UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional

O Uso do Tangram no Ensino de Matemática

Mary Anne Gildo

PROFMAT

Rio Claro/SP
2025

Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho"
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

Mary Anne Gildo

O Uso do Tangram no Ensino de Matemática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional.

Orientadora
Profa. Dra. Eliris Cristina Rizziolli

Rio Claro/SP
2025

G469u

Gildo, Mary Anne
O uso do Tangram no ensino de Matemática / Mary Anne Gildo. -- Rio Claro, 2025
186 p. : il., tabs., fotos

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientadora: Eliris Cristina Rizziolli

1. Matemática. 2. Tangram. 3. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). 4. Currículo Paulista. 5. Unidades temáticas: números, geometria e grandezas e medidas. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Dados fornecidos pelo autor(a).

Impacto potencial desta pesquisa

Ao abordar o tema Tangram nas aulas de matemática, esta dissertação busca contribuir de forma significativa para que os professores reflitam sobra suas práticas pedagógicas, oferecendo novas perspectivas acerca do desenvolvimento das habilidades previstas na BNCC (Base Nacional Comum Curricular) em sala de aula. Espera-se que este estudo não apenas amplie o conhecimento acadêmico, mas também se torne uma referência para a prática pedagógica de futuros professores de matemática.

Potential impact of this research

When addressing the topic of Tangram in math classes, this dissertation aims to make a significant contribution by encouraging teachers to reflect on their pedagogical practices, offering new perspectives on the development of the skills outlined in the BNCC (National Common Curricular Base) in the classroom. It is expected that this study will not only expand academic knowledge but also serve as a reference for the pedagogical practice of future math teachers.

Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho"
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

Mary Anne Gildo

O Uso do Tangram no Ensino de Matemática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Câmpus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática em Rede Nacional.

Comissão Examinadora

Prof. Dra. Eliris Cristina Rizziolli
IGCE - UNESP/Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Aldicio José Miranda
UFU - Uberlândia (MG)

Prof. Dra. Marta Cilene Gadotti
IGCE - UNESP/Rio Claro (SP)

Conceito: Aprovado

Rio Claro (SP), 17 de dezembro de 2025

Dedico esse trabalho ao meu esposo Tiago, meus filhos Tainá e Cauê por todo suporte e paciência durante meu mestrado e aos meus pais Manoel e Cida por todo o amor e ensinamento que me deram até aqui.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, que me deu força e sabedoria para enfrentar todos os desafios. Agradeço também ao meu esposo Tiago Foltran, meus filhos Tainá Foltran e Cauê Foltran pela paciência, pelo amor incondicional e todo o apoio ao longo dessa caminhada. Um agradecimento especial a minha orientadora Eliris Cristina Rizziolli, cuja orientação foi fundamental para a realização desse trabalho. Agradeço imensamente aos amigos que o PROFMAT me deu, por toda a ajuda, toda a conversa e muita paciência porque, sem eles, a jornada teria sido muito mais difícil. Agradeço também a todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Profissional - PROFMAT que me proporcionaram um ensino de qualidade. Por fim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste projeto.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"A matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o Universo"
Galileu Galilei

Resumo

Esta dissertação aborda o uso do Tangram como recurso pedagógico nas aulas de matemática, com o propósito de analisar suas contribuições para o desenvolvimento das habilidades estabelecidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Currículo Paulista. Para isso, foram aplicadas atividades práticas utilizando o Tangram, realizadas em aulas de matemática em uma escola estadual, localizada na cidade de Leme/SP, com turmas dos 6º, 7º, 8º e 9º anos. A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, englobando a aplicação das atividades e a observação do desenvolvimento dos alunos durante sua realização.

Palavra-chave: Tangram, matemática, geometria, BNCC, Currículo Paulista.

Abstract

This dissertation addresses the use of Tangram as a pedagogical tool in math classes, with the purpose of analyzing its contributions to the development of the skills outlined in the National Common Curricular Base (BNCC) and the São Paulo Curriculum. To achieve this, practical activities using Tangram were carried out in math classes at a state school located in the city of Leme/SP, with 8th and 9th grade classes. The research adopted a qualitative approach, including the application of the activities and the observation of the students' development during their execution.

Keyword: **Keywords:** . Tangram, mathematics, geometry, BNCC, São Paulo Curriculum.

Lista de Figuras

Sumário

1 Introdução

Nós, professores, enfrentamos críticas relacionadas às metodologias de ensino, sendo frequentemente acusados de falta de criatividade, de transmitir o conteúdo de maneira acelerada e sem a devida adaptação. No entanto, ao analisarmos o Currículo Paulista e as habilidades que devem ser abordadas ao longo dos bimestres, é possível compreender as dificuldades enfrentadas na prática. Apenas quem está em sala de aula, lidando com turmas de 30 a 40 alunos, é capaz de perceber as complexidades envolvidas nesse processo.

Muitas habilidades precisam ser trabalhadas em um período relativamente curto, sem levar em consideração fatores como as defasagens de aprendizagem decorrentes da pandemia, as diferenças de níveis de aprendizado dentro da mesma sala de aula e o desinteresse de parte dos alunos, causado por diversas razões. Diante desse contexto, muitas vezes nos deparamos sem saber como proceder. Quando tentamos adotar abordagens diferenciadas e fugir do modelo tradicional, não conseguimos cobrir todo o conteúdo exigido para o bimestre, o que nos coloca em uma posição difícil. Assim, somos constantemente pressionados por cobranças e metas a cumprir, mas as exigências do Currículo Paulista permanecem inalteradas, tornando o desafio ainda maior.

Como professora de Matemática há 17 anos em escolas públicas estaduais na cidade de Leme/SP, observo que a disciplina nem sempre é bem recebida pelos alunos. A cada novo ano letivo, com turmas distintas, as desculpas permanecem as mesmas: a Matemática é considerada complicada, difícil de entender, e questiona-se sua relevância. Esse cenário cria, desde o início do ano, uma barreira para o ensino da Matemática.

Por essa razão, este trabalho propõe o uso do Tangram como uma abordagem diferenciada para o ensino de Matemática, uma vez que essa ferramenta permite o desenvolvimento de diversas habilidades de forma eficiente e com um número reduzido de aulas. Além disso, o Tangram possibilita o trabalho com temas como números, geometria e grandezas e medidas.

Em alinhamento com a natureza profissional do PROFMAT e em atendimento às diretrizes para o Trabalho de Conclusão, o Produto Educacional desta pesquisa consiste na elaboração de uma sequência didática e de um conjunto de atividades com o Tangram, destinadas ao Ensino Fundamental II (6º ao 9º ano), bem como atividades complementares, as quais estão detalhadas e formalizadas no Apêndice B desta dissertação. A opção por desenvolver o trabalho exclusivamente no Ensino Fundamental II justifica-se pelo fato de que a instituição onde leciono e onde a pesquisa foi realizada é uma Escola Estadual de Ensino Fundamental II, contexto no qual, durante o ano de 2025, foram aplicadas as atividades propostas.

A escola está localizada nas proximidades do centro da cidade de Leme/SP, atendendo majoritariamente estudantes pertencentes a famílias de renda média.

Com o intuito de fundamentar a proposta deste trabalho, serão apresentados os documentos oficiais, tais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Paulista do Ensino Fundamental.

O segundo capítulo deste trabalho é dedicado à contextualização histórica do Tangram, fundamentada principalmente na obra The Tangram Book, de Jerry Slocum, publicada em 2003. Por tratar-se de aspectos históricos desse material, o capítulo também pode ser compartilhado em aulas de Matemática como ferramenta pedagógica, uma vez que, em geral, o conhecimento prévio dos estudantes limita-se a lendas.

No terceiro capítulo, são apresentados os documentos que estabelecem diretrizes para o Ensino Fundamental II, etapa de ensino que constitui o foco deste estudo, a saber: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Paulista.

O quarto capítulo será dedicado ao estudo do Tangram, a descrição de suas principais características e a análise de seu potencial pedagógico no ensino de Matemática. Serão estabelecidas conexões entre as habilidades previstas para os anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e as atividades que podem ser desenvolvidas com o uso do Tangram ao longo do ano letivo, além da apresentação de planos de aula correspondentes a cada atividade proposta. Nesse capítulo, as atividades destinadas ao 6º ano contemplam os conteúdos de números racionais na forma decimal, plano cartesiano, polígonos e ângulos; as atividades do 7º ano abordam os conteúdos de números racionais, reta numérica, construção de triângulos e área de figuras planas; no 8º ano, são trabalhados os conteúdos de propriedades dos quadriláteros, mediatriz e bissetriz, bem como área de figuras planas; e, no 9º ano, os conteúdos explorados são semelhança de triângulos, relações métricas no triângulo retângulo e distância entre dois pontos.

No quinto capítulo, serão apresentados exemplos práticos de aplicação em sala de aula, incluindo a descrição das atividades implementadas em cada série do Ensino Fundamental II, bem como os registros produzidos pelos alunos durante sua realização.

O sexto capítulo será destinado à apresentação e análise dos resultados observados durante a aplicação das atividades descritas no quinto capítulo.

Por fim, as considerações finais evidenciarão as contribuições desta abordagem para o ensino da Matemática, bem como indicarão possíveis direções para investigações futuras.

Todas as fotografias das atividades desenvolvidas em sala de aula foram registradas pela autora deste trabalho. Da mesma forma, as figuras apresentadas no capítulo 2 foram extraídas da obra The Tangram Book, de Jerry Slocum[1], motivo pelo qual não apresentam indicação de fonte.

[1]Fonte: SLOCUM, J.; BOTERMANS, J. The Tangram Book: The Story of the Chinese Puzzle with Over 2000 Puzzles to Solve. New York: Sterling Publishing, 2004. ISBN 9781402702626

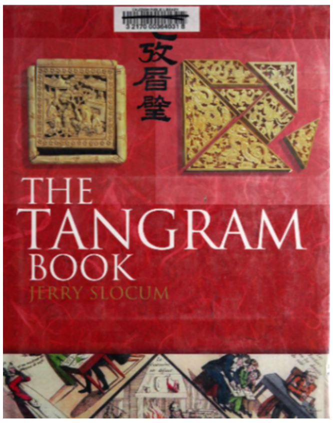
2 A História do Tangram e suas curiosidades

O Tangram é um quebra-cabeça de rearranjo bidimensional obtido a partir de um quadrado cortado em sete peças denominadas tans. Essas peças podem ser reorganizadas de inúmeras maneiras, possibilitando a construção de milhares de figuras distintas, como representações de pessoas em movimento, animais, letras do alfabeto, formas geométricas e elementos do mundo que nos cercam. Além disso, os sete polígonos que o compõem são amplamente utilizados em atividades de ensino da Matemática.

Existem diversas versões e lendas sobre o quebra-cabeça Tangram. Uma delas afirma que o termo "tangram" tem origem em "Tchi Tchiao Pan", que pode ser traduzido como "Sete Peças da Sabedoria", sugerindo um possível propósito religioso ou místico, no qual as sete peças seriam utilizadas para representar o mundo (Pires et al., 2007). Uma segunda versão é o significado da palavra tangram; o termo "tan" pode estar relacionado à dinastia Tang (618-906), um período de grande prosperidade e desenvolvimento cultural na China, enquanto "gram" faria referência a algo desenhado ou escrito, de maneira análoga ao conceito de diagrama (Diniz et al., 2006). Uma das lendas mais conhecidas sobre o Tangram é a de que um sábio chinês foi incumbido de levar uma placa de jade ao Imperador, mas, no meio do caminho, ele tropeçou e deixou cair a placa, que se partiu em sete pedaços geometricamente perfeitos. O sábio então tentou recompor a placa e, a cada tentativa, surgia uma nova figura.

Embora muitas informações sobre o Tangram se baseiem em lendas, o livro The Tangram book (O livro Tangram), de Jerry Slocum (Figura 2.1), apresenta um panorama detalhado e histórico sobre esse quebra-cabeça, amplamente conhecido e utilizado em todo o mundo, contendo mais de 2.000 quebra-cabeças para serem resolvidos.

Figura 2.1: Livro: The Tangram Book, de Jerry Slocum



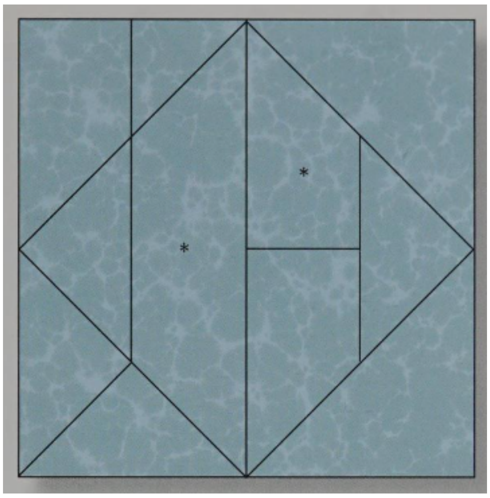
Jerry Slocum, historiador e colecionador de quebra-cabeças, publicou em 2003 este como seu quinto livro sobre o tema quebra-cabeças. Sua busca incansável por uma história autêntica do Tangram levou-o a percorrer o mundo, explorando bibliotecas, museus, coleções particulares e outros arquivos. Com base em sua obra, será apresentada uma abordagem mais aprofundada sobre a trajetória histórica do Tangram, bem como a apresentação de algumas de suas curiosidades.

Apesar da existência de outros quebra-cabeças de rearranjo, tanto anteriores quanto posteriores, o Tangram destacou-se como o mais popular por reunir peças simples, como triângulos (dois pequenos, um médio e dois grandes), um quadrado e um paralelogramo, que possibilitam a formação de configurações elegantes e interessantes. Os problemas (figuras formadas com as peças do Tangram) costumavam ser apresentados em livros ou cartões que acompanhavam o Tangram, embora também seja possível criar novas figuras de acordo com a criatividade do jogador.

O termo chinês que designa o Tangram é Ch'i ch'ih t'u, traduzido como "Sete planos engenhosos" ou "Sete peças inteligentes".

