

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional – PROFMAT

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Ensinar matemática criativa para
uma mentalidade de crescimento a
partir da resolução de problemas:
uma abordagem sistêmica e pedagógica**

João Henrique da Silva Sousa

Maceió, dezembro de 2024



Instituto de Matemática



PROFMAT

JOÃO HENRIQUE DA SILVA SOUSA

**ENSINAR MATEMÁTICA CRIATIVA PARA UMA MENTALIDADE DE
CRESCIMENTO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:
UMA ABORDAGEM SISTÊMICA E PEDAGÓGICA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Alagoas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa

Maceió-AL

2024

Catálogo na fonte
Universidade Federal de Alagoas
Biblioteca Central
Divisão de Tratamento Técnico

Bibliotecária: Helena Cristina Pimentel do Vale CRB-4/661

- S725e Sousa, João Henrique da Silva.
Ensinar matemática criativa para uma mentalidade de crescimento a partir da resolução de problemas : uma abordagem sistêmica e pedagógica / João Henrique da Silva Sousa. – 2024.
81 f. : il.
- Orientador: Isnaldo Isaac Barbosa.
Dissertação (mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Instituto de Matemática. Maceió, 2024.
- Bibliografia: f. 77-81.
1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Aprendizagem. 3. Resolução de problemas. 4. Matemática criativa. 5. Mentalidade matemática. I. Título.

CDU: 51:37

Folha de Aprovação

JOÃO HENRIQUE DA SILVA SOUSA

**Ensinar matemática criativa para uma mentalidade de crescimento a partir da
resolução de problemas: uma abordagem sistêmica e pedagógica**

Dissertação apresentada à banca examinadora
do curso de Matemática em Rede Nacional da
Universidade Federal de Alagoas e aprovada
em 19 de dezembro de 2024.

Banca examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **ISNALDO ISAAC BARBOSA**
Data: 12/02/2025 09:25:33-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Orientador: Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa
(Universidade Federal de Alagoas)

Documento assinado digitalmente
 **AMAURI DA SILVA BARROS**
Data: 12/02/2025 13:57:29-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Examinador interno: Prof. Dr. Amauri da Silva Barros
(Universidade Federal de Alagoas)

Documento assinado digitalmente
 **ELTON CASADO FIREMAN**
Data: 17/02/2025 21:39:36-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Examinador externo: Prof. Dr. Elton Casado Fireman
(Universidade Federal de Alagoas)

Documento assinado digitalmente
 **JONATHAS DOUGLAS SANTOS DE OLIVEIRA**
Data: 12/02/2025 09:32:01-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Examinador externo: Prof. Dr. Jônathas Douglas Santos de Oliveira
(Universidade Tecnológica Federal de Minas Gerais)

*À minha esposa Juliana e a minha filha
Myrella, toda minha gratidão. Ontem, hoje e
sempre!*

AGRADECIMENTOS

A Deus Pai, único e onipotente, pela minha existência e por estar sempre ao meu lado nos momentos bons e ruins da vida. Agradeço, também, a Nossa Senhora, Mãe de Deus Pai, por sua proteção e dedicação a mais um filho.

À minha amada esposa, por seu amor incondicional e carisma que têm sido fundamentais para que eu possa enfrentar os obstáculos da vida com resiliência e esperança. Seu apoio incessante e incentivo foram essenciais na escolha desse curso maravilhoso que agora estou prestes a concluir.

À minha querida filha, por seu afeto, apoio e compreensão nas muitas vezes em que precisei abdicar de momentos juntos para me dedicar aos estudos. Sua paciência e seu carinho me deram força para seguir em frente.

A todos os membros da minha família, especialmente à minha mãe, por seu apoio constante e o grande incentivo que sempre me ofereceram. Sem vocês, essa jornada teria sido muito mais difícil.

A todos os professores que foram peças fundamentais em minha formação acadêmica. Em especial, ao professor Isnaldo Isaac, meu orientador, que, com sua dedicação, paciência e verdadeira excelência docente, ofereceu-me todos os subsídios necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus alunos, colegas de turma do Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), amigos de infância e colegas de trabalho, que vivenciaram comigo esta luta que agora está quase sendo vencida. Suas palavras de encorajamento e sua companhia foram vitais para mim.

Por fim, agradeço, de coração, a todos aqueles que, de alguma forma, participaram da minha caminhada e contribuíram, direta ou indiretamente, para esta conquista. Esta vitória é também de vocês.

RESUMO

A educação no Brasil está passando por uma transformação inovadora no ensino e na aprendizagem, buscando se adaptar às exigências sociais, tecnológicas e intelectuais de um mundo em constante mudança. O ensino tradicional, focado na memorização e repetição e centrado no professor, tem se mostrado ineficaz, especialmente na área da Matemática, em que a falta de conexão entre os conteúdos aprendidos e sua aplicação prática desmotiva os estudantes. Para atender às demandas atuais, métodos de ensino que promovem autonomia, responsabilidade, senso crítico, criatividade e protagonismo dos estudantes na construção de seus projetos de vida estão ganhando destaque. Nesse contexto, estratégias como a elaboração e resolução de problemas e a redefinição de conceitos matemáticos surgem como ferramentas essenciais para desenvolver essas habilidades, com um foco especial na criatividade em Matemática, sendo o tema desta pesquisa. Com base nesses princípios, esta pesquisa busca responder como a metodologia de resolução de problemas pode contribuir para o desenvolvimento da criatividade matemática dos estudantes da Educação Básica. Para isso, o presente trabalho pretende analisar concepções didáticas e metodológicas, orientando professores de Matemática da educação básica a partir das ideias de autores que influenciaram essa área de estudo no Brasil e no mundo. Trata-se de uma pesquisa detalhada sobre o assunto, na qual consideramos questões como: Como os professores ensinam? Como os alunos aprendem? Essas relações se complementam? Quais técnicas e metodologias os professores devem adotar? O foco será nos professores de Matemática do ensino fundamental e médio. Por isso, atribuímos a este trabalho o título de “Ensinar matemática criativa para uma mentalidade de crescimento a partir da resolução de problemas”, utilizando uma abordagem pedagógica sistêmica.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem; resolução de problemas; matemática criativa; mentalidade matemática.

ABSTRACT

Education in Brazil is undergoing an innovative transformation in teaching and learning, seeking to adapt to the social, technological and intellectual demands of a constantly changing world. Traditional teaching, focused on memorization and repetition and centered on the teacher, has proven to be ineffective, especially in the area of Mathematics, where the lack of connection between the content learned and its practical application demotivates students. To meet current demands, teaching methods that promote autonomy, responsibility, critical sense, creativity and protagonism of students in building their life projects are gaining prominence. In this context, strategies such as elaborating and solving problems and redefining mathematical concepts emerge as essential tools for developing these skills, with a special focus on creativity in Mathematics, which is the theme of this research. Based on these principles, this research seeks to answer how problem-solving methodology can contribute to the development of mathematical creativity in Basic Education students. To this end, the work intends to analyze didactic and methodological concepts, guiding basic education Mathematics teachers based on the ideas of authors who influenced this area of study in Brazil and around the world. This is detailed research on the subject, in which we consider questions such as: How do teachers teach? How do students learn? Do these relationships complement each other? What techniques and methodologies should teachers adopt? The focus will be on mathematics teachers in primary and secondary education. Therefore, we gave this work the title “Teaching creative mathematics for a growth mindset through problem solving”, using a systemic pedagogical approach.

Keywords: teaching and learning; problem solving; creative mathematics; mathematics mindsets.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Método Polya	34
Figura 2 – Fluxograma da ideia de Peter Senge	46
Figura 3 – Fluxo dos fatores influenciadores a aprendizagem de matemática criativa.....	52
Figura 4 – Funcionamento da Sala de Aula Invertida	57
Figura 5 – Comparativo: modelo tradicional X Sala de Aula Invertida.....	58
Figura 6 – Questão do ENEM	70

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Tipos de aprendizagem	25
Quadro 2 – Queda média na Proficiência em Língua Portuguesa e Matemática	39
Quadro 3 – Comparativo do uso do tempo nas salas de aula tradicional e invertida	59
Quadro 4 – Plano de aula.....	64

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
IDEB	Índice de Desenvolvimento da educação Básica
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MEC	Ministério da Educação
NCTM	Nacional Council of Teachers of Mathematics
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PBL	Aprendizagem Baseada em Problemas
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SAI	Sala de Aula Invertida
UNESCO	Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura
UNICEF	Fundação das Nações Unidas para a Infância

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	Matemática, a mais bela das áreas de conhecimento: um breve panorama histórico	19
2.2	O processo de ensino-aprendizagem na Matemática	22
2.3	Metodologia de resolução de problemas: contexto histórico	29
2.3.1	Transposição Didática Matemática.....	30
2.3.2	Contrato Didático.....	31
2.3.3	Pesquisas sobre resolução de problemas matemáticos	32
2.4	Resolução de problemas e avaliações externas em Matemática: um breve panorama.....	38
2.5	Análise dos resultados das avaliações externas e seus reflexos: segundo os resultados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas	38
3	CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA	41
3.1	Releitura das obras aplicadas à construção da aprendizagem e de uma matemática criativa	42
3.1.1	Síntese da obra Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador	42
3.1.2	Síntese da obra A Quinta Disciplina: a arte e a prática da organização que se aprende	44
3.1.3	Correlação entre as duas obras no processo de aprendizagem matemática.....	47
4	CRIATIVIDADE NO ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DA VISÃO SISTÊMICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	51
4.1	Metodologias que auxiliam a resolução de problemas por meio de um ensino criativo	51
4.2	Resolução de problemas por meio de tarefas lúdicas	53
4.3	O professor como sujeito facilitador e mediador do processo de ensino-aprendizagem da matemática criativa e sistêmica.....	60
5	UMA PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS A PARTIR DE UM ENSINO CRIATIVO.....	63
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	75
	REFERÊNCIAS.....	77

1 INTRODUÇÃO

Com os avanços da sociedade contemporânea, a construção do conhecimento a partir do processo de resolução de problemas tem sido reconhecida como fator contínuo para o desenvolvimento de algumas competências e habilidades matemáticas. Para a educação matemática, essa integração é ainda mais instantânea. O ensino de Matemática apresenta inúmeros problemas e deficiências que necessitam ser repensada e até revisto. Inicialmente, é de incumbência dos docentes rever suas práticas e ter interesse em mudar ou repensar a sua metodologia, tornando as aulas mais significativas, atrativas, criativas e dinâmicas, a fim de despertar o interesse dos alunos em aprender matemática (Brasil, 2007).

Ao discorrer sobre o tema “Ensinar Matemática Criativa para uma Mentalidade de Crescimento a partir da Resolução de Problemas: uma abordagem sistêmica e pedagógica”, estávamos preocupados com a forma como os nossos alunos têm sido ensinados a interpretar e resolver problemas matemáticos e como eles realmente aprendem, preocupação essa justificada pelo fato de a aprendizagem matemática ser algo complexo do ponto de vista psicopedagógico em sua dimensão neurológica e psíquica, que precisa ser feita com comprometimento ético e moral, mas que é tida para muitos professores como algo natural, simples e que não exige muito esforço no cotidiano escolar (Almeida, 2006).

Uma das principais razões da dificuldade do aprendizado de Matemática está associada à mecanização do ensino, uma vez que os alunos apenas reescrevem no caderno ou na avaliação o que já foi escrito no quadro durante as aulas do professor. (Fernandes *et al.*, 2008 *apud* Frassato, 2012, p. 01).

É perceptível que alguns professores enfrentam desafios em adaptar o ensino ao ambiente escolar dos alunos, muitas vezes, sem definir claramente objetivos e metas anuais. Esse desafio no comprometimento com o desenvolvimento do aluno reflete em diversos setores sociais, podendo levar à exclusão social e até mesmo a dificuldades com determinados componentes curriculares. Por isso, recorreremos à literatura educacional para justificar nossas preocupações e reafirmar nosso compromisso com o desenvolvimento do saber matemático, incentivando o potencial dos estudantes por meio de abordagens criativas, mensagens inspiradoras e ensino inovador. Reconhecemos que muitos dos obstáculos enfrentados são decorrentes da infraestrutura inadequada, da falta de recursos e dos baixos salários dos professores, que impactam diretamente no processo educativo.

Sou João Henrique da Silva Sousa, 38 anos, um apaixonado pela educação com quase duas décadas de experiência como professor de matemática. Estou na fase final da minha dissertação de mestrado e minha jornada me levou a explorar desde o ensino básico até o superior, com uma forte presença no ensino médio.

Como ex-aluno de escola pública, enfrentei desafios como a falta de professores, especialmente de matemática e as greves. No entanto, essas dificuldades alimentaram minha determinação em buscar conhecimento de forma independente e inovar na didática.

Minha mãe, também professora, foi uma grande influência na minha paixão pela matemática. Desde a infância, ela cultivou, em mim e em meus irmãos, o hábito de exercitar o pensamento matemático, transformando a matemática em algo presente no nosso cotidiano. No ensino médio, tive a sorte de encontrar professores inspiradores que fortaleceram minha decisão de seguir a carreira docente.

Minha primeira experiência no ensino aconteceu como monitor de matemática, ainda no ensino médio, para todos os alunos da 1ª série do ensino médio. Aos 15 anos, comecei a dar aulas particulares de reforço, atendendo cerca de 50 alunos por ano das mais variadas séries. Essa vivência consolidou minha vocação para a docência, e, desde então, leciono tanto Matemática quanto Física.

Minha atuação se estende além das aulas regulares. Lecionei em cursinhos preparatórios para vestibulares e concursos públicos, ajudando muitos estudantes a alcançarem seus objetivos. Sou um entusiasta da formação continuada, com especializações em diversas áreas da educação, incluindo metodologia do ensino, gestão escolar, psicopedagogia e direito educacional.

Atuei por 6 anos como diretor pedagógico e ainda atuo como coordenador pedagógico há 15 anos na rede privada, acumulando vasta experiência tanto na educação pública quanto na particular. Minha missão é tornar a Matemática significativa para os alunos, conectando os conteúdos ao cotidiano e às suas futuras profissões.

Minha metodologia de ensino é centrada na aprendizagem baseada em problemas, enriquecida por metodologias ativas que promovem a participação dos alunos e uma aprendizagem envolvente. Inspiro-me em grandes educadores como Paulo Freire (1998, 1999), Lev Vygotsky (1992, 2008) e William Glasser (1998, 2001, 2022), aplicando estratégias que fortalecem a autonomia e a compreensão dos estudantes.

O Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) teve um impacto profundo na minha trajetória, ampliando minha visão sobre o ensino da matemática e tornando-me um professor mais reflexivo e comprometido com a formação integral dos estudantes.

Além de contribuir para a formação acadêmica dos alunos, tenho orgulho de inspirar muitos a seguir carreira na Matemática e na educação. Acredito que a aprendizagem deve ser ativa, significativa e prazerosa, transformando vidas.

Espero que minha história inspire e motive todos a valorizar o poder transformador da educação.

Este trabalho tem a pretensão de analisar as concepções didáticas e metodológicas e, com isso, orientar aos professores de matemática que atuam na educação básica a partir das concepções do ensino de matemática de autores que influenciaram essa área de estudo no Brasil e no mundo. Trata-se de uma pesquisa detalhada sobre o assunto, na qual consideraremos toda problemática em torno de como os professores ensinam e como os alunos aprendem. Será que essas relações se complementam? E quais técnicas e metodologias os professores devem colocar em ação? Voltar-nos-emos, em específico, aos professores de matemática dos ensinos fundamental e médio.

Nosso objetivo principal é descobrir, através dos estudos realizados, quais são as concepções de tendências de ensino que estão inseridas em nossas salas de aula, e com isso, contribuir com algumas sugestões práticas do ensino de uma matemática mais criativa. Para isso, buscamos as contribuições necessárias para o desenvolvimento deste trabalho dentre os autores Peter Senge, Jo Boaler, Marcelo Wachiliski, Evelise Portilho, William Glasser, dentre outros.

Na seção 2, traremos a fundamentação teórica de algumas metodologias que valorizam o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas. Para isso, introduziremos esse estudo com duas das principais correntes da didática da matemática que influenciaram o ensino, a formação de professores, algumas pesquisas em educação e, mais recentemente, em educação matemática no Brasil, que são a corrente francesa e a norte-americana. Em seguida, abordaremos, a partir dos seguintes conceitos envolvidos na resolução de problemas, a comunicação gerada pelos resultados obtidos por meio da avaliação da aprendizagem de algumas avaliações externas como Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) e Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Não faremos muitos comentários, uma

vez que a intenção do nosso trabalho não é julgar esses modelos e nem os autores, mas refletir as ações e as teorias mais completas e favoráveis para entender como o aluno aprende e utilizá-las como suporte para descobrir qual concepção de ensino está predominando entre os professores de matemática.

Buscaremos retirar, das definições de ensino e aprendizagem dada pelos autores, a característica básica pela qual a proposta do autor pode ser reconhecida, a finalidade da própria metodologia de ensino aplicada e o foco a ser estruturado. Ao falarmos da relação ensino-aprendizagem, focalizaremos as características e os pressupostos que a norteiam. Nesse ponto, descobriremos o quanto é importante ter em vista a construção de um planejamento sistematizado e uma avaliação que aborde a dimensão sistêmica que se desenvolve por etapas e ter as possibilidades de relação entre o que é ensinado e o que é aprendido.

Não poderíamos deixar de abordar a forma de comunicação dos resultados obtidos por meio das avaliações externas. Quando esses resultados são compartilhados entre professores, coordenadores, diretores, pais e alunos, fica mais fácil detectarmos as possíveis falhas ocorridas na hora em que o aluno foi avaliado e como foi avaliado. Não queremos expressar uma ideia de responsabilidade apenas do professor frente aos resultados da avaliação, mas fortalecer a concepção de que o trabalho de ensinar e de ter acesso aos resultados da avaliação não é de responsabilidade apenas do professor, e, sim, de todos aqueles envolvidos e interessados na educação de nossos alunos.

Na terceira seção, trataremos, basicamente, a justificativa à nossa motivação em realizarmos este trabalho, pois trataremos de temas relacionados ao ensino da matemática a partir do pensamento sistêmico nas interpretações e resoluções de problemas, concatenando as ideias de Peter Senge (2022) em sua obra *A Quinta Disciplina*, que revela a importância desse assunto no que concerne ao organizacional das informações para resolução de problemas e associaremos à obra *Mentalidades Matemáticas*, de Jo Boaler (2018), na tentativa de trazeremos uma eficácia no ensino de matemática numa abordagem mais inovadora e criativa. Buscamos esclarecer algumas dúvidas que, às vezes, nos acompanham durante toda vida acadêmica e profissional: uma delas, é o fato de como garantir o sucesso da aprendizagem nas resoluções de problemas dos nossos alunos e termos a convicção de que estamos em uma perspectiva assertiva. Esse ponto é crucial na relação de ensino e aprendizagem, uma vez que, para garantir o sucesso dessa, devemos tornar a matemática mais atrativa e significativa na vida do aprendiz.

A aceitação ou a rejeição por parte do aluno ao trabalho desenvolvido pelo professor em sala de aula vem como consequência da concepção de avaliação e da abordagem de ensino que

esse profissional traz, fazendo com que o aluno encontre sentido em estudar o assunto ou, caso contrário, não encontre o significado dos objetos de conhecimento em estudo nem a aplicabilidade no seu cotidiano. Ao escrever este tópico da seção 3, direcionaremos nosso pensamento aos professores de matemática, em específico à frequente pergunta feita pelos alunos: Para que serve isto, professor, e onde eu o vou usar no meu dia-a-dia?

