

EDUCAÇÃO AMBIENTAL E O PENSAMENTO COMPUTACIONAL NO ENSINO DE MATRIZES: UMA ABORDAGEM VIA PROCESSAMENTO DIGITAL DE IMAGENS.

Lucas Bisanson Junho

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, orientada pela Profa. Dra. Flávia Milo dos Santos e coorientada pelo Prof. Dr. Marco Aurélio Granero Santos.

LUCAS BISANSON JUNHO

EDUCAÇÃO AMBIENTAL E O PENSAMENTO COMPUTACIONAL NO
ENSINO DE MATRIZES: UMA ABORDAGEM VIA PROCESSAMENTO
DIGITAL DE IMAGENS.

Dissertação de mestrado apresentada
em 18 de dezembro de 2024 como
requisito parcial para obtenção do
título de Mestre em Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Profa. Dra. Flávia Milo dos Santos
IFSP – Campus São Paulo
Orientadora e Presidente da Banca

Prof. Dr. Marco Aurélio Granero Santos
IFSP – Campus São Paulo
Coorientador e membro da banca

Prof. Dr. Luciano Aparecido Magrini
IFSP – Campus São Paulo
Membro da Banca

Prof. Dr. Marcio Vieira de Almeida
PUC – SP
Membro da Banca

*"Os afetos atravessam o corpo como
flechas, são armas de guerra"*

Deleuze e Guattari

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Marcus e Judite, por terem feito o impossível a fim de garantir uma boa educação e por me ensinar a sempre correr atrás das coisas que acreditamos.

À minha irmã, Gabriela, minha companheira de vida que me inspira e motiva a sempre sonhar mais alto.

Aos professores do IFSP, por guiarem a turma de mestrado ao longo de toda a trajetória, compartilhando e construindo conhecimentos.

Aos meus orientadores, Flávia e Marco, pelas horas de conversa, paciência, por toda dedicação e motivação. Vocês foram luz.

À minha sobrinha, Mia, pelas vezes que puxou o computador da tomada enquanto escrevia e por toda ajuda dada enquanto ficava sentada no meu colo repetindo as palavras que eu dizia enquanto digitava.

RESUMO

Esta dissertação busca promover a integração do pensamento computacional (PC) e da educação ambiental com base nas orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A pesquisa apresenta uma proposta de atividade que alia conceitos de sensoriamento remoto, processamento digital de imagens e operações com matrizes, proporcionando aos alunos uma experiência prática e interdisciplinar. Esse enfoque permite que os estudantes explorem aspectos ambientais locais e globais, fortalecendo habilidades matemáticas e tecnológicas. A atividade incentiva uma compreensão crítica dos impactos socioambientais e convida a uma reflexão sobre a criação de soluções sustentáveis. Ao utilizar o PC como ferramenta de análise e resolução de problemas, a proposta contribui para a formação de cidadãos comprometidos com a sustentabilidade.

Palavras-chaves: Pensamento computacional, processamento digital de imagens, educação ambiental, matrizes.

ABSTRACT

This work aims to promote the integration of computational thinking (CT) and environmental education based on the guidelines of the Base Nacional Comum Curricular (BNCC). The research proposes an activity that combines concepts of remote sensing, digital image processing, and matrix operations, providing students with a practical and interdisciplinary experience. This approach enables students to explore local and global environmental aspects while strengthening mathematical and technological skills. The activity encourages a critical understanding of socio-environmental impacts and invites reflection on creating sustainable solutions. By using CT as a tool for analysis and problem-solving, the proposal contributes to the formation of citizens committed to sustainability.

Keywords: Computational thinking, digital image processing, environmental education, matrix.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: Espectro eletromagnético.....	20
Figura 3.2: Imagem monocromática com a convenção utilizada para o par ordenado (x, y)	21
Figura 3.3: Representação de imagem hipotética <i>pixel a pixel</i>	26
Figura 3.4: Passos fundamentais do PDI	27
Figura 3.5: Imagem criada a partir da matriz A	30
Figura 3.6: Imagem criada a partir da matriz B	30
Figura 3.7: Imagem criada a partir da matriz $C_{truncada}$	32
Figura 3.8: Imagem criada a partir da matriz $C_{normalizada}$	33
Figura 3.9: (a) Cidade de Piracaia em 2004; (b) Cidade de Piracaia em 2024	34
Figura 3.10: Soma com correção por truncamento	36
Figura 3.11: Soma com correção por normalização	36
Figura 3.12: Resultado da alteração de brilho.....	37
Figura 3.13: Resultado da subtração de imagens	38
Figura 3.14: Resultado da multiplicação por um escalar	39
Figura 4.1: Os quatro pilares do pensamento computacional	42
Figura 5.1: Ilha do Guaraú	48
Figura 5.2: (a) Destaque em vermelho na região a ser ampliada; (b) Ampliação para observação dos <i>pixels</i> de uma parte da imagem.	49
Figura 5.3: Algoritmo para criação da imagem de menor resolução	50
Figura 5.4: Imagem em baixa resolução	51
Figura 5.5: Algoritmo para soma de duas matrizes	53
Figura 5.6: Imagem formada com os valores da matriz C	54
Figura 5.7: Algoritmo para soma de uma imagem com um escalar	55
Figura 5.8: Imagem resultado da matriz C normalizada	56
Figura 5.9: Algoritmo para a multiplicação por um escalar.....	57
Figura 5.10: Imagem criada a partir da multiplicação por um escalar	57
Figura 5.11: (a) Rio Ubatumirim – junho de 2010; (b) Rio Ubatumirim – junho de 2014; (c) Rio Ubatumirim – junho de 2017; (d) Rio Ubatumirim – junho de 2023.	62
Figura 5.12: Imagem resultante da diferença entre os registros do Rio Ubatumirim em 2010 e 2014.	63
Figura 5.13: Imagem resultante da diferença entre os registros do Rio Ubatumirim em 2017 e 2023.	64
Figura 5.14: Imagem resultante da diferença entre os registros do Rio Ubatumirim em 2017 e 2023 após correção do brilho.....	65
Figura A.1: Página inicial <i>Colab Google</i>	76
Figura A.2: Área de trabalho do <i>Colab Google</i>	77
Figura A.3: Destaque para o campo do título	77
Figura A.4: Destaque para o ícone Arquivo	78
Figura A.5: Destaque para o campo de <i>upload</i> de arquivos	78
Figura A.6: Destaque para campo de digitação do código.....	79
Figura A.7: Botão de execução	79
Figura A.8: Ícone para abrir nova janela de código.....	80
Figura A.9: Visão geral do ambiente de programação	81
Figura A.10: Destaque ao ícone de compartilhamento	82

Figura A.11: (a) Opção “Restrito”; (b) Selecionando “Qualquer pessoa com link”	82
Figura B.1: Código utilizado para gerar a Figura 3.4	84
Figura B.2: Código utilizado para gerar a Figura 3.5	85
Figura B.3: Código utilizado para gerar a Figura 3.6	86
Figura B.4: Código utilizado para geração da Figura 3.7	87
Figura B.5: Código utilizado para geração da Figura 3.10.....	88
Figura C.1: Código utilizado para converter em imagem de menor resolução	90

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 PRINCÍPIOS NORTEADORES DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL.....	12
2.1 Educação Ambiental.....	12
3 IMAGENS DIGITAIS.....	19
3.1 Registro de paisagens.....	19
3.2 Processamento de imagens digitais.....	26
3.3 Operação com matrizes para manipulação de imagens.....	29
3.3.1 Adição de matrizes.....	34
3.3.2 Subtração de matrizes.....	38
3.3.3 Multiplicação de uma matriz por um escalar real positivo.....	38
4 PENSAMENTO COMPUTACIONAL	40
5 PROPOSTA DE ATIVIDADE	45
5.1 Apresentação das etapas da atividade.....	47
5.1.1 Etapa 1	47
5.1.2 Etapa 2	59
5.1.3 Etapa 3	61
5.1.4 Etapa 4	67
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	70
REFERÊNCIAS.....	72
APÊNDICE A – Apresentação do ambiente <i>Colab Google</i>	76
APÊNDICE B – Apresentação dos algoritmos utilizados na geração das imagens da seção 3.3.....	84
APÊNDICE C – Apresentação dos algoritmos utilizados na geração das imagens do Capítulo 5.....	90
APÊNDICE D – Banco de imagens.....	92

1. INTRODUÇÃO

A pauta ambiental e a preocupação com os efeitos das emissões de poluentes gerados pela ação humana começaram a ser levadas até as reuniões de líderes de países membros da Organização das Nações Unidas (ONU) a partir do início da década de 1970 (Brasil, 2012), quando se iniciou um movimento de inserção da educação ambiental no currículo da educação básica e superior. No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que deram base para referência da qualidade do Ensino Fundamental e orientam os investimentos no sistema educacional para que se mantenha coerente em todo território nacional (Brasil, 1997), foram os primeiros instrumentos normativos a estabelecer a abordagem de temas ambientais entre os estudantes. Anos depois, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresentou uma maneira interdisciplinar de abordar as questões socioambientais na educação básica, com o objetivo de formar cidadãos críticos e protagonistas, preocupados com pautas sustentáveis (Brasil, 2018).

Nesse contexto, a BNCC não apenas orienta a inclusão da educação ambiental, mas também destaca o desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC) como uma competência essencial para a formação dos alunos. O pensamento computacional, definido pela BNCC como a capacidade de analisar, modelar e resolver problemas de forma metódica e sistemática, envolve habilidades que se aplicam tanto à matemática quanto ao mundo digital e à cultura digital. Essa habilidade é incentivada desde o Ensino Fundamental, por meio de atividades que utilizam algoritmos e operações matemáticas, sendo ampliada no Ensino Médio para a resolução de problemas mais complexos e integrados ao cotidiano dos estudantes. Além disso, a BNCC valoriza o uso de tecnologias digitais, como calculadoras e planilhas, permitindo que os alunos desenvolvam fluência digital e compreensão crítica da sociedade tecnológica na qual estão inseridos (Brasil, 2018).

Como medida para promover a inclusão dos estudos ambientais e o desenvolvimento do pensamento computacional, a BNCC estabelece o trabalho com os Temas Contemporâneos Transversais (TCTs), que englobam seis macro áreas temáticas: Cidadania e Civismo, Ciência e Tecnologia, Economia, Meio Ambiente, Multiculturalismo e Saúde. Esses temas abordam questões contemporâneas de

impacto local, regional e global (Brasil, 2022), e são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências matemáticas e computacionais, tais como raciocínio lógico, representação, comunicação e argumentação.

Além disso, a BNCC, através das dez competências gerais básicas, propõe que as aprendizagens estimulem a curiosidade e a abordagem científica, utilizando investigação, análise crítica, criatividade e imaginação, além do uso de diferentes linguagens, como a verbal, visual e digital (Brasil, 2018). Tais competências preparam os alunos para lidar com problemas complexos de forma integrada, compreendendo a matemática e a tecnologia como ferramentas essenciais para a leitura crítica do mundo.

Diante do exposto, este trabalho apresenta uma proposta de atividade integrativa que traz a temática da educação ambiental para a sala de aula, explorando competências relacionadas ao Processamento Digital de Imagens (PDI) e ao pensamento computacional durante o ensino de matrizes para turmas do Ensino Médio.

A dissertação está organizada em seis capítulos. O primeiro capítulo apresenta a introdução da pesquisa. O segundo traz um breve histórico da educação ambiental e suas abordagens nos documentos normativos brasileiros, além de alguns princípios básicos do sensoriamento remoto. O terceiro capítulo aborda os conceitos fundamentais de imagens digitais e PDI, destacando operações matriciais e suas aplicações na manipulação de imagens. O quarto capítulo discorre sobre o pensamento computacional, trazendo sua definição e os pilares básicos que o compõem. O quinto capítulo propõe uma atividade prática para explorar a educação ambiental e o pensamento computacional por meio do ensino de matrizes e do uso de tecnologias digitais, como algoritmos e edição de imagens, incentivando a reflexão crítica sobre o meio ambiente. Por fim, o sexto capítulo traz as considerações finais e propostas para trabalhos futuros.

2. PRINCÍPIOS NORTEADORES DA EDUCAÇÃO AMBIENTAL

O planeta Terra vem passando por intenso uso de seus recursos pela ação humana, o que gera pressão aos seus ecossistemas e acarreta o avanço da crise climática. Neste contexto, apenas conduzir pesquisas científicas e compartilhar os resultados com os responsáveis por tomadas de decisões não é suficiente para lidar com os complexos problemas ambientais (Knight et al., 2019).

É necessário criar espaços onde os resultados das pesquisas científicas sejam interpretados e aplicados em contextos que favoreçam sua fusão com os campos social, político e econômico, visando transformações sistêmicas (Toomey; Knight; Barlow, 2017). A Educação Ambiental é uma estratégia que pode ser utilizada para conceber esses espaços de diálogo entre pesquisadores, tomadores de decisão e membros da sociedade (Ardoín; Bowers; Gaillard, 2020).

Compreender estas transformações requer o conhecimento e a integração de diferentes áreas do conhecimento, como por exemplo a Educação Ambiental, apresentada neste capítulo com destaque para o seu desenvolvimento histórico e sua inserção na BNCC.

2.1 Educação Ambiental

Em 1975, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) promoveu o Encontro Internacional em Educação Ambiental na Iugoslávia. Durante o evento foi criado o Programa Internacional de Educação Ambiental (PIEA) que instituiu os princípios orientadores, os quais defendem que a Educação Ambiental deve ser continuada, multidisciplinar, integrada às diferenças regionais e culturais e voltada para os interesses nacionais (Brasil, 2012).

Durante esse encontro foi publicada a Carta de Belgrado, que constitui um dos documentos mais relevantes da época sobre a pauta ambiental. Nesta carta é defendido que nenhuma nação deve se desenvolver através da exploração de outra, sendo necessário haver uma ética global e para isso é preciso uma reforma dos processos e sistemas educacionais (Brasil, 2012).

No ano de 1979, o departamento do Ministério da Educação (MEC) responsável pelo ensino médio juntamente com a Companhia Ambiental do Estado de São Paulo (CETESB) tornaram público um dos primeiros materiais que tratava sobre educação e meio ambiente intitulado Ecologia – uma proposta para o Ensino de 1º e 2º graus (Brasil, 2012). No início dos anos 1980, com o fim da era militar, os movimentos ambientalistas ganharam força. O MEC publicou um parecer reforçando a necessidade de incluir conteúdos ecológicos no processo de formação da educação básica. E em 1988, a Constituição do Brasil estabeleceu que é dever do poder público promover a Educação Ambiental em todos os níveis de ensino (Brasil, 1988).

A Agenda 21¹, de 1992, definiu a Educação Ambiental como uma maneira de desenvolver uma população consciente e preocupada com o meio ambiente e com os problemas a ele associados, de formar uma comunidade com conhecimentos, habilidades, atitudes e motivações para trabalhar individual e coletivamente na busca de soluções para os problemas existentes e para o desenvolvimento de uma sociedade em equilíbrio com a natureza (Ibama, 1996).

Os PCNs, publicados em 1998, apresentaram a Educação Ambiental como tema transversal, o que significa que devia ser integrada ao conteúdo das disciplinas já existentes e não tratada como uma disciplina isolada. Esse documento enfatizava a necessidade de articulação entre as áreas de conhecimento para discutir questões ambientais sob diferentes perspectivas. Nos volumes dedicados a temas transversais e meio ambiente, o termo "Educação Ambiental" foi amplamente utilizado, destacando a importância da formação de cidadãos conscientes sobre as questões ambientais e suas relações com fatores sociais, econômicos e políticos (Branco; Royer; Branco, 2018).

Em 27 de abril de 1999 foi promulgada a Lei nº 9.795 que institui a Política Nacional de Educação Ambiental e determina que a Educação Ambiental é componente essencial e permanente da educação nacional, devendo estar presente

¹ A Agenda 21 é um plano de ação aprovado durante a Conferência das Nações Unidas sobre o Meio Ambiente, ou ECO-92, realizada no Rio de Janeiro em 1992, que estabelece metas e objetivos em diferentes setores da economia e da sociedade para se alcançar o desenvolvimento sustentável (Ibama, 1996).

em todos os níveis e modalidades de ensino. No entanto, os documentos normativos para a educação não conferiam caráter compulsório à inclusão de conteúdos de Educação Ambiental, deixando a decisão de sua implementação a cargo das escolas e redes de ensino. A partir disso o MEC cria o Grupo de Trabalho PCNs em Ação com a finalidade de atender à solicitação dos estados e permitir que o tema transversal Meio Ambiente fosse trabalhado nas salas de aula a partir de 2000 (Brasil, 2012).

A política recebeu duras críticas logo que criada, começando pela impossibilidade de se criar uma disciplina específica de Educação Ambiental. Segundo Velasco (2000), a não criação de uma disciplina específica poderia dificultar a elaboração de planos de ensino e a fiscalização da real aplicação do que foi estabelecido pela lei dentro das salas de aula.

Outro ponto dubitável foi a falta de referencial científico capaz de relacionar diretamente a Educação Ambiental e a diminuição da degradação do meio ambiente. Para Layrargues (2002), a Política Nacional de Educação Ambiental surgiu precocemente, em um período anterior às discussões públicas e num momento que se iniciava a organização de grupos ambientalistas com discussões direcionadas à Educação Ambiental.

O disposto na Lei nº 9.795 e a organização dos PCNs pelo MEC não foram suficientes para criar um arcabouço metodológico concreto a fim de viabilizar a aplicação dos conteúdos ambientais de forma transversal pelos professores. Os órgãos estaduais e a formação de professores não estavam sincronizadas com as determinações do Governo Federal e a população não teve participação ampla na elaboração dessa política, motivos que poderiam dificultar o acesso à Educação Ambiental de qualidade por parcela significativa da população, principalmente das camadas mais pobres (Layrargues, 2002).

Em 2013, as Diretrizes Nacionais Curriculares (DCNs) reafirmaram o caráter transversal da Educação Ambiental e a vincularam aos princípios da cidadania e sustentabilidade. Esse documento destacava que a abordagem devia ser contínua, integrada e interdisciplinar, envolvendo o Projeto Político-Pedagógico das escolas. O

termo "Educação Ambiental" aparecia explicitamente, reforçando sua importância como elemento permanente da formação básica (Brasil, 2013).

Então, marcada por maior participação popular por conta da realização de audiências públicas, em 2017 foi homologada a BNCC nas etapas da Educação Infantil e do Ensino Fundamental e, no ano seguinte, do Ensino Médio que apresenta a Educação Ambiental de forma mais superficial e limitada, em comparação às versões anteriores. O termo "Educação Ambiental" não é utilizado diretamente na maior parte do documento. Em vez disso, o tema é tratado de maneira indireta, inserido no contexto de "temas contemporâneos" e vinculado a habilidades relacionadas à sustentabilidade e ao uso responsável dos recursos naturais (Branco; Royer; Branco, 2018). Apesar disso, mantém-se a abordagem transversal, indicando que cabe às escolas e aos sistemas de ensino incorporar o tema em seus currículos de maneira contextualizada e integrada, acarretando uma ampliação no alcance dos TCTs, que incentivam a

[...] inserção de questões sociais como objetivo de aprendizagem e reflexão dos estudantes, voltada à construção da cidadania, compreendida no seu conceito mais amplo, o de fomentar nos estudantes a capacidade de inserção, intervenção e transformação dos espaços sociais, exercendo seus direitos e deveres como indivíduo que vive em sociedade [...] (Brasil, 2022, p. 7.)

A abordagem de questões sociais em sala de aula invoca assuntos da contemporaneidade que podem ser convertidos em melhoria no processo de aprendizagem por meio da contextualização dos conteúdos da formação geral, ambicionando aumentar o interesse e despertar a relevância desses temas no desenvolvimento do estudante como cidadão. Isso deve ser feito integrando os conhecimentos das diferentes áreas em direção a uma visão sistêmica de aprendizado, o que justifica a sua transversalidade (Brasil, 2022).

Ou seja, os TCTs não pertencem a um único componente curricular, eles devem estar presentes em todas as disciplinas de forma transversal e integrada, sem deixar de lado a realidade individual de cada comunidade escolar.