Segundo a enciclopédia chinesa Chung-ku, o Tangram é descrito como uma transformação dos desenhos de mesa de banquete da dinastia Sung e das mesas em formato de asa de borboleta da dinastia Ming. Essas mesas eram utilizadas para entreter os convidados em festas, podendo ser deslocadas e agrupadas de diferentes maneiras para compor variadas formas, envolvendo desde poucos até várias dezenas de participantes. A Figura 2.2 apresenta o design da mesa asa de borboleta.

Figura 2.2: Design de mesas asa de borboleta



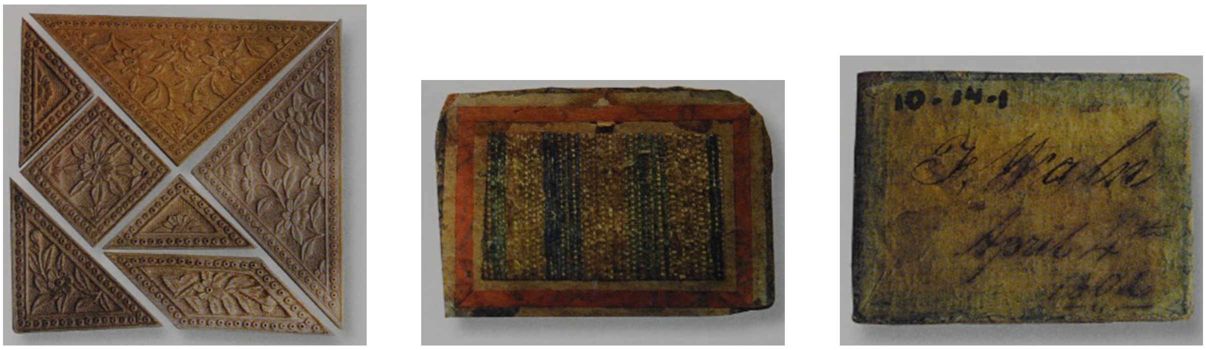
O texto a seguir aborda a origem do jogo, conforme descrito na enciclopédia chinesa Chung-ku:

> Durante o reinado de Chia-ch 'ing (1796-1820), no início da dinastia Ch'ing, um jogo chamado Tangram foi criado por Yang-cho-chú-shih (Recluso Estúpido). Ele escreveu e publicou um livro sobre isso e logo o Tangram se tornou muito popular. Os tangrams podem ser feitos usando tábuas finas de madeira, papelão, papel ou peças de cerâmica. Quando as sete peças são combinadas, elas formam um quadrado. Quando são separadas, as peças podem ser usadas para formar diferentes tipos de formas e desenhos. É um ótimo jogo para estimular a imaginação e a criatividade de uma criança.

O título Chì chiao t'u (Imagens Usando Sete Peças Inteligentes) é reconhecido através da literatura chinesa como a primeira obra a apresentar figuras de problemas do Tangram. O autor assinou sob o pseudônimo Yang-cho-chú-shih (Recluso Estúpido) e estima-se que a compilação tenha ocorrido entre 1796 e 1820, embora nenhuma cópia da obra seja conhecida.

A primeira data registrada do Tangram é indicada por uma inscrição manuscrita em uma caixa de papelão revestida de seda, que continha um Tangram de marfim dado a Francis Waln (Figura 2.3), filho de Robert e Phebe Waln, em 4 de abril de 1802. Robert Waln foi um destacado armador e importador na Filadélfia, com participação financeira em pelo menos doze navios que operavam no comércio com Cantão e China, e exerceu mandato no Congresso dos EUA entre 1798 e 1801. O quebra-cabeça encontra-se atualmente em um museu na região da Filadélfia.

Figura 2.3: Tangram de Francis Waln



O mais antigo registro conhecido de uma obra chinesa de Sang-hsia-k'o (Convidado sob a amoreira) sobre o Tangram, ainda preservado (Figura 2.4), remonta ao ano de 1815.

Figura 2.4: Livro de Tangram chinês mais antigo ainda existente

Os primeiros livros chineses sobre o Tangram, em geral, não apresentavam data de publicação. Nenhum exemplar chinês original datado de 1813 foi identificado na China, no Japão, na Inglaterra, na Europa ou nos Estados Unidos. Entretanto, uma réplica do livro chinês original de 1813 (Figura 2.5), preservando a capa, o texto e 130 problemas, foi descoberta em Luan-ts'ui-chü, no Japão a qual foi publicada em 1839.

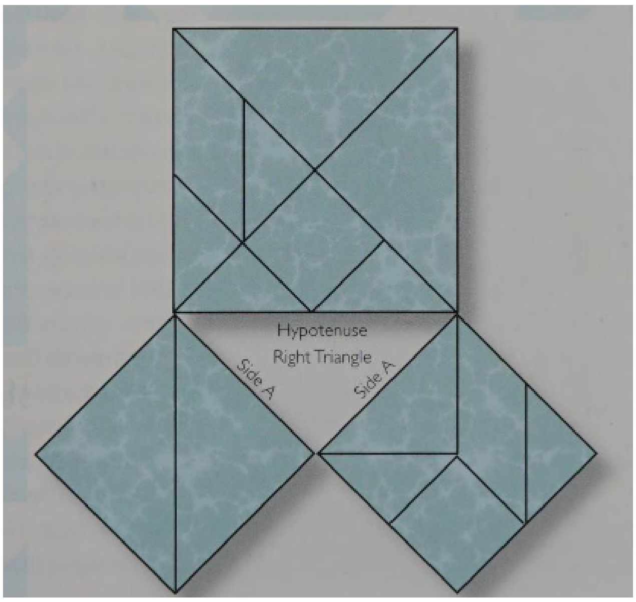
Figura 2.5: Réplica publicada no Japão do livro Tangram chinês de Sang-hsia-k'o, 1813

Algumas curiosidades sobre o Tangran

Não há evidências de que o Tangram tenha sido inventado ou utilizado por matemáticos chineses antigos. Entretanto, o método de dissecar uma figura e reorganizar suas partes para formar novas figuras era uma prática comum na matemática chinesa do século III d.C.. Tal abordagem constitui uma das raízes culturais chinesas que possivelmente influenciou a invenção do Tangram muitos séculos mais tarde.

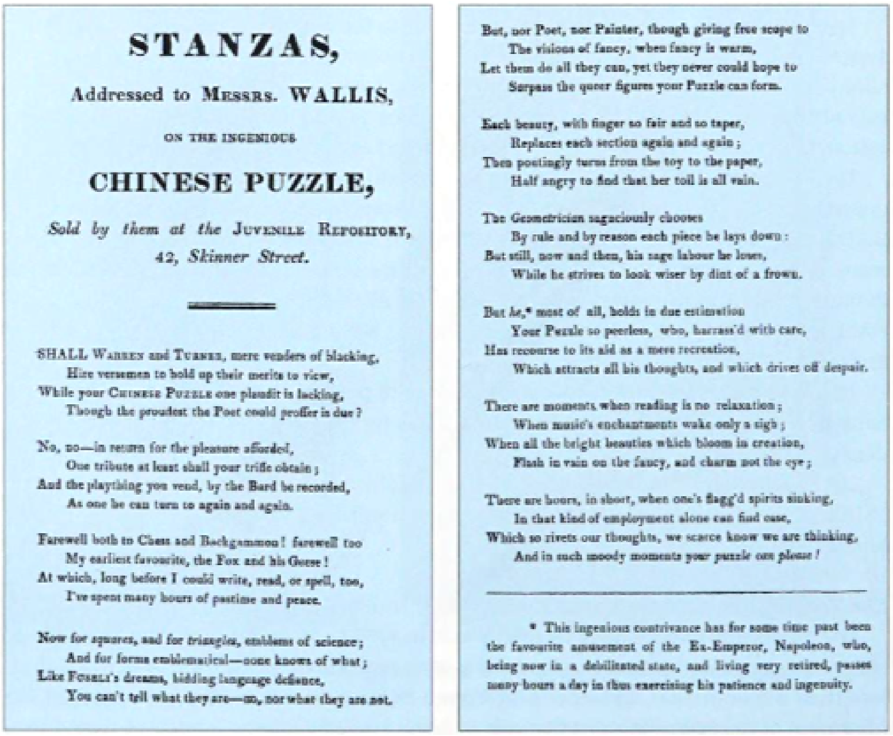
As primeiras demonstrações do teorema de Pitágoras na China utilizavam um método de dissecação, no qual dois quadrados menores, confeccionados em madeira (ou possivelmente papelão), eram cortados e reorganizados para formar um quadrado maior. Essa mesma abordagem geométrica pode ser aplicada na manipulação das peças do Tangram, evidenciando a relação entre a dissecação geométrica e o desenvolvimento de figuras matemáticas (Figura 2.6).

Figura 2.6: Teorema de Pitágoras com o Tangram



Outra curiosidade relacionada ao Tangram encontra-se em alguns livros publicados sobre esse tema. O livro The Fashionable Chinese Puzzle, publicado por John Wallis em 1817, registra o interesse de Napoleão Bonaparte pelo quebra-cabeça em um verso, acompanhado de nota de rodapé de um poema intitulado Stanzas (Figura 2.7), que afirmava que o Tangram era o divertimento favorito de Napoleão, que foi preso em Santa Helena[1]. Outras publicações de livros de quebra-cabeças chineses, lançadas em 1817 na América e na Suíça e em 1818 na Alemanha, Holanda e Dinamarca, também mencionam a curiosidade de Napoleão pelo Tangram, evidenciando a ampla difusão e notoriedade do quebra-cabeça na época.

Figura 2.7: Poema Stanzas



STANZAS,

Addressed to Messrs. WALLIS,

ON THE INGENIOUS

CHINESE PUZZLE,

Sold by them at the Juvenile Repository,
42, *Skinner Street.*

SHALL Warren and Turner, mere venders of blacking,
Hire versemen to hold up their merits to view,
While your Chinese Puzzle one plaudit is lacking,
Though the proudest the Poet could proffer is due?

No, no—in return for the pleasure afforded,
One tribute at least shall your trifle obtain;
And the plaything you vend, by the Bard be recorded,
As one he can turn to again and again.

Farewell both to Chess and Backgammon! farewell too
My earliest favourite, the Fox and his Geese!
At which, long before I could write, read, or spell, too,
I've spent many hours of pastime and peace.

Now for *squares*, and for *triangles*, emblems of science;
And for forms emblematical—none knows of what;
Like Fuseli's dreams, bidding language defiance,
You can't tell what they are—no, nor what they are not.

But, nor Poet, nor Painter, though giving free scope to
The visions of fancy, when fancy is warm,
Let them do all they can, yet they never could hope to
Surpass the queer figures your Puzzle can form.

Each beauty, with finger so fair and so taper,
Replaces each section again and again;
Then pettingly turns from the toy to the paper,
Half angry to find that her toil is all vain.

The Geometrician sagaciously chooses
By rule and by reason each piece he lays down:
But still, now and then, his sage labour he loses,
While he strives to look wiser by dint of a frown.

But *he*,* most of all, holds in due estimation
Your Puzzle so peerless, who, harrass'd with care,
Has recourse to its aid as a mere recreation,
Which attracts all his thoughts, and which drives off despair.

There are moments when reading is no relaxation;
When music's enchantments wake only a sigh;
When all the bright beauties which bloom in creation,
Flash in vain on the fancy, and charm not the eye;

There are hours, in short, when one's flagg'd spirits sinking,
In that kind of employment alone can find ease,
Which so rivets our thoughts, we scarce know we are thinking,
And in such moody moments *your puzzle can please!*

* This ingenious contrivance has for some time past been the favourite amusement of the Ex-Emperor, Napoleon, who, being now in a debilitated state, and living very retired, passes many hours a day in thus exercising his patience and ingenuity.

Embora se saiba que Napoleão Bonaparte possuía um conjunto de Tangram, não há evidências que comprovem que esse quebra-cabeça fosse, de fato, um de seus passatempos favoritos. Assim, é plausível que a narrativa sobre o Tangram como o entretenimento preferido de Napoleão tenha surgido a partir da distorção de algum evento real. Também se considera a possibilidade de que essa história tenha sido criada por John Wallis com o propósito de promover a venda de seus livros e quebra-cabeças.

Atualmente, o Château de Bois-Préau integra o Museu Nacional dos Castelos de Malmaison e Bois-Préau, instituição dedicada à preservação da memória do Primeiro Império e de Napoleão Bonaparte, onde se encontra o Tangram atribuído a Napoleão. A imagem apresentada na Figura 2.8 ilustra Dic Sonneveld[2] e Jerry Slocum examinando o referido objeto.

[1]Napoleão Bonaparte foi exilado pelos britânicos na ilha de Santa Helena após sua derrota na Batalha de Waterloo, em 1815. Durante os seis anos seguintes, permaneceu sob vigilância da Marinha Britânica nesse território isolado, onde viveu até seu falecimento, ocorrido em 1821.

[2]Dic Sonneveld foi uma das pessoas que ajudaram Slocum na pesquisa incansável sobre o Tangram; ele trabalhava na Universidade de Leiden. Leu muitos livros franceses a respeito de Napoleão no exílio, além de buscar muitas outras abordagens para encontrar algo sobre o Tangram.

Figura 2.8: Dic Sonneveld e Jerry Slocum examinando o Tangram de Napoleão Bonaparte.

Também como curiosidade, em 1997, as Antilhas Holandesas[3] emitiram uma série de doze selos postais (Figura 2.9), cada um ilustrando uma figura do horóscopo chinês composta a partir das sete peças do Tangram.

Figura 2.9: Selos das Antilhas Holandesas

[3] As Antilhas Holandesas foram um antigo território autônomo do Reino dos Países Baixos no Caribe, dissolvido oficialmente em 2010.

Em maio de 2000, a Finlândia emitiu uma folha de selos (Figura 2.10) na qual as sete peças do Tangram foram utilizadas para representar imagens relacionadas à educação científica.

