

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS

Mestrado Profissional em Matemática em Rede  
Nacional – PROFMAT

PRODUTO EDUCACIONAL

**Ensinar Matemática Criativa para uma  
Mentalidade de Crescimento a partir da  
metodologia Resolução de Problemas.**

João Henrique da Silva Sousa

Maceió, Dezembro de 2024



Instituto de Matemática



PROFMAT

JOÃO HENRIQUE DA SILVA SOUSA

**ENSINAR MATEMÁTICA CRIATIVA PARA UMA MENTALIDADE DE  
CRESCIMENTO A PARTIR DA METODOLOGIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de Alagoas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Isnaldo Isaac Barbosa

Maceió-AL

2024

## **Dedicatória**

Este produto educacional nasce do desejo de tornar a Matemática mais acessível, envolvente e transformadora. Ele é dedicado a todos os professores que enxergam além dos números e fórmulas, que acreditam no poder da aprendizagem verdadeira e ousam pensar fora da curva. Inspirados pela visão de Jo Boaler sobre a mentalidade de crescimento e pela abordagem sistêmica de Peter Senge, vocês fazem da sala de aula um espaço de descoberta, conexão e significado.

Vocês, educadores, são a força que transforma desafios em oportunidades. Com cada metodologia ativa, cada incentivo ao pensamento crítico e cada olhar atento ao potencial de seus alunos, vocês não apenas ensinam Matemática - vocês despertam a confiança, a autonomia e a vontade de aprender. A cada erro transformado em aprendizado, a cada conceito abstrato tornado concreto, vocês provam que ensinar é muito mais do que transmitir conhecimento - é construir caminhos, abrir portas e criar possibilidades.

Minha gratidão se estende a todos que fizeram parte dessa jornada: minha esposa Juliana, meu porto seguro e apoio incondicional; minha filha Myrella, que me inspira todos os dias; minha família, que sempre esteve ao meu lado; meus amigos do PROFMAT, que compartilharam comigo desafios e descobertas; meus alunos, que me motivam a buscar sempre novas formas de ensinar; e meus colegas de trabalho, que enriquecem meu dia a dia com troca de ideias e aprendizados.

Um agradecimento especial ao meu orientador e amigo, Professor Doutor Isnaldo Isaac, que me fez enxergar o ensino com outros olhos. Seu apoio, sua visão inovadora e sua generosidade ao compartilhar conhecimento foram fundamentais para que eu pudesse crescer, aprender e transformar minha maneira de ensinar.

E, acima de tudo, rendo minha gratidão a Deus, que me guia, ilumina e fortalece em cada passo. Sua graça e sabedoria me sustentam e tornam possível cada conquista. Sem Ele, nada disso teria sido realizado.

Este produto é um tributo a todos que acreditam no poder da educação para transformar vidas. Obrigado por fazerem da Matemática um universo de possibilidades! Este é para vocês!

## **CARTILHA: Ensinar Matemática Criativa para uma Mentalidade de Crescimento a partir da metodologia Resolução de Problemas.**

Introdução:

A educação no Brasil está passando por uma transformação inovadora no ensino e na aprendizagem, buscando se adaptar às exigências sociais, tecnológicas e intelectuais de um mundo em constante mudança. O ensino tradicional, focado na memorização e repetição e centrado no professor, tem se mostrado ineficaz, especialmente na área da Matemática, onde a falta de conexão entre os conteúdos aprendidos e sua aplicação prática desmotiva os estudantes.

Para atender às demandas atuais, métodos de ensino que promovem autonomia, responsabilidade, senso crítico, criatividade e protagonismo dos estudantes na construção de seus projetos de vida estão ganhando destaque. Nesse contexto, estratégias como a elaboração e resolução de problemas e a redefinição de conceitos matemáticos surgem como ferramentas essenciais para desenvolver essas habilidades, com um foco especial na criatividade em Matemática, que é o tema desta pesquisa.

Com base nesses princípios, esta cartilha busca responder como a metodologia de resolução de problemas pode contribuir para o desenvolvimento da criatividade matemática dos estudantes da Educação Básica. Para isso, o trabalho pretende analisar concepções didáticas e metodológicas, orientando professores de Matemática da educação básica a partir das ideias de autores que influenciaram essa área de estudo no Brasil e no mundo.

Trata-se de um material sugestivo sobre o assunto, na qual consideramos questões como: como os professores ensinam? Como os alunos aprendem? Essas relações se complementam? Quais técnicas e metodologias os professores devem adotar? O foco será nos professores de Matemática do ensino fundamental e médio. Por isso, atribuímos a este produto educacional a construção de uma cartilha com o título de “Ensinar Matemática Criativa para

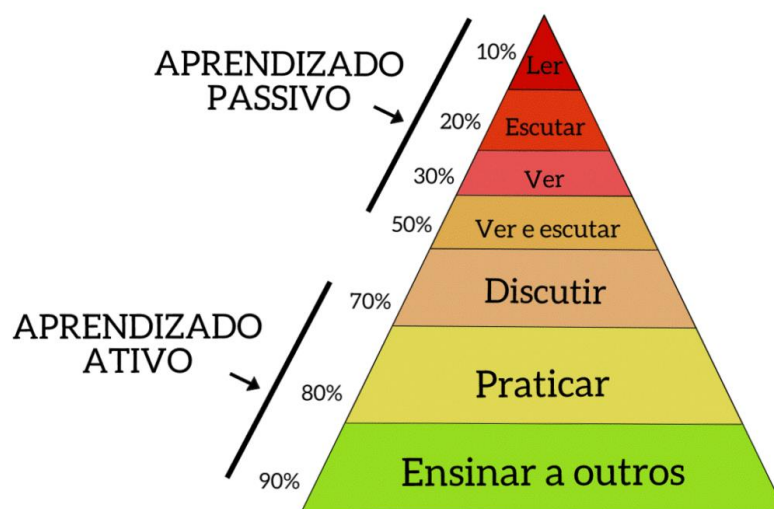
uma Mentalidade de Crescimento a partir da Resolução de Problemas”, utilizando uma abordagem pedagógica sistêmica.

Ao apresentar a Resolução de Problemas como uma estratégia metodológica na formação dos estudantes da educação básica, é importante destacar a relevância atual do tema, mesmo sendo uma abordagem utilizada há bastante tempo. Essa metodologia é essencial para a qualidade do ensino e não deve ser negligenciada pelos professores. Por meio dela, devemos buscar um ensino preparatório que enfatize a formação, desmistificando a Matemática como uma disciplina de mera repetição, onde o único recurso é a memorização de fatos, algoritmos e conceitos.

