

UNIVERSIDADE FEDERAL DO
RIO GRANDE DO NORTE



CENTRO DE CIÊNCIAS EXATA E DA
TERRA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL EM
MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL -
PROFMAT



JOSÉ RICARDO DE LIMA FERREIRA

APRENDENDO GEOMETRIA EXPLORANDO
O CONTEXTO E REALIDADE DO LITORAL
DO RIO GRANDE DO NORTE

ORIENTADORA:

PROFA. DRA. VIVIANE KLEIN

NATAL - RN

2024

JOSÉ RICARDO DE LIMA FERREIRA

APRENDENDO GEOMETRIA EXPLORANDO
O CONTEXTO E REALIDADE DO LITORAL
DO RIO GRANDE DO NORTE

Dissertação de Mestrado apresentada à Comissão Acadêmica Institucional do PROFMAT-UFRN como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Viviane Klein.

Natal - RN

2024

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Setorial Prof. Ronaldo Xavier de Arruda - CCET

Ferreira, José Ricardo de Lima.

Aprendendo geometria explorando o contexto e realidade do litoral do Rio Grande do Norte / José Ricardo de Lima Ferreira. - 2024.

114 f.: il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Exatas e da Terra, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. Natal, RN, 2024.

Orientação: Profa. Dra. Viviane Klein.

1. Geometria - Dissertação. 2. Etnomatemática - Dissertação. 3. Tarrafa - Dissertação. 4. Malhas - Dissertação. 5. Geogebra - Dissertação. 6. Areia - Dissertação. I. Klein, Viviane. II. Título.

RN/UF/CCET

CDU 514(043.3)

JOSÉ RICARDO DE LIMA FERREIRA

APRENDENDO GEOMETRIA EXPLORANDO
O CONTEXTO E REALIDADE DO LITORAL
DO RIO GRANDE DO NORTE

Comissão Examinadora:

Profa. Dra. Viviane Klein (UFRN - orientadora)

Prof. Dr. Paulo Roberto Ferreira dos Santos Silva (UFRN - membro interno)

Prof. Dr. Annaxsuel Araújo de Lima (IFRN - membro externo)

NATAL - RN

2024

Dedicatória

Dedico a **Deus**, que tornou possível a realização deste sonho, à minha esposa **Keylha Raquel**, ao meu filho **Jeremias** e à minha filha **Alice Jessy**.

Agradecimentos

A Deus, cuja orientação e força foram fundamentais para a realização deste sonho. Agradeço pela capacidade e pelas oportunidades que Ele me proporcionou, permitindo que eu transformasse esse sonho em realidade.

Ao meu pai, Pedro Vicente (in memoriam), e à minha mãe, Maria de Lourdes (in memoriam). Seus ensinamentos, amor e dedicação foram fundamentais na minha formação e crescimento. A influência e o apoio deles foram essenciais para que eu chegasse até aqui.

A minha esposa, Keylha Raquel, e aos meus filhos, Jeremias e Alice, agradeço por serem minha maior motivação e por todo o apoio, compreensão e amor que me ofereceram ao longo desta jornada.

À minha sogra, Dona Lilo, por sempre acreditar no meu sucesso e por suas palavras de incentivo que me deram força para seguir em frente. Aos meus irmãos e demais familiares, meu sincero agradecimento por todo o apoio constante e encorajamento.

Aos meus colegas de turma, que foram essenciais na minha trajetória no PROFMAT. Em particular, sou grato aos meus amigos Valdir Belo e Claudio Palhano, cuja companhia e histórias tornaram o deslocamento até a UFRN mais agradável e menos cansativo.

Ao coordenador local do PROFMAT, Prof. Dr. Fagner Lemos, e a todos os professores do PROFMAT-UFRN: Prof. Dr. Jaques Silveira, Profa. Dra. Gabriela Lucheze, Profa. Dra. Débora Borges, Prof. Dr. Paulo Roberto, Prof. Dr. Ronaldo Cesar, Prof. Dr. Esteban Pereira, Prof. Dr. Ailton Rodrigues e Prof. Dr. Edgar Silva. Suas orientações e ensinamentos foram fundamentais para o meu desenvolvimento acadêmico.

À minha orientadora, Profa. Dra. Viviane Klein, pela compreensão, orientação e contribuições valiosas na elaboração deste trabalho. Sem o suporte, as contribuições de todos vocês e a bondade de Deus, a conclusão deste trabalho não teria sido possível.

Resumo

Neste trabalho, conduzido na Escola Municipal Vicência Castelo, localizada em Pipa, Tibau do Sul-RN, propomos uma abordagem inovadora para o ensino de Geometria, valorizando a experiência prática dos alunos. Iniciamos o texto explorando o conceito de etnomatemática e, em seguida, destacamos a relevância das malhas na construção dos conceitos das figuras geométricas, utilizando a tarrafa como objeto de estudo. Nossa investigação foca no estudo das figuras geométricas planas, ancorando-se na técnica dos pescadores para o conserto das redes. Propomos desafios práticos com as malhas, elaborados pelo autor da dissertação com base na experiência direta com os instrumentos de pesca. Além disso, examinamos a exploração dos espaços e formas a partir de imagens aéreas e a construção de plantas baixas, utilizando essas perspectivas para uma melhor compreensão espacial. A abordagem dos sólidos geométricos é facilitada pelo uso dos softwares GeoGebra e Tinkercad, bem como pela construção de modelos com areia da praia. O acompanhamento das atividades é detalhado através de uma rotina de estudo sistemática, e os resultados dos desempenhos dos alunos são apresentados por meio de gráficos, evidenciando o impacto das atividades práticas baseadas em sua vivência.

Palavras-chave: Geometria, Etnomatemática, Tarrafa, Malhas, Geogebra, Areia.

Abstract

In this work, carried out at the Vicência Castelo Municipal School, located in Pipa, Tibau do Sul-RN, we propose an innovative approach to teaching geometry, valuing the students' practical experience. We begin the text by exploring the concept of ethnomathematics and then highlight the relevance of meshes in the construction of geometric figure concepts, using the cast net as the object of study. Our investigation focuses on the study of plane geometric figures, anchored in the fishermen's technique for repairing nets. We propose practical challenges with meshes, developed by the author of the dissertation based on direct experience with fishing tools. In addition, we examine the exploration of spaces and shapes from aerial images and the construction of floor plans, using these perspectives for a better spatial understanding. The approach to geometric solids is facilitated by the use of GeoGebra and Tinkercad software, as well as by building models with beach sand. The activities are monitored in detail through a systematic study routine, and the results of the students' performance are presented in graphs, showing the impact of practical activities based on their experience.

Keywords: Geometry, Ethnomathematics, Cast net, Meshes, Geogebra, Sand.

Sumário

INTRODUÇÃO	15
1 AS MALHAS DAS REDES DE PESCA E AS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS	19
1.1 A TARRAFA	19
1.2 AS MALHAS E AS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS	22
2 ÁREA DE FÍGURAS USANDO AS MALHAS DAS REDES	24
2.1 PARALELOGRAMOS	24
2.1.1 ÁREA DO RETÂNGULO	25
2.1.2 ÁREA DO QUADRADO	26
2.1.3 ÁREA DO PARALELOGRAMO	27
2.1.4 ÁREA DO LOSANGO	28
2.2 ÁREA DO TRIÂNGULO	29
2.3 ÁREA DO TRAPÉZIO	30
2.4 ÁREA DO CÍRCULO	32
3 ATIVIDADES INSPIRADAS NOS REMENDOS DAS MALHAS DAS REDES DE PESCA	34
3.1 CONHECENDO OS PADRÕES DE REMENDO	35
3.1.1 PADRÃO DE ROMPIMENTO MAIS COMUM	36
3.1.2 PADRÃO DE ROMPIMENTO MENOS COMUM	39
3.2 ATIVIDADE: DESAFIO DAS MALHAS	40
3.3 DETALHAMENTO DE ABORDAGENS COM USO DAS MALHAS	41
3.3.1 CONSTRUÍND0 REMENDOS	43
3.3.2 CÓDIGO COM MALHAS	44
3.3.3 SIMETRIA E SEMELHANÇA NAS MALHAS	45

	10
3.4 O PODER DO USO DAS MALHAS EVIDENCIADO PELO GRANDE NÚMERO DE QUESTÕES ELABORADAS	46
3.4.1 AS MALHAS E A OBMEP	46
3.4.2 AS MALHAS E A BNCC	49
4 EXPLORANDO OS ESPAÇOS DE CONVÍVIO	50
4.1 ESPAÇO ESCOLAR E TEOREMA DE PITÁGORAS	51
4.2 PLANTA BAIXA	52
4.2.1 ETAPAS DA AULA MODELO COM PLANTA BAIXA	53
5 CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM A AREIA DA PRAIA	56
5.1 AS EMBARCAÇÕES E A CARPINTARIA	58
5.1.1 O GRAMINHO	59
5.2 O ESPAÇO LOCAL	60
5.3 OS SOFTWARES	61
5.3.1 TinkerCAD	61
5.3.2 GEOGEBRA	62
5.4 CONHECENDO MELHOR OS POLIEDROS	63
5.4.1 POLIEDRO REGULAR	64
5.5 PRISMA	65
5.5.1 CLASSIFICAÇÃO DO PRISMA	65
5.5.2 MEDIDA DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DE UM PRISMA	66
5.5.3 VOLUME DO PRISMA	68
5.5.4 PIRÂMIDE	72
5.5.5 CLASSIFICAÇÃO DA PIRÂMIDE	72
5.5.6 MEDIDA DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DA PIRÂMIDE	73
5.5.7 VOLUME DA PIRÂMIDE	74
5.5.8 TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASES PARALELAS	77
5.6 CILINDRO, CONE E ESFERA	78
5.6.1 CILINDRO	78
5.6.2 CLASSIFICAÇÃO DO CILINDRO	79
5.6.3 MEDIDA DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DO CILINDRO	79

5.6.4	VOLUME DO CILINDRO	81
5.6.5	CONE	82
5.6.6	CLASSIFICAÇÃO DO CONE	83
5.6.7	MEDIDA DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DO CONE	84
5.6.8	VOLUME DO CONE	85
5.6.9	TRONCO DE CONE DE BASES PARALELAS	87
5.6.10	ESFERA	88
5.6.11	VOLUME DA ESFERA	89
5.6.12	ÁREA DA SUPERFÍCIE DA ESFERA	90
5.7	ATIVIDADE COM AREIA DA PRAIA	92
6	O CADERNO DE ROTINA	94
6.1	RELATOS DA IMPLANTAÇÃO DO CADERNO DE ROTINA NAS TUR- MAS	95
	RESULTADOS	98
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	103
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	105
	APÊNDICE 1	106
	APÊNDICE 2	107
	APÊNDICE 3	108
	APÊNDICE 4	109
	APÊNDICE 5	110
	APÊNDICE 6	111
	APÊNDICE 7	112
	APÊNDICE 8	113
	APÊNDICE 9	114

Lista de Figuras

1.1	Partes da tarrafa	20
1.2	Crescências	21
1.3	Aula com instrumentos de pesca	21
2.1	Retângulo nas malhas	25
2.2	Retângulo nas malhas 2	26
2.3	Quadrado nas malhas	27
2.4	Paralelogramo nas malhas	27
2.5	Losango nas malhas	28
2.6	Triângulo nas malhas	30
2.7	Trapézio nas malhas	31
2.8	Polígonos inscritos no círculo	32
2.9	Setor circular e círculo	32
3.1	Confecção de rede	34
3.2	Padrão de rompimento e movimento de “costura”	36
3.3	Modelo de remendo fora do padrão	37
3.4	Preparo para remendar	37
3.5	Modelo de remendo	38
3.6	Rasgos e remendos	39
3.7	Padrão de rompimento menos comum	39
3.8	Remendo do rompimento menos comum	40
3.9	Desafio das malhas	41
3.10	Desafio: construindo remendos	43
3.11	Desafio: construindo códigos nas malha	44
3.12	Desafio: construindo figuras semelhantes, figuras simétricas ou remendos simétricos	45

	13
3.13 Simetria e semelhança	45
3.14 Questão 12 da 1ª fase da 15ª OBMEP - nível 1.	47
3.15 Questão 2 da 2ª fase da 12ª OBMEP - nível 2.	48
3.16 Questão 14 da 1ª fase da 18ª OBMEP - nível 1.	48
3.17 Questão 7 da 1ª fase da 14ª OBMEP - nível 1.	49
4.1 Exploração do espaço escolar - turma do 9º ano	50
4.2 Pitágoras nas malhas	52
4.3 Contorno de espaços de convívio - turma do 6º ano	54
4.4 Construção de planta baixa	54
5.1 Moldes dos sólidos geométricos de areia	57
5.2 Construção de embarcação	58
5.3 Graminho	59
5.4 Fotos da cidade e suas praias	60
5.5 Página inicial do TinkerCAD	62
5.6 Páginas 2D e 3D do Geogebra	62
5.7 Modelo de poliedro	63
5.8 Elementos de um poliedro	63
5.9 Poliedro convexo e côncavo	64
5.10 Poliedros convexos regulares	64
5.11 Prisma	65
5.12 Prismas reto e oblíquo	66
5.13 Prisma com seção reta	66
5.14 Planificação do Prisma	67
5.15 Cubo e bloco retangular	68
5.16 Pilhas de papel	69
5.17 Sólidos com secante	69
5.18 Prismas com seções	70
5.19 Prisma de areia	71
5.20 Pirâmide	72
5.21 Pirâmide reta e oblíqua	72
5.22 Planificação de pirâmide	73

5.23	Prisma dividido em pirâmides triangulares	74
5.24	Pirâmide pentagonal dividida em triangulares	75
5.25	Pirâmide de areia	76
5.26	Tronco de pirâmide	77
5.27	Construção do tronco de pirâmide	78
5.28	Cilindro	79
5.29	Cilindro reto e oblíquo	79
5.30	Planificação do cilindro	80
5.31	Cilindro e prisma	81
5.32	Cilindro de areia	82
5.33	Cone	83
5.34	Cone reto e oblíquo	83
5.35	Cone e setor circular	84
5.36	Planificação do cone	85
5.37	Cone de areia	86
5.38	Tronco de cone	87
5.39	Planificação do tronco de cone	88
5.40	Construção do tronco de cone	88
5.41	Esfera	89
5.42	Esfera e cilindro	90
5.43	Esfera dividida em aproximações de pirâmides	90
5.44	Fuso e cunha	91
5.45	Esfera de areia	92
5.46	Atividade com areia	93
6.1	Apresentações do trabalho com areia	99
6.2	Resultado do desempenho do 7º ano no desafio das malhas	100
6.3	Resultado do desempenho do 9º ano explorando com Pitágoras o espaço escolar	101
6.4	Resultado de questionário do 9º ano sobre a ajuda no aprendizado cons- truindo sólidos de areia	102
6.5	Logomarca da SBM	109
6.6	Soluções dos desafios referentes às Figuras 3.10, 3.11 e 3.12	114

INTRODUÇÃO

As formas geométricas estudadas no Ensino Fundamental estão presentes em diversas construções e objetos do cotidiano dos alunos. Analisar essas formas no contexto do nosso entorno permite compreender sua importância prática e aplicabilidade. Apesar dos alunos já estarem familiarizados com essas figuras em diferentes ambientes, muitos enfrentam dificuldades ao tentar entender seus elementos, áreas e volumes. Por isso, é importante que a abordagem desses conteúdos seja apresentada de maneira envolvente e relevante.

Explorar o conhecimento prévio dos alunos sobre as formas geométricas encontradas em seu dia a dia pode despertar um maior interesse pelo assunto e facilitar a compreensão dos conceitos discutidos em sala de aula. Além disso, a riqueza visual dos ambientes e as atividades práticas realizadas na comunidade local têm um papel essencial na formação das percepções e conhecimentos dos alunos. Essas experiências ajudam a conectar a teoria com a prática, tornando o aprendizado mais significativo.

Ao observar a paisagem e os modos de vida dos moradores da região onde a escola está localizada, oferecemos aos estudantes a chance de aprender de forma contextualizada. Essa abordagem facilita a apresentação dos conceitos geométricos de maneira mais concreta e relevante, criando uma conexão direta entre o aprendizado em sala de aula e o ambiente cotidiano dos alunos. Dessa forma, os conceitos se tornam mais acessíveis e significativos, promovendo uma compreensão mais profunda e duradoura. Como destacado no Caderno de Educação Matemática do Campo, “não basta que a escola ali esteja, mas é necessário que ela dialogue plenamente com a realidade do meio onde se encontra” (FARIA et al., 2009, p.93). Esse princípio reforça a importância de conectar o ensino com a realidade local, tornando o aprendizado mais aplicado.

A motivação para este trabalho originou-se da minha experiência pessoal com a geometria plana através de vivências cotidianas. Atividades como desenhar na areia,

construir formas com areia da praia, pescar com meu pai, observar a confecção de redes e tarrafas, e consertar malhas rompidas foram fundamentais para meu entendimento dos conceitos geométricos. Essas experiências práticas não apenas forneceram uma base sólida para a compreensão dos conteúdos de geometria, mas também enriqueceram minha percepção ao conectar o aprendizado acadêmico com situações reais e tangíveis. Assim, a integração entre teoria e prática se torna uma ferramenta poderosa para um aprendizado mais significativo e aplicável.

O trabalho foi desenvolvido na Escola Municipal Vicência Castelo (EMVC), localizada na Praia de Pipa, no município de Tibau do Sul, no estado do Rio Grande do Norte. Conhecida como uma “vila de pescadores”, a Praia da Pipa apresenta características como ruas estreitas, e o modo de vida de muitos nativos ainda é baseado na pesca e em costumes tradicionais. Esse cenário proporcionou a oportunidade de resgatar e explorar as particularidades locais, integrando os conceitos geométricos ao ambiente específico da comunidade. Dessa forma, o aprendizado se tornou mais significativo e envolvente. “A valorização e utilização dos conhecimentos advindos do meio em que os alunos estão inseridos motiva e, ao mesmo tempo, revela o significado prático dos assuntos tratados em sala de aula.” (RODRIGUES; FRANCO, 2016, p.16).

Uma abordagem teórica que valoriza o contexto local para a aprendizagem é a “etnomatemática”, criada pelo educador e matemático Ubiratan D’Ambrosio. Ele define etnomatemática como “a matemática praticada por grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas e outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns” (D’AMBROSIO, 2019, p.8). Esse conceito enfatiza a importância de considerar as diversas tradições e práticas de uso da matemática, promovendo uma valorização da diversidade de abordagens geométricas.

Adotar essa perspectiva também promove a interdisciplinaridade. Como apontado por (FAZENDA, 1994, p.77), “executar uma tarefa interdisciplinar pressupõe antes de mais nada um ato de perceber-se interdisciplinar.” Isso destaca a necessidade de integrar diferentes áreas do conhecimento para enriquecer a experiência educacional. Minha própria experiência prática com formas geométricas em situações cotidianas foi fundamental para o desenvolvimento de habilidades geométricas, mesmo antes de ter acesso ao conteúdo formal. Essas vivências práticas facilitaram o aprendizado posterior e são semelhantes às experiências de muitos estudantes. É fundamental valorizar essas experiências,

pois elas oferecem uma base sólida para o entendimento formal dos conteúdos e enriquecem o processo de aprendizagem.

Incorporar essas vivências práticas no ensino é essencial para apoiar e aprofundar a compreensão dos conceitos geométricos de maneira mais significativa. Como sugerido, “a escola oficial precisa aprender com os processos educacionais informais e incluir em seu cotidiano aspectos da educação informal, como por exemplo, sair do espaço da sala de aula e observar o meio à sua volta” (MONTEIRO, 2004, p.75).

No *Capítulo 1*, detalhamos um instrumento de pesca fundamental para os moradores de Tibau do Sul: a tarrafa. Este capítulo oferece uma análise detalhada do funcionamento e da importância desse equipamento para a vida local.

No *Capítulo 2*, utilizamos as malhas das redes de pesca como ponto de partida para explorar as áreas das figuras geométricas planas. Analisamos as fórmulas necessárias para o cálculo dessas áreas, promovendo uma compreensão prática e contextualizada dos conceitos geométricos, que são abordados através de exemplos concretos relacionados ao cotidiano dos alunos.

O *Capítulo 3* é dedicado às atividades que podem ser desenvolvidas com base nas malhas das redes de pesca. Discutimos os padrões de remendo usados pelos pescadores para reparar suas redes e apresentamos como essas malhas podem ser aplicadas em contextos variados, incluindo as olimpíadas matemáticas. Além disso, destacamos a relevância desse tema para a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

No *Capítulo 4*, relatamos atividades que envolvem a exploração do espaço de convivência dos alunos. Empregamos a planta baixa como uma importante ferramenta para a compreensão dos conteúdos geométricos e propomos modelos de atividades que incentivam os alunos a investigar e utilizar seus próprios ambientes para apoiar o processo de aprendizagem.

No *Capítulo 5*, investigamos o uso da areia, uma matéria-prima abundante no litoral, na construção de sólidos geométricos. Discutimos como utilizar placas, chapas e cascas para criar esses sólidos, com um enfoque especial na construção de embarcações e na utilização de softwares para modelagem geométrica, oferecendo uma conexão prática com a realidade dos alunos.

No *Capítulo 6*, abordamos a continuidade das atividades e conteúdos discutidos em sala de aula fora do ambiente escolar. Implementamos o modelo “Caderno de Rotina”

em várias turmas, o qual contém uma série de relatos sobre sua aplicação e os resultados alcançados.

Após a apresentação desses capítulos, fornecemos gráficos e tabelas que ilustram os resultados das atividades desenvolvidas em várias turmas da escola. Também relatamos como esse trabalho foi apresentado em um evento da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), com o objetivo de inspirar outros educadores a adotar estratégias criativas e contextualizadas em sua prática pedagógica.

Capítulo 1

AS MALHAS DAS REDES DE PESCA E AS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

1.1 A TARRAFA

Embora haja diversos instrumentos de pesca com malhas, nossa atenção se concentrou inicialmente na tarrafa devido ao seu amplo uso por pescadores na Laguna Guaraíras, bem como em atividades de pesca a pé na beira da praia e em viveiros de camarão. Além de sua importância prática, a tarrafa oferece uma rica oportunidade para explorar e inúmeros problemas matemáticos. Esses desafios surgem tanto na sua construção quanto em seu processo de **remendos**¹, permitindo uma análise mais detalhada, não só na tarrafa mas em outras redes, dos conceitos matemáticos aplicados a esses tipos de equipamento.

A confecção da tarrafa envolve o uso de um molde, conhecido como tabuleta, e uma agulha. Durante o processo de manufatura da tarrafa, temos muita Matemática envolvida. Podemos citar como exemplos:

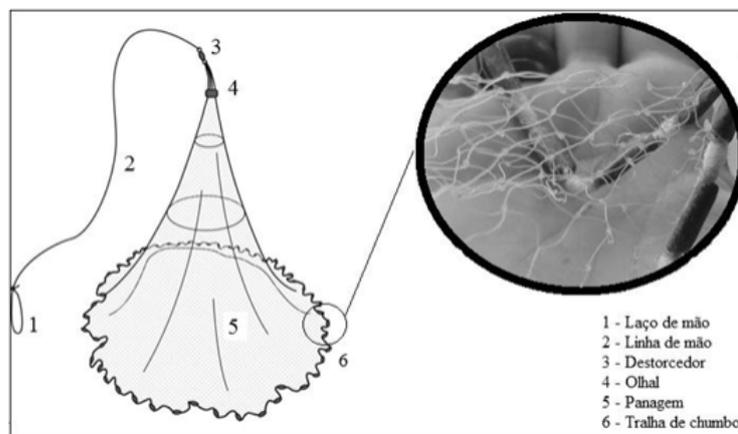
- numeração do nylon;
- quantidade de crescências ou filhos;
- quantidade de malhas no punho da tarrafa;
- largura do molde ou tabuleta;

¹Termo usado pelos pescadores para o conserto das malhas rompidas

- quantidade de chumbo a ser utilizada.

Esses conhecimentos matemáticos não formais, utilizados pelos pescadores, são fundamentais para a construção de uma tarrafa eficiente e funcional, mostrando como a matemática se integra diretamente na prática pesqueira. A Figura 1.1 apresenta um desenho esquemático que destaca as principais partes da tarrafa.

Figura 1.1: Partes da tarrafa



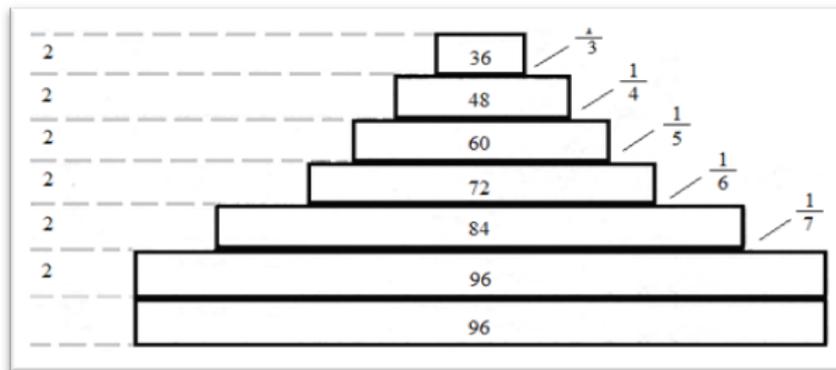
Fonte: (NEVES et al., 2019)

É essencial que cada etapa na construção da tarrafa seja realizada com cuidado e precisão para garantir sua eficiência na captura do pescado. A tarrafa é um instrumento de pesca que exige atenção meticulosa em seu processo de fabricação, desde a escolha dos materiais até a confecção das malhas e o ajuste das cordas. Qualquer descuido ou erro na execução dessas etapas pode comprometer a funcionalidade da tarrafa, reduzindo sua eficácia e prejudicando o sucesso da captura de pescado. Portanto, um processo cuidadoso e detalhado é crucial para assegurar que a tarrafa desempenhe seu papel de forma eficiente.