Mas, finalmente, de quem é a culpa pelos equívocos cometidos no currículo e no ensino da matemática? Onde e com quem está o erro? Em nós, professores, ou na família, na escola, nas universidades, nos governantes? Buscamos respostas para essas perguntas e nos encontramos diante de uma situação mais complexa do que parece. Na realidade, a problemática envolvida pela sistematização do ensino da Matemática acarreta uma análise nos altos índices de repetência e na evasão escolar e envolve questões de caráter técnico, político-pedagógico e epistemológico da didática matemática, os quais detalharemos na seção 2 deste texto.

Na seção 4, abordaremos estratégias, métodos, programas e metodologias que norteiam/auxiliam o processo de ensino de resolução de problemas matemáticos mediante o eixo temático abordado nesta pesquisa de maneira lúdica e criativa.

Na seção 5, proporemos um conjunto de ideias que pode auxiliar professores a criar e manter uma sala de aula de matemática com uma mentalidade de crescimento. Nosso objetivo é proporcionar uma orientação mais coesa que garanta o sucesso na aprendizagem matemática dos estudantes. Para ilustrar essas ideias, foi elaborado um plano de aula, cuja autoria é do próprio autor, para uma introdução à geometria espacial, que foi executado em uma turma de 3^a série do ensino médio. Esse plano inclui sugestões práticas adaptadas à realidade do nosso pensar e fazer pedagógico, destacando ações de uma dinâmica sistêmica de ensino que desperta o protagonismo dos estudantes. Dessa forma, buscamos tornar o ensino da matemática mais fluido e compreensível, contribuindo para uma aprendizagem criativa e significativa, que revela o verdadeiro potencial de uma mentalidade de crescimento.

Com base nessa dissertação, desenvolveremos um produto educacional na forma de uma cartilha, com o objetivo de inspirar os professores de matemática a refletirem sobre quatro pontos essenciais para essa metodologia de ensino criativo, antes mesmo de planejar uma aula.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De acordo com o Ministério da Educação (MEC), o progresso na compreensão e assimilação dos mecanismos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, bem como a reflexão sobre os desafios gerados pelo mundo contemporâneo, indicam a necessidade de considerar concepções mais sistêmicas e complexas no que se refere à construção do conhecimento e à formação humana. Nesse sentido, é essencial compreender o quanto a escola está intimamente ligada às necessidades e ao aperfeiçoamento da humanidade.

Cada componente curricular contribui para a construção do conhecimento do estudante, a qual ocorre de forma gradual ao longo do tempo. No entanto, há "disciplinas" consideradas mais fáceis e outras mais difíceis pelos discentes. Dentre essas, a Matemática se destaca por apresentar um elevado índice de estudantes com dificuldades de aprendizagem (Salvan, 2004).

Stoica (2015) levanta uma importante reflexão a organização das aulas de Matemática. Nas classes tradicionais, os estudantes são, inicialmente, expostos à teoria e, em seguida, convidados a resolver exercícios e problemas com soluções algorítmicas. No entanto, esses problemas raramente estão conectados com atividades do mundo real. Essa abordagem pode contribuir para a percepção de que a disciplina Matemática é difícil e pouco relacionada à vida cotidiana. A antipatia dos alunos em relação à Matemática, muitas vezes, surge antes mesmo de enfrentarem situações desafiadoras.

Para galgar essa hipótese, é fundamental repensarmos a forma como ensinamos a Matemática em nossas salas de aula. Uma abordagem mais contextualizada, que relacione os conceitos matemáticos às situações reais, com a utilização de metodologias ativas, pode tornar o aprendizado mais significativo e atrativo aos estudantes. Além disso, é importante considerar as dificuldades individuais e promover estratégias de resolução de problemas que estimulem o pensamento crítico e a autonomia dos alunos.

A Matemática não precisa ser um obstáculo intransponível; ao contrário, pode ser uma ferramenta poderosa para compreender o mundo e resolver problemas encontrados no dia a dia. É de suma responsabilidade dos educadores e demais profissionais da educação criar ou favorecer um ambiente que desperte o interesse e a curiosidade dos estudantes, mostrando que a Matemática está presente em todos os momentos e lugares e, além de tudo isso, é acessível a todos.

Existe uma questão sociocultural, isto é, a ideia já enraizada em nossa sociedade de que a disciplina Matemática é muito desafiadora, de difícil compreensão e assimilação, o que faz com que os discentes já apresentem antipatia a essa componente curricular mesmo que ainda não tenham passado por situações de contrariedade.

No entanto, os professores de matemática desempenham um papel crucial na transformação da percepção dos estudantes em relação a essa disciplina. A matemática criativa é uma abordagem que pode revolucionar o ensino e torná-lo mais envolvente e significativo.

2.1 Matemática, a mais bela das áreas de conhecimento: um breve panorama histórico

A história da Matemática remonta aos primeiros registros de pensamentos matemáticos na Pré-História. Segundo Silva (2014), as primeiras deduções lógicas surgiram das necessidades práticas de sobrevivência, como contar e medir. Essas deduções evoluíram para teorias, expressões e fórmulas que passaram a ser usadas no dia a dia. Assim, a Matemática e as civilizações avançaram juntas, praticamente na mesma proporção. Conforme Roque (2012), para tentar compreender como a Matemática se tornou o que é hoje, é fundamental ler as produções dos que praticaram matemática ao longo dos séculos. A Matemática foi reconhecida como uma área de conhecimento através de um processo gradual que se estendeu por milênios, com diversas culturas e civilizações contribuindo para seu desenvolvimento. A história da Matemática pode ser dividida em várias fases distintas. Fazendo um estudo no livro Tópicos História da Matemática, dos autores Tatiane Roque e João Bosco Pitombeira, publicado pela Sociedade Brasileira de Matemática no ano de 2012, conseguiremos entender um pouco mais sobre a evolução e desenvolvimento dessa maravilhosa área de conhecimento.

- **Matemática Pré-Histórica:**

Segundo Roque (2012), a Matemática começou com necessidades práticas, como contar, medir e realizar transações comerciais. Os primeiros registros de atividades matemáticas são de civilizações muito antigas, onde a contagem estava associada a atividades como caça, agricultura e comércio. Evidências arqueológicas, como os ossos de Lebombo e Ishango (datados de 20.000 a.C.), mostram contagens primitivas.

- **Civilizações Antigas:**

No Egito e na Mesopotâmia (3500 a.C. - 500 a.C.): As primeiras formas sistemáticas de matemática surgiram nas civilizações da Mesopotâmia e do Egito. Os Babilônios desenvolveram a aritmética e a álgebra, enquanto os egípcios criaram métodos geométricos, usados na construção de monumentos e no cálculo de áreas. O sistema de numeração sexagesimal dos babilônios é a base do nosso sistema de medição do tempo e dos ângulos.

A Matemática Grega (600 a.C. - 300 d.C.): A Matemática grega trouxe uma mudança significativa, pois passou de uma ciência empírica e prática para uma ciência dedutiva e teórica. Pitágoras, Euclides e Arquimedes estão entre os matemáticos mais influentes dessa época. A obra "Os Elementos", de Euclides, estabeleceu a geometria como um sistema axiomático, que é, ainda hoje, uma das bases da matemática.

A Matemática no Mundo Islâmico (700 - 1200 d.C.): Durante a Idade Média, enquanto a Europa passava pelo período de estagnação intelectual conhecido como Idade das Trevas, o mundo islâmico florescia em termos de conhecimento. Matemáticos islâmicos como Al-Khwarizmi (considerado o pai da álgebra) e Omar Khayyam fizeram contribuições fundamentais à álgebra, à aritmética e à trigonometria. Eles preservaram e expandiram os conhecimentos gregos e hindus. Teoricamente, entendemos que o sistema de numeração foi a primeira grande transformação matemática, motivada pelas necessidades humanas, evoluindo do concreto para o abstrato. Com o surgimento dos números, por meio do processo de contagem, tornou-se possível realizar operações básicas, formando o campo da Aritmética. Este campo, por meio de um processo abstrato, destacou-se como um dos quatro principais estudos da escola pitagórica. Assim, Pitágoras, em sua filosofia, via os números como entidades místicas e objetos de devoção.

Segundo Mol (2013), os pitagóricos compreendiam o universo através da Aritmética, acreditando que “todas as coisas são números”. Com a introdução dos números, outros campos de estudo relacionados à Matemática puderam florescer. Além disso, apesar do desenvolvimento da escrita numérica simbólica, acredita-se que as atividades práticas e comerciais foram pioneiras na representação dos números como conjuntos. Seguindo essa ideia, foram desenvolvidos os conjuntos numéricos, especificando a utilidade e as características de cada um.

- **A Matemática na Índia e na China:**

Na Índia, os matemáticos indianos introduziram o conceito de zero e o sistema numérico decimal que usamos até hoje. Brahmagupta, no século VII, foi um dos primeiros a trabalhar com números negativos e a desenvolver fórmulas para resolver equações quadráticas.

Na China, a Matemática também floresceu, especialmente em áreas como álgebra e geometria, com contribuições notáveis na resolução de sistemas de equações e no cálculo de áreas e volumes.

No Renascimento e na Revolução Científica (séculos XV - XVII): o Renascimento, na Europa, trouxe um reavivamento do interesse por matemática e ciência. Durante esse período, matemáticos como Descartes, Fermat e Pascal contribuíram significativamente para o desenvolvimento da álgebra e da geometria analítica. Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, por outro lado, foram os criadores do cálculo diferencial e integral no século XVII, revolucionando a Matemática e possibilitando o desenvolvimento das ciências físicas modernas.

- **Do século XVIII ao XIX: Expansão e Abstração**

No século XVIII, a Matemática se tornou uma ciência mais abstrata. Euler, um dos matemáticos mais prolíficos da história, fez grandes avanços em áreas como teoria dos números, topologia e análise. No século XIX, Gauss desenvolveu a geometria não euclidiana, enquanto matemáticos como Cauchy, Riemann e Cantor expandiram as fronteiras da análise e da teoria dos conjuntos.

- **Século XX: Formalização e Novas Áreas**

No século XX, a Matemática se tornou altamente formalizada, especialmente com a lógica matemática de Bertrand Russell e Alfred North Whitehead, que buscavam fundamentar toda a matemática em um sistema lógico coerente. Ao longo desse século, novas áreas da Matemática, como a teoria dos grupos, a topologia, a teoria da probabilidade e a matemática aplicada à computação emergiram e se consolidaram.

A Matemática Contemporânea: hoje, a Matemática é uma disciplina vastamente ramificada, com aplicações em todas as áreas do conhecimento, incluindo ciências naturais, economia, tecnologia, ciências sociais e engenharia. A explosão da tecnologia computacional

no século XXI permitiu avanços em áreas como a teoria dos números (com a criptografia), a análise numérica e a inteligência artificial.

O reconhecimento da Matemática como uma área de conhecimento se deu de forma gradual, impulsionada por necessidades práticas e, mais tarde, pela busca de uma compreensão mais profunda da realidade. De acordo com Roque (2012), a Matemática se desenvolveu, e continua a se desenvolver, por meio de problemas. Ela evoluiu de uma ferramenta empírica para resolver problemas cotidianos para uma ciência abstrata e formal, que ainda hoje se expande e impacta áreas diversas do saber.

Segundo Roque e Pitombeira (2012, p. 8):

Entender os problemas que alimentam a Matemática de hoje é praticamente impossível, haja vista sua complexidade e a especificidade da linguagem e do simbolismo nos quais eles se exprimem. Mas os conteúdos que ensinamos, desde o ensino fundamental até o ensino superior, já foram desenvolvidos há muitos séculos. Podemos, então, analisar o momento no qual os conceitos foram criados e como os resultados, que hoje consideramos clássicos, foram demonstrados, contrabalançando a concepção tradicional que se tem da Matemática como um saber operacional, técnico ou abstrato.

A Matemática, a rainha das ciências, é, realmente, uma área de conhecimento fascinante. Ela permeia todos os aspectos da nossa vida e nos ajuda a compreender o mundo de maneira profunda e elegante. Desde as abstrações puras dos números até as aplicações práticas em engenharia, física, economia e muito mais, a Matemática é uma linguagem universal que transcende culturas e fronteiras.

Conforme Boaler (2018), a Matemática é uma linda e vasta área de conhecimento, com ideias e conexões que podem inspirar todos os estudantes. Ela é um assunto de vasta amplitude e o modo como a experimentamos e apreciamos vai mudando com o tempo e a experiência. Mas, de maneira assídua, ela é ensinada como uma componente de desempenho cujo principal papel é, para muitos, separar os estudantes que possuem o “gene da matemática” dos que não o possuem.

De acordo com Boaler (2018), é com essa perspectiva que, muitas vezes, acabamos criando alguns estereótipos e, com isso, queremos ver padrões no mundo e compreender os ritmos do universo. Mas, muitas vezes, a alegria e o fascínio que as crianças pequenas e adolescentes experimentam com a matemática são rapidamente substituídos por pavor e aversão quando elas começam a estudar Matemática na escola e são apresentadas a um conjunto seco de métodos tradicionais e mecanizados que elas pensam que apenas devem aceitar e lembrar.

Segundo Boaler (2018), na Finlândia, um dos países de referência mundial em educação, com as melhores pontuações do mundo nos testes do Programa Internacional de Avaliações de Estudantes (PISA), os alunos não aprendem métodos formais de matemática antes dos sete anos de idade. Nos Estados Unidos, no Reino Unido, no Brasil e em alguns países, os estudantes começam muito mais cedo e, quando chegam aos sete anos, já foram introduzidos a algoritmos para somar, subtrair, multiplicar e dividir números e tiveram que decorar a tabuada. Para muitos estudantes, a primeira experiência com a Matemática é confusa, pois os métodos não fazem sentido para eles. A curiosidade dos primeiros anos de nossos filhos desaparece e é substituída por uma forte crença de que a matemática é uma questão de seguir instruções e regras. O melhor e mais importante impulso que podemos proporcionar a nossos alunos é incentivá-los a brincar com números e formas, pensando sobre os padrões e as ideias que eles são capazes de perceber. As crianças e os adolescentes precisam ver a Matemática como uma componente curricular de crescimento conceitual sobre a qual devem pensar e na qual devem encontrar um sentido.

No Brasil, a Matemática, conforme estabelece a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei n. 9394 de 1996, é vista como uma componente curricular ou área de conhecimento obrigatória nos currículos escolares, nos processos seletivos e seus principais objetivos são desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de abstrair, resolver problemas, generalizar e projetar. Em face da importância da Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais¹ (PCNs) indicam como objetivos dessa disciplina no ensino médio, possibilitar ao aluno (Brasil, 1999):

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- Analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;

¹ Os PCNs são um conjunto de diretrizes educacionais desenvolvidas pelo Ministério da Educação (MEC) do Brasil. Eles foram criados para orientar a elaboração e execução dos currículos nas escolas de todo o país, tanto na rede pública quanto na privada.

- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- Estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação.

Consoante Silva (2005), para atender a esses objetivos, a matemática escolar deve possuir uma linguagem que busque dar conta de aspectos concretos do cotidiano dos alunos, sem deixar de ser um instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências.

De acordo com a etapa do Ensino Médio da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)², na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-lo, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área. Esse documento normativo propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental e Ensino Médio. São elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística (Brasil, 2018).

2.2 O processo de ensino-aprendizagem na Matemática

Desde a antiguidade até o início do século XIX, a educação escolar era, predominantemente, passiva e baseada na memorização, com pouca ênfase na compreensão.

² A BNCC é um documento normativo que define as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica no Brasil. Ela foi criada para garantir que todos os estudantes tenham acesso a uma educação de qualidade, independentemente da região onde vivem. A BNCC foi homologada em dezembro de 2017 e, desde então, as escolas têm trabalhado para implementar suas diretrizes em seus currículos.

Essa abordagem via o ser humano como uma tábua rasa que podia ser moldada à vontade, uma ideia que remonta a Aristóteles e foi retomada ao longo dos séculos. O ensino de leitura e escrita era semelhante ao aprendizado de um ofício manual, com repetição de exercícios graduados. O método catequético, originado na Grécia antiga, utilizava perguntas e respostas prontas para garantir a memorização. A compreensão do conteúdo era secundária, resultando em uma aprendizagem mecânica.

Apesar do predomínio desse método, filósofos e educadores ao longo dos séculos defenderam a importância da compreensão sobre a memorização, buscando tornar o ensino mais estimulante e adaptado aos alunos. Entre esses pensadores, estavam Sócrates, que via o papel do mestre como um facilitador da descoberta da verdade pelo aluno, e Comenius, que acreditava que a educação deveria ajudar o homem a alcançar a felicidade eterna através do autoconhecimento e do conhecimento do mundo.

De modo contínuo, os docentes de matemática são interrogados sobre o processo de ensino-aprendizagem, ou seja, como os objetos de conhecimentos são ministrados. Interroga-se como se aprende e como se ensina matemática hoje, diante dos avanços científicos e tecnológicos da sociedade atual.

Segundo Frassato (2012), os processos de aprender e ensinar Matemática são inseparáveis e devem fazer parte dos conhecimentos essenciais à prática docente em Matemática. Assim, no contexto social atual, é fundamental que os professores se preocupem com novas metodologias e formas de ensinar e aprender conceitos matemáticos. Reconhecemos a importância do processo de ensino-aprendizagem em Matemática e concordamos que esses processos são interdependentes. A abordagem pedagógica adotada pelos professores é crucial para a compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos.

A tradicional aula expositiva, em que o professor transmite informações diretamente para o quadro negro, tem sido predominante em muitos níveis de ensino. No entanto, consoante D'Ambrósio (1989), essa abordagem pode limitar a aprendizagem, reduzindo-a a procedimentos predefinidos. Os alunos copiam essas informações e aplicam modelos de solução apresentados pelo professor em exercícios de aplicação.

Para promover uma aprendizagem mais significativa, educadores matemáticos defendem a necessidade de vivenciar situações investigativas e de exploração. Isso envolve uma mudança na metodologia do docente, incentivando os alunos a descobrirem conceitos por meio da experimentação e da resolução de problemas. A compreensão profunda da disciplina

requer mais do que a simples transmissão de conhecimento; é necessário que os professores desenvolvam saberes profissionais específicos para a Matemática.

Portanto, a transformação do ensino de Matemática deve considerar não apenas os objetos de conhecimento, mas também as estratégias pedagógicas que tornam a aprendizagem mais envolvente e significativa para os estudantes. A busca por novas metodologias e a reflexão constante sobre as práticas educacionais são essenciais para promover uma compreensão profunda e duradoura dos conceitos matemáticos.

Diante do processo de aprendizagem, encontram-se diferentes concepções e teorias que refletem como ocorre este evento, nos âmbitos social, cultural, familiar ou educativo.

David Paul Ausubel (2000), criador da Teoria da Aprendizagem Significativa, foi um psicólogo e pedagogo referência na psicologia da educação e do construtivismo. Sua teoria nos mostra que a aprendizagem significativa não é tão simples como habitualmente pensamos. Ela não se resume apenas a adquirir conhecimentos por meio de estudo ou experiência, mas vai além. Trata-se do grau de significatividade com o qual aprendemos, dependendo da qualidade e da quantidade dos vínculos que estabelecemos entre conhecimentos anteriores e o que estamos aprendendo. Em outras palavras, é um contínuo de maior e menor significatividade.