Os temas transversais não são uma novidade da BNCC, eles já estavam presentes nos PCNs, porém como recomendações facultativas. No novo documento,

passaram a ser considerados conteúdos essenciais para a formação básica com caráter formativo que determina a:

[...] referência nacional obrigatória para a elaboração ou adequação dos currículos e propostas pedagógicas. Considerados como conteúdo a serem integrados aos currículos da Educação Básica, a partir das habilidades a serem desenvolvidas pelos componentes curriculares. Ademais, a BNCC recomenda incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. (Brasil, 2022, p. 17).

A obrigatoriedade em trabalhar os TCTs promove o estudo de temas ambientais integrados aos componentes curriculares, contribuindo para a formação dos cidadãos por legar aos estudantes os valores sociais, conhecimentos, habilidades, competências e atitudes voltadas para a preservação do meio ambiente (Brasil, 2022).

Neste cenário, é fundamental identificar temas relevantes e específicos que possam ser incorporados ao currículo em sala de aula, explorando como esses temas podem ser trabalhados de forma aprofundada dentro dos conteúdos de cada disciplina.

Em geral, as temáticas relacionadas ao meio ambiente podem ser trabalhadas com metodologias e abordagens amparadas nas competências gerais trazidas pela BNCC, a saber:

[...] Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. [...] Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. [...] (Brasil, 2018, p. 9.)

Estas competências gerais sugerem a compreensão das questões ambientais como parte de um estudo e planejamento de ações de intervenção, o que pode fazer da escola um ambiente de construção de conhecimentos capazes de gerar alternativas que minimizem a degradação ambiental a partir das realidades locais (Barbosa; Oliveira, 2020).

Dentro do componente de Matemática, a Educação Ambiental tem sido abordada em diferentes contextos, como pode ser observado nos trabalhos de Rapelli (2019) e Moreira (2020), que propuseram a associação da Educação Ambiental com modelagem matemática; Reis (2022), que faz a associação com os estudos de proporcionalidade; entre outras publicações.

Rapelli (2019) desenvolveu um conjunto de fichas matemáticas ambientais que permitem aos alunos analisar quantitativamente problemas ambientais, como desperdício de recursos e impactos da urbanização. A abordagem de modelagem matemática adotada por Rapelli busca contextualizar conceitos matemáticos, permitindo que os estudantes compreendam a relevância do uso da matemática na solução de problemas ambientais. Já Moreira (2020) segue uma linha semelhante, propondo atividades que integram modelagem matemática e educação ambiental, com foco na resolução de problemas práticos e no desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos. Ambos os trabalhos exploram o uso da matemática como ferramenta de compreensão e análise de fenômenos ambientais, mas sem uma ênfase na interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento.

Reis (2022), por sua vez, utiliza o estudo de proporcionalidade para relacionar fenômenos ambientais, como consumo de recursos e desmatamento, a modelos matemáticos. Seu trabalho destaca como conceitos matemáticos podem ser aplicados para interpretar dados ambientais e desenvolver previsões sobre impactos futuros. Ao trabalhar proporcionalidade, Reis (2022) amplia a compreensão dos alunos sobre o uso da matemática em contextos reais, mas sem o uso direto de tecnologias para processamento de dados ambientais.

Associados a outros componentes curriculares, Pimentel, Marchi e Nascimento (2022) propuseram a utilização de análise de imagens de sensoriamento remoto como ferramenta para trabalhar Educação Ambiental ao longo do ensino de Ciências. Essa proposta permite que os alunos visualizem transformações ambientais por meio de imagens, desenvolvendo uma leitura crítica dos impactos antrópicos e das variações na paisagem ao longo do tempo.

Almeida e Magrini (2021) desenvolveram atividades de processamento de imagens digitais para o ensino de matrizes, apresentando como operações

matriciais podem ser aplicadas na manipulação e análise de imagens. Esse trabalho aproxima os conceitos matemáticos da realidade dos estudantes ao ilustrar aplicações práticas da álgebra linear, especialmente no tratamento de imagens.

Diferentemente dessas abordagens, este trabalho busca integrar conceitos de análise de imagens digitais e pensamento computacional para proporcionar uma experiência interdisciplinar. Enquanto Rapelli (2019) e Moreira (2020) focam na modelagem matemática aplicada a problemas ambientais, esta proposta se diferencia ao incorporar o processamento digital de imagens como ferramenta analítica, permitindo a observação de transformações ambientais ao longo do tempo, por exemplo. Além disso, diferentemente de Reis (2022), que se concentra na proporcionalidade, a abordagem aqui explorada amplia o escopo matemático ao integrar operações matriciais no tratamento de imagens.

Diante do que foi abordado e sabendo que a Agenda 2030² para o Desenvolvimento Sustentável traz 17 Objetivos para o Desenvolvimento Sustentável (ODS), que contém metas para serem atingidas pelas nações a fim de mitigar a crise climática, destaca-se o ODS de número 11 que anseia, “Até 2030, proporcionar o acesso universal a espaços públicos seguros, inclusivos, acessíveis e verdes, particularmente para as mulheres e crianças, pessoas idosas e pessoas com deficiência.” (ONU Brasil, 2020).

Assim surge a possibilidade de estudar e avaliar aspectos ambientais presentes no espaço que a comunidade escolar está inserida através do desenvolvimento de atividades que explorem a análise de imagens que ilustrem suas paisagens. Para isto, podem ser empregadas técnicas de sensoriamento remoto, que se trata de uma “[...] ciência que visa o desenvolvimento da obtenção de imagens da superfície terrestre por meio da detecção e medição quantitativa das respostas das interações da radiação eletromagnética com os materiais terrestres [...]” (Meneses *et al.*, 2012, p. 14), como ferramenta para aquisição de dados que serão utilizados nas etapas de processamento de imagem.

² Agenda 2030 deriva da Agenda 21 e traz “[...] um apanhado de metas, norteadores e perspectivas definidos pela ONU para atingirmos a dignidade e a qualidade de vida para todos os seres humanos do planeta, sem comprometer o meio ambiente, e, conseqüentemente, as gerações futuras [...]” (ONU Brasil, 2020).

3. IMAGENS DIGITAIS

Com o vislumbre da possibilidade de trabalhar Educação Ambiental em sala de aula a partir da análise de imagens captadas por sensores remotos, o presente capítulo traz os conceitos básicos para a captação de imagens e o registro de imagens digitais na forma de matrizes. E finaliza expondo algumas operações matriciais para manipulação e tratamento das imagens obtidas.

3.1 Registro de paisagem

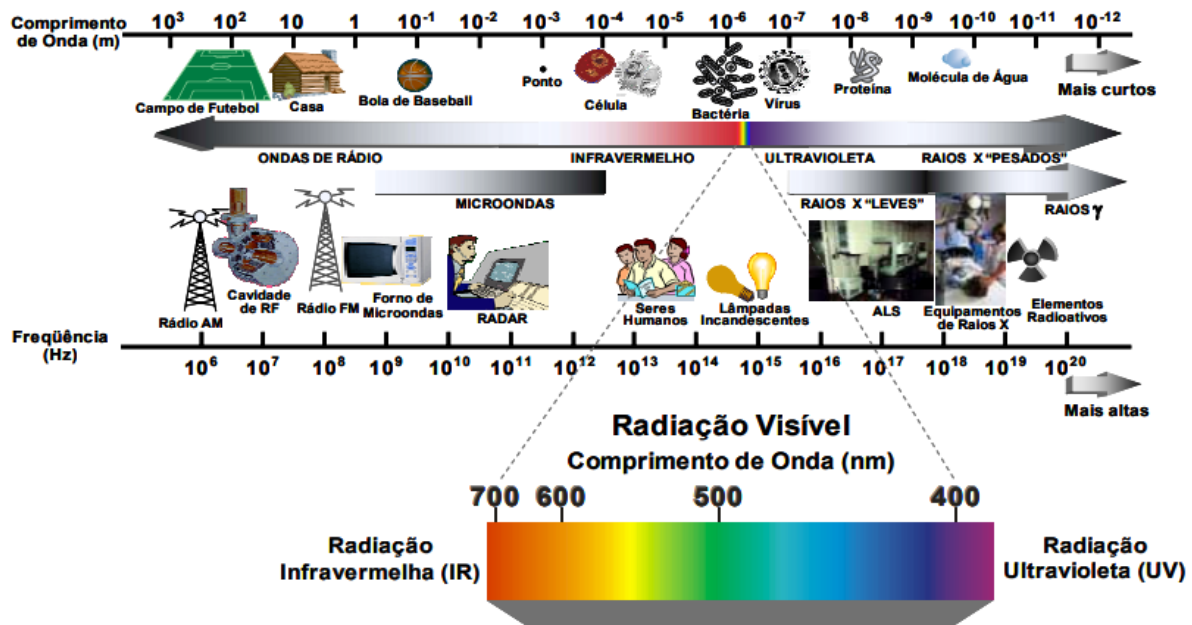
A radiação eletromagnética (REM) é o princípio físico básico que fundamenta o sensoriamento remoto que, aliada à sua interação com os objetos da natureza presentes na superfície terrestre em todos os estados físicos, produzem dados utilizados para análises em diferentes áreas de interesse (Gonçalves, 2023).

A REM utilizada na obtenção dos dados registrados pelos sensores é também denominada de energia eletromagnética. Ela é emitida por qualquer corpo com temperatura superior ao zero grau absoluto (0 Kelvin), sendo o Sol e a Terra duas das principais fontes naturais dessa energia utilizadas para o sensoriamento remoto (AEB, 2008).

A propagação da REM acontece na forma de ondas eletromagnéticas, originadas a partir da atuação das ondas de campo elétrico e de campo magnético concomitante e perpendicularmente (Gonçalves, 2023).

A Figura 3.1 apresenta uma síntese do espectro eletromagnético, destacando especialmente a faixa da luz visível, a qual é perceptível ao olho humano devido aos seus comprimentos de onda. Além disso, são representados diversos equipamentos que operam utilizando diferentes frequências da radiação eletromagnética para desempenhar suas funções específicas. Por exemplo, o forno micro-ondas é mencionado como um dispositivo que utiliza ondas eletromagnéticas com uma frequência de 10^9 Hz. A comparação do comprimento de onda com outros objetos na Figura 3.1 auxilia na compreensão das dimensões relativas das ondas eletromagnéticas.

Figura 3.1: Espectro eletromagnético.



Fonte: Queiroz e Gomes, 2001, p. 4.

Com base na velocidade de propagação de uma onda eletromagnética no vácuo (c), é possível determinar o seu comprimento (λ), que corresponde à medida de dois picos sucessivos, e a sua frequência (f), o número de picos que passam por um marcador de referência a cada segundo (AEB, 2008; Gonçalves, 2023).

Como a velocidade não se altera, quanto maior for a frequência da onda, menor será seu comprimento. Logo, frequência e comprimento são inversamente proporcionais.

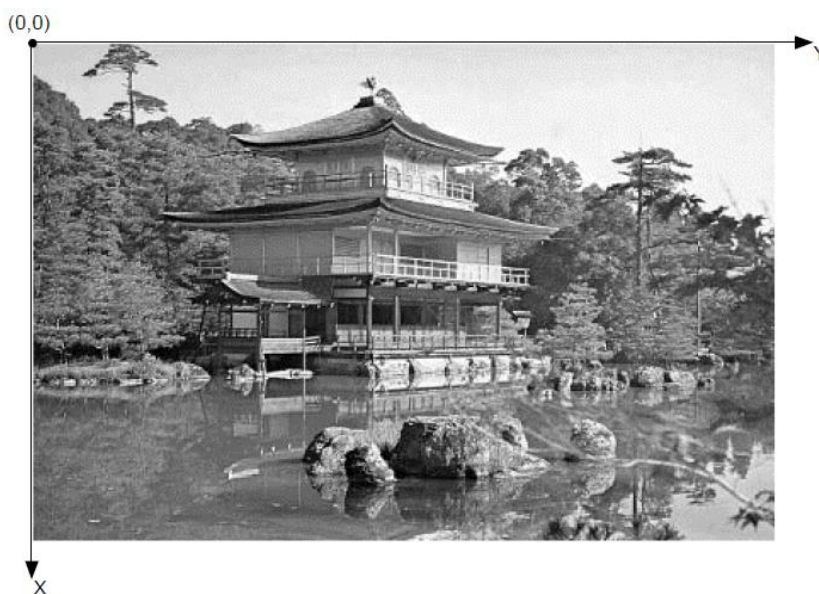
Em sensoriamento remoto, é comum referir-se à radiação eletromagnética pelo comprimento de onda, em vez da frequência. Isso ocorre porque, no processo de captação dos dados, é utilizada a medida da interação da radiação eletromagnética com a superfície do objeto analisado. As características das imagens resultantes são expressas em função da relação entre o tamanho da onda e a textura da superfície, correspondendo à rugosidade topográfica do objeto, uma interação conhecida como macroscópica (Meneses *et al.*, 2012).

Os sensores de sensoriamento remoto registram essa radiação eletromagnética refletida ou emitida pelos objetos na superfície terrestre. Esses sensores, que podem estar a bordo de satélites ou aeronaves, captam a radiação

em diferentes comprimentos de onda que são processados e convertidos em imagens digitais para posterior análise (Gonzalez; Woods, 2010; Meneses *et al.*, 2012).

As imagens obtidas podem ser monocromáticas, ou seja, em níveis de cinza, ou coloridas. Quando monocromática, sua descrição se dá utilizando uma função $f(x,y)$ da intensidade luminosa que, em qualquer ponto de coordenadas (x,y) será proporcional ao nível de cinza (brilho) da imagem (Gonzalez; Woods, 2010). A Figura 3.2 representa uma imagem monocromática com a convenção dos eixos x e y utilizada nesta dissertação.

Figura 3.2: Imagem monocromática com a convenção utilizada para o par ordenado (x,y) .



Fonte: Marques Filho e Vieira Neto, 1999, p. 19.

A função $f(x,y)$ é resultado do produto entre a iluminância $i(x,y)$, indicador da quantidade de luz incidente sobre o objeto, e as propriedades de refletância ou de transmitância específicas do objeto, representadas pela função $r(x,y)$ equivalente à fração de luz incidente que o objeto transmite ou reflete ao ponto (x,y) (Marques Filho; Vieira Neto, 1999). Dessa forma, a função da intensidade luminosa pode ser escrita da seguinte maneira:

$$f(x,y) = i(x,y) \cdot r(x,y),$$

com $0 < i(x,y) < \infty$, sendo a natureza de i determinada pelo tipo de fonte de luz, e $0 < r(x,y) < 1$, sendo r determinada pelas características dos objetos da cena

(Gonzalez; Woods, 2010; Marques Filho; Vieira Neto, 1999).

Obtém-se, assim, uma imagem digital a partir da organização dos valores de $f(x,y)$, que indicam o valor de nível de cinza em uma matriz cujos índices de linhas e colunas identificam um ponto na imagem (Gonzalez; Woods, 2010).

A construção de uma imagem digital *pixel*³ a *pixel* na forma de uma matriz de nível de cinza segue um processo detalhado. Inicialmente, é necessário definir a resolução da imagem, o que determina o número de linhas e colunas da matriz (Gonzalez; Woods, 2010). A resolução está diretamente relacionada à qualidade e detalhamento da imagem, sendo expressa em *pixels* por polegada (PPI, do inglês *pixel per inch*) ou *pixels* por centímetro (PPCM).

Ainda de acordo com Gonzalez e Woods (2010), após definir a resolução, cada *pixel* na matriz é preenchido com um valor que representa o nível de cinza daquele ponto específico na imagem. Cada elemento da matriz corresponde a um *pixel* na imagem e contém um valor que representa a intensidade luminosa na escala de cinza. Por exemplo, uma matriz M de tamanho $m \times n$ representando uma imagem teria a seguinte estrutura:

$$M = \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & \cdots & p_{0,n-1} \\ p_{1,0} & p_{1,1} & \cdots & p_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m-1,0} & p_{m-1,1} & \cdots & p_{m-1,n-1} \end{bmatrix},$$

onde $p_{i,j}$ é o valor de intensidade do *pixel* na linha i e coluna j .

O valor do nível de cinza varia entre 0 e $L - 1$, onde L é o número de níveis de intensidade disponíveis na escala de cinza. Uma característica importante é que geralmente L é uma potência de 2, como 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, ou 256. Isso ocorre porque o sistema de representação digital utiliza *bits* para codificar o valor de intensidade de cada *pixel*.

³ *Pixel* é a abreviação de *picture elements* e se trata da menor parte da imagem (Gonzalez; Woods, 2010).

Por exemplo, em uma escala de cinza de 8 *bits*, $L = 2^8 = 256$, o que significa que cada *pixel* pode ter um valor de intensidade entre 0 (preto) e 255 (branco). Isso ocorre porque um *bit* pode ter dois valores possíveis: 0 ou 1. Portanto, com n *bits*, é possível representar 2^n combinações distintas. Assim, potências de 2 são escolhidas para permitir uma representação eficiente e precisa do nível de intensidade em uma imagem digital (Marques Filho; Vieira Neto, 1999)

A obtenção desses valores de nível de cinza pode ocorrer de várias maneiras, dependendo da fonte da imagem. Por exemplo, em uma câmera digital, um sensor captura a luz incidente em cada *pixel* e converte essa informação em um valor digital correspondente ao nível de cinza. Na conversão, quanto mais intensa for a luz incidente em um determinado *pixel*, maior será o valor de nível de cinza atribuído a ele na matriz (Gonzalez; Woods, 2010).

Para ilustrar a construção de uma imagem digital em níveis de cinza na forma de uma matriz, considera-se um exemplo simples. Suponha uma imagem com resolução de 3×3 *pixels* e uma escala de cinza de 8 *bits*. Em seguida, atribui-se valores de nível de cinza a cada *pixel*, variando de 0 a 255, de acordo com a intensidade da luz incidente em cada ponto da imagem, conforme representado na matriz M a seguir:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 28 & 56 \\ 84 & 112 & 140 \\ 168 & 196 & 224 \end{bmatrix}.$$

Após preencher todos os *pixels* da matriz com seus respectivos valores de nível de cinza, a imagem obtida pode ser armazenada em um arquivo de imagem de diferentes formatos, como PNG⁴ e JPEG⁵, para que possa ser processada e exibida por dispositivos eletrônicos.

⁴ *Portable Network Graphics* (PNG) é um arquivo de imagem em formato de compressão sem perda e com suporte a uma ampla gama de profundidade de cor. Ideal para gráficos com grandes áreas de cores uniformes (World Wide Web Consortium, 2023).

⁵ *Joint Photographic Experts Group* (JPEG) é um formato de compressão com perda, apresenta qualidade e compressão ajustáveis, característica que permite um equilíbrio entre o tamanho do arquivo e a qualidade da imagem. É mais indicada para imagens complexas, com muitas cores e detalhes (Hamilton, 1992).

Esta matriz pode ser visualizada como uma representação digital da imagem, em que cada elemento corresponde a um *pixel* com um valor de intensidade de cinza específico. Essa representação é fundamental para o processamento e exibição da imagem em dispositivos eletrônicos.

Além disso, ao exibir a imagem em dispositivos eletrônicos, cada valor da matriz é traduzido em uma cor correspondente no dispositivo de saída, resultando na visualização da imagem digitalizada em níveis de cinza (Marques Filho; Vieira Neto, 1999).

Gonzalez e Woods (2010) explicam que, no contexto digital, as cores são representadas em diferentes espaços de cores, como o RGB (*Red, Green, Blue*), o CMY/CMYK (*Cyan, Magenta, Yellow, Black*) e HSV (*hue, saturation e value* – ou seja, matriz, saturação e valor).

O modelo CMY/CMYK é amplamente utilizado em sistemas de impressão, sendo derivado diretamente do modelo RGB por meio de uma transformação inversa. Enquanto o RGB é aditivo, combinando luzes vermelha, verde e azul para formar cores, o modelo CMY é subtrativo, utilizando os pigmentos ciano, magenta e amarelo para absorver as componentes de luz correspondentes. No entanto, devido a limitações práticas na reprodução de cores, especialmente os tons mais escuros, o modelo CMYK adiciona o canal preto (K), que melhora o contraste, permite maior precisão na impressão e reduz o consumo de tinta colorida. Essa relação entre os dois modelos é fundamental em atividades de processamento de imagens, especialmente na conversão de imagens digitais para formatos otimizados para impressão, garantindo que a saída impressa corresponda à intenção original projetada na tela (Gonzalez; Woods, 2010).

