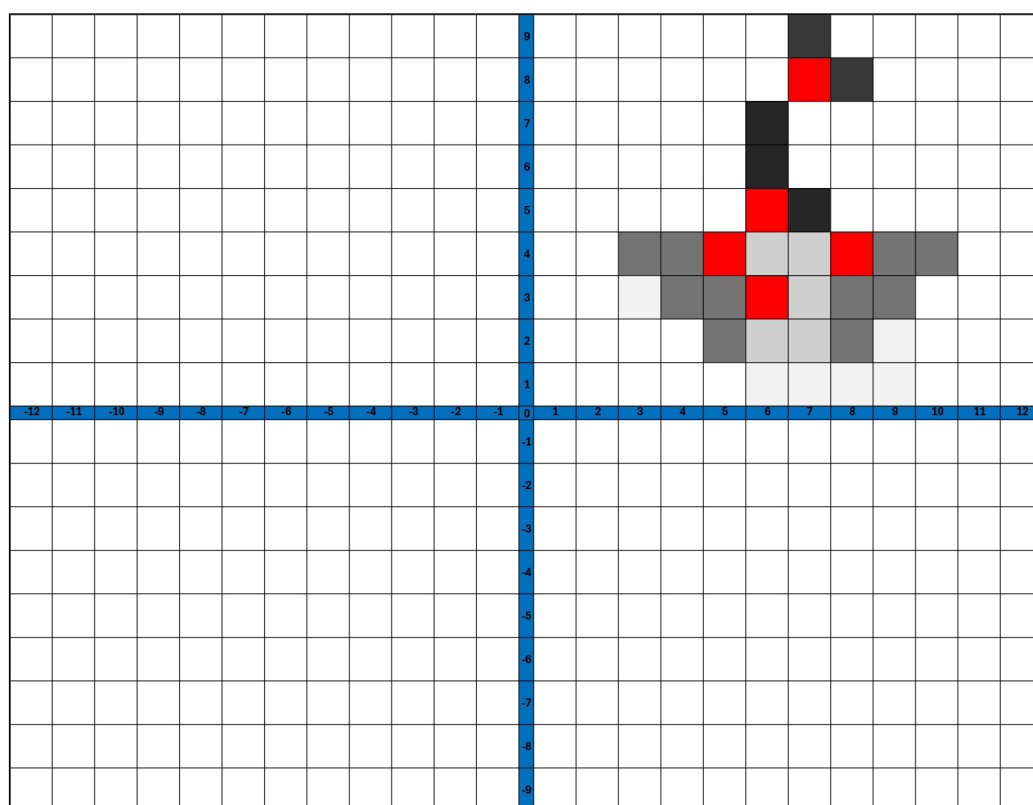


Figura 80 – Jogo - Figura Barco

As peças escolhidas para serem usadas nas comandas são as mesmas, obs: dependendo da estratégia pode-se usar figuras simétricas, pois em alguns casos são necessárias na transformação simetria.

Jogadores registram as seguintes comandas, baseadas na estratégias que usaram para a construção das imagem.

- Peça II - lado B, dados: $d4=1$, $d12=6$ e $d10=9$, portanto a entrada da peça será no 1º quadrante pelo ponto(6,9), **transformação**: translação 4 para baixo.

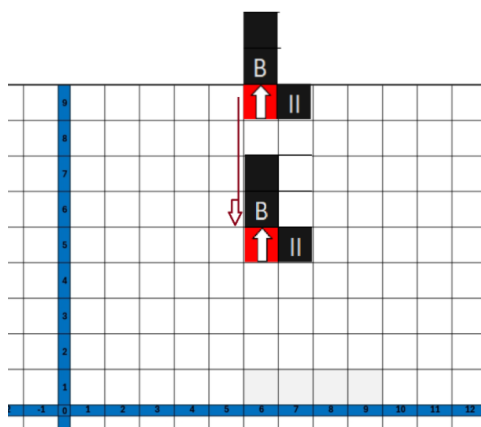


Figura 81 – Peça II entrando pelo ponto (6,9)

- Peça I dados: $d4=2$, $d12=12$ e $d10=8$, portanto a entrada da peça será no 2º quadrante pelo ponto $(-12, 8)$, **transformações**: translação 5 para a direita, simetria em relação ao eixo y .