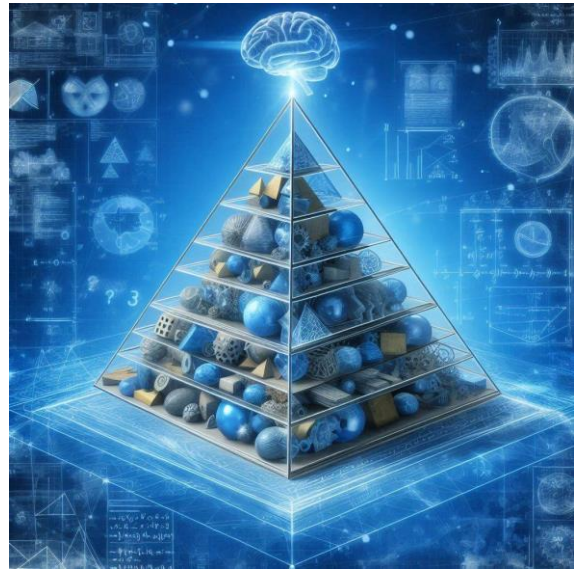
Ao ensinar a resolver problemas, o professor se concentra na forma como a Matemática é ensinada e como pode ser aplicada na resolução de problemas cotidianos e não cotidianos, propondo uma maneira de aprender Matemática e ser capaz de utilizá-la. Assim, essa estratégia de ensino passa a ser vista como um ponto de partida e um meio de ensinar Matemática. No entanto, vale ressaltar 4 pontos essenciais para reflexão do professor ao utilizar essa metodologia antes mesmo de planejar uma aula.

### 1 – Como o aluno aprende dentro de uma visão sistêmica?

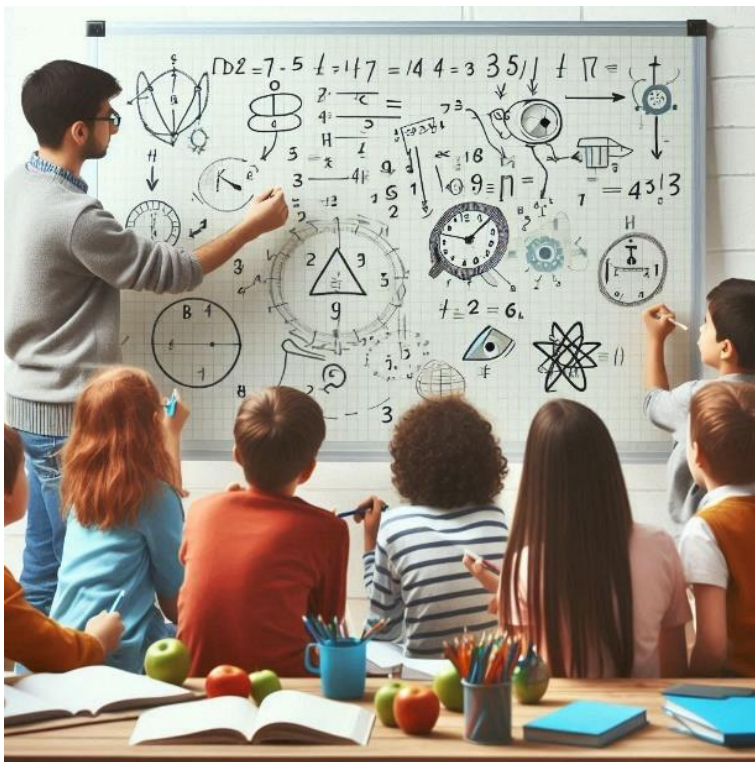
Segundo William Glasser, o aluno aprende ativamente quando ensina aos outros, pratica e discute sobre o objeto de aprendizagem.



Através desses pilares o professor em seu trabalho deve desenvolver-se dando uma maior valorização da disciplina de matemática em si mesma, a compreensão de como os estudantes aprendem e constroem ideias, ter habilidade em planejar e selecionar tarefas de modo que os estudantes aprendam matemática em um ambiente de Resolução de Problemas, ter a habilidade em integrar a avaliação ao processo para promover a aprendizagem.



Ao planejar as aulas de Matemática, é importante considerar métodos interativos que envolvam os alunos, como debates, prática e ensino mútuo. Assim, a criatividade e o contrato didático podem ser fortalecidos, contribuindo para uma aprendizagem mais eficaz.



O professor facilitador busca proporcionar autonomia aos alunos. Ele incentiva a busca ativa de conhecimento, a troca entre colegas e a reflexão crítica sobre o próprio papel na aprendizagem. A motivação é essencial para o processo de ensino-aprendizagem. O docente, como agente motivador, estimula o engajamento dos alunos e cria um ambiente propício ao aprendizado

De acordo com Boaler (2018), uma das mudanças mais impactantes que professores e pais podem implementar é a forma como abordam erros e respostas incorretas em Matemática. Ensinar aos estudantes que errar é positivo tem um efeito incrivelmente libertador. É essencial utilizar feedbacks que valorizem publicamente os erros em sala de aula, além de transmitir mensagens positivas sobre erros em interações individuais. Para incentivar os alunos a cometerem erros, é necessário desafiá-los com tarefas difíceis.

A prática do pensamento sistêmico começa com a compreensão do **feedback**, que mostra como as ações podem se reforçar ou se neutralizar, deixando claro que em um sistema toda influência é ao mesmo tempo causa e efeito que provoquem desequilíbrio.

Concatenando com as ideias de Boaler e Senge, quando traçarmos feedbacks positivos e intervenções de um modo substancial conseguiremos de uma forma geral a construção de mentalidades de crescimento e consequentemente de um entendimento lógico-matemático que irão ser essenciais na resolução de problemas.





Com isso, nós educadores, matemáticos, estamos convidados a repensar e reconduzir o nosso fazer pedagógico e termos em pauta, a construção de um planejamento mais assertivo, que coadunem com formação integral do aprendiz, contemplando o desenvolvimento das disciplinas elencadas por Peter Senge, em especial o pensamento sistêmico, com a busca de potencializar a aprendizagem dos estudantes por meio de uma matemática criativa a partir da metodologia de resolução de problemas.

## 2 – Contrato Didático



**Objetivo:** Promover um ambiente de aprendizagem onde o aluno deseja aprender e o professor se dedica a ensinar de forma inovadora, mediando o protagonismo do estudante.

### Princípios:

**2.1- Desenvolver uma Mentalidade de Crescimento:** A empatia será um dos pilares fundamentais no processo de ensinar e aprender. Professores e alunos devem se esforçar para compreender e respeitar as perspectivas e necessidades uns dos outros.



**Encorajar o Esforço e a Persistência:** Ensine os alunos que o esforço e a persistência são fundamentais para o aprendizado. Reforce a ideia de que erros são oportunidades de aprendizado e crescimento.

**Valorizar o Processo:** Em vez de focar apenas nos resultados, valorize o processo de resolução de problemas. Incentive os alunos a explorar diferentes métodos e soluções.

## 2.2 - Inovação: Criatividade na Matemática

O professor se compromete a utilizar métodos de ensino inovadores que incentivem a curiosidade e o engajamento dos alunos. Já o aluno se compromete a estar aberto a novas formas de aprendizado e a participar ativamente das atividades propostas.