O modelo HSV, por sua vez, é uma representação que aproxima a percepção humana das cores, tornando-se altamente vantajoso em tarefas de processamento digital. Ele organiza as cores em três componentes: matiz (*Hue*), que define o tipo de cor na roda cromática; saturação (*Saturation*), que indica a pureza da cor; e valor (*Value*), que representa sua luminosidade. Essa separação facilita operações como segmentação, ajuste de cores e filtragem, já que desvincula informações cromáticas da intensidade. Em atividades práticas, o HSV é especialmente útil para ajustar

imagens de maneira intuitiva ou para identificar padrões baseados em cores, sem que pequenas variações de luminosidade interfiram na análise (Gonzalez; Woods, 2010).

No espaço de cores RGB cada *pixel* é representado por três valores numéricos, correspondentes às intensidades de vermelho, verde e azul, e cada cor utilizada é chamada de canal.

A matriz correspondente ao processo de quantização em uma imagem colorida consiste, por conseguinte, em uma tabela de *pixels* com três valores por ponto, em que cada elemento da matriz bidimensional de amostragem é expandido para incluir os valores de intensidade de cor para cada canal de cor (vermelho, verde e azul, no caso do espaço de cores RGB). Assim, a matriz de quantização terá dimensões correspondentes à largura e altura da imagem, bem como três canais de cores para cada *pixel* (Gonzalez; Woods, 2010).

A matriz correspondente ao processo de amostragem e quantização é criada preenchendo cada elemento com os valores apropriados de intensidade de cor para cada *pixel* da imagem, em que cada elemento $[m, n, k]$ corresponde à intensidade do canal k (R, G ou B) do *pixel* na posição (m, n) .

Para ilustrar, toma-se uma imagem hipotética no espectro de cores RGB, onde cada *pixel* é representado conforme a Figura 3.3.

Figura 3.3: Representação de imagem hipotética *pixel a pixel*

Pixel (0,0) R(255), G(0), B(0)	Pixel (0,1) R(0), G(255), B(255)	Pixel (0,2) R(128), G(128), B(128)
Pixel (1,0) R(0), G(255), B(0)	Pixel (1,1) R(255), G(255), B(255)	Pixel (1,2) R(0), G(0), B(0)
Pixel (2,0) R(0), G(0), B(255)	Pixel (2,1) R(255), G(0), B(255)	Pixel (2,2) R(255), G(255), B(0)

Fonte: O autor.

A Figura 3.3 permite observar que cada *pixel* possui uma terna de números naturais, o primeiro número indica o nível de intensidade do vermelho, o segundo do verde e o terceiro do azul. Para cada canal de cor, é comum utilizar 256 níveis de intensidade (Almeida; Magrini, 2021).

Os valores numéricos serão registrados em uma matriz, que pode ser representada em linguagens de programação e os valores de cada elemento podem ser manipulados para realizar operações de processamento de imagem, como filtragem, manipulação de cores, entre outros.

3.2 Processamento de imagens digitais

A cena alvo do registro por sensores fotossensíveis se trata de uma amostra contínua, ou seja, não existem espaços vazios ou pontos de descontinuidade. Portanto, para se determinar os elementos da matriz geradora de uma imagem digital, é necessário que ocorra a discretização do contínuo, na qual os sinais captados pelo sensor são convertidos em um valor numérico que corresponde a uma cor, processo chamado de amostragem (Almeida; Magrini, 2021).

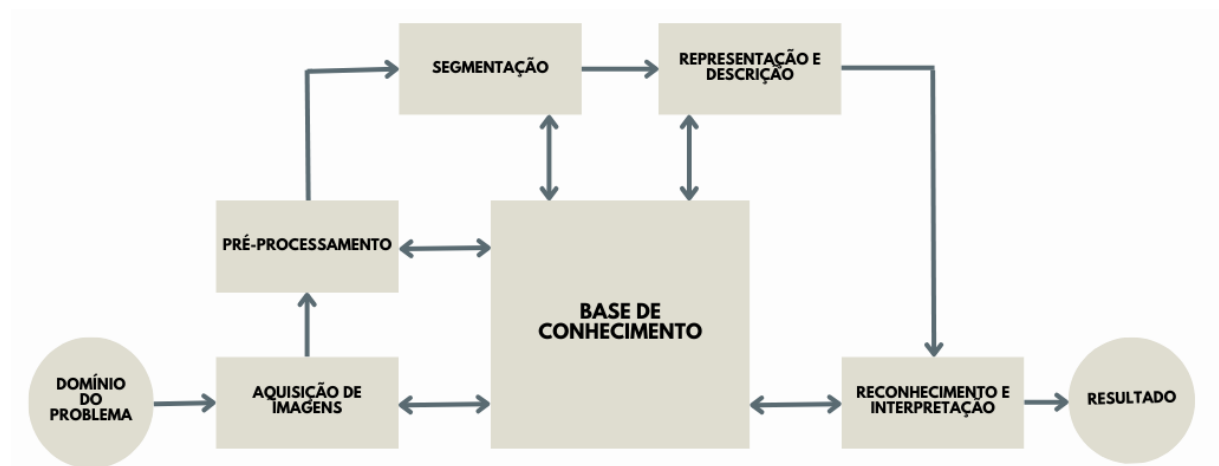
Com a matriz numérica gerada, é possível realizar uma série de operações e transformações por meio dos métodos de processamento digital de imagens (PDI) que têm “[...] a melhoria da informação visual para interpretação humana e o processamento de dados de cenas para percepção automática através de máquinas [...]” (Gonzalez; Woods, 2010, p. 1) como duas das suas principais áreas de atuação.

Ao contrário do processamento de sinais em geral, que lida com dados unidimensionais, o PDI envolve o processamento de imagens bidimensionais ou tridimensionais, fazendo com que o aprimoramento visual assuma um papel central no PDI, pois envolve a aplicação de técnicas destinadas à melhoria dos aspectos visuais de uma imagem, como o aumento do contraste, a redução de ruídos e o realce de bordas, para favorecer a percepção humana (Pratt, 2007).

A base do PDI está na representação das imagens como matrizes numéricas, permitindo a aplicação de uma ampla variedade de técnicas matemáticas e algoritmos para realizar manipulações na imagem. Essas manipulações podem incluir filtros para redução de ruídos, ajustes de brilho e contraste, detecção de bordas, segmentação de objetos, entre outras.

Como proposto por Gonzalez e Woods (2010), os passos fundamentais do PDI podem ser delineados como apresentado na Figura 3.4.

Figura 3.4: Passos fundamentais do PDI.



Fonte: Gonzalez e Woods, 2010, p. 5.

O primeiro passo é o domínio do problema, ou seja, entender qual será a imagem necessária para análise e qual informação se busca extrair dela. Em seguida se dá a aquisição da imagem, que envolve a obtenção da imagem digitalizada por meio de dispositivos de captura, como câmeras digitais, *scanners* ou sensores. A qualidade e a fidelidade da imagem adquirida são cruciais para garantir resultados precisos no processamento subsequente.

Com a imagem capturada, inicia-se o pré-processamento. Nesta etapa, a imagem adquirida é submetida a uma série de operações destinadas à melhoria de sua qualidade e preparação para análise. Isso pode incluir correção de distorções, remoção de ruído, normalização de intensidades e ajustes de contraste e brilho. A partir dessa etapa, dependendo da necessidade requerida, pode, ou não, prosseguir o PDI.

Caso seja necessário dar continuidade, o próximo passo corresponde à segmentação, quando é feita a divisão da imagem em regiões ou objetos significativos. Isso pode ser feito com base em propriedades como níveis de intensidade, textura, cor ou forma. A segmentação é fundamental para isolar áreas de interesse e facilitar a análise posterior.

A saída do estágio de segmentação acontece com dados no formato de *pixel*, correspondendo à fronteira de uma região ou a todos os pontos dentro dela mesma. Escolhida a forma de representação, segue-se para a descrição, a fim de que características relevantes sejam extraídas dessas regiões. Isso pode incluir atributos como forma, textura, cor ou qualquer outra propriedade que seja relevante para a análise ou o reconhecimento de padrões.

Por fim, as características extraídas são analisadas e interpretadas para inferir informações úteis. Isso pode envolver a classificação de objetos, o reconhecimento de padrões, a detecção de anomalias ou qualquer outra tarefa que seja relevante para a aplicação.

Esses passos fundamentais podem variar dependendo da aplicação e dos requisitos específicos do problema. No entanto, eles fornecem uma estrutura básica

que pode ser adaptada e expandida conforme necessário para lidar com uma ampla variedade de tarefas de processamento de imagens.

O PDI tem capacidade de extrair informações úteis a partir de dados visuais, tal fato faz dele uma ferramenta indispensável para a análise e interpretação de informações em uma ampla gama de aplicações em diversas áreas como, por exemplo, na medicina, biologia, agricultura, segurança, entre outros.

3.3 Operação com matrizes para manipulação de imagens

As operações matriciais desempenham um papel fundamental nos processos de geração e manipulação de imagens digitais, desde a captura até a exibição final. Elas fornecem uma estrutura poderosa para representar e processar informações visuais de maneira eficiente e flexível. Nesse contexto, ao longo desta seção serão exploradas operações matriciais frequentemente utilizadas na área de processamento de imagens digitais com base no que foi discutido por Gonzalez e Woods (2010) e Marques Filho e Vieira Neto (1999).

A manipulação de imagens digitais envolve uma variedade de tarefas complexas, desde a correção básica de cores até a reconstrução avançada de cenas tridimensionais (Gonçalves, 2023). Para realizar essas tarefas com eficácia, é essencial compreender e dominar algumas operações matriciais que integram a base de algoritmos e técnicas utilizadas na área em que a imagem será aplicada.

A fim de ilustrar a aplicação das operações para a manipulação de imagens nesta seção, parte-se de imagens de 8 *bits* com 3×3 *pixels* que poderão ser tratadas *pixel a pixel* utilizando um operador aritmético ou lógico, produzindo uma nova imagem.

Ao executar as operações aritméticas deve-se tomar cuidado com os problemas de *overflow* e *underflow* que ocorrem quando os cálculos excedem os limites superiores e inferiores, respectivamente, de representação definidos pelo sistema computacional.

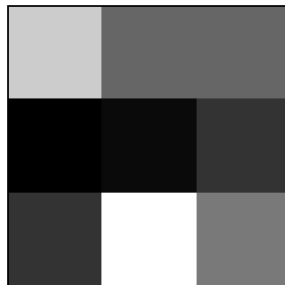
Para exemplificar, toma-se duas matrizes A e B apresentadas a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} 200 & 100 & 100 \\ 0 & 10 & 50 \\ 50 & 250 & 120 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 100 & 220 & 230 \\ 45 & 95 & 120 \\ 205 & 100 & 0 \end{bmatrix}.$$

Fazendo uso do *Colab Google* as matrizes A e B foram convertidas em imagens, como apresentado na Figura 3.5 e Figura 3.6, respectivamente. Importante destacar que uma apresentação da plataforma utilizada está disponível no Apêndice A e todos os algoritmos utilizados podem ser encontrados no Apêndice B.

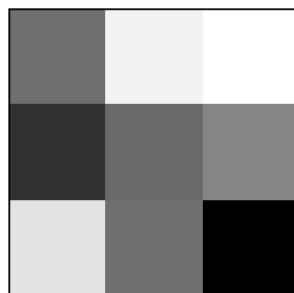
O *Colab Goolge* é uma plataforma gratuita criada com o objetivo principal de fornecer um ambiente rico e colaborativo de incentivo à pesquisa e criação relacionadas a Inteligência Artificial e Machine Learning. É baseada na própria nuvem do Google e permite a criação e execução de código diretamente no navegador, sem a necessidade de instalar ou configurar qualquer software no computador. O ecossistema funciona em Python e oferece acesso gratuito a unidades de processamento gráfico e tensorial (Colab Google, 2024).

Figura 3.5: Imagem gerada a partir da matriz A .



Fonte: O autor.

Figura 3.6: Imagem gerada a partir da matriz B .



Fonte: O autor.

A seguir é realizada a soma das matrizes A e B para exemplificar o que ocorre quando os resultados extrapolam os limites estabelecidos.

$$C = A + B = \begin{bmatrix} 200 & 100 & 100 \\ 0 & 10 & 50 \\ 50 & 250 & 120 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100 & 220 & 230 \\ 45 & 95 & 120 \\ 205 & 100 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 & 320 & 330 \\ 45 & 105 & 170 \\ 255 & 350 & 120 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Dessa forma, observa-se que alguns elementos de C , equação (1), possuem valores maiores que 255, valor máximo admitido por se tratar de uma imagem com 256 tons de cinza, caracterizando um *overflow*, problema que pode ser superado ao considerar uma das técnicas: truncamento ou normalização.

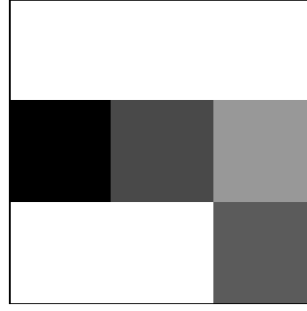
O truncamento, segundo Marques Filho e Vieira Neto (1999), é uma abordagem comum para mitigar esses problemas. Nele os valores excedentes são simplesmente cortados, limitando-os ao intervalo de representação disponível. Com essa técnica os valores menores que o limite inferior são substituídos pelo valor do limite mínimo e os valores maiores que o limite superior são substituídos pelo valor do limite máximo.

Assim, retornando ao exemplo onde temos uma imagem com 256 tons de cinza, o limite inferior seria 0 e o superior 255. Logo, se existirem valores na matriz C maiores que 255, esses valores deverão ser substituídos por 255. Dessa forma, a matriz C , resultado da soma das matrizes A e B , equação (1), após a técnica de truncamento, seria escrita da seguinte forma:

$$C_{truncada} = \begin{bmatrix} 255 & 255 & 255 \\ 45 & 105 & 170 \\ 255 & 255 & 120 \end{bmatrix}.$$

A partir da matriz $C_{truncada}$ tem-se a Figura 3.7.

Figura 3.7: Imagem criada a partir da matriz $C_{truncada}$.



Fonte: O autor.

A normalização é outra técnica empregada para resolver problemas de *overflow* e *underflow*, ajustando os valores para caber dentro do intervalo de representação permitido, mantendo a integridade dos dados tanto quanto possível. Por exemplo, na normalização de uma imagem, os valores de *pixel* podem ser escalados proporcionalmente para manter a relação de contraste, garantindo que os detalhes da imagem não sejam comprometidos. Então, o elemento normalizado (m'_{ij}) pode ser calculado por meio da relação:

$$m'_{ij} = \frac{L-1}{m_{max} - m_{min}} \cdot (m_{ij} - m_{min}), \quad (2)$$

sendo L a quantidade de tons de cinza, m_{ij} o elemento da matriz a ser normalizado, m_{max} o maior elemento da matriz a ser normalizada e m_{min} o menor elemento da matriz a ser normalizada.

Para exemplificar, retoma-se o primeiro elemento (m_{00}) da matriz C , equação (1), que é igual a 300. Observa-se que o maior elemento (m_{max}) é 350 e o menor (m_{min}), 45. Além disso, como $L = 256$ (imagem com 256 tons de cinza), o cálculo de m'_{00} , a partir da equação (2), resulta em:

$$m'_{00} = \frac{256-1}{350-45} \cdot (300 - 45) = 213,1967.$$

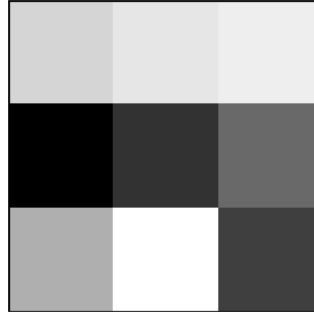
Como as matrizes geradoras de imagens são formadas por números inteiros, é empregada a função piso definida como a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$, denotada por $\lfloor x \rfloor$, que associa a cada x o maior inteiro menor que ou igual a x (Esquef, 2012). Portanto, como resultado, $\lfloor m'_{00} \rfloor = 213$.

Após a normalização de todos os elementos, tem-se a matriz:

$$C_{normalizada} = \begin{bmatrix} 213 & 230 & 238 \\ 0 & 50 & 105 \\ 175 & 255 & 63 \end{bmatrix},$$

e com essa matriz foi gerada a Figura 3.8.

Figura 3.8: Imagem criada a partir da matriz $C_{normalizada}$.



Fonte: O autor.

Com o auxílio da Figura 3.7 e Figura 3.8 é possível perceber que o truncamento pode levar à perda de informação importante. Nota-se prejuízo de contraste especialmente em imagens com alta profundidade de *bits*.

A profundidade de *bits* diz respeito à quantidade de cores disponíveis para cada *pixel* da imagem (Adobe, 2023), ou seja, quanto mais alta a profundidade de *bits*, maior será a quantidade de cores disponíveis para cada *pixel*, o que leva a uma representação mais precisa da imagem.

As perdas de contraste podem ser suavizadas utilizando a normalização, processo que permite reescalonar os dados, preservando o contraste e, consequentemente, mantendo os detalhes essenciais. Dessa forma, a integridade da informação é preservada, pois a normalização evita distorções nos valores originais, garantindo que as variações e detalhes visuais da imagem permaneçam perceptíveis.

As perdas de contraste podem ser suavizadas se utilizada a normalização para as devidas correções, pois com essa técnica é possível manter maior quantidade de detalhes, por manter a integridade dos dados por meio de um ajuste proporcional dentro de um intervalo definido, neste caso, pelos *bits* da imagem.

Outra técnica utilizada para correção de *overflow* e *underflow* é a análise por histograma, gráfico que mostra a distribuição dos valores de intensidade dos *pixels*. A partir da análise dos dados do histograma verifica-se se ocorreu *overflow*, quando muitos pixels estão no valor 255, ou *underflow*, se muitos estão no valor 0. Depois dessa verificação é feita uma normalização dos valores e construído um novo histograma com os valores ajustados dentro dos limites. Mais detalhes sobre esse método podem ser verificados em Gonzalez e Woods (2010).

3.3.1 Adição de matrizes

A adição de matrizes é uma operação essencial na manipulação de imagens digitais, permitindo a combinação de informações de diferentes fontes. Dessa forma, o resultado pode ser a fusão de imagens ou a adição de efeitos visuais.

Para exemplificar a fusão de duas imagens, apresenta-se a Figura 3.9, que exibe dois registros de uma cidade em períodos distintos. Esses registros foram obtidos por meio da ferramenta de imagens históricas do *Google Earth Web*, que possibilita a visualização e comparação de mudanças ao longo do tempo. Essa funcionalidade permite selecionar diferentes datas de captura das imagens de satélite, possibilitando a análise de transformações urbanas, variações ambientais e outros fenômenos ocorridos na região ao longo dos anos.

Figura 3.9: (a) Cidade de Piracaia em 2004; (b) Cidade de Piracaia em 2024.



Fonte: Google Earth, 2024.

A obtenção dessas imagens segue um processo simples e acessível. Primeiramente, o usuário deve acessar o *Google Earth Web*. Em seguida, é necessário localizar a área de interesse utilizando a barra de pesquisa no canto superior esquerdo, digitando o nome da cidade ou local desejado e pressionando "Enter" para que o mapa se centralize na região.

Após a localização do local, a ativação da linha do tempo pode ser realizada pelo painel superior, clicando no ícone de globo terrestre para acessar um controle deslizante de tempo na parte inferior da tela. Para visualizar imagens de diferentes períodos, basta arrastar o seletor para a data desejada.

Por fim, para capturar as imagens, recomenda-se o uso da função de captura de tela do próprio dispositivo, garantindo a obtenção dos registros históricos desejados. Vale destacar que a disponibilidade das imagens pode variar conforme a região, sendo que algumas áreas possuem um acervo mais extenso do que outras.

Realizando a soma entre as matrizes geradas a partir das Figuras 3.9 (a) e (b), como explicado na seção 3.1, dois possíveis resultados podem ser obtidos, como apresentado nas Figuras 3.10 e 3.11.

Figura 3.10: Soma com correção por truncamento.



Fonte: Modificado pelo autor.