Para confecção de uma tarrafa são necessários conhecimentos específicos de “nós” para fiação das malhas e das “crescências” devidas, para que a tarrafa tome a forma de cone, ou seja, na medida em que a “panagem” é construída, são acrescentadas algumas malhas, em locais pré-definidos, para que a mesma atinja o perfil desejado. (NEVES et al., 2019, p.45)

Na Figura 1.2 temos o detalhamento da colocação das “crescências” de forma que a tarrafa tenha a abertura pretendida para captura dos peixes. O esquema mostra que a cada duas fileiras de malhas devem ser colocadas as “crescências”. No caso de começar com 36 malhas, após o acréscimo de “crescências” a cada três malhas, teremos um terço de malhas a mais na fileira das “crescências”; ou seja, 48 malhas, e assim por diante.

Figura 1.2: Crescências



Fonte: adaptado de (NEVES et al., 2019)

Os pescadores artesanais desempenham um papel crucial não apenas na prática da pesca, mas também na preservação e transmissão da história local e das tradições culturais. Suas habilidades e práticas tradicionais representam uma rica fonte de conhecimento que, quando devidamente reconhecida e valorizada, conectam os métodos antigos aos princípios matemáticos aplicados em diferentes contextos cotidianos.

Um exemplo concreto dessa integração entre conhecimento tradicional e matemática ocorreu quando um pescador nativo, que também é pai de uma aluna, participou de uma das aulas (Figura 1.3). Durante sua visita, ele fez uma contribuição significativa ao esclarecer várias dúvidas dos alunos sobre aspectos da pesca. Ele detalhou os instrumentos de pesca que utiliza, os diferentes tipos de peixes que captura, os cuidados necessários durante o processo de pesca e, também, como a matemática está presente e é aplicada na prática pesqueira. Esse intercâmbio de conhecimento não apenas aprofundou a compreensão dos alunos sobre a pesca artesanal, mas também demonstrou de forma prática e significativa como o saber tradicional pode se entrelaçar com conceitos matemáticos.

Figura 1.3: Aula com instrumentos de pesca



Fonte: acervo do autor

1.2 AS MALHAS E AS FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

Ao esticar as malhas das tarrafas, observamos a formação de losangos com diferentes ângulos internos. Esse padrão oferece uma oportunidade valiosa não apenas para compreender a estratégia usada pelos pescadores na reparação das tarrafas — atividade aplicada com a turma do 7º ano — mas também para explorar conceitos geométricos mais amplos. Podemos utilizar essas malhas esticadas para estudar a construção de diversos polígonos, tanto convexos quanto não convexos, além de realizar cálculos do perímetro e da área desses polígonos.

Na confecção da tarrafa ou de outras redes de pesca, o molde ou tabuleta desempenha um papel crucial na definição do tamanho das malhas. Por exemplo, um molde de 1,5 cm de comprimento produz uma malha com 3 cm. Se uma malha tem 2 cm de medida de um nó ao outro quando está fechada, isso indica que cada lado do losango formado pela malha esticada terá 1 cm. Compreender essas medidas e suas implicações geométricas é crucial para garantir a precisão e eficácia na construção e conserto das tarrafas, além de oferecer uma base prática para o estudo dos conceitos geométricos.

Com uma malha quadriculada, é possível observar e medir com facilidade as dimensões de figuras como quadrados, retângulos, triângulos e outras formas planas, facilitando o cálculo de áreas e perímetros e aprofundando a compreensão dos conceitos geométricos.

Essas malhas são constituídas por uma grade de linhas que formam quadrados uniformes, permitindo que cada figura seja analisada em termos de unidades de área e comprimento. Sobrepondo figuras geométricas sobre a malha, os alunos podem contar o número de quadrados completos ou parciais necessários para cobrir a figura, simplificando o processo de cálculo da área.

Além disso, a malha quadriculada auxilia na visualização e compreensão das propriedades dos ângulos e das linhas que formam as figuras. Isso é especialmente útil para explorar conceitos como simetria, congruência e proporcionalidade. Ao trabalhar com malhas quadriculadas, os alunos desenvolvem uma compreensão mais profunda das relações geométricas e das fórmulas associadas, promovendo uma abordagem mais intuitiva e prática ao estudo da geometria.

Em resumo, as malhas quadriculadas são um recurso didático valioso no ensino de geometria, proporcionando uma base sólida para a compreensão e aplicação dos conceitos de figuras planas de maneira prática e visual.

Capítulo 2

ÁREA DE FÍGURAS USANDO AS MALHAS DAS REDES

Utilizamos as malhas esticadas das redes e os ângulos formados entre dois fios de nylon que saem de um mesmo nó como referência para exemplificar o cálculo das áreas das figuras geométricas. Observamos particularmente os ângulos de 90° e 180° formados entre os fios das malhas esticadas.

Esses ângulos são fundamentais para compreender as propriedades geométricas das malhas. Os ângulos de 90° correspondem aos cantos dos quadrados e retângulos formados pelas malhas, enquanto os ângulos de 180° representam linhas colineares, onde os fios estão alinhados e se estendem na mesma direção.

Analisando essas malhas esticadas, podemos visualizar como as figuras geométricas são formadas e calcular suas áreas com base na configuração dos fios. Por exemplo, ao estudar um losango, a malha esticada permite observar claramente como os ângulos e as distâncias entre os fios contribuem para a formação da figura. Esta abordagem prática não apenas facilita a compreensão dos conceitos de geometria plana, mas também conecta o aprendizado teórico com a experiência visual e prática das malhas reais.

2.1 PARALELOGRAMOS

Nesta seção, abordamos o cálculo da área de paralelogramos, utilizando como unidade a porção do plano ocupada por uma malha da rede que empregamos na construção do paralelogramo. Paralelogramos são quadriláteros convexos caracterizados por terem

lados opostos paralelos e ângulos opostos congruentes. A soma dos ângulos internos de um paralelogramo é sempre 360° .

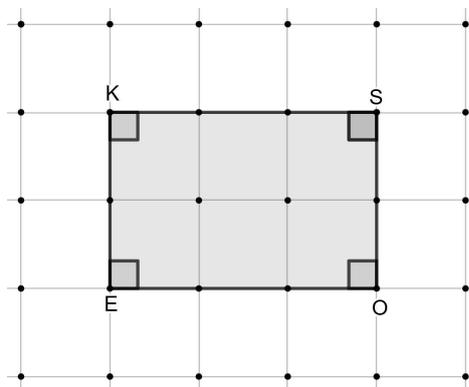
Para facilitar a compreensão, consideraremos que cada malha da rede corresponde a uma unidade de área. Dessa forma, poderemos calcular a área total do paralelogramo com base na quantidade de malhas necessárias para cobri-lo completamente.

A fórmula para calcular a área de um paralelogramo é base multiplicada pela altura. No contexto das malhas da rede, isso envolve contar quantas malhas formam a base do paralelogramo e determinar a altura correspondente em malhas. Esta abordagem prática ajuda a tornar os conceitos matemáticos mais acessíveis e visíveis, permitindo que os alunos visualizem a aplicação desses conceitos em um contexto real e tangível.

2.1.1 ÁREA DO RETÂNGULO

O retângulo é um tipo específico de paralelogramo que se distingue por ter todos os seus ângulos internos iguais, cada um medindo 90° . Em um retângulo, além dos ângulos internos serem iguais, os lados opostos são paralelos e de comprimento igual, e suas diagonais são congruentes. Embora todos os paralelogramos tenham a soma dos ângulos internos igual a 360° , a presença dos ângulos retos é uma propriedade exclusiva dos retângulos. Essa característica particular simplifica o cálculo de área e outras propriedades geométricas.

Figura 2.1: Retângulo nas malhas



Fonte: construções do autor no Geogebra

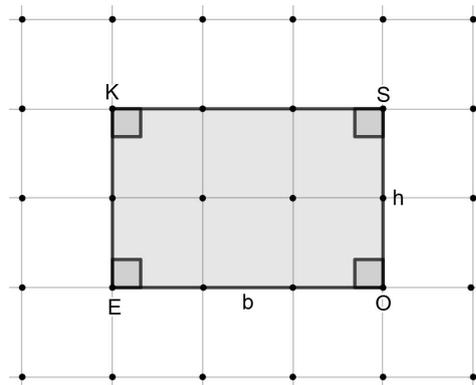
Na Figura 2.1 observamos um retângulo construído sobre as malhas. Considerando que a região limitada por cada malha da rede representa uma unidade de área (u.a.), podemos determinar que o retângulo possui uma área de 6 u.a..

Considerando que \overline{EO} é a base e \overline{OS} é a altura do retângulo, a área do retângulo (A_r) pode ser calculada usando a fórmula:

$$A_r = b \cdot h,$$

onde b representa a base e h representa a altura do retângulo (Figura 2.2).

Figura 2.2: Retângulo nas malhas 2



Fonte: construções do autor no Geogebra

Com o uso da fórmula concluímos que a área do retângulo em questão pode ser obtida via

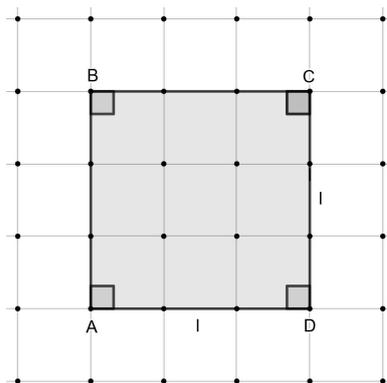
$$A_r = 3 \cdot 2 = 6 \text{ u.a.}$$

2.1.2 ÁREA DO QUADRADO

O quadrado é um tipo especial de paralelogramo, caracterizado por ter todos os lados com o mesmo comprimento e todos os ângulos internos medindo 90° . Devido a essas propriedades, o quadrado também é considerado um retângulo, já que a definição de retângulo abrange qualquer paralelogramo com ângulos internos de 90° .

Como a proposta do trabalho é a exploração das malhas para auxiliar na compreensão dos conceitos, consideramos que a região delimitada pela malha quadrada é nossa unidade de medida. Assim, o quadrado mostrado na Figura 2.3 tem área igual a 9 u.a..

Figura 2.3: Quadrado nas malhas



Fonte: construções do autor no Geogebra

Como base e altura tem medidas iguais, a fórmula para calcular área do quadrado (A_q) é:

$$A_q = l \cdot l = l^2$$

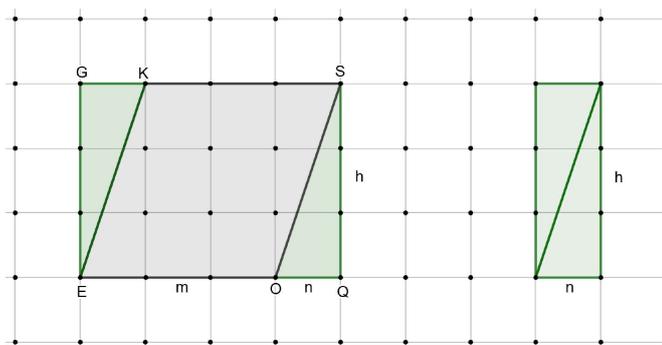
Aqui calculamos a área do quadrado da Figura

$$A_q = 3 \cdot 3 = 9 \text{ u.a.}$$

2.1.3 ÁREA DO PARALELOGRAMO

Na Figura 2.4 vemos na malha que a área do retângulo $EGSQ$ (A_R) é composta pela área do paralelogramo $EKSO$ (A_P) acrescida das áreas dos dois triângulos destacados; que formam um retângulo de área menor (A_r).

Figura 2.4: Paralelogramo nas malhas



Fonte: construções do autor no Geogebra

Desenvolvendo a fórmula para o cálculo da área do paralelogramo (A_p) a partir do retângulo $EGSQ$, temos:

$$\begin{aligned} (m+n)h &= A_p + A_r \\ mh + nh - A_r &= A_p \\ A_p &= mh \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \curvearrowright \\ \curvearrowright \end{array} \right\} \text{Como } A_r = nh, \text{ temos}$$

Portanto a área do paralelogramo é o produto da base m pela altura h .

$$A_p = m \cdot h$$

Sendo assim a área do paralelogramo $EKSO$ da figura 2.4 é

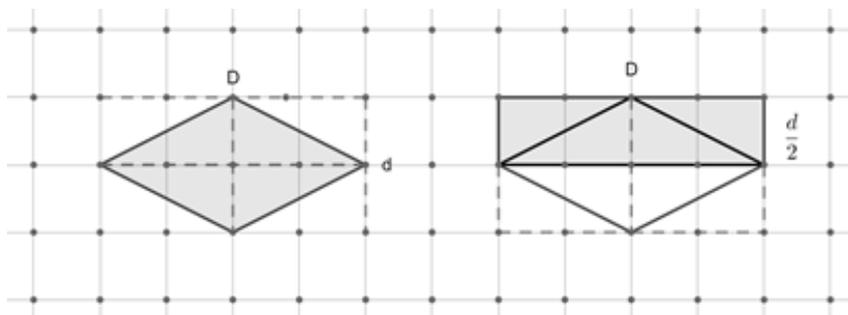
$$A_p = 3 \cdot 3 = 9 \text{ u.a.}$$

2.1.4 ÁREA DO LOSANGO

O losango é um tipo de paralelogramo onde todos os lados possuem a mesma medida. Na Figura 2.3, o polígono destacado, que é um quadrado, também se qualifica como um losango devido a essa característica.

No losango da Figura 2.5 destacamos as duas diagonais, que denominamos D e d , sendo elas perpendiculares entre si. Transferindo os dois triângulos inferiores para cima obtemos um retângulo de base D e altura $\frac{d}{2}$.

Figura 2.5: Losango nas malhas



Fonte: construções do autor no Geogebra

Utilizando a fórmula para calcular a área de um retângulo (A_r), concluímos que a área do losango (A_l) pode ser determinada por:

$$\begin{aligned} A_l &= A_r \\ A_l &= D \cdot \frac{d}{2} \\ A_l &= \frac{D \cdot d}{2} \end{aligned}$$


Portanto podemos calcular a área do losango disposto nas malhas escrevendo

$$A_l = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4 \text{ u.a.}$$

2.2 ÁREA DO TRIÂNGULO

O triângulo é um polígono fundamental na geometria, caracterizado por possuir exatamente três segmentos conectados por suas extremidades, formando seus lados e três ângulos internos. Adicionalmente, é importante notar que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre 180° e que os três segmentos de reta que formam o triângulo devem satisfazer a **Desigualdade Triangular**, que estabelece que a soma das medidas de quaisquer dois lados deve ser maior que a medida do terceiro lado. Essas características são propriedades fundamentais dos triângulos e são utilizadas em várias aplicações e teoremas na geometria euclidiana.

Os triângulos podem ser classificados de acordo com as medidas de seus lados:

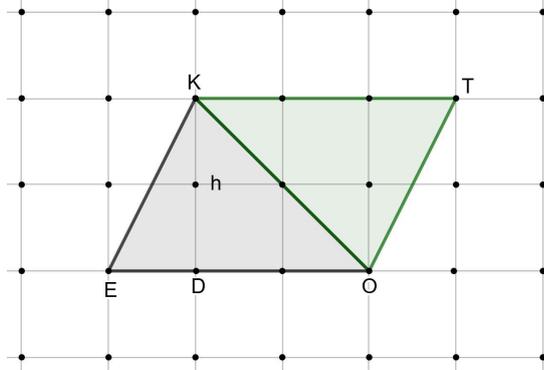
- Triângulo Equilátero: todos os três lados têm a mesma medida.
- Triângulo Isósceles: apenas dois lados têm a mesma medida.
- Triângulo Escaleno: todos os lados têm medidas diferentes.

Além disso, os triângulos podem ser classificados conforme seus ângulos internos:

- Triângulo Acutângulo: todos os ângulos internos são agudos.
- Triângulo Retângulo: possui um ângulo interno reto.
- Triângulo Obtusângulo: possui um ângulo interno obtuso.

Na Figura 2.6, o paralelogramo destacado nas malhas é composto por dois triângulos congruentes.

Figura 2.6: Triângulo nas malhas



Fonte: construções do autor no Geogebra

Como $EKO \equiv KOT$ podemos indicar a área de cada triângulo por A_{Δ} . Chamando a base \overline{EO} de m e a altura \overline{DK} de h podemos escrever a área de cada triângulo a partir da área do paralelogramo (A_p), escrevendo

$$\begin{aligned}
 A_p &= m \cdot h \\
 A_p &= 2A_{\Delta} \\
 A_{\Delta} &= \frac{A_p}{2}
 \end{aligned}$$

Portanto

$$A_{\Delta} = \frac{m \cdot h}{2}$$

é usada para calcular a área de cada um dos triângulos. Com o uso da fórmula obtida, concluímos que a área de cada triângulo da Figura 2.6 é

$$A_{\Delta} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ u.a.}$$

2.3 ÁREA DO TRAPÉZIO

Um quadrilátero convexo com apenas dois de seus lados paralelos é chamado de trapézio. Os lados opostos que são paralelos, chamamos de bases. Os outros dois lados são chamados de lados não paralelos ou laterais.

Existem diferentes tipos de trapézios:

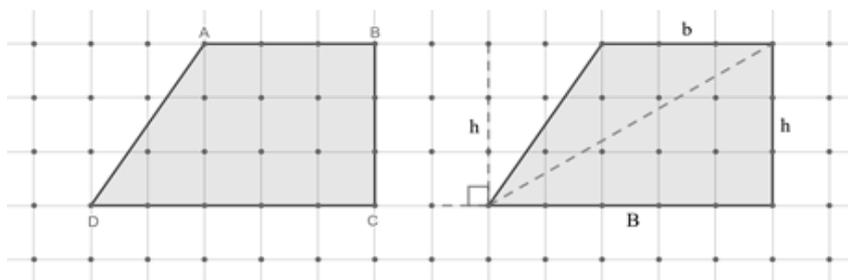
1. **Trapézio Isósceles:** além de ter um par de bases paralelas, os lados não paralelos são iguais em comprimento, e os ângulos adjacentes a cada base são iguais.
2. **Trapézio Retângulo:** tem um par de ângulos retos. Nesse tipo de trapézio, um dos lados não paralelos é perpendicular às bases.
3. **Trapézio Escaleno:** todos os lados têm comprimentos diferentes.

Pela disposição do trapézio nas malhas da Figura 2.7, podemos dividir o trapézio em dois triângulos: um de base b correspondente ao lado \overline{AB} e um de base B correspondente ao lado \overline{DC} ; ambos com a mesma altura.

Os lados \overline{AB} e \overline{DC} citados são os lados paralelos do trapézio.

$$\Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

Figura 2.7: Trapézio nas malhas



Fonte: construções do autor no Geogebra

Portanto, a área do trapézio (A_t) é a soma das áreas dos dois triângulos: o de base b (A_b) e o de base B (A_B).

$$A_t = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_t = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Então a área do trapézio destacado nas malhas é obtida fazendo

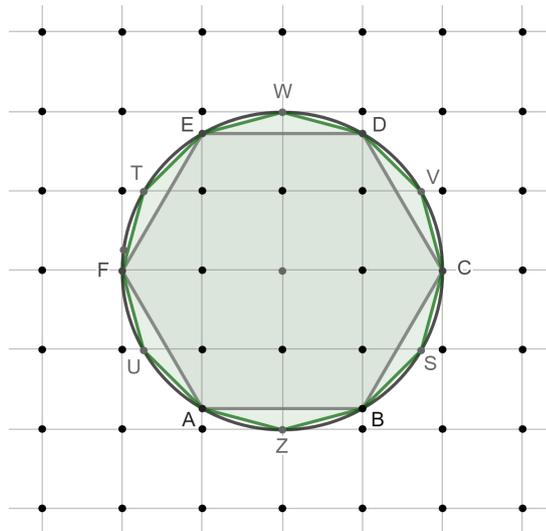
$$A_t = \frac{(5 + 3) \cdot 3}{2} = 12 \text{ u.a.}$$

2.4 ÁREA DO CÍRCULO

Dado um ponto P no plano, podemos definir o círculo como o conjunto de pontos do plano que estão a mesma distância de P , onde P é denominado centro do círculo.

Consideremos um polígono regular inscrito no círculo. Quanto mais lados esse polígono possui, mais sua área se aproxima da área do círculo. Vejamos na Figura 2.8:

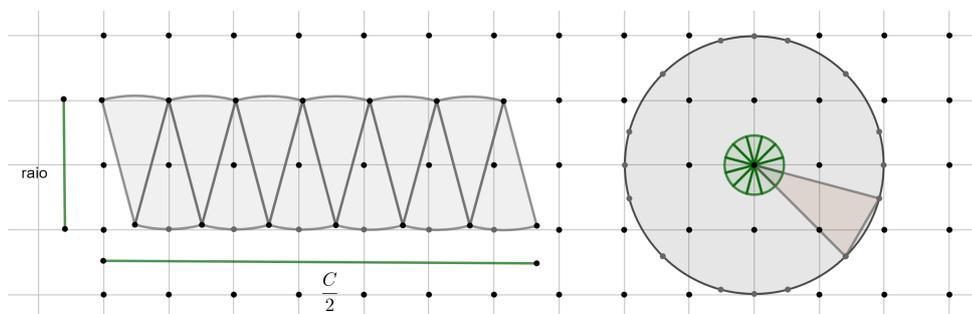
Figura 2.8: Polígonos inscritos no círculo



Fonte: construções do autor no Geogebra

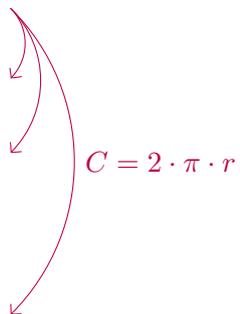
Se considerarmos um número par de lados muito grande, esses setores que compõe o círculo vão se aproximar de um triângulo. E se dispormos todos eles, conforme a Figura 2.9, teremos um paralelogramo, no qual a base corresponde a metade do comprimento da circunferência (C) e a altura ao raio.

Figura 2.9: Setor circular e círculo



Fonte: construções do autor no Geogebra

Usando a Figura 2.9, vemos que a área do círculo A_c corresponde a área de um paralelogramo (A_p) podemos escrever

$$\begin{aligned}
 A_c &= A_p \\
 A_c &= \frac{C}{2} \cdot r \\
 A_c &= \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot r}{2} \\
 A_c &= \frac{\pi \cdot r^2}{2}
 \end{aligned}$$


$C = 2 \cdot \pi \cdot r$

chegando a fórmula para calcular a medida da área do círculo.

Portanto a área do círculo da Figura 2.9 pode ser determinada fazendo

$$A_c = 3,14 \cdot 2^2 = 12,56 \text{ u.a.}$$

Na fórmula aparece a letra grega π , que representa um número irracional, obtido, fazendo-se a razão entre a medida do comprimento da circunferência e a medida do diâmetro.

O número π tem fascinado diversos matemáticos durante toda a história. Os antigos babilônios há dois mil anos antes de Cristo, atribuíam ao círculo de raio 1 o valor $3\frac{1}{8} = 3,125$. No século III a.C. Arquimedes calculando polígonos regulares inscritos e circunscritos a uma circunferência estima o valor de π entre $\frac{223}{71} \geq 3,1408$ e $\frac{22}{7} \geq 3,1428$ já com duas decimais exatas. No século V d.C. o chinês Tsu Chung Chih conseguiu como aproximação por falta o valor 3,1415926 com as sete decimais corretas. Depois do período da Idade Média onde nenhum avanço significativo foi registrado, o iraniano Jamshid Al-Kashi encontrou 9 dígitos corretos para 2π no sistema sexagesimal que forneceu, no sistema decimal, 16 decimais corretas. Cerca de 150 anos depois o alemão L. Van Ceulen, que dedicou a maior parte da sua vida ao cálculo de π usando o mesmo método de Arquimedes, conseguiu 35 casas decimais corretas (NETO, 2013, p.226).

