

6 “X-1 DAS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS”, UMA PROPOSTA DIDÁTICA COMO PRODUTO PROFMAT

O jogo matemático é um recurso pedagógico que proporciona tanto para o aluno como para o professor um ambiente de interação, socialização, concentração e principalmente desenvolve o raciocínio e criatividade em um processo de ensino e aprendizagem, tornando-o mais atraente e dinâmico.

Em relação ao seu uso com uma proposta de situação-problema, segundo os PCN (1998):

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (pag. 46)

Para auxiliar no ensino das Construções Geométricas elaboramos um jogo matemático, denominado como “X-1 das Construções Geométricas” que visa fixar e praticar a habilidade:

“EF08MA15: Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.”

A presente habilidade abrange conteúdos geométricos sobre Ângulos e Polígonos, mas os conhecimentos desenvolvidos no jogo se concentram no tema Ângulos, além disso, conceitos sobre Mediatriz e Bissetriz são constantemente aplicados na dinâmica do jogo proposto, alcançando assim, outra habilidade indicada pela BNCC:

“EF08MA17: Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.”

O jogo foi elaborado pelo autor dessa pesquisa, mas teve como referência na criação de regras, estrutura e dinâmica o jogo infantil “finca” ou “fura pé”, que é jogado por duas pessoas ou mais, com um objeto pontiagudo para fazer pontos no chão batido, traçando linhas de ponto a ponto, de modo que o adversário fique sem saída.

Figura 16: Imagem do jogo “fura pé”



Fonte: Elaborado pelo autor

Usamos essa regra e acrescentamos a condição de usar ângulos para direcionar os segmentos construídos, com o tamanho desses segmentos fixos e a área do jogo em um espaço delimitado por uma circunferência.

Assim, o jogo proposto é capaz de conduzir o aluno a estimular a materialização e visualização geométrica da definição de ângulos em relação a abertura entre duas retas e das direções em que as retas são construídas a partir do ângulo notável escolhido. Além disso, o aluno tende a aprimorar o domínio dos instrumentos de desenho e dos procedimentos das Construções Geométricas.

Tais objetivos tornam o jogo proposto uma alternativa para que o professor desvie do método tradicional da lista de exercício. Como é um jogo estruturado para ser aplicado após a exposição dos conceitos envolvidos na habilidade EF08MA15, a sua aplicação assemelha a lista de exercício com a intenção de fixar o conhecimento exposto, porém, de forma interativa e competitiva.

Para iniciar o jogo é necessário possuir os materiais: régua, compasso, folha A4, canetas e arena. No caso da régua e compasso, podem ser substituídos pelos esquadros.

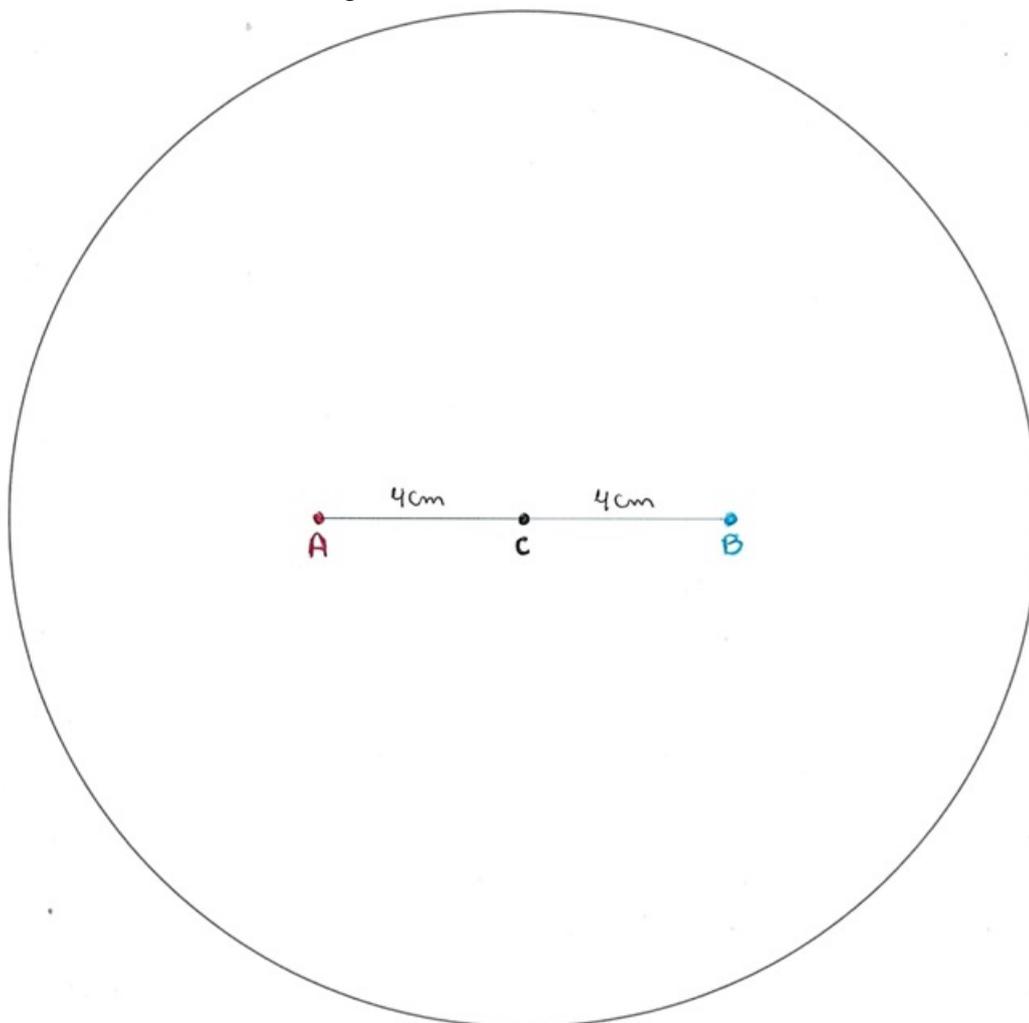
A arena do jogo pode ser impressa pronta para jogar ou construí-la. Inicialmente o formato da arena é uma circunferência, mas pode ser alterada, por exemplo, em vez de ser um círculo, podemos usar um hexágono regular ou octógono regular.

O passo a passo da construção da arena segue abaixo:

- a) construa uma circunferência de centro C e raio de medida 10 cm;

b) trace um segmento de reta AB de medida 8 cm, com centro C sendo ponto médio de AB como mostra a figura a seguir.

Figura 17: Modelo da arena



Fonte: Elaborado pelo autor

Como podemos ver, a arena do jogo possui dois pontos iniciais, cada jogador deverá escolher um, e poderá nomeá-los com uma letra de sua preferência, no caso da imagem anterior, foi A e B.

Na primeira rodada, o jogador 1 deverá construir um novo segmento AD de medida 3 cm, 4 cm ou 5 cm, sendo que o ângulo deverá ser sobre o segmento AB com vértice em A e deve medir 30° , 45° , 60° ou 90° . O jogador 2 deverá fazer o mesmo procedimento.

Na segunda rodada, o jogador 1 deverá construir um novo segmento DE com as medidas 3 cm, 4 cm ou 5 cm, sendo que o ângulo deverá ser sobre o segmento AD com vértice em D e deve medir 30° , 45° , 60° ou 90° . O jogador 2 deverá fazer o mesmo procedimento.

Assim o procedimento vai se repetindo, até que o jogador 1 ou 2 fique sem jogadas, ou seja, sem movimentos que atenda as regras do jogo.

A utilização dos ângulos de medidas 30° , 45° , 60° ou 90° devem ser de acordo com o nível de domínio das construções com régua e compasso. Podemos usar os ângulos 60° ou 90° para um nível fácil, e com os acréscimos dos ângulos 30° e 45° para um nível difícil. O grau de dificuldade está no uso da construção da Mediatriz com a Bissetriz.

Há duas opções de estratégias: o jogador poderá construir os segmentos com finalidade de ocupar o espaço da arena com o máximo de movimentos possíveis e/ou o jogador poderá construir os segmentos a fim de deixar o adversário sem nenhum movimento. Todavia, o desenvolvimento dessas estratégias dependerá da criatividade e raciocínio do jogador.