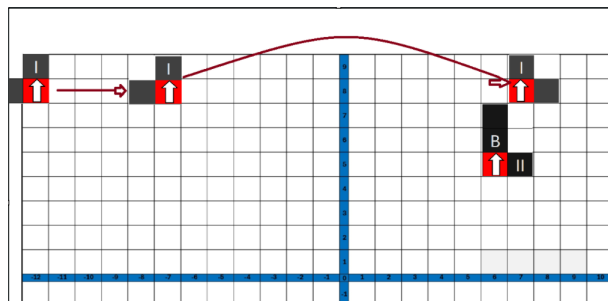


Figura 82 – Peça I entrando pelo ponto $(-12, 8)$

- Peça V - lado A dados: $d4=3$, $d12=12$ e $d10=4$, portanto a entrada da peça será no 3º quadrante pelo ponto $(-12, -4)$, **transformações**: translação 7 para a direita, simetria em relação à origem.

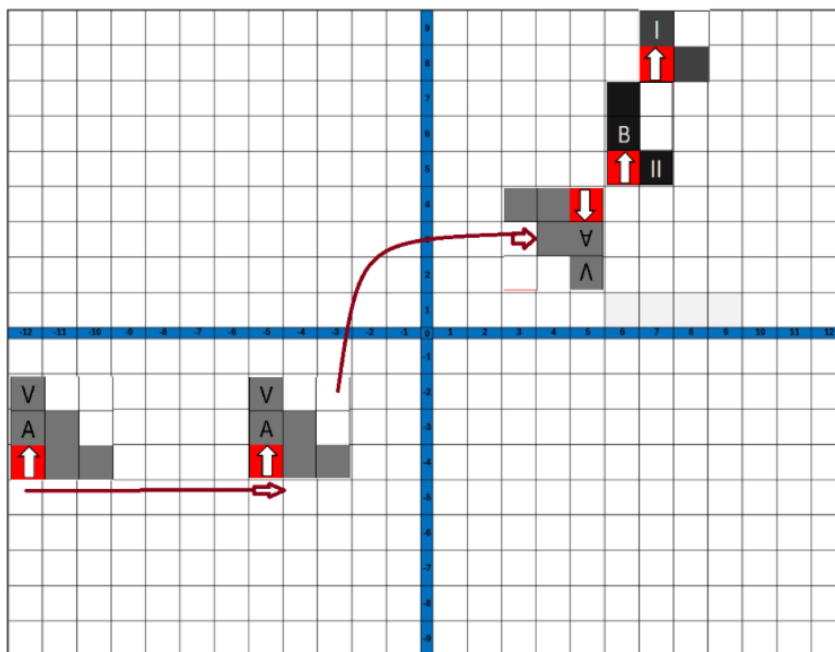


Figura 83 – Peça V lado-A entrando pelo ponto $(-12, -4)$

- Peça VI dados: $d4=4$, $d12=6$ e $d10=9$, portanto a entrada da peça será no 4º quadrante pelo ponto $(6, -9)$, **transformações**: translação 6 para cima, rotação de 180° , simetria em relação ao eixo x .

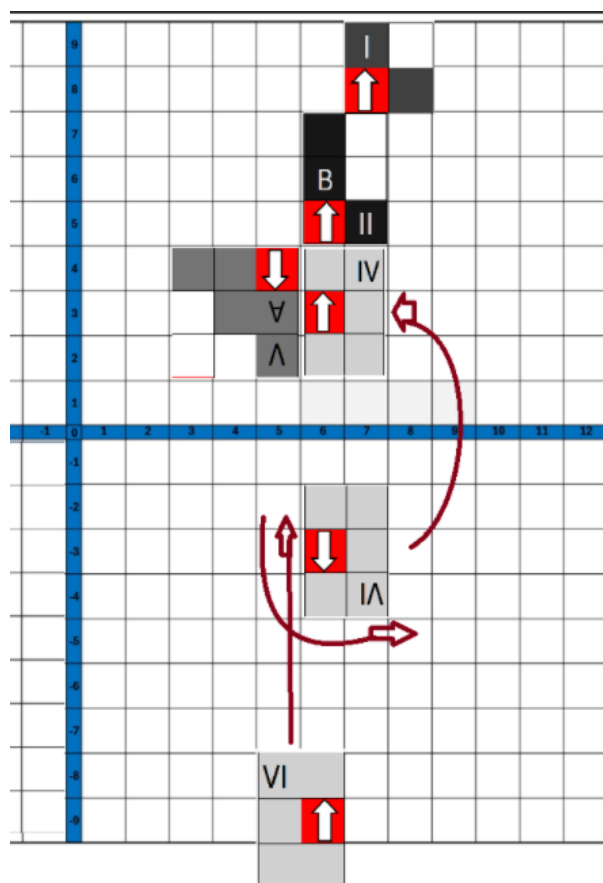


Figura 84 – Peça VI entrando pelo ponto(6, -9)

- Peça V - lado B, dados: $d4=1$, $d12=12$ e $d10=4$, portanto a entrada da peça será no 1º quadrante pelo ponto (12, 4), **transformação**: translação 4 para a esquerda.