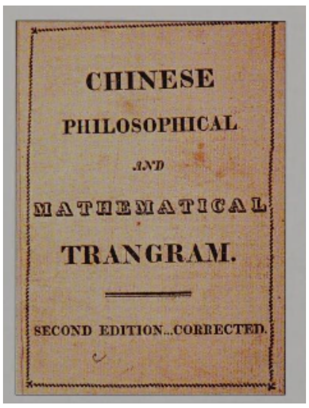
Figura 2.10: Selos da Finlândia

Essas informações constituem algumas das curiosidades apresentadas na obra mencionada. A seguir, aborda-se a origem da denominação Tangram.

Diversas pesquisas foram realizadas com o objetivo de investigar a origem do termo tangram. O lexicógrafo e editor do Oxford English Dictionary, Sir James Murray, juntamente com seu filho, professor em uma instituição de ensino superior chinesa, empenhou-se em rastrear a palavra. Ambos consideravam que a palavra tangram teria derivado da junção do termo chinês I'ang (que significa "chinês") e da terminação em inglês gram, algo desenhado como em diagrama.

É particularmente instigante o emprego do termo "Trangram" no título do primeiro livro sobre o Tangram publicado nos Estados Unidos, intitulado Chinese Philosophical and Mathematical Tran-gram, autoria de James Coxe, 1817 (Figura 2.11). A semelhança fonética entre Trangram e a denominação posteriormente consagrada, Tangram, é notável. Trangram significa "uma coisa estranha e intrincadamente planejada", tendo sido considerado um vocábulo obsoleto em 1817. Entretanto, o termo ainda foi utilizado anteriormente no título de um periódico publicado na Filadélfia, entre 1809 e 1810, denominado The Trangram, or Fashionable Trifler, que teve apenas três edições. Essa revista reunia ensaios de caráter espirituoso e não possuía relação com quebra-cabeças. Contudo, é plausível que Coxe, sendo um colecionador de livros, tenha tido contato com a publicação, o que possivelmente influenciou sua escolha pelo uso do termo no título de sua obra.

Figura 2.11: Primeiro livro de Tangram Americano por James Coxe - Trangram



CHINESE

PHILOSOPHICAL

AND

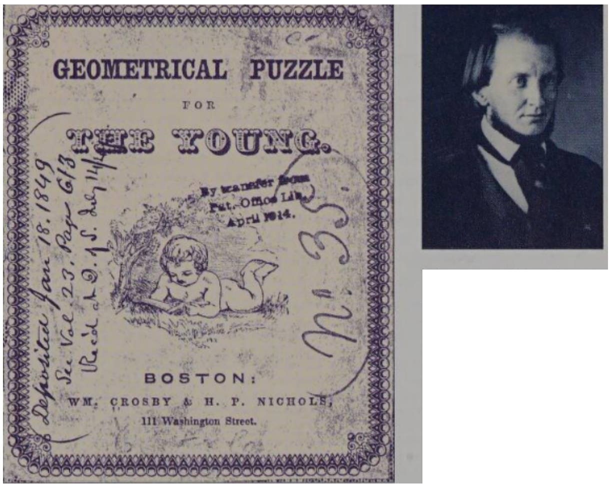
MATHEMATICAL

TRANGRAM.

SECOND EDITION...CORRECTED.

A identificação do termo “Tangram” impresso em 1848, no livro (Figura 2.12) Geometrical Puzzle for the young (Quebra-cabeça Geométrico para Jovens), dezesseis anos antes de sua inclusão em qualquer dicionário, motivou a investigação sobre o Reverendo Thomas Hill e seu emprego da palavra Tangram em um período tão precoce.

Figura 2.12: Geometrical Puzzle for the young, Thomas Hill



Thomas Hill, após dedicar-se ao estudo das línguas clássicas em preparação para sua entrada em Harvard, graduou-se em 1843, alcançando a segunda colocação de sua turma e obtendo destaque notável na área da matemática. Em 1862, assumiu a presidência da Universidade de Harvard. Reconhecido por sua inventividade, ele criou diversos jogos e brinquedos científicos. Ele foi descrito como “um dos estudiosos e educadores mais estimados e reconhecidos da geração atual, além de um dos matemáticos mais dedicados de seu tempo”.

Ao longo de sua carreira, publicou numerosos artigos e livros posteriores a 1848, nos quais descreveu e recomendou o uso do Tangram chinês como recurso pedagógico no ensino de geometria para crianças.

A publicação de diversos artigos de Thomas Hill no The American Journal of Education, em 1859, teve um papel particularmente relevante na difusão do termo Tangram em âmbito internacional. Nos textos, Hill recomendava o uso do Tangram como recurso didático para o ensino de geometria, o que se insere no contexto inicial de uma tendência educacional voltada à utilização de objetos concretos no processo de aprendizagem.

Dois anos mais tarde, em 1861, foi publicado um importante livro no campo da educação, Primary Object Lessons (Lições de Objetos Primários), de Norman Allison Calkins. Nessa obra, o autor faz referência direta aos artigos de Hill, inclui uma ilustração da dissecação do Tangram, orienta sobre sua aplicação pedagógica e menciona a existência de um livro com 300 figuras de problemas já disponíveis à época. Primary Object Lessons alcançou expressiva repercussão, chegando a quarenta edições em apenas duas décadas e sendo traduzida para diversos idiomas. A obra foi amplamente utilizada nos Estados Unidos, na Europa e na América do Sul, consolidando-se como um marco na propagação do uso educacional do Tangram.

Segundo Slocum, o termo Tangram provavelmente foi criado por um norte-americano em algum momento posterior a 1847 e anterior a 1864. Essa hipótese fundamenta-se no fato de não haver registros impressos anteriores à edição de 1864 do American Dictionary, de Noah Webster, que foi o primeiro a incluir a palavra Tangram. Nesse verbete, o dicionário menciona que “o quebra-cabeça era agora frequentemente usado em escolas primárias como meio de instrução”.

Será apresentada, a seguir, uma retrospectiva histórica de algumas das principais obras sobre o Tangram publicadas em diferentes países, iniciando-se pela China, diversas obras sobre o Tangram foram publicadas, muitas das quais constituíam reproduções ou adaptações de edições anteriores sendo as mais relevantes publicadas entre os anos de 1813 e 1816. Entretanto, outras publicações de grande importância surgiram nas décadas de 1850 e 1860, bem como no início do século XX, contribuindo para a continuidade e a ampliação do interesse por esse tema. Entre elas, destacam-se:

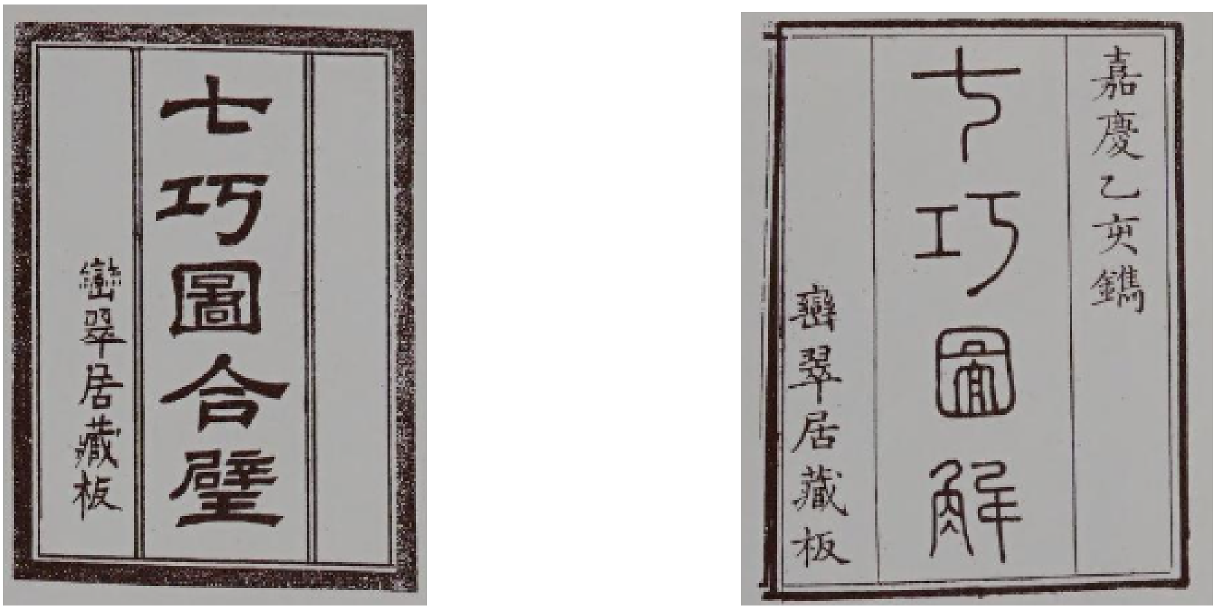
- Ch’i chiao t’u (Imagens Usando Sete Peças Inteligentes), de Yang-cho-chú-shih (Recluso Estúpido), datado entre 1796 e 1820, foi mencionado anteriormente neste trabalho. Trata-se de um livro que se perdeu antes de 1815.

- Ch’i ch’iao tu ho pi (Livro Harmoniosamente Combinado de Sete Peças Inteligentes), de Sang-hsia-k’o (Convidado sob a Amoreira), publicado em 1813. Uma réplica desta obra foi publicada no Japão, em 1839, conforme mencionado e ilustrado (Figura 2.5) anteriormente.

- Ch’i ch’lao t’u ho pi (Livro de problemas de Tangram combinados harmoniosamente), volume complementar da obra mencionada anteriormente, publicado em 1815.

- Ch’i ch’iao t’u chieh (Soluções do Tangram), de Sang-hsia-k’o (Convidado sob a Amoreira), publicadas em Luan-ts’ui-chū em 1815, constituem o primeiro par de livros chineses amplamente distribuídos. Essa edição seguiu o livro de problemas de Sang-hsia-k’o, Ch’i ch’iao tu ho pi (Livro Harmoniosamente Combinado de Problemas de Tangram), e seu volume complementar de soluções (Figura 2.13).

Figura 2.13: Livros Ch’i ch’iao tu ho pi e Chi ch’iao t’u chieh, 1815



Duas edições desses livros, reunindo um total de 334 problemas, foram publicadas e posteriormente exportadas para o Ocidente, abrangendo a Inglaterra, a Europa continental e a América, dando início à popularização do Tangram, que rapidamente se disseminou.

- Ch’i ch’iao hsin p’u (Novas Figuras do Tangram), de autoria de Shan-chiao (Lenhador da Montanha), também foi publicado pela primeira vez em 1815. O autor acrescentou aproximadamente 200 novos problemas de sua própria criação em relação ao livro de Sang-hsia-k'o (Convidado sob a Amoreira).

Em 1817, a crescente popularidade do quebra-cabeça chinês na Europa, na Inglaterra e na América gerou um amplo mercado para versões destinadas à exportação. Os artesãos chineses passaram a produzir e exportar grandes quantidades de conjuntos de Tangram confeccionados em marfim esculpido, acondicionados em caixas igualmente ornamentadas, bem como conjuntos de madrepérola esculpida em caixas de madeira. Além disso, foram comercializados Tangrams de vidro e madeira, juntamente com um número limitado de livros de problemas e soluções de elevada sofisticação, cujas capas de marfim e madrepérola apresentavam elaboradas esculturas. Alguns desses exemplares incluíam, inclusive, páginas de seda e marfim (Figura 2.14).

Figura 2.14: Tangram com páginas de seda e capa de marfim

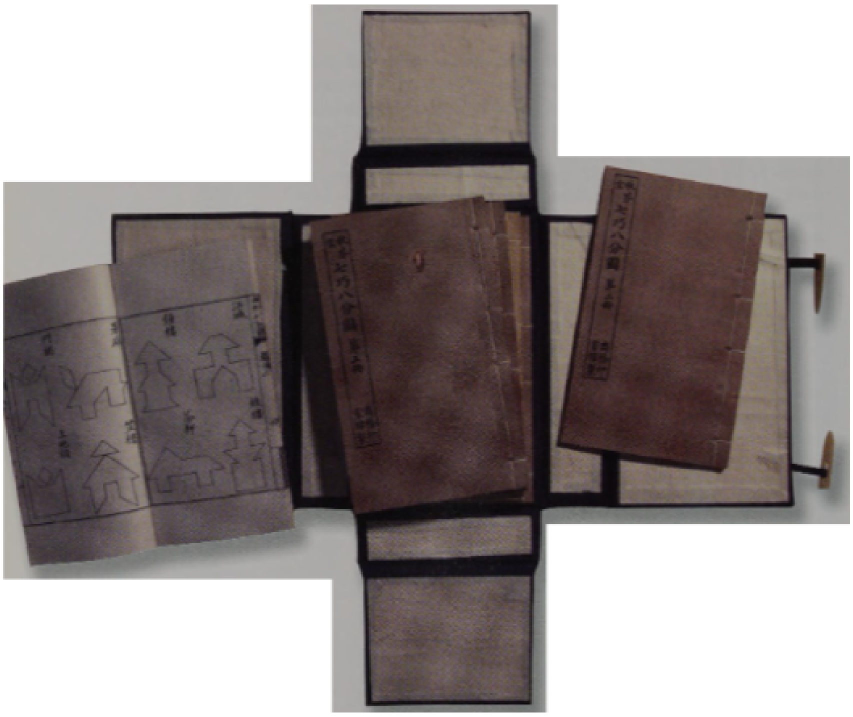
- No ano de 1858 um conjunto composto por oito volumes (Figura 2.15), de autoria de Fan Yen-Jen, reunindo 789 problemas e respectivas soluções do Tangram, dos quais 343 eram novos.

Figura 2.15: Oito livros chineses de Fan Yen-Jen

- Também em 1858, foi publicado um conjunto de seis volumes cuja autora, uma mulher, utilizava o pseudônimo Chien-Yün-chi (Sala de Fragrâncias de Outono). A obra

(Figura 2.16) contemplava mais de 1.700 problemas, dos quais 730 eram inéditos, organizados em 16 capítulos.

