

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
EM REDE NACIONAL - PROFMAT

Autores: Max Ferreira
Maria Patricia Gardinalli

PRODUTO EDUCACIONAL

**SUGESTÕES DE EXECÍCIOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA DO ENSINO MÉDIO:
UMA ABORDAGEM VETORIAL**

Este produto educacional é resultado de estudos realizados para a elaboração da dissertação intitulada "Geometria Analítica do Ensino médio: uma abordagem vetorial", realizada no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática do programa PROFMAT - UFRR, sob a orientação do prof. Dr. Max Ferreira.

O objetivo desse produto educacional é apresentar um material que possa auxiliar tanto professores quanto alunos no ensino e aprendizagem da Geometria Analítica abordada no ensino médio. Esse produto educacional trata-se de um lista de exercícios baseados em livros didáticos utilizados no ensino médio, utilizando como recurso de apoio o software GoeGebra, abordando dois conteúdos específicos. Sendo os seguintes:

1. Distância entre dois pontos no plano cartesiano;
2. Coordenadas do ponto médio de um segmento de reta;

Acesso ao GeoGebra online

O acesso ao portal GeoGebra pode ser feito pelo link <<https://www.geogebra.org.>>

Pessoas interessadas podem realizar o cadastro, construir, utilizar e publicar materiais didáticos, ou simplesmente baixar aplicativos ou utilizar o software na versão on-line.

Nosso objetivo não é de trabalhar todas as ferramentas disponíveis no software Geogebra, mas de apresenta-la como ferramenta de auxilio para melhor compreensão dos conteúdos abordados nesse produto.

A seguir faremos uma breve definição dos conteúdos que serão abordados nos exercícios, definições essas encontradas na dissertação citada inicialmente.

1. Distância entre dois pontos no plano cartesiano

Chama-se distância entre dois pontos A e B , pertencentes ao plano cartesiano, o módulo do vetor $\overrightarrow{AB}$. A distância entre os pontos A e B corresponde ao comprimento do segmento AB , ou seja:

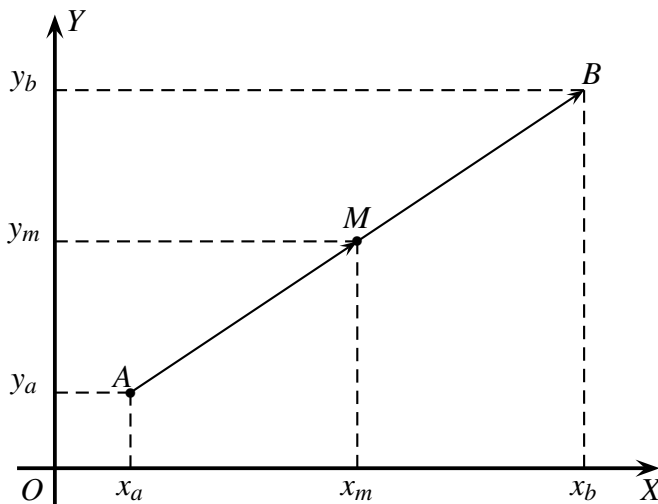
$$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = |B - A|.$$

Dados dois pontos $A(x_a, y_a)$ e $B(x_b, y_b)$, sendo $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$ e como $\overrightarrow{AB} = (x_b - x_a, y_b - y_a)$, então:

$$d(A, B) = |\vec{v}| = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}.$$

2. Coordenadas do Ponto Médio de um Segmento de Reta

Seja $M = (x_m, y_m)$ o ponto médio do segmento AB , com $A(x_a, y_a)$ e $B(x_b, y_b)$.



Então,

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$$

Assim,

$$\overrightarrow{AM} = M - A = (x_m, y_m) - (x_a, y_a) = (x_m - x_a, y_m - y_a).$$

$$\overrightarrow{MB} = B - M = (x_b, y_b) - (x_m, y_m) = (x_b - x_m, y_b - y_m).$$

Portanto,

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \Rightarrow x_m - x_a = x_b - x_m \Rightarrow 2x_m = x_a + x_b \Rightarrow x_m = \frac{x_a + x_b}{2}$$

e

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \Rightarrow y_m - y_a = y_b - y_m \Rightarrow 2y_m = y_a + y_b \Rightarrow y_m = \frac{y_a + y_b}{2}$$

Logo, as coordenadas do ponto médio de um segmento de reta são dados por:

$$M = (x_m, y_m) = \left(\frac{x_a + x_b}{2}, \frac{y_a + y_b}{2} \right)$$

Observação: Links de acesso ao GeoGebra que serão disponibilizados no decorrer dos exercícios para auxiliar na resolução dos mesmos.

LISTA DE EXERCÍCIOS

Utilize o link <<https://www.geogebra.org/m/uhqnsqcu>> para auxiliar na resolução dos exercícios 1 e 2.

Exercício 1. Calcule a distância entre os pontos A e B , nos seguintes casos:

(a) $A(2, 1)$ e $B(8, 3)$;

(b) $A(0, 0)$ e $B(3, 4)$;

(c) $A(-3, 1)$ e $B(3, 3)$

Exercício 2. Sabendo que a distância entre os pontos $A(x_a, 1)$ e $B(0, 4)$ é 5. Calcule o valor de x_a

Utilize o link <https://www.geogebra.org/m/wt7rpeds> para auxiliar na resolução dos exercícios 3 e 4.