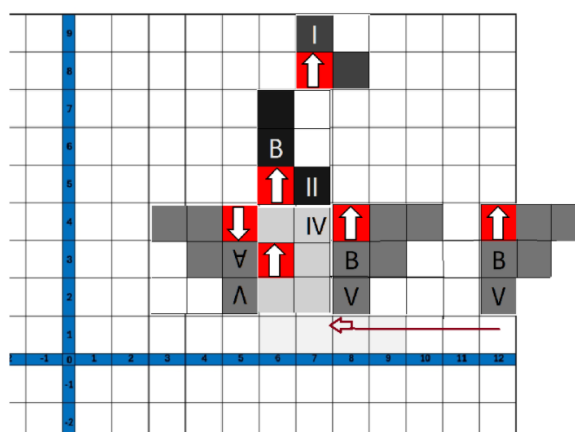


Figura 85 – Peça V - Lado B entrando pelo ponto(12, 4)

Os jogadores realizando as transformações cumprem o objetivo de construir a figura (80).

A atividade (jogo) é composta por quatro figuras com dificuldade progressiva, desafiando os alunos a reconhecerem e aplicarem transformações geométricas – translação,

rotação e reflexão – no plano cartesiano. Além de desenvolver o Pensamento Geométrico, a precisão na interpretação de coordenadas e a comunicação matemática, a atividade estimula o raciocínio lógico e a autonomia na resolução de problemas. O professor pode adaptar e expandir o jogo, criando novas figuras, ajustando o nível de complexidade ou incorporando desafios adicionais para aprofundar o aprendizado, garantindo alinhamento com a BNCC e maior engajamento dos alunos

O arquivo PDF com o jogo está nos Apêndices.

Capítulo 5

Considerações Finais

Esta dissertação teve como objetivo desenvolver uma proposta didática para o ensino das Transformações Geométricas Planas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, por meio da elaboração de uma sequência de atividades voltadas ao desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos estudantes. A justificativa do trabalho fundamentou-se na análise dos documentos normativos vigentes, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Paulista, que reforçam a importância das transformações geométricas na formação matemática básica.

A fundamentação teórica centrou-se nos estudos sobre Pensamento Geométrico, a importância dos Jogos no ensino de Matemática e a promoção da Criatividade Matemática, aspectos considerados essenciais para tornar o aprendizado mais significativo, interativo e crítico. O uso de Tecnologias digitais, em especial o Software GeoGebra, foi apresentado como uma sugestão para potencializar as atividades propostas; contudo, todas as tarefas elaboradas podem ser realizadas também sem o apoio de recursos tecnológicos, permitindo sua implementação de forma flexível conforme a realidade de cada escola.

Cabe destacar que esta dissertação não envolveu a aplicação das atividades em sala de aula, nem a coleta ou análise de dados empíricos. Dessa forma, não são apresentadas conclusões sobre os resultados da proposta em práticas efetivas de ensino. O trabalho concentrou-se na construção e análise de propostas didáticas alinhadas às diretrizes curriculares e fundamentadas em bases teóricas sólidas.

Espera-se que as atividades aqui apresentadas possam servir como subsídio para professores dos Anos Finais do Fundamental II que desejem explorar as Transformações Geométricas de maneira lúdica, visual e significativa. Para futuras pesquisas, recomenda-se a implementação e avaliação das propostas em contextos escolares, com o objetivo de analisar sua efetividade no desenvolvimento do Pensamento Geométrico e na formação matemática dos estudantes.

Referências

AMARAL, P. V. S. (2024). **Transformações Geométricas no plano: uma abordagem híbrida das metodologias Rotação por Estações e Gamificação para o Ensino Fundamental**. Universidade Federal do Rio de Janeiro, PROFMAT, 2024.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ALMEIDA, Helber Rangel Formiga Leite de; CHIARI, Aparecida Santana de Souza. **Tecnologias digitais e a relação entre teoria e prática: uma análise da produção em trinta anos de BOLEMA**. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, v. 29, n. X, p. 1115-1140, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CASARIN, Jones Ueder. **Transformações Geométricas: Ações e Aplicações nos Anos Finais do Ensino Fundamental**. Universidade Federal de Santa Maria, PROFMAT, 2023.

COSTA, André. P. **O pensamento geométrico em foco: construindo uma definição**. *Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar*. Mossoró, v. 6, n. 16, 2020.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GÓES, Luís Eduardo Silva; DE SOUZA MATOS, Ecivaldo. **Percepção docente sobre o desenvolvimento da criatividade por meio de jogos e materiais manipuláveis no ensino de matemática**. In: Workshop em Estratégias Transformadoras e Inovação na Educação (WETIE). SBC, 2024. p. 50-59.

GRANDO, Regina Célia et al. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na**

sala de aula. Campinas, SP, v. 224, 2000.