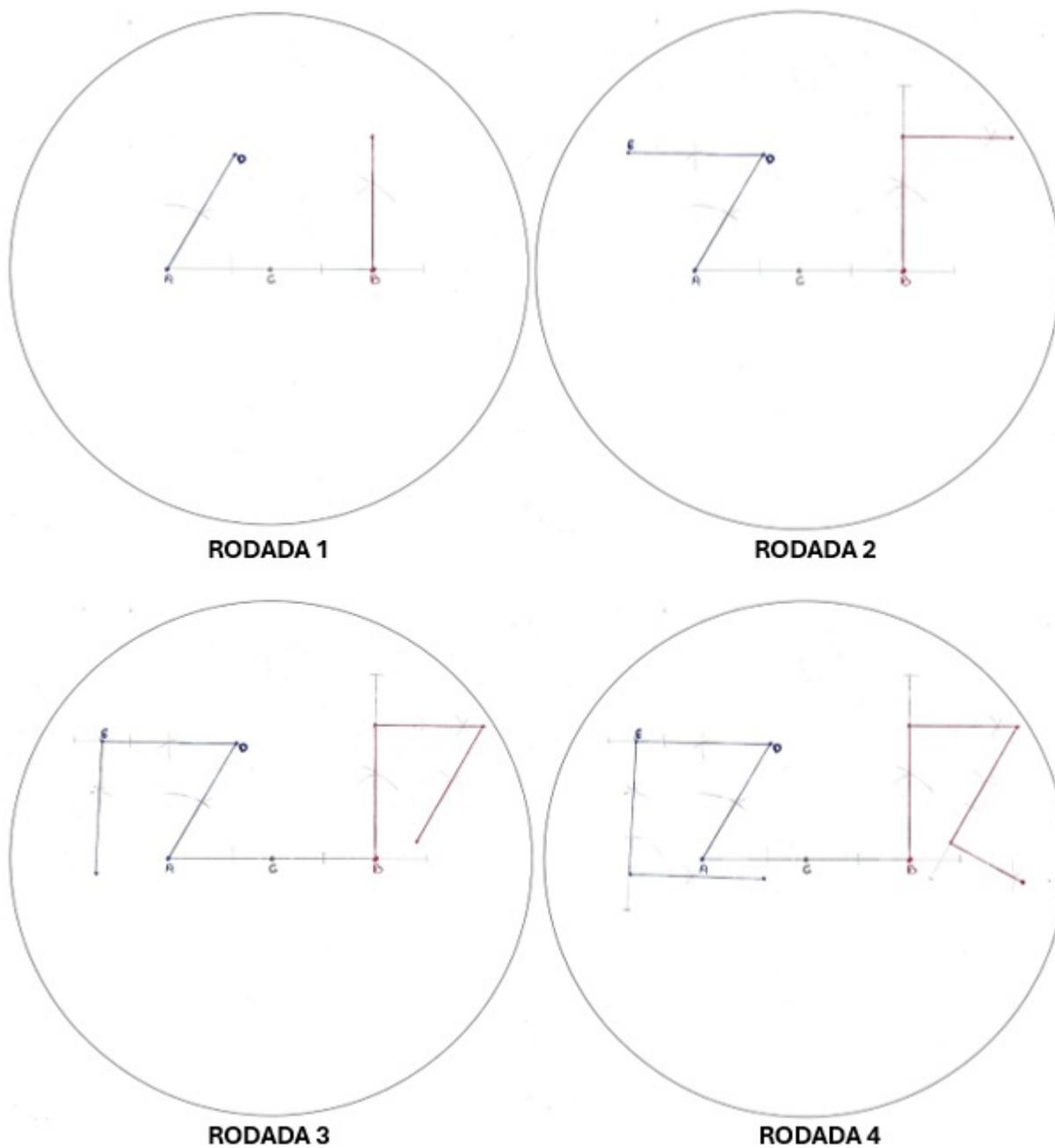
Os movimentos estão restritos pelas regras a seguir:

- a) o novo ponto não pode pertencer a um segmento já existente;
- b) o novo segmento não pode concorrer ou coincidir a uma reta já existente;
- c) o Tanto o novo ponto como o novo segmento não deverá coincidir ou ultrapassar o limite da arena.

No Apêndice B está o folder do jogo com o manual de regras. Vejamos uma partida como exemplo:

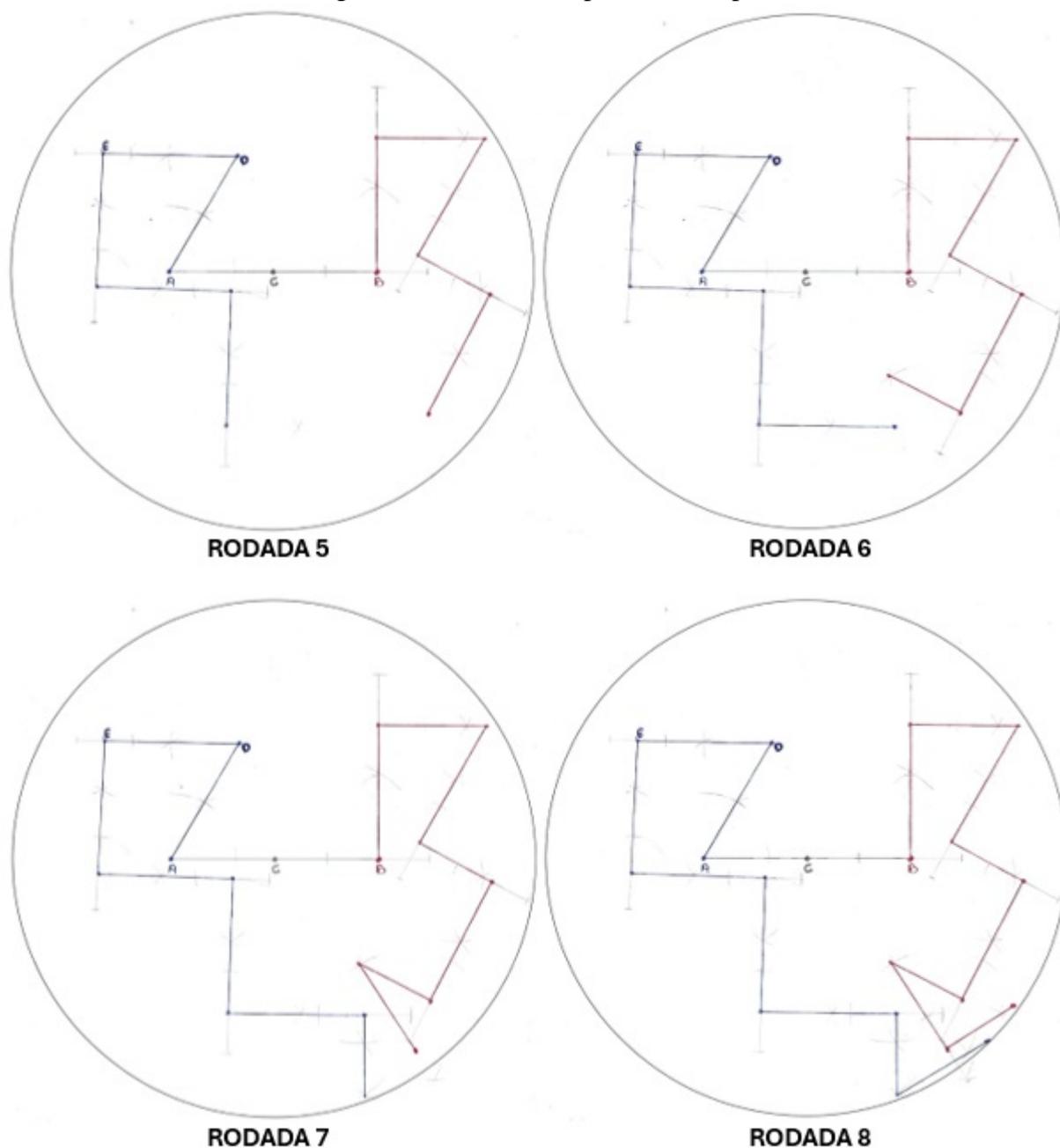
6.1 Partida-exemplo

Figura 18: Rodadas da partida-exemplo



Elaborado pelo autor

Figura 19: Rodadas da partida-exemplo



Fonte: Elaborado pelo autor

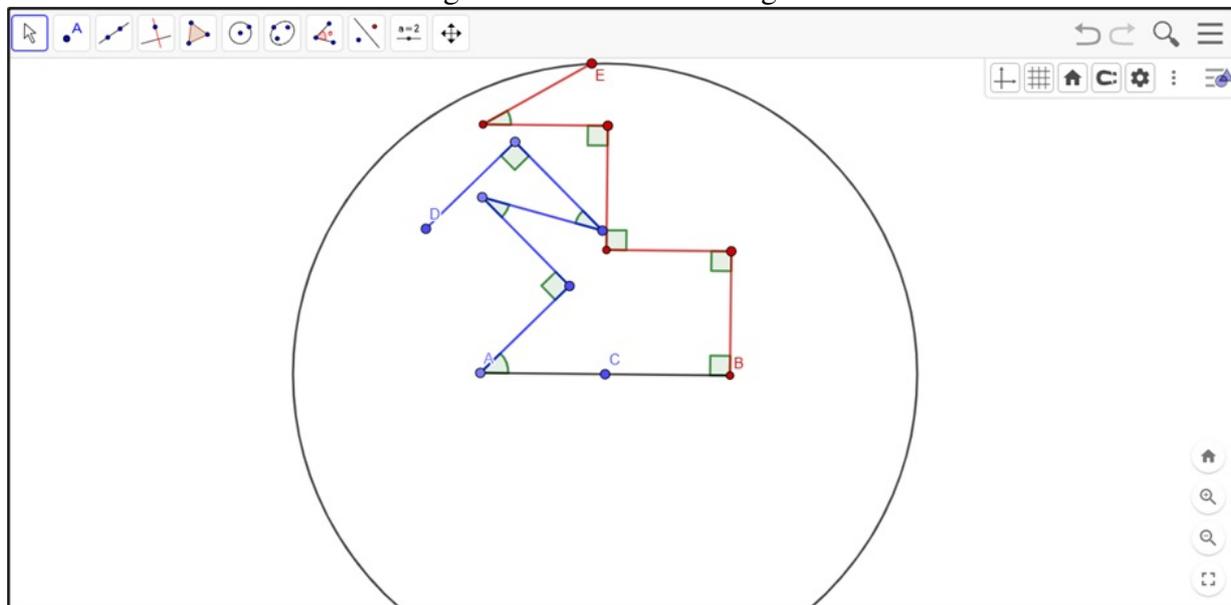
Temos o jogador com linha azul começando em A e o jogador com linha vermelha começando em B. O jogador da linha vermelha é o vencedor da partida por deixar o jogador da linha azul sem movimentos.