Figura 3.11: Soma com correção por normalização.



Fonte: Modificado pelo autor.

A partir da Figura 3.10 observa-se que com as correções de *overflow* por truncamento há perda de detalhes na imagem. Enquanto com a correção por normalização, como observado na Figura 3.11, as perdas são menores, possibilitando a visualização de maior número de detalhes do objeto retratado.

A correção de brilho e contraste também é possível a partir da soma envolvendo matrizes, sendo uma composta pelos valores correspondentes à cor e a outra formada apenas com elementos de mesmo valor, inteiros positivos ou negativos. Caso seja formada por inteiros positivos a imagem ganha luminosidade e se forem inteiros negativos, ela perde.

Para exemplificar, somou-se a matriz correspondente à Figura 3.9 (b) a uma matriz de igual tamanho, porém composta apenas por elementos de valor igual a 50. Tal método foi utilizado para elaboração da Figura 3.12.

Figura 3.12: Resultado da alteração de brilho.



Fonte: Modificado pelo Autor.

Como se trata da adição de inteiros positivos, é possível observar que houve um aumento na luminosidade na Figura 3.12, imagem resultado da soma normalizada.

3.3.2 Subtração de matrizes

A subtração de matrizes é utilizada para detecção das diferenças entre duas imagens. Geralmente é utilizada para dois registros de uma mesma cena, porém em momentos ou situações distintas.

Para exemplificar, subtrai-se a Figura 3.9 (b) da Figura 3.9 (a). O resultado é apresentado na Figura 3.13, com os resultados já normalizados.

Figura 3.13: Resultado da subtração de imagens.



Fonte: Modificado pelo autor.

A Figura 3.13 mostra que em alguns pontos, por conta de semelhanças entre os valores, surgiram aglomerados de pixels pretos ou de tons de cinza mais escuros, isso faz com que as áreas que apresentaram diferenças apareçam em destaque, o que facilita a sua identificação.

3.3.3 Multiplicação de uma matriz por um escalar real positivo

A multiplicação de uma matriz por um escalar real positivo é a operação utilizada para realizar a calibração do brilho da imagem, que é um processo semelhante à normalização de brilho para adequar diferentes valores de iluminância

sobre uma mesma cena. Ou seja, esta operação permite retirar o excesso de exposição à luz ou compensar a falta de exposição a ela.

Para a elaboração da Figura 3.14, foi feita a multiplicação da matriz obtida a partir da Figura 3.9 (b) por um escalar igual a 2, em seguida aplicou-se a normalização dos resultados obtidos.

Figura 3.14: Resultado da multiplicação por um escalar.



Fonte: Modificado pelo autor.

Por ser o resultado da multiplicação por um escalar positivo maior que 1, a Figura 3.14 apresenta um aumento no brilho.

Assim, ao explorar as operações matriciais e suas aplicações no processamento de imagens digitais, consegue-se não apenas compreender a importância dessas ferramentas matemáticas, mas também vislumbrar o seu potencial na análise e manipulação de dados visuais. Essas técnicas podem, além de aprimorar as habilidades matemáticas dos estudantes, oferecer uma maneira prática de engajar os alunos com questões ambientais, proporcionando uma compreensão mais profunda dos impactos e transformações nas paisagens.

4. PENSAMENTO COMPUTACIONAL

A BNCC direciona a formação dos alunos para uma compreensão integrada da matemática, promovendo tanto a aplicação dos conhecimentos fundamentais quanto o uso de tecnologias e habilidades como o Pensamento Computacional (PC). Esse documento estabelece que o aprendizado de matemática no Ensino Fundamental deve preparar os estudantes para situações mais complexas no Ensino Médio, onde os conteúdos ganham ainda mais profundidade e são cada vez mais aplicados ao contexto real (Brasil, 2018).

Pode-se dizer que a BNCC valoriza o uso de ferramentas digitais e estratégias investigativas, com o intuito de desenvolver competências que ajudem o aluno a lidar com problemas concretos, aprimorar suas capacidades analíticas e preparar-se para um mundo permeado por avanços tecnológicos.

A partir do exposto, objetivando a formação de cidadãos para viver diante da presença massiva de tecnologia em diversas áreas do cotidiano atual, e utilizando as competências gerais da Educação Básica:

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. [...]
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. [...] (Brasil, 2018, p. 9),

observa-se um campo promissor para o desenvolvimento do PC por sua capacidade de desenvolver habilidades críticas e analíticas através da resolução de problemas, *design* de sistemas e compreensão do comportamento humano.

Autores, como Papert (1980), Wing (2006), Bundy (2007), Liukas (2015), entre outros, definem o PC de maneiras que, embora apresentem nuances

diferentes, convergem para a ideia central de resolução de problemas e raciocínio lógico.

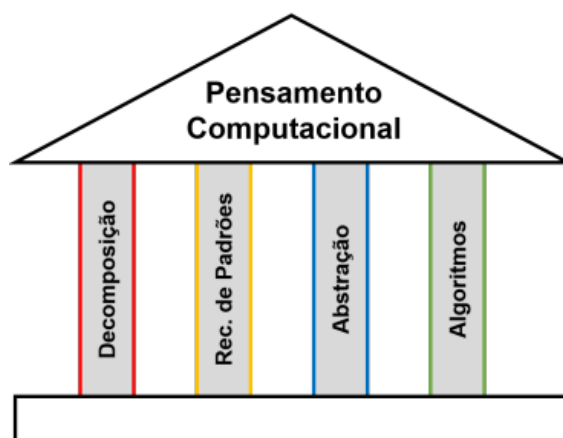
Wing (2006) propõe uma definição considerando o PC como um conjunto de habilidades e atitudes que envolve não apenas a resolução de problemas com o auxílio de computadores, mas também a capacidade de pensar sobre problemas de forma computacional. A autora enfatiza que essas habilidades são úteis para todos, independentemente da sua área de atuação.

Por outro lado, Papert (1980), com sua abordagem construcionista, foca na importância de envolver os alunos na criação ativa de artefatos computacionais para desenvolver a habilidade de pensar de forma sistemática e lógica, usando computadores como ferramentas para explorar e resolver problemas. Este autor defende que o pensamento computacional não se limita a habilidades técnicas, mas também envolve aspectos sociais e afetivos do aprendizado.

Kurshan (2016), após analisar diferentes maneiras de definir o PC e suas críticas, fundiu diversas fontes para propor que se trata de uma capacidade crítica, estratégica e criativa dos seres humanos de utilizar os fundamentos da ciência da computação nas mais diversas áreas do conhecimento, com o intuito de identificar problemas e suas possíveis resoluções através de etapas objetivas, que possam ser executadas por pessoas ou computadores.

Brackmann (2017) propõe que PC pode ser sintetizado com a união de quatro pilares: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo. Sendo assim, uma possível aplicação do PC consiste em identificar um problema intrincado e dividi-lo em pedaços menores (decomposição) que podem ser analisados individualmente com mais atenção, buscando reconhecer similaridade entre eles e soluções já conhecidas de outros problemas (reconhecimento de padrões). A partir dessa avaliação, é possível que sejam destacados os pontos relevantes de cada situação, permitindo a exclusão dos detalhes irrelevantes (abstração) e o desenvolvimento de passos ou regras que permitirão a resolução dos problemas menores que foram elencados (algoritmo) (Brackmann, 2017). A Figura 4.1 ilustra o PC e seus pilares.

Figura 4.1: Os quatro pilares do pensamento computacional.



Fonte: Brackmann, 2017, p. 33.

Na Educação Básica, o pensamento computacional pode ser explorado de maneira plugada (com uso de tecnologia) e desplugada (sem tecnologia) e traz contribuições significativas ao desenvolvimento do estudante nas diferentes áreas dos componentes curriculares, pois “[...] oportuniza ao sujeito fluência na escrita ou na codificação de ideias, o que contribui para o desenvolvimento do raciocínio e da autonomia” (Savioli; Bianchini; Lima, 2023, p. 139).

Para o pensamento matemático, pode-se afirmar, com base no exposto por Savioli, Bianchini e Lima (2023), que quando o PC é bem desenvolvido, o estudante é instrumentalizado para que se adapte diante de situações inesperadas e improvise estratégias para solução por meio do reconhecimento de semelhanças com soluções utilizadas em problemas já conhecidos.

Além disso, o PC estimula a abstração, o desenvolvimento do pensamento abstrato, do raciocínio lógico, do estabelecimento de analogias e abstrações, permite a alternância entre representações semióticas e na construção de modelos descritivos e representativos. Dessa forma, o PC complementa o pensamento matemático e potencializa a capacidade do sujeito de refletir sobre a própria maneira de pensar e agir (Savioli; Bianchini; Lima, 2023; Wing, 2006).

No contexto plugado, atividades envolvendo programação e manipulação de dados digitais, como o processamento digital de imagens (PDI), são exemplos concretos de como o pensamento computacional pode ser aplicado. Essas

atividades permitem que os alunos explorem conceitos ambientais através de operações matemáticas e computacionais.

Os passos fundamentais do PDI, conforme mostrado na Figura 3.4, estão intimamente ligados aos pilares do pensamento computacional, pois cada fase exige habilidades analíticas, estratégicas e criativas que caracterizam o PC.

O primeiro passo do PDI, que consiste no domínio do problema e na definição das informações a serem extraídas das imagens, está diretamente associado ao pilar da decomposição. Dividir o problema maior em questões menores, como determinar o tipo de imagem necessária, quais informações são relevantes e quais etapas de processamento serão utilizadas, reflete um dos movimentos lógicos do pensamento computacional.

Na sequência, a etapa de aquisição da imagem também exige decomposição ao considerar as fontes de dados e os dispositivos de captura, e estabelece uma conexão com o reconhecimento de padrões ao selecionar imagens que representem características específicas ou informações desejadas.

O pré-processamento, que inclui operações como remoção de ruído, ajustes de contraste e correção de distorções, explora o pilar da abstração. Nesta fase, elementos irrelevantes são eliminados ou minimizados, enquanto as características essenciais da imagem são realçadas, facilitando etapas posteriores de análise.

A etapa de segmentação, que divide a imagem em regiões ou objetos significativos, também envolve decomposição, pois isola partes da imagem para análise detalhada. Além disso, o reconhecimento de padrões se manifesta ao identificar propriedades comuns entre diferentes regiões, como níveis de intensidade ou textura, que podem ser agrupados para facilitar a análise.

Por fim, as etapas de descrição e análise evidenciam o uso de algoritmos, pois são necessários processos sistemáticos para extrair e interpretar características relevantes das imagens. A classificação de objetos, detecção de anomalias e inferência de informações úteis baseiam-se em sequências lógicas de passos que permitem manipular e compreender os dados de forma eficiente.

O pensamento computacional é intrinsecamente interdisciplinar, e sua integração no currículo escolar através da BNCC pode proporcionar uma compreensão mais profunda e crítica dos impactos ambientais. Além disso, os alunos são incentivados a criar soluções práticas para problemas ambientais reais, promovendo a formação de cidadãos comprometidos com a sustentabilidade.

A combinação de pensamento computacional com educação ambiental, especialmente em atividades que envolvem sensoriamento remoto e operações com matrizes, oferece um potencial significativo para inovar no ensino de matemática e ciências ambientais, conectando teoria e prática.

Na atividade proposta, os alunos experimentarão os pilares do PC na prática, ao decompor problemas, reconhecer padrões em dados visuais, abstrair elementos essenciais e desenvolver algoritmos para realizar operações matemáticas que permitem analisar mudanças ambientais e interpretar os resultados.

Essa abordagem contribui para uma formação integral dos alunos, permitindo que eles desenvolvam tanto competências técnicas, quanto uma consciência crítica sobre questões do espaço ao seu redor, alinhando-se aos objetivos da BNCC de promover um ensino significativo e contextualizado.

5. PROPOSTA DE ATIVIDADE

Diante da conjuntura em que se insere o ensino de Matemática, a Educação Ambiental oferece inúmeras oportunidades para explorar conexões significativas entre os conceitos matemáticos e os desafios ambientais enfrentados pela sociedade, além disso, é um cenário promissor para ampliar o uso do pensamento computacional. Nesse sentido, o estudo de matrizes pode ser enriquecido e contextualizado por meio do PDI, utilizando linguagem de programação e aplicativo/*software* de edição de imagem.

Visando explorar o PDI na sala de aula de uma turma de ensino médio, propõe-se esta atividade que apresentará aos estudantes conceitos básicos da análise de imagens digitais, como as matrizes auxiliam nesse processo e como as ferramentas aqui requeridas são de importante aplicação em análise ambiental, que se trata de um processo que envolve a identificação, avaliação e interpretação de elementos e condições presentes em um ambiente, com o objetivo de compreender os impactos e possíveis riscos ambientais.

Nesse contexto, pode-se dizer que a atividade proposta está alinhada com os quatro pilares do PC, pois durante o desenvolvimento serão utilizadas técnicas para a decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e desenvolvimento de algoritmo. Isso tudo a partir de uma imagem usada para identificar e analisar indicadores de qualidade e/ou risco ambiental aspirando o entendimento de como esses elementos podem influenciar o meio ambiente e a sociedade.

Como os alunos buscarão na imagem disponibilizada alguns indicadores de qualidade e/ou de risco ambiental, sugere-se que a imagem seja previamente escolhida pelo professor, mas não existem impedimentos para que seja solicitado aos alunos a escolha de uma imagem que eles julguem apropriada. Porém, neste caso, o professor deve deixar claro as características básicas que a imagem deve conter, a fim de garantir elementos familiares e identificáveis e que possam ser relacionados a efeitos ambientais conhecidos pelos jovens, como emissores de poluição atmosférica e sonora, depósitos de resíduos sólidos e desmatamentos, por exemplo.

Para a realização da atividade é necessário que os alunos já estejam familiarizados com os conceitos de matrizes e suas operações básicas, como soma, subtração e multiplicação por escalar.

Em linhas gerais, a atividade proposta trabalha a competência específica 3, presente na BNCC, que diz:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (Brasil, 2018, p. 535).

Além disso, a atividade contempla as habilidades da BNCC apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Habilidades da BNCC contempladas pela atividade proposta

Código	Descrição
EM13MAT203	Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.
EM13MAT301	Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
EM13MAT405	Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

Fonte: Brasil, 2018, p. 543 – 544.

A atividade está dividida em quatro etapas. A primeira traz um exemplo guiado para apresentar aos estudantes elementos de processamento de imagens. A segunda etapa propõe o desenvolvimento de algoritmos para criação e modificação de imagens pelos estudantes. A terceira etapa apresenta uma aplicação prática de análise de imagem para comparação de registros históricos de determinada cena e,

por fim, a quarta etapa, que propõe a edição de imagens com a posterior análise dos aspectos ambientais presentes na região representada.

5.1 Apresentação das etapas da atividade

A seguir estão detalhadas as quatro etapas da atividade. No Apêndice C estão disponíveis os algoritmos utilizados na elaboração da atividade e no Apêndice D, um banco de imagens que os professores podem utilizar no momento da aplicação. Importante destacar que no decorrer da programação serão requeridos os comandos apresentados ao longo dos apêndices A e B.

A primeira etapa conta com um exemplo guiado, em que o professor apresenta a atividade e os elementos que serão explorados. Os alunos praticarão a proposta trazida através do exemplo nas etapas 2, 3 e 4 desta atividade, seguindo as instruções sugeridas.

5.1.1 Etapa 1

Expectativa de duração: 90 minutos.

Objetivo: Familiarizar os estudantes com os conceitos de imagem digital, programação e manipulação de imagens utilizando operações matriciais.

Recursos necessários: Computador, acesso à Internet, imagem a ser analisada.

Descrição da atividade: Para dar início à atividade envolvendo o PDI, a imagem digital, como uma fotografia, precisa passar por um processo de discretização para ser representada em equipamentos digitais. Esse processo envolve a divisão da representação contínua da paisagem em pequenas partes chamadas *pixels*. Cada *pixel* recebe um valor numérico que representa o nível de cinza daquela região, dentro de um intervalo específico.

Como exemplo, a Figura 5.1 mostra a Ilha do Guaraú, localizada no município de Peruíbe, no estado de São Paulo.

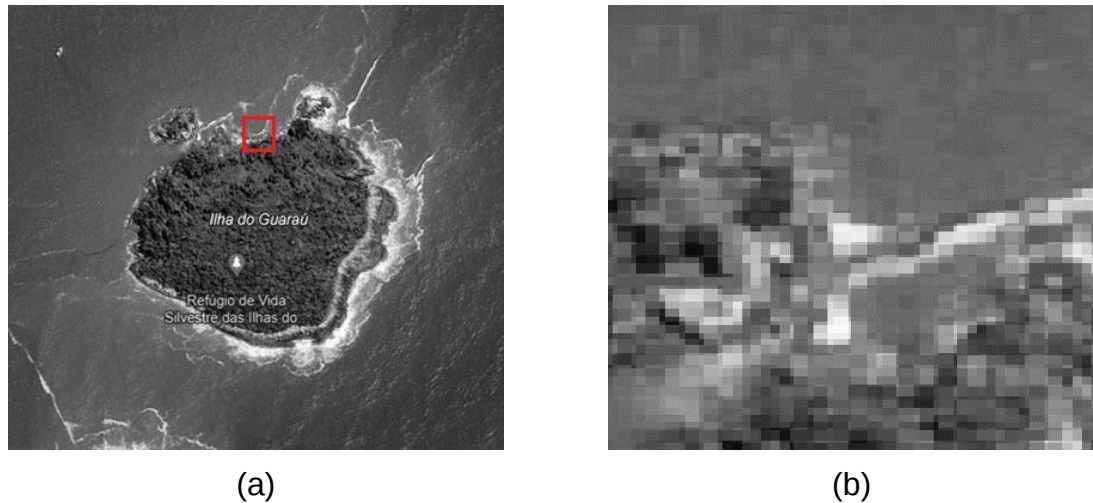
Figura 5.1: Ilha do Guaraú.



Fonte: Google Earth, 2024.

Ao observar a Figura 5.1, nota-se uma representação contínua. No entanto, ela é fruto de um conjunto de 220.900 *pixels*, 470 *pixels* de comprimento e 470 *pixels* de altura, ou seja, a figura é formada por uma matriz 470×470 . Ao ampliar uma região, como destacado em vermelho na Figura 5.2 (a), os pequenos elementos (*pixels*) que a compõem podem ser observados, como apresentado na Figura 5.2 (b).

Figura 5.2: (a) Destaque em vermelho na região a ser ampliada; (b) Ampliação para observação dos *pixels* de uma parte da imagem.



Fonte: Modificada pelo autor.

Dessa forma, uma imagem digital é a representação de uma paisagem por meio de uma matriz composta por números inteiros que representam um sinal luminoso.

Para a atividade trabalhada em sala de aula foi considerada a Figura 5.1 com resolução diminuída para 10×10 *pixels*, por meio do processo de subamostragem, que é exemplificado no Apêndice C. Esse processo ocorre por meio do agrupamento de um conjunto de *pixels* da imagem original que representam determinada região e do redimensionamento para geração de um *pixel* maior que sintetize essa região com menos detalhes. Para isso, foi feita uma alteração na discretização da região capturada utilizando um algoritmo que aumenta o tamanho do *pixel* com base nos *pixels* originais.

Com a mudança na discretização e a determinação dos valores dos níveis de cinza de cada *pixel*, foi obtida a matriz *A*:

$$A = \begin{bmatrix} 152 & 117 & 120 & 125 & 131 & 130 & 131 & 130 & 122 & 116 \\ 119 & 73 & 84 & 94 & 101 & 105 & 104 & 90 & 87 & 70 \\ 123 & 77 & 90 & 112 & 120 & 109 & 147 & 102 & 103 & 85 \\ 128 & 93 & 100 & 36 & 22 & 63 & 48 & 187 & 146 & 87 \\ 139 & 94 & 116 & 115 & 20 & 19 & 61 & 102 & 109 & 82 \\ 133 & 90 & 86 & 61 & 80 & 75 & 117 & 111 & 88 & 80 \\ 130 & 96 & 109 & 23 & 14 & 39 & 73 & 111 & 94 & 80 \\ 126 & 89 & 98 & 99 & 219 & 118 & 165 & 94 & 69 & 64 \\ 118 & 90 & 97 & 94 & 102 & 81 & 87 & 84 & 69 & 60 \\ 128 & 114 & 123 & 107 & 106 & 72 & 68 & 74 & 61 & 68 \end{bmatrix}.$$

A visualização da matriz A como uma imagem será feita por um conjunto de instruções, chamadas de algoritmo, e executadas por um *software*.