GRAVINA, Maria Alice. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001.

KIECKHOEFEL, T; PEREIRA, K. (2018). **Reflexões acerca do uso de jogos no contexto educacional de Matemática**. Ensino Da Matemática Em Debate, 5(2), 170–185.

KISHIMOTO, Tizuko M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2017.

LEIVAS, José Carlos Pinto. **Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática**. Paraná: UFPR, 2009.

MAURA, M. A. P.; SILVA, V. C. da; SIMÃO, V. L. Práticas inovadoras no desenvolvimento do pensamento criativo na aprendizagem da matemática. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 19, n. esp. 2, e024078, 2024. e-ISSN: 1982-5587.

OLIVEIRA, Adriane Silva de Abreu; ABREU, Cristiana Silva de; OLIVEIRA, Neuzenir Silva de Abreu; LOPES, Rafael de Abreu; OLIVEIRA, Santino de. **O papel dos jogos no processo de ensino da Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental**. Revista Educação Pública, v. 22, nº 13, 12 de abril de 2022.[online]. Disponível em: <<https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/22/13/o-papel-dos-jogos-no-processo-de-ensino-da-matematica-na-educacao-infantil-e-no-ensino-fundamental>>. Acesso em: 14 mar. 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo Paulista: Ensino Fundamental II**. São Paulo: SEE-SP, 2019.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Acervo Digital da Educação. **Ampliação e redução de figuras geométricas no plano – Parte 1** [online]. Disponível em: <<https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/116280/922766.pdf>>. Acesso em: 28 fev. 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Acervo Digital da Educação. **Ampliação e redução de figuras geométricas no plano - Parte 2** [online]. Disponível em: <<https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/116281/926063.pdf>>. Acesso em: 28 fev. 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Acervo Digital da Educação.

Simetria de polígono: reflexão e rotação – Parte 1 [online]. Disponível em: <<https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/111674/861190.pdf>>. Acesso em: 28 fev. 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Acervo Digital da Educação.

Simetria de polígono: reflexão e rotação – Parte 2 [online]. Disponível em: <<https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/111669/864024.pdf>>. Acesso em: 28 fev. 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Acervo Digital da Educação.

Representações no plano cartesiano: simetria reflexiva e rotacional – Parte 1 [online]. Disponível em: <<https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/111681/865950.pdf>>. Acesso em: 28 fev. 2025.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Acervo Digital da Educação.

Representações no plano cartesiano: simetria reflexiva e rotacional – Parte 2 [online]. Disponível em: <<https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/111689/864359.pdf>>. Acesso em: 28 fev. 2025.

SELVA, Kelly Regina; CAMARGO, Mariza. **O jogo matemático como recurso para a construção do conhecimento**. Encontro Gaúcho de educação matemática, v. 10, 2009.

SILVA, R. B. **Transformações geométricas no plano**: isometrias, homotetia e inversão. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, PROFMAT, 2025.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Estela. **Cadernos do Mathema: Jogos de Matemática – 6º ao 9º ano**. São Paulo: Saraiva, 2007.

VAN HIELE, P. M. **Structure and Insight: a theory of mathematics education**. Orlando: Academic Press, 1986.

Apêndices

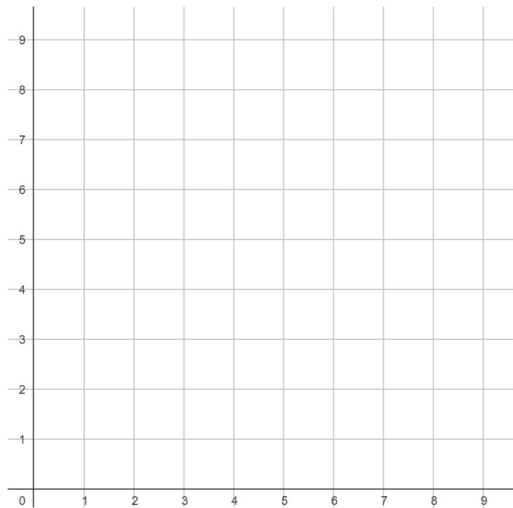
As propostas de Atividades 1,2 e o jogo estão disponíveis em PDF nessa seção.

Atividade de Matemática: Ampliação e Redução de Figuras – 6º Anos.