- **Atividades Criativas:** Introduza atividades que permitam aos alunos explorar a matemática de maneira criativa. Use jogos, quebra-cabeças e projetos que estimulem o pensamento crítico e a inovação.
- **Conexões com o Mundo Real:** Relacione os conceitos matemáticos com situações do cotidiano. Isso ajuda os alunos a verem a relevância da matemática em suas vidas e a se engajarem mais no aprendizado.



**2.3 - Avaliação para o Crescimento: Protagonismo do Estudante:** O professor atuará como mediador, facilitando o protagonismo do aluno no processo de aprendizagem. Já o aluno se compromete a assumir um papel ativo em sua educação, buscando conhecimento de forma autônoma e colaborativa.

- **Avaliações Formativas:** Utilize avaliações formativas que forneçam insights sobre o progresso dos alunos e ajudem a orientar o ensino. Essas avaliações devem ser usadas para apoiar o aprendizado contínuo, não apenas para medir o desempenho.



- **Autoavaliação e Reflexão:** Incentive os alunos a refletirem sobre seu próprio aprendizado e a identificarem suas forças e áreas de melhoria.



#### **2.4- Ambiente de Aprendizagem Positivo:**

Criar um ambiente acolhedor e motivador, onde todos se sintam seguros para expressar suas ideias e dúvidas. Promover a colaboração e o respeito mútuo entre todos os participantes do processo educativo.

- **Sala de Aula Inclusiva:** *Crie um ambiente onde todos os alunos se sintam seguros para compartilhar suas ideias e cometer erros. Promova a colaboração e o respeito mútuo.*

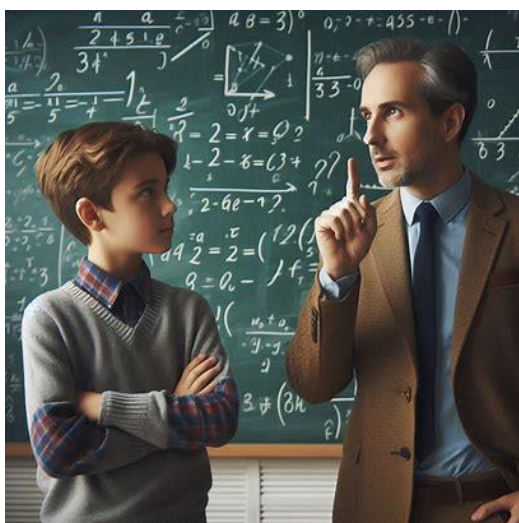
- **Feedback Construtivo:** *Ofereça feedback que seja específico e construtivo, focando no progresso e nas áreas de melhoria.*

### 3 – Quais ferramentas e metodologias podem inovar e potencializar o desenvolvimento de mentalidades matemática mediante ao pensamento sistêmico nas resoluções de problemas

A matemática é frequentemente vista como uma disciplina desafiadora e, muitas vezes, intimidante. No entanto, Jo Boaler, em sua obra “Mentalidades Matemáticas”, nos mostra que todos os alunos têm o potencial de aprender matemática em altos níveis e desenvolver uma paixão pela disciplina. Para isso, é essencial adotar estratégias inovadoras que promovam uma mentalidade de crescimento e tornem a aprendizagem mais envolvente e acessível.



Ensinar resoluções de problemas matemáticos de forma criativa é uma tarefa empolgante que pode estimular o interesse dos alunos e tornar o aprendizado mais envolvente. Aqui estão algumas estratégias metodológicas que podemos considerar:



**3.1- Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL):** A PBL é uma abordagem que coloca os alunos no centro do processo de aprendizagem. Em vez de apenas apresentar fórmulas e teoremas, os professores podem propor problemas desafiadores e permitir que os alunos explorem soluções criativas. Isso incentiva a aplicação prática do conhecimento matemático e estimula a criatividade.

**3.2 - Jogos Matemáticos ou atividades gamificadas:** Jogos são uma maneira divertida de envolver os alunos na matemática. Você pode criar jogos que exijam resolução de problemas, como quebra-cabeças lógicos, xaradas, jogos de tabuleiro ou desafios matemáticos. Os alunos aprenderão enquanto se divertem, desenvolvendo habilidades de resolução de problemas de maneira criativa.



**3.3 - Material Manipulativo –** Use materiais concretos, como blocos de montar, ábacos, peças geométricas ou outros objetos manipulativos. Esses recursos permitem que os alunos visualizem conceitos matemáticos de forma tangível e experimentem diferentes abordagens para resolver problemas.

**3.4 - Interdisciplinaridade:** Integre a matemática com outras disciplinas. Por exemplo, crie problemas que envolvam conceitos de ciências, história ou arte. Isso estimula a criatividade ao conectar diferentes áreas do conhecimento.

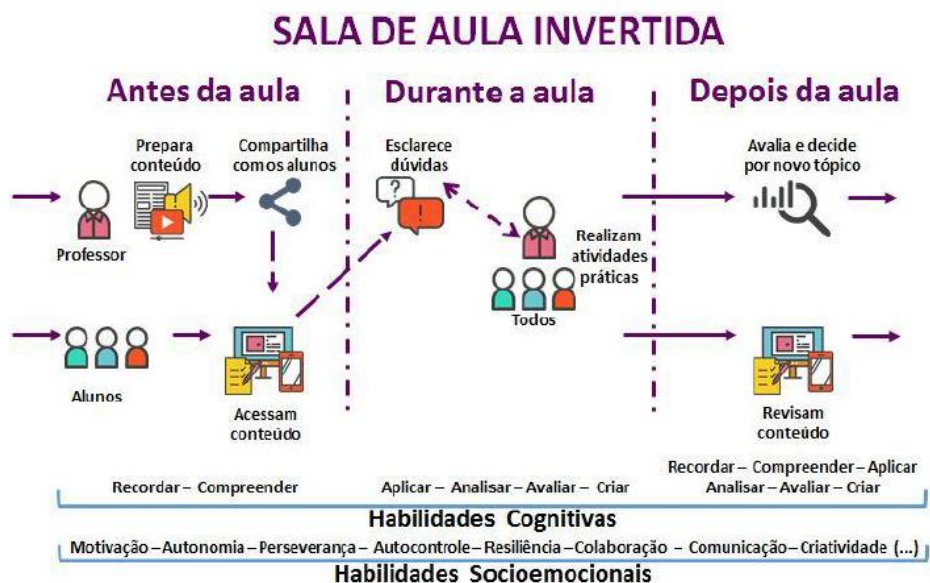




### 3.5- Atividades Lúdicas com Desafios

**Criativos:** Proponha desafios matemáticos que não tenham uma solução óbvia. Incentive os alunos a pensar fora da caixa, explorando diferentes estratégias e abordagens. Por exemplo, peça que resolvam problemas usando apenas figuras geométricas ou criem suas próprias equações.