Exercício 3. Calcule o perímetro do triângulo cujos vértices são ABC , nos seguintes casos:

(a) $A(2,4)$, $B(10,10)$ e $C(1,12)$;

(b) $A(2,8)$, $B(12,2)$ e $C(-8,2)$;

(c) $A(10,0)$, $B(0,0)$ e $C(0,6)$

Exercício 4. Considere um triângulo com lados que medem a, b e c , sendo a a medida do lado maior. Lembre-se :

- $a^2 = b^2 + c^2 \iff$ triângulo retângulo;
- $a^2 < b^2 + c^2 \iff$ triângulo acutângulo;
- $a^2 > b^2 + c^2 \iff$ triângulo obtusângulo.

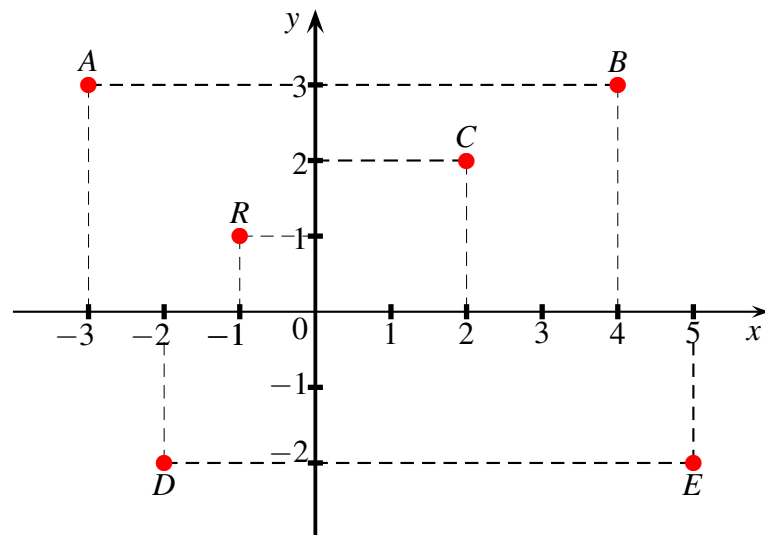
Verifique o tipo de triângulo ABC quanto aos lados (equilátero, isósceles ou escaleno) e quanto aos ângulos (retângulo, acutângulo ou obtusângulo), nos casos abaixo.

(a) $A(6, 1)$, $B(1, 1)$ e $C(1, 6)$;

(b) $A(5, -1)$, $B(1, 2)$ e $C(1, 6)$

Utilize o link <https://www.geogebra.org/m/gcthhv22> para auxiliar na resolução do exercício 5.

Exercício 5. O esquema abaixo representa a localização das cidades A, B, C, D e E , e de uma antena de transmissão de rádio, R .



Sabendo que o raio de transmissão dessa antena é de 180 km e que cada unidade representada no esquema corresponde a 40 km, quais cidades recebem o sinal de transmissão?

- (A) Cidades A, B, C e D
- (B) Cidades A, B e D
- (C) Cidades A, C e D
- (D) Cidades A, B, C, D e E
- (E) Cidades B, C e D

Utilize o link <https://www.geogebra.org/m/u5tfgz54> para auxiliar na resolução dos exercícios 6 e 7.

Exercício 6. Encontre M , ponto médio do segmento AB , nos seguintes casos:

(a) $A(5, -2)$ e $B(2, 7)$

(b) $A(-3, -4)$ e $B(1, 6)$

(c) $A(0, 3)$ e $B(-2, 8)$

Exercício 7. Determine as coordenadas do ponto B sabendo que $M(-3, -2)$ é o ponto médio do segmento AB com $A(1, 2)$.

Utilize o link <<https://www.geogebra.org/m/gazugvnx>> para auxiliar na resolução do exercício 8.

Exercício 8. Calcule o comprimento das medianas de um triângulo de vértices ABC , nos seguintes casos:

(a) $A(5, -2), B(2, 7)$ e $C(3, -6)$.

(b) $A(-3, -4), B(1, 6)$ e $C(2, 4)$.

(c) $A(0, 3), B(-2, 8)$ e $C(2, 4)$.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este produto educacional, tem como objetivo principal fornecer suporte tanto para professores quanto para alunos no ensino e aprendizado de Geometria Analítica, através de uma lista de exercícios elaborados com base em livros didáticos. O material foca em dois tópicos de Geometria Analítica abordados no Ensino Médio.

A utilização do GeoGebra como ferramenta de apoio é um diferencial importante, oferecendo uma forma prática e visual de explorar os conceitos abordados, concentrando-se em demonstrar como a tecnologia pode auxiliar na compreensão e aplicação dos conceitos geométricos. Visando contribuir significativamente para o aprimoramento do ensino da Geometria Analítica no Ensino Médio, proporcionando uma ferramenta valiosa que apoia o processo de ensino e aprendizagem de forma prática e interativa. A integração de exercícios com o GeoGebra pretende não apenas facilitar a compreensão dos conceitos, mas também engajar os alunos de maneira mais dinâmica e eficiente.

E como já foi dito, esse trabalho trata-se de uma sugestão de exercícios, podendo ser ampliando ou até mesmo adaptado para as necessidades específicas.