Segundo Ausubel (2000), o aprendizado das pessoas, independentemente de sua idade, depende de sua estrutura cognitiva anterior, que está vinculada às novas informações. Essas estruturas cognitivas são representações mentais (conjunto de ideias e conceitos) que a pessoa constrói sobre uma parcela da realidade. Conhecer a estrutura cognitiva dos alunos é fundamental, não apenas em termos de quantidade de informações, mas também de quais conceitos e proposições eles dominam. Isso permite uma melhor orientação da tarefa educativa, aproveitando os conhecimentos anteriores para beneficiar o aprendizado significativo do aluno.

A aprendizagem significativa ocorre quando há um vínculo entre o conhecimento anterior e as novas informações, que se integram à nossa estrutura cognitiva. Ausubel (2000) enfatiza que o fator mais importante que influencia na aprendizagem é o que o aluno já sabe. Portanto, a transformação do ensino deve considerar não apenas os conteúdos, mas também as estratégias pedagógicas que tornam a aprendizagem envolvente e significativa.

No entanto, é imprescindível destacar que aprendizagem significativa não quer dizer aprendizagem condizente com o conhecimento formal validado. Para Ausubel (2000), quando alguém atribui significados a um conhecimento a partir da interação com seus conhecimentos prévios, estabelece a aprendizagem significativa, independentemente de esses significados

serem aceitos no contexto do sujeito. Dessa forma, a aprendizagem significativa é mais personalizada e contextualizada, refletindo a individualidade do estudante.

Por outro lado, a Pirâmide de Aprendizagem, também conhecida como “Cone da Aprendizagem”, é um modelo gráfico que representa o potencial de absorção de conhecimento em diferentes modalidades de estudo. Essa teoria considera duas posturas de aprendizagem: passiva e ativa. Quando aplicada em conjunto com os princípios de Ausubel (2000), a Pirâmide de Aprendizagem destaca como diferentes abordagens podem influenciar a internalização do conhecimento. Modalidades ativas, que envolvem maior interação e aplicação prática, são mais propícias para promover uma aprendizagem significativa, pois possibilitam que os alunos relacionem novos conteúdos com suas experiências prévias de maneira mais eficaz.

Quadro 1 – Tipos de aprendizagem

PASSIVA	ATIVA
Quando o estudante está em uma posição passiva, como em uma aula expositiva ou ao ouvir uma explicação, a retenção do conhecimento é menor. Nesse contexto, o aprendizado ocorre de forma mais superficial.	Quando o estudante assume um papel ativo em relação ao próprio aprendizado, como participando de debates, realizando atividades práticas ou ensinando alguém, a possibilidade de absorver o conteúdo aumenta consideravelmente. A postura ativa promove uma compreensão mais profunda e duradoura.

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

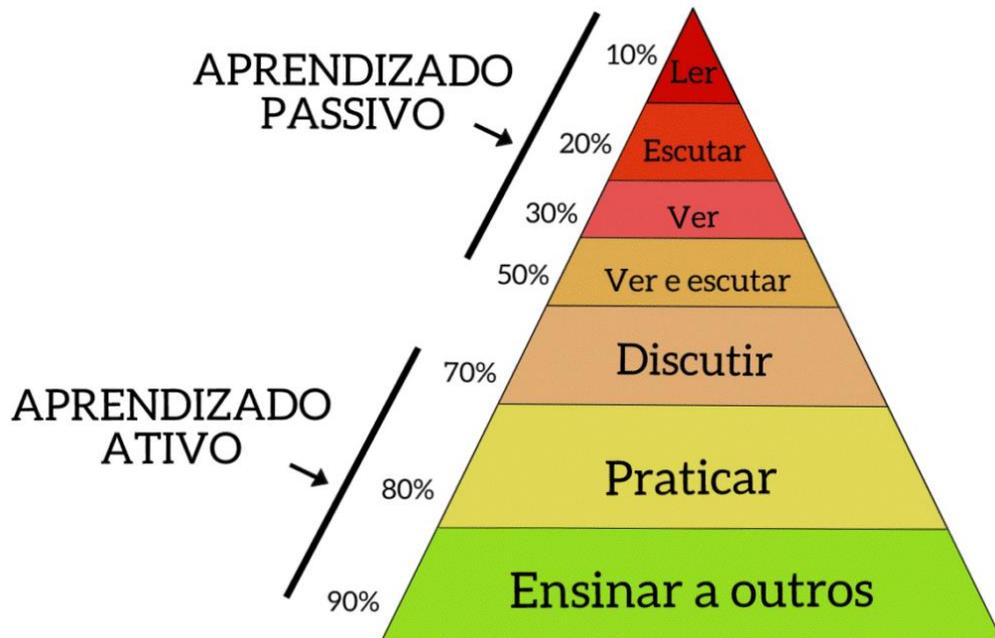
A teoria da Pirâmide de Aprendizagem foi aplicada pela primeira vez pelo professor norte-americano Edgar Dale em 1946. Originalmente conhecida como “Cone da Experiência”, ela buscava demonstrar que o ensino tradicional baseado apenas em leitura e escrita não era a única forma eficiente de aprendizado (Unicentro, 2022). A versão mais conhecida da Pirâmide de Aprendizagem é atribuída ao psiquiatra norte-americano William Glasser (1925-2013). Em sua teoria da escolha, Glasser (1998) defendia que os alunos deveriam ser protagonistas de seu próprio aprendizado, com o professor atuando como guia, não como chefe.

A pirâmide organiza visualmente as atividades responsáveis pela absorção do conhecimento, em camadas que variam de acordo com a capacidade de retenção. Quanto mais ativa a abordagem (debates, práticas, ensino), maior a retenção. A Pirâmide de Aprendizagem

influenciou metodologias ativas na educação, valorizando a participação e o protagonismo dos alunos.

Esta é a Pirâmide de Aprendizagem:

Gráfico – Representação da Pirâmide de Aprendizagem



Fonte: CESD (2024).

O psiquiatra americano Glasser (1925-2013) aplicou sua **teoria da escolha** para a educação. De acordo com esta teoria, **o professor é um guia para o aluno, e não um chefe**. Glasser explica que **não se deve trabalhar apenas com memorização**, porque a maioria dos alunos simplesmente esquecem os conceitos após a aula. Em vez disso, o psiquiatra sugere **que os alunos aprendem efetivamente com você, fazendo**. Além disso, **Glasser** também explica o grau de aprendizagem de acordo com a técnica utilizada. (CESD, 2024)³.

É fato que, no modelo tradicional de ensino, o professor é o protagonista, expondo o conteúdo ao aluno, que escuta passivamente. Já no modelo de Glasser (1998), por outro lado, incentiva-se maior participação do estudante, tornando-o ativo no processo de aprendizagem. Em sua teoria, Glasser (1998, 2001, 2022) defende que as pessoas devem assumir o controle de suas ações, e isso se aplica à educação. Segundo ele, os professores devem ser guias para os alunos, não “chefes”. O objetivo é que, através de uma postura ativa em relação ao próprio

³ A fonte consultada não é paginada.

aprendizado, as pessoas se tornem mais críticas, participantes e protagonistas. Ela leva em consideração duas posturas de aprendizagem: **passiva** e **ativa**. Quando exploramos os detalhes sobre essa teoria, compreendemos:

➤ **Postura Passiva:**

- Quando o estudante está em uma posição passiva em relação à aprendizagem, como em uma aula expositiva ou ao escutar uma explicação, a retenção do conhecimento é menor;
- Nesse nível, aprendemos apenas **10%** do que lemos e **20%** do que ouvimos;
- Exemplos de atividades passivas incluem leitura e escuta.

➤ **Postura Ativa:**

- Quando o aluno assume um papel ativo em relação ao próprio aprendizado, como participando de debates, realizando atividades práticas ou ensinando alguém, a possibilidade de absorver o conteúdo aumenta consideravelmente;
- A pirâmide evidencia uma relação direta entre o aumento do nível de retenção do conteúdo e o envolvimento dos estudantes. Quanto mais ativa a postura do estudante, maior a taxa de aprendizagem;
- Nesse nível, estamos envolvidos em atividades como discussões, resolução de problemas e ensino.

➤ **Níveis de Aprendizagem:**

- **Retenção (10%):** Aprendemos apenas 10% do que lemos;
- **Compreensão (20%):** Compreendemos melhor quando ouvimos;
- **Aplicação (30%):** Aplicamos o conhecimento em situações práticas;
- **Análise (50%):** Analisamos e desmembramos informações;
- **Síntese (70%):** Sintetizamos e criamos conexões;
- **Criação (90%):** Criamos algo novo com base no conhecimento adquirido.

➤ **Vantagens da Pirâmide de Aprendizagem:**

O aluno percebe que é responsável por sua própria aprendizagem. Com tantas distrações na atualidade (smartphones, redes sociais etc.), essa abordagem torna o estudante protagonista de sua evolução.

A Pirâmide de Aprendizagem destaca a importância de abordagens ativas, como debates, práticas e participação ativa dos alunos, para maximizar a retenção de conhecimento. Portanto, no ensino de matemática, é fundamental incentivar a criatividade e a participação dos estudantes para que eles alcancem níveis mais elevados de aprendizado.

Ao planejar as aulas de matemática, é importante considerar métodos interativos que envolvam os alunos, como debates, prática e ensino mútuo. Assim, a criatividade e o contrato didático podem ser fortalecidos, contribuindo para uma aprendizagem mais eficaz.

A pirâmide da aprendizagem serviu de base para muitas inovações na educação, incluindo as metodologias ativas. Essas metodologias buscam abordagens diferentes para o processo de ensino-aprendizagem, incentivando os estudantes a se tornarem protagonistas do próprio aprendizado. Ao participar ativamente, os alunos ativam as camadas mais profundas da pirâmide de aprendizagem e, assim, aprendem mais efetivamente.

Ensinar resoluções de problemas matemáticos de forma criativa é uma tarefa empolgante que pode estimular o interesse dos alunos e tornar o aprendizado mais envolvente. A teoria de Glasser (1998, 2001, 2022) vem amplamente sendo revelada e aplicada por professores, pedagogos, psicólogos, psicopedagogos e demais profissionais globalmente, é uma das muitas teorias de educação existentes e uma das mais interessantes, pois ela demonstra que ensinar é aprender!

A boa educação é aquela em que o professor pede para que seus alunos pensem e se dediquem a promover um diálogo para promover a compreensão e o crescimento dos estudantes. (Glasser, [2016] *apud* CESD, 2024)⁴.

A Pirâmide de Aprendizagem incentiva a participação ativa dos alunos, o que se alinha com a abordagem da Metodologia de Resolução de Problemas. Ao resolver problemas, os alunos aplicam conhecimentos de forma ativa, investigando, planejando e executando soluções. Ambos os conceitos promovem uma aprendizagem mais profunda e significativa, permitindo que os alunos se tornem mais críticos e autônomos.

⁴ A fonte consultada não é paginada.

Para Araujo (2009, p. 358, negrito nosso):

O aluno deve percorrer de forma abstrata o caminho que trilhou para verificar se ocorreu a aprendizagem, devendo ser o sujeito principal de sua formação. O professor é o mediador no processo de ensinar/aprender. Os conteúdos devem ser trabalhados de forma sistemática e constante, para que sejam **incorporados ao pensamento e à ação do aluno.**

Portanto, ao relacionar a Pirâmide de Aprendizagem com a Metodologia de Resolução de Problemas, estamos fortalecendo a capacidade dos alunos de enfrentar desafios, desenvolver habilidades e encontrar soluções de maneira eficaz e participativa. A Metodologia de Resolução de Problemas promove uma aprendizagem significativa. Os professores podem utilizar essa abordagem para envolver os alunos ativamente na busca por soluções. Ela proporciona uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

A resolução de problemas como metodologia de ensino surgiu da preocupação com como os problemas são resolvidos e busca incentivar o protagonismo dos alunos na construção do conhecimento; contudo, o protagonismo do estudante não apenas enriquece o processo educacional, mas também prepara os alunos para enfrentar desafios e se destacar em suas trajetórias acadêmicas e profissionais.

2.3 Metodologia de resolução de problemas: contexto histórico

Neste tópico, abordaremos pontos importantes e metodologias que valorizam o ensino da Matemática por meio de técnicas de resolução de problemas. Para isso, introduziremos duas das principais correntes da didática da Matemática que influenciaram o ensino, a formação de professores, pesquisas em educação e, mais recentemente, a educação matemática no Brasil: a corrente francesa e a norte-americana.

Com esse intuito, estudaremos os significados de termos que surgiram no Brasil, em meados dos anos 1980, provenientes da França, como Transposição Didática e Contrato Didático, sem deixar de enfatizar os saberes científico, escolar e matemático.

Na década de 1980, outros pesquisadores brasileiros foram influenciados pelos estudos norte-americanos, que valorizavam o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas matemáticos ligados à realidade do aluno.

Esses estudos também demonstravam grande aceitação da corrente piagetiana, frequentemente chamada de empirista ou experimental. A linha fundamental de Jean Piaget foi

uma das que mais influenciaram o Brasil, especialmente com a elaboração dos PCNs, que tiveram enorme influência do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)⁵.

2.3.1 Transposição Didática Matemática

O termo “transposição didática”, teorizado pelo francês Yves Chevallard em 1991, refere-se ao processo pelo qual um conteúdo de conhecimento é transformado para se tornar adequado ao ensino. Em outras palavras, é o trabalho de adaptar um saber para que ele possa ser ensinado.

Na didática da matemática francesa, há um rigor e um caráter científico que nem sempre observamos no ensino da Matemática no Brasil. A transposição didática na concepção francesa envolve não apenas uma metodologia, mas também um conjunto de elementos inter-relacionados, como conteúdos, valores e objetivos que guiam o ensino da Matemática. Para aplicar a transposição didática francesa, é essencial conhecer profundamente os objetos matemáticos do saber científico antes de transformá-los em objetos de ensino.

No Brasil, a teoria de Chevallard foi recebida com críticas e elogios, mas não se tornou um referencial teórico marcante na pesquisa educacional atual. Sua obra mais conhecida no Brasil é a tradução para o espanhol e o original em francês do livro “La Transposition Didactique”, uma versão ampliada da primeira edição francesa de 1985. Essa edição incluía notas de um curso de verão ministrado em 1980 e o texto “Por que a transposição didática?”, que respondia a críticas feitas às suas formulações. Na segunda edição de 1991, Chevallard atualizou o texto e acrescentou um estudo de caso desenvolvido com Marie-Alberte Joshua, analisando a trajetória da noção matemática de distância desde sua proposição pelo matemático francês Maurice Fréchet, em 1906, até sua incorporação ao sistema de ensino fundamental francês em 1971.

A teoria da transposição didática enfrentou algumas contestações, não apenas quanto à sua aplicabilidade a outras especializações da didática, mas também em relação ao papel atribuído ao professor, à exclusividade do saber sábio como referência para o saber a ser ensinado e ao reconhecimento da autonomia criativa da escola. A principal crítica refere-se à suposta passividade do professor no processo de transposição.

⁵ Um conselho nacional dos professores de matemática dos Estados Unidos, responsável por definir e estabelecer sugestões e diretrizes curriculares naquele país – e que serviram de base para muitas construções curriculares.

2.3.2 Contrato Didático

Outro termo importante na didática da matemática francesa é o "Contrato Didático", desenvolvido nas pesquisas de Guy Brousseau (1988). Esse conceito é complexo e não pode ser sintetizado de forma simples. Ele se baseia em ideias anteriores sobre o contrato social de Rousseau e Filloux⁶. O Contrato Didático aborda tanto questões sociais quanto cognitivas, considerando os conhecimentos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Estudos recentes sobre o Contrato Didático destacam a existência de rupturas nesse contrato, que muitas vezes não são claras, pois muitos aspectos do processo de ensino-aprendizagem são implícitos e subjetivos. Por exemplo, uma ruptura pode ocorrer quando o professor propõe a resolução de um problema matemático e o aluno não demonstra interesse. Isso representa uma quebra no contrato didático esperado pelo professor. Para evitar que isso interrompa o processo educacional, é necessário investigar os motivos ou causas desse desinteresse.

Outra quebra do contrato didático acontece quando o professor apresenta um problema matemático que está além do alcance intelectual ou cognitivo do aluno. Um exemplo seria um problema sem solução plausível, onde os valores numéricos no enunciado não levam a uma solução lógica. Pesquisas cognitivas e teorias piagetianas mostram que muitos alunos tentam resolver esses problemas de forma automática ou aleatória, sem compreender o significado do problema.

Piaget (2000 *apud* Boaler, 2018) argumenta que a interação do ser humano com o mundo permite a construção de estruturas cognitivas cada vez mais complexas, que possibilitam sensações, movimentos, percepção, simbolização, abstração e raciocínio lógico.

É importante destacar que existem diferentes perspectivas sobre o Contrato Didático, devido às várias concepções da didática matemática. Se o professor considera que o conteúdo matemático é o elemento mais importante no ensino, ele pode adotar uma relação de controle mais rígida sobre o aluno, exercendo domínio por meio de seu saber científico. Nessa concepção, o professor pode descartar diversas metodologias de ensino, argumentando que a sequência lógico-dedutiva dos conteúdos, apresentada de forma expositiva, é suficiente. Ele

⁶ Ambos os conceitos de contrato social e didático destacam a importância de acordos e compromissos para o funcionamento harmonioso de uma sociedade ou de um ambiente educacional.

acredita que, ao prestar atenção, anotar, repetir exercícios e estudar, o aluno adquirirá o conhecimento matemático transmitido.

No entanto, o que frequentemente ocorre é que o aluno percebe que as atividades propostas pelo professor são mais difíceis do que as demonstradas em aula, gerando um conflito entre professor e aluno. Isso leva o professor a exercer novamente sua autoridade por meio de avaliações, para retomar o controle sobre o aluno.

No modelo tradicional de ensino, que muitas vezes se baseia na longa tradição da ciência matemática e na “transmissão” de conhecimentos, observamos que os alunos ou avançam em sua aprendizagem ou acabam sendo excluídos do sistema escolar devido ao fracasso no ensino da Matemática.

Em uma abordagem mais construtivista, onde o professor não se vê como o “transmissor” do conhecimento matemático e permite que os alunos façam suas próprias construções conceituais e significados, pode surgir uma certa confusão entre o saber cotidiano e o saber escolar. Isso ocorre pela falta de uma sistematização necessária para que a aprendizagem significativa aconteça.

Na concepção de Educação Matemática, o professor, embora não se considere o detentor e “transmissor” do conhecimento, está presente na ação pedagógica e intervém sempre que necessário no processo de ensino-aprendizagem. Isso mantém a relação entre professor e aluno ativa, mas pode gerar rupturas devido à ênfase na dimensão aluno-conhecimento. Há, também, uma forte preocupação em valorizar o aspecto sociocultural e em planejar bem as situações didáticas, com atenção à ação e à reflexão.