**3.6- Aula Invertida:** é uma abordagem pedagógica na qual a aula expositiva passa da dimensão da aprendizagem grupal para a dimensão da aprendizagem individual, enquanto o espaço em sala de aula é transformado em um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo, no qual o professor guia os estudantes na aplicação dos conceitos (FLIP, 2014).



Fonte: Schmitz (2016, p. 67)

Segundo Bergmann e Sams (2016), o conceito inicial da Sala de Aula Invertida (SAI) surge de um modelo pedagógico onde os conteúdos que seriam trabalhados na escola são estudados pelos alunos antes de frequentarem a sala de aula. Durante o tempo em sala, são realizadas as atividades que antes eram feitas em casa.

A aplicação da sala de aula invertida, conforme destacado na figura, mostra que o acesso ao conteúdo pelos estudantes antes da aula reduz as chances de erros durante as atividades práticas. Isso otimiza o tempo que o professor dedica ao desenvolvimento de conceitos básicos, permitindo uma maior concentração de tempo e esforço em atividades mais complexas, que exigem maior flexibilidade do professor para mediar o processo de aprendizagem.

A sala de aula invertida é uma metodologia ativa e moderna que coloca o aluno como protagonista de seu próprio caminho rumo ao conhecimento. Nesse modelo, o educador apresenta brevemente o conteúdo em sala de aula e, em seguida, orienta os alunos a pesquisarem sobre o assunto em casa. Posteriormente, os estudantes trazem o conteúdo aprendido para esclarecer suas dúvidas. O interessante é que os alunos se tornam autônomos e ativos, podendo até ensinar aos colegas o que aprenderam, o que está alinhado com a pirâmide de aprendizagem de William Glasser.

Quadro 1 – comparativo modelo tradicional e sala de aula invertida

	SALA DE AULA	CASA E OUTROS
MODELO TRADICIONAL	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Transmissão de informação</li> <li>- Transmissão de conhecimento</li> <li>- Resolução de exemplos</li> <li>- Professor palestrante</li> <li>- <b>Estudante passivo</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Exercícios</li> <li>- Projetos</li> <li>- Trabalhos</li> <li>- Soluções de problemas</li> </ul>
SALA DE AULA INVERTIDA	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Atividades de simulação</li> <li>- Atividades de projeto</li> <li>- Trabalhos em grupo</li> <li>- Debates</li> <li>- Professor mentor</li> <li>- <b>Estudante ativo</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Leituras</li> <li>- Vídeos</li> <li>- Pesquisas</li> <li>- Resolução de exemplos</li> </ul>

Fonte: Adaptado de Scheneiders (2018).

**Quadro 2** – Comparação do uso do tempo nas salas de aula tradicional e invertida

Sala de aula tradicional		Sala de aula invertida	
Atividade	Tempo	Atividade	Tempo
Atividade de aquecimento	5 minutos	Atividade de aquecimento	5 minutos
Repasse do dever de casa da noite anterior	20 minutos	Perguntas e respostas sobre o vídeo	10 minutos
Preleção de novo conteúdo	30 - 45 minutos	Prática orientada e independente e/ou atividade de laboratório	75 minutos
Prática orientada e independente e/ou atividade de laboratório	20 - 35 minutos		

**Fonte:** Bergmann e Sams (2016, p. 13)

Sob essa perspectiva, a inversão da sala de aula contribui para a criação de um ambiente de aprendizagem ativo, com a participação efetiva dos estudantes, tendo o professor como facilitador da aprendizagem.

Os professores de hoje são adultos que não cresceram na cultura digital, o que torna mais desafiador para eles trabalhar com metodologias que descentralizam o conhecimento e utilizam tecnologias digitais nas aulas. No que diz respeito à implementação da Sala de Aula Invertida (SAI) na prática docente, Bergmann e Sams (2016) sugerem as seguintes razões para a inversão:

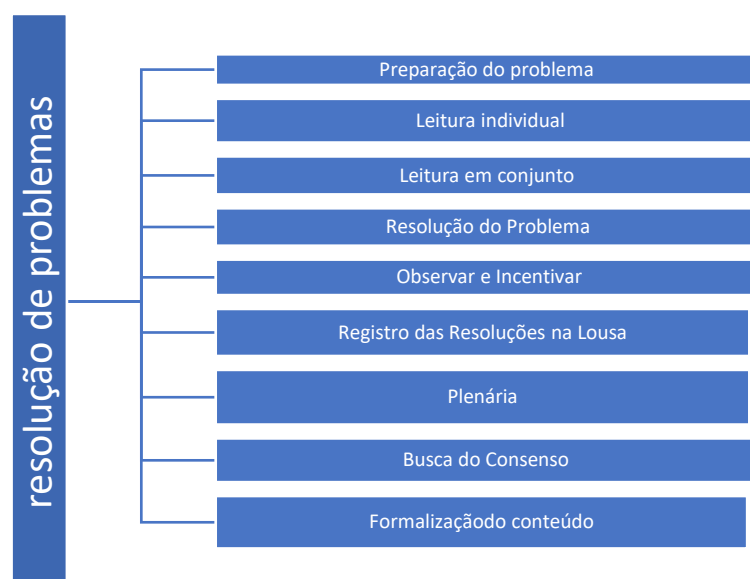
- Fala a língua dos estudantes de hoje;
- Auxilia estudantes ocupados;

- Apoia estudantes que enfrentam dificuldades;
- Ajuda alunos com diferentes habilidades a se superarem;
- Permite que os alunos pausem e revisem as explicações do professor;
- Intensifica a relação professor-aluno;
- Possibilita que os professores conheçam melhor seus alunos;
- Aumenta a interação entre os alunos;
- Modifica o gerenciamento da sala de aula;
- Torna a aula mais transparente;
- Serve como ferramenta na ausência de professores.

#### 4 - Como resolver problemas matemáticos a partir da visão sistêmica pedagógica?

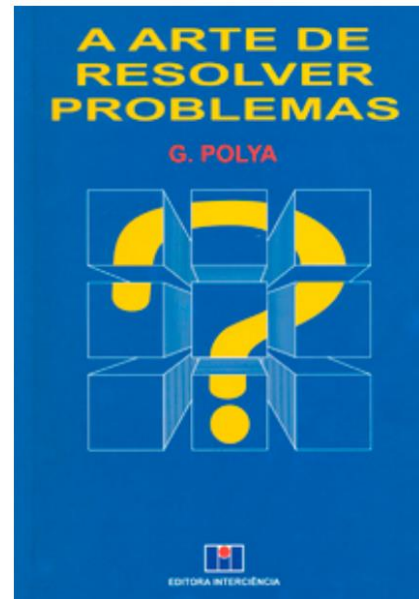
A escrita e a organização através do pensamento sistêmico na resolução de problemas são essenciais. “Aprender é resolver problemas” – essa afirmação de Peter Senge nos lembra que a Matemática não é apenas um conjunto de fórmulas, mas uma jornada de descoberta. O professor, como facilitador, guia os alunos na exploração de desafios matemáticos, estimulando a curiosidade, a criatividade e a busca por soluções. A visão sistêmica de Senge nos leva a enxergar a Matemática como um sistema interconectado, onde cada conceito se relaciona com os outros, formando uma teia de conhecimento.