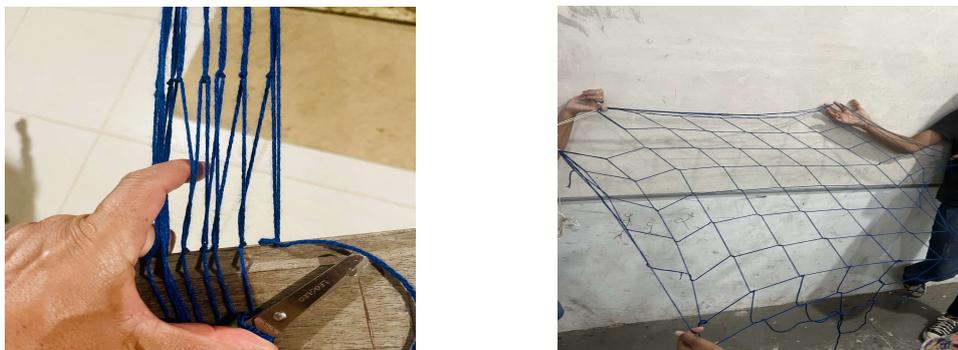
Capítulo 3

ATIVIDADES INSPIRADAS NOS REMENDOS DAS MALHAS DAS REDES DE PESCA

A confecção de uma parte da tarrafa proporcionou uma valiosa oportunidade para explorar as formas adquiridas pelas malhas esticadas (Figura 3.1) e visualizar os possíveis rasgos. Esse processo permitiu discutir as estratégias empregadas pelos pescadores para consertar as malhas de qualquer tipo de armadilha utilizada na captura de pescado.

Ao analisar um pedaço da tarrafa, com suas malhas, ou qualquer outro instrumento de pesca que utilize malhas, pudemos criar desafios que envolvem o remendo de rupturas nas malhas. Essas atividades ajudaram a compreender melhor as técnicas de reparo das malhas rompidas e a importância da manutenção adequada das redes de pesca.

Figura 3.1: Confecção de rede



Fonte: acervo do autor

A exploração prática seguiu as seguintes etapas:

- Visualização das Malhas: a rede, com suas malhas esticadas, revelou a estrutura geométrica dos rasgos e como eles podem afetar a eficiência de qualquer rede de pesca.
- Debate sobre Estratégias de Reparo: o estudo das malhas e dos rasgos permitiu discutir e entender as estratégias dos pescadores para consertar suas redes. Esses reparos são essenciais para garantir que as redes continuem funcionando adequadamente.
- Criação de Desafios: utilizar as malhas das redes para criar desafios de remendo ajudou a aplicar os conceitos aprendidos de forma prática. Esses desafios não apenas ilustram as técnicas de conserto, mas também incentivam a resolução de problemas e o desenvolvimento de habilidades práticas.

Dessa maneira explorar as malhas de uma rede de pesca e discutir os métodos de conserto proporcionou uma compreensão mais profunda dos desafios enfrentados pelos pescadores e das técnicas usadas para manter suas redes em boas condições. Essa abordagem prática não apenas enriqueceu o aprendizado sobre geometria e manutenção de equipamentos, mas também permitiu a criação de atividades desafiadoras que promovem a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos.

3.1 CONHECENDO OS PADRÕES DE REMENDO

Após a familiarização com um dos instrumentos de pesca, a tarrafa, exploramos os diferentes tipos de rompimentos que podem ocorrer durante sua utilização. Esses “rasgos”¹ são geralmente causados pela ação dos peixes tentando escapar, ou por engalhos² em pedras, destroços de embarcações, restos de árvores e até objetos descartados na água.

Após cada sessão de pesca, os pescadores precisam reparar suas redes para garantir que continuem funcionando adequadamente. Durante o processo de conserto, é essencial seguir certos padrões para lidar com os rasgos. Os pescadores utilizam técnicas que permitem consertar os rompimentos sem a necessidade de reiniciar a costura e evitando que dois fios de nylon se conectem a dois nós diferentes, o que poderia comprometer a funcionalidade da tarrafa.

O conserto bem feito é crucial para garantir a eficiência das redes de pesca, es-

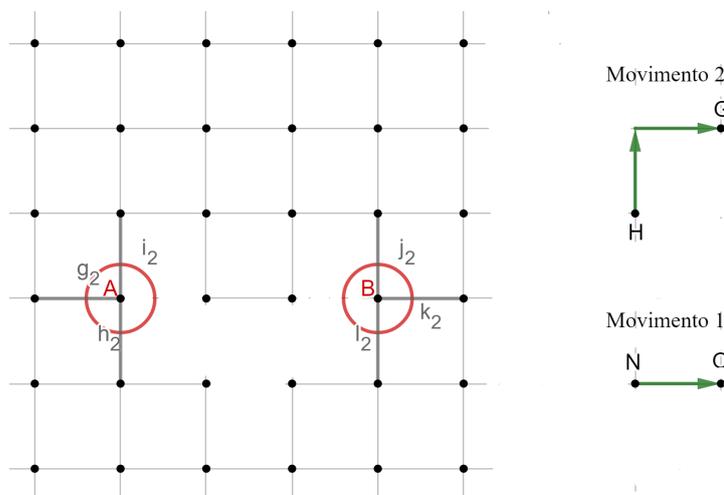
¹Termo usado pelos pescadores para se referir às malhas rompidas

²Termo amplamente utilizado pelos pescadores para se referir às redes que ficam presas a algo no fundo da água.

pecialmente no caso da tarrafa. Se o nó de reparo for muito grande ou se houver fios duplos ligando dois nós, isso pode resultar em emaranhados entre as malhas, dificultando o lançamento da tarrafa e captura do pescado. Portanto, um conserto bem feito não apenas restaura a funcionalidade da tarrafa, mas também aumenta sua durabilidade.

3.1.1 PADRÃO DE ROMPIMENTO MAIS COMUM

Figura 3.2: Padrão de rompimento e movimento de “costura”



Fonte: construções do autor no Geogebra

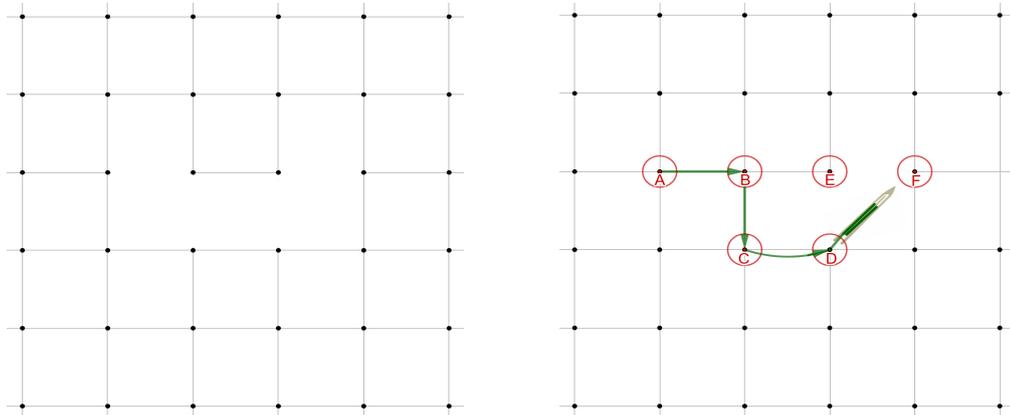
É comum que quando as malhas se rompem e após aparar as pontas de nylon apareça o padrão acima na Figura 3.2. Nesse padrão o pescador já visualiza o ponto de partida e o ponto de conclusão do remendo. O ponto de partida pode ser do nó A ou do nó B ; mas é necessário, que a sequência de nós na construção das malhas, siga etapas que levem a finalização do remendo sem dois fios ligarem dois nós e sem ter que recomeçar.

Na Figura 3.3, podemos observar que a parte danificada da rede não está pronta para receber o remendo sem que ocorram fios duplos ligando dois nós. Inicialmente, ligamos os nós A e B utilizando o movimento 1. Em seguida, conectamos os nós B e C com o mesmo movimento. No entanto, ao chegarmos aos nós C e D , já existe uma ligação entre eles.

Se decidíssemos prosseguir com o remendo nessa configuração, precisaríamos interromper o trabalho em C , cortando o nylon, e reiniciar a costura a partir de D ou F para completar o conserto. No entanto, os pescadores geralmente evitam essa situação ao realizar o conserto de suas redes. Por isso, para o nosso estudo, excluímos essa possibilidade,

focando em métodos que garantam um remendo eficiente e sem essa complicação. Assim, o pescador cortaria a seção de nylon que liga *C* e *D*, de modo que, durante a costura, não aparecessem fios duplos e não fosse necessário reiniciar o remendo em outro nó.

Figura 3.3: Modelo de remendo fora do padrão



Fonte: Construções do autor no Geogebra

No padrão apresentado na Figura 3.2 os nós *A* e *B* se ligam a três outros nós, que é de onde se deve começar e finalizar o remendo. Para que haja apenas um par de nós com essa característica, muitas vezes é necessário realizar cortes em outras partes da rede, conforme ilustrado na Figura 3.4. Ou seja, é necessário muitas vezes aumentar o tamanho do rasgo para se obter o remendo almejado.

Figura 3.4: Preparo para remendar



Fonte: acervo do autor

Além dos nós com a característica descrita anteriormente, é necessário seguir dois movimentos padrões: o **movimento 1** que liga um nó a outro com um quarto do perímetro da malha e o **movimento 2** que liga um nó a outro com metade do perímetro da malha.

Em relação ao movimento 2 o pescador usa geralmente o dedo como molde; sem

gerar uma preocupação com o ângulo formado entre os fios. Para o nosso estudo, estamos considerando uma malha esticada que forma um quadrado. Neste contexto, definimos o movimento do tipo 2 como a combinação de dois movimentos do tipo 1 realizados consecutivamente, sem a presença de um nó intermediário e formando um ângulo de 90° entre eles.

Figura 3.5: Modelo de remendo



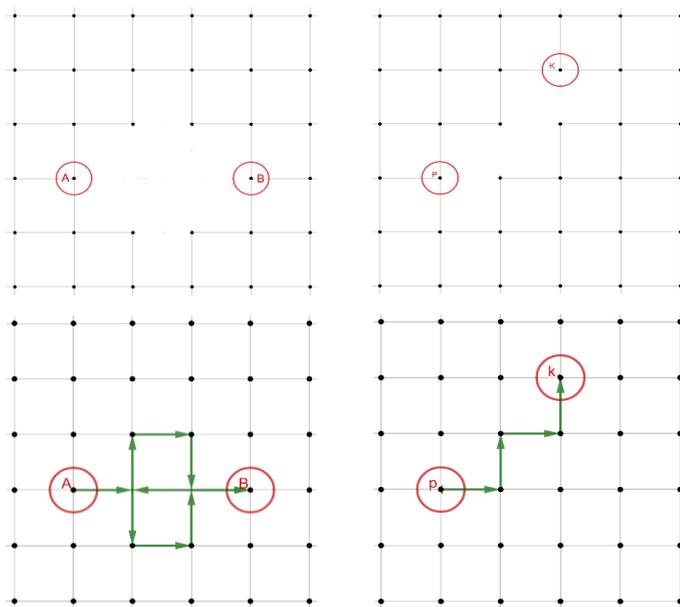
Fonte: Construções do autor no App fotografias

Na Figura 3.5, são exibidas imagens de rompimentos em algumas malhas de uma rede de pesca, juntamente com uma sugestão de como realizar o remendo. A figura ilustra como proceder com o conserto utilizando o movimento descrito na Figura 3.2.

Para efetuar o conserto, devemos seguir o movimento 1, que é mostrado na Figura 3.2. Este movimento envolve iniciar o reparo a partir de um nó que está conectado a outros três nós e terminar o conserto em um nó que possui a mesma configuração. Esta abordagem assegura que o remendo se integre de maneira eficiente com o restante das malhas, mantendo a continuidade na construção.

O método descrito permite que o conserto seja realizado de maneira contínua, sem a necessidade de reiniciar a costura ou criar pontos de conexão inadequados entre os fios, garantindo a integridade e a funcionalidade da rede após o reparo.

Figura 3.6: Rasgos e remendos

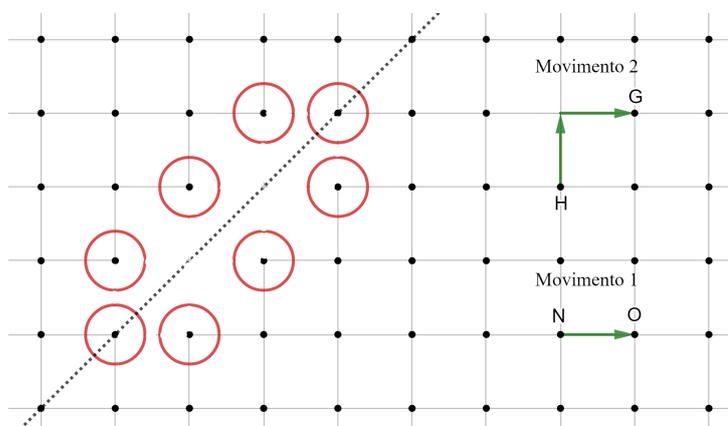


Fonte: construções do autor no Geogebra

Na Figura 3.6 temos dois modelos de remendo da rede construído no software Geogebra, destacando o nó de partida e de chegada, auxiliando na compreensão das etapas de conserto das malhas rompidas e na utilização desses conhecimentos como suporte no entendimento dos conteúdos de geometria.

3.1.2 PADRÃO DE ROMPIMENTO MENOS COMUM

Figura 3.7: Padrão de rompimento menos comum



Fonte: construções do autor no Geogebra

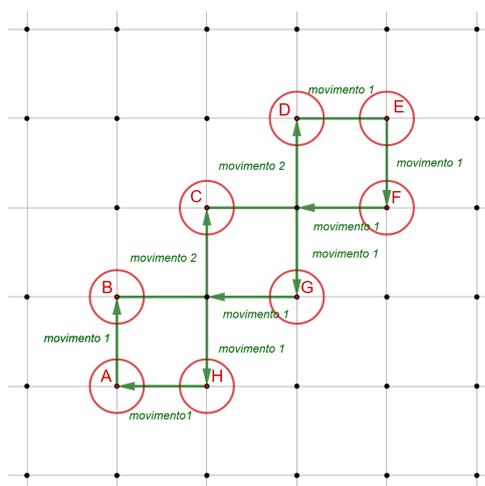
O padrão apresentado na Figura 3.7 não é o mais utilizado pelos pescadores no conserto de suas redes ou tarrafas; mas tem a vantagem de possibilitar o início da costura

em muitas malhas diferentes. Os nós que podem servir como ponto de partida, nesse padrão, estão ligados a outros dois nós; e o nó de partida deve ser o nó de finalização do remendo.

Nesse padrão, assim como no padrão anterior, o número de nós a serem feitos corresponde ao mesmo número de malhas que precisam ser consertadas. Além disso, é um bom modelo para o estudo de simetria e contagem.

Na Figura 3.8, apresentamos o remendo do rompimento da Figura 3.7, detalhando as etapas da costura que utilizam dois tipos de movimento. O conserto inicia-se no nó A, mas essa abordagem poderia começar a partir de qualquer outro nó, o que é uma particularidade desse tipo de rompimento. Essa flexibilidade permite que o pescador escolha o nó de partida, facilitando o processo de reparo.

Figura 3.8: Remendo do rompimento menos comum



Fonte: construções do autor no Geogebra

3.2 ATIVIDADE: DESAFIO DAS MALHAS

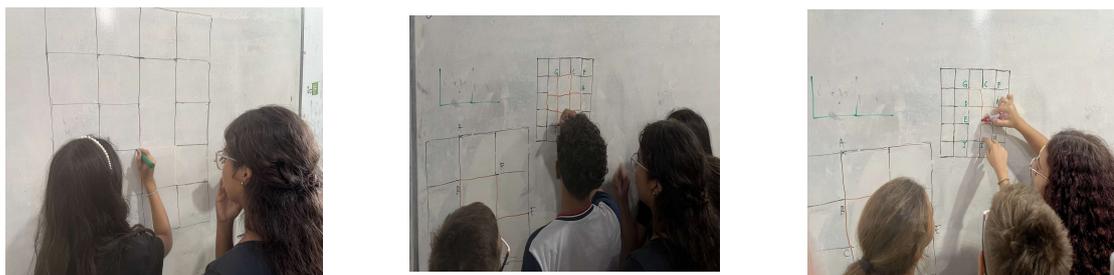
Na Figura 3.9 apresentada, temos o registro do primeiro momento da atividade, que mostra o trabalho colaborativo dos alunos na descoberta do método correto para o remendo. Durante essa etapa inicial, os alunos trabalharam juntos para identificar a técnica adequada de reparo e, além disso, criaram seus próprios desafios ao apagar partes das malhas.

Esse processo de aprendizado prático permitiu que os alunos não apenas entendessem como executar o remendo de forma correta, mas também explorassem e aplicassem o conhecimento adquirido para solucionar problemas semelhantes. Ao apagar partes das

malhas, eles puderam criar cenários que simulavam rompimentos reais, proporcionando uma experiência mais rica e envolvente.

Esse exercício de colaboração e experimentação contribuiu para uma melhor compreensão dos conceitos e técnicas de conserto, preparando-os para enfrentar situações práticas com maior confiança e competência.

Figura 3.9: Desafio das malhas



Fonte: acervo do autor

O desafio descrito no **Apêndice 6** foi proposto à turma do 7º ano, que teve que construir um remendo baseado no estudo sobre os métodos usados pelos pescadores para consertar suas redes e tarrafas. Os alunos precisaram replicar os movimentos empregados pelos pescadores para ligar os nós e cortar os fios necessários, a fim de criar um padrão de rasgo que permitisse a aplicação das técnicas aprendidas durante o estudo.

Esse desafio foi pautado nos modelos construídos para instruir os alunos sobre padrões e movimentos; padrões esses que foram construídos no Geogebra e Word. Demonstrando que é possível usar particularidades de um local associado a tecnologia para o estudo de geometria.

Desde os rabiscos espontâneos, aos desenhos com o auxílio de instrumentos simples e adequados à faixa etária, existe um vasto repertório de atividades escolares que auxiliam a criança a representar os objetos ao seu redor e a compreender as propriedades geométricas das figuras desenhadas ou reproduzidas em imagens gráficas (BRASIL.Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica, 2010, pag.141).

3.3 DETALHAMENTO DE ABORDAGENS COM USO DAS MALHAS

As malhas oferecem uma ampla gama de aplicações que vão além do aprendi-

zadas de geometria, podendo ser utilizadas para explorar diversos conteúdos matemáticos. Ao empregar as malhas, os alunos desenvolvem habilidades importantes como raciocínio lógico, concentração e trabalho em equipe. Essas habilidades são fundamentais para a resolução de problemas que frequentemente aparecem em problemas matemáticos.

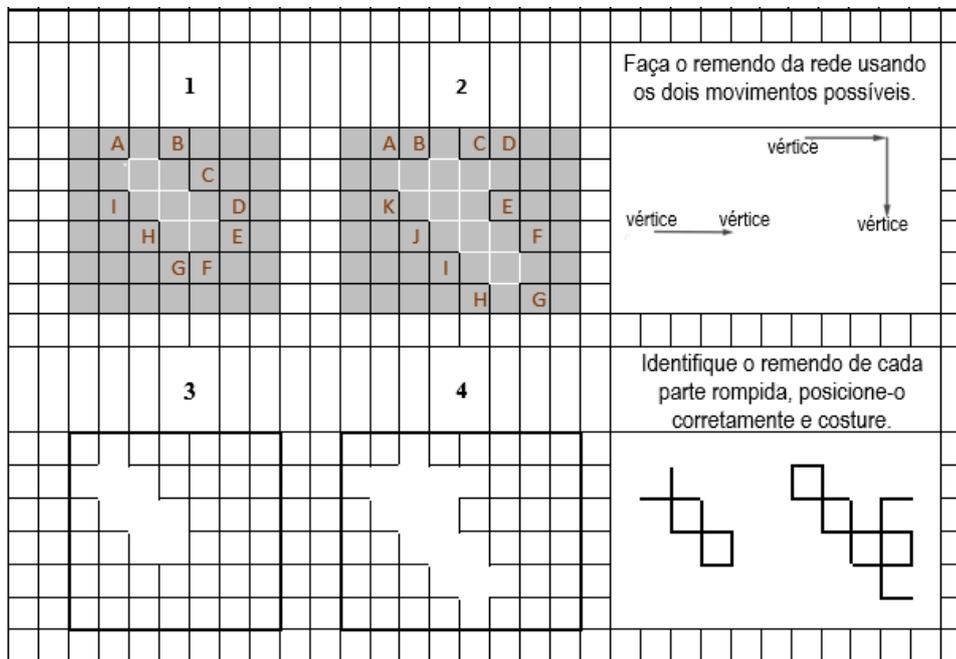
Além da abordagem utilizada com a turma do 7º ano da escola, existem várias outras formas de explorar as malhas com diferentes finalidades e de maneira interdisciplinar. As malhas podem ser empregadas para criar atividades que envolvem diferentes áreas da matemática, como a álgebra, a probabilidade e a estatística, além de possibilitar conexões com outras disciplinas.

Os desafios propostos utilizando as malhas podem ser transformados em jogos que incentivam a competição saudável e a resolução rápida de problemas. Esse formato lúdico e contextualizado torna o aprendizado mais envolvente e motivador para os alunos, facilitando a assimilação dos conteúdos e promovendo um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo. A abordagem baseada em jogos e desafios não só torna a aprendizagem mais divertida, mas também contribui para a evolução mais ágil dos alunos no domínio dos conceitos matemáticos.

A exploração do aspecto lúdico, pode se tornar uma técnica facilitadora na elaboração de conceitos, no reforço de conteúdo, na sociabilidade entre os alunos, na criatividade e no espírito de competição e cooperação, tornando esse processo transparente, ao ponto que o domínio sobre os objetivos propostos na obra seja assegurado (FIALHO, 2007, pag.16).

3.3.1 CONSTRUÍNDO REMENDOS

Figura 3.10: Desafio: construindo remendos



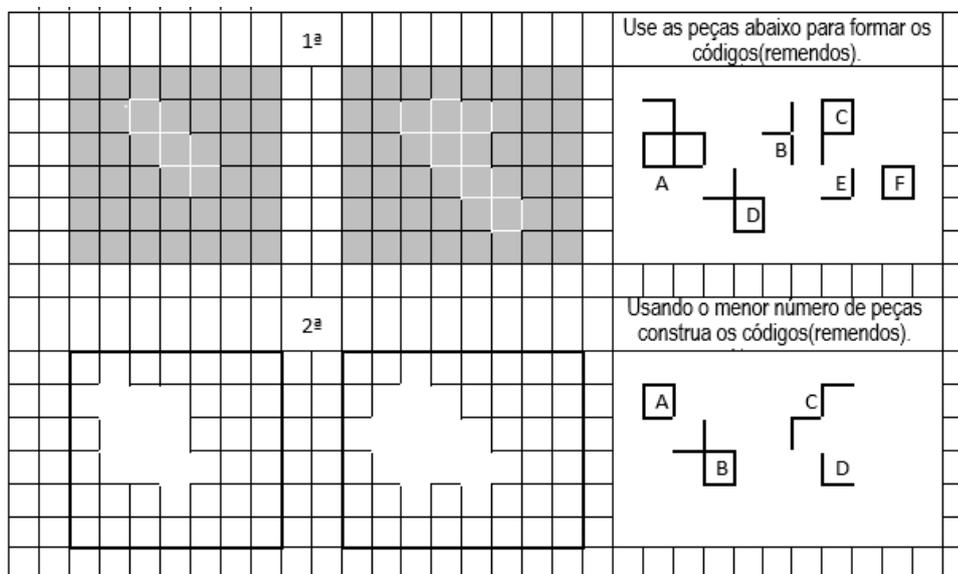
Fonte: construções do autor no Word

Nesse desafio, da Figura 3.10 é proposto ao aluno que indique o traçado da costura identificando os vértices das malhas, representadas por quadrados, que estão sendo ligadas. Nos desafios 1 e 2 as malhas estão identificadas por letras maiúsculas e os remendos estão destacados facilitando seu contorno e a indicação do movimento usado.

Nos remendos 3 e 4 é proposto aos alunos que primeiro identifiquem os remendos correspondentes, posicione-os e depois façam o conserto da parte rompida da tarrafa. No **Apêndice 9** apresentamos uma solução para a 2ª parte do desafio.

3.3.2 CÓDIGO COM MALHAS

Figura 3.11: Desafio: construindo códigos nas malha



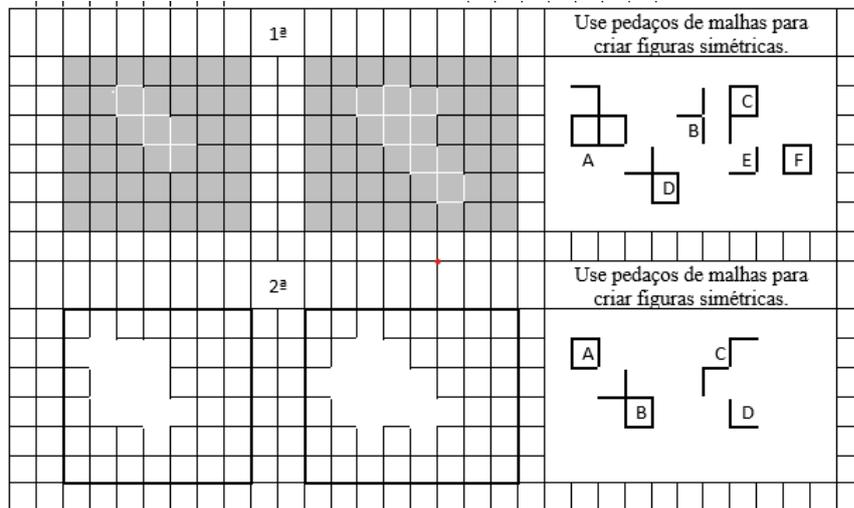
Fonte: construções do autor no Word

No desafio apresentado na Figura 3.11 podemos tratar o remendo como um código que pode ser utilizado, além de apenas o desafio de construí-lo, para acessar gabaritos, descobrir pistas e diversas outras aplicações. O uso de cores nas peças também aumenta o número de possibilidades de criação de códigos.