2.3.3 Pesquisas sobre resolução de problemas matemáticos

A resolução de problemas é uma estratégia amplamente reconhecida no ensino da matemática, pois toda a história dessa ciência está ligada à solução de problemas, embora, muitas vezes, isso seja negligenciado. Os problemas matemáticos são essenciais para o desenvolvimento da matemática, mas, em sala de aula, muitas vezes, são tratados como exercícios repetitivos e mecanizados, resolvidos por meio de procedimentos padronizados e previsíveis tanto para alunos quanto para professores. Por exemplo, os alunos procuram palavras-chave no enunciado que indiquem a operação a ser utilizada, seguindo algoritmos e “macetes” padrões.

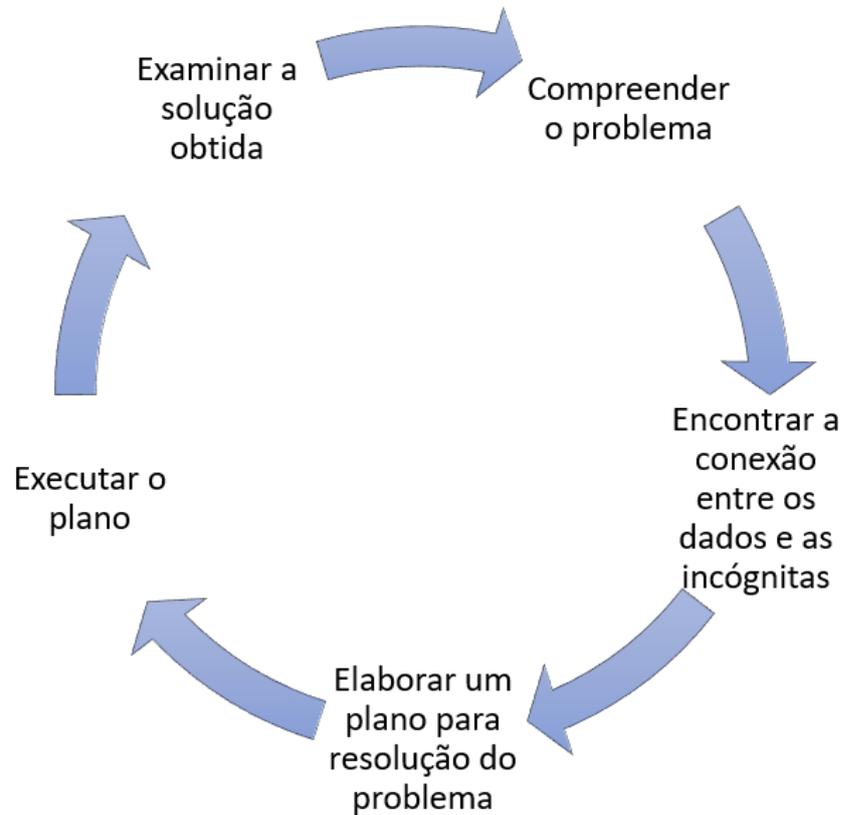
Segundo Câmara (2018 *apud* Tavares, 2023), a matemática surgiu e se desenvolveu a partir dos problemas enfrentados pelo homem no cotidiano. Em outras palavras, a matemática nasceu para resolver problemas e continua desempenhando essa função até hoje, mesmo que os problemas tenham evoluído em tipo, contexto e complexidade. No entanto, a resolução de problemas nem sempre foi vista como uma metodologia de ensino. Historicamente, o ensino da matemática tem sido guiado pela repetição de algoritmos e técnicas. Mesmo quando a compreensão do estudante era enfatizada, ele ainda era um mero espectador no processo.

As pesquisas sobre a resolução de problemas matemáticos, que começaram a ganhar força nos Estados Unidos na década de 1980, sugerem que os problemas devem partir preferencialmente da realidade ou do contexto dos alunos. Essa ideia foi impulsionada pela Educação Matemática Realística, criada pelo alemão Hans Freudenthal no final da década de 1960.

Um dos primeiros pesquisadores a servir de base teórica para essa abordagem foi o húngaro George Polya, que viveu nos EUA. Em 1945, Polya publicou a primeira edição de seus estudos sobre o tema, que foi traduzida para o português no Brasil em 1977 com o título “A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático”.

Para promover a aprendizagem efetiva da matemática e de seus atributos, George Polya se destaca como uma referência na abordagem de resolução de problemas como metodologia de ensino. Sua principal obra sobre o tema, intitulada “A arte de resolver problemas”, funciona como um verdadeiro manual para aulas de matemática. O livro contém definições importantes sobre a resolução de problemas, exemplos práticos, diálogos que simulam situações de sala de aula e descreve um conjunto de procedimentos e etapas envolvidas na resolução de qualquer problema. As etapas estão ilustradas na figura:

Figura 1 – Método Polya



Fonte: adaptado de Polya (2022).

1º passo: Compreender o problema: É fundamental entender o que está sendo perguntado.

2º passo: Encontrar a conexão entre os dados e as incógnitas: Se não for possível encontrar uma conexão imediata, pode ser necessário considerar problemas auxiliares.

3º passo: Elaborar um plano para a resolução: Desenvolver uma estratégia para resolver o problema.

4º passo: Executar o plano: Colocar em prática a estratégia desenvolvida. Durante essa fase, cada passo deve ser verificado para garantir que esteja correto.

5º passo: Examinar a solução obtida: Verificar se a solução encontrada é correta e faz sentido. Finalmente, é importante revisar o resultado e o argumento, avaliando se é possível chegar à solução por diferentes caminhos e se o método ou resultado pode ser aplicado a outros problemas. (Polya, 2022).

Polya, que viveu de 1887 a 1985, é considerado por muitos como o pai da resolução de problemas matemáticos e um dos grandes incentivadores dessa metodologia de ensino. Seu principal objetivo era ensinar os alunos a pensar de forma crítica e criativa.

As etapas descritas acima são denominadas pelo autor como “compreensão do problema”, “conexão entre os dados e as incógnitas”, “estabelecimento de um plano”, “execução do plano” e “retrospecto”, nessa ordem. Na etapa da compreensão do problema e conexão com a incógnita, o autor esclarece que é preciso identificar a incógnita, os dados e a condicionante, além de verificar se essas são suficientes para resolvê-lo. Em seguida, para o estabelecimento do plano de resolução, o autor orienta examinar a existência de problemas semelhantes, sob formas ligeiramente diferentes e já resolvidos, tais que se possam utilizar dos mesmos métodos e/ou resultados, ou, ainda, que possam ser reformulados. Para a execução do plano, recomenda-se que cada passo seja verificado a fim de garantir que estejam claramente corretos. Por fim, Polya (1995) estabelece que, no retrospecto, o resultado e o argumento devem ser verificados, avaliando se é possível obtê-los por diferentes caminhos, bem como a viabilidade de se utilizar o resultado e/ou o método em outros problemas. Ainda que de forma implícita, Polya também estabelece uma conexão entre a resolução de problemas e o incentivo ao pensamento criativo, quando afirma:

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. (Polya, 1995, p. 5).

Gontijo (2007) destaca a resolução de problemas como uma estratégia poderosa para o desenvolvimento da criatividade. Ele acredita que essa abordagem no trabalho pedagógico favorece o desenvolvimento de habilidades como “[...] observação, estabelecimento de relações, comunicação, argumentação e validação de processo, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa.” (Gontijo, 2007, p.57). Para isso, o autor enfatiza a importância de trabalhar com problemas abertos, ou seja, problemas que permitem múltiplas respostas e métodos de solução, ao contrário dos problemas fechados, que têm soluções únicas. Isso promove o pensamento divergente na busca por um resultado.

Para incentivar o pensamento divergente e desenvolver o potencial criativo na resolução de problemas abertos, Haylock (1997 *apud* Tavares, 2023) estabelece algumas características que esses problemas devem ter. Eles devem admitir pelo menos 20 respostas apropriadas, possibilitar várias respostas óbvias que a maioria dos estudantes possa encontrar, permitir a

produção de respostas não triviais, entre outros critérios. Além disso, é importante garantir que a interpretação das instruções da tarefa seja uniforme.

Diante disso, fica claro que a resolução de problemas abertos traz muitos benefícios para o desenvolvimento da criatividade em matemática, desde que os critérios necessários sejam observados para que esse desenvolvimento seja efetivo. Isso confirma a aplicabilidade dessa estratégia didático-pedagógica como um importante mecanismo para a produção criativa.

Do ponto de vista de Gagné (1974), aprender a resolver problemas significa que, uma vez adquiridos alguns princípios, a pessoa pode utilizá-los para diversas finalidades, interagindo com o ambiente e procurando controlá-lo. Mais importante ainda, isso permite que a pessoa pense de forma crítica. A resolução de problemas resulta na aquisição de novas ideias que ampliam a aplicabilidade de princípios previamente aprendidos e estimulam novas habilidades, levando a um pensamento mais elaborado. Segundo Morin (2000, p. 24), “aprender é fazer conexões entre as informações, dando-lhes significado a partir da realidade e transformando-as em conhecimento”.

Honey e Mumford (1989 *apud* Portilho, 2011) apontam que existem vários fatores que explicam por que pessoas que vivem no mesmo ambiente e realidade aprendem de maneiras diferentes. A resposta, segundo eles, está na forma distinta como cada um reage, justificada pelas diferentes necessidades de aprendizagem. Entre esses fatores, estão: o desejo de aprender, as habilidades de aprendizagem, o tipo de trabalho que a pessoa realiza, a análise das necessidades de aprendizagem, as oportunidades de aprendizagem, a natureza da aprendizagem e a atitude emocional diante do risco ao enfrentar novos problemas.

Para Honey e Mumford (1989 *apud* Portilho, 2011), o ideal é que a pessoa experimente enquanto aprende, reflita sobre essas experiências, elabore hipóteses e aplique tudo o que aprendeu em outras situações. Quando decidimos aprender algo, é necessário identificar os passos a serem seguidos.

Em seu trabalho, Mateos (2001) destaca a importância de cultivar a metacognição⁷ para alcançar o sucesso nas atividades. Aqueles que são aprendizes mais competentes têm o hábito de planejar estratégias adequadas para atingir suas metas. Eles baseiam essas estratégias em seu

⁷ A metacognição é a capacidade de pensar sobre o próprio pensamento. Esse conceito envolve a consciência e o controle dos próprios processos cognitivos, como a aprendizagem, a memória e a resolução de problemas. A metacognição é crucial para a aprendizagem eficaz, pois permite que os indivíduos ajustem suas estratégias de acordo com as necessidades da tarefa e melhorem continuamente seu desempenho. Ela também ajuda a desenvolver habilidades de resolução de problemas e a promover a autonomia no aprendizado.

conhecimento pessoal sobre recursos e na eficácia de alternativas. Além disso, esses aprendizes estão cientes quando não estão aprendendo e buscam soluções para superar dificuldades, avaliando os resultados de seus esforços. Por outro lado, os aprendizes menos competentes raramente planejam ou avaliam sua própria aprendizagem, o que pode afetar negativamente seu desempenho.

Para que a aprendizagem aconteça, é importante ativar a atenção, lembrando que sua manutenção depende do próprio êxito das atividades de aprendizagem. Uma aprendizagem significativa pede que o sujeito que quer aprender processe, ativamente e de forma relevante, o material de aprendizagem. Dessa forma, ao apresentar materiais interessantes na sua forma e no seu conteúdo e selecionando as informações mais relevantes, o professor estará atraindo a atenção dos alunos, ativando neles a motivação, requisito para a atenção. A apresentação de algo novo ou discrepante sempre será bem recebido, principalmente, porque rompe com a rotina e a monotonia didática.

Moreno (1989) reforça a ideia de que o professor não deve esperar que seus alunos compreendem os propósitos da tarefa, fazendo exercícios metacognitivos, mas, de forma mais simples, o mesmo professor pode explicitar o que pretende. No início de cada atividade ou disciplina, o professor poderá apresentar um quadro ou esquema sobre o propósito de sua matéria e informar aos alunos sobre sua maneira de trabalhar, ou seja, explicitar seu estilo de ensinar, de modo que eles não se percam ou sintam-se desorientados.

Consoante a importância de se trabalhar no processo de ensino e aprendizagem a resolução de problemas para o desenvolvimento intelectual do aluno, o professor, “peça” fundamental no ato de aprender, deve propor atividades que despertem o entusiasmo dos alunos, desenvolvendo sua capacidade de criar, atuar em conjunto, aproximando-os uns dos outros, demonstrando a importância de cada um.

Porém, essa aprendizagem só será possível se os problemas trabalhados desempenharem seu verdadeiro papel no processo de ensino, o de desenvolver no aluno posicionamento crítico e independência diante de situações novas e desafiadoras, pois a resolução de problemas tem se apresentado como uma atividade de reprodução por meio de procedimentos padronizados.

Desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas e a resolução de problemas como ponto de partida fundamental da atividade matemática são finalidades dos PCNs, que visa a construir referências nacionais comuns ao processo educativo para que os alunos possam ter acesso ao conjunto de conhecimentos necessários ao exercício da cidadania.

2.4 Resolução de problemas e avaliações externas em Matemática: um breve panorama

As Avaliações externas são realizadas pelos sistemas educacionais ou de ensino, geralmente em parceria com institutos de pesquisa, órgãos governamentais ou outras entidades ligadas à educação e ao seu financiamento. A maioria dessas avaliações busca diagnosticar o desempenho escolar dos estudantes em diferentes etapas de escolarização, baseando-se em critérios de medição do ensino e da aprendizagem, definidos por estudos estatísticos e teorias socioeconômicas presentes em documentos escolares ou currículos comuns aos sistemas.

Essas avaliações também têm o objetivo de levantar dados sobre uma escola específica, um sistema escolar ou uma região do país. Embora existam muitas avaliações externas focadas em Matemática, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) é uma das principais fontes de informações sobre a realidade da educação brasileira. O SAEB permite que as escolas e as redes municipais e estaduais de ensino avaliem a qualidade da educação oferecida aos estudantes. O resultado da avaliação é um indicativo da qualidade do ensino brasileiro e oferece subsídios para a elaboração, o monitoramento e o aprimoramento de políticas educacionais com base em evidências.

Desde sua criação em 1990, o SAEB tem passado por diversos aprimoramentos teórico-metodológicos. Nas últimas duas edições, e também na que foi realizada em 2023, podemos observar avanços significativos, especialmente com a implementação de várias novidades voltadas à BNCC.

Em matemática, as competências e habilidades avaliadas incluem a capacidade dos estudantes de resolver problemas utilizando conceitos gerais da matemática. Isso abrange operações aritméticas, algébricas e geométricas, aplicadas em problemas de média e alta complexidade, além do uso da linguagem matemática em suas diversas dimensões.

2.5 Análise dos resultados das avaliações externas e seus reflexos: segundo os resultados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas

A metodologia de resolução de problemas é uma abordagem valiosa no ensino da Matemática, focando no uso de problemas como ponto de partida para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Ensinar Matemática sempre foi um desafio para os professores, e avaliações como o PISA e o SAEB mostram que o aprendizado nessa disciplina tem sido insatisfatório.

Para tornar o conhecimento matemático mais eficiente e acessível, surgiram diversas metodologias de ensino. Entre elas, destaca-se a Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL). Abordada por George Polya (1995), a PBL é vista como um processo que facilita a aprendizagem, utilizando estratégias como problemas abertos e questões desafiadoras.

A PBL tem ganhado relevância nos dias de hoje e, quando incorporada aos processos de ensino e aprendizagem, produz resultados satisfatórios. A teoria por trás dessa metodologia se alinha ao processo de ressignificação da aprendizagem matemática defendido por Paulo Freire (1998, 1999).

Os resultados do SAEB 2021, segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas (INEP), em comparação com os de 2019, mostram uma queda generalizada na proficiência dos estudantes brasileiros, com variações de acordo com o ano escolar e a disciplina. Segue, neste quadro, um resumo das informações fornecidas:

Quadro 2 – Queda média na Proficiência em Língua Portuguesa e Matemática

Série ou ano – Nível	Língua portuguesa	Matemática
5º ano – Ensino Fundamental	Queda de 3,3% na média de proficiência.	Queda de 5,1% na média de proficiência.
9º ano – Ensino Fundamental	Queda de 0,8% na média de proficiência.	Queda de 2,7% na média de proficiência.
3ª série – Ensino Médio	Queda de 1,1% na média de proficiência.	Queda de 2,5% na média de proficiência.

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Segundo o Banco Mundial, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), e a Fundação das Nações Unidas para a Infância (UNICEF) (2021): dentre os estudos do Banco Mundial, Relatório da UNESCO, INEP, Estudo da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) sugerem que a

Matemática foi a disciplina mais afetada pela pandemia, o que é confirmado pelos dados apresentados. Além disso, o suporte para estudo remoto durante a pandemia foi desigual, beneficiando estudantes de nível socioeconômico mais alto, enquanto aqueles em situações mais vulneráveis enfrentaram maiores dificuldades de acesso a equipamentos, internet e suporte pedagógico.

Apesar das quedas observadas, os resultados não foram tão acentuados quanto poderiam ser, indicando que as redes de ensino conseguiram manter um certo nível de aprendizado. O Saeb continuará monitorando os esforços para melhorar a proficiência dos estudantes, especialmente dos mais jovens, que sofreram maiores perdas. A continuidade dessas avaliações é crucial para entender as tendências e implementar estratégias eficazes para recuperar e melhorar o desempenho educacional no Brasil pós-pandemia.

O PISA é um programa de avaliação comparativa que tem como principal finalidade avaliar o desempenho de alunos de 15 anos de idade, produzindo indicadores sobre a efetividade dos sistemas educacionais em diferentes países. Este programa é desenvolvido e coordenado internacionalmente pela OCDE, sendo, no Brasil, coordenado pelo INEP.

De acordo com o PISA, o aluno apresenta dificuldade em recuperar e transformar um dado matemático e a origem dessa dificuldade pode estar na leitura e na transformação da linguagem matemática. Portanto, a leitura ultrapassa a aprendizagem em língua materna e requer uma sistematização por todos os envolvidos no processo de ensino, considerando fundamental trabalhar em sala de aula a resolução de problemas para um “resgate” da linguagem matemática.

Acreditamos que, com todos esses dados e com algumas explicações sobre eles, podemos refletir sobre vários temas e modelos de avaliações externas e, com isso, podemos perceber algumas perspectivas que possam ajudar ou nortear a compreensão do processo de ensino utilizado pelos docentes e, com isso, aprimorarmos ainda mais o ensino da matemática criativa através de resoluções de problemas.

3 CONTEXTUALIZAÇÃO DO TEMA

Ao longo do tempo, a componente curricular Matemática foi fundamentada em técnicas para investigar e solucionar problemas reais e imaginários encontrados no cotidiano da história da humanidade. Para cada problema real, era atribuído um modelo matemático que se legitimava após ser demonstrado por meio de outros conceitos matemáticos.

A investigação matemática, como proposta didática para a educação básica, busca ir além da simples apresentação de fórmulas prontas e teoremas, focando no desenvolvimento de ideias e conjecturas matemáticas. Trata-se de construir o conhecimento, destacando a linguagem e o formalismo matemático.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o conhecimento matemático é essencial para todos os alunos da Educação Básica, tanto por sua ampla aplicação na sociedade contemporânea quanto por seu potencial na formação de cidadãos críticos e conscientes de suas responsabilidades sociais.

Nas escolas, muitos alunos se mostram desmotivados e desinteressados em aprender e praticar Matemática. Eles enfrentam dificuldades com conceitos básicos, falta de hábitos de leitura e investigação, além de métodos de ensino inadequados. Isso resulta em dificuldades para raciocinar, interpretar e até mesmo pensar matematicamente.