6.2 Possibilidades e variações

O jogo pode ser desenvolvido na plataforma do Geogebra. Além de compreender as regras do jogo, o jogador deve entender o uso de ferramentas da plataforma como a construção de um

ângulo com dada amplitude no sentido horário e anti-horário, outras ferramentas são usuais e básicas para quem já conhece a plataforma. Além disso, a medida do segmento deverá ser fixa para facilitar a dinâmica do jogo.

Figura 20: Partida no Geogebra



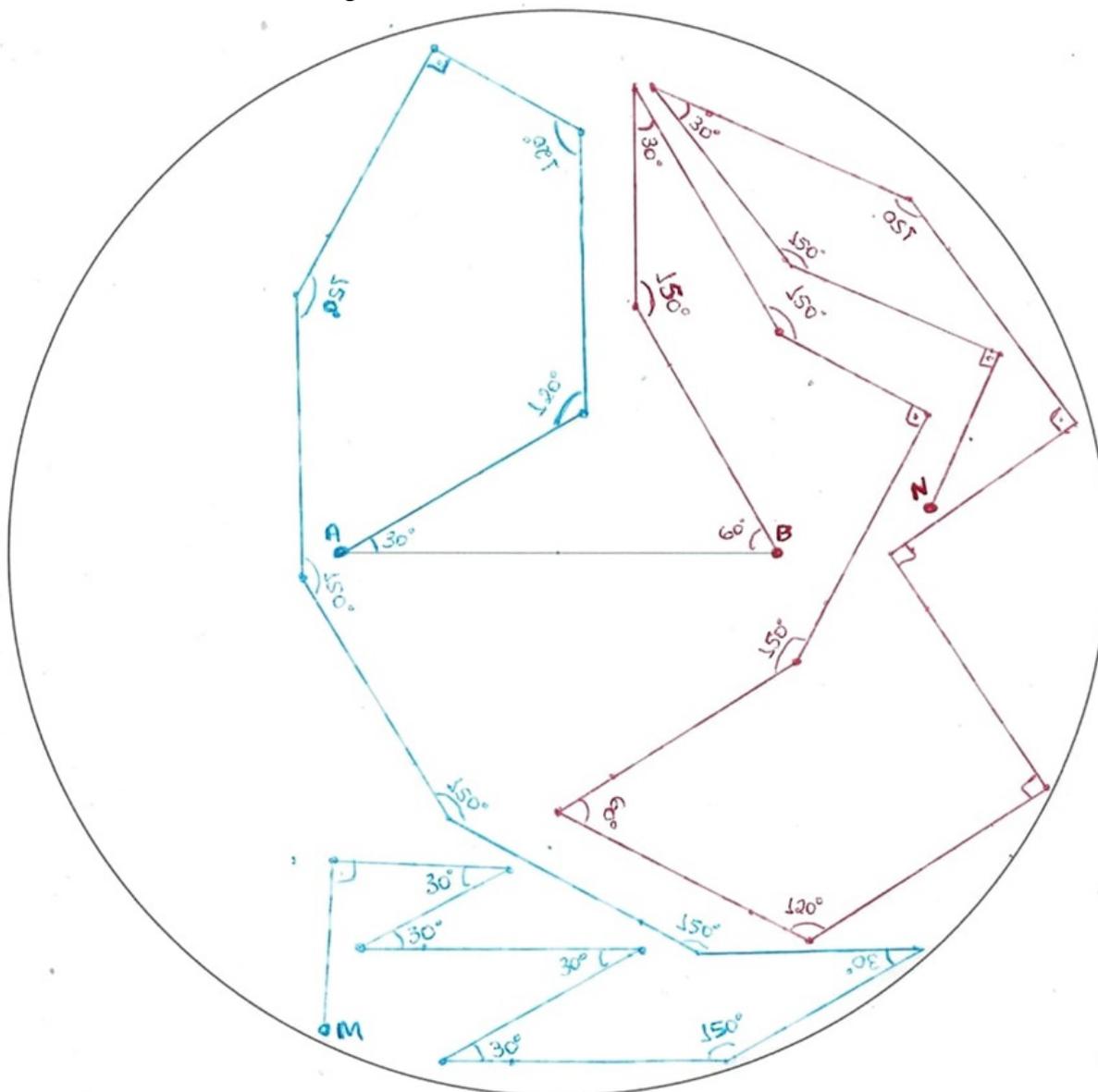
Fonte: Geogebra

Temos o jogador com linha azul começando em A e o jogador com linha vermelha começando em B. O jogador da linha azul ganhou por ter mais espaço e possibilidades de movimentos no ponto D, enquanto o jogador da linha vermelha cometeu uma inflação ao traçar o ponto E na circunferência da arena.

Em relação os instrumentos de desenho usados, a partida pode ser realizada usando o transferidor com a possibilidade de construção e uso de ângulos de 30° , 60° , 90° , 120° e 150° , aumentando as variações de estratégias de direcionamentos dos segmentos, permitindo o jogo a ganhar mais flexibilidade.

Com uso do transferidor, evidenciamos o desenvolvimento de um descritor cobrado pelas provas do Saeb: *D6 – reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não-retos.*

Figura 21: Partida usando o transferidor



Fonte: Elaborado pelo autor

Na figura 21, temos o jogador com linha azul começando em A e o jogador com linha vermelha começando em B. O jogador da linha azul ganhou por ter mais espaço e possibilidades de movimentos no ponto M, enquanto o jogador da linha vermelha com nenhum movimento no ponto N.

Podemos restringir a medida do ângulo ser apenas 90° , assim o aluno construirá retas perpendiculares usando régua e esquadros, isso atenderá uma habilidade do 6º ano:

EF06MA22: Utilizar instrumentos, como régua e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. Ao retirar a condição dos ângulos, restringir construções de segmento de medida 4 cm, e uso apenas do compasso, o jogador terá movimentos limitados a pontos equidistantes do ponto de origem, ou

seja, uso da definição de circunferências. Sendo assim, alcançaremos uma habilidade do 7º ano:

***EF07MA22:** Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.*

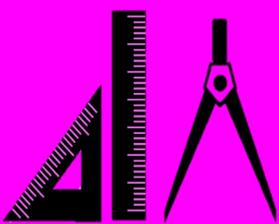
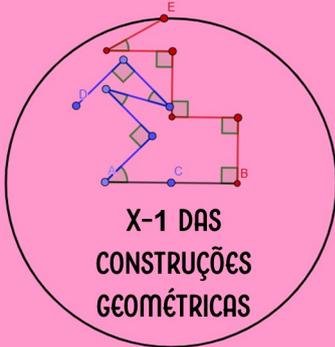
O jogo é uma proposta didática que não está com a metodologia fechada, ou seja, por mais que a ideia inicial seja fixar o conhecimento desenvolvido na habilidade EF08MA15, podemos realizar adaptações de suas regras para alcançar tanto outras habilidades referente a Construções Geométricas como no ensino da Matemática.

O jogo está inserido como um recurso didático em um plano de aula composto por 4 aulas sobre o ensino da habilidade EF08MA15. Os quais serão organizados em um material de formato de cartilha, além de ser o nosso Produto Educacional exigido pelo programa PROFMAT, será uma ferramenta pedagógica para os professores de Matemática.

As aulas estão apresentadas no Apêndice C.

APÊNDICE B – FOLDER DO JOGO MATEMÁTICO

ESTE JOGO, DE AUTORIA PRÓPRIA COM INSPIRAÇÃO NO JOGO INFANTIL “FURA PÉ” OU “FINCA”, TEM O OBJETIVO DE FIXAR E EXERCITAR OS CONHECIMENTOS DAS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS, COMO A CONSTRUÇÃO DE ÂNGULOS DE 30° , 45° , 60° E 90° , BEM COMO NA CONSTRUÇÃO DE MEDIATRIZ E BISSETRIZ, USANDO RÉGUA E COMPASSO, E OUTROS INSTRUMENTOS DE CONSTRUÇÃO OU DESENHO DISPONÍVEIS.

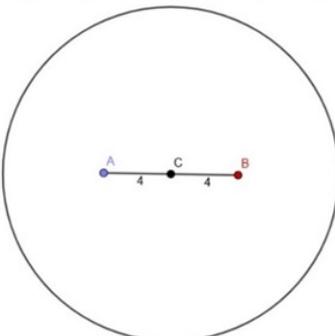



X-1 DAS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

DESCRIÇÃO DO JOGO:

O JOGO CONSISTE EM ARENA CONSTRUÍDA DA SEGUINTE FORMA:

- 1 – CONSTRUA UMA CIRCUNFERÊNCIA DE CENTRO C E RAIOS DE MEDIDA 10 CM.
- 2 – TRACE UM SEGMENTO DE RETA DE MEDIDA 8 CM, COM CENTRO C SENDO PONTO MÉDIO DE AB COMO MOSTRA A FIGURA AO LADO.