Segundo Onuchic e Allevato (2009) o seguinte roteiro consiste em uma organização para a Resolução de Problemas:



Para promover a aprendizagem efetiva da matemática e de seus atributos, George Polya se destaca como uma referência na abordagem de resolução de problemas como metodologia de ensino.

Sua principal obra sobre o tema, intitulada “A arte de resolver problemas”, publicada pela primeira vez em 1945, funciona como um verdadeiro manual para aulas de matemática. O livro contém definições importantes sobre a resolução de problemas, exemplos práticos, diálogos que simulam situações de sala de aula e descreve um conjunto de procedimentos e etapas envolvidas na resolução de qualquer problema.



**Essas etapas são:**

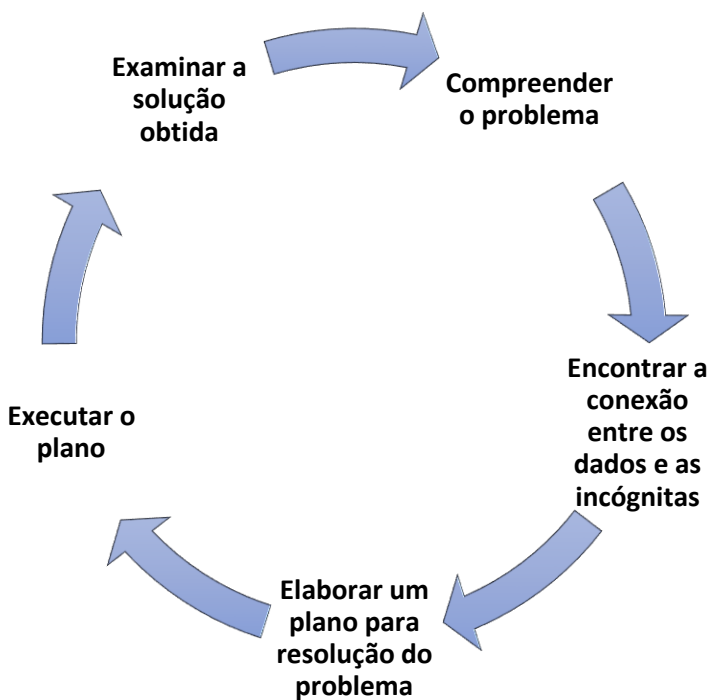
**1º passo:** Compreender o problema: É fundamental entender o que está sendo perguntado.

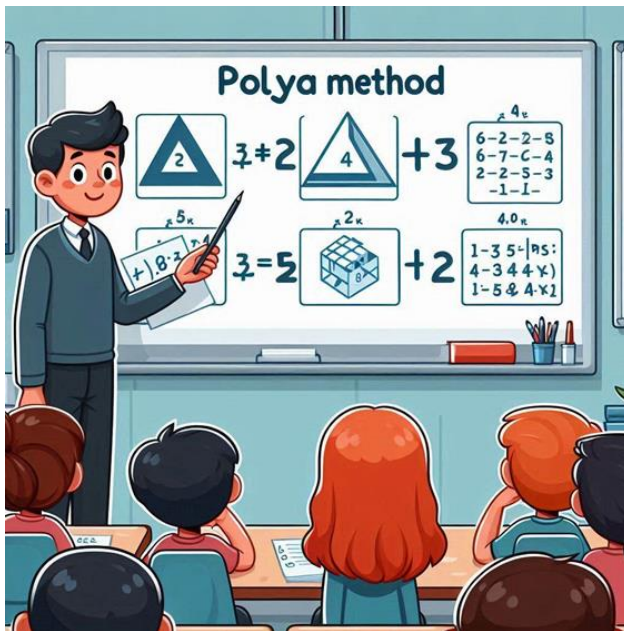
**2º passo:** Encontrar a conexão entre os dados e as incógnitas: Se não for possível encontrar uma conexão imediata, pode ser necessário considerar problemas auxiliares.

**3º passo:** Elaborar um plano para a resolução: Desenvolver uma estratégia para resolver o problema.

**4º passo:** Executar o plano: Colocar em prática a estratégia desenvolvida. Durante essa fase, cada passo deve ser verificado para garantir que esteja correto.

**5º passo:** Examinar a solução obtida: Verificar se a solução encontrada é correta e faz sentido. Finalmente, é importante revisar o resultado e o argumento, avaliando se é possível chegar à solução por diferentes caminhos e se o método ou resultado pode ser aplicado a outros problemas.





Polya, que viveu de 1887 a 1985, é considerado por muitos como o pai da resolução de problemas matemáticos e um dos grandes incentivadores dessa metodologia de ensino. Seu principal objetivo era ensinar os alunos a pensar de forma crítica e criativa.

Ele também estabelece uma conexão entre a resolução de problemas e o incentivo ao pensamento criativo, quando afirma:

*“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta”.*  
(Polya, 1956, p. 5)

## **5 UMA PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS A PARTIR DE UM ENSINO CRIATIVO**

A Resolução de Problemas, quando usada de forma lúdica, torna-se uma ferramenta essencial no ensino da Matemática, indo além da simples memorização de conceitos. Desde os anos 1980, essa abordagem ganhou força,

incentivando professores a atuarem como facilitadores da aprendizagem, em vez de apenas transmissores de conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforçam a importância de ensinar os alunos a resolver problemas, pois isso os prepara para desafios do cotidiano e do mercado de trabalho. No entanto, muitos professores enfrentam dificuldades, seja por falta de conhecimento ou resistência ao método. Para contornar isso, é necessário um planejamento eficaz, uma seleção adequada de tarefas e uma avaliação que contribua para o aprendizado.

Além disso, a conexão entre Matemática e situações reais é essencial para que os alunos desenvolvam um pensamento matemático mais sólido e participativo. Ao incentivar a troca de ideias e a construção conjunta do conhecimento, essa metodologia torna o aprendizado mais dinâmico e significativo.

As aulas de Matemática devem ser significativas, utilizando a Resolução de Problemas de maneira criativa como uma metodologia poderosa. A metodologia ativa de Resolução de Problemas é eficaz no ensino da Matemática, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e participativa.