Um ensino que não inclui a resolução de problemas não permite o desenvolvimento de competências, habilidades, atitudes e capacidades intelectuais, que são fundamentais para despertar a curiosidade dos alunos e torná-los capazes de lidar com novas situações.

A resolução de problemas é uma contribuição essencial para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Ela ajuda os alunos a desenvolverem o pensamento matemático, indo além de exercícios rotineiros e desinteressantes que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação.

A capacidade de resolver problemas é requerida nos mais diversos espaços de vivência das pessoas. Por ser considerada uma habilidade fundamental, os programas que realizam avaliações para conhecer o nível de conhecimento matemático da população organizam seus testes contemplando a resolução de problemas como prioritária na avaliação. É com esse propósito que, nesta seção, abordaremos alguns pontos importantes que motivaram a escrita desta dissertação e que estão associados às obras de dois autores, Peter Senge (2022) e Jo Boaler

(2018), que interpõem, na prática, ideias simples e diretas que podem acoplar a metodologia da educação matemática através de resolução de problemas diante de uma visão sistêmica na construção de mentalidades matemáticas.

3.1 Releitura das obras aplicadas à construção da aprendizagem e de uma matemática criativa

Nesta seção, abordaremos a releitura de duas obras fundamentais com o intuito de enriquecer a formação acadêmica e a formação continuada dos professores de matemática. A proposta é que essas leituras sirvam como motivação para repensar a prática pedagógica, incentivando um ensino que vá além da transmissão de conteúdos e se volte para a construção de uma aprendizagem verdadeiramente significativa. Ao refletir sobre essas ideias, buscamos encorajar os estudantes a assumirem o protagonismo de sua aprendizagem, promovendo um desenvolvimento pleno e contínuo de sua formação.

A obra *Mentalidades Matemáticas*, de Jo Boaler (2018), apresenta uma abordagem inovadora baseada na matemática criativa, estimulando o potencial dos estudantes por meio da experimentação, da valorização do erro como parte do processo de aprendizado e da construção ativa do conhecimento. Já *A Quinta Disciplina*, de Peter Senge (2022), discute a aprendizagem organizacional, destacando a importância da visão sistêmica e da criação de um ambiente educacional que favoreça a reflexão contínua e a inovação pedagógica.

Ao integrar essas perspectivas no planejamento e na metodologia de ensino, o professor amplia sua capacidade de engajar os alunos e tornar a matemática mais acessível e significativa. Dessa forma, não apenas ensina-se matemática, mas também se desenvolvem mentalidades resilientes e flexíveis, permitindo que os estudantes enxerguem o aprendizado como um processo dinâmico e transformador.

3.1.1 Síntese da obra *Mentalidades Matemáticas*: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador

Apesar de todos sermos capazes de aprender Matemática em níveis avançados e até mesmo nos apaixonarmos por essa disciplina ao longo de nossa trajetória escolar e de vida, é comum que tenhamos ou conheçamos alguém que tenha enfrentado fracassos, frustrações, humilhações ou medo relacionados à matemática. Muitos carregam traumas ou decepções até

os dias atuais. No livro “Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes”, a autora Jo Boaler (2018) apresenta evidências de como a abordagem curricular se tornou um obstáculo nas experiências escolares dos alunos. Baseada em seu amplo estudo, ela revela como educadores, gestores e pais podem ajudar os estudantes a transformar suas percepções e experiências com a matemática, desenvolvendo uma mentalidade de crescimento. O livro oferece exemplos eficazes e práticas que podem ser aplicadas tanto dentro quanto fora das salas de aula, tornando a aprendizagem da matemática mais agradável e acessível a todos os alunos. Seguem os principais pontos abordados na obra:

➤ **Ensino baseado em problemas:**

- Boaler (2018) defende que os alunos devem ser desafiados a resolver problemas reais, em vez de apenas memorizar fórmulas e procedimento;
- A ênfase está na compreensão conceitual e no raciocínio matemático, não apenas em cálculos mecânicos;
- A autora acredita que todos os estudantes têm o potencial de serem bem-sucedidos em matemática, desde que sejam ensinados de maneira adequada e incentivados a desenvolver uma mentalidade de crescimento.

➤ **Transformando a experiência com a Matemática:**

- O livro oferece exemplos eficazes e informações técnicas, além de atividades práticas. Aqui estão alguns destaques:
 1. **Exemplos eficazes:** Jo Boaler (2018) apresenta estudos de caso e histórias de sucesso de professores que adotaram uma mentalidade de crescimento em suas salas de aula, mostrando como isso transformou a experiência dos alunos com a matemática;
 2. **Informações técnicas:** o livro aborda conceitos fundamentais sobre como o cérebro aprende matemática, incluindo a neurociência da aprendizagem e como a prática deliberada pode melhorar o desempenho matemático;
 3. **Atividades práticas:** Jo Boaler (2018) inclui uma série de atividades práticas que professores podem implementar em suas aulas para promover uma

mentalidade de crescimento. Essas atividades são projetadas para serem inclusivas e acessíveis a todos os alunos, independentemente do nível de habilidade.

- As estratégias utilizadas na obra podem ser aplicadas tanto dentro quanto fora das salas de aula, tornando a aprendizagem da matemática mais prazerosa e acessível a todos os alunos. Aqui estão algumas das estratégias destacadas no livro que podem ser implementadas em diversos contextos:
 1. **Mentalidade de crescimento:** promover a crença de que todos os alunos podem melhorar suas habilidades matemáticas com esforço e prática. Isso pode ser incentivado através de feedback positivo e encorajamento constante;
 2. **Atividades práticas e criativas:** introduzir atividades que envolvam os alunos de maneira ativa e criativa, como jogos matemáticos, projetos práticos e resolução de problemas do cotidiano;
 3. **Colaboração e trabalho em equipe:** incentivar a colaboração entre os alunos, permitindo que trabalhem em grupos para resolver problemas matemáticos. Isso ajuda a desenvolver habilidades sociais e de comunicação, além de fortalecer o entendimento dos conceitos matemáticos;
 4. **Ambiente de aprendizagem positivo:** criar um ambiente onde os erros sejam vistos como oportunidades de aprendizado, não como falhas. Isso ajuda a reduzir a ansiedade em relação à matemática e aumenta a confiança dos alunos;
 5. **Conexão com a vida real:** mostrar como a matemática é relevante no dia a dia dos alunos, conectando os conceitos matemáticos a situações práticas e reais.

Ao adotar essas estratégias, os educadores podem transformar a experiência de aprendizagem da matemática, tornando-a mais inclusiva, dinâmica e significativa para todos os alunos.

3.1.2 Síntese da obra A Quinta Disciplina: a arte e a prática da organização que se aprende

O autor Peter Senge (2022), em seu livro A Quinta Disciplina, revolucionou o modo de gestão das empresas, com técnicas imprescindíveis a uma organização empresarial de sucesso,

apresentando excelentes resultados obtidos. A quinta disciplina, definiu o novo papel dos líderes/gestores em uma estrutura de trabalho descentralizadora para solucionar com excelência situações problemas, segundo Senge (2022), é vital que todas as disciplinas se desenvolvam coletivamente. As organizações que conseguem manter um espírito compatível com as necessidades humanas podem ser chamadas de organizações que aprendem e cultivam cinco disciplinas importantes:

- **Domínio Pessoal:** Nessa disciplina, os indivíduos buscam a evolução contínua em direção à realização plena de sua essência. É um compromisso com o crescimento pessoal e o desenvolvimento contínuo;
- **Modelos Mentais:** Aqui, os pressupostos profundamente arraigados são constantemente revisados. A capacidade de questionar e mudar nossos modelos mentais é fundamental para a aprendizagem e a adaptação;
- **Visão Compartilhada:** Cultivar uma imagem compartilhada do futuro que desejamos criar é essencial. Isso envolve alinhar todos os membros da organização em torno de uma visão comum e inspiradora;
- **Aprendizagem em Equipe:** O diálogo contínuo e sistemático entre os membros da equipe gera aprendizado coletivo. A colaboração e a troca de ideias são fundamentais para o sucesso;
- **Pensamento Sistêmico:** Essa é A Quinta Disciplina unificadora. Ela nos lembra que todas as outras disciplinas estão interconectadas e fazem parte de um todo organizacional. O pensamento sistêmico nos ajuda a entender as complexidades e as relações entre diferentes partes da organização.

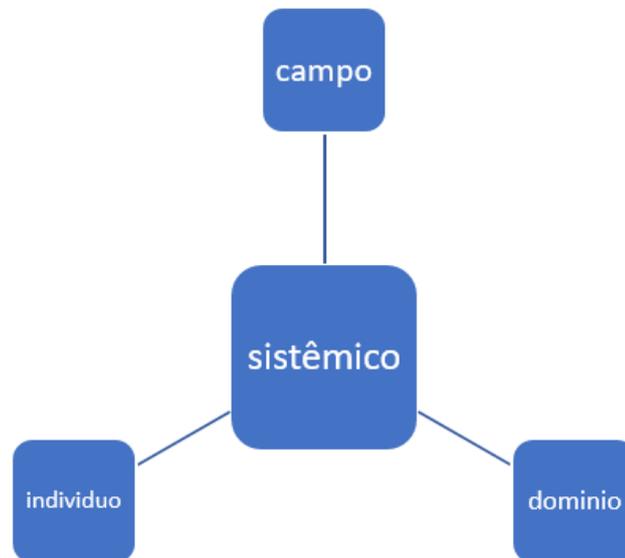
Senge (2022) chama o pensamento sistêmico de a quinta disciplina porque ele é a pedra fundamental conceitual subjacente a todas as cinco disciplinas descrita acima. É a disciplina para ver o todo, permitindo que possamos identificar inter-relações ao invés de eventos isolados, o que é fundamental no mundo complexo em que vivemos, um mundo com crescente presença de complexidade dinâmica em que intervenções óbvias trazem resultados não óbvios.

A prática do pensamento sistêmico começa com a compreensão do **feedback**, que mostra como as ações podem se reforçar ou se neutralizar, deixando claro que, em um sistema,

toda influência é, ao mesmo tempo, causa e efeito. Nesse sentido, o ser humano é parte do sistema, um elemento que influencia e é influenciado, mas a nossa visão antropocêntrica nos faz crer que somos os protagonistas, quando, na verdade, somos um dos elementos. Para encerrar esse raciocínio, é importante entender que existem dois tipos de feedback: de reforço, que são aceleradores de crescimento ou declínio, e de equilíbrio, que levam a convergência para uma meta.

Senge (2022) argumenta que as **organizações que aprendem** cultivam essas cinco disciplinas, permitindo que o trabalho tenha significado e atenda às aspirações humanas profundas. A abordagem sistêmica proposta por Senge (2022) considera três sistemas interconectados:

Figura 2 – Fluxograma da ideia de Peter Senge



Fonte: Senge (2022).

Indivíduo: Com seu background genético e experiências pessoais.

Domínio: Representado pela cultura e produção científica.

Campo: Representado pelo sistema social.

Essa perspectiva nos ajuda a compreender a criatividade como resultado da interação entre esses sistemas. No contexto da educação matemática, a criatividade emerge quando professores, alunos e saberes matemáticos se articulam no processo de produção criativa.

3.1.3 Correlação entre as duas obras no processo de aprendizagem matemática

De acordo com Boaler (2018), uma das mudanças mais impactantes que professores e pais podem implementar é a forma como abordam erros e respostas incorretas em matemática. Ensinar aos estudantes que errar é positivo tem um efeito incrivelmente libertador. É essencial utilizar feedbacks que valorizem publicamente os erros em sala de aula, além de transmitir mensagens positivas sobre erros em interações individuais. Para incentivar os alunos a cometerem erros, é necessário desafiá-los com tarefas difíceis que provoquem desequilíbrio. Esse processo deve ser acompanhado por mensagens encorajadoras sobre erros, permitindo que os alunos se sintam mais confortáveis ao enfrentar problemas complexos, cometer erros e continuar tentando. Conforme a BNCC, após resolverem problemas matemáticos, os estudantes devem apresentar e justificar seus resultados, interpretar os resultados dos colegas e interagir com eles. Nesse contexto, a competência de comunicação torna-se fundamental.

Na década de 1930, o suíço Jean Piaget, um dos mais importantes psicólogos do mundo, autor da teoria denominada Epistemologia Genética, realizou seus estudos com o objetivo de conhecer a evolução do conhecimento da espécie humana. Ele rejeitou a ideia de que a aprendizagem era uma questão de memorizar procedimentos. Ele assinalou que a verdadeira aprendizagem depende de uma compreensão de como as ideias se encaixam. Ele propôs que os estudantes possuem modelos mentais que mapeiam o modo como as ideias se encaixam, e, quando os seus modelos mentais fazem sentido, eles se encontram em um estado que ele chamou de equilíbrio (Piaget, 1970 *apud* Boaler 2018).

Esse fator interno do desenvolvimento, equilíbrio, é uma dinâmica ou processo que leva ao fator determinante mediante a reflexão e a reconstrução de estados de estruturas superiores. Quando os estudantes estão diante de novas ideias, eles se esforçam para encaixá-las em seus atuais modelos mentais. Mas, quando elas parecem não se encaixar, ou seu modelo existente precisa mudar, eles entram em um estado que Piaget denominou de desequilíbrio. Uma pessoa em desequilíbrio sabe que a nova informação não pode ser incorporada a seus modelos de aprendizagem, mas também não pode ser rejeitada, porque ela faz sentido, e, assim, ela trabalha para adaptar seus novos modelos. O processo de desequilíbrio parece desconfortável para os aprendizes. Todavia, é o desequilíbrio, segundo Piaget, que leva à verdadeira aprendizagem. Piaget explicou a aprendizagem como um processo de passagem do equilíbrio, onde tudo se encaixa bem, para o desequilíbrio, onde uma nova ideia não se encaixa, para um novo estado de equilíbrio. Esse processo, conforme afirma o autor, é essencial para aprender (Haack, 2011).

Concatenando as ideias de Boaler (2018) e Senge (2022), quando traçarmos feedbacks positivos e intervenções de um modo substancial, conseguiremos, de uma forma geral, a construção de mentalidades de crescimento e, conseqüentemente, de um entendimento lógico-matemático que irão ser essenciais na resolução de problemas.

É fácil ver que muitos dos novos empregos dependem da tecnologia, que, por transitividade, dependem completamente da matemática. Inúmeros conceitos são utilizados no ambiente de trabalho individual ou coletivo que envolvem porcentagens, tabelas, gráficos, cálculos numéricos, algébricos e geométricos. O trabalho em equipe que os empregados tanto valorizam baseia-se no raciocínio matemático. Por meio de práticas de diálogo e da discussão em equipe, efetivamente, percebemos a presença de uma aprendizagem significativa na vida desses colaboradores envolvidos no processo qual Senge (2022) denomina aprendizagem em equipe.

Segundo Senge (2022), com uma visão compartilhada, estamos mais propensos a expor nossas ideias, desistir de posições extremamente arraigadas e reconhecer dificuldades pessoais e organizacionais. Uma visão compartilhada estimular o arriscar e a experimentação. Quando as pessoas estão imersas em uma visão, elas, frequentemente, não sabem o que fazer, elas experimentam, mudam a direção e tentam um novo experimento.

O domínio pessoal vai além da competência e das habilidades. Embora baseie-se nelas, é a pedra fundamental do desenvolvimento de visões compartilhadas. As pessoas que possuem um alto nível de domínio pessoal compartilham várias características básicas. Elas têm um senso de propósito especial que está por trás das suas visões e metas. Isso significa não somente visão pessoal, mas compromisso com a verdade e a tensão criativa – as marcas registradas do domínio pessoal. A visão compartilhada pode gerar níveis de tensão criativa muito superiores aos níveis de conforto dos indivíduos.

A matemática, em sua visão sistêmica, trata-se de um fenômeno cultural; um conjunto de ideias, conexões e relações desenvolvidos para que as pessoas compreendam o mundo. O conhecimento de padrões matemáticos ajudou as pessoas a navegar nos oceanos, planejar missões ao espaço, desenvolver tecnologias, entre outras, mas, nas escolas, muitos estudantes acreditam ser uma disciplina sem nenhuma relevância para a sua vida. Quando se pergunta às pessoas sobre como a matemática é usada no mundo, elas, geralmente, pensam em números e cálculos – calcular porcentagens, descontos, parcelas – mas, o pensamento matemático é muito mais que isso, é algo amplamente sistêmico.

Daí, vem a necessidade de compreender um pouco mais sobre o ensino de matemática criativa dentro de uma visão sistêmica pedagógica. Precisamos incutir essa mentalidade matemática nos alunos desde as suas primeiras experiências com a disciplina e que ela é um domínio conceitual. Ela não é, como muitos pensam, uma lista de fatos e métodos lembrados. Uma mentalidade matemática reflete uma abordagem ativa do conhecimento de matemática, na qual os estudantes veem seu papel como de compreensão e busca de sentido.

Segundo Senge (2022), as pessoas que possuem um alto nível de domínio pessoal vivem um estado de aprendizagem contínua, são profundamente curiosas, continuamente comprometidas a ver a realidade atual de forma cada vez mais precisa como aliada, e não como inimiga. Em outras palavras, podemos associar que pessoas que possuem um alto domínio pessoal, conseqüentemente, apresentam mentalidades de crescimento.

“Todas as pessoas têm uma mentalidade, uma crença essencial sobre o seu modo de aprender.” (Dweck, 2006 *apud* Senge, 2022).

As pessoas com mentalidades de crescimento são aquelas que acreditam que a inteligência aumenta com trabalho árduo, ao passo que aquelas com mentalidade fixa acreditam que você pode aprender coisas, mas não pode mudar o seu nível básico de inteligência. As mentalidades têm importância crítica porque pesquisas demonstram que elas levam a comportamentos de aprendizagem diferentes, os quais, por sua vez, criam diferentes resultados de aprendizagem para os alunos. Quando as pessoas mudam suas mentalidades e começam a acreditar que podem aprender em níveis mais altos, elas alteram suas rotas de aprendizagem (Blackwell; Trzeniewski; Dweck, 2007 *apud* Senge, 2022).

Quando aprendemos algo novo, uma descarga elétrica é desencadeada em nosso cérebro, viajando através das sinapses e conectando diferentes áreas cerebrais. Se o aprendizado for profundo, a atividade sináptica cria conexões duradouras, formando caminhos estruturais. No entanto, se a ideia for visitada apenas uma vez ou superficialmente, essas conexões podem desaparecer, como marcas na areia. As sinapses disparam quando aprendemos, mas isso não ocorre somente em salas de aula ou por meio da leitura de livros. Conversar, jogar, construir brinquedos e várias outras experiências também estimulam as sinapses. A maior atividade cerebral que ocorre quando cometemos um erro, é fundamental. Países com alto desempenho em matemática, como a China, tratam os erros de maneira diferente. Pesquisas sobre erros e o cérebro mostram não só o valor dos erros, mas também que estudantes com mentalidade de crescimento têm maior atividade cerebral relacionada ao reconhecimento de erros do que aqueles com mentalidade fixa. Isso reforça a importância de uma mentalidade de crescimento para estudantes de matemática e outras disciplinas.

Segundo Ramos (2017, p. 16),

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática. Conclui-se que o aluno precisa compreender conceitos e procedimentos matemáticos, tanto para tirar conclusões como fazer argumentações. Quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. E a Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressão, como linguagem, é a Ciência que ocupa uma posição de destaque em nosso cotidiano. E mais, há necessidade de valorização quanto ao aspecto sócio – econômico, político, cultural e o histórico do qual o indivíduo está inserido.