COMPONENTES DO JOGO:

1 ARENA; COMPASSO E RÉGUA (OU ESQUADROS); LÁPIS; BORRACHA; CANETA.

REGRAS DO JOGO:

COMO PODEMOS VER, A ARENA DO JOGO POSSUI DOIS PONTOS INICIAIS, CADA JOGADOR DEVERÁ ESCOLHER UM PARA COMEÇAR.

O JOGADOR 1 DEVERÁ CONSTRUIR UM NOVO SEGMENTO AD DE MEDIDA 3 CM, 4 CM OU 5 CM, SENDO QUE O ÂNGULO DEVERÁ SER SOBRE O SEGMENTO AB COM VÉRTICE EM A E DEVE MEDIR 30° , 45° , 60° OU 90° . O JOGADOR 2 DEVERÁ FAZER O MESMO PROCEDIMENTO.

NA SEGUNDA RODADA, O JOGADOR 1 DEVERÁ CONSTRUIR UM NOVO SEGMENTO DE COM O ÂNGULO SOBRE O SEGMENTO AD COM VÉRTICE EM D . O JOGADOR 2 DEVERÁ FAZER O MESMO PROCEDIMENTO.

ASSIM O PROCEDIMENTO VAI SE REPETINDO, ATÉ QUE ALGUÉM FIQUE SEM MOVIMENTOS.

RESTRITÕES:

O NOVO SEGMENTO NÃO PODE CONCORRER OU COINCIDIR A UMA RETA JÁ EXISTENTE, E NEM DEVERÁ COINCIDIR OU ULTRAPASSAR O LIMITE DA ARENA.

APÊNDICE C – AULAS PARA O PRODUTO EDUCACIONAL

AULA 1

Série: 8º ano do Ensino Fundamental

Carga horária: 2 aulas de 45 minutos cada

Unidade temática: Geometria

Objeto do conhecimento: a circunferência como lugar geométrico

Habilidade: **(EF07MA22)** construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.

Recursos: caderno de desenho ou papel sem pauta, régua e compasso para alunos e para o professor, lápis, borracha, quadro branco, canetas piloto.

Observa-se que é habilidades da série anterior, tendo como foco o uso do compasso nas construções de circunferências. Nesta aula devemos observar os conhecimentos prévios dos alunos, revisar e aprofundar essa habilidade.

A Aula 1 está dividida em dois momentos:

1º momento:

O 1º momento tem como objetivo proporcionar ao aluno a familiarização do uso do compasso. De acordo com a nossa pesquisa, provavelmente o aluno não conheça o instrumento, ou se conhecer, não possui o domínio do manuseio. Assim devemos realizar construções usando o compasso e régua no quadro branco, mostrar o uso desses instrumentos no software Geogebra, e improvisar um compasso caseiro igual ou semelhante ao do vídeo no YouTube <https://youtu.be/oDZk-3diuxo?si=V9d8eoDEBQa8jYH0>.

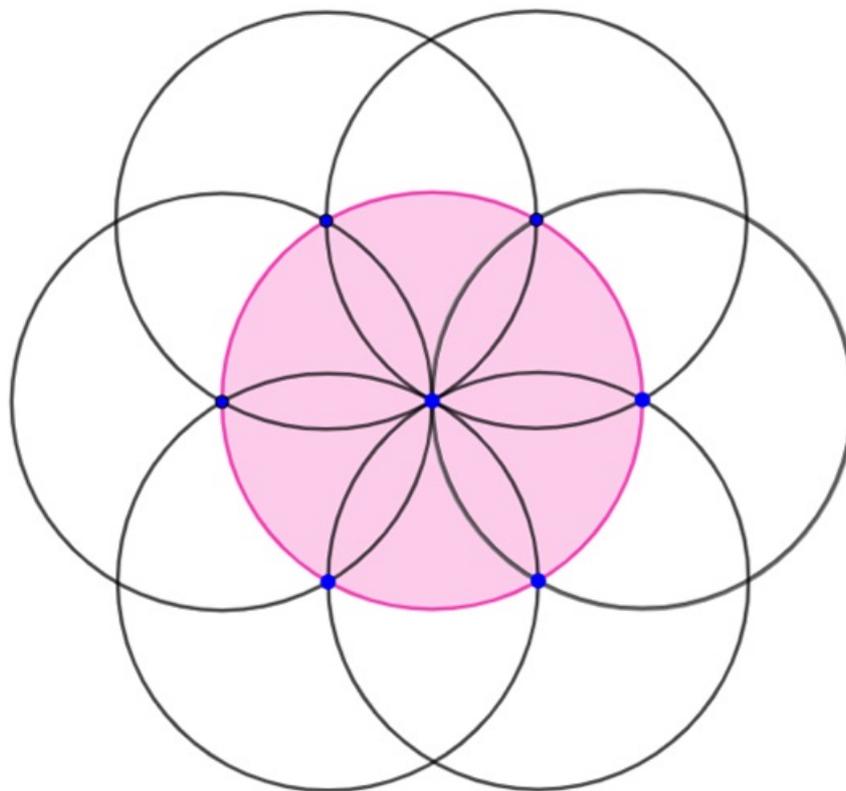
É importante relembrar conceitos geométricos como pontos e retas, e como o assunto principal é sobre as circunferências, iniciar a ideia básica sobre lugar geométrico.

2º momento:

O 2º momento é a aplicação da atividade 1, o qual tem a finalidade de construir circunferências para formar desenhos simétricos e figuras geométricas. Apresentaremos as figuras e fornecemos um tempo para que os alunos as construam por tentativas e depois apresentar as possíveis soluções. O desenho deve ser feito no papel, mas podendo ser ampliado para o uso do Geogebra.

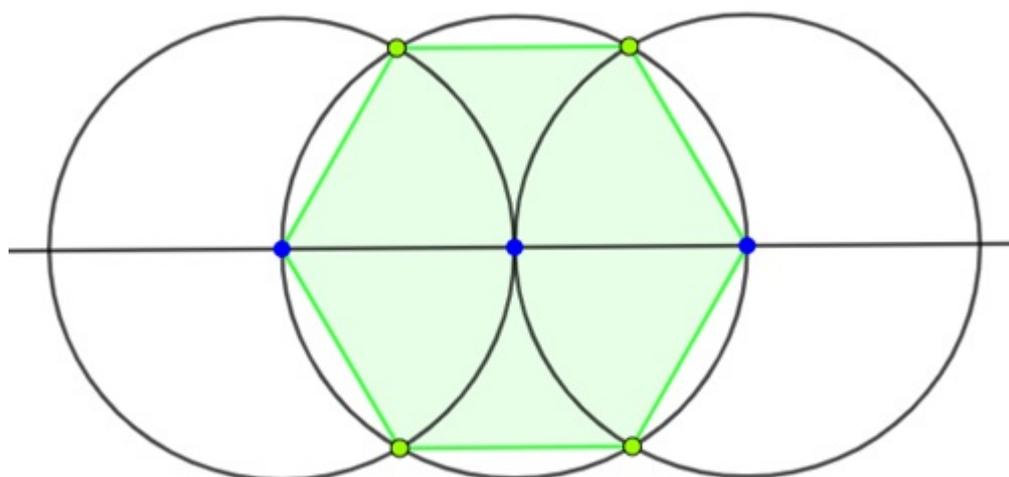
Atividade 1: reproduzir as figuras a seguir usando compasso e régua. Os pontos azuis são o centro de circunferências de medida 4 cm.

Construção de uma flor.



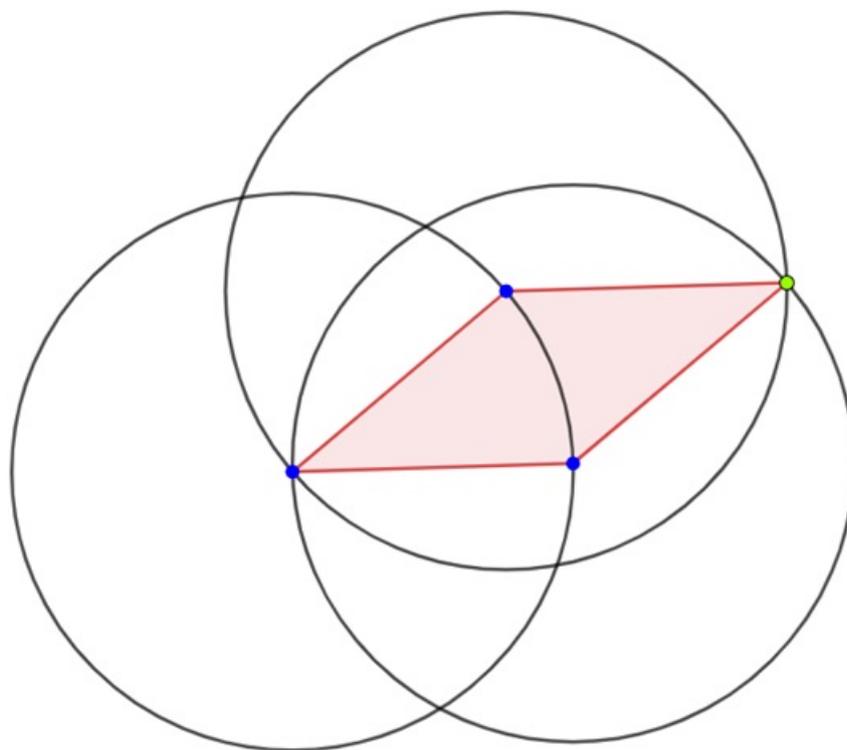
Fonte: Elaborado pelo autor

Construção de um hexágono.