Professores comprometidos com essa abordagem inspiram seus alunos a explorar a Matemática de maneira significativa e autônoma. Como sugestão para a aplicação, estruturação e montagem do planejamento de ações, o quadro a seguir destaca alguns pontos importantes sobre a resolução de problemas por meio de tarefas lúdicas. Além disso, detalharemos os procedimentos e resultados obtidos a partir de um exemplo de aplicação que utilizamos durante uma aula de matemática para estudantes da terceira série do ensino médio da Escola Estadual Professora Irene Garrido, localizada em Maceió, Alagoas.

### Quadro 3 – Plano de aula

Análise dos Pontos importantes em observação ao planejar				
Objetivo principal:	Exemplo de aplicação:	Benefícios:	Habilidades estimuladas	Materiais utilizados
Investigar os conhecimentos matemáticos dos estudantes, e estimular a construções de figuras geométricas espaciais.	Na 3ª série do Colégio Estadual Professora Irene Garrido a aplicação de jogos foi aliada à resolução de problemas relacionados ao conteúdo estruturante “Geometria Espacial”.	<b>Ludicidade:</b> Desafiar os alunos e estimular a aprendizagem por meio da construção de conhecimentos.	Leitura e interpretação. Raciocínio lógico. Criatividade. Concentração. Pensamento independente.	Jujubas e palitos
		<b>Reforço de Conceitos:</b> As oficinas de Geometria reforçam conceitos e conteúdo, apontando novos caminhos significativos para a Matemática.		
		<b>Desenvolvimento Integral:</b> Além do aspecto intelectual, o lúdico contribui para o desenvolvimento físico e social das crianças e dos adolescentes.		

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Quanto à adaptação e à aplicação a proposta de construções de figuras espaciais utilizando jujubas e palitos pode ser utilizada em diversos anos/séries e adaptada a diferentes conteúdos. De modo geral, a abordagem lúdica na resolução de problemas matemáticos proporciona uma experiência mais prazerosa e interessante, incentivando os alunos a construir seus próprios conhecimentos por meio da interação com os colegas e o professor.

A matemática, quando explorada a partir da criatividade e da visão sistêmica, permite que os estudantes desenvolvam uma compreensão mais

ampla e conectada dos conceitos, tornando-se protagonistas do próprio aprendizado. No ensino médio, essa abordagem se torna ainda mais significativa ao aproximar a teoria da prática e estimular a autonomia intelectual dos alunos. Para ilustrar essa perspectiva, apresentarei um plano de aula para encantar as primeiras aulas de geometria espacial seguindo os princípios da Base Nacional Comum Curricular (2018), destacando a importância do protagonismo estudantil, e serão fundamentados na Pirâmide da Aprendizagem de William Glasser (2022), que enfatiza que os alunos aprendem com mais eficiência quando ensinam os outros.

No plano de aula sobre geometria espacial, os alunos trabalharam exclusivamente com jujubas e palitos para construir modelos tridimensionais. A atividade abordará conceitos fundamentais, como vértices, arestas, faces, construção de poliedros regulares e não regulares, e, principalmente, a relação de Euler ( $V - A + F = 2$ ). Por meio da manipulação desses materiais, os estudantes poderão visualizar e compreender melhor as estruturas geométricas, desenvolvendo um pensamento espacial mais apurado. Além disso, ao explicarem suas construções para os colegas, reforçarão seu próprio aprendizado e aprimorarão suas habilidades de comunicação matemática.

O plano de aula seguirá a metodologia de resolução de problemas de George Polya (2022), conduzindo os estudantes por um percurso estruturado de compreensão, planejamento, execução e reflexão. Dessa forma, a matemática será trabalhada de maneira dinâmica e envolvente, promovendo não apenas a assimilação de conceitos, mas também a construção ativa do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades essenciais para a resolução de problemas no contexto escolar e além.

Para a execução do plano, solicitei que os estudantes levassem jujubas e palitos para a aula, deixando um mistério no ar. Grande parte dos alunos achou estranho e, até de maneira irônica, desdenharam da situação. No entanto, o objetivo inicial era justamente causar surpresa neles. Sempre que possível, utilizo como estratégia de abertura de conteúdo algo que esteja vinculado à ludicidade, Jogos ou Gamificação para despertar o interesse e a curiosidade dos alunos. Agora, iremos detalhar um pouco mais dessa experiência vivenciada.

## **Plano de Aula – Oficina Lúdica de Geometria Espacial**

### **1. Dados Gerais**

- Disciplina: Matemática
- Ano/Série: 3ª série do Ensino Médio
- Duração: 2 aulas de 50 minutos
- Tema: Geometria Espacial – Construção de Poliedros e Relação de Euler
- Metodologia: Oficina prática e lúdica com materiais manipuláveis

### **2. Objetivos**

#### **Objetivo Geral:**

Desenvolver a compreensão dos conceitos de vértices, arestas, faces, a relação de Euler, e identificar poliedros regulares e não regulares de forma prática e lúdica.

#### **Objetivos específicos:**

Explorar a construção de sólidos geométricos de maneira concreta e interativa.

- Compreender e visualizar os conceitos de vértices, arestas e faces;
- Aplicar a Relação de Euler de forma prática e intuitiva;
- Estimular a aprendizagem ativa, a colaboração e o raciocínio espacial;
- Tornar a experiência matemática mais atrativa, lúdica e significativa.

### **3. Competências e Habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**

- **EF09MA12:** Identificar e diferenciar poliedros regulares e não regulares;
- **EF09MA14:** Resolver problemas que envolvam a relação de Euler entre vértices, arestas e faces de poliedros;
- **EF09MA15:** Explorar e reconhecer propriedades de figuras geométricas espaciais.

## 4. Desenvolvimento da Aula

### 1ª Etapa – Introdução Lúdica (10 minutos)

- Quebra-gelo: ao iniciar a aula, mostramos um saquinho com jujubas e palitos e perguntamos: “O que isso tem a ver com matemática?”. Os alunos começaram a dizer: Contagem!, Cores, Números, ..., Geometria! sugerir diferentes ideias, até que revelamos que esses materiais serão usados para construir sólidos geométricos;
- Explicamos, inicialmente, que as jujubas representarão os vértices e os palitos serão as arestas dos poliedros;
- Relacionamos essa construção com a matemática presente no dia a dia, como na arquitetura, na engenharia e até na natureza (colmeias, cristais, moléculas).

### 2ª Etapa – Mão na Massa: Construção dos Poliedros (30 minutos)

- Passo 1: Cada aluno estava com um kit com jujubas e palitos. Então, propus um desafio inicial: construir um triângulo e um quadrado usando esses materiais, para entender a função dos vértices e das arestas;
- Passo 2: Agora, os alunos devem montar sólidos geométricos simples, como o tetraedro (pirâmide triangular) e o cubo, identificando quantos vértices, arestas e faces cada um tem;
- Passo 3: Em pequenos grupos, os estudantes tentam construir poliedros mais complexos, como o prisma de base hexagonal ou um octaedro;
- Durante o processo, circulamos entre os grupos, incentivando a criatividade e questionando:
  - “Quantos vértices vocês têm agora?”
  - “Se adicionarmos mais uma aresta, que forma surge?”
  - “Será que conseguimos construir um sólido mais estável?”