A capacidade de resolver problemas é útil em todos os aspectos, da vida pessoal à profissional e acadêmica. Ao estudar matemática, desenvolvemos o pensamento analítico. Isso é fundamental para aprender a observar, organizar, interpretar e ponderar as informações que temos à disposição antes de tomar uma decisão. (Mentalidades Matemáticas, 2024)⁸.

Com isso, nós, educadores matemáticos, estamos convidados a repensar e reconduzir o nosso fazer pedagógico e termos em pauta a construção de um planejamento mais assertivo, que coadune com a formação integral do aprendiz, contemplando o desenvolvimento das disciplinas elencadas por Peter Senge (2022), em especial o pensamento sistêmico, com a busca de potencializar a aprendizagem dos estudantes por meio de uma matemática criativa a partir da metodologia de resolução de problemas.

⁸ A fonte consultada não é paginada.

4 CRIATIVIDADE NO ENSINO DE MATEMÁTICA A PARTIR DA VISÃO SISTÊMICA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

A criatividade desempenha um papel fundamental na educação matemática, permitindo que os estudantes desenvolvam habilidades essenciais para enfrentar desafios e resolver problemas de forma substancial e inovadora. Nesse contexto, a resolução de problemas surge como um contexto privilegiado para estimular a criatividade dos estudantes.

A criatividade matemática constitui objeto de estudo de autores que apresentam abordagens e teorias que se distinguem em múltiplos aspectos, não havendo convergência ou similaridade entre essas teorias. Para efeitos desse estudo, consideraremos a criatividade matemática como:

A habilidade de resolver problemas em contextos envolvendo o pensamento sistêmico matemático, nos quais os indivíduos utilizam um conjunto de procedimentos lógico-dedutivos inerentes da disciplina para realizar uma tarefa que exija a utilização de experiências prévias para caminhar em uma nova direção (Ervynck G., 1991, p. 42, tradução nossa).

A resolução de problemas é uma parte essencial da aprendizagem matemática. Ela não apenas promove o desenvolvimento de habilidades específicas, mas também estimula a curiosidade, a perseverança e a confiança dos estudantes. Ao enfrentar situações desconhecidas e, muitas vezes, desafiadoras, os estudantes aprendem a pensar de maneira flexível e a trabalhar em grupo, habilidades valiosas tanto dentro quanto fora da sala de aula.

A formulação de problemas é outra dimensão importante. Ao criar enunciados desafiadores, os discentes têm a oportunidade de expressar sua criatividade. No entanto, muitas vezes, os estudantes não estão acostumados a tarefas dessa natureza, o que pode levar a enunciados com escassez de dados ou dificuldade de compreensão. Ainda assim, é possível encontrar produções criativas na formulação de problemas, independentemente do desempenho acadêmico dos alunos.

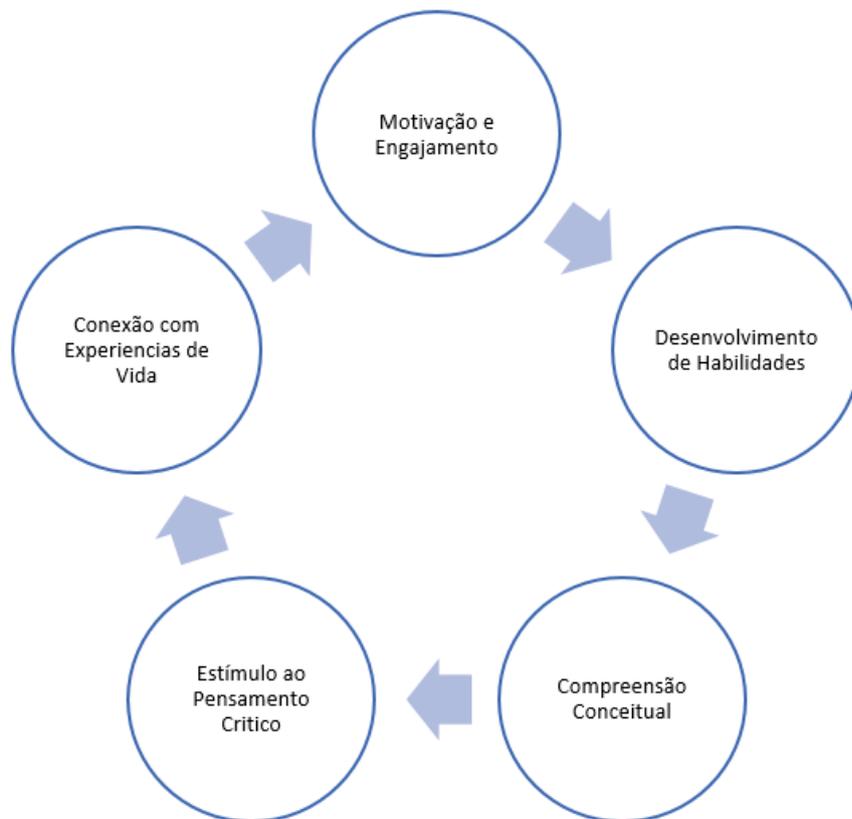
4.1 Metodologias que auxiliam a resolução de problemas por meio de um ensino criativo

A aprendizagem da Matemática tem sido historicamente um desafio para muitos estudantes. Alguns deles encaram a disciplina como difícil, complexa e abstrata, o que pode levar a desinteresse, traumas e frustração. No entanto, o uso do lúdico como ferramenta

pedagógica tem se destacado como uma abordagem eficaz para tornar o ensino da Matemática mais envolvente e acessível.

O lúdico refere-se a atividades que envolvem jogos, gamificação, brincadeiras e elementos divertidos. Aqui estão alguns fatores auxiliares à aprendizagem da matemática criativa:

Figura 3 – Fluxo dos fatores influenciadores a aprendizagem de matemática criativa



Fonte: adaptado de Boaler (2018).

- **Motivação e Engajamento:** O lúdico estimula a motivação dos estudantes, tornando o aprendizado mais atrativo e significativo. Quando os alunos estão engajados em atividades lúdicas, eles tendem a se interessar mais pela Matemática;
- **Desenvolvimento de habilidades:** O uso de jogos e atividades lúdicas permite que os estudantes desenvolvam habilidades importantes, como visualizar problemas de ângulos diferentes e inventar suas próprias técnicas de resolução. Isso contribui para uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos;

- **Compreensão Conceitual:** O lúdico ajuda os alunos a entenderem os conceitos matemáticos de forma mais concreta e prática. Ao aplicar esses conceitos em contextos lúdicos, eles se tornam mais tangíveis e significativos;
- **Estímulo ao Pensamento Crítico:** Jogos e atividades lúdicas estimulam o pensamento crítico e a resolução de problemas. Os estudantes são desafiados a encontrar soluções criativas e a aplicar estratégias matemáticas;
- **Conexão com Experiências de Vida:** Problemas matemáticos propostos devem ser instigantes e conectados com as experiências de vida dos estudantes. Isso torna o aprendizado mais relevante e aplicável.

De fato, o lúdico não apenas torna a Matemática mais divertida, mas também promove o desenvolvimento cognitivo, emocional e social dos estudantes, contribuindo para uma experiência de aprendizado mais enriquecedora.

4.2 Resolução de problemas por meio de tarefas lúdicas

A resolução de problemas por meio de tarefas lúdicas é uma abordagem que visa a tornar o processo de aprendizagem da Matemática mais envolvente e desafiador. Tradicionalmente, a Matemática é vista como uma disciplina que gera ansiedade e medo em crianças, jovens e adultos, além de ter altos índices de reprovação. No entanto, a aplicação de tarefas lúdicas permite que os estudantes desenvolvam habilidades essenciais, como raciocínio lógico, criatividade, capacidade de lidar com situações reais e concentração.

A ludicidade estimula a aprendizagem, desafia os estudantes, fazendo-os construir conhecimentos, além de reforçar conceitos e objetos de conhecimentos e apontar novos caminhos significativos para a matemática. Ao utilizar-se do lúdico, o discente tem a oportunidade de vivenciar regras e normas, levantar hipóteses, desenvolver estratégias e solucionar problemas por meio de suas próprias conclusões. Por isso, a atividade lúdica é importante para o desenvolvimento intelectual, físico e social das crianças e adolescentes.

Conforme analisamos na seção 2, A Pirâmide da Aprendizagem é um modelo gráfico que mostra como diferentes métodos de estudo podem impactar a retenção de conhecimento. Tradicionalmente, o professor é o protagonista, enquanto os alunos assumem um papel passivo.

A abordagem ativa destaca a importância de métodos como debates, práticas e ensino mútuo. No ensino da matemática, é fundamental incentivar a criatividade e a participação dos estudantes para alcançar níveis elevados de aprendizado. Planejar aulas interativas fortalece a criatividade e o contrato didático, contribuindo para uma aprendizagem mais eficaz.

A Pirâmide da Aprendizagem influenciou muitas inovações educacionais, incluindo metodologias ativas que incentivam os alunos a serem protagonistas de seu próprio aprendizado. Participar ativamente das atividades pedagógicas ativa as camadas mais profundas da pirâmide, resultando em um aprendizado mais eficaz. Ensinar resoluções de problemas matemáticos de forma criativa é uma tarefa empolgante que pode estimular o interesse dos alunos e tornar o aprendizado mais envolvente. Aqui estão algumas estratégias metodológicas que podem ser associadas facilmente à ludicidade no ensino de matemática:

Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL): conforme mencionado na seção 2 dessa pesquisa, a PBL é uma abordagem que coloca os alunos no centro do processo de aprendizagem. Em vez de apenas apresentar fórmulas e teoremas, os professores podem propor problemas desafiadores e permitir que os alunos explorem soluções criativas. Isso incentiva a aplicação prática do conhecimento matemático e estimula a criatividade.

Jogos matemáticos ou atividades gamificadas: jogos são uma maneira divertida de envolver os alunos na matemática. Você pode criar jogos que exijam resolução de problemas, como quebra-cabeças lógicos, charadas, jogos de tabuleiro ou desafios matemáticos. Os alunos aprenderão enquanto se divertem, desenvolvendo habilidades de resolução de problemas de maneira criativa.

O jogo, como um recurso metodológico, oportuniza a interação entre os alunos em sala de aula e, a partir das discussões geradas, cria-se um envolvimento capaz de promover maior participação, cooperação, respeito mútuo e pensamento crítico entre eles em qualquer área do conhecimento, pois, segundo Smole e Diniz (2007), nas aulas de matemática, o jogo é usado como uma estratégia de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional.

A importância do jogo no processo educativo transcende o simples ato de jogar. Existe uma intenção, ou seja, uma metáfora em trazer conteúdos e conceitos educativos para dentro do jogo, que assume a dimensão da análise, preparando o terreno para uma desejável transferência de certas atitudes, relacionando o conhecimento científico ao ato de jogar.

De acordo com as palavras de Machado (2012, p. 49),

Em qualquer jogo, no entanto, quase sempre estão presentes significações metafóricas, que sobrelevam todas as outras, caracterizando uma dimensão alegórica cuja importância, a nosso ver, tem sido mitigada.

Os jogos devem ser utilizados como um recurso facilitador, auxiliando nas dificuldades que o aluno possa apresentar em algum conteúdo. Um dos seus objetivos é fazer com que o aluno goste cada vez mais de aprender matemática, despertando-lhe o interesse e mudando a rotina das aulas.

O professor deve elaborar um plano de ação que possibilite a aprendizagem de conceitos matemáticos e culturais de uma forma geral. E sua função é acompanhar a maneira de jogar dos alunos, para que se possa interferir e levantar questões relevantes e, assim, auxiliá-los na melhor condução do jogo. Em certos jogos, algumas regras podem não ser facilmente compreendidas pelos alunos. Nesse momento, é muito importante que o professor esteja atento para orientar os alunos na resolução da tarefa.

Desse modo, cabe destacar alguns benefícios obtidos por meio do trabalho com jogos matemáticos em sala de aula: o aluno demonstra, para seus colegas e professores, se o assunto foi bem aprendido, como também se torna mais crítico e mais confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e tirando conclusões sem necessidade da interferência ou aprovação do professor.

Material Manipulativo: use materiais concretos, como blocos de montar, ábacos, peças geométricas ou outros objetos manipulativos. Esses recursos permitem que os alunos visualizem conceitos matemáticos de forma tangível e experimentem diferentes abordagens para resolver problemas.

Seguindo essas reflexões, percebemos que esse material concreto aqui citado e posto como objeto de aplicabilidade para uma aprendizagem efetiva nos faz perceber que existe uma necessidade de que haja um exercício das faculdades sintéticas e analíticas da criança, como dispõe o autor abaixo quando afirma que:

Deve-se exercitar as faculdades sintéticas e analíticas da criança. Sintéticas de permitir ao aluno construir um conceito a partir do concreto. Analítica porque neste processo a criança discerne no objeto aqueles elementos que constitui a globalização. Para isso o objeto tem que ser móvel, que possa sofrer uma transformação para que a criança possa identificar a operação que é subjacente. (Castelnuovo, 1970, p.82-91).

Os materiais manipuláveis podem ser fundamentais para que ocorra o aprendizado e, nem sempre, o mais adequado é aquele já construído ou mais bonito. Ao incentivarmos a

construção educativa pelas crianças, estamos pensando em facilitar o processo de aprendizagem, e é nesse momento que percebemos que a participação concreta dele faz com que o dito processo, de fato, tenha uma validação. Assim, nos deparamos com o Currículo Nacional do Ensino Básico que, ao estabelecer as competências essenciais (Brasil, 2001), relativamente à utilização de recursos, afirma que:

Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular dos que visam promover atividades de investigação e a comunicação matemática entre os alunos. [...] Todos os alunos devem aprender a utilizar não só a calculadora elementar mas também, à medida que progredem na educação básica, os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com a folha de cálculo e com diversos programas educativos, nomeadamente de gráficos de funções e de geometria dinâmica [...]. (Brasil, 2001, p.71).

Interdisciplinaridade: integre a matemática com outras disciplinas. Por exemplo, crie problemas que envolvam conceitos de ciências, história ou arte. Isso estimula a criatividade ao conectar diferentes áreas do conhecimento.

A interdisciplinaridade no ensino de resolução de problemas é um tema relevante e desafiador. Ela envolve a integração de diferentes disciplinas para abordar questões complexas e promover uma aprendizagem mais significativa. Alguns estudos apontam para as dificuldades e desafios associados a essa abordagem nas escolas. Essa é uma abordagem valiosa, mas requer esforços conjuntos dos educadores e apoio institucional para ser efetivamente implementada. Ela visa e supera a fragmentação entre as disciplinas e promover uma aprendizagem mais integrada e significativa.

Desafios Criativos: proponha desafios matemáticos que não tenham uma solução óbvia. Incentive os alunos a pensar “fora da caixa”, explorando diferentes estratégias e abordagens. Por exemplo, peça que resolvam problemas usando apenas figuras geométricas ou criem suas próprias equações.

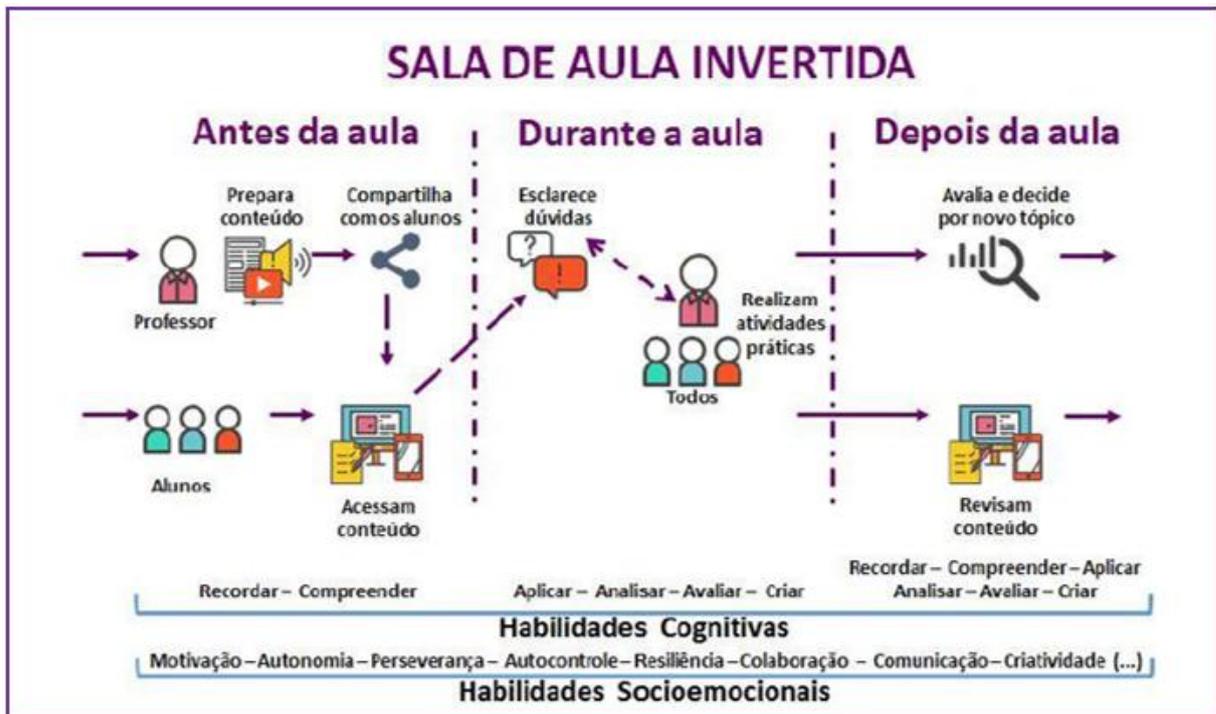
A Aprendizagem Invertida é uma abordagem pedagógica em que a aula tradicional passa de uma aprendizagem grupal para uma aprendizagem individual. Nesse contexto, a sala de aula torna-se um ambiente dinâmico e interativo, onde o professor orienta os alunos na aplicação dos conceitos (FLN, 2014).

De acordo com Bergmann e Sams (2016), o conceito inicial da Sala de Aula Invertida (SAI) deriva de um modelo pedagógico em que os alunos estudam os conteúdos em casa antes

de frequentarem as aulas. O tempo em sala é dedicado às atividades que antes eram realizadas como dever de casa.

Não há um autor específico a quem se atribua à expressão “Sala de Aula Invertida”. O termo parece ter origem em várias expressões em inglês, como “flipped classroom”, “inverted classroom”, “reverse teaching” e “flipped teaching” (SCHMITZ, 2016).

Figura 4 – Funcionamento da Sala de Aula Invertida



Fonte: Schmitz (2016).

A aplicação da SAI, conforme destacado na figura, mostra que o acesso ao conteúdo pelos estudantes antes da aula reduz as chances de erros durante as atividades práticas. Isso otimiza o tempo que o professor dedica ao desenvolvimento de conceitos básicos, permitindo uma maior concentração de tempo e esforço em atividades mais complexas, que exigem maior flexibilidade do professor para mediar o processo de aprendizagem.