Fonte: Elaborado pelo autor

Construção de um losango.



Fonte: Elaborado pelo autor

Por fim, observemos o desempenho dos alunos em relação ao domínio dos instrumentos utilizados, pois serão importantes para o desenvolvimento da próxima aula.

AULA 2

Série: 8º ano do Ensino Fundamental

Carga horária: 2 aulas de 45 minutos cada

Unidade temática: Geometria

Objeto do conhecimento: construções geométricas: ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares

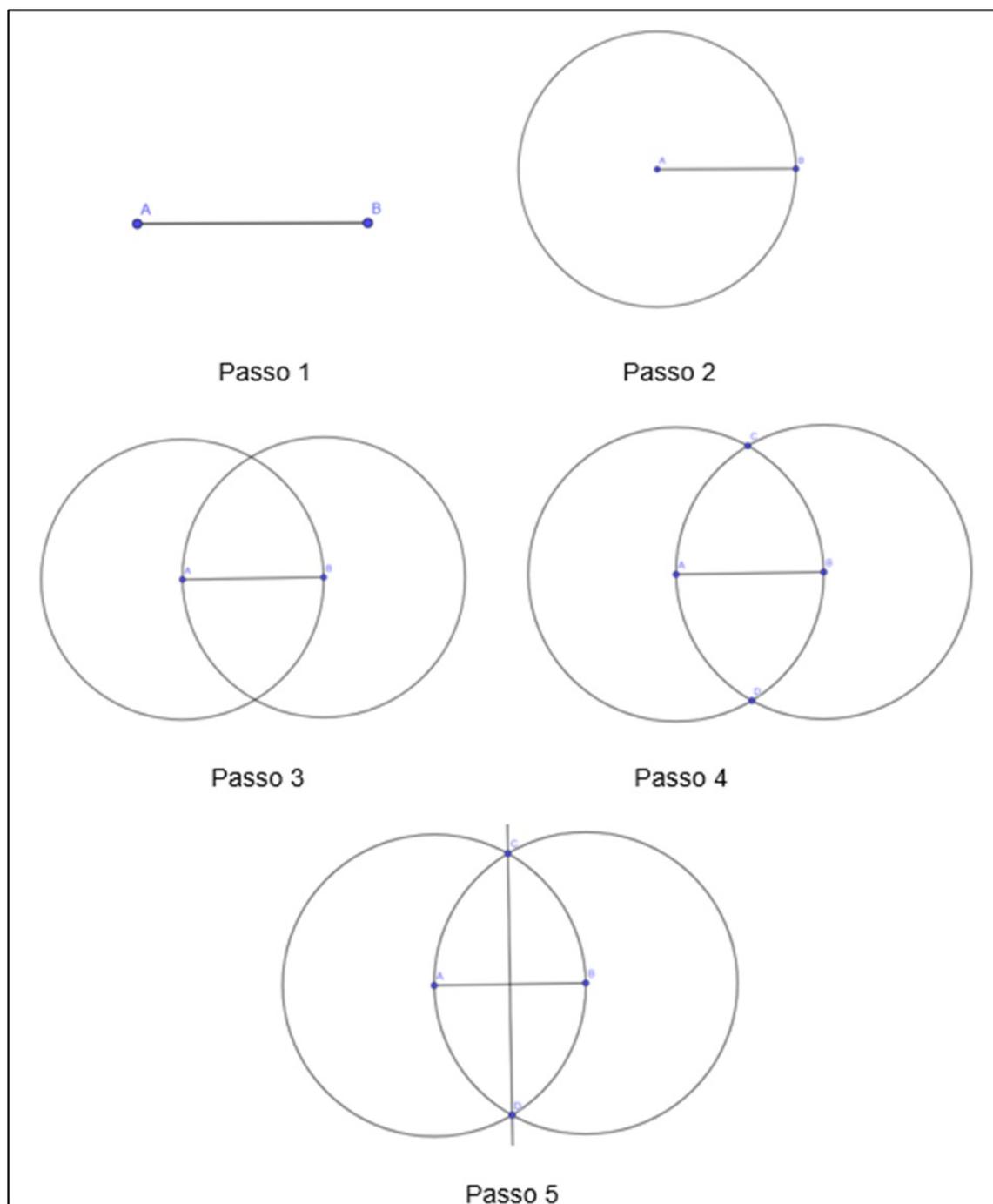
Habilidade: **(EF08MA15)** construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Recursos: caderno de desenho ou papel sem pauta, régua e compasso para alunos e para o professor, transferidor, lápis, borracha, quadro branco, canetas piloto.

Inicialmente, é necessário revisar o conceito de ângulos, com sua grandeza de medida e seu principal instrumento de medição. Logo a seguir, inicia a definição de Mediatriz como lugar geométrico. O uso de dobraduras com papéis é importante para que os alunos materializem o conceito antes de iniciar a construção com régua e compasso.

A partir disso, vamos iniciar a construção da Mediatriz de um segmento dado. Vejamos na próxima página o passo a passo

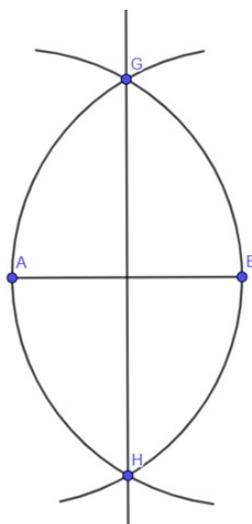
Construção da Mediatriz do segmento AB



Fonte: Elaborado pelo autor

Na construção anterior usamos circunferências para utilizar o conhecimento desenvolvido na aula anterior. Para deixar a visualização da construção mais limpa, usaremos arcos, obtemos assim a seguinte imagem:

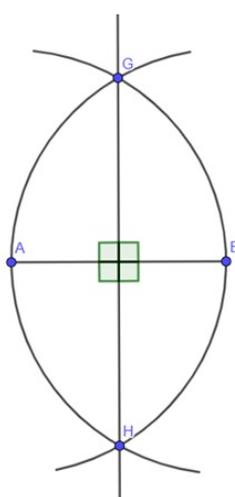
Imagem da construção com arcos



Fonte: Elaborado pelo autor

Com o conceito de Mediatriz, revisamos as retas perpendiculares, arcos e consequentemente, podemos iniciar a construção do ângulo de 90° utilizando o mesmo passo a passo da construção da Mediatriz do segmento AB.