### **3ª Etapa – O Desafio da Relação de Euler (20 minutos)**

- Depois que todos os grupos finalizarem suas construções, cada um preenche uma tabela com o número de vértices (V), arestas (A) e faces (F) dos sólidos construídos;
- O professor introduz a Relação de Euler:  $V - A + F = 2$ ;
- Os alunos são desafiados a aplicar essa relação nos sólidos que criaram;
- Para tornar o momento ainda mais interativo, cada grupo apresenta um de seus poliedros e verifica a relação diante da turma.

### **4ª Etapa – Competição Amigável e Reflexão Final (20 minutos)**

- **Competição Amigável**

- **Qual grupo consegue construir o poliedro mais alto?**

- Introduzimos alguns materiais diferentes para ver como eles afetam a altura e a estabilidade dos poliedros.

- **Qual grupo consegue criar um poliedro inusitado, fora dos padrões comuns?**

- Incentivamos os alunos a pensar “fora da caixa”, talvez se inspirando em poliedros não convencionais, como o estrelado ou o truncado.

- **Qual poliedro foi o mais desafiador de construir?**

- Cada grupo pode explicar as dificuldades encontradas e como resolveram os problemas, promovendo a troca de conhecimentos entre os alunos.

- **Reflexão Final**

- 1. O que foi mais difícil nessa atividade?**

- Discutimos as dificuldades comuns e como elas foram superadas. Isso ajuda a desenvolver habilidades de resolução de problemas.

## 2. Como essa construção ajudou a entender a geometria espacial?

- Solicitamos aos alunos que descrevam como a prática física da construção ajudou na visualização dos conceitos geométricos.

## 3. Como podemos aplicar esse conhecimento na vida real?

- Exploramos aplicações práticas de poliedros em arquitetura, design, engenharia etc. Isso pode tornar o aprendizado mais relevante e interessante para os alunos.

### 5ª etapa: Aplicação em questões de Vestibulares (20min)

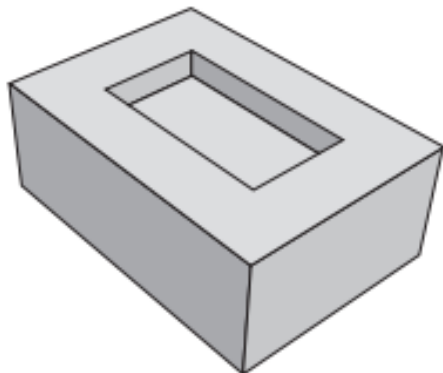
Após a realização da oficina de construção geométrica, na qual os estudantes exploraram conceitos como vértices, arestas e faces, além da relação de Euler, demos continuidade à aula com uma abordagem dinâmica e reflexiva. Durante essa fase, diversas atividades foram propostas, incluindo a resolução de problemas que exigiam a aplicação dos conceitos trabalhados, além de perguntas abertas que incentivaram a análise crítica e a formulação de hipóteses pelos alunos. Esse momento permitiu que eles consolidassem o conhecimento adquirido e ampliassem sua visão sobre a geometria espacial.

Com o objetivo de desafiar os estudantes e conectar a aprendizagem ao contexto das avaliações externas, apresentamos uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionada à temática abordada. O desafio não apenas exigia a aplicação dos conceitos estudados, mas também estimulava a interpretação, a tomada de decisão e a argumentação matemática. Dessa forma, os estudantes foram levados a utilizar a visão sistêmica para solucionar o problema, reforçando a importância da matemática na construção do pensamento lógico e na resolução de situações-problema do mundo real.

A questão utilizada no desafio final: ENEM (2019) – No ano de 1751, o matemático Euler conseguiu demonstrar a famosa relação para poliedros convexos que relaciona o número de suas faces ( $F$ ), arestas ( $A$ ) e vértices ( $V$ ):  $V + F = A + 2$ . No entanto, na busca dessa demonstração, essa relação foi sendo testada em poliedros convexos e não convexos. Observou-se que alguns poliedros não convexos satisfaziam a relação, e outros não. Um exemplo de

poliedro não convexo é dado na figura. Todas as faces que não podem ser vistas diretamente são retangulares.

Figura 6 – Questão do ENEM



Fonte: ENEM (2019).

Qual a relação entre os vértices, as faces e as arestas do poliedro apresentado na figura?

Alternativas

- A**  $V + F = A$
- B**  $V + F = A - 1$
- C**  $V + F = A + 1$
- D**  $V + F = A + 2$
- E**  $V + F = A + 3$

A utilização desse plano evidenciou um grande engajamento dos estudantes em resolver o problema matemático de maneira segura e assertiva. A turma, como um todo, demonstrou entendimento e alegria ao perceber que estavam aprendendo o conteúdo, especialmente porque a resolução no quadro foi apresentada por um aluno que não tinha muita afinidade com a matemática.

## 5. Recursos Didáticos

- Jujubas e palitos de dente;
- Quadro e marcador para registrar a relação de Euler;
- Fichas com desafios de construção de sólidos geométricos;

- Tabela para preenchimento de vértices, arestas e faces.

## 6. Avaliação

- Observação da participação dos alunos e do engajamento na atividade;
- Aplicação correta da Relação de Euler nos sólidos construídos;
- Criatividade na construção dos poliedros;
- Reflexão dos alunos sobre a importância do aprendizado prático.

## 7. Sistemática das Próximas Aulas

### 7.1 - Aulas Invertidas:

- Enviamos, por meio de um grupo de WhatsApp, previamente, aos alunos, vídeos curtos sobre poliedros, a Relação de Euler e figuras geométricas espaciais para que assistam a eles em casa:

<https://youtu.be/UbGevL3sp6U?si=6aR7fgV0KDHR2T1P>

[https://youtu.be/5P\\_Gx4PP2hw?si=DrVaShr4BCyXewHY](https://youtu.be/5P_Gx4PP2hw?si=DrVaShr4BCyXewHY)

- Solicitamos que eles criassem um mapa mental ou um fichamento sobre a teoria estudada no vídeo e registrassem as dúvidas e reflexões para serem discutidas em sala.

### 7.2 Gamificação e Resolução de Problemas (1 aula - 50 minutos):

#### Jogo: "Construtores de Poliedros"

- Organizamos uma competição em que os alunos, em grupos, resolvem problemas de construção de poliedros utilizando materiais lúdicos;
- Cada problema resolvido corretamente acumula pontos e o grupo com mais pontos, ao final da aula, é declarado vencedor;
- Enfatizamos a importância da colaboração e da aplicação prática dos conceitos.