A SAI é uma metodologia ativa e moderna que coloca o aluno como protagonista de seu próprio caminho rumo ao conhecimento. Nesse modelo, o educador apresenta brevemente o conteúdo em sala de aula e, em seguida, orienta os alunos a pesquisarem sobre o assunto em casa. Posteriormente, os estudantes trazem o conteúdo aprendido para esclarecer suas dúvidas. O interessante é que os alunos se tornam autônomos e ativos, podendo até ensinar aos colegas

o que aprenderam, o que está alinhado com a pirâmide de aprendizagem de William Glasser (2022).

Portanto, a SAI, ao promover a autonomia dos alunos e incentivá-los a pesquisar e ensinar, está alinhada com essa teoria. Ela favorece o protagonismo dos estudantes e cria um ambiente mais eficaz para a construção do conhecimento. No contexto da educação básica, aplicar os princípios da pirâmide de aprendizagem pode tornar o processo de aprendizagem mais atrativo e eficiente. É possível comparar o modelo tradicional e a Sala de Aula Invertida a partir da figura abaixo.

Figura 5 – Comparativo: modelo tradicional X Sala de Aula Invertida

	SALA DE AULA	CASA E OUTROS
MODELO TRADICIONAL	<ul style="list-style-type: none"> - Transmissão de informação - Transmissão de conhecimento - Resolução de exemplos - Professor palestrante - Estudante passivo 	<ul style="list-style-type: none"> - Exercícios - Projetos - Trabalhos - Soluções de problemas
SALA DE AULA INVERTIDA	<ul style="list-style-type: none"> - Atividades de simulação - Atividades de projeto - Trabalhos em grupo - Debates - Professor mentor - Estudante ativo 	<ul style="list-style-type: none"> - Leituras - Vídeos - Pesquisas - Resolução de exemplos

Fonte: adaptado de Scheneiders (2018).

Acerca do tempo das atividades em casa ou em aula na SAI, Bergmann e Sams (2016) sugerem o esquema abaixo (quadro 3) para contrapor o método clássico ou tradicional.

Quadro 3 – Comparativo do uso do tempo nas salas de aula tradicional e invertida

SALA DE AULA TRADICIONAL		SALA DE AULA INVERTIDA	
Atividade	Tempo	Atividade	Tempo
Atividade de aquecimento	5 minutos	Atividade de aquecimento	5 minutos
Repasse do dever de casa da noite anterior	20 minutos	Perguntas e respostas sobre o vídeo	10 minutos
Preleção de novo conteúdo	30 - 45 minutos	Prática orientada e independente e/ou atividade de laboratório	75 minutos
Prática orientada e independente e/ou atividade de laboratório	20 - 35 minutos		

Fonte: Bergmann e Sams (2016).

A inversão da sala de aula cria um ambiente de aprendizagem ativo, com os alunos participando efetivamente e o professor atuando como facilitador. Professores enfrentam desafios em utilizar metodologias que descentralizam o conhecimento e empregam tecnologias digitais, pois não cresceram na cultura digital. Bergmann e Sams (2016) apresentam diversas razões para a SAI, incluindo adaptação à linguagem dos estudantes, auxílio a alunos ocupados e com dificuldades, e intensificação da interação entre alunos e professores.

A implementação da SAI requer um planejamento cuidadoso por parte do professor, que deve mudar de transmissor para mediador do conhecimento. Moran (2015) sugere a redução de aulas expositivas, proporcionando mais materiais de estudo para os alunos. Bergmann e Sams (2016) recomendam o uso de vídeos produzidos pelos professores ou prontos de outros educadores, invertendo a dinâmica tradicional da aula para focar em atividades práticas.

A SAI potencializa a educação híbrida, permitindo uma educação personalizada. A pesquisa adota a concepção sociointeracionista de Vygotsky (2008), que afirma que o desenvolvimento ocorre através da interação social, com a aprendizagem sendo internalizada a partir de meios historicamente e culturalmente determinados. A SAI amplia as possibilidades de interação, promovendo um ambiente dinâmico e colaborativo.

A criatividade matemática envolve explorar e descobrir novas maneiras de abordar problemas, inspirando os alunos a se tornarem pensadores criativos e estimulando uma visão sistêmica.

4.3 O professor como sujeito facilitador e mediador do processo de ensino-aprendizagem da matemática criativa e sistêmica

A velocidade e a facilidade com que obtemos informações atualmente demandam mudanças significativas na postura do professor de matemática em sala de aula e na sua interação com os alunos. Considerando isso, o processo de ensino e aprendizagem precisa ser transformado. A globalização e a integração das tecnologias na educação estão mudando a maneira como ensinamos e aprendemos, tanto na modalidade presencial quanto a distância.

O ambiente virtual apresenta desafios específicos para os professores, exigindo que repensem suas práticas pedagógicas. Nesse contexto, o professor assume o papel de mediador, facilitando a aprendizagem dos alunos. Com essas mudanças, aprender deixa de ser uma atividade passiva e se torna uma responsabilidade compartilhada entre professores e alunos. No século XXI, a educação necessita de um movimento dialógico, onde o aluno é o protagonista do processo.

Senge (2022) enfatiza a importância de uma organização de aprendizagem, onde a escola se adapta continuamente às necessidades e ao desenvolvimento das crianças, promovendo um ambiente de colaboração e aprendizado contínuo. Inspirado pela visão sistêmica de Senge (2022), o professor se torna o elo que conecta os alunos ao conhecimento, à resolução de problemas e ao desenvolvimento de habilidades socioemocionais.

A metodologia utilizada pelos docentes em sala de aula é crucial para fortalecer o ensino e a aprendizagem. É essencial que essa metodologia seja cuidadosamente planejada, não apenas pelo professor, mas em conjunto com toda a equipe pedagógica da escola. Dessa forma, a metodologia adotada trará ganhos reais para o aluno, tanto no aprendizado dos conteúdos matemáticos quanto na sua inserção no meio social em que vive.

O professor mediador não é apenas um transmissor de conteúdo, mas também um facilitador da aprendizagem. Ele coloca o aluno no centro do processo, observando suas características socioemocionais e promovendo uma abordagem interativa e significativa. Essa atuação intencional permite que o estudante transcenda e perceba novos significados no conhecimento adquirido.

Glasser (2022) acrescenta que é essencial que as crianças tenham escolhas significativas e responsabilidade pessoal no processo de aprendizagem, incentivando-as a tomar decisões informadas e a se envolver ativamente em suas próprias jornadas educacionais.

A Matemática é um componente curricular imprescindível para a construção da cidadania. A sociedade contemporânea exige cada vez mais conhecimentos científicos e tecnológicos, e o educando precisa aprimorar seus conhecimentos relativos à resolução de cálculos, à compreensão de fórmulas e regras que levam a solucionar com convicção as situações-problemas, conforme destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática.

Os PCNs de Matemática (Brasil, 1997) afirmam que a Matemática é importante na construção da cidadania, pois a sociedade se utiliza cada vez mais de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos. Apropriar-se de conhecimentos matemáticos é crucial, já que a Matemática escolar não é algo acabado e definitivo. O educando deve ser estimulado a desenvolver seu raciocínio lógico para compreender a resolução dos problemas mais complexos, tornando a Matemática acessível a todos e democratizando seu ensino.

Boaler (2018) destaca a importância de uma mentalidade de crescimento na educação, onde as crianças são encorajadas a ver os desafios como oportunidades de aprendizado e a acreditar em seu potencial para melhorar e crescer. A metodologia de resolução de problemas emerge como uma ferramenta poderosa, e as Mentalidades Matemáticas de Boaler (2018) iluminam o caminho.

Vygotsky (1992 *apud* Souza, 2023) observa que o processo de ensino-aprendizagem na escola deve ser construído a partir do nível de desenvolvimento real da criança em relação a um determinado conteúdo a ser desenvolvido. O ponto de chegada são os objetivos estabelecidos pela escola, adequados à faixa etária e ao nível de conhecimento e habilidades de cada grupo de crianças.

O professor facilitador busca proporcionar autonomia aos alunos, incentivando a busca ativa de conhecimento, a troca entre colegas e a reflexão crítica sobre o próprio papel na aprendizagem. A motivação é essencial para o processo de ensino-aprendizagem. O docente, como agente motivador, estimula o engajamento dos alunos e cria um ambiente propício ao aprendizado.

Associando ao pensamento de Saviani (2008), o professor deve atuar de forma que leve o educando a pensar, criticar e gerar dúvidas para a produção do conhecimento. Com isso, o

professor, como facilitador, é o arquiteto da aprendizagem matemática. Ele constrói pontes entre teoria e prática, entre alunos e conhecimento. Com a visão sistêmica de Senge (2022), a pirâmide de Glasser (1998, 2001, 2022) e as mentalidades de Boaler (2018) como guias, ele molda uma geração de pensadores criativos, resilientes e apaixonados pela matemática.

5 UMA PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS A PARTIR DE UM ENSINO CRIATIVO

Conforme vimos na seção 1, a utilização da Resolução de Problemas com uma abordagem lúdica é uma estratégia metodológica importante na educação básica. Essa prática, embora já antiga, ganhou relevância a partir dos anos 1980, com a criação de recursos como coleções de problemas e listas de estratégias.

A Resolução de Problemas é crucial para a qualidade do ensino de Matemática e não deve ser negligenciada. Ela desmistifica a Matemática, tornando-a mais do que uma disciplina de memorização de fatos e conceitos. Van de Walle (2001 *apud* Allevato; Onuchic, 2009) define problema como qualquer atividade que os alunos não resolvem com métodos ou regras memorizadas. Nessa metodologia, um problema é algo que ainda não sabemos fazer, mas queremos resolver.

Devemos questionar se o ensino de Matemática está formando cidadãos ativos e preparados para o mercado de trabalho. O professor, ao ensinar a resolver problemas, foca em como a Matemática é ensinada e aplicada em situações cotidianas. Onuchic (1999) destaca que a Resolução de Problemas muda o papel do professor de transmissor para facilitador da aprendizagem.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) enfatizam que desenvolver a capacidade de resolver problemas é um dos objetivos do ensino de Matemática. Enfrentamos o desafio de garantir acesso à Matemática, promover compreensão, manter um currículo equilibrado, transformar a avaliação em aprendizado e desenvolver práticas profissionais (Brasil, 2001).

O professor deve valorizar a disciplina, compreender como os alunos aprendem, planejar e selecionar tarefas eficazes e integrar a avaliação ao processo de aprendizagem. Contudo, muitos professores enfrentam dificuldades devido à falta de conhecimento ou aversão ao conteúdo. Allevato e Onuchic (2009) propõem um roteiro para a Resolução de Problemas em sala de aula, com etapas que vão desde a preparação do problema até a formalização do conteúdo.

Na elaboração de tarefas matemáticas, é crucial conectar observações do mundo real com representações matemáticas e incentivar a comunicação entre os alunos. Essa abordagem favorece a formação do pensamento matemático, tornando o aluno protagonista no processo de aprendizagem.

As aulas de Matemática devem ser significativas, utilizando a Resolução de Problemas de maneira criativa como uma metodologia poderosa. A metodologia ativa de Resolução de Problemas é eficaz no ensino da Matemática, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e participativa.

Professores comprometidos com essa abordagem inspiram seus alunos a explorar a Matemática de maneira significativa e autônoma. Como sugestão para a aplicação, estruturação e montagem do planejamento de ações, o quadro a seguir destaca alguns pontos importantes sobre a resolução de problemas por meio de tarefas lúdicas. Além disso, detalharmos os procedimentos e resultados obtidos a partir de um exemplo de aplicação que utilizamos durante uma aula de matemática para estudantes da terceira série do ensino médio da Escola Estadual Professora Irene Garrido, localizada em Maceió, Alagoas.

Quadro 4 – Plano de aula

Análise dos Pontos importantes em observação ao planejar				
Objetivo principal:	Exemplo de aplicação:	Benefícios:	Habilidades estimuladas	Materiais utilizados
Investigar os conhecimentos matemáticos dos estudantes, e estimular a construções de figuras geométricas espaciais.	Na 3ª série do Colégio Estadual Professora Irene Garrido a aplicação de jogos foi aliada à resolução de problemas relacionados ao conteúdo estruturante “Geometria Espacial”.	Ludicidade: Desafiar os alunos e estimular a aprendizagem por meio da construção de conhecimentos.	Leitura e interpretação. Raciocínio lógico. Criatividade. Concentração. Pensamento independente.	Jujubas e palitos
		Reforço de Conceitos: As oficinas de Geometria reforçam conceitos e conteúdo, apontando novos caminhos significativos para a Matemática.		
		Desenvolvimento Integral: Além do aspecto intelectual, o lúdico contribui para o desenvolvimento físico e social das crianças e dos adolescentes.		

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Quanto à adaptação e à aplicação a proposta de construções de figuras espaciais utilizando jujubas e palitos pode ser utilizada em diversos anos/séries e adaptada a diferentes conteúdos. De modo geral, a abordagem lúdica na resolução de problemas matemáticos proporciona uma experiência mais prazerosa e interessante, incentivando os alunos a construir seus próprios conhecimentos por meio da interação com os colegas e o professor.

A matemática, quando explorada a partir da criatividade e da visão sistêmica, permite que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais ampla e conectada dos conceitos, tornando-se protagonistas do próprio aprendizado. No ensino médio, essa abordagem se torna ainda mais significativa ao aproximar a teoria da prática e estimular a autonomia intelectual dos alunos. Para ilustrar essa perspectiva, apresentarei um plano de aula para encantar as primeiras aulas de geometria espacial seguindo os princípios da Base Nacional Comum Curricular (2018), destacando a importância do protagonismo estudantil, e serão fundamentados na Pirâmide da Aprendizagem de William Glasser (2022), que enfatiza que os alunos aprendem com mais eficiência quando ensinam os outros.

No plano de aula sobre geometria espacial, os alunos trabalharam exclusivamente com jujubas e palitos para construir modelos tridimensionais. A atividade abordará conceitos fundamentais, como vértices, arestas, faces, construção de poliedros regulares e não regulares, e, principalmente, a relação de Euler ($V - A + F = 2$). Por meio da manipulação desses materiais, os estudantes poderão visualizar e compreender melhor as estruturas geométricas, desenvolvendo um pensamento espacial mais apurado. Além disso, ao explicarem suas construções para os colegas, reforçarão seu próprio aprendizado e aprimorarão suas habilidades de comunicação matemática.

O plano de aula seguirá a metodologia de resolução de problemas de George Polya (2022), conduzindo os estudantes por um percurso estruturado de compreensão, planejamento, execução e reflexão. Dessa forma, a matemática será trabalhada de maneira dinâmica e envolvente, promovendo não apenas a assimilação de conceitos, mas também a construção ativa do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades essenciais para a resolução de problemas no contexto escolar e além.

Para a execução do plano, solicitei que os estudantes levassem jujubas e palitos para a aula, deixando um mistério no ar. Grande parte dos alunos achou estranho e, até de maneira irônica, desdenharam da situação. No entanto, o objetivo inicial era justamente causar surpresa neles. Sempre que possível, utilizo como estratégia de abertura de conteúdo algo que esteja

vinculado à ludicidade, Jogos ou Gamificação para despertar o interesse e a curiosidade dos alunos. Agora, iremos detalhar um pouco mais dessa experiência vivenciada.

Plano de Aula – Oficina Lúdica de Geometria Espacial

1. Dados Gerais

- Disciplina: Matemática
- Ano/Série: 3ª série do Ensino Médio
- Duração: 2 aulas de 50 minutos
- Tema: Geometria Espacial – Construção de Poliedros e Relação de Euler
- Metodologia: Oficina prática e lúdica com materiais manipuláveis

2. Objetivos

Objetivo Geral:

Desenvolver a compreensão dos conceitos de vértices, arestas, faces, a relação de Euler, e identificar poliedros regulares e não regulares de forma prática e lúdica.

Objetivos específicos:

Explorar a construção de sólidos geométricos de maneira concreta e interativa.

- Compreender e visualizar os conceitos de vértices, arestas e faces;
- Aplicar a Relação de Euler de forma prática e intuitiva;
- Estimular a aprendizagem ativa, a colaboração e o raciocínio espacial;
- Tornar a experiência matemática mais atrativa, lúdica e significativa.

3. Competências e Habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

- **EF09MA12:** Identificar e diferenciar poliedros regulares e não regulares;
- **EF09MA14:** Resolver problemas que envolvam a relação de Euler entre vértices, arestas e faces de poliedros;

- **EF09MA15:** Explorar e reconhecer propriedades de figuras geométricas espaciais.

4. Desenvolvimento da Aula

1ª Etapa – Introdução Lúdica (10 minutos)

- Quebra-gelo: ao iniciar a aula, mostramos um saquinho com jujubas e palitos e perguntamos: “O que isso tem a ver com matemática?”. Os alunos começaram a dizer: Contagem!, Cores, Números, ..., Geometria! sugerir diferentes ideias, até que revelamos que esses materiais serão usados para construir sólidos geométricos;
- Explicamos, inicialmente, que as jujubas representarão os vértices e os palitos serão as arestas dos poliedros;
- Relacionamos essa construção com a matemática presente no dia a dia, como na arquitetura, na engenharia e até na natureza (colmeias, cristais, moléculas).

2ª Etapa – Mão na Massa: Construção dos Poliedros (30 minutos)

- Passo 1: Cada aluno estava com um kit com jujubas e palitos. Então, propus um desafio inicial: construir um triângulo e um quadrado usando esses materiais, para entender a função dos vértices e das arestas;
- Passo 2: Agora, os alunos devem montar sólidos geométricos simples, como o tetraedro (pirâmide triangular) e o cubo, identificando quantos vértices, arestas e faces cada um tem;
- Passo 3: Em pequenos grupos, os estudantes tentam construir poliedros mais complexos, como o prisma de base hexagonal ou um octaedro;
- Durante o processo, circulamos entre os grupos, incentivando a criatividade e questionando:
 - “Quantos vértices vocês têm agora?”
 - “Se adicionarmos mais uma aresta, que forma surge?”
 - “Será que conseguimos construir um sólido mais estável?”

3ª Etapa – O Desafio da Relação de Euler (20 minutos)

- Depois que todos os grupos finalizarem suas construções, cada um preenche uma tabela com o número de vértices (V), arestas (A) e faces (F) dos sólidos construídos;
- O professor introduz a Relação de Euler: $V - A + F = 2$;
- Os alunos são desafiados a aplicar essa relação nos sólidos que criaram;
- Para tornar o momento ainda mais interativo, cada grupo apresenta um de seus poliedros e verifica a relação diante da turma.

4ª Etapa – Competição Amigável e Reflexão Final (20 minutos)

- **Competição Amigável**
 - **Qual grupo consegue construir o poliedro mais alto?**
 - Introduzimos alguns materiais diferentes para ver como eles afetam a altura e a estabilidade dos poliedros.
 - **Qual grupo consegue criar um poliedro inusitado, fora dos padrões comuns?**
 - Incentivamos os alunos a pensar “fora da caixa”, talvez se inspirando em poliedros não convencionais, como o estrelado ou o truncado.
 - **Qual poliedro foi o mais desafiador de construir?**
 - Cada grupo pode explicar as dificuldades encontradas e como resolveram os problemas, promovendo a troca de conhecimentos entre os alunos.
- **Reflexão Final**
 1. **O que foi mais difícil nessa atividade?**
 - Discutimos as dificuldades comuns e como elas foram superadas. Isso ajuda a desenvolver habilidades de resolução de problemas.
 2. **Como essa construção ajudou a entender a geometria espacial?**
 - Solicitamos aos alunos que descrevam como a prática física da construção ajudou na visualização dos conceitos geométricos.