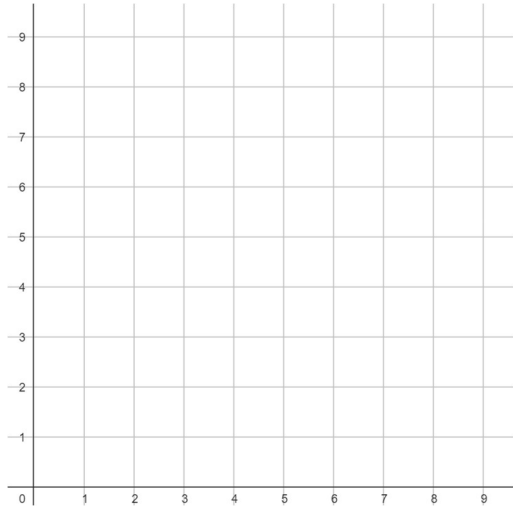
Nome: _____

Nome: _____

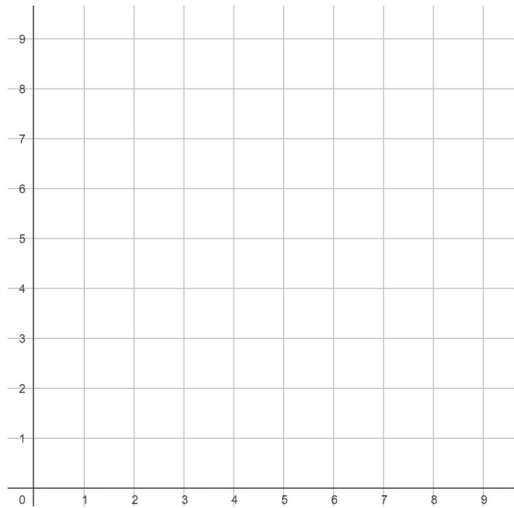
1. Na malha quadriculada, localize e marque os pontos A(2, 1), B(2, 4), C(4, 4) e D(4, 1) para formar o polígono.



2. Aplique uma ampliação na escala 2:1 ao polígono formado e desenhe a nova figura ampliada na malha quadriculada.



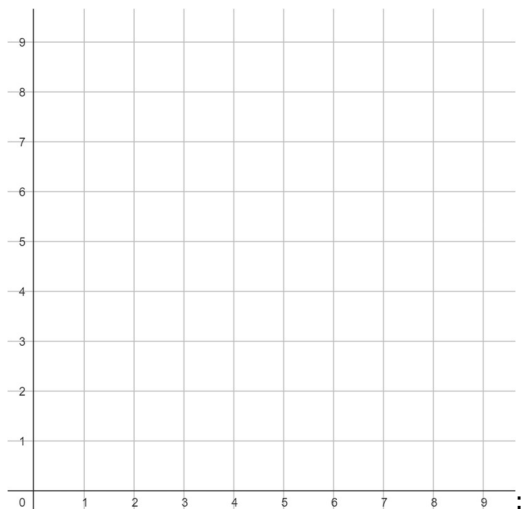
3. A partir da figura original, aplique uma redução na escala 1:2 e desenhe a nova figura reduzida na malha quadriculada.



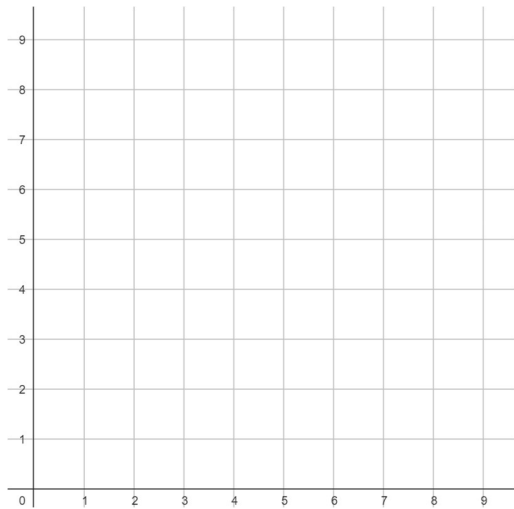
GeoGebra (Opcional):

Reproduza a atividade no GeoGebra para visualizar a ampliação e redução digitalmente.

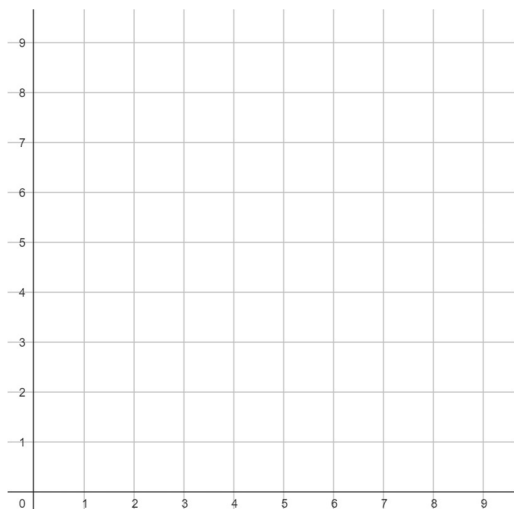
4. Desenhe uma figura original (como uma estrela ou um polígono irregular) na malha quadriculada.