No caso aqui proposto, os algoritmos serão criados no ambiente do *Colab Google*, em linguagem de programação *Python*.

A Figura 5.3 mostra o algoritmo desenvolvido para converter a matriz A em uma imagem em tons de cinza.

Figura 5.3: Algoritmo para criação da imagem de menor resolução.

```
import numpy as np

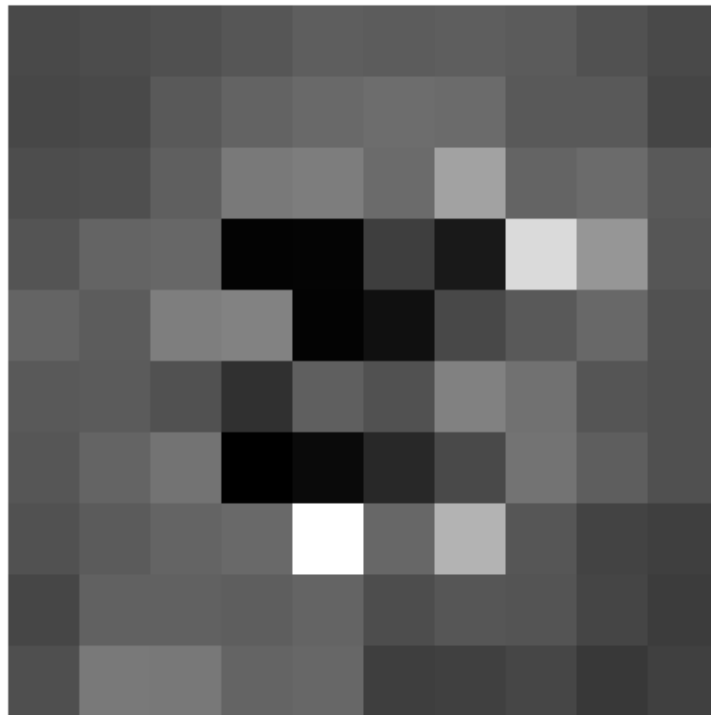
A=np.array([
[152, 117, 120, 125, 131, 130, 131, 130, 122, 116],
[119, 73, 84, 94, 101, 105, 104, 90, 87, 70],
[123, 77, 90, 112, 120, 109, 147, 102, 103, 85],
[128, 93, 100, 36, 22, 63, 48, 187, 146, 87],
[139, 94, 116, 115, 20, 19, 61, 102,109, 82],
[133, 90, 86, 61, 80, 75, 117, 111, 88, 80],
[130, 96, 109, 23, 14, 39, 73, 111, 94, 80],
[126, 89, 98, 99, 219, 118, 165, 94, 69, 64],
[118, 90, 97, 94, 102, 81, 87, 84, 69, 60],
[128, 114, 123, 107, 106, 72, 68, 74, 61, 68]
])

import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(8, 8))
im=plt.imshow(A, cmap='gray', aspect='auto')
plt.axis("off")
plt.show()
```

Fonte: O autor.

Como resultado do algoritmo da Figura 5.3, tem-se uma malha quadriculada, como mostra a Figura 5.4.

Figura 5.4: Imagem em baixa resolução.



Fonte: Modificado pelo autor.

Na Figura 5.4 é possível observar um aglomerado de quadrados com tonalidade mais escura no centro e não é possível determinar o que está sendo representado por ela. Por conta do número de *pixels* utilizados para compor a figura, não é possível representar grande quantidade de detalhes.

Ao comparar a Figura 5.4 com a Figura 5.1, pode-se inferir algumas semelhanças, como o aglomerado de tons mais escuros no centro, que representa a área onde está a ilha, os *pixels* com coloração mais clara ao redor, podendo ser interpretado como as pedras e ondas que circundam a ilha. Neste ponto pode-se destacar a utilização do reconhecimento de padrões entre as duas imagens.

Evidencia-se que ambas as imagens mostram a mesma área, o que define a quantidade de detalhes identificáveis em uma e não na outra é a resolução da imagem, ou seja, o número de *pixels* que serão utilizados para a representação que se deseja.

Com a imagem digital já obtida e sabendo que ela corresponde a uma matriz, é possível fazer alterações nos valores dos elementos utilizando as operações matriciais para gerar mudanças nas características do objeto retratado.

Uma imagem de 8 bits apresenta 256 tons de cinza, em que o zero coincide com preto e o 255, com branco. Logo, quanto mais próximo de 0 for o valor do elemento, mais escuro será o tom de cinza e, quanto mais próximo de 255, mais claro.

Para exemplificar, serão realizadas algumas operações matriciais, como soma, subtração e multiplicação por escalar, utilizando as matrizes obtidas através das Figuras 5.1 e 5.4.

Para início, utiliza-se a matriz A , à qual será somada uma matriz B de igual tamanho (10×10) formada apenas por elementos de mesmo valor, como pode ser observado no algoritmo apresentado na Figura 5.5.

Figura 5.5: Algoritmo para soma de duas matrizes.

```
import numpy as np

A=np.array([
[152, 117, 120, 125, 131, 130, 131, 130, 122, 116],
[119, 73, 84, 94, 101, 105, 104, 90, 87, 70],
[123, 77, 90, 112, 120, 109, 147, 102, 103, 85],
[128, 93, 100, 36, 22, 63, 48, 187, 146, 87],
[139, 94, 116, 115, 20, 19, 61, 102,109, 82],
[133, 90, 86, 61, 80, 75, 117, 111, 88, 80],
[130, 96, 109, 23, 14, 39, 73, 111, 94, 80],
[126, 89, 98, 99, 219, 118, 165, 94, 69, 64],
[118, 90, 97, 94, 102, 81, 87, 84, 69, 60],
[128, 114, 123, 107, 106, 72, 68, 74, 61, 68]
])

B=np.array([
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20],
[20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20]
])

C=A+B
print(C)

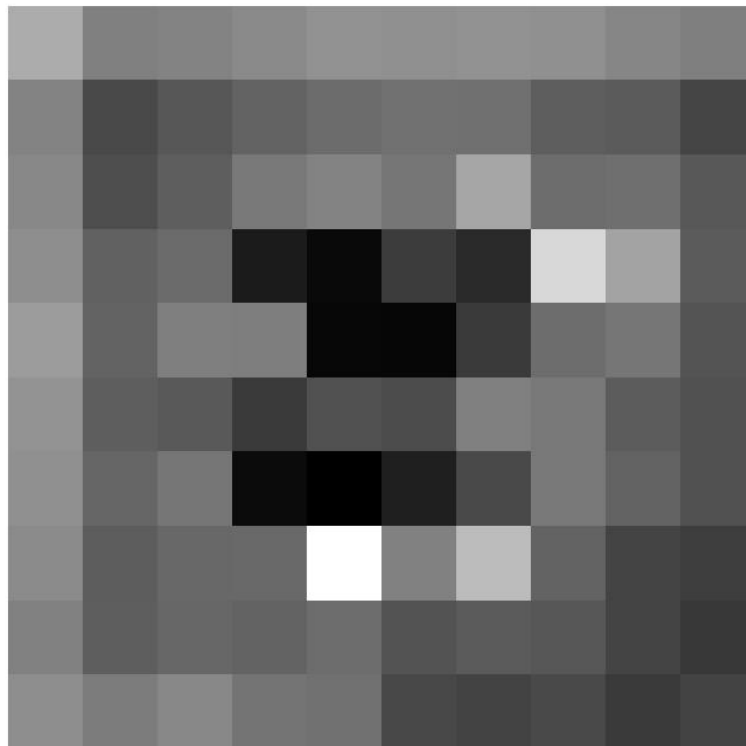
import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(8, 8))
im=plt.imshow(C, cmap='gray', aspect='auto')
plt.axis("off")
plt.show()
```

Fonte: O autor.

A partir da soma das matrizes A e B , têm-se como resultado a matriz C , correspondente a uma imagem com tons mais claros, como mostra a Figura 5.6, já

que esse acréscimo faz com que os valores se aproximem do valor correspondente à cor branca.

Figura 5.6: Imagem formada com os valores da matriz C .



Fonte: O autor.

A Figura 5.6 mostra que o aumento no valor nominal do *pixel* produz imagens com tonalidades mais claras.

Agora, para aplicar essa soma em uma imagem como a Figura 5.1, que é formada por muitos *pixels*, de uma maneira mais simplificada, basta ler a imagem desejada e somar com o número desejado, como se vê na Figura 5.7.

Figura 5.7: Algoritmo para soma de uma imagem com um escalar.

```
from PIL import Image
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Carregar a imagem e converter para níveis de cinza
M = Image.open("ilha.png").convert("L") # Converter para escala de cinza
M = np.asarray(M, dtype=np.uint8)

# Multiplicar pelo escalar
escalar = 150
C = M + escalar

# Normalizar a imagem resultante
C_min = C.min()
C_max = C.max()
C_norm = (C - C_min) / (C_max - C_min) * 255

# Visualizar a imagem normalizada
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.imshow(C_norm, cmap="gray") # Use cmap="gray" para uma imagem em escala de cinza
plt.axis("off")
plt.show()
```

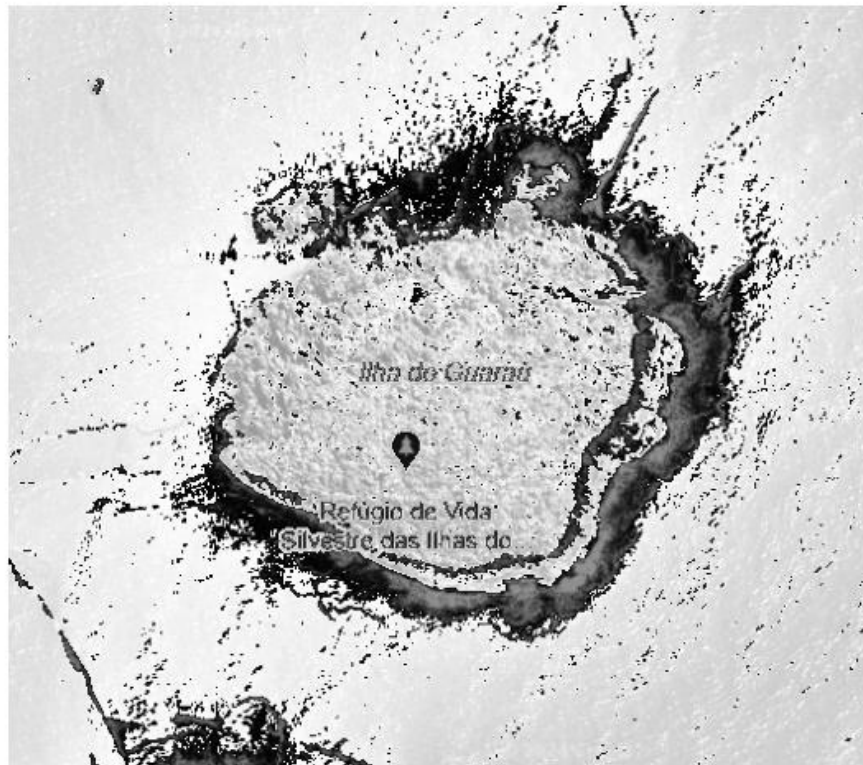
Fonte: O autor.

Por meio dos comandos do algoritmo, a imagem chamada “ilha.png” foi transformada em uma matriz M e aos seus elementos foram adicionadas 150 unidades, dando origem à matriz C . Como essa soma causou problema de *overflow*⁶, foi necessário normalizar⁷ a matriz C e, somente em seguida, fazer sua transformação em uma imagem, conforme a Figura 5.8.

⁶ *Overflow* e *underflow* são erros que ocorrem quando os cálculos excedem os limites superiores e inferiores, respectivamente, de representação definidos pelo sistema computacional de acordo com a quantidade de *bits* da imagem (Gonzalez; Woods, 2010).

⁷ A normalização é uma técnica empregada para resolver problemas de *overflow* e *underflow*, ajustando os valores para caber dentro do intervalo de representação permitido, mantendo a integridade dos dados tanto quanto possível (Gonzalez; Woods, 2010). Uma outra maneira que, por vezes, é usada é a de truncamento, onde os valores excedentes são simplesmente cortados, limitando-os ao intervalo de representação disponível (Marques Filho; Vieira Neto, 1999).

Figura 5.8: Imagem resultado da matriz C normalizada.



Fonte: Modificado pelo autor.

Como resultado da adição, tem-se uma imagem com tons mais claros que não facilita a observação de detalhes, por exemplo, as árvores e as ondas. Entretanto favorece a observação da turbulência na superfície do mar.

Para continuar a investigação, pode-se utilizar a diminuição da luminosidade a fim de realçar a percepção de outros elementos. Isto é feito através da multiplicação por um valor entre 0 e 1, porque deseja-se diminuir os valores da matriz e isso será feito por meio de um algoritmo semelhante ao utilizado na operação anterior. Tal algoritmo é mostrado na Figura 5.9.

Figura 5.9: Algoritmo para a multiplicação por um escalar.

```
from PIL import Image
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Carregar a imagem e converter para níveis de cinza
M = Image.open("ilha.png").convert("L") # Converter para escala de cinza
M = np.asarray(M, dtype=np.uint8)

# Multiplicar pelo escalar
escalar = 0.08
C = M * escalar

# Normalizar a imagem resultante
C_min = C.min()
C_max = C.max()
C_norm = (C - C_min) / (C_max - C_min) * 255

# Visualizar a imagem normalizada
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.imshow(C_norm, cmap="gray") # Use cmap="gray" para uma imagem em escala de cinza
plt.axis("off")
plt.show()
```

Fonte: O autor.

Por meio do algoritmo apresentado na Figura 5.9 foi gerada uma nova imagem, a Figura 5.10.

Figura 5.10: Imagem criada a partir da multiplicação por um escalar.



Fonte: Modificado pelo autor.

A partir da Figura 5.10 nota-se que a diminuição da luminosidade evidencia outros detalhes, como o porte da vegetação e algumas ondas no mar. Portanto, o uso de diferentes operações enriquece a percepção dos detalhes e favorece a análise dos elementos que compõem o espaço.

A manipulação das imagens nesta atividade foi realizada por meio do *Google Colab*, uma plataforma interativa que facilita o aprendizado dos alunos. Sua interface permite a visualização rápida dos resultados das alterações, tornando o processo de experimentação mais dinâmico e intuitivo. Isso possibilita a exploração de diversos aspectos ambientais, como as variações no porte das árvores, a identificação de áreas descobertas do terreno — especialmente a região costeira —, a observação de uma clareira ao norte da ilha e a presença de ondas no mar.

Os quatro pilares do pensamento computacional se conectam diretamente a essas atividades. O processo inicia-se com a decomposição, ao dividir o problema maior — compreender a formação e manipulação de uma imagem digital — em etapas menores e mais acessíveis, como a discretização em *pixels* e a representação da imagem em forma de matriz. Essa abordagem facilita a compreensão dos conceitos fundamentais, permitindo que os alunos avancem de maneira estruturada.

O reconhecimento de padrões ocorre quando os alunos identificam semelhanças entre a imagem de alta resolução e a de baixa resolução. Apesar da redução de detalhes, eles percebem padrões visuais que representam a mesma região, como os tons mais escuros correspondendo à ilha e os tons mais claros indicando pedras ou ondas.

A abstração surge no momento em que os alunos trabalham com uma matriz reduzida (10×10), representando a imagem em menor resolução. Esse processo elimina detalhes supérfluos, permitindo que foquem nos elementos essenciais da imagem e compreendam o conceito de discretização e sua influência na percepção visual. Além disso, a abstração é reforçada ao aplicar operações matemáticas para manipular os valores dos *pixels*.

Por fim, o pilar dos algoritmos se manifesta na etapa que antecede a criação dos códigos utilizados na manipulação das imagens. Os alunos identificam o problema central, segmentam-no em subproblemas e planejam as estratégias necessárias para solucioná-los. Esse processo envolve reconhecer quais elementos da imagem devem ser analisados — como ajustes de brilho ou contraste — e definir a sequência de passos para alcançar o objetivo proposto. Assim, a estruturação lógica do problema conduz ao desenvolvimento de algoritmos eficientes, promovendo tanto a resolução prática quanto a compreensão crítica do processo.

5.1.2 Etapa 2

Expectativa de duração: 90 minutos.

Objetivo: Reconhecer o modelo de construção de uma imagem digital por meio de uma matriz e a importância das operações matriciais para a manipulação das imagens digitais.

Recursos necessários: Computador, acesso à Internet, imagem a ser analisada.

Descrição da atividade: Nesta etapa os alunos podem ser organizados em grupo, considerando o número de computadores disponíveis para uso na unidade escolar.

Para o desenvolvimento, os alunos receberão um arquivo contendo a matriz que dará origem à imagem de interesse.

Com a imagem criada, é esperado que os alunos notem que se trata de uma malha formada por diferentes tons de cinza e pobre em detalhes. Depois desses breves apontamentos o professor deve disponibilizar a imagem de maior resolução que foi usada na geração da imagem de menor resolução.

Os alunos analisarão as duas imagens e apontarão suas semelhanças e diferenças.

Em seguida, utilizando uma das imagens do passo anterior, pretende-se que os estudantes elaborem ou utilizem os algoritmos já disponibilizados na Etapa 1 para

resolver a soma, subtração e multiplicação por um escalar e, assim, testem algumas alterações na imagem, explorando as diferentes percepções das características retratadas, como alteração no contraste e na cor, percepção de detalhes e informações, entre outros.

Para a criação dos algoritmos sugere-se a utilização do ambiente *Colab Google*, utilizando linguagem de programação *Python*.

É importante que o professor destaque a necessidade de correção que deve ser feita dos valores resultantes por meio de truncamento e/ou normalização e que a multiplicação deve ser feita utilizando um escalar real positivo, a fim de garantir resultados válidos, já que os *pixels* são formados por números positivos.

Ao longo desta etapa, os pilares do pensamento computacional são trabalhados à medida que os alunos exploram a construção e manipulação de imagens digitais. A decomposição é evidenciada quando os alunos segmentam o problema em partes menores, como analisar as diferenças entre imagens de alta e baixa resolução, criar algoritmos para operações matriciais e compreender como cada ajuste impacta a visualização da imagem.

O reconhecimento de padrões aparece quando os alunos observam as características comuns entre as imagens, como regiões mais escuras ou claras, e relacionam essas características aos elementos representados na cena, como vegetação, corpos d'água ou áreas urbanas. Esse pilar permite que eles associem variações visuais a informações ambientais relevantes.

A abstração é usada ao simplificar as representações numéricas da imagem, focando nos aspectos mais importantes para a análise, como tonalidades e contrastes. Essa simplificação ajuda os alunos a conectar os valores dos pixels às características visuais, abstraindo detalhes desnecessários.

Os algoritmos aparecem com mais destaque nesta etapa, pois os alunos desenvolvem sequências lógicas de passos para realizar operações como soma, subtração e multiplicação de matrizes por escalar.