3. Como podemos aplicar esse conhecimento na vida real?

- Exploramos aplicações práticas de poliedros em arquitetura, design, engenharia etc. Isso pode tornar o aprendizado mais relevante e interessante para os alunos.

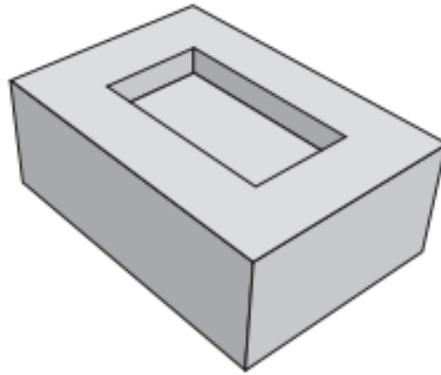
5ª etapa: Aplicação em questões de Vestibulares (20min)

Após a realização da oficina de construção geométrica, na qual os estudantes exploraram conceitos como vértices, arestas e faces, além da relação de Euler, demos continuidade à aula com uma abordagem dinâmica e reflexiva. Durante essa fase, diversas atividades foram propostas, incluindo a resolução de problemas que exigiam a aplicação dos conceitos trabalhados, além de perguntas abertas que incentivaram a análise crítica e a formulação de hipóteses pelos alunos. Esse momento permitiu que eles consolidassem o conhecimento adquirido e ampliassem sua visão sobre a geometria espacial.

Com o objetivo de desafiar os estudantes e conectar a aprendizagem ao contexto das avaliações externas, apresentamos uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionada à temática abordada. O desafio não apenas exigia a aplicação dos conceitos estudados, mas também estimulava a interpretação, a tomada de decisão e a argumentação matemática. Dessa forma, os estudantes foram levados a utilizar a visão sistêmica para solucionar o problema, reforçando a importância da matemática na construção do pensamento lógico e na resolução de situações-problema do mundo real.

A questão utilizada no desafio final: ENEM (2019) – No ano de 1751, o matemático Euler conseguiu demonstrar a famosa relação para poliedros convexos que relaciona o número de suas faces (F), arestas (A) e vértices (V): $V + F = A + 2$. No entanto, na busca dessa demonstração, essa relação foi sendo testada em poliedros convexos e não convexos. Observou-se que alguns poliedros não convexos satisfaziam a relação, e outros não. Um exemplo de poliedro não convexo é dado na figura. Todas as faces que não podem ser vistas diretamente são retangulares.

Figura 6 – Questão do ENEM



Fonte: ENEM (2019).

Qual a relação entre os vértices, as faces e as arestas do poliedro apresentado na figura?

Alternativas

- A** $V + F = A$
- B** $V + F = A - 1$
- C** $V + F = A + 1$
- D** $V + F = A + 2$
- E** $V + F = A + 3$

A utilização desse plano evidenciou um grande engajamento dos estudantes em resolver o problema matemático de maneira segura e assertiva. A turma, como um todo, demonstrou entendimento e alegria ao perceber que estavam aprendendo o conteúdo, especialmente porque a resolução no quadro foi apresentada por um aluno que não tinha muita afinidade com a matemática.

5. Recursos Didáticos

- Jujubas e palitos de dente;
- Quadro e marcador para registrar a relação de Euler;
- Fichas com desafios de construção de sólidos geométricos;
- Tabela para preenchimento de vértices, arestas e faces.

6. Avaliação

- Observação da participação dos alunos e do engajamento na atividade;
- Aplicação correta da Relação de Euler nos sólidos construídos;
- Criatividade na construção dos poliedros;
- Reflexão dos alunos sobre a importância do aprendizado prático.

7. Sistemática das Próximas Aulas

7.1 Aulas Invertidas:

- Enviamos, por meio de um grupo de WhatsApp, previamente, aos alunos, vídeos curtos sobre poliedros, a Relação de Euler e figuras geométricas espaciais para que assistam a eles em casa:

<https://youtu.be/UbGevL3sp6U?si=6aR7fgV0KDHR2T1P>

https://youtu.be/5P_Gx4PP2hw?si=DrVaShr4BCyXewHY

- Solicitamos que eles criassem um mapa mental ou um fichamento sobre a teoria estudada no vídeo e registrassem as dúvidas e reflexões para serem discutidas em sala.

7.2 Gamificação e Resolução de Problemas (1 aula - 50 minutos):

Jogo: "Construtores de Poliedros"

- Organizamos uma competição em que os alunos, em grupos, resolvem problemas de construção de poliedros utilizando materiais lúdicos;
- Cada problema resolvido corretamente acumula pontos e o grupo com mais pontos, ao final da aula, é declarado vencedor;
- Enfatizamos a importância da colaboração e da aplicação prática dos conceitos.

8. Feedback da aula:

Essa oficina demonstrou que a matemática criativa pode ser divertida e acessível, tornando conceitos abstratos mais concretos e estimulando a aprendizagem ativa. O uso de

jujubas e palitos permitiu que os estudantes visualizassem a estrutura dos poliedros, tornando a relação entre vértices, arestas e faces mais intuitiva.

Além de aprenderem sobre geometria espacial, os alunos desenvolveram trabalho em equipe, criatividade e pensamento crítico, consolidando o aprendizado de forma significativa e prazerosa.

Segue abaixo alguns registros da aula:

Fotografia – Registro da aula



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

No momento de interação, os estudantes deram um feedback positivo com as seguintes frases:

- *Que aula top!*
- *Estou amando o assunto!*
- *Professor, todas as aulas serão assim?*
- *Professor, faz todas as aulas doces!*

- Agora, eu aprendo Matemática!

- Aprender matemática ficou legal!

Nossa oficina geométrica com jujubas e palitos foi um verdadeiro sucesso! Os estudantes amaram a atividade e o feedback foi extremamente positivo. Ao longo do processo, percebemos como a aprendizagem ativa se fez presente, permitindo que cada aluno construísse seu próprio conhecimento de forma dinâmica e significativa.

A partir dessa abordagem criativa, conseguimos estimular uma mentalidade de crescimento, alinhada ao nosso propósito de desenvolver a matemática de forma sistêmica e aplicada à resolução de problemas. Mais do que apenas trabalhar conceitos geométricos, promovemos um ambiente onde os alunos experimentaram, erraram, ajustaram e, principalmente, aprenderam de maneira concreta e envolvente. Foi uma experiência transformadora para todos nós!

O plano de aula, elaborado pelo próprio autor, foi um verdadeiro marco na trajetória dos estudantes, transformando a maneira como enxergam a matemática e a resolução de problemas. Desde o início, a proposta envolveu desafios instigantes, metodologias ativas e um ambiente de aprendizagem colaborativo, permitindo que cada aluno se sentisse parte do processo e percebesse seu próprio potencial de crescimento. Ao longo da atividade, conceitos antes considerados abstratos tornaram-se concretos e acessíveis, gerando um impacto significativo na motivação e no interesse pela disciplina.

Ao manipularem materiais, resolverem problemas contextualizados e enfrentarem desafios progressivos, os estudantes não apenas compreenderam os conceitos matemáticos, mas também desenvolveram autonomia e confiança em suas próprias capacidades. O momento de enfrentamento de uma questão do ENEM foi decisivo: muitos, que antes duvidavam de si mesmos, perceberam que eram capazes de aplicar o conhecimento adquirido e resolver problemas de forma estruturada e eficaz. Essa experiência fortaleceu neles a mentalidade de crescimento, mostrando que o aprendizado da matemática não é um dom inato, mas um processo construído com dedicação, experimentação e persistência.

O reflexo desse plano de aula não ficou restrito à sala de aula. Os estudantes saíram mais confiantes, mais motivados e, acima de tudo, com uma nova perspectiva sobre a matemática. A disciplina, antes vista como um obstáculo, passou a ser encarada como um desafio possível de ser superado, despertando neles o desejo de aprender mais e se aprofundar no conhecimento

matemático. O sucesso dessa abordagem não foi medido apenas pelos acertos nos problemas resolvidos, mas pelo brilho nos olhos de cada aluno ao perceber que aprender matemática é, sim, possível — e pode ser, acima de tudo, prazeroso.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática é fundamental para a construção do conhecimento e, conseqüentemente, para a aprendizagem dos alunos. No entanto, muitos estudantes enfrentam dificuldades nessa disciplina, que podem ser causadas por diversos fatores, como questões emocionais, cognitivas ou até físicas. Essas dificuldades não são apenas devido à natureza da Matemática, mas também refletem problemas como a formação inadequada dos professores, recursos pedagógicos insuficientes, falta de contextualização e a ideia pré-concebida de que a Matemática é difícil.

Para entender melhor as causas dessas dificuldades, é importante reconhecer que o sistema de ensino precisa ser aprimorado. Isso inclui tanto a capacitação dos professores quanto à qualidade do ensino em geral. Essas melhorias devem surgir de uma reflexão constante dos professores sobre suas práticas, buscando, sempre, novas maneiras de abordar os desafios diários. A modernização do ensino da Matemática deve abranger não apenas os programas, mas também os métodos de ensino. Ensinar Matemática de forma contextualizada ajuda a conectar o conhecimento adquirido em sala de aula com a realidade dos estudantes.

Com o avanço das novas tecnologias, há uma vasta gama de softwares e materiais disponíveis para o ensino da Matemática, oferecendo inúmeras possibilidades para o desenvolvimento curricular. Para que os alunos desenvolvam habilidades em matemática com sucesso, é essencial investir em novas metodologias, que envolvam mudanças nos métodos de ensino, na formação e no trabalho dos professores, além de incentivar hábitos de estudo e interesse dos alunos.

O desenvolvimento deste trabalho teve como objetivo mostrar a importância da resolução de problemas para o ensino da Matemática. A proposta é oferecer aos professores do ensino fundamental e médio estratégias didáticas para trabalharem com a resolução de problemas, a fim de incentivarem seus alunos a pensarem, encaminharem a solução do problema, tentarem superar as dificuldades de aprendizagem, enfrentarem desafios que exigem grande esforço e dedicação e descobrirem por si sós a melhor estratégia que deve ser utilizada para o problema ser resolvido.

Esta pesquisa é de cunho bibliográfico sobre a resolução de problemas matemáticos como a estratégia didática e sua importância para o ensino da matemática na construção de mentalidades de crescimento *a partir de resolução de problemas mediante uma abordagem*

sistêmica e pedagógica. As informações foram consultadas em livros, periódicos e documentos oficiais que tratam da metodologia de ensino em matemática.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, ano 33, n.55, p. 1-19, jul./dez., 2009.

ALMEIDA, C. S. **Dificuldades de aprendizagem em Matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área**. 2006. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2006.

ARAUJO, D. A. C. Pedagogia histórico-crítica: proposição teórico metodológica para a formação continuada. **An. Sciencult**, Paranaíba, v.1, n.1, p. 352-359, 2009.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2000.

BANCO MUNDIAL; UNESCO; UNICEF. **O estado da crise global da educação: um caminho para a recuperação**. Paris: UNESCO, 2021.

BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de Aula Invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

BLACKWELL, L. S.; TRZESNIEWSKI, K. H.; DWECK, C. S. Implicit theories of intelligence predict achievement across an adolescent transition: a longitudinal study and an intervention. **Child Development**, [S. l.], v. 78, n. 1, p. 246-263, 2007.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador**. Porto Alegre: Penso; São Paulo: Instituto Sidarta, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, DF, Seção 1, p. 33-44, 23 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Indagações sobre currículo: conhecimento e cultura**. Brasília: MEC, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Departamento de Educação Básica. **Currículo Nacional do Ensino Básico: competências essenciais**. [Brasília]: [S. n.], [2001].

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC, 1999.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

BROUSSEAU, G. La théorie des situations didactiques en mathématiques. **Education & Didactique**, [S. l.], v. 5, n. 1, p. 101-104, 2011.

BROUSSEAU, G. Le contrat didactique: le milieu. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S. l.], v. 9, n. 3, p. 309-336, 1988.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes d'enseignement. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S. l.], n. 42, p. 170-181, 1983.

BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: Pensée Sauvage, 1998.

CÂMARA, M. J. **Matemática e cotidiano: uma abordagem histórica**. São Paulo: Editora Acadêmica, 2018.

CASTELNUOVO, E. **Didáctica de la matemática moderna**. México: Editorial Trillas, 1970.

CENTRO SÍNDROME DE DOWN (CESD). 2024. Disponível em: <https://www.cesdcampinas.org.br/>. Acesso em: 26 out. 2024.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. Argentina: La Pensée Sauvage, 1991.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1985.

CHEVALLARD, Y.; JOHSHUA, M. A. Un exemple d'analyse de la transposition didactique: la notion de distance. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S. l.], v. 3, n. 2, p. 157-239, 1982.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar Matemática hoje? Temas e debates. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, [S. l.], ano 2, v. 1, n. 2, p. 15-19, 1989.

ERVYNCK, G. Mathematical creativity. In: TALL, D. (ed.). **Advanced Mathematical Thinking**. Kluwer Academic Publisher: Boston, 1991. p. 42-53.

ERVYNCK, I. **Pensamento matemático: uma abordagem sistêmica**. Porto Alegre: Editora Acadêmica, 1991.

ERVYNCK, M. **Matemática e pensamento sistêmico**. São Paulo: Editora ABC, 1991.

FLIPPED LEARNING NETWORK (FLN). **The Four Pillars of F-L-I-P**. 2014. Disponível em: www.flippedlearning.org/definition. Acesso em: 26 out. 2024.

- FRASSATO, V. A. **Aprendizagem de Matemática**: obstáculos e fatores auxiliares. 2012. São José do Rio Preto: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, 2012.
- FRASSATO, V. A. **Aprendizagem de matemática**: obstáculos e fatores auxiliares. 2012. Monografia (Licenciado em Matemática) – Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita de Filho. São José do Rio Preto, 2012.
- FREIRE, P. **A educação na cidade**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1999.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 8. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1998.
- GAGNÉ, R. M. **Como se realiza a aprendizagem**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S/A, 1973.
- GARCÍA, J. N. **Manual de dificuldade de aprendizagem**: linguagem, leitura, escrita e matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
- GLASSER, W. **Teoria da escolha**. Rio de Janeiro: BestSeller, 2022.
- GLASSER, W. **Teoria da escolha**: uma nova psicologia de liberdade pessoal. São Paulo: Mercuryo Jovem, 2001.
- GLASSER, W. **A teoria da escolha**: como criar uma escola que funciona para todos. Rio de Janeiro: BestSeller, 1998.
- GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em Matemática e motivação em Matemática de alunos do ensino médio**. 2007. Tese (Doutorado em Psicologia) – Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.
- HAACK, C. **Constructivism: Piaget and Beyond**. São Paulo: Editora XYZ, 2011.
- HONEY, P.; MUMFORD, A. **The learning styles questionnaire**. [S. l.]: Peter Honey Publications, 1989.
- LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.
- MACHADO, N. J. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias, jogo, poesia. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2012.
- MATEOS, M. **Metacognición y educación**. Buenos Aires: Aique Grupo Editor AS, 2001.
- MENTALIDADES MATEMÁTICAS. 2023. Disponível em: <https://mentalidadesmatematicas.org.br/por-que-e-tao-importante-saber-matematica/>. Acesso em: 27 out. 2024.
- MOL, J. **Aritmética e pitágoras**: a filosofia dos números. São Paulo: Editora Acadêmica, 2013.

MORAN, J. M. Mudando a educação com metodologias ativas. *In: SOUZA, C. A. S.; OFELIA, E. T. M. (orgs.). **Convergências midiáticas, educação e cidadania: aproximações jovens.** [S. l.]: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015, v. 2.*

MORENO, J. L. **O psicodrama e a educação.** São Paulo: Editora Pedagógica, 1989.

MORIN, E. **Os sete saberes necessários à educação do futuro.** 2. ed., São Paulo: Cortez, Brasília: UNESCO, 2000.

ONUCHIC, L. L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em educação matemática, concepções & perspectiva.*** São Paulo: Editora UNESP, 1999, p.199-218.

PIAGET, J. **The growth of logical thinking from childhood to adolescence.** New York: Basic Books, 1958.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** São Paulo: Editora BestSeller, 2022.

PORTILHO, E. **Como se aprende?** Estratégias, estilos e metacognição. 2. ed. Rio de Janeiro: WAK Editora, 2011.

RAMOS, J. **Educação matemática e competências: novos desafios.** São Paulo: Editora Acadêmica, 2017.

RAMOS, L. A.; BIANCHINI, B. L. **Estudo sobre os conhecimentos dos professores de Matemática na construção do processo de generalização.** São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2017.

RAMOS, T. C. A importância da matemática na vida cotidiana dos alunos do Ensino Fundamental II. **Cairu em Revista**, Salvador, ano 6, n. 9, p. 201-218, jan./fev. 2017.

ROQUE, T. **História da Matemática: uma abordagem contextualizada.** São Paulo: Editora Universitária, 2012.

ROQUE, T. M.; PITOMBEIRA, J. B. **Tópicos de história da Matemática.** São Paulo: SBM, 2012.

SALVAN, M. **Dificuldades de aprendizagem em matemática: uma análise dos fatores associados ao insucesso.** [S. l.]: [S. n.], 2004.

SANTANA, M. E. L. **Ensino híbrido e o processo de aprendizagem na sala de aula invertida amparados pelas tecnologias digitais: análise de experiência no ensino médio.** 2020. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2020.

SAVIANI, D. **Escola e democracia.** Campinas: Autores Associados, 2008.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica: ensino, aprendizagem e prática**. São Paulo: Cortez, 2007.

SCHMITZ, E. X. S. **Sala de Aula Invertida: uma abordagem para combinar metodologias ativas e engajar alunos no processo de ensino-aprendizagem**. 2016. Dissertação (Mestrado em Tecnologias Educacionais em Rede) – Universidade Federal de Santa Maria, 2016.

SCHNEIDERS, L. A. **O método da sala de aula invertida**. Lajeado: Editora da Univates, 2018.

SENGE, P. M. **A Quinta Disciplina: a arte e a prática da organização que aprende**. Rio de Janeiro: BestSeller, 2022.

SILVA, J. A. F. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações**. 2005. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

SILVA, K. I. **História da Matemática: os primeiros indícios dos números**. Campina Grande: Universidade Estadual da Paraíba, 2014.

SMOLE, K.; DINIZ, I. **Educação matemática: desafios e perspectivas**. São Paulo: Editora Educação, 2007.

SOUZA, I. T. **Educação matemática: o professor como elemento facilitador no processo de ensino e aprendizagem nos 6º anos do Ensino Fundamental**. Formiga, MG: Editora Ducere, 2023.

STOICA, A. Using math projects in teaching and learning. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, [S. l.], v. 180, p. 702-708, 2015.

TAVARES, J. A. **Avaliação da criatividade em matemática na elaboração de problemas e redefinição de elementos matemáticos: uma aplicação no ensino de logaritmos**. 2023. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade de Brasília, Brasília, 2023.

UNICENTRO. **Pirâmide da aprendizagem: verdade ou mito?** 2022. Disponível: <https://www3.unicentro.br/petfisica/2022/04/14/piramide-da-aprendizagem-verdade-ou-mito/>. Acesso em: 21 out. 2024.

VIGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

VYGOTSKY, L.S. **Formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2008.