## 8. Feedback da aula:

Essa oficina demonstrou que a matemática criativa pode ser divertida e acessível, tornando conceitos abstratos mais concretos e estimulando a aprendizagem ativa. O uso de jujubas e palitos permitiu que os estudantes visualizassem a estrutura dos poliedros, tornando a relação entre vértices, arestas e faces mais intuitiva.

Além de aprenderem sobre geometria espacial, os alunos desenvolveram trabalho em equipe, criatividade e pensamento crítico, consolidando o aprendizado de forma significativa e prazerosa.

Segue abaixo alguns registros da aula:

Fotografia – Registro da aula



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

No momento de interação, os estudantes deram um feedback positivo com as seguintes frases:

- *Que aula top!*

- *Estou amando o assunto!*
- *Professor, todas as aulas serão assim?*
- *Professor, faz todas as aulas doces!*
- *Agora, eu aprendo Matemática!*
- *Aprender matemática ficou legal!*

Nossa oficina geométrica com jujubas e palitos foi um verdadeiro sucesso! Os estudantes amaram a atividade e o feedback foi extremamente positivo. Ao longo do processo, percebemos como a aprendizagem ativa se fez presente, permitindo que cada aluno construísse seu próprio conhecimento de forma dinâmica e significativa.

Por meio dessa abordagem criativa e envolvente, conseguimos despertar nos alunos uma mentalidade de crescimento, fortalecendo nosso propósito de tornar a matemática mais acessível, dinâmica e conectada à resolução de problemas do mundo real. Mais do que simplesmente ensinar conceitos geométricos, proporcionamos um ambiente onde os estudantes exploraram, erraram, ajustaram estratégias e, acima de tudo, aprenderam de forma concreta e significativa. Foi uma jornada transformadora para todos!

O plano de aula, cuidadosamente elaborado pelo autor, marcou profundamente a trajetória dos alunos, mudando sua percepção sobre a matemática e sua aplicabilidade. Desde o primeiro momento, desafios instigantes e metodologias ativas foram integrados ao processo de aprendizagem, criando uma atmosfera colaborativa e estimulante. Cada aluno, ao se sentir parte desse caminho, pôde enxergar seu próprio potencial e desenvolver uma nova relação com a disciplina. Conceitos que antes pareciam abstratos tornaram-se tangíveis, despertando um interesse genuíno e uma motivação crescente.

Ao manipularem materiais, resolverem problemas contextualizados e enfrentarem desafios progressivos, os estudantes não apenas compreenderam melhor os conteúdos matemáticos, mas também fortaleceram sua autonomia e

confiança. O momento de resolução de uma questão do ENEM foi um divisor de águas: muitos, que antes tinham dúvidas sobre sua capacidade, perceberam que eram plenamente capazes de aplicar o conhecimento adquirido para solucionar problemas de maneira estruturada e eficaz. Essa vivência reforçou neles a ideia de que aprender matemática não é um talento inato, mas um processo construído com esforço, experimentação e persistência.

Os impactos desse plano de aula ultrapassaram os limites da sala de aula. Os estudantes saíram mais seguros, motivados e, acima de tudo, com uma nova visão sobre a matemática. O que antes era visto como um obstáculo transformou-se em um desafio instigante e possível de ser superado, despertando neles o desejo de explorar ainda mais o conhecimento matemático. O verdadeiro sucesso dessa abordagem não foi apenas medido pelos problemas resolvidos corretamente, mas pelo brilho nos olhos de cada aluno ao perceber que aprender matemática pode ser, sim, uma experiência empolgante e

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, ano 33, n.55, p. 1-19, jul./dez., 2009.

BERGMANN, J.; SAMS, A. **Sala de Aula Invertida**: uma metodologia ativa de aprendizagem. Rio de Janeiro: LTC, 2016.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso; São Paulo: Instituto Sidarta, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Departamento de Educação Básica. **Currículo Nacional do Ensino Básico**: competências essenciais. [Brasília]: [S. n.], [2001].

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC, 1999.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 33-116, 1986.

CÂMARA, M. J. **Matemática e cotidiano**: uma abordagem histórica. São Paulo: Editora Acadêmica, 2018.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**: del saber sabio al saber enseñado. Argentina: La Pensée Sauvage, 1991.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar Matemática hoje? Temas e debates. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, [S. l.], ano 2, v. 1, n. 2, p. 15–19, 1989.

ERVYNCK, M. **Matemática e pensamento sistêmico**. São Paulo: Editora ABC, 1991.

FRASSATO, V. A. **Aprendizagem de Matemática**: obstáculos e fatores auxiliares. 2012. São José do Rio Preto: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, 2012.

FRASSATTO, V. A. **Aprendizagem de matemática**: obstáculos e fatores auxiliares. 2012. Monografia (Licenciado em Matemática) – Universidade Estadual Paulista Julio Mesquita de Filho. São José do Rio Preto, 2012.

FREIRE, P. **A educação na cidade**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1999.

GLASSER, W. **Teoria da escolha**. Rio de Janeiro: BestSeller, 2022.

**GLASSER, W. Teoria da escolha**: uma nova psicologia de liberdade pessoal. São Paulo: Mercuryo Jovem, 2001.

GLASSER, W. **A teoria da escolha**: como criar uma escola que funciona para todos. Rio de Janeiro: BestSeller, 1998.

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em Matemática e motivação em Matemática de alunos do ensino médio**. 2007. Tese (Doutorado em Psicologia) – Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

MACHADO, N. J. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias, jogo, poesia. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

MENTALIDADES MATEMÁTICAS. 2023. Disponível em:  
<https://mentalidadesmatematicas.org.br/por-que-e-tao-importante-saber-matematica/>.  
[Acesso em: 27 out. 2024.](#)

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1995.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. São Paulo: Editora BestSeller, 2022.

PORTILHO, E. **Como se aprende?** Estratégias, estilos e metacognição. 2. ed. Rio de Janeiro: WAK Editora, 2011.

SANTANA, M. E. L. **Ensino híbrido e o processo de aprendizagem na sala de aula invertida amparados pelas tecnologias digitais**: análise de experiência no ensino médio. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2020.

SCHMITZ, E. X. S. **Sala de Aula Invertida**: uma abordagem para combinar metodologias ativas e engajar alunos no processo de ensino-aprendizagem. 2016. Dissertação (Mestrado em Tecnologias Educacionais em Rede) – Universidade Federal de Santa Maria, 2016.

SCHNEIDERS, L. A. **O método da sala de aula invertida**. Lajeado: Editora da Univates, 2018.

SENGE, P. M. **A Quinta Disciplina: a arte e a prática da organização que aprende**. Rio de Janeiro: BestSeller, 2022.

SILVA, J. A. F. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática**: algumas considerações. 2005. Monografia (Graduação em Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

SMOLE, K.; DINIZ, I. **Educação matemática**: desafios e perspectivas. São Paulo: Editora Educação, 2007.

STOICA, A. Using math projects in teaching and learning. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, [S. l.], v. 180, p. 702-708, 2015.