5.1.3 Etapa 3

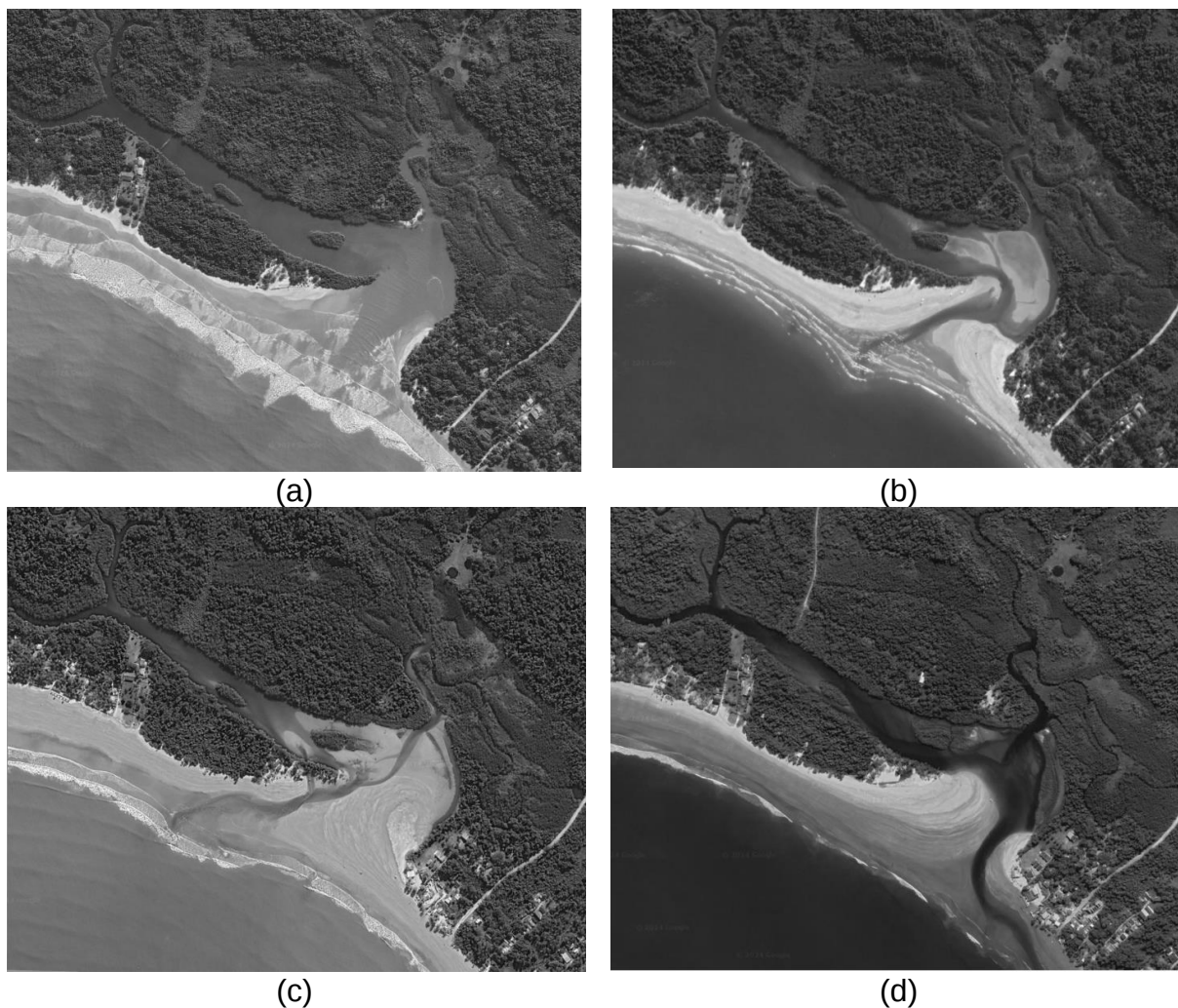
Expectativa de duração: 90 minutos.

Objetivo: Explorar as mudanças no nível do rio e no avanço da vegetação ao longo do tempo utilizando imagens de satélite. Os alunos serão incentivados a relacionar essas alterações com fatores climáticos e a refletir sobre os impactos socioambientais decorrentes dessas mudanças.

Recursos necessários: Computador, acesso à Internet, imagens a serem analisadas.

Descrição da atividade: Sugere-se a separação dos alunos em duplas ou grupos para que eles possam discutir e avaliar cada etapa da atividade. O professor deve orientar os alunos a examinarem as imagens do Rio Ubatumirim, localizado no município paulista de Ubatuba, apresentadas na Figura 5.11.

Figura 5.11: (a) Rio Ubatumirim – junho de 2010; (b) Rio Ubatumirim – junho de 2014; (c) Rio Ubatumirim – junho de 2017; (d) Rio Ubatumirim – junho de 2023.



Fonte: Google Earth, 2024.

De posse dos registros apresentados na Figura 5.11, considera-se importante que seja analisado o nível do rio para identificar áreas anteriormente ocupadas por água e os trechos de retração e observar se houve o avanço de vegetação em áreas anteriormente alagadas.

Desse modo, três questões podem servir como base para as manipulações das imagens e discussões dos alunos:

1. O que pode ter causado a redução persistente no nível do rio ao longo dos anos?
2. De que maneira o avanço da vegetação reflete as condições climáticas ou ações humanas na região?

3. Quais seriam os possíveis impactos ambientais, sociais e econômicos dessas mudanças para as comunidades locais?

Para isso, os alunos usarão ferramentas de processamento de imagens para realçar as mudanças. Sugere-se a utilização dos códigos utilizados nas etapas anteriores que permitem aplicar operações de soma, subtração e multiplicação por escalar.

Como exemplo, foi utilizado o algoritmo para efetuar a diferença entre as matrizes correspondentes a Figura 5.11 (a) e a Figura 5.11 (b), tendo como resultado a Figura 5.12.

Figura 5.12: Imagem resultante da diferença entre os registros do Rio Ubatumirim em 2010 e 2014.



Fonte: Modificada pelo autor.

Com essa operação, é possível visualizar algumas diferenças no nível das águas, como o aparecimento dos bancos de areia (regiões mais escuras no meio do rio) e algumas alterações no nível do mar, perceptível por conta das marcas das ondas em diferentes alturas.

Um outro exemplo é a diferença normalizada entre a Figura 5.11 (d) e 5.11 (c), que resulta na Figura 5.13.

Figura 5.13: Imagem resultante da diferença entre os registros do Rio Ubatumirim em 2017 e 2023.



Fonte: Modificada pelo autor.

Esta operação pode ser feita para verificar uma região, antes coberta por água, que passou a ser ocupada por vegetação. Porém, desta maneira, a percepção das diferenças foi sutil.

Para que este detalhe seja realçado altera-se o brilho da imagem que representa o rio em 2023 (Figura 5.11(d)). Como a área que está sendo analisada apresenta tons mais escuros, multiplica-se por um escalar real positivo menor que 1, para que os valores sejam diminuídos, provocando a alteração desejada no registro. Isso realça o avanço da vegetação em direção à areia, já que esta parte contava com tons mais claros, como identificado na Figura 5.11 (c). Dessa forma tem-se a Figura 5.14.

Figura 5.14: Imagem resultante da diferença entre os registros do Rio Ubatumirim em 2017 e 2023 após correção do brilho.



Fonte: Modificada pelo autor.

Nela é possível ver com mais clareza uma faixa mais escura sobre a antiga faixa de areia, identificando o avanço da vegetação ao longo dos 6 anos que separam um registro de outro.

A análise proposta pode ser enriquecida com a apresentação de dados sobre a precipitação regional no período estudado (2010 – 2023) e o envolvimento de outros professores de outros componentes curriculares.

Ao final da atividade, o professor pode, junto com os estudantes, discutir e refletir sobre os resultados obtidos no processamento das imagens e nas análises realizadas. Destacando como a comparação entre os diferentes anos evidenciou mudanças no nível do rio e o avanço da vegetação sobre áreas antes ocupadas por água, o que pode estar relacionado a alterações nos padrões de precipitação, mudanças climáticas e intervenções humanas.

O professor pode explicar também como essas observações são fundamentais para compreender os impactos ambientais de longo prazo, enfatizando a importância de monitorar as alterações nas paisagens naturais e relevância das políticas públicas voltadas para o meio ambiente, como aquelas que garantem a proteção das margens dos rios, promovem o zoneamento urbano adequado e regulamentam o uso sustentável do solo.

Esta atividade busca estabelecer uma reflexão sobre como as mudanças ambientais observadas podem impactar não apenas o meio físico, mas também a qualidade de vida das comunidades locais e a economia regional. E por fim algumas perguntas podem ser deixadas para pesquisa ou futuras atividades, como: Quais ações poderiam ser tomadas para reverter ou mitigar os impactos observados? Como o conhecimento científico e o uso de tecnologias como o sensoriamento remoto podem contribuir para a formulação de políticas públicas mais eficazes e a conscientização da sociedade?

No decorrer desta etapa, o pilar do PC referente a decomposição fica evidente quando os alunos desmembram o problema em etapas como a observação das imagens, a identificação de alterações no nível do rio e o avanço da vegetação, e o processamento digital para realçar as mudanças.

O reconhecimento de padrões é central à análise, pois os alunos identificam alterações visíveis entre as imagens, como retração de áreas alagadas ou surgimento de vegetação em locais antes ocupados por água. Essa habilidade ajuda a relacionar as mudanças observadas a fatores como ciclos de precipitação ou intervenções humanas.

A abstração aparece na simplificação dos dados visuais para focar nos elementos mais importantes, como os tons de cinza que representam áreas de vegetação ou água. O ajuste de brilho e contraste facilita a identificação de detalhes essenciais, ignorando informações menos relevantes.

Os algoritmos são utilizados para processar as imagens e realizar operações como subtração e multiplicação, permitindo que os alunos destaquem mudanças específicas. A aplicação prática dos códigos reforça o raciocínio lógico e a

capacidade de usar ferramentas computacionais para solucionar problemas ambientais.

O pensamento computacional aplicado na atividade proposta oferece uma oportunidade de conexão interdisciplinar. Através de seus quatro pilares, é possível expandir o exercício para outras disciplinas, como biologia, física, história e geografia, permitindo uma análise mais ampla dos impactos socioambientais. Cada uma dessas áreas pode utilizar a análise de imagens para investigar questões relevantes em seu campo, ao mesmo tempo em que contribui para uma visão integrada do contexto ambiental.

5.1.4 Etapa 4

Expectativa de duração: 90 minutos.

Objetivo: Aplicar as ferramentas disponíveis para manipulação de imagens a fim de identificar aspectos ambientais relevantes para a sustentabilidade.

Recursos necessários: Computador, acesso à Internet, *software*/aplicativo de edição de imagem, arquivos de imagens.

Descrição da atividade: Como feito na Etapa 3, os estudantes terão acesso a um conjunto de imagens para que sejam analisados os aspectos ambientais associados, por exemplo, a mudanças no volume de rios, alteração na malha urbana e avanço ou retrocesso de área verde.

Como comentado na Etapa 2 da atividade, a edição de imagem é utilizada para melhorar ou realçar características do que é mostrado na imagem. Então os alunos devem manipular as imagens nos aplicativos ou *softwares* de edição, a fim de tornarem visíveis a maior quantidade de aspectos ambientais possíveis.

A partir dos conceitos e definições trazidos por Sánchez (2020) e do trabalho desenvolvido por Rubira (2016) foram listados a seguir alguns aspectos ambientais dentre os quais o professor pode selecionar os que melhor se encaixam com as informações presentes na área registrada pela imagem.

- **Desmatamento e Uso do Solo:** identificar áreas de desmatamento e discutir as causas e consequências; analisar a mudança no uso do solo ao longo do tempo (agricultura, urbanização, áreas industriais); verificar indícios de práticas de manejo sustentável do solo.
- **Recursos Hídricos:** examinar corpos d'água na imagem (rios, lagos, represas); analisar elementos no entorno que possam interferir em sua qualidade e uso (como indústrias e áreas de descarte de resíduos, por exemplo); avaliar a existência de áreas de proteção permanente (APPs) em torno dos recursos hídricos.
- **Poluição e Qualidade do Ar:** identificar possíveis fontes de poluição (fábricas, áreas de queima de resíduos).
- **Biodiversidade:** identificar áreas de vegetação nativa e discutir sua importância para a biodiversidade; verificar a existência de áreas elegíveis para criação de unidade de conservação e a presença de corredores ecológicos.
- **Urbanização e Crescimento Populacional:** analisar o crescimento urbano e sua relação com a sustentabilidade.
- **Gestão de Resíduos:** identificar locais de descarte de resíduos e discutir os métodos de gestão de resíduos sólidos no município.
- **Mudanças Climáticas:** discutir evidências de mudanças climáticas observáveis na imagem (como áreas de seca ou inundações).
- **Energia Sustentável:** identificar a presença de fontes de energia renovável (solar, eólica) na imagem.
- **Agricultura Sustentável:** analisar áreas agrícolas buscando identificar características das suas práticas.

Espera-se que os alunos identifiquem as transformações necessárias na imagem, como aumento de brilho, ampliação, realce, entre outros, que destaquem os elementos para análise.

Após a investigação, sugere-se que os estudantes redijam um relatório com seus pareceres, apontando as características encontradas e as alterações feitas na imagem. Por fim, os alunos podem socializar seus resultados confrontando os pontos encontrados em cada análise.

Esses tópicos não só ajudam os alunos a entenderem melhor o ambiente em que vivem, mas também incentivam a reflexão crítica e o desenvolvimento de soluções práticas para problemas ambientais reais. Isso pode ser um ponto de partida para projetos interdisciplinares que envolvam ciências, geografia, biologia e até mesmo disciplinas como história e sociologia, dependendo do enfoque a ser discutido.

Além disso, é possível destacar que os pilares do PC se manifestam, ao longo dessa etapa, de forma aplicada, interdisciplinar e de maneira similar à descrita na Etapa 3. A decomposição auxilia na organização das etapas da investigação, desde a seleção e manipulação das imagens até a interpretação dos dados. O reconhecimento de padrões permite estabelecer relações entre diferentes fenômenos ambientais, enquanto a abstração contribui para a simplificação e foco nos aspectos mais relevantes de cada análise. Já os algoritmos, aplicados no processamento digital das imagens, reforçam a importância do pensamento lógico e de ferramentas computacionais para a compreensão de processos ambientais. Dessa forma, a atividade amplia as possibilidades de análise, interpretação e intervenção acerca da temática socioambiental.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta pedagógica apresentada nesta dissertação propõe uma maneira de integrar a educação ambiental ao ensino de matemática com o uso de tecnologias digitais e operações com matrizes e pode ser trabalhada de maneira interdisciplinar, já que oportuniza discussão de diversos elementos sociais, ambientais e culturais do espaço, promovendo uma conscientização crítica sobre os impactos da ação humana no meio ambiente.

O uso do Processamento Digital de Imagens (PDI) pode ser uma ferramenta que auxilia na compreensão de conceitos de maneira interativa e visual. Afora isso, promove o desenvolvimento de habilidades fundamentais do Pensamento Computacional (PC).

Os pilares do PC – decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo – foram aplicados de maneira prática, oferecendo aos estudantes a oportunidade de desenvolver um raciocínio lógico e sistemático utilizado na resolução dos problemas propostos e para a criação de soluções tecnológicas voltadas para desafios reais.

A interdisciplinaridade, conforme preconizada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), foi essencial para conectar a matemática e a educação ambiental, proporcionando aos estudantes uma formação holística. O desenvolvimento de competências investigativas, críticas e criativas, associado ao uso de tecnologias digitais, prepara os alunos para enfrentar os desafios ambientais globais de maneira proativa e inovadora.

Para pesquisas futuras, recomenda-se explorar novas abordagens interdisciplinares, ampliando o uso do pensamento computacional em diferentes níveis de ensino.

Por exemplo, na biologia, os alunos podem utilizar o pilar de reconhecimento de padrões para observar mudanças na cobertura vegetal, impacto em ecossistemas e até alterações na biodiversidade. Em geografia, a decomposição dos dados das imagens pode revelar dinâmicas territoriais e alterações no uso do solo, como o avanço de áreas urbanas e a expansão agrícola. Essas observações

permitem que os alunos analisem, por exemplo, como diferentes práticas de uso do solo podem impactar a fauna e a flora locais, promovendo uma discussão mais aprofundada sobre sustentabilidade e preservação ambiental.

No campo da física, os conceitos de radiação eletromagnética e o uso de sensores para captar imagens digitais tornam-se centrais. Através da abstração, os alunos podem simplificar as complexas interações entre a radiação e o ambiente, focando nos elementos essenciais que determinam a qualidade da imagem. Esse conhecimento é fundamental para a análise de imagens de satélite e outras tecnologias de sensoriamento remoto, que capturam dados úteis para entender fenômenos naturais e suas consequências no ambiente.

Em história, a análise de imagens ao longo do tempo permite aos alunos observarem as transformações socioambientais em uma região específica, auxiliando na decomposição dos impactos históricos da ocupação humana no território. O uso de imagens de períodos diferentes também facilita a construção de narrativas sobre mudanças sociais, urbanização e industrialização, destacando as consequências de decisões políticas e econômicas para o meio ambiente e a sociedade.

Em síntese, esta dissertação reforça a relevância de integrar o pensamento computacional e a educação ambiental ao currículo escolar. Essa abordagem oferece caminhos para tornar o ensino mais engajador e conectado com as questões globais, formando cidadãos capazes de propor soluções tecnológicas e sustentáveis para os desafios do futuro.

É igualmente importante desenvolver novos recursos didáticos que facilitem a aplicação do PDI e demais tecnologias digitais na sala de aula. Além de desenvolver sequências didáticas em outras disciplinas que precedam a aplicação do que foi proposto nesta dissertação, ou então que funcionem como complemento aos elementos estudados por ela.

REFERÊNCIAS

ADOBE. **Profundidade de bits e preferências**. 2023. Disponível em: <https://helpx.adobe.com/br/photoshop/using/bit-depth.html>. Acesso em: 10 de julho de 2024.

AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA – AEB. **Sensoriamento Remoto**. Programa AEB Escola. Brasília – DF, 2008.

ALMEIDA, A. R.; MAGRINI, L. A. A matemática das imagens digitais como recurso didático na escola básica. **C.Q.D. – Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 21, p. 18–35, dez, 2021. Disponível em: <https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v21a02-a-matematica-das-imagens-digitais.pdf>. Acesso em: 12 de maio de 2024.

ARDOIN, N. M.; BOWERS, A. W.; GAILLARD, E. Environmental education outcomes for conservation: a systematic review. **Biological Conservation**. 2020.

BARBOSA, G. S.; OLIVEIRA, C. T. Educação ambiental na Basa Nacional Comum Curricular. **Revista eletrônica do Mestrado em Educação Ambiental**. Rio Grande. v. 37, n. 1. Seção especial: XI EDEA - Encontro e Diálogos com a Educação Ambiental. p. 323-335. jan/abr. 2020.

BRACKMANN, C. P. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na educação básica**. 226 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/172208/001054290.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 19 de setembro de 2024.

BRANCO, E. P.; ROYER, M. R.; BRANCO, A. B. de G. A abordagem da educação ambiental nos PCNs, nas DCNs e na BNCC. **Nuances: Estudos sobre Educação**, Presidente Prudente, v. 29, n. 1, 2018. DOI: 10.32930/nuances.v29i1.5526. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/5526>. Acesso em: 03 de janeiro de 2025.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**, 1988. Brasília: Senado Federal, Centro Gráfico, 1988.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica**. Brasília, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php>. Acesso em: 04 jan. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 30 de novembro de 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Um pouco da história da educação ambiental**. Brasília, 2012. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/educacaoambiental/historia.pdf>. Acesso em: 23 de janeiro de 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Caderno Meio Ambiente: Educação Ambiental: educação para o consumo**. Série Temas Contemporâneos Transversais. Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Brasília, 2022. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/cadernos_tematicos/caderno_meio_ambiente_consolidado_v_final_27092022.pdf. Acesso em: 06 de agosto de 2024.

BUNDY, A. Computational Thinking is Pervasive. **Journal of Scientific and Practical Computing**, v. 1, p. 67–69, 2007. Disponível em: <https://www.inf.ed.ac.uk/publications/online/1245.pdf>. Acesso em: 15 de outubro de 2024.

COLAB GOOGLE. **O que é o Colab?** Disponível em: <https://colab.research.google.com/#scrollTo=aNuUJfwaWrni>. Acesso em: 05 de julho de 2024.

ESQUEF, R. M. Modellando situações do nosso dia a dia usando funções teto e piso. **Revista do Professor de Matemática**, n. 78, 2012. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/78/10.html>. Acesso em: 5 de julho de 2024.

GONÇALVES, M. **Processamento digital de imagens de sensoriamento remoto para análise ambiental e geográfica**. Curitiba: Intersaberes, 2023.

GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. C.. **Processamento digital de imagens**. 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. Tradução Cristina Yamagami e Leonardo Piamonte.

GOOGLE EARTH. Google, c2023. Disponível em: <https://earth.google.com/web/>. Acesso em: 5 de julho de 2024.

GOOGLE PLAY. Google, 2024. Disponível em: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.niksoftware.snapseed&hl=pt_BR&pli=1. Acesso em: 5 de julho de 2024.