5. Aplique uma ampliação na escala 3:1 na figura e desenhe na malha.



6. Aplique uma redução na escala 1:3 na figura e desenhe na malha.



GeoGebra(Opcional)

Transfira a figura original para o GeoGebra.
Simule a ampliação e redução digitalmente.

Exiba suas figuras ampliadas e reduzidas para a turma.

Explique como aplicou os fatores de escala.

7. O que acontece com a área da figura ao ampliar ou reduzir?

8. Por que é importante manter as proporções?

Registre suas conclusões sobre semelhanças e escalas.

Matemática – Transformações Planas

Nome: _____

Nome: _____

Atividade 1

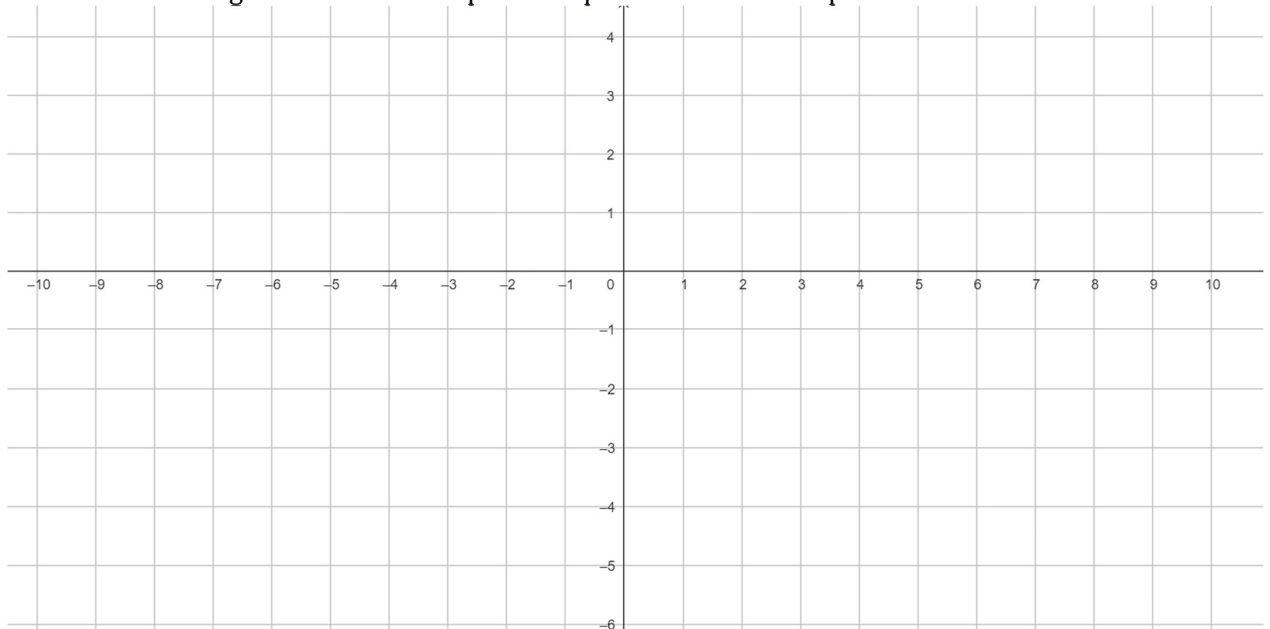