Na primeira parte do desafio é apresentado o contorno, que pode ser interpretado como um código, facilitando a resolução do desafio. Na segunda parte o grau de dificuldade é aumentado; pois além de descobrir o código, o desafiado tem que construí-lo com o menor número de peças. No **Apêndice 9** apresentamos uma solução para a 2ª parte do desafio.

3.3.3 SIMETRIA E SEMELHANÇA NAS MALHAS

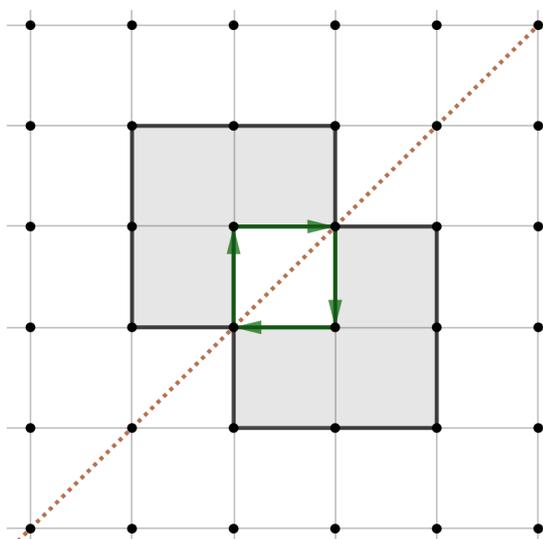
Figura 3.12: Desafio: construindo figuras semelhantes, figuras simétricas ou remendos simétricos



Fonte: construções do autor no Word

Nessa abordagem apresentada na Figura 3.12 temos a possibilidade de construir figuras simétricas e encontrar eixos de simetria como exemplificado na Figura 3.7. Na primeira parte do desafio o contorno do remendo facilita a visualização de simetrias existentes; já na segunda parte, os pedaços de malhas devem ser colocadas em posições estratégicas para visualizar possíveis simetrias. No **Apêndice 9** apresentamos uma solução para a 2ª parte do desafio. Variações diversas podem ser usadas para aprender simetria e semelhança (Figura 3.13).

Figura 3.13: Simetria e semelhança



Fonte: construções do autor no Geogebra

3.4 O PODER DO USO DAS MALHAS EVIDENCIADO PELO GRANDE NÚMERO DE QUESTÕES ELABORADAS

O acervo de questões que utiliza as malhas como principal ferramenta para entendimento e solução é vasto e diversificado. O uso das malhas não se restringe apenas ao estudo da geometria, mas também explora outros conteúdos matemáticos, como a combinatória, por exemplo.

Ao integrar as malhas em atividades matemáticas, os alunos desenvolvem habilidades valiosas que são essenciais para a resolução de problemas em competições matemáticas, como as Olimpíadas de Matemática. Essas habilidades incluem:

- Raciocínio Lógico: a capacidade de analisar e resolver problemas complexos com clareza e precisão.
- Pensamento Crítico: a habilidade de avaliar diferentes abordagens e escolher a mais apropriada para resolver um problema.
- Criatividade na Resolução de Problemas: a aptidão para aplicar conceitos matemáticos de maneira inovadora e não convencional.
- Trabalho em Equipe e Colaboração: a experiência de resolver problemas em grupo, trocando ideias e estratégias.

Explorar conteúdos matemáticos por meio de malhas proporciona um ambiente de aprendizagem interativo e envolvente, promovendo um entendimento mais profundo dos conceitos. Além disso, a utilização das malhas como ferramenta pedagógica transforma o aprendizado em uma experiência prática e estimulante, reforçando o interesse e a competência dos alunos em Matemática.

3.4.1 AS MALHAS E A OBMEP

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) desempenha um papel crucial no ensino de Matemática e serve como uma fonte significativa de inspiração para a elaboração de questões que utilizam malhas para desenvolver e avaliar diversas habilidades dos alunos; oferecendo uma abordagem prática e visual do conteúdo estudado.

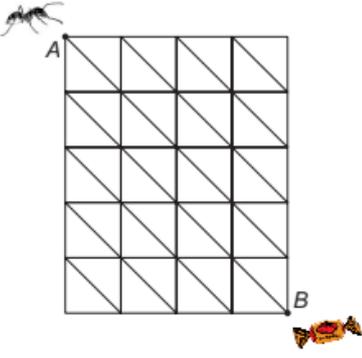
A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação - MEC e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação - MCTI. Criada em 2005 para estimular o estudo da matemática e identificar talentos na área, a OBMEP tem como objetivos principais: - Estimular e promover o estudo da Matemática; - Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; - Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas; - Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; - Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas; - Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento. (OBMEP, 2024).

Nas Figuras 3.14, 3.15, 3.16, 3.17, temos modelos de questões abordadas com uso de malhas. E o treinamento adequado muni o aluno para solucionar as questões com mais segurança.

Figura 3.14: Questão 12 da 1ª fase da 15ª OBMEP - nível 1.

12. A formiguinha da OBMEP está no ponto *A* e quer ir até o doce que está no ponto *B*. Ela anda sobre as linhas da figura e faz um caminho com o menor comprimento possível. Quantos são esses caminhos de menor comprimento?

A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5



Fonte: OBMEP. Disponível em: <https://obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 22 mar. 2024.

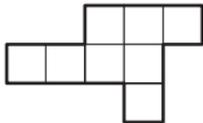
Figura 3.15: Questão 2 da 2ª fase da 12ª OBMEP - nível 2.

2. A peça ilustrada abaixo é formada por quatro quadrinhos de 1 cm de lado. Observe que o perímetro desta peça, ou seja, a medida de seu contorno, é 10 cm.



Roberto forma figuras juntando duas dessas peças, sem sobreposição, e fazendo coincidir lados de quadrinhos.

a) Roberto formou a figura abaixo. Qual é o perímetro desta figura?



b) Ajude Roberto desenhando uma figura com perímetro igual a 12 cm no quadriculado da esquerda e outra com perímetro igual a 18 cm no quadriculado da direita.

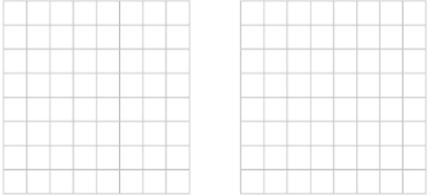


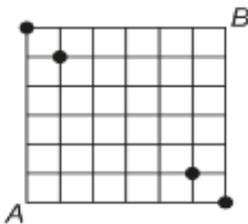
Figura com perímetro igual a 12 cm Figura com perímetro igual a 18 cm

Fonte: OBMEP. Disponível em: <https://obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 22 mar. 2024.

Figura 3.16: Questão 14 da 1ª fase da 18ª OBMEP - nível 1.

14. Uma formiga, inicialmente no vértice *A*, anda sobre as linhas do quadriculado da figura, sempre para a direita ou para cima, até chegar ao vértice *B*. De quantas maneiras ela pode fazer isso passando por algum dos quatro pontos destacados?

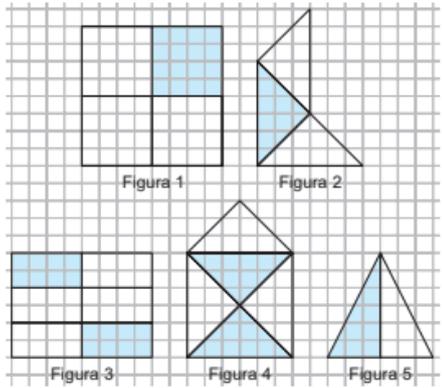
(A) 4
 (B) 32
 (C) 36
 (D) 64
 (E) 74



Fonte: OBMEP. Disponível em: <https://obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 22 mar. 2024.

Figura 3.17: Questão 7 da 1ª fase da 14ª OBMEP - nível 1.

7. Na Figura 1 a área pintada corresponde a $\frac{1}{4}$ da área total. Em qual figura a fração correspondente à área pintada é a maior?



A) Figura 1
 B) Figura 2
 C) Figura 3
 D) Figura 4
 E) Figura 5

Fonte: OBMEP. Disponível em: <https://obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 22 mar. 2024.

3.4.2 AS MALHAS E A BNCC

A BNCC reconhece o valor das malhas como uma ferramenta pedagógica importante para promover uma aprendizagem matemática mais rica e significativa. O uso de malhas não só facilita a compreensão de conceitos matemáticos, mas também contribui para o desenvolvimento de habilidades práticas e cognitivas importantes. Temos as seguintes habilidades como exemplo:

(EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em **malhas quadriculadas** ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.[...] (EF04MA21) Medir, comparar e estimar Área de figuras planas desenhadas em **malha quadriculada**, pela contagem dos quadradinhos ou de metades de quadradinho, reconhecendo que duas figuras com formatos diferentes podem ter a mesma medida de Área.[...] (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em **malhas quadriculadas** e usando tecnologias digitais.[...] (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de **malhas quadriculadas**, plano cartesiano ou tecnologias digitais (BRASIL, 2018, p.289 - 303, **grifo do autor**).

Capítulo 4

EXPLORANDO OS ESPAÇOS DE CONVÍVIO

A exploração dos ambientes do espaço escolar, possibilitou, como proposta do nosso trabalho, aperfeiçoar a capacidade de visualização de figuras planas presentes dentro das fronteiras da escola.

A busca que fizemos foi mais específica, pois o nosso estudo foi voltado para o triângulo retângulo. Nessa interação e trocas de ideias pode ser observado a presença do triângulo em diversas estruturas; principalmente com a finalidade de dar firmeza que é uma das características do triângulo. Abaixo, na Figura 4.1, temos o registro da exploração do espaço; bem como a localização onde a atividade foi realizada. O registro da localização também foi importante pois é uma habilidade cobrada dos alunos.

Figura 4.1: Exploração do espaço escolar - turma do 9º ano



Fonte: autor

4.1 ESPAÇO ESCOLAR E TEOREMA DE PITÁGORAS

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018, p.298):

A aprendizagem em Matemática no Ensino Fundamental – Anos Finais também está intrinsecamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos e seu cotidiano, entre eles e os diferentes temas matemáticos e, por fim, entre eles e os demais componentes curriculares.

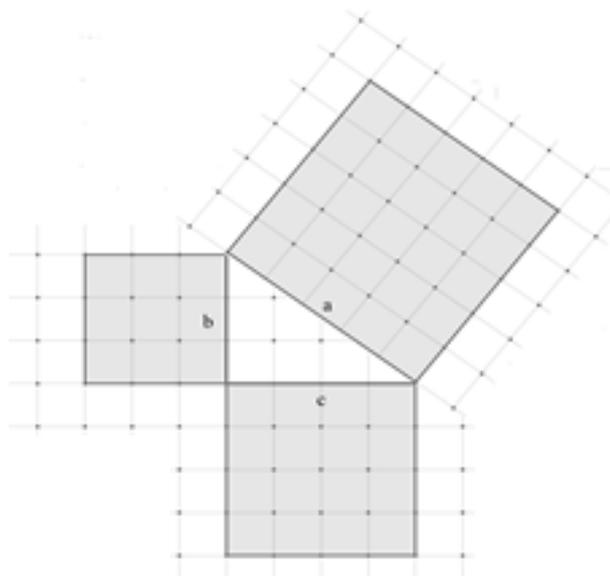
O Teorema de Pitágoras é fundamental e muito importante no entendimento da geometria e das relações espaciais. Esse teorema, nomeado em homenagem ao matemático grego Pitágoras, estabelece uma relação entre os lados de um triângulo retângulo. O teorema afirma que: “Em um triângulo retângulo, que é um triângulo contendo um ângulo reto (90°), o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos”. Chamando a área do quadrado que está sobre a hipotenusa de A_Q , a área do quadrado que está sobre o cateto maior de A_{q1} e a área do quadrado que está sobre o cateto menor de A_{q2} , e denotarmos as medidas dos lados do triângulo como a , b e c , onde “ a ” é a hipotenusa (Figura 4.2), podemos escrever:

$$A_Q = A_{q1} + A_{q2}$$

Portanto

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Figura 4.2: Pitágoras nas malhas



Fonte: construída pelo autor no Geogebra

O Teorema de Pitágoras é uma ferramenta poderosa para calcular distâncias e resolver inúmeros problemas de geometria, sendo aplicável em diversas situações do cotidiano. Ao explorar atividades práticas e exercícios, os estudantes são estimulados a desenvolver habilidades de resolução de problemas em situações do mundo real.

No **Apêndice 7**, descrevemos a atividade realizada com os alunos do 9º ano, na qual eles, trabalhando em equipe, mediram formas geométricas planas observadas no espaço escolar. Eles selecionaram formas que continham triângulos retângulos em sua construção e verificaram as medidas de seus lados utilizando o Teorema de Pitágoras. Com as informações coletadas, realizaram construções na malha quadriculada, efetuando cálculos e comparando as medidas obtidas com os resultados do aplicativo e com o uso da fita métrica.

4.2 PLANTA BAIXA

As plantas baixas oferecem um excelente recurso para explorar e aplicar conceitos geométricos que devem ser aprendidos pelos alunos. São diversas as maneiras pelas quais os alunos podem aprender e aprimorar suas habilidades geométricas através da observação de plantas baixas. Uma das etapas do projeto de exploração da geometria no convívio dos alunos foi levar para a sala de aula fotos aéreas de espaços de convivência dos alunos:

como praças e escolas. Os alunos puderam enxergar a própria escola vista de cima e outros espaços. Puderam observar as formas presentes nesses espaços; fazer análises sobre as formas encontradas e fazer o contorno dessas formas. Os alunos foram desafiados aos pares a encontrar o maior número de figuras planas. Esse foi utilizado não só foi usado para falar sobre as unidades de medidas de comprimento e de área; foi usado também para ouvi-los quanto as melhorias a serem efetuadas para esses espaços sejam mais bem aproveitados. Na BNCC o estudo de plantas baixas é um objeto de conhecimento que está na unidade temática “geometria” e algumas das habilidades a serem desenvolvidas com seu estudo são:

(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas. (EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.[...] (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos (BRASIL, 2018, p.300 - 315).

4.2.1 ETAPAS DA AULA MODELO COM PLANTA BAIXA

Distribuímos em alguns momentos essa apreciação de plantas baixas:

1º momento: identificação de elementos geométricos presentes na planta baixa. Fizemos análise de elementos geométricos, como linhas, segmentos, ângulos, polígonos e círculos.

2º momento: aprendendo a classificar os polígonos. Os cômodos representados nas plantas baixas foram usados para classificação de polígonos. Os estudantes foram desafiados a classificar esses polígonos de acordo com suas características; como número de lados e ângulos internos. Com plantas baixas propostas pelo livro didático e impressões extras, puderam fixar esse conteúdo por meio do trabalho de rotina.

3º momento: cálculo de Áreas e perímetros. Esse momento foi o que teve maior tempo despendido. Foi o momento onde usamos os cômodos de plantas baixas para calcular áreas e perímetros. Os alunos fizeram cálculo dessas medidas, aplicando as fórmulas estudadas e estratégias diversas que levassem aos mesmos resultados. O uso de malhas nos auxiliou na compreensão de revestimentos de superfícies e contornos dos cômodos.

4º momento: visão aérea dos espaços de convivência. Como a visão aérea facilita a visualização da distribuição dos cômodos na planta baixa, os contornos e a visão ortogonal de objetos tridimensionais, os alunos foram desafiados em uma minicompetição, em duplas, a contornarem os espaços de convivência e identificar as figuras geométricas planas. Na Figura 4.3 temos uma foto dos alunos em ação.

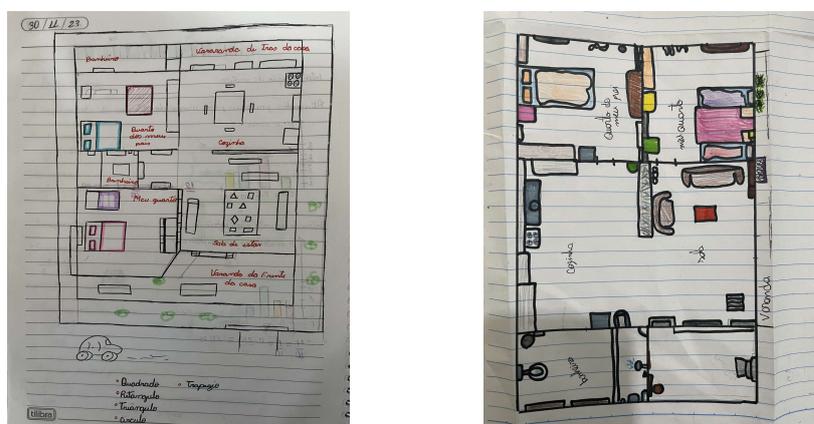
Figura 4.3: Contorno de espaços de convivência - turma do 6º ano



Fonte: acervo do autor

5º momento: construção de planta baixa. Como finalização desse conteúdo os alunos foram desafiados em sua rotina a produzirem uma planta baixa; sem muito rigor técnico. Como exemplificado na Figura 4.4 abaixo.

Figura 4.4: Construção de planta baixa



Fonte: acervo do autor

A exigência de produzir uma planta baixa dentro dos padrões adotados pelos arquitetos ficou para uma próxima etapa; para que os alunos tenham tempo de adquirir

familiaridade com os softwares de desenho.

6º momento: solução de problemas. Com todo conhecimento adquirido, os alunos foram desafiados em sala, em casa e na oficina de Matemática a resolver problemas que necessitavam das mesmas estratégias trabalhadas nas abordagens do conteúdo estudado. Na oficina de Matemática os alunos participantes eram desafiados com mais intensidade a colocarem em prática as habilidades necessárias para soluções problemas olímpicos. Nas aulas ministradas no contraturno, na oficina de Matemática, o foco era em problemas como os citados nas Figuras 3.14, 3.15, 3.16 e 3.17.

Capítulo 5

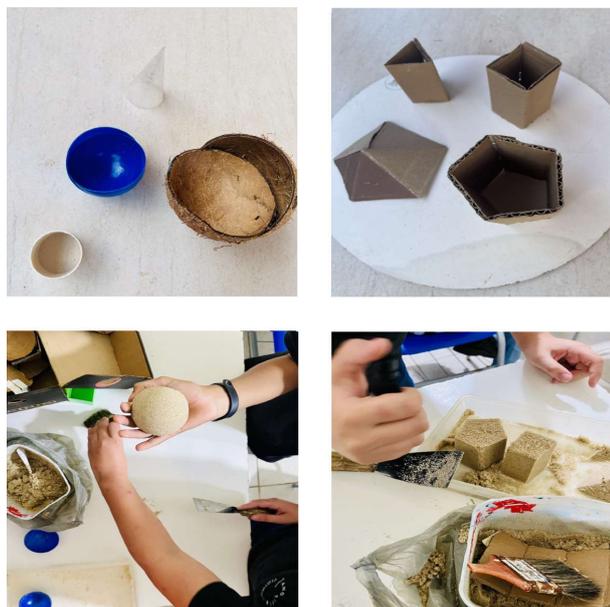
CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS COM A AREIA DA PRAIA

Observando o espaço de sua vivência o aluno pode visualizar os sólidos como se fossem sempre maciços. Mas ao olhar mais atentamente percebe que em muitas figuras há apenas a casca, placas e chapas na construção desses sólidos; e essas construções, com essas características, aparecem em muitas atividades desenvolvidas por nativos em seu trabalho diário. Podemos citar como exemplo o trabalho do pedreiro, do marceneiro e do carpinteiro.

Chapas, placas e cascas estão presentes em várias áreas de aplicação na engenharia estrutural. Na Engenharia Civil tem-se as lajes de concreto armado e protendido, as chapas e cascas das estruturas metálicas, as coberturas em cúpulas etc. Nas engenharias mecânica, naval e aeroespacial, veículos terrestres, navios, aeronaves e espaçonaves são, em sua maior parte, constituídos de chapas, placas e cascas metálicas, devido à leveza e resistência que deles se espera. (BRASIL, 2020, p.6)

Na construção dos sólidos procuramos reaproveitar materiais, fazer uso de materiais reciclados e usar materiais de baixo custo. E essa foi a orientação na construção dos sólidos de areia, pelos alunos, como atividade extraclasse e nos modelos construídos em sala de aula para exposição do conteúdo.

Figura 5.1: Moldes dos sólidos geométricos de areia



Fonte: acervo do autor

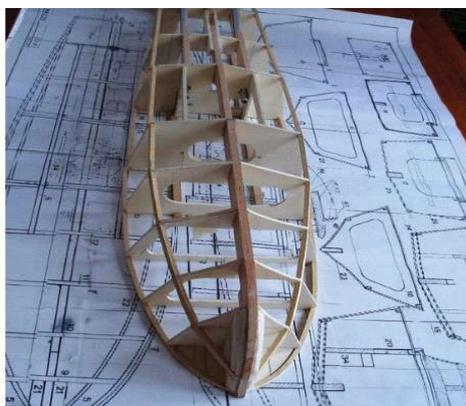
Na Figura 5.1 podemos observar sólidos geométricos criados a partir de moldes que dão forma a diversas estruturas ao nosso redor. Essa imagem nos permite perceber a presença constante de cascas, placas e chapas em nosso ambiente cotidiano, destacando sua ampla aplicação em diferentes contextos. Observando o entorno é possível concluir que nem todos os sólidos são maciços; e os que são, foram modelados com cascas, chapas e placas.

Chapas são peças estruturais em que uma dimensão, a espessura e, é muito menor que as outras duas, são planas, e os carregamentos são supostamente contidos nesse plano. É o caso, por exemplo, dos painéis de fechamento de fuselagens de aeronaves, em que as pressões internas ou externas podem ser negligenciadas por serem de uma ordem de grandeza muito menor que as tensões que se desenvolvem em seu próprio plano. [...] **Placas** são peças estruturais em que uma dimensão, a espessura e, é muito menor que as outras duas, são planas, e os carregamentos são supostamente perpendiculares a esse plano, gerando flexão e cisalhamento. É o caso, por exemplo, dos painéis de fechamento de asas de aeronaves, em que pequenas curvaturas permitem a aproximação por um plano e o carregamento predominante são as forças de sustentação sempre normais à superfície da peça. Na Engenharia Civil têm-se as lajes de concreto armado e protendido. [...] **Cascas** são peças estruturais em que uma dimensão, a espessura e, é muito menor que as outras duas, não são necessariamente planas, e os carregamentos podem ser tanto tangenciais como normais à superfície da casca. É, genericamente, o caso de objetos como os painéis de fechamento de fuselagens de aeronaves e espaçonaves, veículos terrestres e navais, tubulações e vasos de pressão, silos, cúpulas etc. (BRASIL, 2020, p.19 - 109)

5.1 AS EMBARCAÇÕES E A CARPINTARIA

Nas discussões sobre as construções geométricas e a forma como fizemos todo o trabalho pautado no cotidiano do aluno, não podíamos deixar de explorar as construções das embarcações; pois sem elas o sustento das famílias se tornaria muito difícil através da pesca. Há poucos anos, era ainda maior a dependência das famílias das embarcações; principalmente de botes e canoas. As canoas são mais usadas na sede do município: Tibau do Sul; pois os pescadores exploram a *Laguna Guaraíras*¹ onde as águas são menos turbulentas. Mas também é na laguna que muitos se beneficiam do turismo fazendo a travessia, com o uso de balsas, de carros de uma margem a outra da laguna; assim como passeios de lanchas. Na praia de Pipa por sua vez, os pescadores usam mais os botes e jangadas; mas também está presente no cotidiano, e com mais evidência, os barcos de maior porte e as lanchas de passeio.

Figura 5.2: Construção de embarcação



Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/62818184804977364/>. Acesso em: 18 maio 2024.

Vemos como mostra a Figura 5.2 o quanto de Matemática existe na construção de uma embarcação. Embora hoje a grande maioria dessas embarcações não sejam produzidas pelos carpinteiros locais, não podemos esquecer da importância desses profissionais para sobrevivência dos nativos durante muitos anos.

Explorar as embarcações no contexto das construções geométricas permite que os alunos vejam a aplicabilidade dos conceitos matemáticos em situações reais e significativas. A construção e uso de canoas, botes, jangadas e lanchas não apenas oferecem uma

¹É mais conhecida como *Lagoa Guaraíras* mas na verdade é uma laguna, pois tem ligação com o mar.

oportunidade para aprender sobre geometria, mas também para entender a importância cultural e econômica dessas embarcações na vida das comunidade local. Integrar esses aspectos ao ensino de Matemática torna o aprendizado mais relevante e conecta os conceitos teóricos com práticas do cotidiano.

5.1.1 O GRAMINHO

O graminho (Figura 5.3) é um instrumento usado pelos carpinteiros e marceneiros no processo de construção de embarcações e móveis. Um instrumento que pode ser construído de maneira simples, mas que pode auxiliar para marcar precisamente cortes, furações, posicionamento de peças, etc. Com esse instrumento podemos fazer traços paralelos as bordas de uma peça de madeira ou de qualquer outro material.