HAMILTON, E. **JPEG File Interchange Format**. Milpitas, CA, 1992. Disponível em: <http://www.w3.org/Graphics/JPEG/jfif3.pdf>. Acesso em: 5 de julho de 2024.

IBAMA - INSTITUTO BRASILEIRO DO MEIO AMBIENTE E DOS RECURSOS NATURAIS RENOVÁVEIS. **Educação Ambiental: as grandes orientações da conferência de Tbilisi**. Brasília, 1996.

KNIGHT, A.T.; COOK, C.N.; REDFORD, K.H.; BIGGS, D.; ROMERO, C.; ORTEGA-ARGUETA, A.; NORMAN, C.D.; PARSONS, B.; REYNOLDS, M.; EOYANG, G.; KEENE, M. Improving conservation practice with principles and tools from systems thinking and evaluation. **Sustainability Science**, v. 14, p. 1531-1548. Monash University, Australia, 2019. Disponível em: https://researchmgt.monash.edu/ws/portalfiles/portal/289415003/264091108_oa.pdf. Acesso em: 17 de novembro de 2023.

KURSHAN, B. Thawing from a Long Winter in Computer Science Education. **Forbes**, p. 2, fev. 2016. Disponível em: <https://www.forbes.com/sites/barbarakurshan/2016/02/25/thawing-from-a-long-winter-in-computer-science-education/>. Acesso em: 11 de outubro de 2024.

LAYRARGUES, P. P. A conjuntura da institucionalização da Política Nacional de Educação Ambiental. **OLAM-Ciência & Tecnologia**, Rio Claro, v. 2, n. 1, p. 1-14, 2002.

LIUKAS, L. **Hello Ruby: adventures in coding**. Nova York: Feiweel & Friends, 2015.

MARQUES FILHO, O; VIEIRA NETO, H. **Processamento digital de imagens**. Rio de Janeiro: Brasport, 1999.

MENESES, P. R., ALMEIDA, T., ROSA, A. N., SANO, E. E., SOUZA, E. B. S., BAPTISTA, G. M. M., BRITES, R. S. **Introdução ao processamento de imagens de sensoriamento remoto**. Universidade de Brasília. Brasília, 2012. *E-book*. 275 p. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5550408/mod_resource/content/3/Livro-SensoriamentoRemoto.pdf. Acesso em: 11 de novembro de 2024.

MOREIRA, B. S. S. **Modelos Matemáticos e Educação Ambiental: Um olhar sobre a Lagoa de Maricá**. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, São Gonçalo, 2020. Disponível em: https://sca.profmtat-sbm.org.br/profmtat_tcc.php?id1=5420&id2=171052525. Acesso em: 03 de outubro de 2024.

ONU Brasil - ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS BRASIL. **Objetivo de desenvolvimento sustentável 11: cidades e comunidades sustentáveis**. 2020. Disponível em: <https://brasil.un.org/pt-br/sdgs/11>. Acesso em: 20 de novembro de 2023.

PAPERT, S. **Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas**. Nova York: Basic Books, 1980.

PIMENTEL, P. C. B.; MARCHI, C. M. D. F.; NASCIMENTO, M. C. P. Fotodiagnóstico como ferramenta metodológica em Educação Ambiental. **Revista Pesquisa em Educação Ambiental**, v. 17, n. 1, 2022. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.18675/2177-580X.2022-15139>. Acesso em: 15 de agosto de 2024.

PRATT, W. K. **Digital image processing: PIKS scientific inside**. 4. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2007.

QUEIROZ, J. E. R.; GOMES, H. M. Introdução ao processamento digital de imagens. **Revista RITA**. v. 8, 2001.

RAPELLI, O. J. **Modelagem Matemática e Educação Ambiental: Desenvolvimento de Fichas Ambientais para aplicação no Ensino Básico**. 119 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/12126/Dissertacao_Osni_Profmat_vers%c3%a3o_final_3.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 03 de outubro de 2024.

REIS, C. **Matemática e Educação Ambiental no Ensino Fundamental: a construção de cisternas e as relações de proporcionalidade**. 150 f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2022. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/24542/DIS_PPGMRN_2022_REIS_CAMILA.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 03 de outubro de 2024.

RUBIRA, F. G. Definição e diferenciação dos conceitos de áreas verdes/espços livres e degradação Ambiental/impacto Ambiental. **Caderno de Geografia**, v. 26, n. 45. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, Brasil, 2016. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/3332/333243260008.pdf>. Acesso em: 5 de julho de 2024.

SÁNCHEZ, L. E. **Avaliação de impacto ambiental: conceitos e métodos**. 3. ed., São Paulo: Oficina de Textos, 2020.

SAVIOLI, A. M. P. D.; BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L. Pensamento computacional. In: BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L. **O pensamento matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem**. 3. ed. p. 116-143. São Paulo: Livraria da Física, 2023.

TOOMEY, A. H.; KNIGHT, A. T.; BARLOW, J. Navigating the space between research and implementation in conservation. **Conservation Letters**, v. 10, p. 619-625, 2017.

VELASCO, S. L. Perfil da lei de política nacional de Educação Ambiental. **Rev. eletrônica Mestr. Educ. Ambient.**, v. 2, Jan/Fev/Mar 2000.

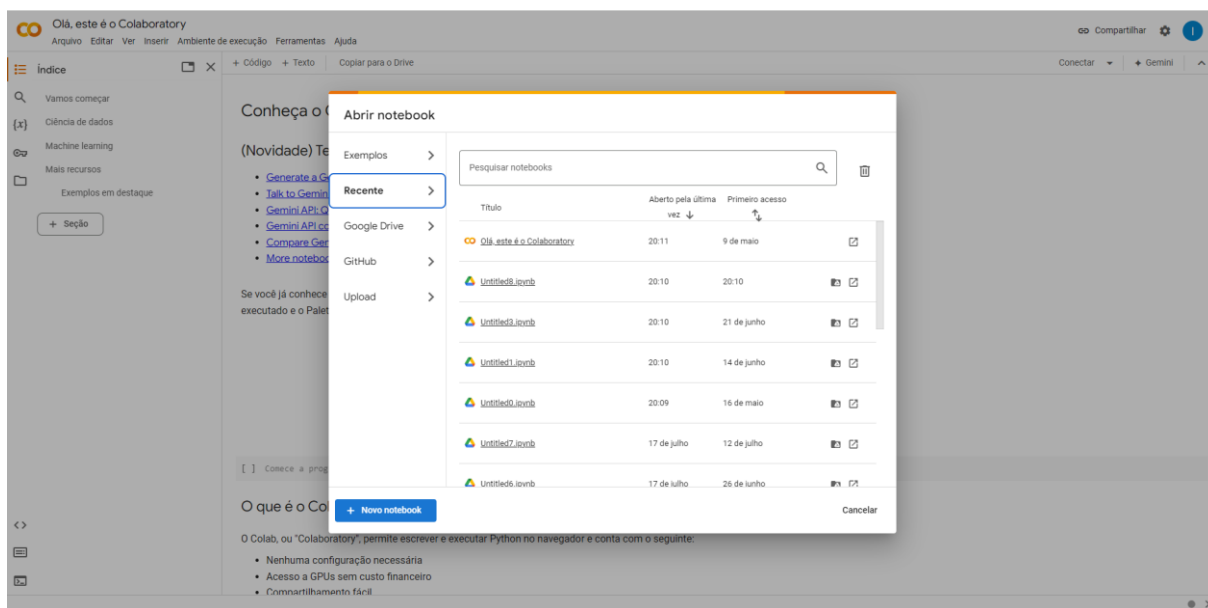
WING, J. M. Computational Thinking. **Communications of the ACM**, v. 49, n. 3, p. 33–35, 2006.

WORLD WIDE WEB CONSORTIUM. Portable Network Graphics (PNG) Specification. 2023. Disponível em: <https://www.w3.org/TR/png/#normative-references>. Acesso em: 5 de julho de 2024.

APÊNDICE A – Apresentação do ambiente *Colab Google*

Ao acessar o ambiente *Colab Google* abrirá a página como representado na Figura A.1.

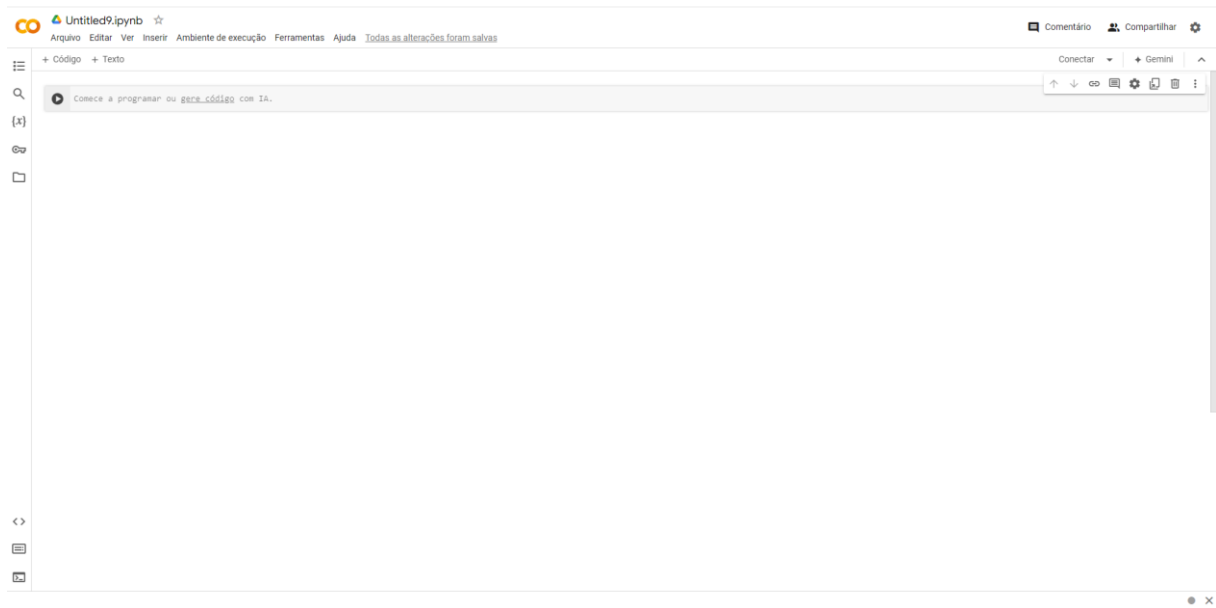
Figura A.1: Página inicial *Colab Google*.



Fonte: Colab Google, 2024.

Nesta imagem é possível visualizar um retângulo azul escrito “Novo *notebook*”. Ao clicar neste ícone o usuário é direcionado à área de trabalho onde se desenvolvem os algoritmos, como mostra a Figura A.2.

Figura A.2: Área de trabalho do Colab Google.



Fonte: Colab Google, 2024.

No canto superior esquerdo da Figura A.2 observa-se um campo onde contém o título da área de trabalho, conforme destacado na Figura A.3.

Figura A.3: Destaque para o campo do título.



Fonte: Modificado pelo autor.

Como os algoritmos ficam salvos, para facilitar futuras consultas, o título da região destacada na Figura A.3 será alterado para “EDUCAÇÃO AMBIENTAL: UMA ABORDAGEM VIA ATIVIDADE DIDÁTICA” ou qualquer outro título de preferência do usuário. Para tal, basta clicar sobre o título atual e digitar o novo.

Em alguns códigos pode ser necessário o carregamento de arquivos. Neste caso deve-se fazer o *upload* na plataforma *Colab* dos arquivos desejados disponíveis no *Google Drive* ou no próprio computador.

Para este trabalho, apenas imagens serão carregadas para a manipulação e para isso clica-se no ícone de *Arquivo* que aparece destacado em vermelho na Figura A.4.

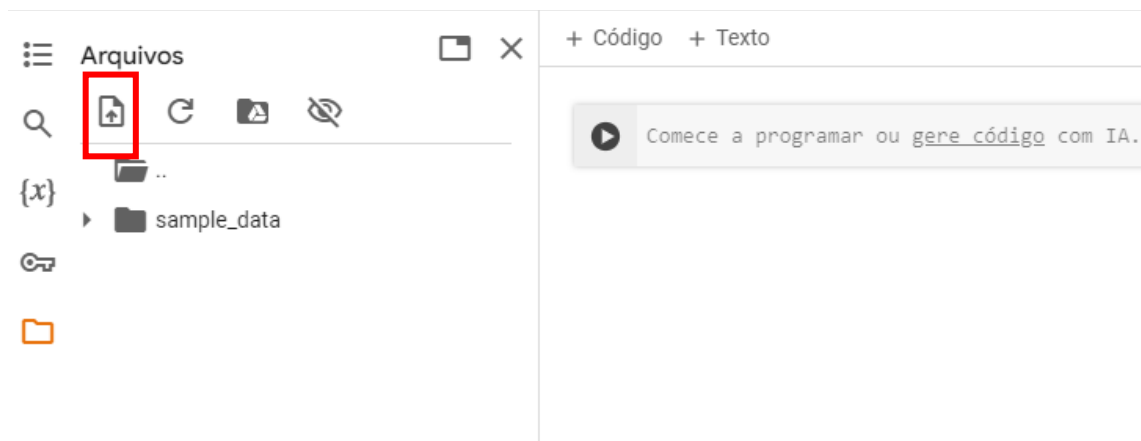
Figura A.4: Destaque para o ícone Arquivo.



Fonte: Modificado pelo autor.

Depois disso, será aberta uma nova aba na qual deve ser selecionado o ícone que dá acesso à biblioteca de arquivos do computador, como destacado em vermelho na Figura A.5.

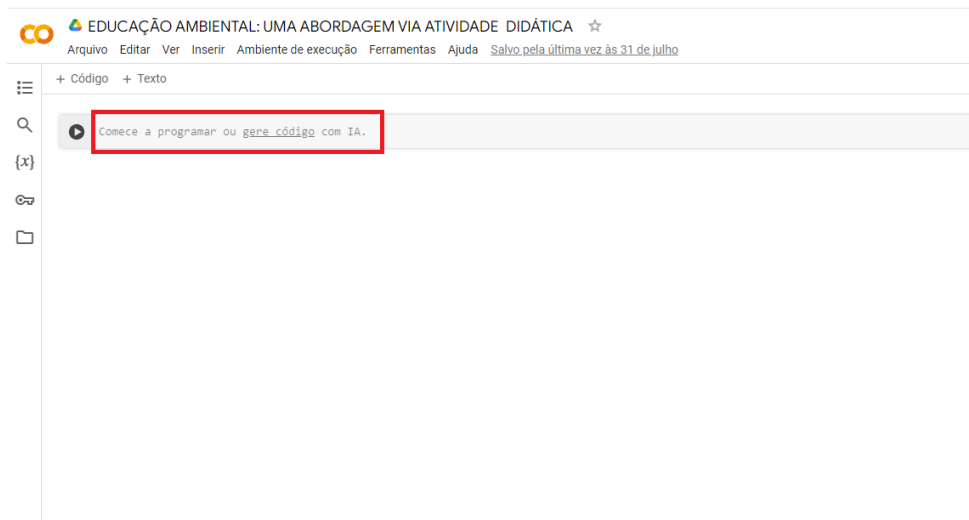
Figura A.5: Destaque para o campo de *upload* de arquivos.



Fonte: Modificado pelo autor.

Para começar a programar, o usuário clica onde mostra “Comece a programar”, conforme destacado na Figura A.6.

Figura A.6: Destaque para campo de digitação do código.



Fonte: Modificado pelo autor.

Feito isso, o usuário digita os comandos desejados para a elaboração do algoritmo e, quando finalizado, clica no ícone destacado na Figura A.7 para executá-lo.

Figura A.7: Botão de execução.

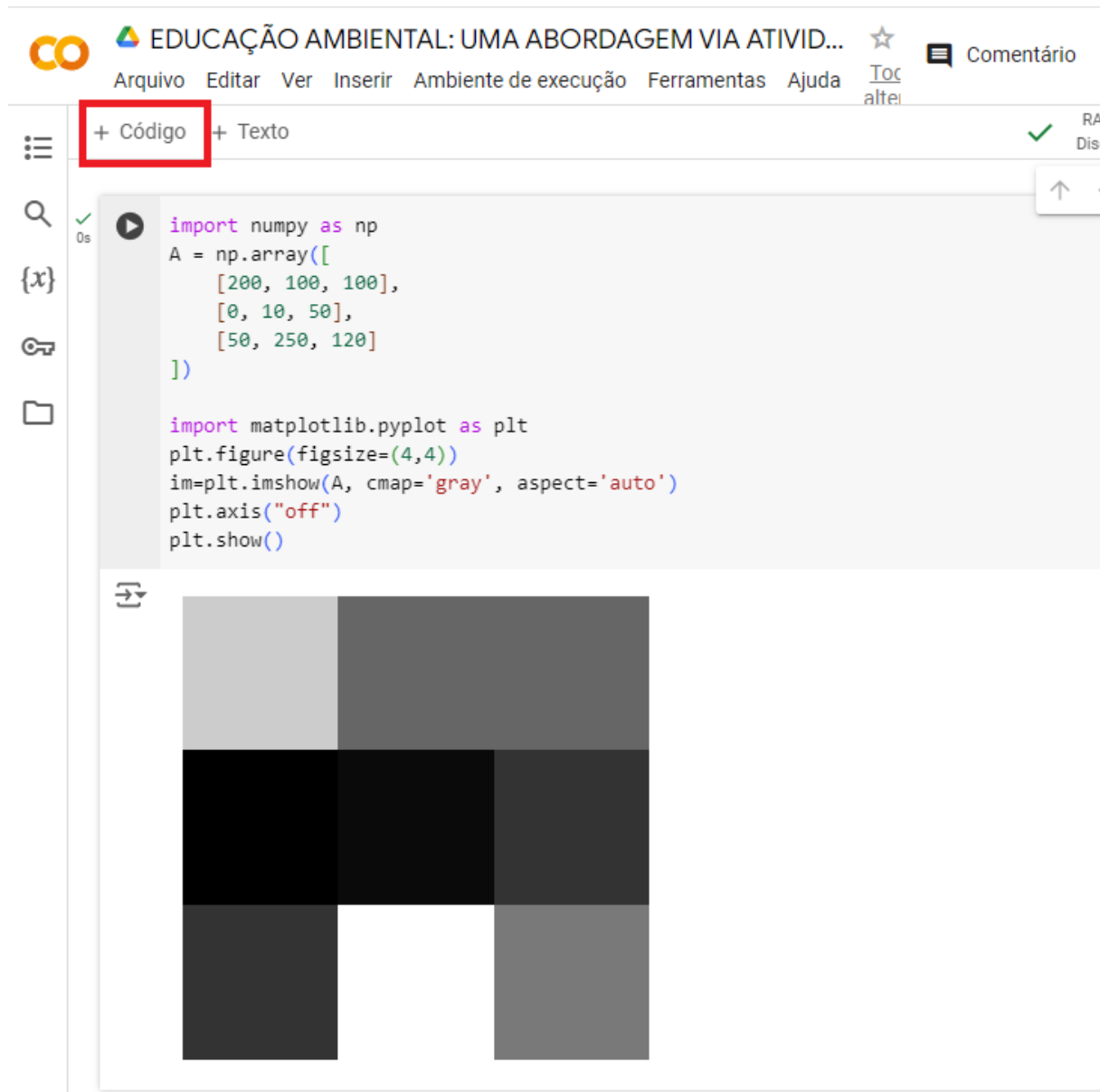


Fonte: Modificado pelo autor.

Após a execução, o produto do algoritmo é exibido logo abaixo dele. Para continuar criando algoritmos não é necessário começar um novo documento, basta

clicar no ícone “Código”, destacado na Figura A.8, que uma nova janela de programação será aberta em seguida do produto do código anterior.