Na malha quadriculada

1.1 Desenhem a figura com as coordenadas: A(3, 2), B(2, 1), C(5, 1), D(5, 4) e E(4, 4).

1.2 Transladar a figura 6 unidades para a esquerda.

1.3 Transladar a figura 4 unidades para baixo.

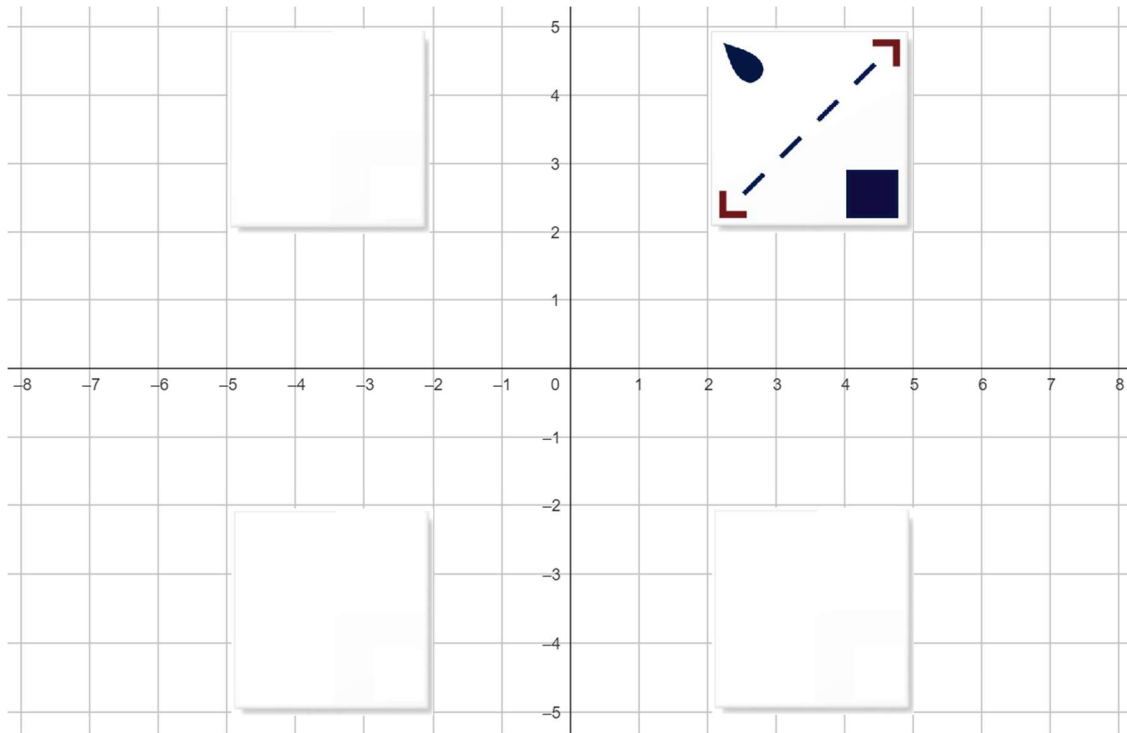
1.4 Transladar a figura de 7 unidades para a esquerda e 5 unidades para baixo.



1.5 Escrevam as transformações e as novas coordenadas.

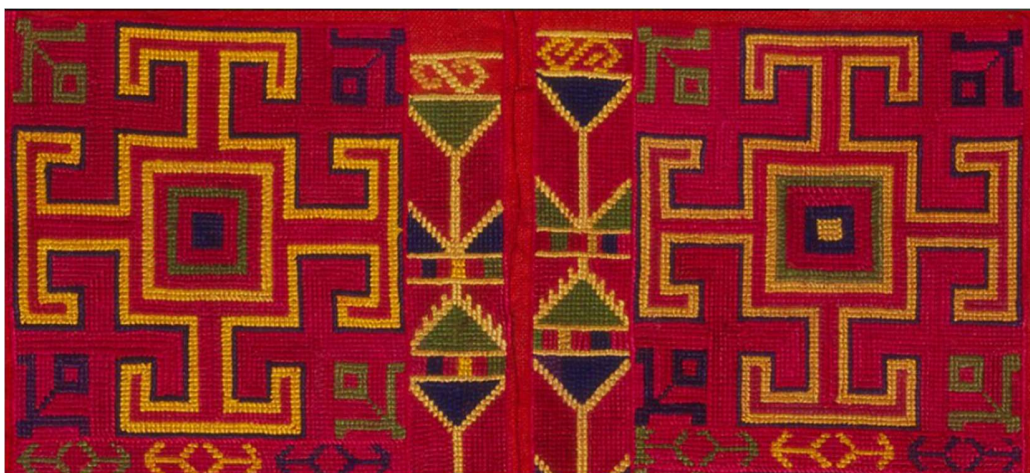
2ª Atividade

2.1 Observem a peça de azulejo português fornecida na malha quadriculada, desenhem as simetrias da peça em relação ao eixo x, ao eixo y e à origem.