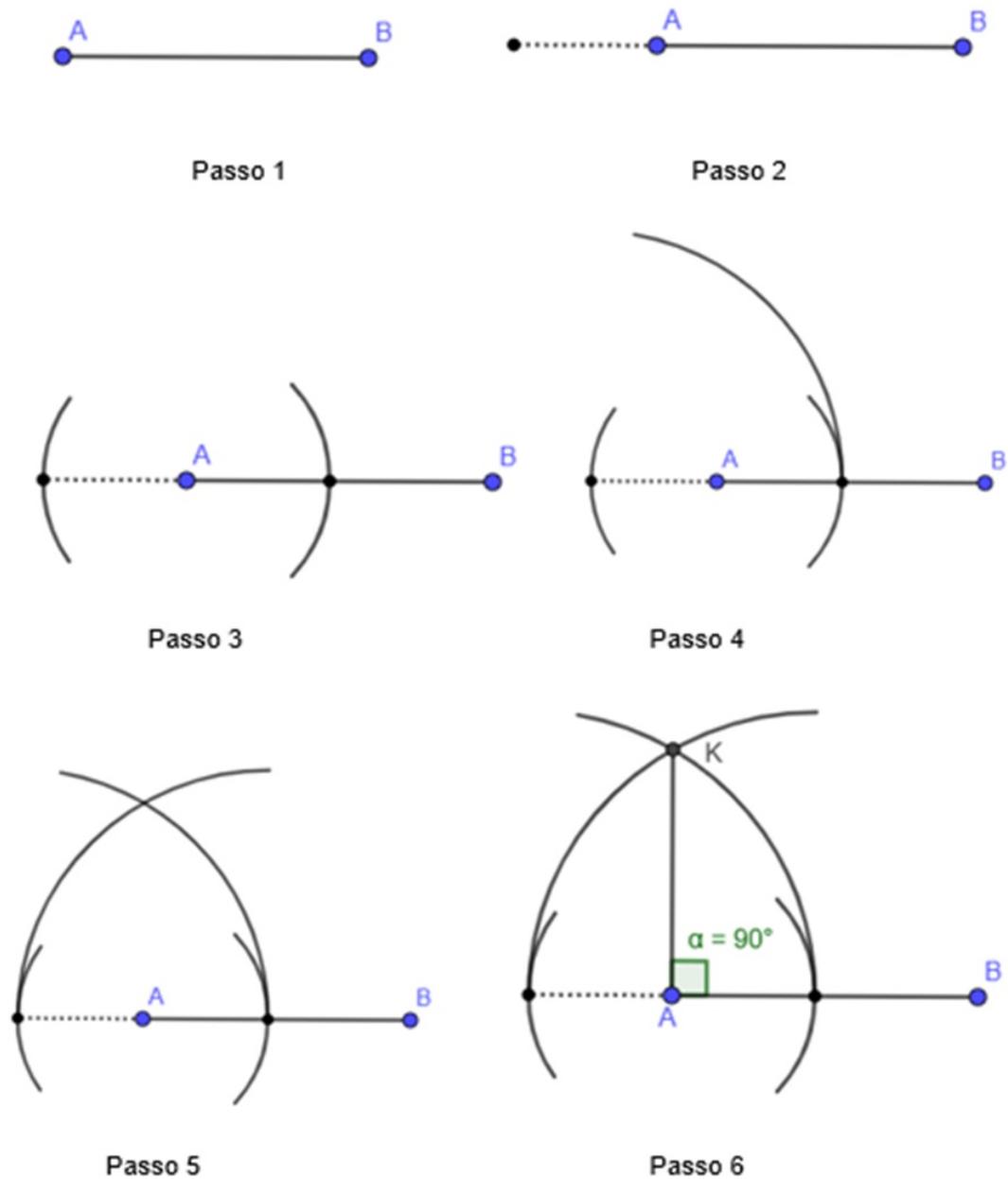
Imagem da construção do ângulo de 90°



Fonte: Elaborado pelo autor

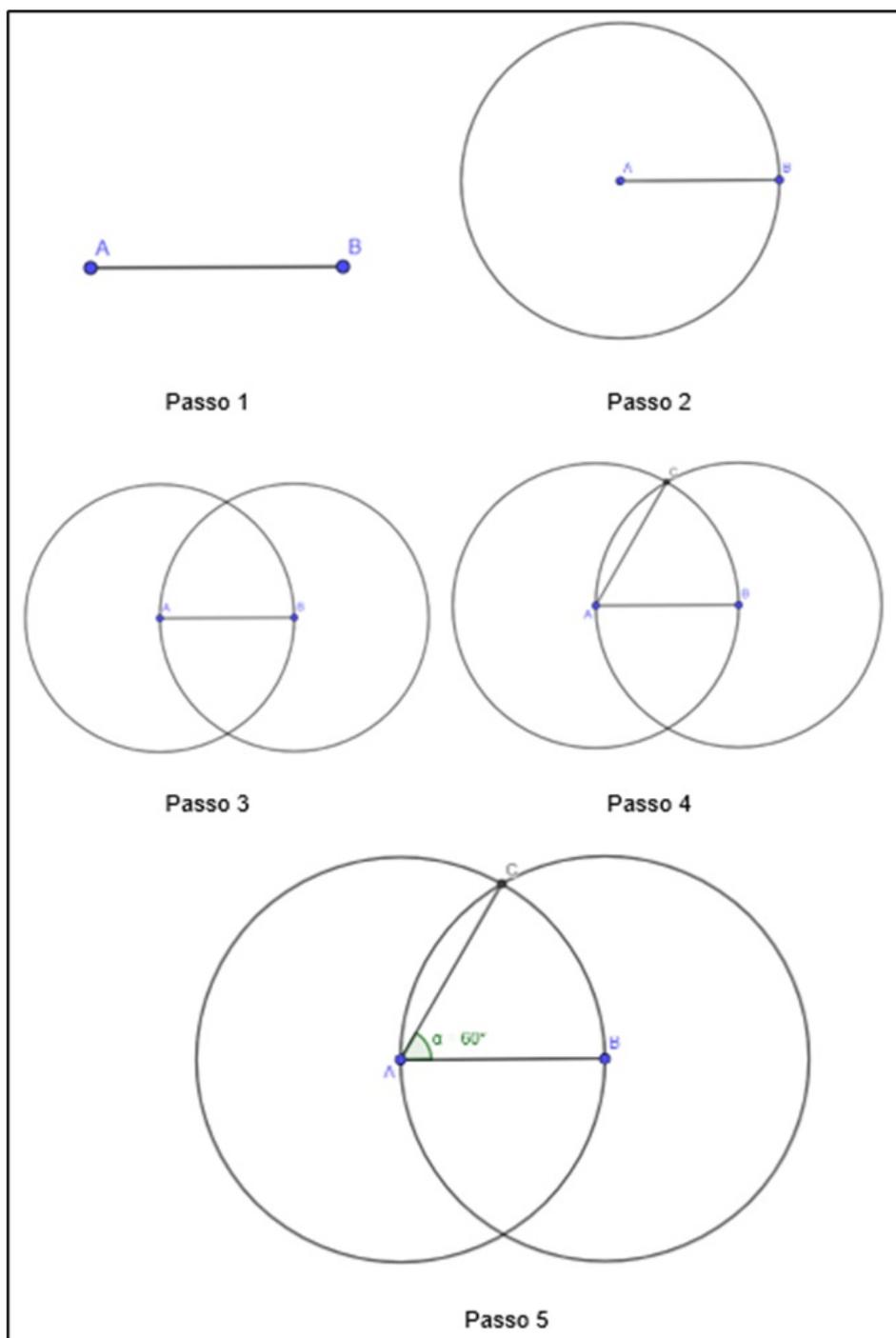
Para a dinâmica do jogo matemático, devemos mostrar como é a construção do ângulo de 90° em relação a um vértice dado. Vejamos:

Construção do ângulo de 90° no vértice A



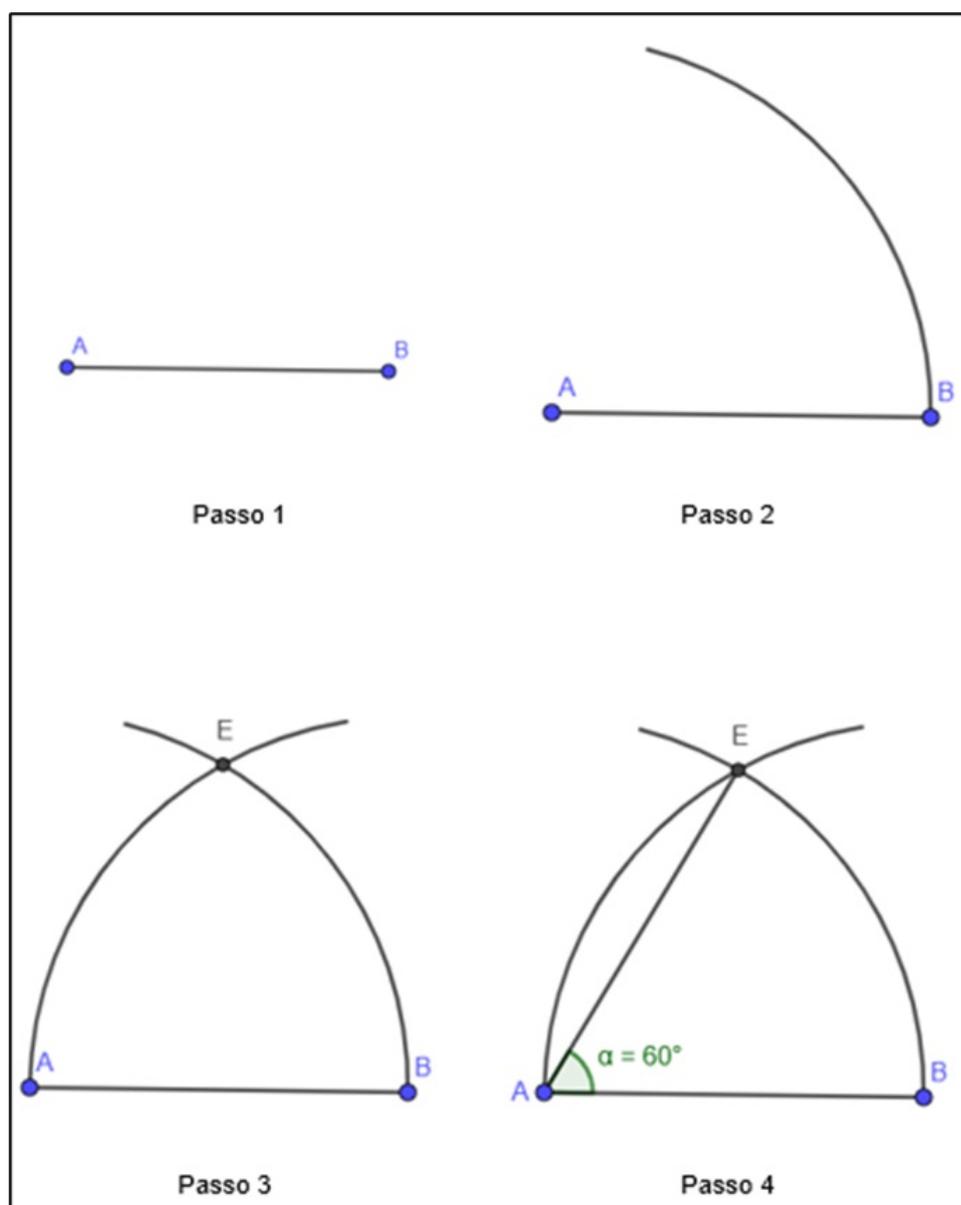
Fonte: Elaborado pelo autor

Agora, vejamos o passo a passo da construção do ângulo de 60° usando as circunferências completas e depois com arcos.