Figura 2.16: Seis livros de Chien-Yün-chi



- Ch'i ch'iao t'u shuo (Descrição de Imagens Usando Sete Peças Inteligentes), de Chu-hu Chou Po Hsiao-Feng, provavelmente publicado em 1864. A maior parte dos problemas presentes neste manuscrito foi copiada da obra de Sang-hsia-k'o; contudo, sete figuras foram adicionadas como inéditas. Observa-se, entretanto, a ocorrência de diversos erros no traçado das figuras.

- I tang i ch'ih (Uma Garrafa de Vinho, Presente para o Empréstimo de Livros), de Chiu Liang-pai, Ting yü lou, 1885. Esse conjunto, composto por quatro volumes de livros de Tangram, apresenta 612 problemas, dos quais mais de 470 são inéditos.

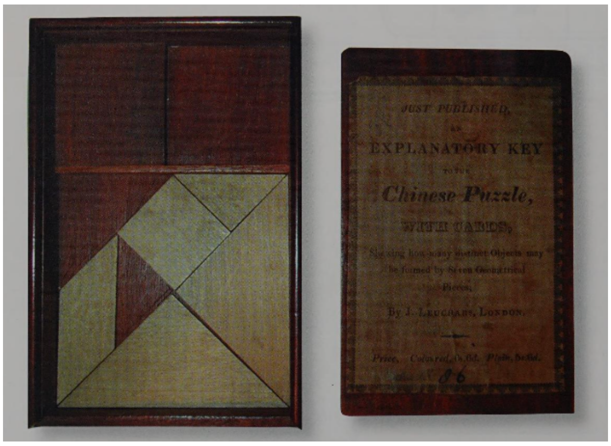
- Ch'i ch'iao t'u chieh (Soluções do Tangram), de Hsün-le-hsüan (Sala da Busca da Felicidade). A obra apresenta 482 soluções, das quais 126 eram inéditas. Ressalta-se que apenas o exemplar do livro de soluções, sem data, foi localizado.

No século XX, diversos livros de Tangram, voltados tanto para adultos quanto para crianças, foram publicados na China. Além disso, o Tangram passou a integrar o processo educativo de muitas crianças chinesas.

O Tangram alcançou ampla popularidade, tornando-se uma verdadeira tendência em diversos países. A seguir, apresentam-se as principais obras publicadas fora da China que contribuíram para a difusão e o estudo desse quebra-cabeça.

A primeira publicação documentada sobre o Tangram fora da China foi registrada para fins de direitos autorais no Stationer's Hall, em 3 de fevereiro de 1817, por James Leuchars, fabricante e comerciante de jogos em Londres, Inglaterra. Intitulada Chinese Puzzle (Quebra-cabeça Chinês), a obra não consistia em um livro, mas em um conjunto de cartas ilustradas com problemas baseados em "objetos ingleses", demonstrando quantos objetos distintos poderiam ser formados a partir de sete peças geométricas. Essas cartas eram acompanhadas por um conjunto de peças de madeira, armazenadas em uma caixa de mogno com tampa deslizante, como mostra a Figura 2.17.

Figura 2.17: Chinese Puzzle, Londres



Em 24 de fevereiro de 1817, também em Londres, três semanas após James Leuchars registrar seu Chinese Puzzle (Quebra-Cabeça Chinês), C. Davenporte e Co. registrou um livro de problemas de Tangram intitulado A Grand Eastern Puzzle (Um Grande Quebra-Cabeça Oriental). A página de título dessa obra constituía uma reprodução do livro chinês Ch'i ch'iao t'u ho pi (Livro Harmoniosamente Combinado de Sete Peças Inteligentes de Quebra-Cabeça) além disso, o livro incluía o prefácio de Sang-hsia k'o (Convidado Sob a Amoreira), escrito em chinês.

A editora fundada por John Wallis em 1775 consolidou-se, no início do século XIX, como uma das principais publicadoras de jogos infantis e quebra-cabeças. Em 20 de março de 1817, menos de um mês após o lançamento do livro de Tangram de Davenport, Wallis divulgou um anúncio na primeira página do London Morning Chronicle, apresentando um novo quebra cabeça chinês (Figura 2.18): The Fashionable Chinese Puzzle (O quebra cabeça Chinês da Moda), de John e Edward Wallis.

Figura 2.18: The Fashionable Chinese Pluzze

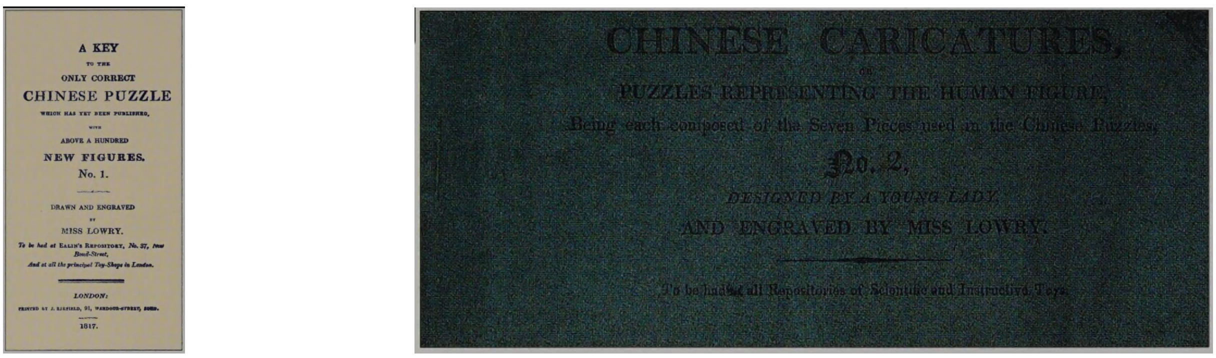
Em Chester, na Inglaterra, foi publicado o livro (Figura 2.19) The Admired Chinese Puzzle (O Admirado Quebra-Cabeça Chinês), apresentado como uma nova e correta edição da cópia chinesa genuína, segundo C. Taylor (1817–1818). Contudo, ao redesenhar a página de título da obra de Sang-hsia-k'o, publicada em 1815, alguns caracteres chineses foram reproduzidos incorretamente, estando invertidos ou fora de ordem. Além disso, o conteúdo incorporou cinco problemas elaborados por Wallis, apresentados de forma imprecisa e com diversos erros. Observa-se ainda que duas páginas do livro de Wallis foram copiadas de modo invertido. Apesar da capa, o título completo da obra de C. Taylor, conforme indicado na página de rosto, é The Admired Chinese Puzzle.

Figura 2.19: The Admired Chinese Puzzle

A Srta. Devalle Lowry elaborou e gravou uma série de quatro livros de quebra-cabeças chineses (Figura 2.20), intitulada A Key to the Only Correct Chinese Puzzle (Uma Chave para o Único Quebra-Cabeça Chinês Correto), acompanhada de um livro de soluções, totalizando 270 figuras de problemas. A quarta parte desta coleção foi anunciada em 17 de dezembro de 1817.

Em 1818, foi publicado em Londres, por Devalle Lowry Varley, Chinese Caricatures (Caricaturas Chinesas), ou quebra-cabeças representando a figura humana, sendo cada uma composta pelas sete peças usadas nos quebra-cabeças chineses (nºs 1, 2 e 3). No ano seguinte, a Srta. Lowry lançou um novo livro de Tangram com o mesmo título, dividido em três partes, que incluía 74 novas figuras problemáticas, desenhadas por uma jovem e gravadas pela Srta. Lowry, todas anunciadas entre janeiro e abril de 1818.

Figura 2.20: A Key to the Only Correct Chinese Puzzle



Essas foram algumas das obras sobre o Tangram publicadas na Inglaterra. Na sequência, serão apresentadas as publicações mais significativas produzidas na França.

Em dezembro de 1817, o editor Canu, de Paris, publicou dois livretos reunidos em uma mesma coletânea, contendo um total de 343 figuras-problema (Figura 2.21).

Figura 2.21: Tangram francês de Canu

Énigmes Chinoises (Enigmas Chineses) publicado por Grossin em Paris, em 1817, apresenta 110 problemas coloridos à mão que marcaram o início da popularidade do Tangram na França (Figura 2.22). Todas as figuras foram reproduzidas a partir da obra Wallis Fashionable Chinese Puzzle. Uma segunda edição, descrita como contendo figuras novas e interessantes, ilustrada com belas imagens coloridas à mão, foi lançada por Grossin em novembro de 1818 (Figura 2.22).

Figura 2.22: Énigmes Chinoises 1817 e 1818

Le Casse-Tête Chinois (O Quebra-cabeça chinês), publicado em 18 de outubro de 1817, consistia em uma reprodução do livro de soluções de Wallis, apresentando 322 figuras-problema (Figura 2.23). Uma nova edição, lançada em 23 de janeiro de 1818, ampliou o conteúdo para 408 figuras, incorporando setenta e três novos desenhos. Segundo Dic Sonneveld, esta publicação marca a primeira ocorrência documentada do uso do termo casse-tête para designar um quebra-cabeça.

Figura 2.23: Le Casse-Tête Chinois

Em 20 de dezembro de 1817, a editora Chez Gide lançou uma nova série composta por quinze cartões de problemas, ilustrados com figuras coloridas manualmente e de notável apelo estético. As mesmas figuras foram posteriormente publicadas por Bettalli, em Milão (Itália), sob o mesmo título, e por Fehr & Müller, em Estocolmo (Suécia), integrando uma coleção intitulada Stort Chinesiskt Gätspel: Grandes Enigmes Chinoises.

Também destaca-se o conjunto de Tangram publicado pela editora Blocquel (Figura 2.24), em Lille, em fevereiro de 1818, que incluía um livreto contendo 124 problemas e peças (Tans) confeccionadas em madeira.

Figura 2.24: Tangram da França, editora Blocquel

Na América, dois livros de Tangram, reproduzidos diretamente a partir da obra de Sang-hsia-k'a, publicada em 1815, foram lançados nos Estados Unidos em 1817. Entretanto, o quebra-cabeça não despertou tanto entusiasmo na América quanto na China, na

Inglaterra e no restante da Europa naquele período, sendo a baixa qualidade dessas primeiras edições um fator determinante para essa recepção limitada. No entanto, entre 1865 e 1875, observou-se um aumento do interesse público pelos Tangrams, principalmente em razão de sua utilização na educação, período durante o qual diversas empresas produziram livros e conjuntos de peças. A seguir, serão apresentadas algumas das principais obras sobre o Tangram publicadas na América.

A McLoughlin Brothers publicou três caixas de Tangram durante a década de 1870 (Figura 2.25).

Figura 2.25: Tangram americano, editora McLoughlin Brothers

Chinese Philosophical and Mathematical Tangram (Tangram Filosófico e Matemático Chinês), segunda edição publicada por James Coxe, na Filadélfia, em 1817.

Por volta de 1874, Milton Bradley, publicou Chinese and Santa Claus Puzzle (O Quebra-Cabeça Chinês e Papai Noel), uma edição que incluía 65 problemas de Tangram acompanhados de peças confeccionadas em madeira (Figura 2.26).

Figura 2.26: Chinese and Santa Claus Puzzle

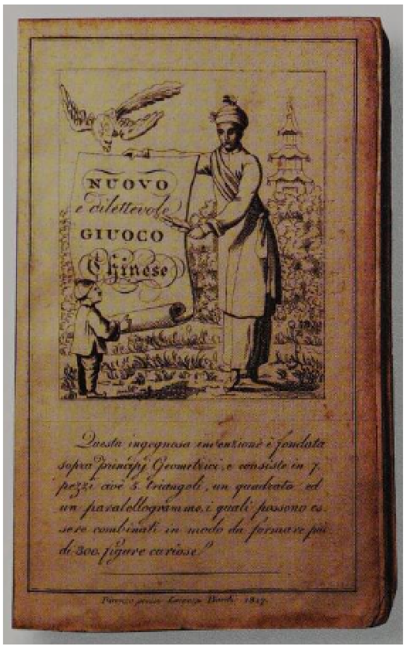
The Tangram Book (O Livro Tangram), escrito por F. Gregory Hartswick em 1925, consiste em uma história infantil ilustrada que apresenta 118 figuras-problema, das quais 21 exigem mais ou menos peças do que as sete peças do Tangram (Figura 2.27).

Figura 2.27: The Tangram Book, de F. Gregory Hartswick

Na Itália, a popularidade do Tangram atingiu seu auge nos anos de 1817 e 1818. A seguir, apresentam-se alguns dos livros e publicações mais relevantes sobre o Tangram produzidos no país.

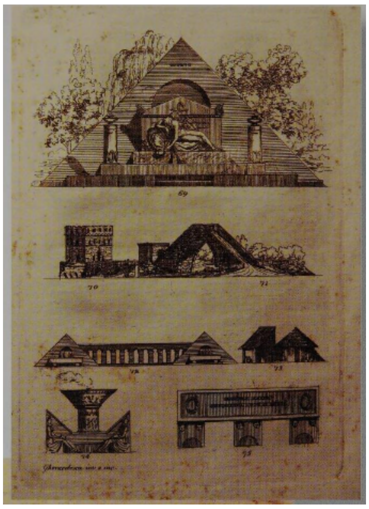
O mais antigo e amplamente reproduzido livro italiano do Tangram (Figura 2.28), New and Delightful Chinese Puzzle (Novo e Delicioso Quebra-cabeça Chinês), foi publicado por Lorenzo Bardi em Florença, em 1817. A obra foi provavelmente compilada por John Barfield, que reproduziu os problemas presentes em The Fashionable Chinese Puzzle, de Wallis.

Figura 2.28: New and Delightful Chinese Puzzle



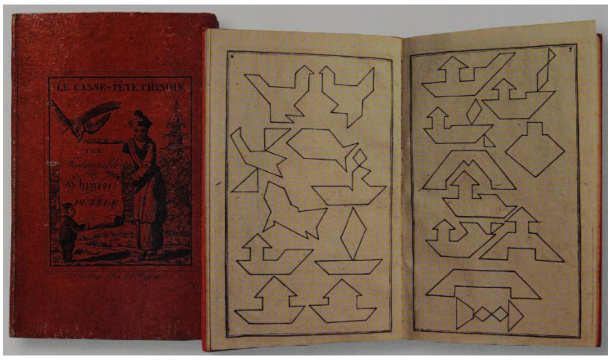
O jogo intitulado Chinese Puzzle (Quebra-cabeça Chinês) corresponde a um livro publicado por Giuseppi Landi em 1818, contendo 100 ilustrações detalhadas de problemas de Tangram, representando edifícios, monumentos, fontes e pontes (Figura 2.29).