Figura 5.3: Graminho



Fonte: acervo do autor

No apêndice 1, apresentamos um modelo de atividade que utiliza o graminho para demonstrar a versatilidade deste instrumento na criação de diversos desafios geométricos; destacando a riqueza e a complexidade dos problemas geométricos que podem ser explorados com sua ajuda.

5.2 O ESPAÇO LOCAL

Figura 5.4: Fotos da cidade e suas praias



Fonte: <https://tibaudosul.rn.gov.br/>. Acesso em: 18 maio 2024.

Vemos na Figura 5.4 um resumo dos espaços e principal atividade cotidiana explorados nesse trabalho. E a foto mostra que é essa essência o principal atrativo local usada pela prefeitura para divulgar o município.

A abordagem do conteúdo usando elementos do cotidiano para sua compreensão, nos auxilia na elaboração dos conceitos, no melhor entendimento dos elementos que compõem as formas e na fixação das informações.

A melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais. Construindo poliedros os alunos têm oportunidade de observar e usar muitas relações espaciais. Recursos visuais também estimulam o pensamento criativo (POHL, 1994, p.178)

O material escolhido para a construção dos sólidos foi a **areia**. Este recurso não só é abundante e de fácil acesso, especialmente em locais como praias, mas também é simples de manusear, o que o torna ideal para atividades práticas com formas geométricas.

Vantagens do Uso da Areia:

- Disponibilidade e Acesso: a areia é um material amplamente disponível e fácil de encontrar, especialmente em áreas costeiras. Isso reduz a necessidade de aquisição de materiais específicos e permite que as atividades sejam realizadas de forma mais econômica e acessível.

- Facilidade de Manuseio: a areia é um material que pode ser moldado e manipulado facilmente, permitindo que os alunos construam e explorem diferentes formas geométricas

sem dificuldades. Sua maleabilidade favorece a experimentação e a aprendizagem prática dos conceitos geométricos.

A utilização da areia nas atividades de construção de sólidos teve um impacto significativo nas dinâmicas de sala de aula:

- Engajamento da Turma: o uso da areia como material para construir formas geométricas despertou um interesse maior nos alunos, tornando as aulas mais envolventes e atraentes. O aspecto prático e lúdico da atividade contribuiu para um maior entusiasmo e motivação por parte dos alunos.
- Colaboração e Participação: a atividade prática facilitou a colaboração entre os alunos, promovendo o trabalho em equipe. A construção de formas geométricas com areia exigiu que os alunos discutissem, planejassem e trabalhassem juntos, o que resultou em uma participação mais efetiva nas atividades propostas.
- Aprendizagem Ativa: o uso da areia permitiu que os alunos experimentassem os conceitos geométricos de forma concreta e visual. A manipulação direta do material ajudou a consolidar o entendimento das propriedades das formas geométricas.

5.3 OS SOFTWARES

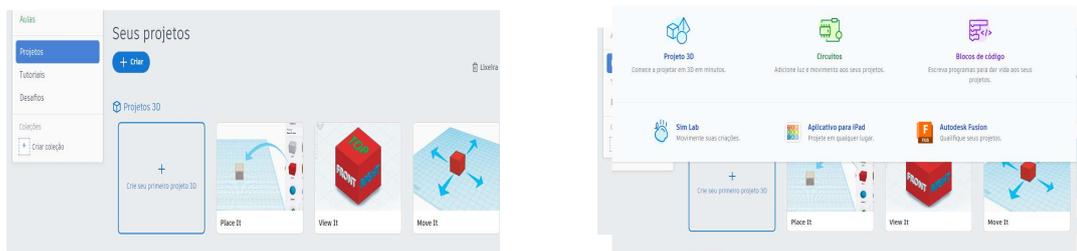
5.3.1 Tinkercad

O software Tinkercad (Figura 5.5), desenvolvido pela Autodesk, é capaz de modelar em 3D e permite que criemos intuitivamente designs e protótipos digitais. Por ser fácil de usar, o Tinkercad é popular entre educadores e estudantes.

Como sua interface é simples, o Tinkercad possibilitou que criássemos modelos de sólidos geométricos com o auxílio das formas básicas pré-definidas. A principal figura que criamos no software foi a cunha da esfera.

Além disso, como o Tinkercad permite que várias pessoas trabalhem em um mesmo projeto simultaneamente. E com essa função a disposição pensamos em usá-lo para um projeto futuro: a criação de um modelo, que possamos explorar, de algo importante na realidade local.

Figura 5.5: Página inicial do TinkercAD



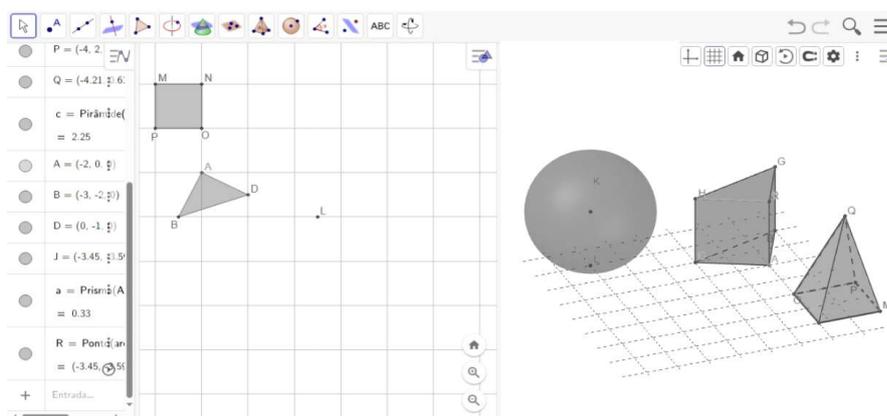
Fonte: <https://www.tinkercad.com/>. Acesso em: 8 fev. 2024.

5.3.2 GEOGEBRA

O Geogebra, que é gratuito, foi uma excelente ferramenta durante o estudo dos sólidos geométricos. Foi o software mais utilizado pelos alunos nas atividades propostas; pois é um software de matemática dinâmica, que auxilia professores e alunos, não só a construir figuras geométricas, mas também auxilia com cálculo e em outras áreas da matemática de uma forma bem interativa.

As ferramentas de manipulação do Geogebra (Figura 5.6), oferece uma abordagem de simples compreensão para os usuários que queiram explorar conceitos matemáticos de forma interativa. Além disso, o Geogebra proporciona para o usuário a possibilidade de personalizar seu ambiente de trabalho.

Figura 5.6: Páginas 2D e 3D do Geogebra

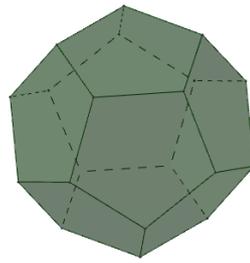


Fonte: construções do autor no Geogebra

5.4 CONHECENDO MELHOR OS POLIEDROS

O poliedro é a figura formada por uma quantidade finita de polígonos e no mínimo quatro. Esses polígonos estão em planos diferentes e os lados de cada um deles é também lado de apenas um outro. Observe o dodecaedro na Figura 5.7 abaixo:

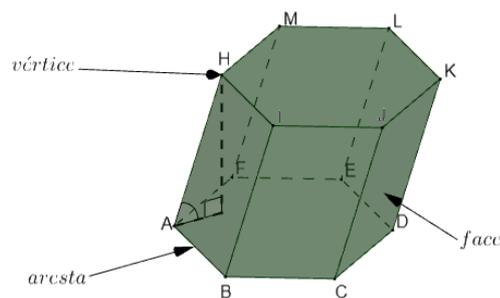
Figura 5.7: Modelo de poliedro



Fonte: construções do autor no Geogebra

Cada polígono que compõe o poliedro é chamado de *face*, o lado comum a duas faces é chamada de *aresta* e os vértices dessas faces são os *vértices* do poliedro. Conforme vemos na Figura 5.8.

Figura 5.8: Elementos de um poliedro

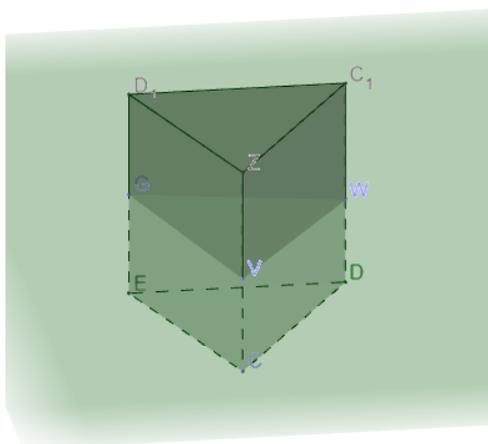


Fonte: construções do autor no Geogebra

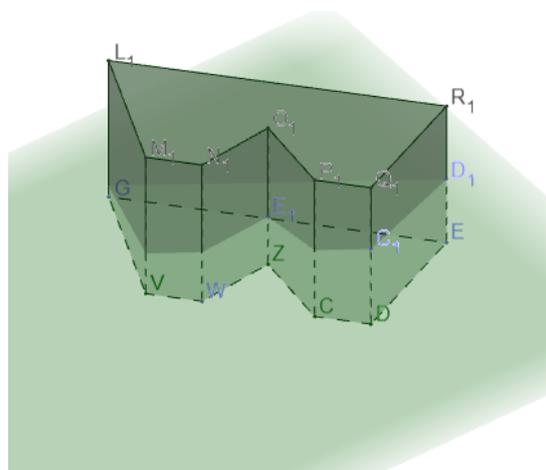
Os poliedros podem ser **convexos** ou **côncavos**. Nos poliedros convexos (Figura 5.9a) os planos das faces deixam as demais faces do poliedro em um mesmo semiespaço e qualquer reta secante, que não seja paralela a uma das faces, possui apenas dois pontos em comum com o poliedro. Já nos poliedros côncavos (Figura 5.9b), as retas secantes e não paralelas as faces, podem possuir mais de dois pontos em comum com o poliedro. No poliedro côncavo a seção plana pode resultar em um polígono côncavo.

Figura 5.9: Poliedro convexo e côncavo

(a) poliedro convexo.



(b) poliedro côncavo.

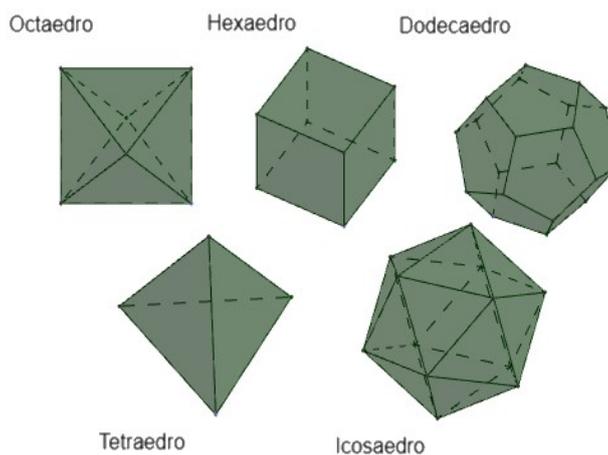


Fonte: construções do autor no Geogebra

5.4.1 POLIEDRO REGULAR

Se um poliedro convexo tem como faces polígonos regulares e concorrem para seus vértices um mesmo número de arestas, então é classificado como poliedro regular (Figura 5.10).

Figura 5.10: Poliedros convexos regulares



Fonte: construções do autor no Geogebra

Em todo poliedro convexo com V vértices, F faces e A arestas é válida a relação

$$V + F = A + 2,$$

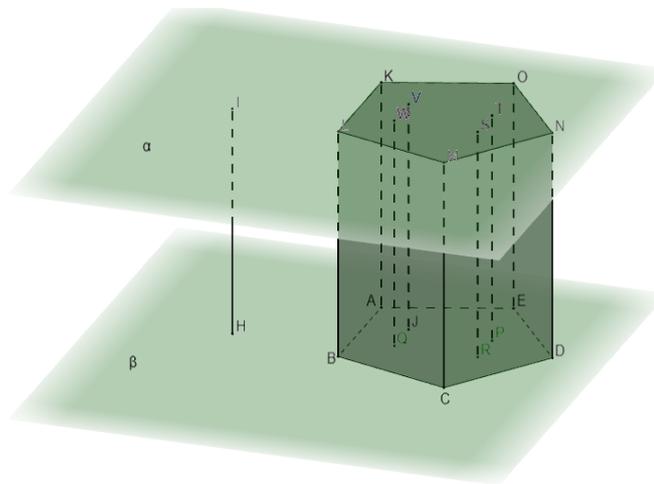
conhecida como **Relação de Euler**.

Analisaremos aqui os poliedros estudados pelos alunos no ensino fundamental; nível em que o trabalho foi desenvolvido. Iremos fazer uma abordagem dos conceitos e da forma como evoluiu o trabalho em sala de aula. Em seguida faremos a descrição de como ocorreu a construção dos sólidos com areia.

5.5 PRISMA

Considerando um polígono convexo qualquer situado no plano β ; a reunião de todos segmentos congruentes e paralelos ao segmento \overline{IH} , cujo a reta suporte tem um ponto em comum com β , com uma de suas extremidades em pontos pertencentes ao polígono e situados em um mesmo semiespaço gerado por β recebe o nome de **prisma** (Figura 5.11).

Figura 5.11: Prisma



Fonte: construções do autor no Geogebra

5.5.1 CLASSIFICAÇÃO DO PRISMA

O prisma conforme sua base seja um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, etc. é chamado triangular, quadrangular, pentagonal, etc. É dito reto ou oblíquo (Figura 5.12), sendo suas arestas perpendiculares ou oblíquas aos planos de suas bases respectivamente. Um prisma é classificado como regular, quando é reto e com bases formadas por polígonos regulares.

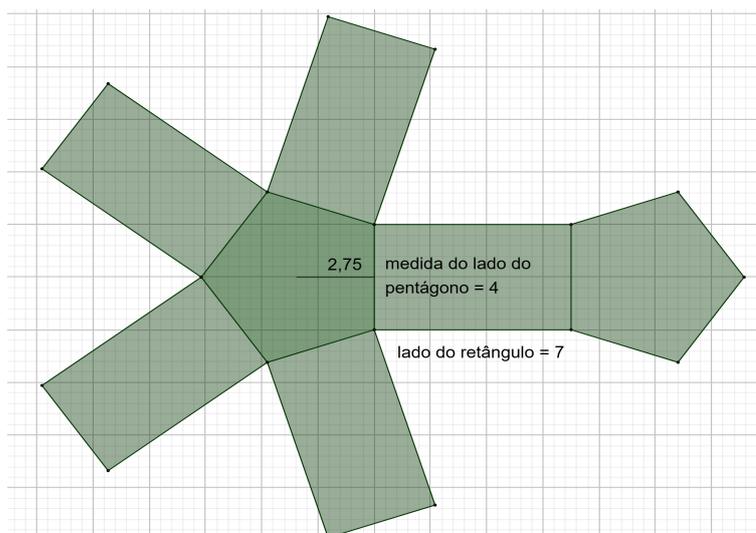
Concluimos que

$$A_t = 2pa + 2B ,$$

onde B é a área de cada uma das bases.

Podemos visualizar , na figura seguinte, os polígonos que compõem a superfície do prisma observando a planificação construída no geogebra.

Figura 5.14: Planificação do Prisma



Fonte: construções do autor no Geogebra

CÁLCULO DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DO PRISMA DA FIGURA 5.14

$$A_t = 2pa + 2B$$

$$A_t = 2 \cdot 10 \cdot 7 + 2 \cdot 10 \cdot 2,75$$

$$A_t = 195 \text{ u.a.}$$

A área da base é calculada multiplicando o semiperímetro pelo apótema, por se tratar de um polígono regular.

5.5.3 VOLUME DO PRISMA

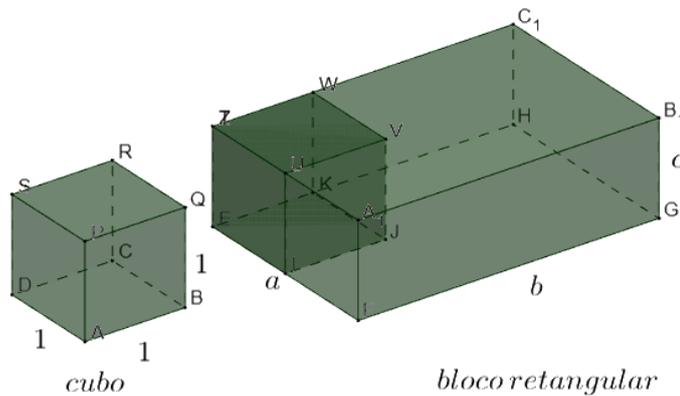
Cubo unitário e volume de um paralelepípedo retângulo. Usando o cubo como medida unitária de volume (Figura 5.15), podemos estabelecer uma relação que permita calcular o volume do paralelepípedo a partir do volume do cubo. Indicando por $V(a, b, c)$ o volume do paralelepípedo e por $V(1, 1, 1)$ o volume do cubo, podemos escrever conforme descrito em (DANTE; VIANA, 2020):

$$V(a, b, c) = a \cdot V(1, b, c) = ab \cdot V(1, 1, c) = abc \cdot V(1, 1, 1) = abc \cdot 1 = abc,$$

logo $V(a, b, c) = abc$.

Isso ocorre porque a medida de volume do paralelepípedo retângulo é proporcional a cada uma de suas dimensões. Assim, se mantivermos constantes duas dimensões e multiplicarmos a terceira por um número natural não nulo, o volume também será multiplicado por esse mesmo número.

Figura 5.15: Cubo e bloco retangular



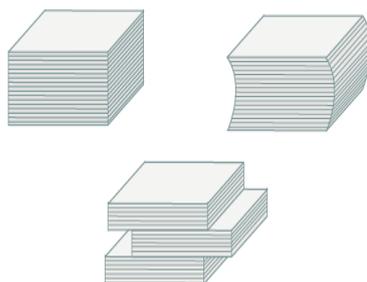
Fonte: construções do autor no Geogebra

Como ab é a área da base e $c = h$ (*altura*) temos:

$$V_{(a,b,c)} = A_b \cdot h$$

Princípio de Cavalieri. Imaginemos três pilhas de papel com a mesma quantidade de folhas e arrumadas de maneira distintas (Figura 5.16), ou seja, o volume de papel se mantém o mesmo. Qualquer plano que seccione essas pilhas horizontalmente determina com a pilha áreas iguais.

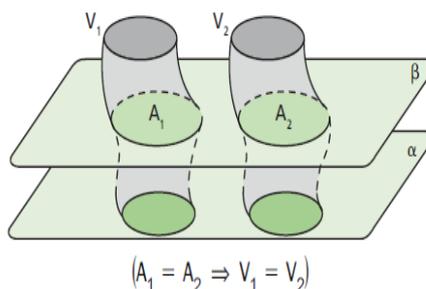
Figura 5.16: Pilhas de papel



Fonte: (DANTE; VIANA, 2020)

Intuitivamente com o exemplo da pilha de papel podemos compreender a formalização do **princípio de Cavalieri**: se temos dois sólidos apoiados em um plano α (Figura 5.17) determinando a mesma área, e se qualquer plano β paralelo a α e secante aos dois sólidos determinar áreas iguais (superfícies equivalentes), então esses sólidos tem volumes iguais (sólidos equivalentes).

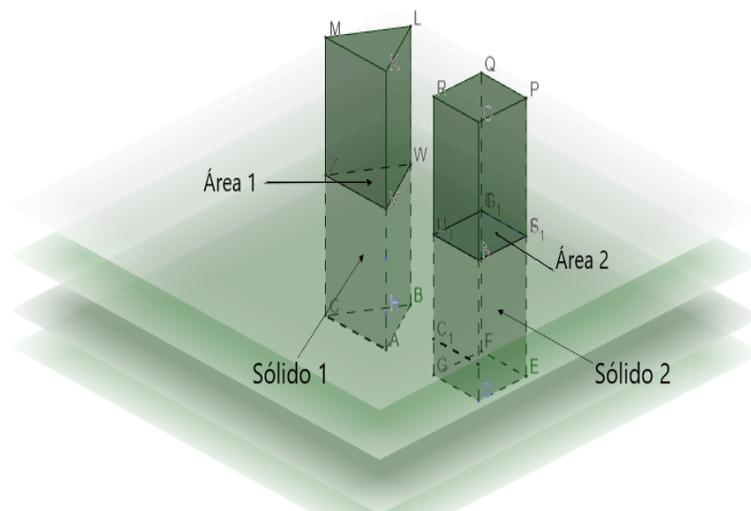
Figura 5.17: Sólidos com secante



Fonte: (DOLCE; POMPEO, 2013a)

Com base nas informações acerca do volume do paralelepípedo e o princípio de Cavalieri, podemos determinar uma forma de calcular o volume do prisma (V_{prisma}).

Figura 5.18: Prismas com seções



Fonte: construções do autor no Geogebra

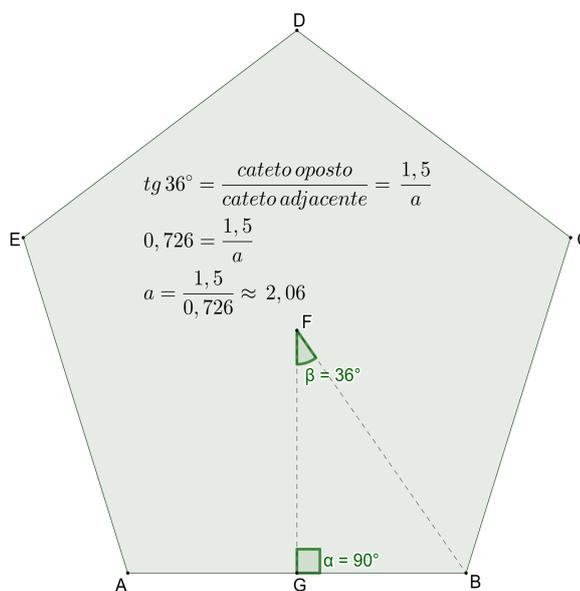
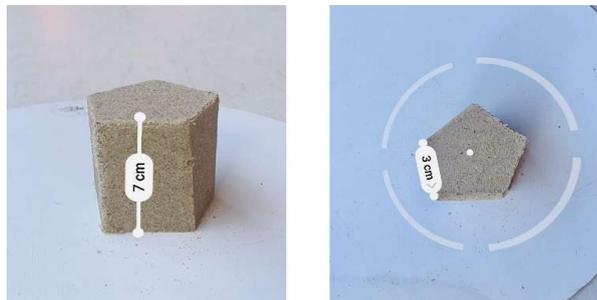
Pelo princípio de Cavalieri se na Figura 5.18 a *área 1* é igual a *área 2* e qualquer outra seção de planos paralelos ao plano que gerou as áreas destacadas, gerar áreas iguais nos dois sólidos, então temos o *sólido 1* com o mesmo volume do *sólido 2*. Como o *sólido 2* é um paralelepípedo retangular e seu volume é dado por $V = A_b \cdot h$ então o volume do prisma pode ser encontrado usando a fórmula

$$V_{prisma} = A_b \cdot h ,$$

em que A_b é a área do polígono da base e h a altura do prisma.

Cálculo do volume de um prisma construído com areia. Vamos usar a fórmula encontrada para determinarmos o volume do *prisma de base pentagonal* (Figura 5.19).

Figura 5.19: Prisma de areia



Fonte: acervo do autor

$$V_{prisma} = A_b \cdot h$$

$$V_{prisma} = p \cdot a \cdot h$$

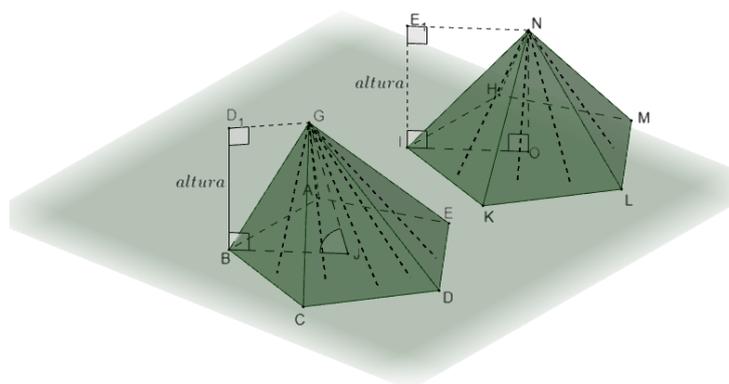
$$V_{prisma} = 7,5 \cdot 2,06 \cdot 7 = 108,15 \text{ cm}^3$$

Calculamos a área do pentágono regular multiplicando o semiperímetro pelo apótema(a).

5.5.4 PIRÂMIDE

A reunião de todos os segmentos que unem os pontos que constituem um polígono convexo a um ponto externo (*vértice*) ao plano do polígono é chamada de **pirâmide** ou **pirâmide convexa** (Figura 5.20).