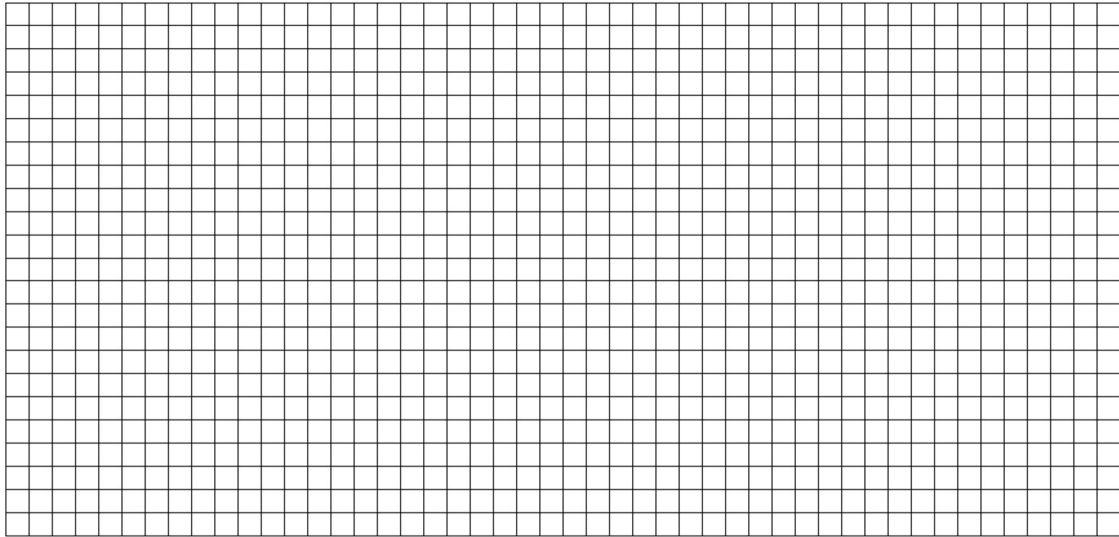


3ª Atividade

Observem a imagem de uma tapeçaria indígena fornecida.



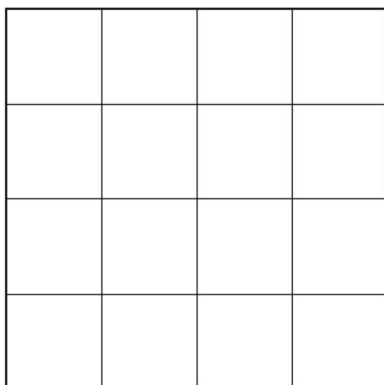
3.1 Identifiquem se há algum padrão na imagem e se ela é composta por uma mesma figura em diferentes posições (rotações), desenhe a figura identificada na malha quadriculada, indicando as rotações.



4ª Atividade

4.1 Criem uma peça de azulejo no estilo português e construam um mosaico composto pela peça criada, utilizando rotações e simetrias.

Mosaico



Peça Criada



Regras do Jogo: Composições de Transformações Geométricas

Objetivo do Jogo

Em dupla, reconstruir uma figura-alvo no plano cartesiano utilizando peças geométricas e aplicando transformações (translação, rotação, reflexão, ampliação/redução).

Como Funciona

- Cada dupla recebe:
 - A imagem de uma figura no plano cartesiano.
 - Peças geométricas que precisam ser posicionadas para formar a figura.
- A inserção das peças é decidida aleatoriamente, utilizando dados.

Uso dos Dados

- **Dado de quatro lados (d4):** Define o quadrante em que a peça será inserida.
- **Dado de doze lados (d12):** Indica o valor de x .
- **Dado de dez lados (d10):** Indica o valor de y .
- Os sinais das coordenadas são ajustados conforme o quadrante sorteado.

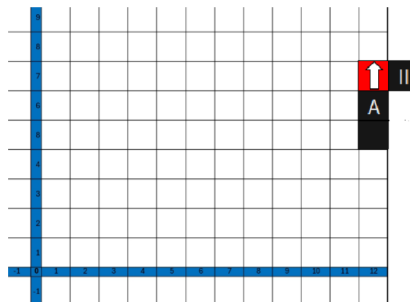
Posicionamento e Transformação das Peças

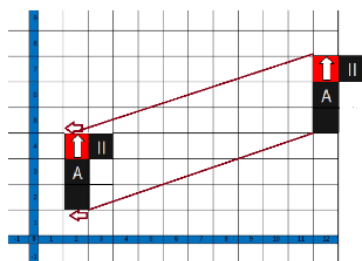
- Cada peça tem uma referência marcada (parte vermelha) que serve como base para as transformações.



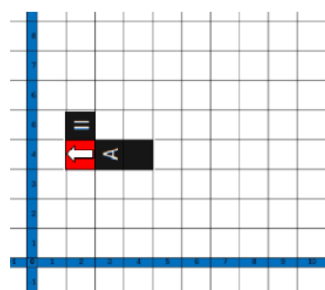
- As transformações devem ser aplicadas (translação, rotação, etc.) para que a peça se posicione corretamente.
- Translação **não pode atravessar os eixos**.

Na imagem abaixo a peça entra pelo ponto (12,7), resultado do lançamento dos dados: $d4=1$ (1º quadrante), $d12=12$ (abscissa 12) e $d10=7$ (ordenada 7).





Peça II transladada para a coordenada (2, 4).



Peça II rotacionada em 90°.

Simetria das Peças

- Algumas peças possuem lados identificados (A e B) para orientar as simetrias.
- Todas possuem uma seta indicando sua posição correta.

Final do Jogo

- As jogadas continuam até que todas as peças sejam inseridas e transformadas.
- Comparam-se a figura reconstruída e a figura original para verificar o sucesso da atividade.

Os materiais para a confecção do jogo estão nas proximas páginas.