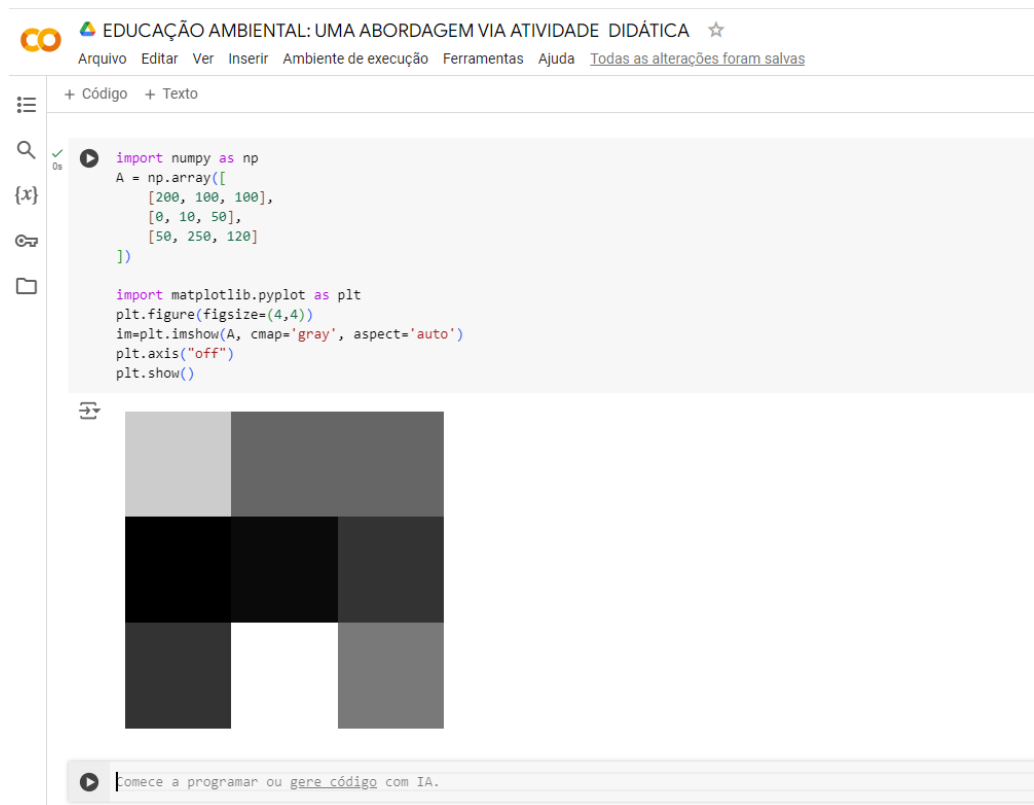
Figura A.8: Ícone para abrir nova janela de código.



Fonte: Modificado pelo autor.

Depois que clicar na região destacada pela Figura A.8 uma nova linha será aberta, assim o usuário visualizará, em sequência, o primeiro código criado, o produto desse código e a nova janela para criar outro código, conforme mostrado na Figura A.9.

Figura A.9: Visão geral do ambiente de programação.



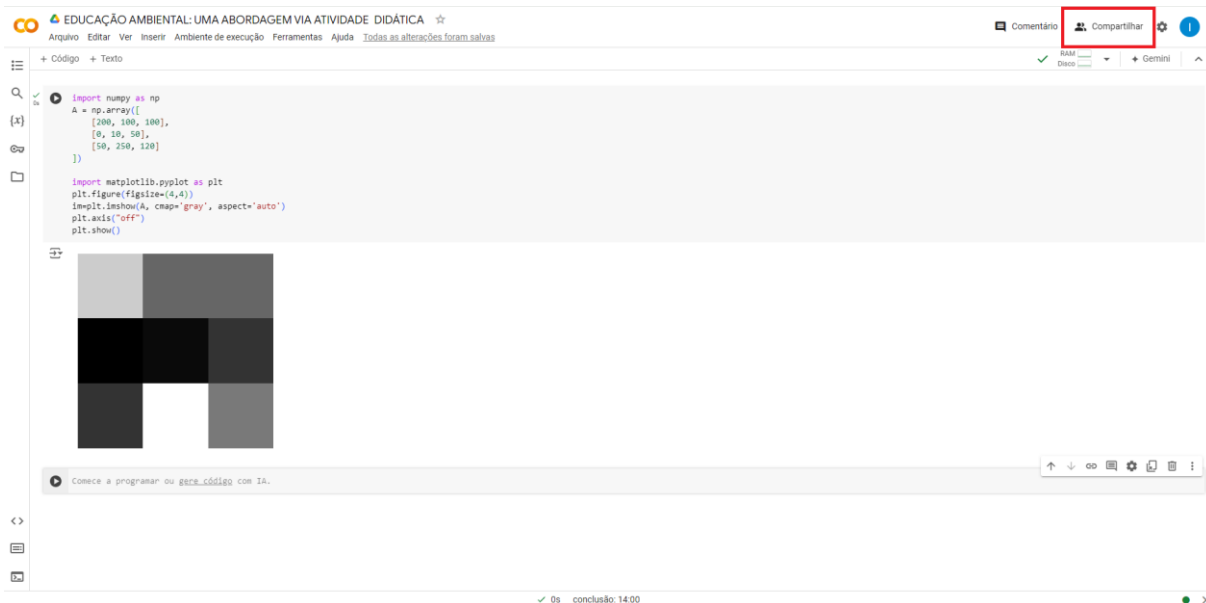
Fonte: Modificado pelo autor.

Desta forma, os algoritmos podem ser salvos de maneira conjunta, o que facilita o compartilhamento, por proporcionar a geração de um único *link* contendo os códigos produzidos.

O compartilhamento é feito seguindo os mesmos passos para compartilhar qualquer documento do *Google Drive*. Ou seja, o usuário pode adicionar colaboradores ou então escolher compartilhar o *link* diretamente, ele tem também opções de restrição de acesso ou edição.

Para ilustrar, serão dados os passos para o compartilhamento por meio da geração de um *link*. Para iniciar, deve-se clicar no ícone “Compartilhar” presente no canto superior direito da página, como destacado na Figura A.10.

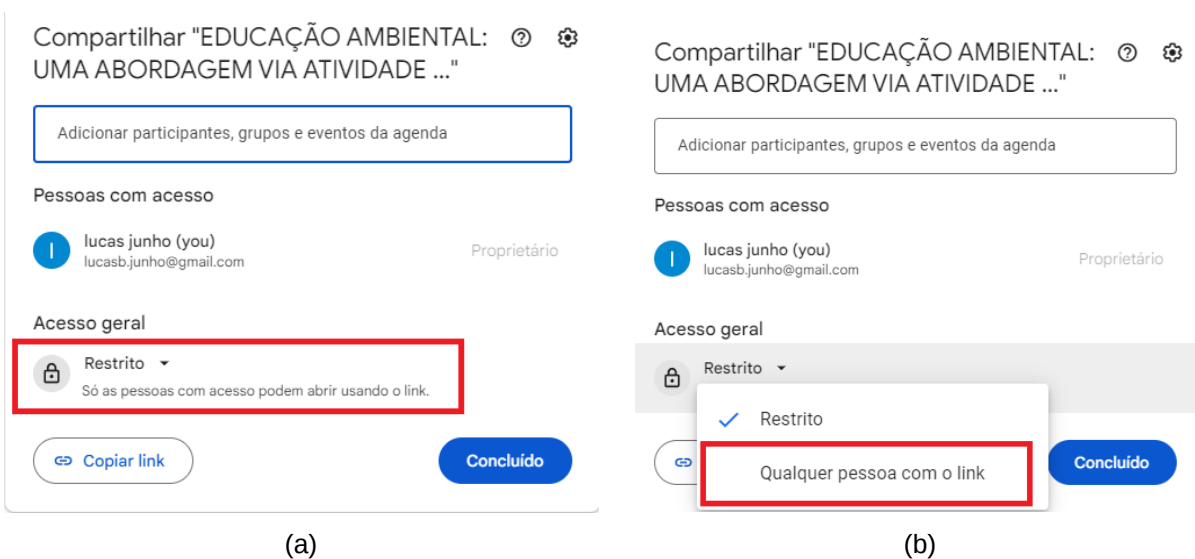
Figura A.10: Destaque ao ícone de compartilhamento.



Fonte: Modificado pelo autor.

Depois de clicar no ícone destacado na Figura A.10 abre-se uma janela onde o proprietário do documento pode adicionar participantes e dessa forma compartilhar o *link* de forma restrita com essas pessoas. Caso não seja desejado restringir a um grupo de pessoas, basta clicar em “Restrito” e alterar para “Qualquer pessoa com o *link*”, conforme Figura A.11.

Figura A.11: (a) Opção “Restrito”; (b) Selecionando “Qualquer pessoa com *link*”.



Fonte: Modificado pelo autor.

Feito isso, o editor clica em “Copiar *link*” e, em seguida, em “Concluir”. Então, basta enviar o *link* para os interessados utilizando o canal que lhe for conveniente.

APÊNDICE B – Apresentação dos algoritmos utilizados na geração das imagens da seção 3.3

Neste apêndice serão apresentados todos os algoritmos utilizados para a criação das figuras da seção 3.3 deste trabalho. Os algoritmos utilizados para a criação das figuras 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8 podem ser acessados na Plataforma *Colab Google* a partir do *link*: <https://colab.research.google.com/drive/1mmLEds4a8Tc-8KXEOPo2qrpJ8CVANVdp?usp=sharing>.

O primeiro código elaborado para criar a Figura 3.5 é apresentado na Figura B.1.

Figura B.1: Código utilizado para gerar a Figura 3.5.

```
import numpy as np
A = np.array([
    [200, 100, 100],
    [0, 10, 50],
    [50, 250, 120]
])

import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(4,4))
im=plt.imshow(A, cmap='gray', aspect='auto')
plt.axis("off")
plt.show()
```

Fonte: O autor.

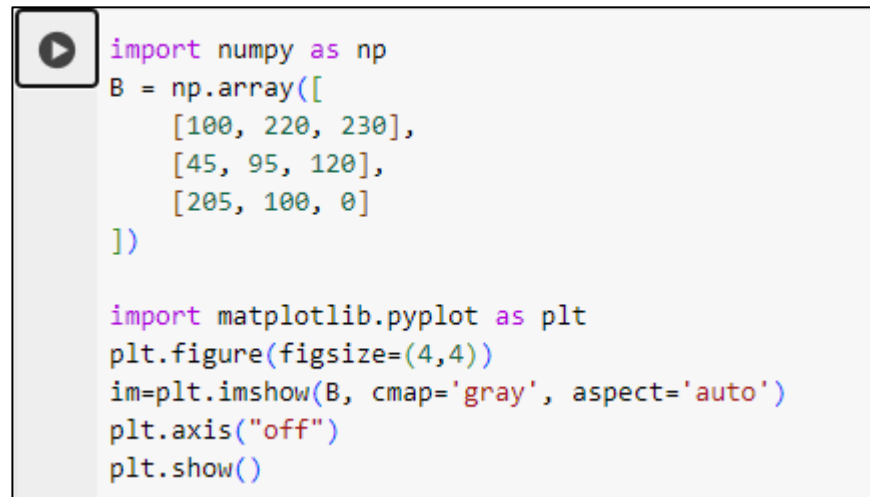
Nela é possível observar que o código utiliza as bibliotecas *numpy*, empregada para operações com *arrays* e matrizes, e *matplotlib*, para criar visualizações gráficas.

A é uma matriz 3×3 criada com *numpy*, contendo valores inteiros. Cada elemento da matriz representa a intensidade de uma cor (0 para preto, 255 para branco) na imagem em escala de cinza.

Depois de definida a matriz, criou-se uma figura com tamanho 4×4 polegadas a partir do comando *plt.figure(figsize=(4,4))*. Para exibir a matriz *A* como uma imagem em escala de cinza foi empregado o comando *plt.imshow(A, cmap='gray', aspect='auto')*. O comando *plt.axis("off")* oculta os eixos da imagem e *plt.show()* exibe a figura gerada.

Analogamente, a Figura 3.6 foi gerada a partir do algoritmo presente na Figura B.2.

Figura B.2: Código utilizado para gerar a Figura 3.6.



```
import numpy as np
B = np.array([
    [100, 220, 230],
    [45, 95, 120],
    [205, 100, 0]
])

import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(4,4))
im=plt.imshow(B, cmap='gray', aspect='auto')
plt.axis("off")
plt.show()
```

Fonte: O autor.

Os comandos são os mesmos do código anterior, o que difere são os valores dos elementos da matriz.

O passo seguinte foi a adição entre as duas matrizes para a formação da Figura 3.7, para isso foi usado o algoritmo apresentado na Figura B.3.

Figura B.3: Código utilizado para gerar a Figura 3.7.

```
import numpy as np
A = np.array([
    [200, 100, 100],
    [0, 10, 50],
    [50, 250, 120]
])
B = np.array([
    [100, 220, 230],
    [45, 95, 120],
    [205, 100, 0]
])
C = A + B

import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(4,4))
im=plt.imshow(C, cmap='gray', aspect='auto')
plt.axis("off")
plt.show()
```

Fonte: O autor.

No caso da imagem gerada a partir do algoritmo apresentado na Figura B.3, como a matriz C contém valores que variam de 45 a 350, o *imshow* exibirá a imagem com truncamento, onde valores acima de 255 serão trocados (truncamento) pelo maior valor do intervalo permitido, neste caso o próprio 255. O padrão de execução do *Colab Google* exibe, automaticamente, as imagens após o truncamento dos valores.

Para que sejam geradas imagens com a correção de *overflow* por meio da normalização, como a Figura 3.8, é necessário adicionar comandos para que sejam efetuadas as operações, como apresentado na Figura B.4.

Figura B.4: Código utilizado para geração da Figura 3.8.

```
import numpy as np
A = np.array([
    [200, 100, 100],
    [0, 10, 50],
    [50, 250, 120]
])
B = np.array([
    [100, 220, 230],
    [45, 95, 120],
    [205, 100, 0]
])
C = A + B

# Garantir que os valores estão no intervalo [0, 255] por normalização
C_min = C.min()
C_max = C.max()

C_norm = (C - C_min) / (C_max - C_min) * 255

import matplotlib.pyplot as plt
plt.figure(figsize=(4,4))
im=plt.imshow(C, cmap='gray', aspect='auto')
plt.axis("off")
plt.show()
```

Fonte: O autor.

Atribui-se às variáveis C_{min} e C_{max} os respectivos valores $C.min()$ e $C.max()$, funções da biblioteca *numpy* que retornam o menor e o maior valor, nesta ordem, presentes na matriz C . Para calcular o valor dos elementos normalizados aplica-se a equação $C_{norm} = (C - C_{min}) / (C_{max} - C_{min}) * 255$, assim tem-se a matriz com os novos valores que serão utilizados para os próximos comandos a fim de gerar a imagem desejada.

A partir da Figura 3.10, é necessário realizar a manipulação de imagens. Para tanto, recorre-se à biblioteca *PIL* (*Python Imaging Library*) que permite carregar, manipular e salvar imagens, como destacado em vermelho na Figura B.5.

Figura B.5: Código utilizado para geração da Figura 3.10.

```
from PIL import Image
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Carregar e converter as imagens em arrays numpy
# Em "IMAGEM1.PNG" deve estar o nome do arquivo da imagem escolhida que precisa
# ser previamente carregado em "Arquivos", conforme apresentado no Apêndice A.
M = Image.open("IMAGEM1.PGN")
M = np.asarray(M, dtype=np.uint8)

# Em "IMAGEM2.PNG" deve estar o nome do arquivo da imagem escolhida que precisa
# ser previamente carregado em "Arquivos", conforme apresentado no Apêndice A.
N = Image.open("IMAGEM2.PNG")
N = np.asarray(N, dtype=np.uint8)

# Somar as imagens
P = M + N

# Garantir que os valores estão no intervalo [0, 255]
P = np.clip(P, 0, 255)

# Converter o array numpy de volta para uma imagem PIL
P = Image.fromarray(P.astype(np.uint8))

# Visualizar a imagem
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.imshow(P, aspect='auto')
plt.axis("off")
plt.show()
```

Fonte: O autor.

Este código carrega duas imagens utilizando os comandos *Image.open* ("IMAGEM1.PNG") e *Image.open* ("IMAGEM2.PNG"). Neste passo é importante lembrar que as imagens precisam estar disponíveis na aba *Arquivos* do ambiente do *Colab* e o passo a passo para o carregamento da imagem está descrito no Apêndice A.

Depois que as imagens forem carregadas, devem ser convertidas em dados numéricos e isso é feito por meio do comando *np.asarray*, e para garantir que os valores dos *pixels* estejam entre 0 e 255, tipificam-se os dados utilizando *dtype = np.uint8*.

O comando *P = np.clip (p, 0, 255)* faz o truncamento dos dados, para que eles fiquem dentro do intervalo válido, 0 e 255.

Como o algoritmo inicia com a conversão da imagem em dados numéricos e deseja-se que o resultado do algoritmo seja uma nova imagem, após as manipulações algébricas necessárias, é utilizado o comando $P = \text{Image.fromarray}(p.\text{astype}(np.\text{uint8}))$ para transformar os dados numéricos de P em uma nova imagem.

No desenvolvimento das demais figuras dessa seção segue a ordem dos passos: carregamento da imagem, conversão para dados numéricos, efetuação das operações e exibição da imagem resultante.

APÊNDICE C – Apresentação dos algoritmos utilizados na geração das imagens do Capítulo 5

Neste apêndice serão apresentados os algoritmos desenvolvidos para a criação das figuras do capítulo 5. Eles podem ser acessados na Plataforma *Colab Google* a partir do link: <https://colab.research.google.com/drive/1lnXAbHQ3XgXtLr5DhZTg8aY5HBT2Cbww?usp=sharing>.

O primeiro código usado nesta etapa é mostrado na Figura C.1.

Figura C.1: Código utilizado para converter em imagem de menor resolução.

```
from PIL import Image
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def pixelate_image(image_path):
    # Abrir a imagem em preto e branco
    img = Image.open(image_path).convert('L')

    # Redimensionar a imagem para 10x10
    img = img.resize((10, 10), Image.NEAREST)

    # Converter a imagem em um array numpy
    pixel_array = np.array(img)

    # Exibir a imagem pixelada ampliada
    img = img.resize((img.width * 10, img.height * 10), Image.NEAREST)
    plt.imshow(img, cmap='gray')
    plt.axis('off') # Ocultar os eixos
    plt.show()

    return pixel_array

# Caminho da imagem de entrada
input_image_path = 'ilha.png'

# Obter a matriz 10x10 de níveis de cinza
pixel_matrix = pixelate_image(input_image_path)

# Exibir a matriz
print("Matriz de níveis de cinza (10x10):")
print(pixel_matrix)
```

Fonte: O autor.

Nele é usada a função *pixelate_image* que recebe o caminho de uma imagem e a transforma em uma versão “pixelada”, ou seja, de menor resolução. Para tanto, emprega o comando *Image.open(image_path).convert('L')*, que abre a imagem no caminho especificado e a converte para escala de cinza.

Importante destacar que a imagem usada, no caso *‘ilha.png’*, deve ter sido previamente carregada no ambiente do *Google Colab*, como explicado no Apêndice A.

Em seguida é feito um redimensionamento da imagem para um tamanho 10x10 *pixels* empregando o comando *img.resize((10,10))*. Neste passo, também foi utilizado *image.NEAREST*, para evitar a suavização da imagem e garantir os *pixels* com bordas bem definidas.

Depois dessa conversão, utiliza-se *pixel_array = np.array(img)* para retornar o valor numérico correspondente a cada nível de cinza que compõe a figura. Em seguida, tem-se o comando *img = img.resize((img.width * 10, img.height * 10), Image.NEAREST)* que efetua a ampliação da imagem e depois os comandos para exibição da imagem.

Depois seguem os comandos para a exibição da imagem ampliada e para mostrar a matriz com os valores desejados, que no caso é a linha *return pixel_array*.

Por fim, a linha *input_image_path* chama a função que efetua a diminuição da resolução da imagem e o comando *pixel_matrix = pixelate_image(input_image_path)* chama a imagem e a converte em matriz, finalizando com a linha que faz a impressão da matriz desejada.

Gerada a matriz desejada, os próximos passos fazem uso de estruturas similares às empregadas em algoritmos utilizados nas seções anteriores, tanto para as operações matriciais, quanto para manipulação de imagens.

APÊNDICE D – Banco de imagens

As imagens utilizadas neste trabalho estão disponíveis no *link*:
<https://drive.google.com/drive/folders/1-bVGTJN3aFEfKy1cohFs8oaCRuuHMwy3?usp=sharing>.