Figura 5.20: Pirâmide

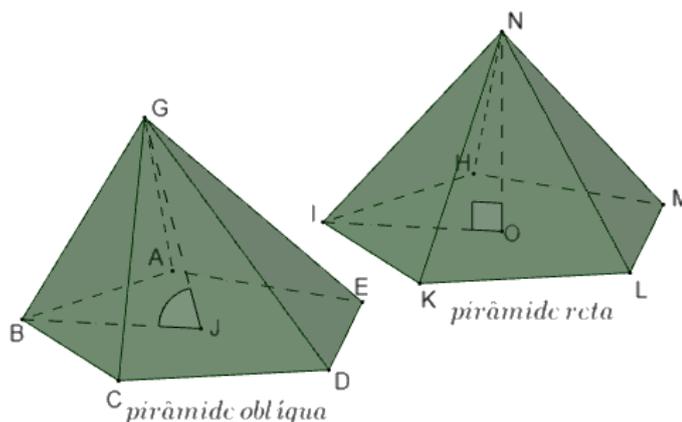


Fonte: construções do autor no Geogebra

5.5.5 CLASSIFICAÇÃO DA PIRÂMIDE

A pirâmide conforme sua base seja um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, etc., a pirâmide é chamado triangular, quadrangular, pentagonal, etc. É dita reta quando a projeção de seu vértice é perpendicular à base e coincide com o centro do círculo que circunscreve o polígono da base ; caso contrário é oblíqua (Figura 5.21). A pirâmide é classificada como regular, quando é reta e sua a base é formada por um polígono regular.

Figura 5.21: Pirâmide reta e oblíqua



Fonte: construções do autor no Geogebra

5.5.6 MEDIDA DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DA PIRÂMIDE

Na pirâmide temos a *superfície total* que é composta por suas faces laterais e suas bases e a *área total* (A_t) que é a área da superfície lateral (A_l) somada as áreas das bases.

Concluimos que

$$A_t = A_l + 2B ,$$

onde B é a área de cada uma das bases.

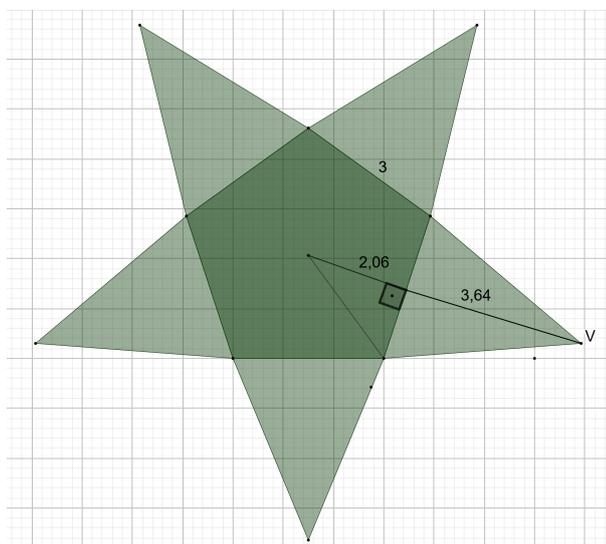
Na *pirâmide regular*, em que base é formada por um *polígono convexo*, podemos escrever

$$A_t = pa + pa' ,$$

onde p , a , a' são respectivamente o semiperímetro, o apótema da pirâmide e o apótema da base.

Podemos visualizar na Figura 5.22 a planificação de uma pirâmide construída no Geogebra.

Figura 5.22: Planificação de pirâmide



Fonte: construções do autor no Geogebra

CÁLCULO DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DA PIRÂMIDE RETA DA FIGURA 5.22

$$A_t = pa + pa'$$

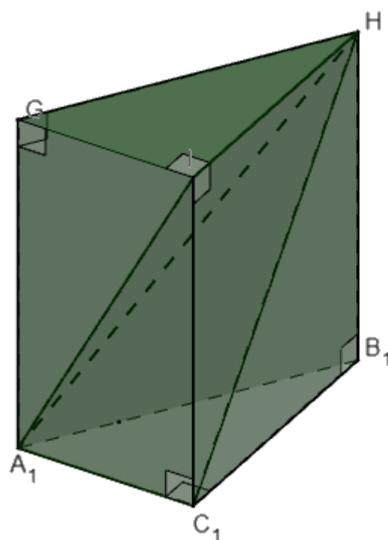
$$A_t = 7,5 \cdot 2,5 + 7,5 \cdot 3,64$$

$$A_t = 42,75 \text{ u.a.}$$

5.5.7 VOLUME DA PIRÂMIDE

Volume de pirâmide triangular. Se tomarmos um prisma de base triangular conseguimos dividi-lo em três pirâmides de mesmo volume (Figura 5.23). Observe:

Figura 5.23: Prisma dividido em pirâmides triangulares



Fonte: construções do autor no Geogebra

O volume da pirâmide de base $C_1IH = V_1$ é o mesmo da pirâmide de base $C_1B_1H = V_2$ pois possuem bases de áreas iguais e mesma altura. Observamos o mesmo para as pirâmides de base $A_1GI = V_1$ e $A_1C_1I = V_3$. Então $V_1 = V_2 = V_3$ e o volume do prisma é $V_1 + V_2 + V_3$.

Assim podemos escrever

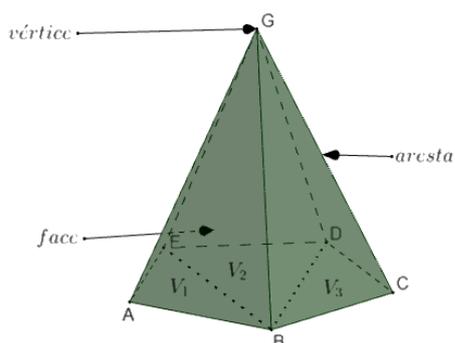
$$V_{prisma} = V_1 + V_2 + V_3 \Rightarrow b \cdot h = 3V$$

Logo o volume de cada pirâmide é

$$V_{pirâmide} = \frac{b \cdot h}{3}$$

Dessa maneira para obtermos o volume de uma **pirâmide qualquer** basta dividi-la em pirâmides triangulares (Figura 5.24).

Figura 5.24: Pirâmide pentagonal dividida em triangulares



Fonte: construções do autor no Geogebra

A soma de $V_1 + V_2 + V_3 + \dots$ de bases b_1, b_2, b_3, \dots resulta no volume (V) da pirâmide de base (B) que deu origem as pirâmides de menores volumes.

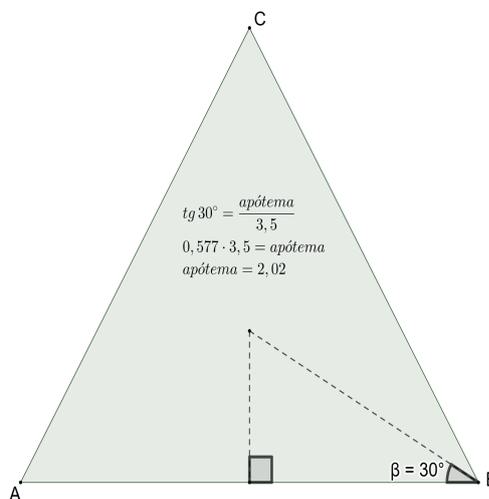
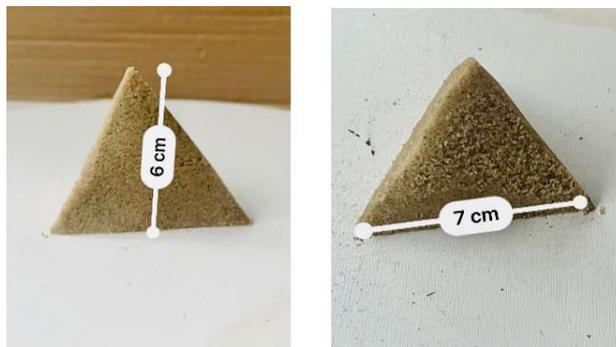
Portanto

$$V = \frac{b_1 \cdot h}{3} + \frac{b_1 \cdot h}{3} + \frac{b_1 \cdot h}{3} + \dots \therefore V = (b_1 + b_2 + b_3 + \dots) \frac{h}{3}$$

$$\therefore V_{pirâmide} = \frac{B \cdot h}{3}$$

Cálculo do volume de uma pirâmide de areia. Vamos utilizar a fórmula para determinar o volume de uma *pirâmide triangular* construída de areia (Figura 5.25).

Figura 5.25: Pirâmide de areia



Fonte: acervo do autor

$$V_{pirâmide} = \frac{B \cdot h}{3}$$

$$V_{pirâmide} = \frac{p \cdot a \cdot h}{3}$$

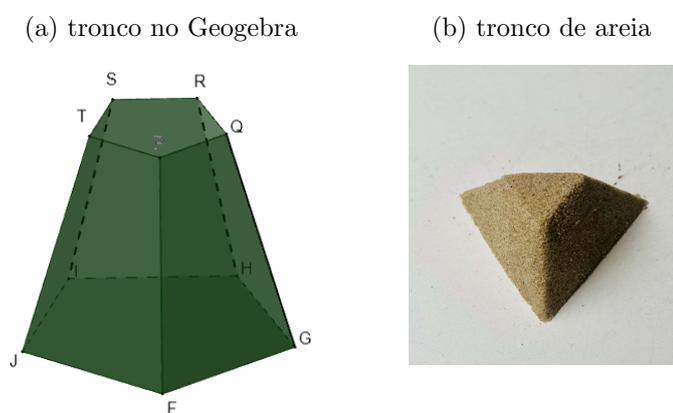
$$V_{pirâmide} = 10,5 \cdot 2,02 \cdot 6 = 42,42 \text{ cm}^3$$

A área do triângulo equilátero é calculada multiplicando o semiperímetro pelo apótema(a).

5.5.8 TRONCO DE PIRÂMIDE DE BASES PARALELAS

Um *tronco de pirâmide* (Figura 5.38a) é um sólido geométrico gerado pela remoção da parte superior de uma pirâmide a partir da seção de um plano paralelo à base original. Como resultado temos uma figura composta por duas bases paralelas (uma maior, correspondente à base original da pirâmide, e outra menor, correspondente à seção cortada). As bases do tronco de pirâmide são polígonos semelhantes, e as faces laterais são trapézios cujas bases maiores e menores correspondem às bordas das bases da pirâmide.

Figura 5.26: Tronco de pirâmide



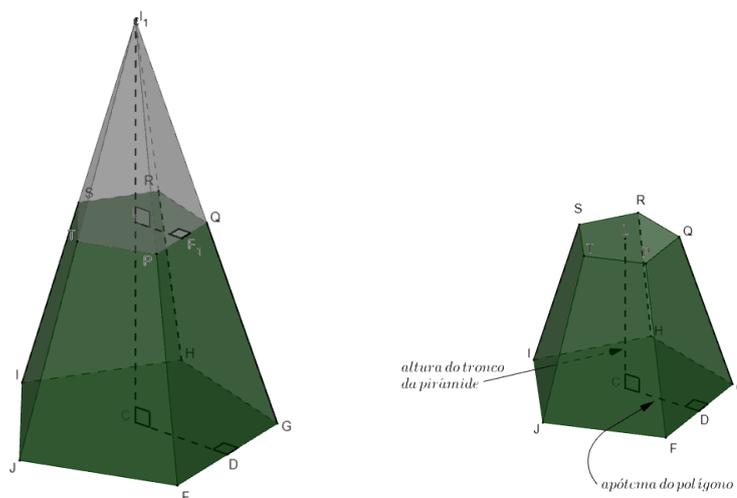
Fonte: acervo do autor

Área total do tronco de pirâmide. A área total (A_t) do tronco é a soma das áreas laterais (A_l) com suas bases maior (B) e menor (b). Ou seja:

$$A_{total} = A_l + B + b$$

Volume do tronco de pirâmide. O volume é calculado extraindo o volume da pirâmide menor do volume da pirâmide maior (Figura 5.27).

Figura 5.27: Construção do tronco de pirâmide



Fonte: construções do autor no Geogebra

Podemos representar a fórmula para o cálculo do volume do tronco (V_{tronco}) usando a altura da pirâmide menor (h_1) e do tronco (h_2). Assim:

$$V_{tronco} = \frac{1}{3}[Bh_2 + (B - b) \cdot h_1]$$

Ou manuseando a fórmula, usando apenas a altura do tronco. Fazendo:

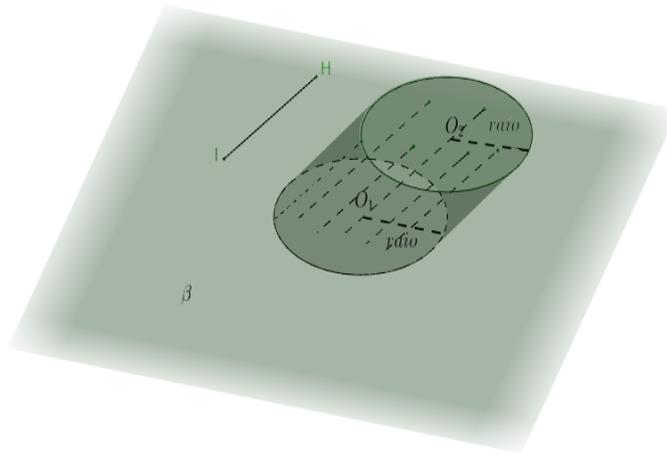
$$V_{tronco} = \frac{h_2}{3}(B + \sqrt{B \cdot b} + b)$$

5.6 CILINDRO, CONE E ESFERA

5.6.1 CILINDRO

Considerando um círculo situado no plano β ; a reunião de todos segmentos congruentes e paralelos ao segmento \overline{IH} , cujo a reta suporte tem um ponto em comum com β , com uma de suas extremidades em pontos pertencentes ao círculo e situados em um mesmo semiespaço gerado por β recebe o nome de **cilindro** (Figura 5.28).

Figura 5.28: Cilindro

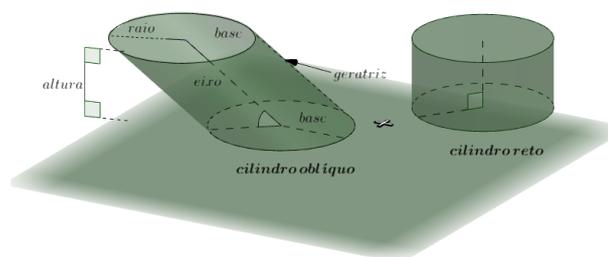


Fonte: construções do autor no Geogebra

5.6.2 CLASSIFICAÇÃO DO CILINDRO

É dito reto ou oblíquo, sendo sua *geratriz*² perpendicular ou oblíqua aos planos de suas bases respectivamente (Figura 5.29). Um cilindro é classificado como *de revolução* (ou reto), quando é obtido pela rotação de um retângulo em torno de um eixo em qual um dos lados está contido. Quando a *seção meridiana*, que é a interseção do cilindro com o plano que contém os centros de suas bases, formar um quadrado, o cilindro é chamado de *equilátero*.

Figura 5.29: Cilindro reto e oblíquo



Fonte: construções do autor no Geogebra

5.6.3 MEDIDA DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DO CILINDRO

No cilindro, temos a **superfície total**, que é composta pela reunião das geratrizes com os círculos das bases e a **área total** (A_t) que é a área da reunião das geratrizes

²são segmentos com extremidades em pontos correspondentes nas circunferências das bases.

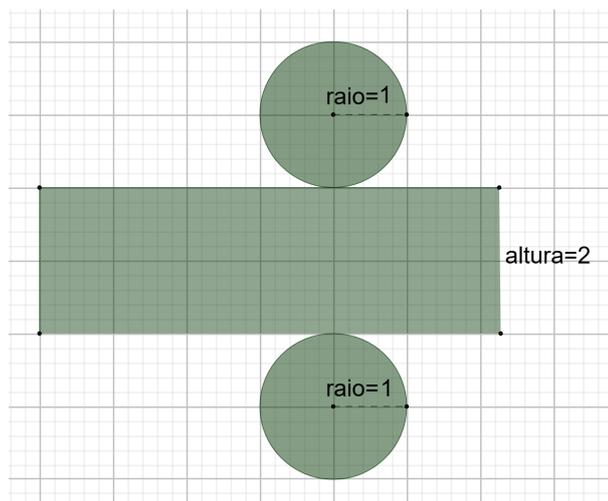
somada com a área dos círculos que formam as bases.

Concluimos que

$$A_t = A_l + 2B ,$$

onde B é a área de cada uma das bases e A_l é a área da reunião das geratrizes.

Figura 5.30: Planificação do cilindro



Fonte: construções do autor no Geogebra

Observando a Figura 5.30 verificamos que a área da superfície do cilindro corresponde a dois círculos de mesmo raio somados a área de um retângulo de dimensões $2\pi r$ e h . Logo após manusear a fórmula podemos reescrevê-la assim:

$$A_t = 2\pi r(h + r)$$

CÁLCULO DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DO CILINDRO DA FIGURA 5.30

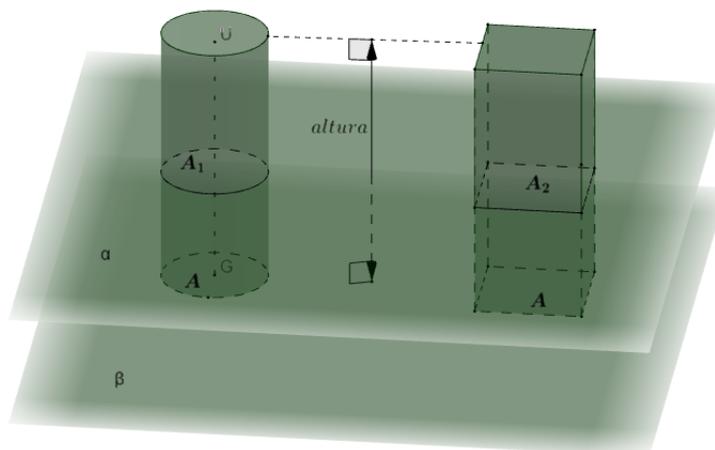
$$A_t = 2\pi r(h + r)$$

$$A_t = 2 \cdot 3,14 \cdot 1(2 + 1)$$

$$A_t = 18,84 \text{ u.a.}$$

5.6.4 VOLUME DO CILINDRO

Figura 5.31: Cilindro e prisma



Fonte: construções do autor no Geogebra

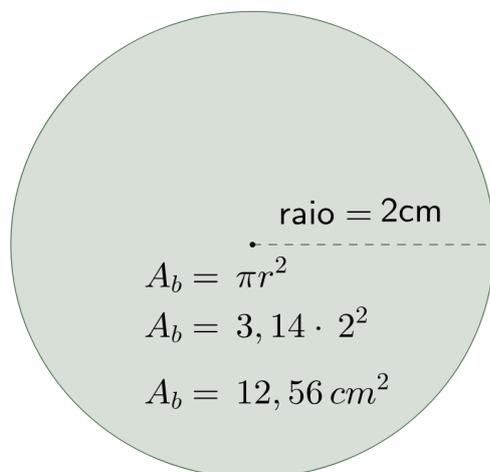
Se temos dois sólidos em um mesmo semiespaço do plano β com áreas das bases congruentes e A_1 e A_2 sejam áreas congruentes às bases, formadas por qualquer plano paralelo ao plano β que secciona os dois sólidos, então pelo princípio de Cavalieri o cilindro e o prisma têm o mesmo volume (Figura 5.31).

Como o volume do prisma é o produto da área da base (A_b) pela altura (h) podemos escrever o volume do cilindro como

$$V_{cilindro} = A_b \cdot h$$

Cálculo do volume de um cilindro de areia. Vamos usar a fórmula obtida para calcular o volume de um cilindro equilátero de areia (Figura 5.32).

Figura 5.32: Cilindro de areia



Fonte: acervo do autor

$$V_{cilindro} = A_b \cdot h$$

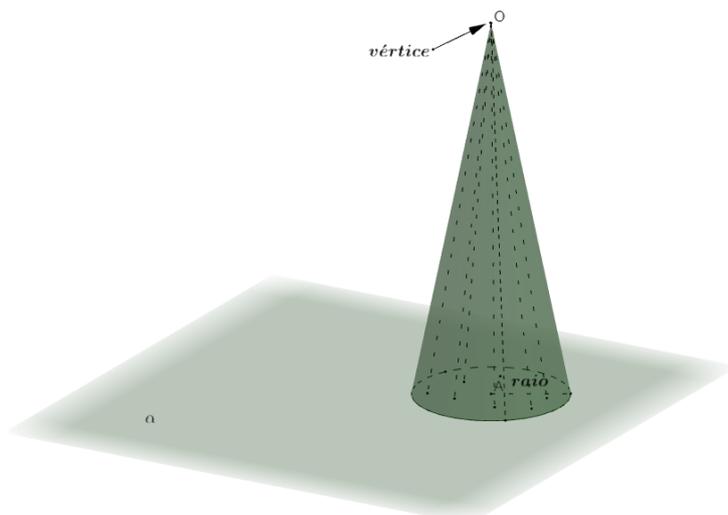
$$V_{cilindro} = \pi r^2 \cdot h$$

$$V_{cilindro} = 12,56 \cdot 4 = 50,24 \text{ cm}^3$$

5.6.5 CONE

A reunião de todos os segmentos que unem os pontos que constituem um círculo a um ponto externo (vértice) ao plano onde o círculo está contido é chamado de **cone** (Figura 5.33).

Figura 5.33: Cone

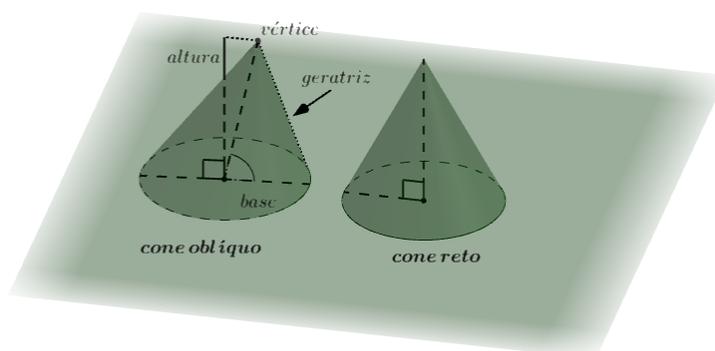


Fonte: construções do autor no Geogebra

5.6.6 CLASSIFICAÇÃO DO CONE

O cone é dito *reto* quando a projeção de seu vértice é perpendicular à base e coincide com o centro do círculo; caso contrário é *oblíquo* (Figura 5.34). O cone reto é também chamado de *cone de revolução*; pois a rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo que contém um de seus catetos, gera esse cone. A interseção de um cone reto com um plano que contém o seu eixo, que é sua seção meridiana, é um triângulo isósceles. Se essa seção meridiana é um triângulo equilátero o cone é *equilátero*.