Construção do ângulo de 60° com as circunferências

Fonte: Elaborado pelo autor

Construção do ângulo de 60° com os arcos



Fonte: Elaborado pelo autor

Podemos acrescentar a construção de um triângulo equilátero para justificar o ângulo de 60° . Para finalizar a aula e avaliar os alunos, apresentamos o jogo “Pega-pega das Construções Geométricas” com as restrições dos ângulos de medidas 60° e 90° no quadro branco, ressaltando que o tempo de uma partida varia de 15 a 30 minutos, logo, se o tempo permitir, encerrar a aula com os alunos praticando o jogo. É válido incentivar os alunos a pesquisarem como é a ferramenta da Mediatriz no Geogebra e como são os procedimentos vistos com as ferramentas da plataforma.

AULA 3

Série: 8º ano do Ensino Fundamental

Carga horária: 2 aulas de 45 minutos cada

Unidade temática: Geometria

Objeto do conhecimento: construções geométricas: ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares

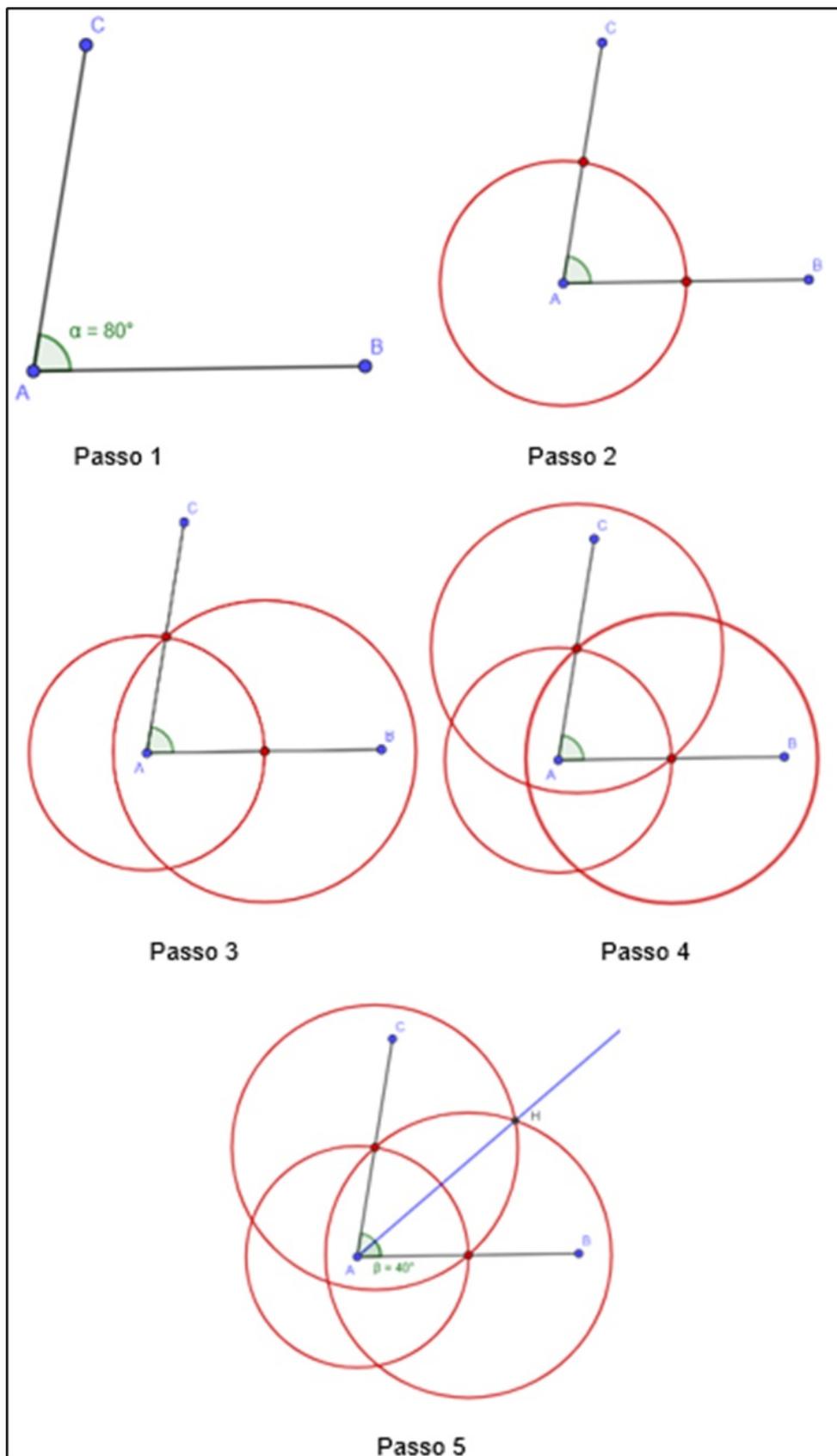
Habilidade: **(EF08MA15)** construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Recursos: caderno de desenho ou papel sem pauta, régua e compasso para alunos e para o professor, transferidor, lápis, borracha, quadro branco, canetas piloto.

Iniciar com a definição de Bissetriz como lugar geométrico. Da mesma forma da aula anterior, o uso de dobraduras com papéis é importante para que os alunos materializem o conceito antes de iniciar a construção com régua e compasso.

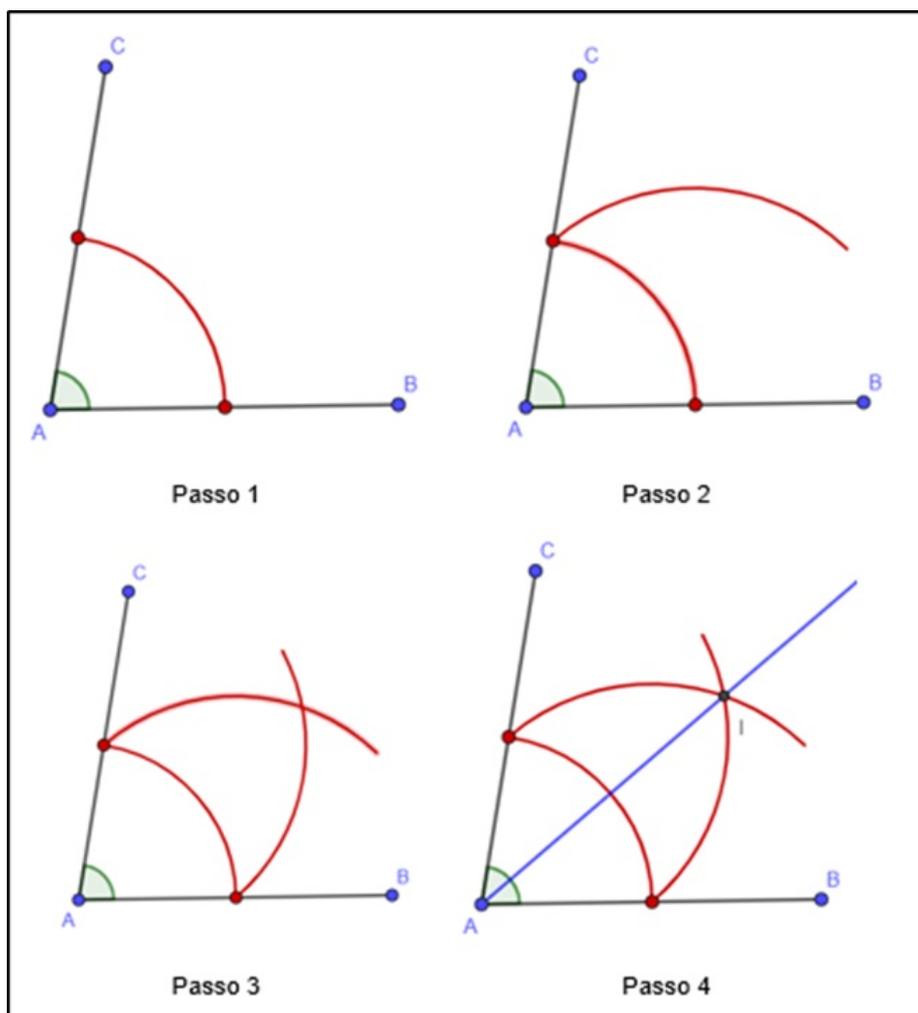
A partir disso, vamos iniciar a construção da Bissetriz de um ângulo dado. Vejamos na próxima página o passo a passo usando as circunferências e depois os arcos.

Construção da Bissetriz do ângulo BAC com as circunferências.