Figura 2.29: Chinese Puzzle, de Giuseppi Landi



A publicação mais relevante sobre o Tangram na Holanda (Figura 2.30) ocorreu na cidade de Haia em 29 de dezembro de 1817, quando o jornal holandês Gravenhaagsche Courant anunciou o lançamento do livro Le Casse-Tête Chinois – The Fashionable Chinese Puzzle, de F. J. Weygand. Os 322 problemas apresentados na obra, assim como a ilustração da capa, foram reproduzidos a partir de The Fashionable Chinese Puzzle, de Wallis.

Figura 2.30: Le Casse-Tête Chinois - The Fashionable Chinese Puzzle



A Alemanha demonstrou fascínio pelo Tangram aproximadamente seis meses após a França, embora a mania no país jamais tenha atingido a intensidade observada na França. No entanto, o interesse público na Alemanha mostrou-se mais duradouro, com publicações de livros sobre Tangram ocorrendo de forma regular ao longo do século XIX.

Essas ilustrações de problemas de Tangram, distribuídas em 50 cartões, foram anunciadas pela primeira vez na França em 29 de dezembro de 1817. Em 1818, edições em preto e branco, tanto francesas quanto alemãs, foram publicadas pela Magasin d'Industrie et de Littérature em Leipzig, na Alemanha (Figura 2.31). Esses cartões pertenciam a C. L. Wüst, de Frankfurt. Um segundo conjunto, contendo 50 cartões adicionais com figuras-problema, também foi publicado pela mesma revista na Alemanha em 1818.

Figura 2.31: Cartões da Alemanha

Hieroglyphen oder Bilderschrift (Game of Mystical Characters) - Hieróglifos ou escrita pictórica (Jogo dos Personagens Místicos); um Tangram apresentado em uma caixa, em que a capa tem uma senhora acompanhada de duas crianças em um jardim, com o título exibido em alemão, francês e inglês (Figura 2.32). Vinte e quatro figuras coloridas, de grande apelo visual, estão ilustradas em cartas utilizadas neste Jogo de Personagens Místicos. As mesmas figuras coloridas foram posteriormente publicadas na França sob o título Nouveau Jeu du Casse-tête Français, não citado anteriormente neste trabalho.

Figura 2.32: Hieroglyphen oder Bilderschrift (Game of Mystical Characters)

O primeiro quebra-cabeça produzido pela empresa Richter (Figura 2.33) foi um Tangram denominado Der Kopfzerbrecher (Quebra-Cabeças). O conjunto era composto por uma caixa contendo peças de pedra manufaturadas e um livreto com 179 figuras de problemas. Esse quebra-cabeça permaneceu em produção e comercialização até a década de 1960, sendo publicado em diversas versões e idiomas. Em países de língua inglesa, o brinquedo ficou conhecido como Anchor Puzzle (Quebra-cabeça Âncora). Das 179 figuras, 103 foram criadas especialmente para esta edição, enquanto 32 foram reproduzidas a partir da obra The Fashionable Chinese Puzzle (O Quebra-Cabeça Chinês da Moda), de Wallis.

Figura 2.33: Der Kopfzerbrecher

À medida que a popularidade do Tangram se expandia pela Europa, o interesse também alcançou a Suécia. A seguir, apresentam-se alguns dos conjuntos de Tangram produzidos naquele país.

Stort Chinesiskt Gätspel: Grandes Énigmes Chinoises (Grande Jogo de Quebra-Cabeça Chinês), publicado pela editora Fehr & Müller, em Estocolmo, entre 1817 e 1820 (Figura 2.34). A parceria entre Fehr e Müller ocorreu apenas nesse período, o que indica que esses dezoito cartões ilustrados de problemas do Tangram, contendo trinta e seis imagens, devem ter sido produzidos nessa época. O conjunto completo era comercializado em duas versões: uma em preto e branco, acondicionada em um estojo dentro de uma caixa de madeira contendo quatro conjuntos de peças de madeira, e outra colorida à mão, apresentada em um estojo com um único conjunto de peças. As imagens dos problemas seguiam o estilo francês característico da época e foram inspiradas nas obras Le Casse-tête Russe, publicada em Paris por Gide, e The Fashionable Chinese Puzzle, de Wallis.

Figura 2.34: Stort Chinesiskt Gätspel

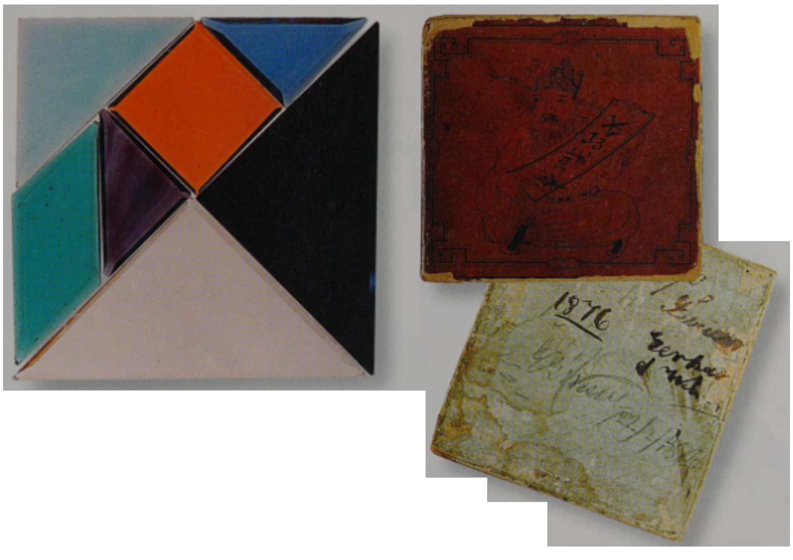
Kinesiska Spelet (O Jogo Chinês), publicado na Suécia (Figura 2.35), consistia em um conjunto em caixa com capa colorida, contendo um conjunto de peças, uma folha desdobrável com 126 figuras de problemas e uma folha correspondente com as soluções. Embora a maior parte dos problemas tenha sido copiada da obra The Fashionable Chinese Puzzle, de Wallis, o conjunto apresentava mais de quarenta novos desenhos originais.

Figura 2.35: Kinesiska Spelet

Em 1818, observou-se na Dinamarca um notável interesse pelo Tangram. Nesse período, foram registradas quatro publicações relacionadas ao tema. Conforme relatos da época, milhares de conjuntos eram vendidos em diferentes lojas de Copenhague, confeccionados em madrepérola, ébano, mogno e outros tipos de madeira, e até mesmo em vidro.

Embora esta caixa tenha sido encontrada em Copenhague, sua fabricação ocorreu na China (Figura 2.36). O conjunto é composto por um Tangram formado por sete peças de vidro espesso e chanfrado, cada uma de cor distinta, acompanhado de uma folha dobrada contendo sessenta figuras de problemas, extraídas das quinze primeiras páginas do livro chinês de Sang-hsia-k'o, juntamente com suas respectivas soluções.

Figura 2.36: Tangram de vidro



No livro Mandarinen (O Mandarim ou Sobre o Jogo Chinês), publicado em Copenhague, em 1818, por Jens Kruse Møller (pseudônimo de Jens Worm Bruun), o autor, então estudante universitário na época, descreve a popularidade do Tangram e discute seu potencial uso no ensino.

Após essa contextualização histórica do Tangram e a apresentação de algumas de suas curiosidades, passa-se à exposição do objetivo central deste trabalho, que consiste em relacionar esse recurso ao ensino, iniciando com os documentos norteadores do ensino.

3 Documentos norteadores na área de ensino

Neste capítulo serão apresentados os parâmetros da área de ensino, representados pelos principais documentos orientadores da educação no Brasil e no estado de São Paulo, a saber: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Currículo Paulista. Esta seção destina-se, sobretudo, a leitores que ainda não possuem familiaridade com tais documentos, podendo, para os professores já habituados a eles, considerar este conteúdo como uma revisão.

3.1 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que define as aprendizagens essenciais a serem desenvolvidas nas escolas brasileiras, ao longo de toda a Educação Básica, da Educação Infantil ao Ensino Médio, tendo como marco legal a Constituição Federal de 1988[1].

O objetivo da BNCC é assegurar o direito à aprendizagem e ao desenvolvimento completo de todos os estudantes. Dessa forma, desempenha um papel crucial na promoção da igualdade no sistema educacional, contribuindo para a formação integral dos alunos e para a construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

As competências gerais da BNCC são:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, além de também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

4. Utilizar diferentes linguagens como: verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

[1]BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil (1988). Brasília, DF: Senado Federal, 1988. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil$_0$3/*constituicao/constituicaocompilado.htm* >

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Os fundamentos pedagógicos do documento são: o enfoque no desenvolvimento de competências, que orienta a maioria dos municípios e estados brasileiros na construção de seus currículos, e o compromisso com a educação integral, que abrange questões como o que aprender, para que aprender, como ensinar, como promover redes de aprendizagem colaborativa e como avaliar o aprendizado. É um documento de caráter normativo que define os conteúdos e habilidades que os alunos devem desenvolver ao longo da educação básica.

Como nosso trabalho se concentra no Ensino Fundamental Anos Finais e na disciplina de Matemática, vamos nos aprofundar exclusivamente nesse nível de ensino e nessa disciplina.

A organização da BNCC é estruturada da seguinte forma: componente, ano/faixa, unidade temática, objeto de conhecimento e habilidades. Especificamente, temos:

- Componente: Matemática;

- Ano/faixa: 6º, 7º, 8º e 9º anos;

- Unidade temática: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, e probabilidade e estatística.

- Objetos de conhecimento e habilidades serão abordados adiante neste trabalho.

Cada habilidade é identificada por uma sigla, como no exemplo EF06MA02. Nessa nomenclatura, "EF" refere-se ao Ensino Fundamental, "06" ao ano correspondente (6º ano), "MA" ao componente curricular (Matemática) e "02" representa o número específico da habilidade.

As tabelas a seguir apresentam algumas habilidades matemáticas a serem desenvolvidas ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental, acompanhadas dos respectivos objetos de conhecimento, organizados por série. As atividades com o Tangram, relacionadas a essas habilidades, serão abordadas no capítulo 4. Todas as habilidades descritas na BNCC podem ser consultadas no Apêndice A deste trabalho.

6º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Números

Objetos de conhecimento	Habilidades
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.	(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.

Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objetos de conhecimento	Habilidades
Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Ângulos: noção, usos e medida.	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

7º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Números

Objetos de conhecimento	Habilidades
Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações. .	(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.	(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

8º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objetos de conhecimento	Habilidades
Área de figuras planas. Área do círculo e comprimento de sua circunferência.	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

9º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Semelhança de triângulos.	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
Polígonos regulares.	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Distância entre pontos no plano cartesiano.	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

As habilidades que devem ser desenvolvidas em todo o território brasileiro nos Anos Finais do Ensino Fundamental estão escritas no Apêndice A, garantindo que todos os alunos tenham acesso à mesma educação. As habilidades mencionadas acima são aquelas com as quais trabalharemos utilizando o Tangram.

Nos anos finais do Ensino Fundamental, os alunos se deparam com desafios de maior complexidade, sendo importante fortalecer a autonomia desses adolescentes, oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação. Essa faixa etária representa a transição da infância para a adolescência, período caracterizado por profundas mudanças que envolvem transformações biológicas, psicológicas, sociais e emocionais. Dessa forma, observa-se que a BNCC não se preocupa apenas com as habilidades específicas de cada disciplina, mas também com as competências gerais, contribuindo para a formação integral dos alunos.

3.2 Currículo Paulista - Ensino Fundamental

Os currículos são documentos que adaptam as diretrizes da BNCC às características e ao contexto de cada instituição de ensino. O Currículo Paulista do Ensino Fundamental, elaborado por profissionais das redes municipais, estadual e privada de ensino, é um documento orientador para os docentes, definindo as habilidades essenciais para a formação integral dos alunos no Estado de São Paulo. Ele reflete as especificidades sociais, econômicas, regionais, culturais e históricas de cada um dos 645 municípios do estado. Esse currículo abrange as competências gerais delineadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), apresentadas no apêndice A desse trabalho, aprovadas pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e homologadas em 20 de dezembro de 2017.

O documento está organizado da seguinte forma:

1 - Componentes principais:
- Introdução (contextualização e objetivos).
- Princípios e valores orientadores.
- Competências gerais da BNCC.
- Áreas de conhecimento e componentes curriculares.
- Itinerários formativos (Ensino Médio).

2 - Adaptações regionais:
- Ênfase na valorização das identidades culturais paulistas.
- Integração com as políticas educacionais estaduais.

No Ensino Médio, é possível identificar algumas mudanças ao comparar a BNCC com o Currículo Paulista, especialmente devido à implementação dos itinerários formativos.

Contudo, como este trabalho se concentra no Ensino Fundamental - Anos Finais na disciplina de Matemática, é relevante destacar que as diretrizes se mantêm bastante consistentes entre os estados, com variações mínimas nas habilidades a serem desenvolvidas ao longo do ano letivo. Em relação à BNCC, algumas habilidades foram desmembradas, o que resultou na adição de uma letra ao final do código. Por exemplo, o código EF06MA03B: “EF” refere-se ao Ensino Fundamental, “06” ao ano correspondente (6º ano), “MA” ao componente curricular (Matemática), “03” representa o número específico da habilidade, e “B” indica que é um desdobramento da habilidade EF06MA03 de Matemática.

Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, os estudantes enfrentam diversas mudanças, como o aumento do número de professores responsáveis pelas aulas, a interação com diferentes docentes especializados em períodos mais curtos, a adaptação aos distintos níveis de exigência de cada professor, além das variações na organização e didática das aulas, entre outros aspectos. Portanto, é fundamental garantir que o processo de aprendizagem não seja enfraquecido em relação aos Anos Iniciais, sendo essencial estabelecer uma relação de respeito e confiança entre professores e alunos.

No Currículo Paulista, os conhecimentos matemáticos valorizam tanto as especulações teóricas que compõem o universo dos objetos específicos da Matemática quanto as aplicações práticas desses conhecimentos, seja no cotidiano ou em outras áreas do saber. Ele apresenta habilidades que possibilitam a articulação horizontal e vertical, tanto dentro da própria área da Matemática quanto com as demais áreas do conhecimento, visando ao desenvolvimento de competências específicas.

As competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental são:

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando

a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceito de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

O Currículo Paulista considera a necessidade de vincular a escola à vida, com o compromisso de promover o letramento matemático dos estudantes, abrangendo diferentes aspectos, como: a comunicação ao enfrentar um desafio, a representação de objetos matemáticos, o raciocínio e a argumentação. Segundo a matriz do Pisa 2012:

> Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (Pisa, 2012, p.01)

As unidades temáticas são as mesmas da BNCC: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística, as quais reúnem um conjunto de ideias fundamentais, tais como:

- Equivalência, presente nos estudos dos números racionais, equações, áreas ou volumes e em outros objetos de conhecimento;

- Ordem, está presente nos conjuntos numéricos, na construção de algoritmos e em outros procedimentos, como sequências e organização;

- Proporcionalidade, que contempla o raciocínio analógico, comparações quando se trata de frações, razões e proporções, semelhança de figuras, grandezas diretamente proporcionais, entre outros;

- Aproximação, que está articulada com a realização de cálculos aproximados, como estimativas e outros utilizados no dia a dia;

- Variação, conceito associado ao estudo das formas de crescimento e decrescimento, taxas de variação em um dado contexto, como, por exemplo, financeiro;

- Interdependência, associada à ideia de funções com ou sem uso de fórmulas, por exemplo, ligada à ideia de "se p, então q", sendo uma sentença matemática mais recorrente;

- Representação, associada à percepção e representação do espaço, de formas geométricas existentes ou imaginadas; também associada aos números, às operações e à interdependência.

Essas ideias interligadas atravessam todas as unidades temáticas, as quais são descritas a seguir:

- Números: o objetivo do ensino de Números é promover o desenvolvimento do pensamento numérico, o que, além de aprofundar o conhecimento sobre os números e suas inter-relações, abrange a compreensão das operações e seus resultados, reconhecendo o significado de operar com um número para gerar outros.

- Álgebra: é um dos ramos da Matemática que estimula a capacidade de abstração e generalização, fundamentais para a resolução de problemas. Seu objetivo é promover o desenvolvimento de um tipo específico de pensamento algébrico, essencial para a representação e análise de relações e estruturas matemáticas, utilizando letras e outros símbolos, a fim de empregar modelos matemáticos na compreensão dessas relações.

- Geometria: funciona como ferramenta para diversas outras disciplinas. Seu estudo deve proporcionar aos estudantes a compreensão do mundo em que vivem, além de desenvolver a capacidade de descrever, representar e se localizar, estudar a posição e os deslocamentos, identificar formas e estabelecer relações entre elementos de figuras planas e espaciais, promovendo, assim, o desenvolvimento do pensamento geométrico.

- Grandezas e medidas: os sistemas de medidas se desenvolveram de forma específica para cada sociedade, mas, com o tempo, tornou-se necessária sua padronização devido à expansão comercial entre os povos e ao avanço das ciências. No cotidiano, o uso de medidas é inevitável, seja de forma exata ou aproximada. Para os Anos Finais, espera-se que os estudantes reconheçam e calculem, por meio de expressões, grandezas como comprimento, área (de quadriláteros, triângulos e círculos), volume (de prismas e cilindros) e abertura de ângulos, associadas a figuras geométricas. Espera-se também que sejam capazes de resolver problemas envolvendo essas grandezas e estabelecer relações entre elas e entre grandezas não geométricas (como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras).

- Probabilidade e estatística: na probabilidade espera-se o aprimoramento da capacidade de compreensão dos elementos do espaço amostral, associados aos problemas de contagem, e possibilitar a realização de atividades que envolvem experimentos aleatórios. Na estatística, uma parte das informações veiculadas pela mídia é apresentada por meio de tabelas e gráficos. Por isso, é essencial, para o Letramento Matemático, que os estudantes desenvolvam os conhecimentos necessários para ler e interpretar dados, além de saber construir uma tabela ou gráfico que represente adequadamente essas informações.

A estrutura do Organizador Curricular do Currículo Paulista para a disciplina de Matemática contempla as unidades temáticas, as habilidades e os objetos de conhecimento específicos para cada ano do Ensino Fundamental, de maneira semelhante à BNCC. Em razão disso, as tabelas a seguir apresentam exclusivamente as habilidades desmembradas pelo Currículo Paulista, juntamente com os respectivos objetos de conhecimento, organizados por série, visto que a tabela integral encontra-se no Apêndice A deste trabalho.

6º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Números

Objetos de conhecimento	Habilidades
Fluxograma para determinar a paridade de um número natural. Múltiplos e divisores de um número natural. Números primos e compostos.	(EF06MA04A) Reconhecer um fluxograma a partir da sua estrutura e de seus elementos. (EF06MA04B) Ler e interpretar um fluxograma, reconhecendo seus benefícios para a compreensão de um dado contexto. (EF06MA04C) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).

Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.	(EF06MA16A) Associar pares ordenados de números a pontos do plano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono. (EF06MA16B) Representar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objetos de conhecimento	Habilidades
Ângulos: noção, usos e medida.	(EF06MA25A) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF06MA25B) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas, reconhecendo giros e voltas, de 90°, 180° e 360°.

9º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	(EF09MA24*) Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas transversais (Teorema de Tales).

É possível perceber que, no 6º ano, algumas habilidades foram desmembradas; nos 7º e 8º anos, não houve modificações nas habilidades, enquanto no 9º ano foi adicionada a habilidade EF09MA24*. Assim como na BNCC, o Currículo Paulista não se limita às habilidades essenciais de cada disciplina, mas também reafirma as habilidades gerais presentes na BNCC, uma vez que estas abrangem, de forma integrada, conceitos, procedimentos, atitudes e valores, evidenciando a importância do desenvolvimento das competências socioemocionais.

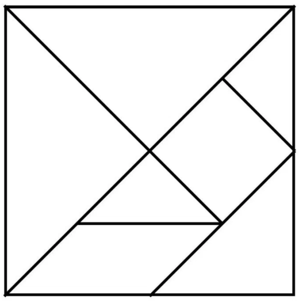
Concluída a apresentação dos parâmetros da área de ensino, o capítulo seguinte dedica-se à exposição das ferramentas que serão utilizadas, tendo o Tangram e sua aplicabilidade no ensino da Matemática como eixo central, por meio de planos de aula e atividades lúdicas elaboradas para o desenvolvimento das habilidades descritas neste capítulo.

4 Tangram e sua aplicabilidade no ensino da Matemática

O quarto capítulo inicia-se com uma visão geral acerca do Tangram. Em seguida, são apresentadas as atividades propostas, acompanhadas do respectivo plano de aula, no qual cada habilidade mencionada no capítulo anterior é detalhada.

Retomando o que foi visto no segundo capítulo, o Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa composto por sete peças: cinco triângulos retângulos isósceles (sendo dois grandes, um médio e dois pequenos), além de um quadrado e um paralelogramo. Essas peças são obtidas a partir de um quadrado maior, como mostrado na figura 4.1.

Figura 4.1: Tangram



Fonte: https://www.todamateria.com.br/tangram

Segundo Diniz et al. (2006), o Tangram é um jogo de origem milenar, no qual é possível formar aproximadamente 1700 figuras distintas, como animais, plantas, objetos, letras, números, figuras geométricas, entre outras. A regra do quebra-cabeça consiste em combinar as peças, dispostas lado a lado, sem sobreposição, com o objetivo de formar as figuras solicitadas ou criadas. No entanto, nas aulas de matemática, o Tangram pode ser utilizado para ensinar diversos conceitos e habilidades.

Para a construção do tangram, inicialmente devemos construir um quadrado, que será feito utilizando régua e compasso, conforme os seguintes passos:

1) Trace uma semirreta AB de tamanho x;

2) No ponto A, trace uma semirreta AD de tamanho x, utilizando o transferidor e a régua, de modo que AB seja perpendicular a AD;

3) No ponto B, trace uma semirreta BC de tamanho x, utilizando o transferidor e a régua, de modo que AB seja perpendicular a BC.

4) Trace uma semirreta DC, ligando os pontos C e D, finalizando o quadrado.

5) Recorte o quadrado e, em seguida, siga os passos abaixo para a elaboração do tangram:

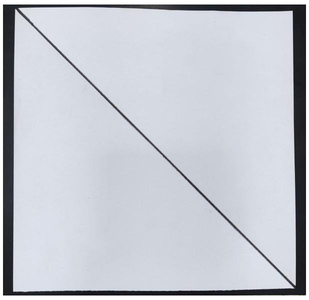
- Primeiro passo: dobre o quadrado ao longo da diagonal, conforme ilustrado na figura 4.2.

Figura 4.2: Primeiro passo da construção do tangram

Fonte: autora, 2025

- Segundo passo: desdobre o papel e risque sobre a marca da dobra conforme a figura 4.3.

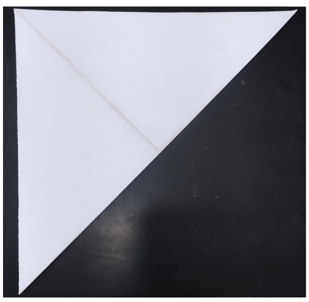
Figura 4.3: Segundo passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Terceiro passo: dobre o papel na outra diagonal conforme a figura 4.4.

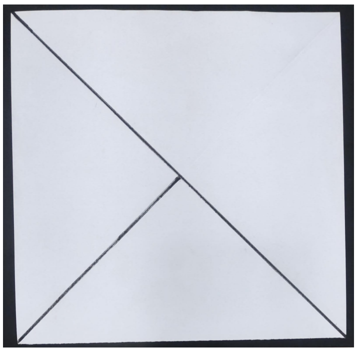
Figura 4.4: Terceiro passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Quarto passo: desdobre o papel e risque sobre a marca da dobra apenas do vértice até a outra diagonal, conforme a figura 4.5.

Figura 4.5: Quarto passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

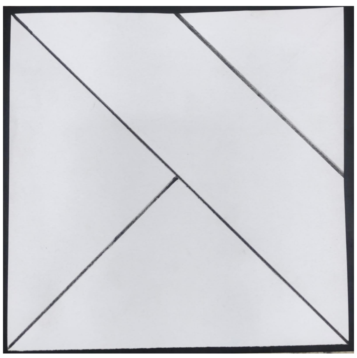
- Quinto passo: dobre o papel de forma que o vértice onde não está desenhada a diagonal una-se ao ponto de encontro das diagonais, conforme a figura 4.6.

Figura 4.6: Quinto passo da construção do tangram

Fonte: autora, 2025

- Sexto passo: risque sobre a marca da dobra, conforme a figura 4.7.

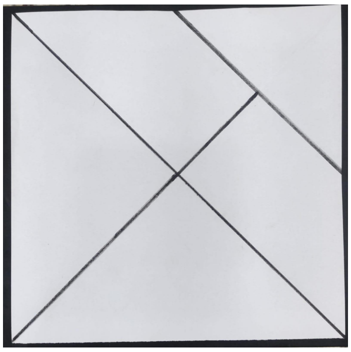
Figura 4.7: Sexto passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Sétimo passo: prolongue a diagonal não finalizada até a última linha traçada (figura 4.8).

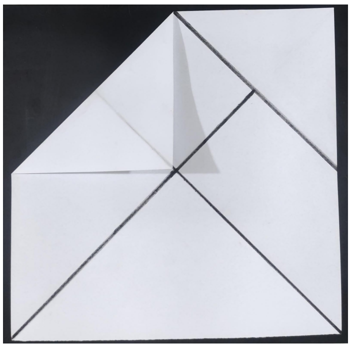
Figura 4.8: Sétimo passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Oitavo passo: dobre o papel de forma que o vértice que está sobre a diagonal riscada toque o centro do papel (encontro das diagonais), conforme a figura 4.9.

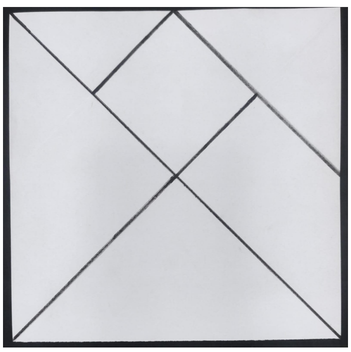
Figura 4.9: Oitavo passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

- Nono passo: desdobre o papel e risque sobre a dobra que vai do ponto médio do lado do papel quadrado até encontrar a diagonal, conforme a figura 4.10.

Figura 4.10: Nono passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

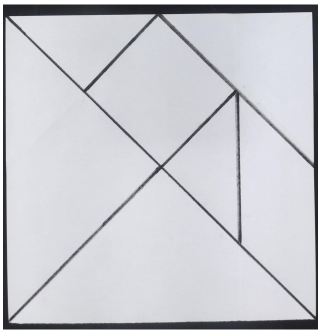
- Décimo passo: dobre o papel de forma que o lado direito fique paralelo ao esquerdo e o ponto médio desse lado coincida com o ponto de encontro das diagonais, conforme a figura 4.11.

Figura 4.11: Décimo passo da construção do tangram

Fonte: autora, 2025

- Décimo primeiro passo: desdobre o papel e risque sobre a marca dobrada apenas do ponto médio do triângulo do canto inferior direito até tocar a diagonal, conforme a figura 4.12.