Figura 5.34: Cone reto e oblíquo



Fonte: construções do autor no Geogebra

5.6.7 MEDIDA DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DO CONE

A **área total** (A_t) da superfície do cone é soma da área lateral (A_l) com a área da base (B).

$$A_t = A_l + B$$

A área lateral do cone corresponde a área de um setor circular (A_{setor}) de raio g (*geratriz*) e comprimento do arco $2\pi r$ (Figura 5.35); e pode ser obtida usando a fórmula para o cálculo da área de um triângulo (A_{Δ}):

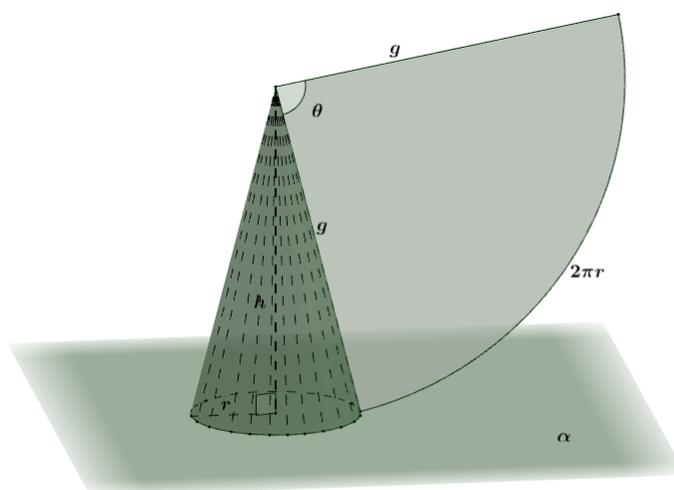
$$A_{setor} = \frac{1}{2}(\text{comprimento do arco}) \cdot (\text{raio})$$

$$A_l = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot g$$

$$A_l = \pi r g$$

$A_{setor} = A_{\Delta}$

Figura 5.35: Cone e setor circular

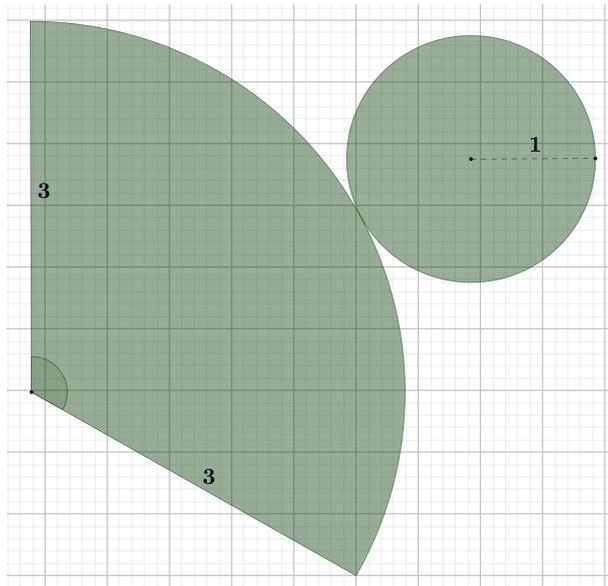


Fonte: construções do autor no Geogebra

Logo, após manusear a fórmula anterior, podemos escrever a área total da superfície do cone como

$$A_t = \pi r(g + r)$$

Figura 5.36: Planificação do cone



Fonte: construções do autor no Geogebra

CÁLCULO DA ÁREA DA SUPERFÍCIE DO CONE DA FIGURA 5.36

$$A_t = \pi r g + \pi r^2 = \pi r(g + r)$$

$$A_t = 3,14 \cdot 1(3 + 1)$$

$$A_t = 12,56 \text{ u.a.}$$

5.6.8 VOLUME DO CONE

Se temos um cone e uma pirâmide, com alturas H , em um mesmo semiespaço do plano β com áreas das bases congruentes e A_1 e A_2 sejam áreas congruentes às bases, formadas por qualquer plano paralelo ao plano β que dista h dos vértices dos dois sólidos, então:

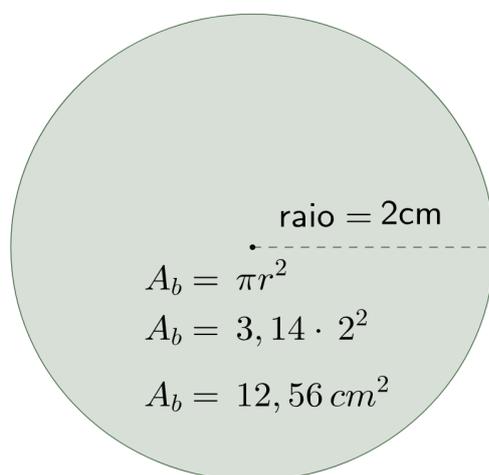
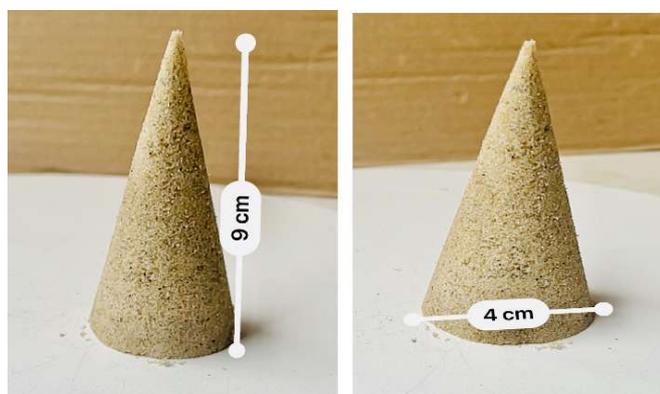
$$\frac{A_1}{A} = \left(\frac{h}{H}\right)^2 = \frac{A_2}{A} \Rightarrow A_1 = A_2$$

Então, pelo princípio de Cavalieri, concluímos que o cone e a pirâmide têm o mesmo volume. Logo podemos escrever o volume do cone como

$$V_{cone} = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Cálculo do volume de um cone de areia. Vamos usar a fórmula obtida para calcular o volume de um cone reto de areia (Figura 5.37).

Figura 5.37: Cone de areia



Fonte: acervo do autor

$$V_{\text{cone}} = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

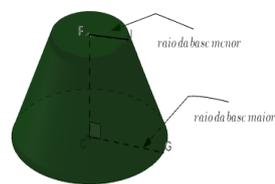
$$V_{\text{cone}} = \frac{12,56 \cdot 9}{3} = 37,68 \text{ cm}^3$$

5.6.9 TRONCO DE CONE DE BASES PARALELAS

O tronco de cone é um sólido geométrico obtido pela seção transversal de um cone por um plano paralelo à sua base e a remoção da parte superior no corte feito pelo plano (Figura 5.38a). O sólido resultante apresenta duas bases circulares paralelas e uma superfície lateral curva que conecta essas bases.

Figura 5.38: Tronco de cone

(a) tronco no Geogebra



(b) tronco de areia



Fonte: acervo do autor

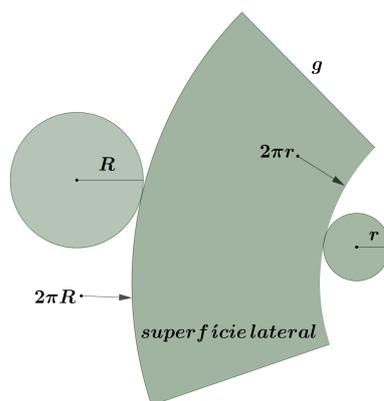
Área total do tronco de cone. A área total do tronco (A_t) é a soma das área lateral (A_l) com suas bases maior (B) e menor (b) (Figura 5.39). Ou seja:

$$A_t = A_l + B + b$$

ou

$$A_t = \pi[R(g + R) + r(g + r)]$$

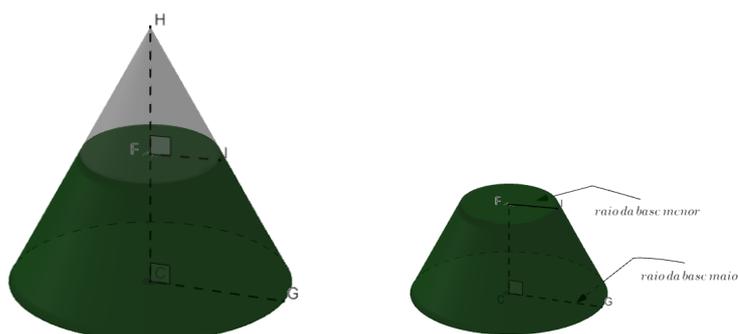
Figura 5.39: Planificação do tronco de cone



Fonte: construções do autor no Geogebra

Volume do tronco de cone. O volume é calculado extraindo o volume do cone menor do volume do cone maior. Como mostram a Figura 5.40 abaixo.

Figura 5.40: Construção do tronco de cone



Fonte: construções do autor no Geogebra

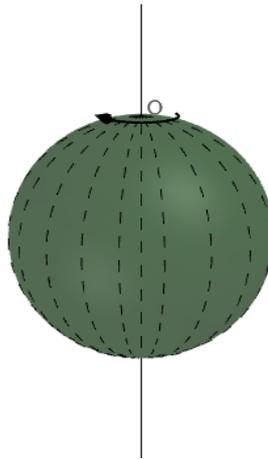
Podemos representar a fórmula para o cálculo do tronco usando a altura do tronco (h) e os raios do círculo menor (r) e maior (R). Assim:

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi h}{3} [R^2 + Rr + r^2]$$

5.6.10 ESFERA

Podemos definir a esfera como um sólido de revolução obtido pela rotação de um semicírculo em torno de um eixo no qual está contido seu diâmetro (Figura 5.41).

Figura 5.41: Esfera



Fonte: construções do autor no Geogebra

5.6.11 VOLUME DA ESFERA

Consideremos a esfera e um sólido de volume conhecido apoiados sobre um mesmo plano e no mesmo semiespaço (Figura 5.42). Tomando o cilindro como esse sólido de volume conhecido, retirando dele o volume de dois cones de bases iguais a do cilindro e vértice no centro do cilindro, obtemos um sólido chamado de *anticlépsidra*. A reunião dos dois cones é chamada de *clépsidra*.

Se temos uma esfera com raio R e um cilindro com base de raio R , qualquer plano paralelo ao plano α distando d do centro da esfera e do vértice do sólido A , secciona os dois sólidos e as áreas A_1 e A_2 do círculo e da coroa são iguais a $\pi(R^2 - d^2)$.

Pelo princípio de Cavalieri podemos concluir que o volume da esfera (V_{esfera}) é o mesmo volume do sólido A (V_A).

$$V_{esfera} = V_A$$

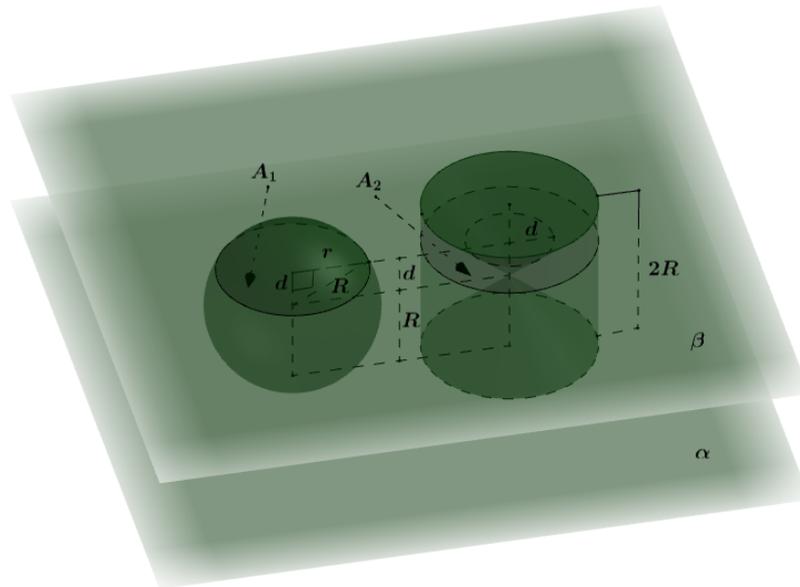
$$V_A = \pi R^2 \cdot 2R - \frac{2}{3}\pi R^3$$

$$V_A = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Então o volume da esfera é:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Figura 5.42: Esfera e cilindro

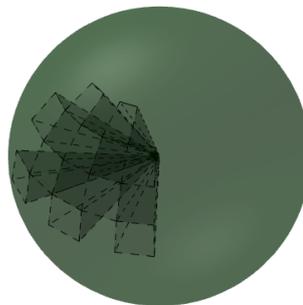


Fonte: construções do autor no Geogebra

5.6.12 ÁREA DA SUPERFÍCIE DA ESFERA

Se considerarmos a esfera como sendo composta por uma série de sólidos que se tornam cada vez mais semelhantes a pirâmides à medida que diminuimos a área de sua base, podemos visualizar a esfera dividida em várias pirâmides, como mostrado na (Figura 5.43). Nesta demonstração, à medida que a área da base das pirâmides diminui, a forma da base se aproxima de uma superfície plana. Simultaneamente, a altura de cada pirâmide se aproxima do raio da esfera. Portanto, podemos dizer que a esfera pode ser representada como uma coleção de n pirâmides cujas bases são áreas cada vez menores, e cuja altura é praticamente igual ao raio da esfera.

Figura 5.43: Esfera dividida em aproximações de pirâmides



Fonte: construções do autor no Geogebra

Sendo R o raio da esfera, A a área da esfera e $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ as áreas de todas as bases, então:

$$V_{esfera} \approx V_{pirâmides}$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \approx \frac{A_1 R}{3} + \frac{A_2 R}{3} + \frac{A_3 R}{3} + \dots + \frac{A_n R}{3}$$

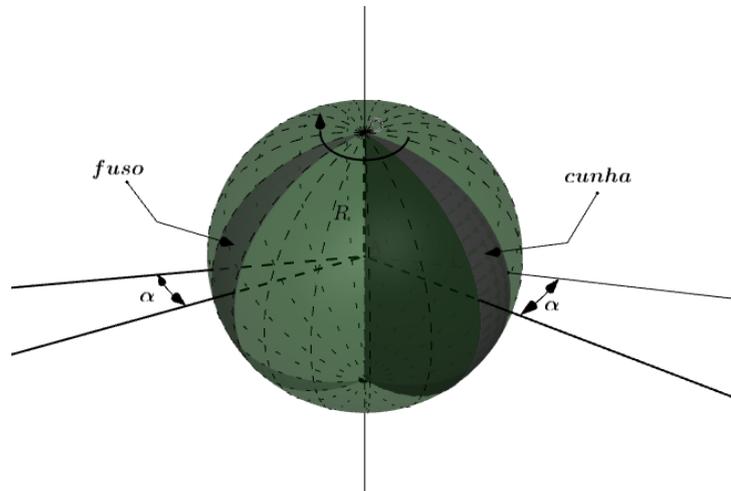
$$\frac{4}{3}\pi R^3 \approx \frac{1}{3}(A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)R$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{3}AR$$

$$A = 4\pi R^2$$

A parte da superfície esférica gerada pela rotação de uma semicircunferência de raio R com as extremidades em um eixo é chamada de **fuso esférico**. Se a rotação for de um semicírculo de raio R , esse volume de parte da esfera é chamado de **cunha esférica**. Em ambos os casos o valor resultante é proporcional a abertura do ângulo α (Figura 5.44).

Figura 5.44: Fuso e cunha



Fonte: construções do autor no Geogebra

Fórmula para obter a área do fuso:

$$A_{fuso} = \frac{\alpha \pi R^2}{90^\circ}$$

Fórmula para obter a medida do volume da cunha:

$$V_{cunha} = \frac{\alpha \pi R^3}{270^\circ}$$

Cálculo do volume da esfera de areia e da cunha esférica extraída da mesma. Usando as fórmulas obtidas vamos calcular o volume da esfera de raio 3 cm e da cunha com ângulo α medindo 60° (Figura 6.1).

Figura 5.45: Esfera de areia



Fonte: acervo do autor

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 \Rightarrow V_{esfera} = 113,04\text{ cm}^3$$

$$V_{cunha} = \frac{\alpha\pi R^3}{270^\circ} \Rightarrow V_{cunha} = \frac{60 \cdot 3,14 \cdot 3^3}{270} \Rightarrow V_{cunha} = 18,84\text{ cm}^3$$

Cálculo da área da superfície da esfera de areia e do fuso. Vamos calcular a área da esfera de areia (A_{esfera}) da figura 6.1.

$$A_{esfera} = \frac{4}{\pi}R^2 \Rightarrow A_{esfera} = 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 \Rightarrow A_{esfera} = 113,04\text{ cm}^2$$

$$A_{fuso} = \frac{\alpha\pi R^2}{90^\circ} \Rightarrow A_{fuso} = \frac{60 \cdot 3,14 \cdot 3^2}{90} \Rightarrow A_{fuso} = 18,84\text{ cm}^2$$

5.7 ATIVIDADE COM AREIA DA PRAIA

Durante este período de exploração dos sólidos geométricos, os alunos do 9º ano tiveram a oportunidade de se envolver ativamente na construção desses sólidos. Primeiramente, cada aluno teve a chance de realizar suas próprias construções de forma individual, permitindo que desenvolvessem uma compreensão prática e pessoal das propriedades geométricas. Além disso, o momento mais significativo foi a construção coletiva

com a turma, onde os alunos se reuniram para criar uma variedade de sólidos geométricos. Nesse processo colaborativo, eles puderam aplicar os conceitos aprendidos para calcular o volume dessas formas.

Esse enfoque prático não apenas reforçou o aprendizado individual, mas também promoveu a colaboração e a troca de conhecimentos entre os alunos. O trabalho em grupo proporcionou uma experiência enriquecedora, permitindo que os alunos discutissem estratégias, compartilhassem descobertas e aprofundassem sua compreensão sobre como os volumes dos sólidos são calculados. Assim, a atividade integrou teoria e prática de forma eficaz, oferecendo uma visão abrangente e aplicada dos sólidos geométricos (Figura 5.46).

Figura 5.46: Atividade com areia



Fonte: acervo do autor

No **Apêndice 8**, apresentamos uma descrição detalhada sobre a divisão da atividade em momentos específicos e a estrutura do quadro utilizado para registrar as conclusões ao término da atividade. Esta abordagem visa proporcionar uma visão clara e organizada do processo, destacando cada fase da atividade e a forma como os resultados foram anotados e analisados. A divisão da atividade foi feita em etapas distintas para facilitar o acompanhamento e a avaliação dos progressos, enquanto o formato do quadro de anotações foi cuidadosamente elaborado para assegurar que todas as conclusões fossem registradas de maneira compreensiva e sistemática.

Capítulo 6

O CADERNO DE ROTINA

Todas as atividades propostas foram registradas no **caderno de rotina**, adotado em todas as turmas do 6° a 9° ano. Esse caderno foi implementado como um instrumento de avaliação com o objetivo de incentivar os alunos a desenvolverem o hábito de estudar em casa. Além disso, ele permitia que um retorno das atividades complementares propostas em sala de aula. Nele, os alunos registravam suas ideias, resoluções das questões de casa, dúvidas e sugestões. Os alunos eram orientados a manter o caderno organizado, datando o dia em que realizavam suas atividades, anotando os conteúdos estudados e solicitando o visto de seus responsáveis.

A ideia de utilizar um caderno de rotina surgiu após diagnosticarmos que muitos alunos não estavam estudando em casa de maneira eficiente. Ao criar um caderno específico para o estudo dos conteúdos de Matemática, observou-se que os alunos se tornaram mais organizados e comprometidos com seus estudos.

Durante a implementação dessa rotina, promovemos uma troca de experiências entre alunos de diferentes turmas e séries. Essa interação permitiu que os alunos compartilhassem suas produções e vissem exemplos de outros colegas, facilitando a adaptação de alunos que encontravam dificuldades em iniciar o trabalho. Além disso, a rotina passou a integrar uma parte significativa da nota bimestral, o que incentivou os alunos a desenvolverem um cronograma de estudo e a registrarem suas atividades. Aqueles que se dedicaram a seguir essa rotina perceberam uma melhoria considerável na fixação dos conteúdos e em seu desempenho em Matemática.

O uso regular do caderno de rotina também contribuiu para o aperfeiçoamento das habilidades com instrumentos de desenho, essenciais para o trabalho com figuras

geométricas. Propor a rotina motivou os alunos a observar seu entorno e reconhecer a aplicação prática dos conceitos matemáticos, além de facilitar a resolução de atividades vinculadas ao seu cotidiano.

Dessa forma, a frequência e a cobrança da rotina resultaram em um desempenho mais satisfatório dos alunos, tanto na compreensão dos conteúdos quanto nas avaliações.

6.1 RELATOS DA IMPLANTAÇÃO DO CADERNO DE ROTINA NAS TURMAS

ROTINA DO 6º ANO

As turmas do 6º ano enfrentaram desafios significativos ao tentar estabelecer uma rotina de estudo e ao registrar com mais detalhes o conteúdo abordado nas aulas. Essa dificuldade pode ser atribuída ao fato de que os alunos estavam adaptando-se a um ambiente de aprendizagem com exigências diferentes das que haviam encontrado no 5º ano. A transição para o novo ano letivo trouxe mudanças nas expectativas escolares e na maneira como o material era apresentado, o que influenciou a adaptação dos alunos às novas demandas.

Além disso, muitos alunos ainda não haviam desenvolvido o hábito consistente de realizar anotações detalhadas, uma prática fundamental para o sucesso escolar nesta fase. A falta de familiaridade com a necessidade e a importância de registrar informações de forma meticulosa contribuiu para as dificuldades encontradas. Assim, a combinação dessas novas exigências e a ausência de um hábito consolidado de anotações detalhadas resultaram em uma adaptação mais desafiadora para os alunos do 6º ano.

ROTINA DO 7º ANO

As turmas do 7º e do 9º ano foram as mais engajadas e participativas durante o período de estudo em casa. Essas turmas se destacaram não apenas pela quantidade de registros que fizeram em suas rotinas de estudo, mas também pelo retorno consistente das atividades propostas. A dedicação e o comprometimento desses alunos foram evidentes ao longo das atividades, refletindo um esforço significativo em suas práticas discentes.

No 7º ano, focamos particularmente na exploração das malhas e do espaço escolar, um tema que foi abordado com mais profundidade. Observamos que as atividades práticas, fundamentadas na vivência e na experiência direta dos alunos, tiveram um impacto positivo na compreensão dos conteúdos ministrados. A participação ativa dos alunos nas atividades práticas foi crucial para a assimilação dos conceitos e, como resultado, contribuiu para a melhoria dos resultados nas avaliações de aprendizagem.

A interação prática e o envolvimento nas atividades não apenas fortaleceram a compreensão dos conceitos teóricos, mas também ajudaram a consolidar o aprendizado de maneira mais eficaz. Essa abordagem evidenciou o valor das experiências práticas na educação, mostrando como elas podem facilitar a compreensão e a aplicação dos conhecimentos de forma mais concreta e significativa.

ROTINA DO 8º ANO

A turma do 8º ano apresentava uma característica predominante de desinteresse, o que se refletia nos resultados insatisfatórios nas avaliações. Durante grande parte do ano letivo, foi um desafio constante motivar os alunos a estabelecerem uma rotina de estudos. Apesar dos esforços contínuos para demonstrar a importância dessa rotina em praticamente todas as aulas, a adesão dos alunos foi limitada.

Foi apenas nos últimos bimestres que começamos a observar uma mudança significativa. Com o tempo, a turma passou a mostrar um maior engajamento e, como resultado, houve uma melhora gradual no desempenho avaliativo. Essa evolução evidenciou a importância da persistência e das estratégias de motivação para promover um ambiente de aprendizado mais produtivo e eficaz.

ROTINA DO 9º ANO

A turma do 9º ano apresentou um envolvimento muito mais satisfatório no processo de construção da rotina de estudos. Essa turma se destacou por trazer um retorno significativo das atividades propostas para serem realizadas em casa, especialmente aquelas relacionadas aos sólidos geométricos. Além disso, os alunos mostraram um interesse notável em explorar os espaços de convívio para enriquecer seu aprendizado. Esse engajamento ativo e a dedicação às tarefas contribuíram para um desenvolvimento mais amplo e eficaz durante o período letivo.

RESULTADOS

Os gráficos apresentados (Figuras 6.2; 6.3; 6.4) revelam que o uso do contexto no qual o aluno está inserido desempenha um papel crucial na compreensão dos conteúdos. Quando os alunos exploram espaços e situações de sua própria vivência, a atividade proposta torna-se mais familiar, o que aumenta a probabilidade de uma devolutiva positiva por parte da maioria da turma. Essa abordagem contextualizada facilita o engajamento dos alunos e melhora a qualidade das suas respostas e participações.

No gráfico apresentado na Figura 6.2, os números mostram que todas as equipes participantes acertaram mais da metade das questões. Além disso, os participantes tiveram a oportunidade de aprender mais sobre a rede de pesca e a realidade local. Esse resultado ressalta a importância de utilizar práticas do cotidiano para facilitar a compreensão de conceitos como área e perímetro de uma figura, conectando o aprendizado teórico à vivência prática.

Na Figura 6.3 apresentada, observa-se o desempenho dos alunos em uma atividade prática que envolveu a aplicação do Teorema de Pitágoras no espaço escolar. O gráfico revela que a maioria dos estudantes acertou mais da metade das questões propostas, evidenciando que a contextualização do conteúdo com elementos do cotidiano escolar contribuiu significativamente para a compreensão do tema. Essa abordagem prática facilitou o entendimento dos conceitos teóricos, permitindo que os alunos relacionassem o aprendizado com situações reais em seu entorno.

Na Figura 6.4, são apresentados os resultados das opiniões dos alunos sobre a importância de utilizar materiais do cotidiano para auxiliar no estudo dos sólidos geométricos. O gráfico revela que todos os alunos concordaram que essa abordagem, utilizando areia da praia e materiais reaproveitados, pode contribuir significativamente para uma melhor compreensão das formas geométricas.

Os resultados das atividades realizadas confirmam que a forma como o conteúdo foi abordado teve um impacto decisivo na obtenção de uma pontuação satisfatória pela maioria dos alunos. A estratégia adotada foi bem recebida e aprovada pela turma, evidenciando a eficácia da metodologia aplicada.

Adicionalmente, o trabalho desenvolvido com areia na turma do 9º ano foi compartilhado com uma turma do PROFMAT e teve destaque em uma palestra durante o

evento de extensão IV SEMANA UNIVERSITÁRIA DA UFRN. A palestra, intitulada “Formas com areia: explorando o cotidiano do litoral para aprender geometria”, destacou como a exploração de temas cotidianos pode enriquecer o aprendizado de geometria.

Figura 6.1: Apresentações do trabalho com areia



Fonte: acervo do autor

A oportunidade de discutir o trabalho com areia com outros professores do Mestrado proporcionou uma valiosa troca de ideias e experiências. Essas interações permitem que adquiramos novas ferramentas e estratégias para abordar conteúdos de maneira mais eficaz. Como resultado, conseguimos desenvolver métodos mais inovadores e adaptados às necessidades dos alunos, o que contribui significativamente para uma melhoria no desempenho escolar dos estudantes. A colaboração e o compartilhamento de práticas pedagógicas entre educadores são fundamentais para a evolução contínua do ensino e para a obtenção de melhores resultados na aprendizagem.