Fonte: Elaborado pelo autor

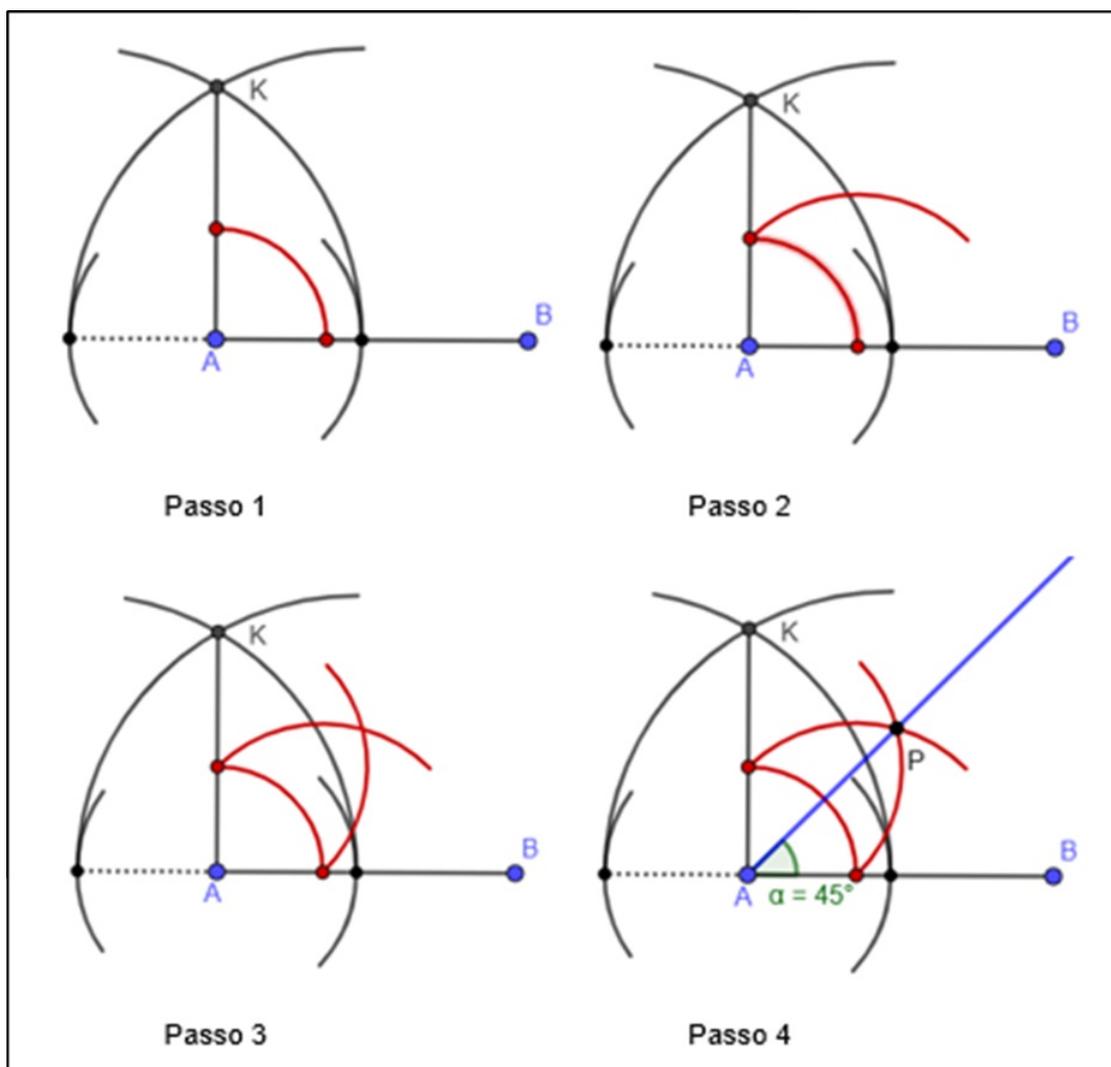
Construção da Bissetriz do ângulo BAC com arcos.



Fonte: Elaborado pelo autor

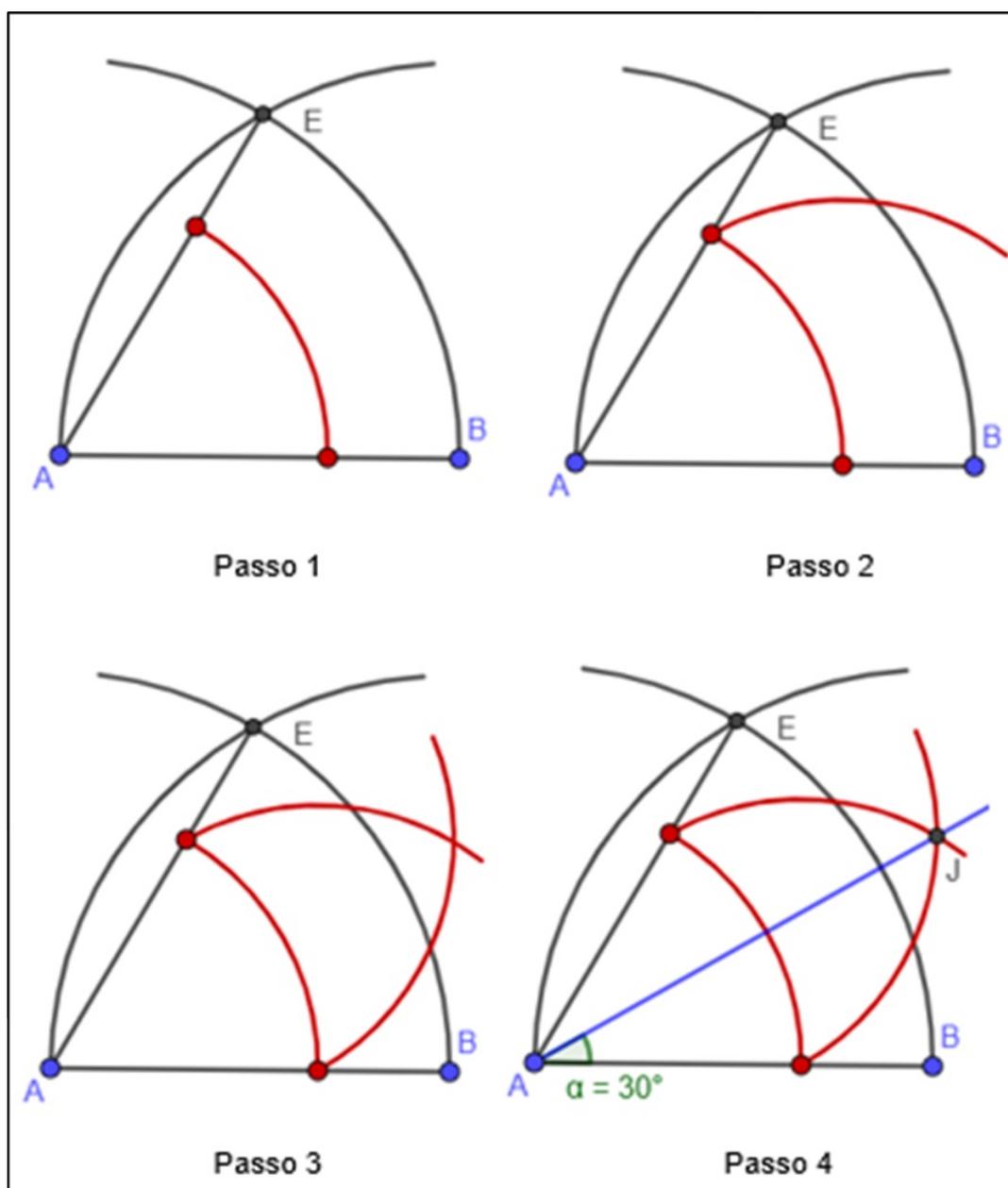
Utilizando os mesmos passo a passo anterior, vamos construir os ângulos de 45° e 30° . Para o ângulo de 45° começaremos com a construção de 90° já pronta da figura da aula anterior, da mesma forma a construção de 30° começará com a construção de 60° pronta da figura da aula anterior.

Construção da Bissetriz do ângulo BAK de medida 90° .



Fonte: Elaborado pelo autor

Construção da Bissetriz do ângulo BAE de medida 60° .



Fonte: Elaborado pelo autor

Semelhante com a aula anterior, finalizar a aula e avaliar os alunos apresentando o jogo “X-1 das Construções Geométricas” com acréscimos dos ângulos de medidas 30° e 45° no quadro branco, ressaltando que o tempo de uma partida varia de 15 a 30 minutos, logo, se o tempo permitir, encerrar a aula com os alunos praticando o jogo e revisando as construções ensinadas. Lembrando sempre de mencionar o uso do Geogebra ou apresentar as construções nessa plataforma para mostrar o avanço tecnológico da régua e compasso.

AULA 4

Série: 8º ano do Ensino Fundamental

Carga horária: 2 aulas de 45 minutos cada Unidade temática: Geometria

Objeto do conhecimento: construções geométricas: ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Habilidade: **(EF08MA15)** construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° e polígonos regulares.

Recursos: caderno de desenho ou papel sem pauta, régua e compasso para alunos e para o professor, transferidor, Geogebra, lápis, borracha, quadro branco, canetas piloto.

A proposta desta aula é praticar o jogo matemático, apresentando as variáveis disponíveis como o uso do transferidor e do Geogebra. A dinâmica, a priori, é organizar confrontos de dupla versus dupla para ampliar a socialização da aprendizagem entre os alunos. Além disso, elevar o nível de competitividade em uma competição com um prêmio para os finalistas é aproveitar da fase adolescente em que as emoções estão intensas, mas devemos ter um bom domínio da turma para que a euforia não vire bagunça.

Ao concluir a aula, relacionamos a arena do jogo com o desafio de construir figuras geométricas inscritas ou circunscritas na circunferência para que em um outro momento possamos desenvolver a análise das propriedades dessas figuras por meio do jogo.