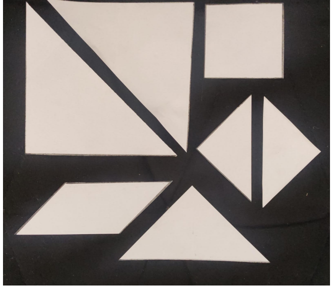
Figura 4.12: Décimo primeiro passo da construção do tangram



Fonte: autora, 2025

O tangram está finalizado; agora, basta recortar as peças, pintar, se desejar, e utilizá-las nas aulas de Matemática, como mostra a figura 4.13.

Figura 4.13: Tangram finalizado e recortado



Fonte: autora, 2025

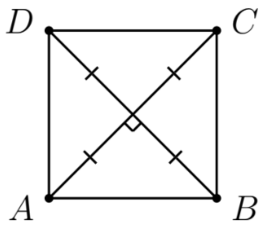
4.1 A Utilização do Tangram no Ensino de Matemática

Como professores, muitas vezes nos sentimos frustrados por não alcançar os resultados esperados com nossos alunos e, por esse motivo, buscamos novas metodologias que possam despertar um maior interesse pela disciplina, como o uso do tangram em sala de aula. No entanto, é essencial ter cuidado e entender que esses novos métodos não devem ser aplicados apenas com o intuito de motivar os alunos, mas também devem ser relevantes para o processo de aprendizagem e para a construção efetiva do conhecimento, como destaca Fiorentini (1990),

> Geralmente, costuma-se justificar a importância desses elementos apenas pelo caráter "motivador" ou pelo fato de se ter "ouvido falar" que o ensino da matemática tem de partir do concreto ou, ainda, porque, através deles, as aulas ficam mais alegres e os alunos passam a gostar da matemática. (p.1)

Para que o tangram tenha relevância no processo de aprendizagem, é fundamental evidenciar as propriedades do quadrado, ou seja, o quadrilátero é classificado como quadrado quando é simultaneamente um retângulo e um losango (Figura 4.14). Dessa forma, os quadrados possuem ângulos e lados iguais; além disso, suas diagonais são congruentes, perpendiculares, interceptam-se no ponto médio e formam ângulos de 45º com os lados do quadrilátero.

Figura 4.14: Quadrado ABCD



Fonte: MA13 ProfMat

A construção do Tangram, discutida no início do quarto capítulo, pode ser explorada nos 6º, 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, contemplando as habilidades descritas nas competências (EF06MA23), (EF07MA28), (EF08MA15) e (EF09MA15), apresentadas no Capítulo 3. Em seguida, serão expostas as aulas elaboradas, acompanhadas de seus respectivos planos de aula, os quais se relacionam às habilidades anteriormente descritas.

4.1.1 6º ano - aula 1 - Operações com números racionais

Espera-se que o aluno desenvolva a capacidade de resolver e elaborar situações-problema que envolvam números racionais positivos em sua representação decimal, utilizando as quatro operações fundamentais e a potenciação.

Além disso, é desejável que o estudante seja capaz de empregar diferentes estratégias de resolução, fazendo uso de estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade dos resultados obtidos, tanto com o uso da calculadora quanto sem esse recurso. Nesse contexto, os alunos deverão utilizar a régua para medir os lados de cada figura do tangram, registrando as respectivas medidas na folha disponibilizada pelo professor (conforme Plano de aula 1 – 6º ano). Posteriormente, deverão realizar os cálculos propostos, aplicando os conceitos relacionados às operações com números racionais discutidos ao longo da aula.

Plano de aula 1 - 6 ano

Duração da aula: 3 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.

Habilidade: (EF06MA11) Resolver e elaborar situações-problema com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade das respostas, com e sem o uso de calculadora.

Objetivos: Resolver e criar situações-problema com números decimais positivos; aplicar as quatro operações com números decimais; utilizar estimativas e arredondamentos para verificar se os resultados fazem sentido; e desenvolver o raciocínio lógico e a autonomia na resolução de problemas.

Pré-requisitos: conhecer as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números decimais.

Observação: Cada aluno receberá um tangram individual e uma folha impressa com as atividades propostas, descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. A medição dos lados dos triângulos que compõem o tangram deverá ser realizada com o uso de régua, e os valores obtidos deverão ser registrados na folha de atividade previamente entregue aos alunos. Considerando que, no sexto ano, alguns estudantes ainda não dominam plenamente o uso desse instrumento, é fundamental que o professor ofereça uma orientação prévia sobre seu manuseio antes do início da primeira atividade.

2. Durante a realização da atividade com o tangram, voltada ao trabalho com representações decimais, o professor realizará a leitura e a explanação da folha de atividades distribuída no início da aula. Ao longo do desenvolvimento da proposta, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo apoio aos estudantes em todas as etapas. Essa mediação será intensificada junto aos alunos que demonstrarem maiores dificuldades, com suporte específico, sobretudo nas fases de medição e nos cálculos requeridos pela atividade.

3. Após a finalização das atividades por todos os alunos, o professor procederá à correção coletiva das resoluções no quadro, bem como incentivará os estudantes a compartilharem as observações realizadas nas atividades 4 e 5, promovendo a retomada dos principais conceitos abordados e o esclarecimento de eventuais dúvidas.

4. Como forma de complementar a aula, o professor pode utilizar as atividades propostas no Currículo em Ação[1], presente no caderno do aluno do 6º ano – volume 3, páginas 199 a 227. Esse material é disponibilizado a todas as escolas da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo e suas atividades encontram-se descritas no Apêndice B.1.1, deste trabalho.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas" através da medição dos lados das figuras que compõem o Tangram.

[1]https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/137969/1261814.pdf

Recursos didáticos: régua, tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro e Currículo em Ação volume 3, 6º ano.

Avaliação será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o tangram – Representação decimal

1) Usando uma régua, meça os lados dos polígonos que formam o tangram e preencha a tabela abaixo com essas medidas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4
Triângulo Pequeno				XXXXX
Triângulo médio				XXXXX
Triângulo grande				XXXXX
Quadrado				
Paralelogramo				

2) Observando os valores de cada linha, faça uma estimativa da soma de todos os lados de cada figura e escreva o valor na coluna "Estimativa"da tabela abaixo. Depois, calcule a soma exata desses valores em seu caderno e registre o resultado na coluna "Soma".

	Estimativa	Soma (perímetro)	
Triângulo Pequeno			A
Triângulo médio			B
Triângulo grande			C
Quadrado			D
Paralelogramo			E

3) Agora que temos os resultados da soma, vamos realizar algumas subtrações com os números decimais encontrados. Faça as contas em seu caderno.
a) Qual a diferença entre o perímetro da figura B com a A?
b) Qual a diferença entre o perímetro da figura C com a A?
c) Qual a diferença entre o perímetro da figura C com a B?
d) Qual a diferença entre o perímetro da figura E com a D?

4) Vamos calcular algumas multiplicações e comparar os resultados obtidos.
a) Multiplique o lado do quadrado por 4 e observe o resultado obtido com a soma dos lados do quadrado na tabela da atividade 2.
b) Multiplique por 2 cada lado diferente do paralelogramo. Depois, some os dois resultados e compare com a soma dos lados do paralelogramo que você encontrou na atividade 2.
c) O que você observou nesses resultados?

5) Por fim, divida a soma dos lados do quadrado por 4. Depois, compare o resultado com a medida de um dos lados do quadrado que você encontrou na atividade 1. Você observou alguma regularidade? Justifique:

4.1.2 6º ano - aula 2 - Plano cartesiano

Espera-se que o aluno seja capaz de associar pares ordenados de números reais positivos a pontos no plano cartesiano, restrito ao primeiro quadrante, especialmente em contextos que envolvam a identificação ou a localização dos vértices de figuras geométricas planas, como os polígonos. Para isso, será entregue a cada estudante uma folha contendo o plano cartesiano com as peças do tangram previamente posicionadas no primeiro quadrante (Figura 4.15). A partir dessa representação, os alunos deverão identificar e registrar, em seus cadernos, os pares ordenados correspondentes a cada vértice das figuras, conforme as orientações do professor.

Plano de aula 2 - 6 ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.

Habilidade: (EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

Objetivos: Compreender o sistema de coordenadas cartesianas, com foco no 1º quadrante; identificar e localizar pontos no plano cartesiano a partir de pares ordenados (x, y); associar pares ordenados aos vértices de figuras geométricas (como triângulos, quadriláteros, etc.) e desenvolver o raciocínio espacial e a leitura de coordenadas, aplicando a noção de direção e posição.

Pré-requisitos: Saber localizar e ordenar números na reta numérica; ter noção de par ordenado (x, y), compreender que a posição de cada número tem um significado (x = eixo horizontal, y = eixo vertical), e reconhecer formas como triângulo, quadrado e paralelogramo.

Observação: cada aluno receberá um papel quadriculado, uma folha impressa com as atividades propostas (descritas ao final deste plano de aula) e uma folha contendo a representação do tangram posicionada no primeiro quadrante do plano cartesiano (Figura 4.15).

Atividades de aprendizagem propostas:

1. No primeiro momento da atividade, o professor deverá retomar o conteúdo referente aos pares ordenados no plano cartesiano, enfatizando a forma como esses pares representam posições específicas por meio da combinação de coordenadas no eixo das abscissas (x) e no eixo das ordenadas (y). Essa retomada tem como finalidade assegurar que os alunos relembrem os conceitos fundamentais necessários para a realização das atividades propostas, especialmente aquelas que envolvem a localização de pontos no primeiro quadrante.

2. Durante a realização da atividade, o professor realizará a leitura e a explicação da folha de atividades distribuída no início da aula. Ao longo do desenvolvimento da proposta, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo apoio aos estudantes em todas as etapas.

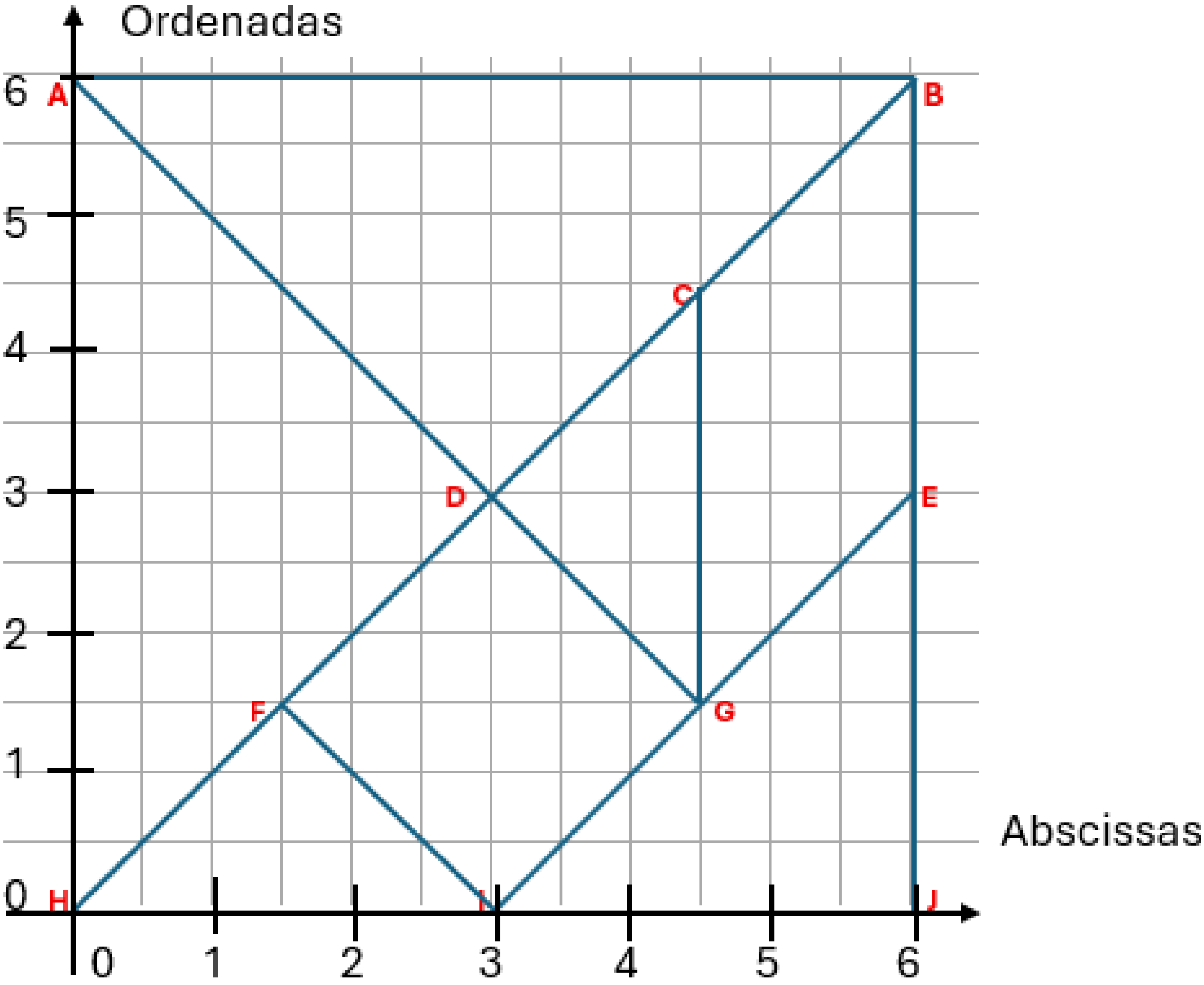
3. Após a conclusão das atividades por todos os alunos, o professor realizará a correção coletiva no quadro, promovendo a retomada dos principais conceitos e esclarecendo eventuais dúvidas.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: régua, folha impressa, folha quadriculada, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será feita no decorrer da aula através da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o seu envolvimento e compreensão das atividades.