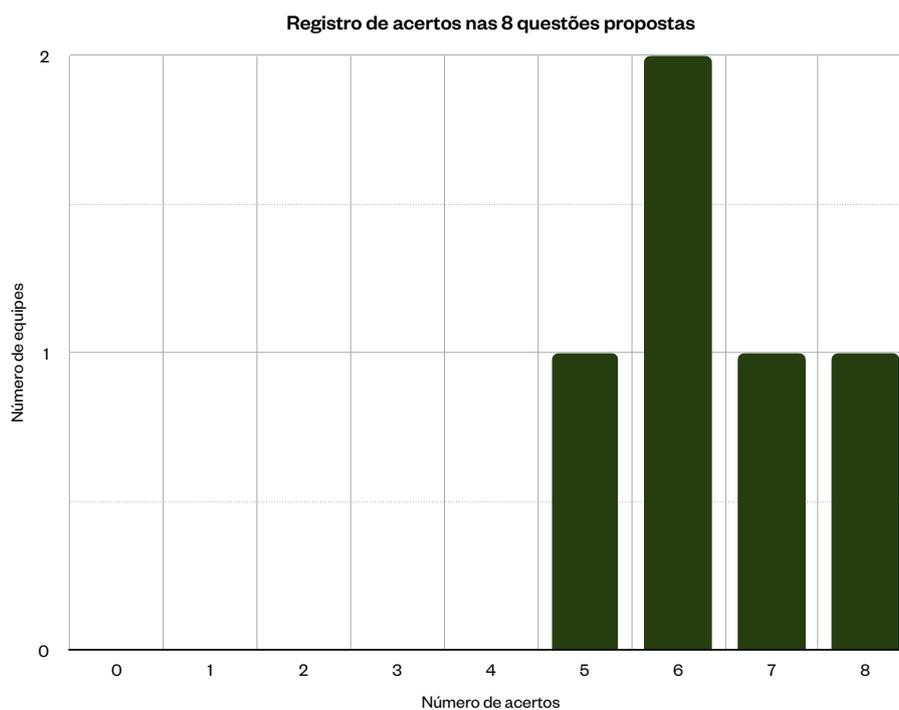
Figura 6.2: Resultado do desempenho do 7º ano no desafio das malhas

Desafio das malhas - 7º ano

Quantos acertos as equipes obtiveram nos desafios propostos?

Desafio 1 (4 questões): construção dos remendos em dois níveis de dificuldade.

Desafio 2 (4 questões): cálculo do perímetro e da área do remendo.



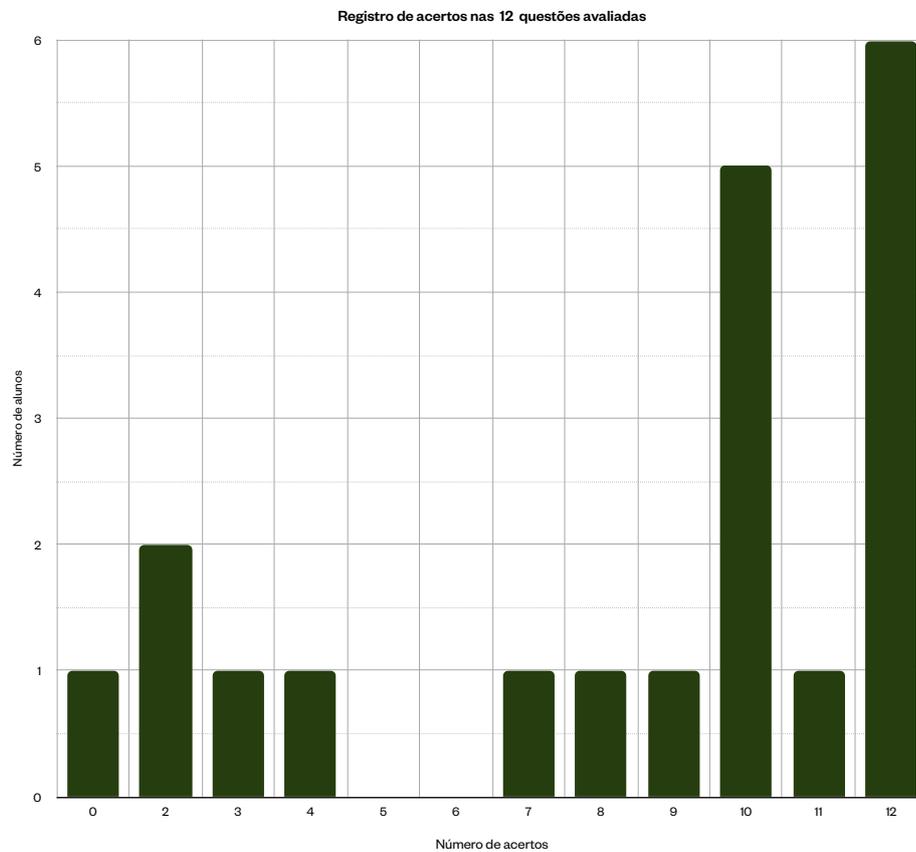
Fonte: construções do autor

Figura 6.3: Resultado do desempenho do 9º ano explorando com Pitágoras o espaço escolar

Espaço escolar e Teorema de Pitágoras - 9º ano

Qual o número de acertos, com uso de Pitágoras, nos triângulos retângulos construídos nos esboços explorando os espaços de convívio da escola?

Registros da quantidade de acertos pelos alunos em duas **etapas** da avaliação. Na **primeira etapa** (6 questões) foi avaliada a construção correta do triângulo retângulo e na **segunda** (6 questões) o cálculo correto da medida de um dos lados do triângulo retângulo.



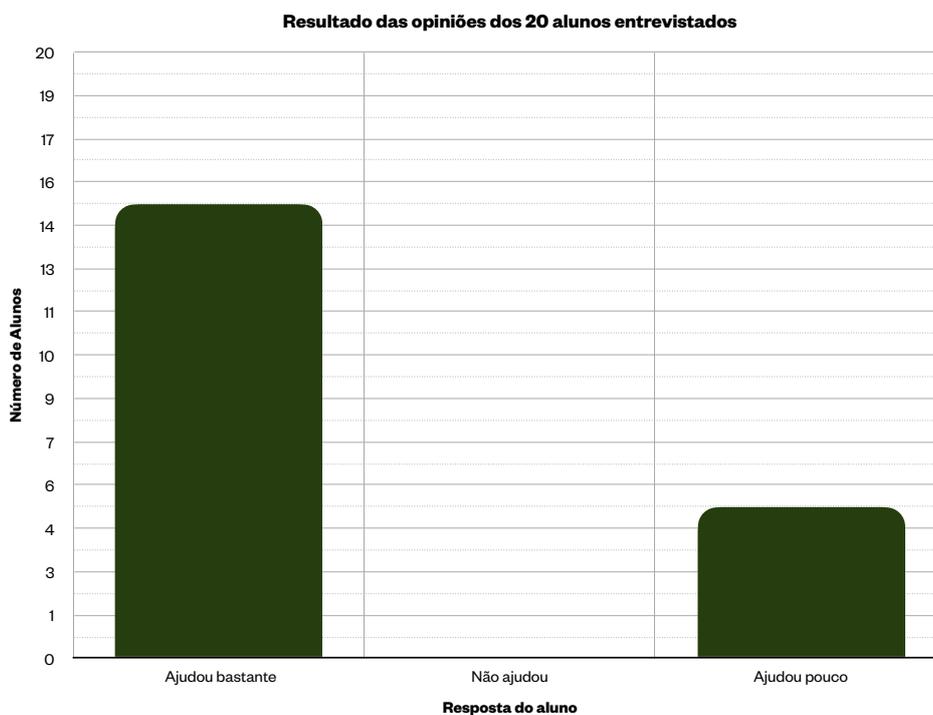
Fonte: construções do autor

Figura 6.4: Resultado de questionário do 9º ano sobre a ajuda no aprendizado construindo sólidos de areia

Construção de sólidos geométricos com areia - 9º ano

Em sua opinião, com que intensidade, construir os sólidos com areia ajudou a entender melhor seus elementos e auxiliou no cálculo do volume ?

* Marque com "X" sua opinião.



Fonte: construções do autor

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas páginas desse trabalho nos é apresentado uma abordagem do conteúdo levando em consideração o contexto local e as práticas que envolvem principalmente a geometria adotada pelos moradores locais nas mais diversas construções do seu cotidiano; e que influenciaram e influenciam a forma de viver. Trouxemos para dentro da sala de aula essa maneira peculiar de trabalhar as formas geométricas e elementos da realidade local para a compreensão do conteúdo formal de formas geométricas.

Essa abordagem, que respeita a peculiaridade do fazer matemático local, fundamenta o conceito de etnomatemática; possibilitando uma significância, para o aluno, daquilo que está sendo estudado. Todas as atividades foram pautadas em conhecimentos trazidos pelos alunos: como o conhecimento da atividade pesqueira, da construção de embarcações e do artesanato.

Temos também, no texto do trabalho, ideias de como utilizar materiais de baixo custo e material ofertado gratuitamente na natureza para desenvolvermos um trabalho que possibilite o aluno criar seu próprio material de estudo; tornando-o protagonista na construção do conhecimento.

Com as ideias contidas na construção do texto, esperamos que os professores que entrarem em contato com este trabalho sejam encorajados a implementar aulas que estejam vinculadas à realidade local. Essa abordagem pode ser um meio eficaz de extrair as noções intuitivas que os alunos já possuem, permitindo que os professores atuem como mediadores na formalização desse conhecimento..

LIMA, E. L. et al. *A Matemática do ensino médio*. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v. 3 (Coleção Professor de Matemática).

LIMA, E. L. et al. *A Matemática do ensino médio*. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v. 2 (Coleção Professor de Matemática).

MONTEIRO, A. A etnomatemática em cenários de escolarização: alguns elementos de reflexão. *Etnomatemática: currículo e formação de professores*, p. 432–446, 2004.

NETO, A. C. M. *Geometria*. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

NEVES, E. J. et al. A arte de tecer tarrafas de pesca na região semiárida de pernambuco-brasil. *Revista Brasileira de Engenharia de Pesca*, v. 12, n. 1, p. 37–49, 2019.

OBMEP. *Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas*. 2024. Disponível em: <<https://obmep.org.br/>>. Acesso em: 23 mar 2024.

POHL, V. Visualizando o espaço tridimensional pela construção de poliedros. In: *LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. Aprendendo e ensinado geometria*, Atual, São Paulo, p. 178 – 190, 1994.

RODRIGUES, L. J.; FRANCO, S. R. O uso da etnomatemática no ensino de medidas de áreas. In: *PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2013.*, Curitiba:SEED,PR, v. 1(CADERNOS PDE), 2016. Disponível em: <<http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>>. Acesso em: 17 fev 2024.

TOLEDO, M. B. d. A.; TOLEDO, M. d. A. *Teoria e prática matemática: como dois e dois*. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

APÊNDICE 1

ESCOLA MUNICIPAL VICÊNCIA CASTELO

Professor: José Ricardo

Atividade de Matemática: construções com Graminho

Turma: 6° a 9° ano

Duração: 2 aulas

Objetivo: Aprender, usando o *Graminho*, a traçar segmentos paralelos, segmentos perpendiculares e construção de retângulos.

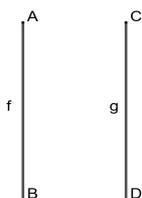
1° momento | 1 aula

Em equipe, identifiquem as retas e os retângulos construídos nos modelos das figuras abaixo e faça anotações sobre as figuras.

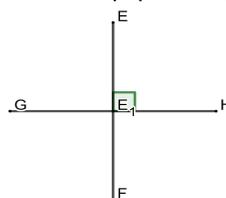
2° momento | 1 aula

De posse das informações coletadas, construa em uma tábua quadrada de 10 cm por 10 cm, usando o Graminho, figuras com as dimensões propostas.

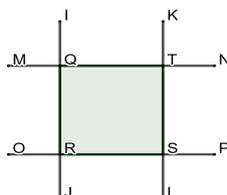
construção I : segmentos paralelos medindo 4 cm.



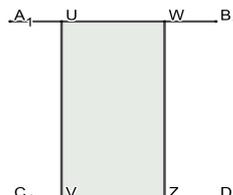
construção II : segmentos medindo 4 cm perpendiculares.



construção III : quadrado medindo 2 cm por 2 cm



construção IV : retângulo medindo 2 cm por 4 cm.



APÊNDICE 2

ESCOLA MUNICIPAL VICÊNCIA CASTELO

Professor: José Ricardo

Atividade de Matemática: desafios com malhas

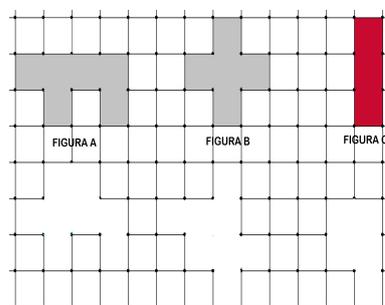
Turma: 6° a 9° ano

Duração: 2 aulas

Objetivo: Aprender, usando *malhas*, a construir figuras congruentes e simétricas usando técnicas de conserto de redes de pesca.

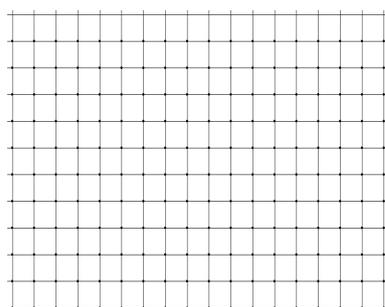
1° momento | 1 aula

Faça partes do remendo de forma que a parte rasgada que sobrar tenha mesma área das figuras coloridas; trace também, se possível, um eixo de simetria em cada figura. Em seguida identifique quais das figuras se duplicadas e unidas por seus lados formam um retângulo.



2° momento | 1 aula

Desafie um colega criando rasgos que devem ser remendados, em parte, e criem figuras de mesma área de uma figura colorida na malha ou congruente a mesma.



APÊNDICE 3

ESCOLA MUNICIPAL VICÊNCIA CASTELO

Professor: José Ricardo

Atividade de Matemática: desafio das formas

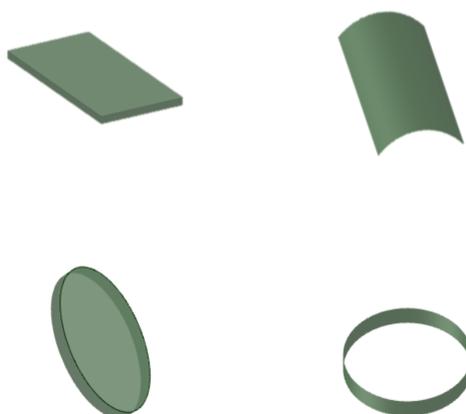
Turma: 6° e 9° ano

Duração: 2 aulas

Objetivo: Aprender, usando *placas, chapas e cascas* a construir formas 3D observadas no entorno.

Duração de 2 aula

Recorte e molde, de material reciclado, peças similares as da figuras abaixo e construa formas de objetos observados em seu entorno.



APÊNDICE 4

ESCOLA MUNICIPAL VICÊNCIA CASTELO

Professor: José Ricardo

Atividade de Matemática: desafio das formas

Turma: 6° a 9° ano

Duração: 2 aulas

Objetivo: Aprender, usando a *logomarca da SBM* (Figura 6.5), a construir formas planas usando a área de uma malha como unidade de medida.

1° momento | 1 aula

Observe a logomarca com seus elementos, as figuras planas presentes na construção, as proporções e calcule áreas de elementos contidos na malha.

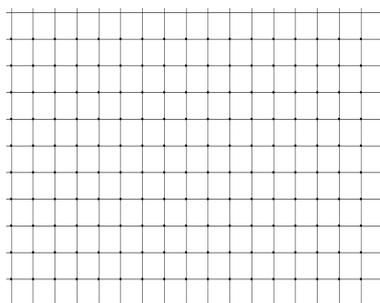
Figura 6.5: Logomarca da SBM



Fonte: (https://sbm.org.br/wp-content/uploads/2022/03/SBM_Manual-da-Marca.pdf). Acesso em: 29 julho 2024

2° momento | 1 aula

Construa e pinte na malha as iniciais de seu nome e determine a área de cada letra usando a área de uma malha da rede como unidade de medida.



APÊNDICE 5

ESCOLA MUNICIPAL VICÊNCIA CASTELO

Professor: José Ricardo

Atividade de Matemática: HQ das formas

Turma: 6° e 9° ano

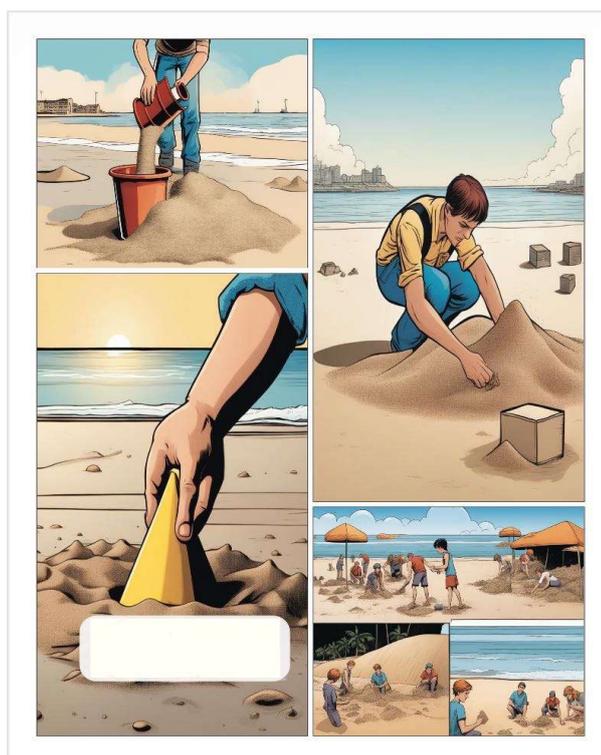
Duração: 1 aula

Objetivo: saber elaborar diálogos, usando corretamente balões, para a HQ (criado com IA) sobre as etapas a serem seguidas na praia para a construção de sólidos geométricos de areia .

Duração de 1 aula

Em duplas, construam a sequência de diálogos contendo as etapas de construção com nomes e elementos dos sólidos que aparecem na figura.

• Lembrem-se: Esses diálogos e balões de fala ajudam a guiar o leitor pelas etapas do processo de construção, tornando a HQ informativa e envolvente. As descrições visuais ajudam a situar os personagens e suas ações, e os diálogos explicam cada passo claramente.



APÊNDICE 6

ESCOLA MUNICIPAL VICÊNCIA CASTELO

Professor: José Ricardo

Atividade de Matemática: Desafio das malhas

Turma: 7º ano

Duração: 2 aulas

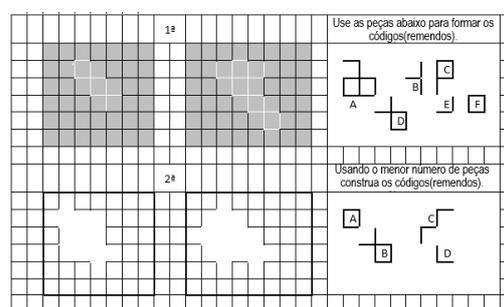
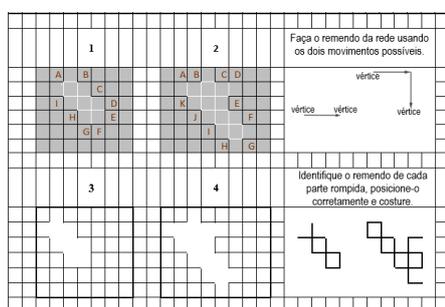
Objetivo: Utilizar as técnicas dos pescadores para remendar as redes e tarrafas danificadas, conforme as instruções.

1º momento | 1 aula

Em equipe, identifique no quadro, rasgos que possam ser consertados usando as técnicas dos pescadores: sem interrupções na costura e sem fios duplos ligando dois nós. Também analise os possíveis outros desafios que podem ser criados, cortando outras partes das malhas da tarrafa e usando os padrões de remendos estudados.

2º momento | 1 aula

Resolva, em equipe, os desafios impressos das malhas, propostos com diferentes abordagens e em seguida debata com a turma os resultados e as dificuldades encontradas nas soluções.



APÊNDICE 7

ESCOLA MUNICIPAL VICÊNCIA CASTELO

Professor: José Ricardo

Atividade de Matemática: Espaço escolar e o teorema de Pitágoras

Turma: 9º ano

Duração: 2 aulas

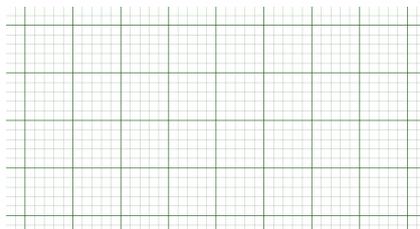
Objetivo: Aprender, medindo formas geométricas planas observadas no espaço escolar, a comprovar as medidas de seus lados usando o teorema de Pitágoras

1º momento | 1 aula

Em equipe, identifiquem as formas no espaço escolar; faça anotações e esboços das formas na escala de $1cm$ para $1m$. Escolham formas que em sua construção apresentem triângulos retângulos. Usem aplicativos, trenas ou fita métrica, que permitam estimar as medidas das formas observadas e fornecer uma fonte de consulta do que foi estudado.

2º momento | 1 aula

De posse das informações coletadas na exploração do espaço de convívio, realize as construções na malha quadriculada, utilizando os esboços; e com o uso do teorema de Pitágoras, faça os cálculos e compare as medidas com os resultados obtidos no aplicativo e com o uso da fita métrica.



APÊNDICE 8

ESCOLA MUNICIPAL VICÊNCIA CASTELO

Professor: José Ricardo

Atividade de Matemática: Construção de sólidos geométricos com areia

Turma: 9º ano

Duração: 2 aulas

Objetivo: Utilizar a areia para construir diversos tipos de sólidos, identificar seus elementos e calcular o volume.

1º momento | 1 aula

Em trabalho coletivo construir sólidos com as formas construídas de papel e embalagens plásticas descartadas. Nesse momento, com perguntas elaboradas pelo professor, compartilhar conhecimento sobre os elementos dos sólidos construídos coletivamente.

2º momento | 1 aula

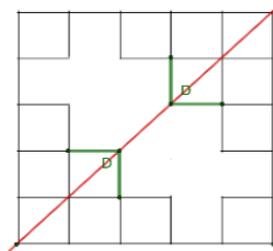
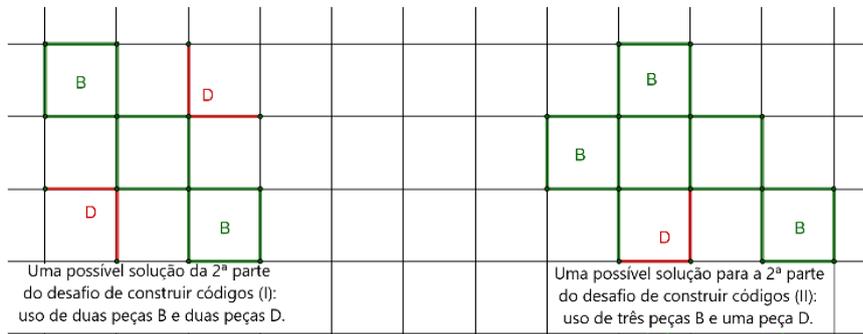
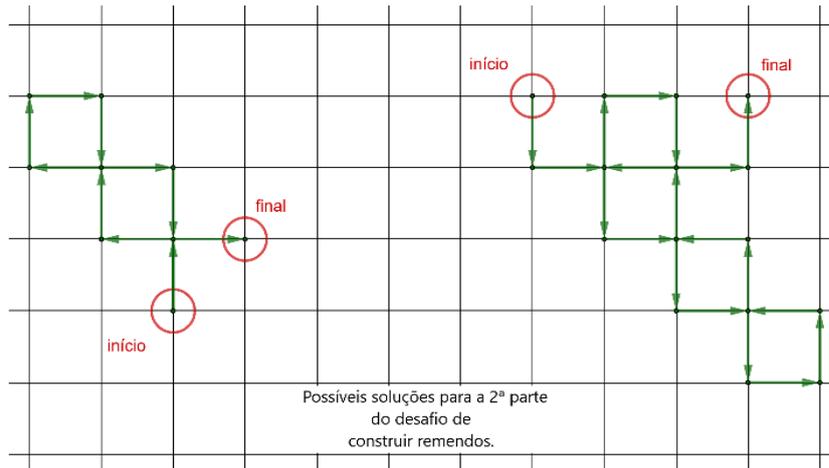
Nessa etapa, em trabalho coletivo, fazer as medidas necessárias com auxílio de régua ou aplicativo para calcular o volume dos sólidos geométricos e preencher a tabela com os valores.

Sólido geométrico	Área da base	Altura	Volume
Prisma			
Pirâmide			
Cilindro			
Cone			
Esfera	_____	Raio=	

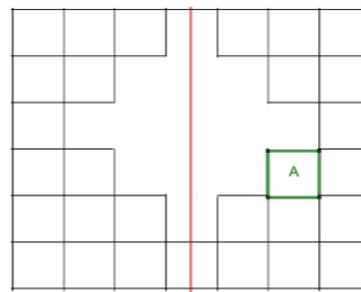
APÊNDICE 9

SOLUÇÕES DOS DESAFIOS

Figura 6.6: Soluções dos desafios referentes às Figuras 3.10, 3.11 e 3.12



Possível solução da 2ª parte do desafio de construir figuras simétricas. Usando apenas duas peças D é possível criar uma nova figura simétrica.



Possível solução da 2ª parte do desafio de construir figuras simétricas. Usando apenas uma peça A é possível criar uma figura ou rompimento simétrico.

Fonte: construções do autor no Geogebra