Figura 4.15: Tangram no plano cartesiano



Fonte: autora

Atividades - Tangram no plano cartesiano

1) Quais são os vértices dos polígonos:
a) Triângulo 1:
b) Triângulo 2:
c) Triângulo 3:
d) Paralelogramo 4:
e) Quadrado 5:
f) Triângulo 6:
g) Triângulo 7:

2) Agora, observe a folha com o tangram que você recebeu e escreva no seu caderno os pares ordenados (coordenadas) de cada vértice das figuras desenhadas no plano cartesiano.
a) Triângulo 1:
b) Triângulo 2:
c) Triângulo 3:
d) Paralelogramo 4:
e) Quadrado 5:
f) Triângulo 6:
g) Triângulo 7:

3) No papel quadriculado, construa um plano cartesiano (apenas o primeiro quadrante). Depois, desenhe e pinte cada polígono de acordo com os pares ordenados indicados abaixo, ligue os vértices e, em seguida, escreva o nome de cada polígono encontrado.
a) A(1,1) B(1,3) C(3,4) D(3,2)
Nome:
b) E(0,6) F(5,7) G(2,9)
Nome:
c) H(9,0) I(9,4) J(7,2) K(11,2)
Nome:

4.1.3 6º ano - aula 3 - Polígonos

Espera-se que o aluno seja capaz de reconhecer, nomear e comparar diferentes polígonos, considerando o número de lados, os vértices e as medidas de seus ângulos internos. Além disso, deverá classificá-los como regulares ou não regulares, tanto em representações planas quanto na identificação dessas figuras como faces de poliedros. Para tanto, os alunos irão observar as figuras que compõem o tangram, identificando, nomeando e comparando os polígonos com base em suas propriedades geométricas — como lados, vértices e ângulos. Em seguida, deverão classificá-los como regulares ou não regulares, fundamentando-se nas características específicas de cada figura e registrando suas observações no caderno, conforme a orientação do professor.

Plano de aula 3 - 6 ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, quanto as medidas dos lados e ângulos; e quanto ao paralelismo e perpendicularidade dos lados.

Habilidade: (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano quanto em faces de poliedros.

Objetivos: reconhecer e nomear diferentes tipos de polígonos, identificando seus lados, vértices e ângulos nas representações planas; comparar polígonos com base em suas características (quantidade de lados, medidas de ângulos, regularidade, etc.); classificar polígonos em regulares e não regulares, compreendendo os critérios utilizados para essa diferenciação; relacionar figuras planas com faces de poliedros, identificando polígonos como componentes de sólidos geométricos; e desenvolver a percepção geométrica e o vocabulário matemático, utilizando corretamente os termos: lado, vértice, ângulo e polígono regular.

Pré-requisitos: o aluno deve conhecer figuras geométricas simples, como quadrado, triângulo, retângulo, entre outras, e saber o que são ângulos e como identificá-los.

Observação: Cada estudante receberá um tangram, bem como uma folha impressa contendo as atividades propostas, descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Inicialmente, o professor solicitará que os alunos observem atentamente as peças do tangram fornecidas, a fim de familiarizá-los com suas formas e características geométricas.

2. Em seguida, os alunos deverão organizar as peças do tangram de acordo com suas formas geométricas, separando aquelas que correspondem a triângulos e quadriláteros.

3. Após separar as peças, os alunos deverão preencher a folha fornecida no início da aula, completando as informações solicitadas conforme as instruções.

4. Após a finalização das atividades por parte de todos os alunos, o professor deverá realizar a correção coletiva no quadro, com o objetivo de retomar os principais conceitos abordados e esclarecer eventuais dúvidas. Como encerramento da aula, o docente será responsável por instigar os estudantes a refletirem sobre os polígonos estudados, incentivando-os a identificar objetos do cotidiano que apresentem tais formas geométricas em suas estruturas e compartilhar suas observações com a turma.

5. Como forma de complementação da aula, o professor poderá utilizar as atividades propostas no material Currículo em Ação, presente no Caderno do Aluno[2] – 6º ano, Volume 2, páginas 262 a 272. As referidas atividades encontram-se descritas no Apêndice B.1.2 desta dissertação.

Metodologia: Aula expositiva dialogada e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: transferidor, tangram, folha impressa, folha quadriculada, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e Currículo em Ação volume 2, 6º ano.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividade: reconhecer - nomear - comparar polígonos

1) Quantos lados e quantos vértices têm as figuras?

a) Triângulos:
Número de lados:
Número de vértices:

b) Quadrado:
Número de lados:
Número de vértices:

c) Paralelogramo:
Número de lados:
Número de vértices:

[2]https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135114/1166653.pdf

2) Observando as figuras, ou com a ajuda da régua, responda:
a) Triângulos:
Todos os lados são iguais?
O que você observou?
b) Quadrado:
Todos os lados são iguais?
c) Paralelogramo:
Todos os lados são iguais?
Os lados opostos são iguais?

3) Observando as figuras, ou com a ajuda do transferidor, responda:
a) Triângulos:
Todos os ângulos são iguais?
O que você observou?
b) Quadrado:
Todos os ângulos são iguais?
c) Paralelogramo:
Todos os ângulos são iguais?
Os ângulos opostos são iguais?

4) Qual(is) das peças do tangram são polígonos regulares? Por quê?

5) Qual peça tem lados opostos iguais, mas não todos os lados iguais?

6) Quais peças do tangram são quadriláteros?

7) Todas as peças do tangram são polígonos? Justifique.

4.1.4 6º ano - aula 4 - Grandezas

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver e elaborar situações-problema que envolvam grandezas mensuráveis, como a área de triângulos e retângulos, sem recorrer diretamente ao uso de fórmulas previamente estabelecidas. Para isso, os alunos deverão calcular a área das figuras do tangram, disponibilizadas em papel quadriculado, utilizando estratégias intuitivas e observacionais. Essa abordagem visa favorecer a construção do conceito de área por meio da contagem de unidades quadradas, promovendo a compreensão do significado geométrico envolvido nos cálculos.

Plano de aula 4 - 6 ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos.
Objeto de conhecimento: situações-problema sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.
Habilidade: (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem o uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionados a outras áreas do conhecimento.

Objetivos: determinar áreas e perímetros de figuras planas compostas no tangram por meio de estratégias de raciocínio geométrico, sem a utilização direta de fórmulas prontas.

Pré-requisitos: é necessário que o aluno tenha familiaridade com figuras geométricas planas simples, como quadrado, triângulo, retângulo, entre outras, bem como compreenda o conceito de área.

Observação: cada aluno receberá uma folha impressa do tangram na malha quadriculada (figura 4.16) e as atividades propostas (descritas ao final deste plano de aula).

Atividades de aprendizagem propostas:

1. O professor realizará a leitura e a explicação da folha de atividades distribuída no início da aula.

2. Ao longo do desenvolvimento da proposta, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo apoio aos estudantes em todas as etapas.

3. Após todos os alunos terem concluído as atividades, o professor procederá à correção coletiva das resoluções no quadro, bem como incentivará os estudantes a compartilharem as observações realizadas nas atividades 4 e 5, promovendo a retomada dos principais conceitos abordados e o esclarecimento de eventuais dúvidas.

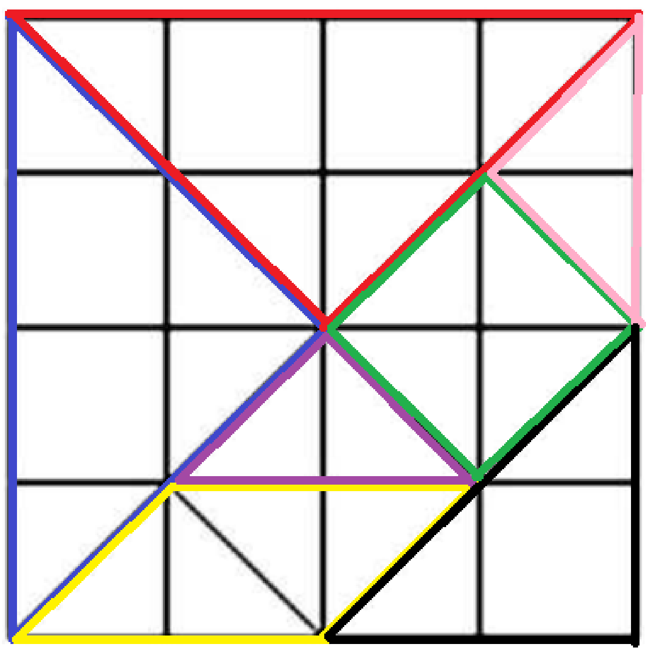
4. Como forma de complementar a aula, o professor pode utilizar as atividades propostas no Currículo em Ação[3], presentes no caderno do aluno do 6º ano – volume 4, páginas 253 a 262 e 273 a 281. As referidas atividades encontram-se descritas no Apêndice B.1.3 desta dissertação.

Metodologia: Aula expositiva dialogada e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: folha impressa com o tangram, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e Currículo em Ação, volume 4 - 6º ano.

Avaliação: será feita no decorrer da aula através da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se seu envolvimento e compreensão das atividades.

Figura 4.16: Tangram na malha quadriculada



[3]https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/146052/1369041.pdf

Atividade: Área e perímetro das figuras do tangram

1) Considere que cada lado de um quadradinho da folha que você recebeu mede 1 unidade. Isso significa que cada quadradinho tem uma área de 1 unidade quadrada. Responda qual é a área e o perímetro de cada figura, respectivamente:
a) Triângulo azul:
b) Triângulo vermelho:
c) Triângulo rosa:
d) Triângulo lilás:
e) Triângulo preto:
f) Quadrado verde:
g) Paralelogramo amarelo:
h) Quadrado contendo todas as peças do tangram:

2) Existem figuras que possuem a mesma área? Se sim, quais?

3) Essas figuras que possuem a mesma área também possuem o mesmo perímetro?

4) Some as áreas de todas as peças do Tangram. Em seguida, compare esse total com a área da figura da atividade 1 (item h).
a) O que você observou?
b) Por que isso acontece? Explique com suas palavras.

5) Some os perímetros de todas as peças do Tangram. Em seguida, compare esse total com o perímetro da figura da atividade 1 (item h).
a) O que você observou?
b) Por que isso acontece? Explique com suas palavras.

4.1.5 6º ano - aula 5 - Ângulos

Espera-se que os estudantes sejam capazes de determinar medidas da abertura de ângulos utilizando instrumentos apropriados, como o transferidor, desenvolvendo, assim, a noção de medida angular de forma prática e contextualizada. Para o desenvolvimento dessa habilidade, os alunos utilizarão o transferidor como instrumento de apoio à observação e à medição de elementos geométricos. Além disso, receberão uma folha contendo um conjunto de questões relacionadas às competências descritas anteriormente, a ser preenchida durante a atividade, com o objetivo de registrar suas análises e sistematizar os conhecimentos adquiridos.

Plano de aula 5 - 6 ano

Duração da aula: 3 aulas de 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Ângulos: noção, usos e medida.

Habilidades: (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas e (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

Objetivos: Reconhecer a abertura do ângulo como uma grandeza mensurável, associada às propriedades das figuras geométricas planas. Medir a abertura de ângulos utilizando instrumentos adequados, como o transferidor, promovendo a compreensão da unidade grau como medida padrão.

Pré-requisitos: compreensão básica das principais figuras geométricas planas (triângulos e quadriláteros). Noções iniciais de vértices, lados e ângulos presentes nas figuras geométricas.

Observação: cada aluno receberá um tangram e uma folha impressa com as atividades propostas (descritas ao final deste plano de aula).

Atividades de aprendizagem propostas:

1. No início, o professor deve revisitar o conceito de ângulo, utilizando exemplos, além de relembrar as denominações dos principais tipos de ângulos. Em seguida, deverá explicar as atividades propostas na folha impressa, entregue no início da aula.

2. A medição dos ângulos dos triângulos que compõem o tangram deverá ser realizada com o uso do transferidor, e os valores obtidos deverão ser registrados na folha impressa. Considerando que, no sexto ano, a maioria dos estudantes ainda não domina plenamente o uso desse instrumento, é fundamental que o professor ofereça uma orientação prévia sobre seu manuseio antes do início da primeira atividade.

3. Após a conclusão das atividades por todos os alunos, o professor deverá conduzir a correção coletiva no quadro, promovendo a retomada do conceito de ângulo e proporcionando o esclarecimento de possíveis dúvidas por parte dos estudantes.

4. Como estratégia de complementação da aula, o professor poderá recorrer às atividades propostas no material Currículo em Ação, Caderno do Aluno – 6º ano, Volume 2, páginas 236 a 248. As referidas atividades encontram-se descritas no Apêndice B.1.4, deste trabalho.

Metodologia: Aula expositiva dialogada e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: transferidor, tangram, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e Currículo em Ação volume 2 - 6º ano.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividade: Trabalhando ângulos internos com o tangram

1) Junte as peças do Tangram que possuem a mesma forma e tamanho.

2) Com a ajuda do transferidor, meça e anote abaixo os ângulos internos de cada peça do Tangram. Em seguida, some os ângulos internos de cada figura separadamente e registre os resultados.

a) Triângulo pequeno:
Soma:
b) Triângulo médio:
Soma:
c) Triângulo grande:
Soma:
d) Quadrado:
Soma:
e) Paralelogramo:
Soma:

3) O que você observou em relação à soma dos ângulos internos das figuras analisadas?
Explique com suas palavras se existe alguma regularidade entre a soma dos ângulos internos, comparando os triângulos e depois os quadriláteros.

4) Quais figuras do tangram possuem, pelo menos, um ângulo interno:
Obtuso -
Agudo -
Reto -

5) Descreva com suas palavras o que é um ângulo?

6) Agora descreve com suas palavras o que é um:
- Ângulo agudo:
- Ângulo reto:
- Ângulo obtuso:
- Ângulo raso:
- Ângulo de giro completo:
- Ângulo nulo:

4.1.6 7º ano - aula 1 - Reta numérica

Espera-se que o aluno seja capaz de ler, comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos, associando-os a pontos na reta numérica. Para isso, os alunos deverão utilizar a régua para medir os lados de cada figura do tangram, registrando as medidas na folha fornecida pelo professor (conforme as atividades descritas ao final do plano de aula 1 - 7º ano). Em seguida, deverão associar as medidas obtidas aos pontos correspondentes na reta numérica, facilitando a compreensão do conceito de números racionais.

Plano de aula 1 - 7º ano

Duração da aula: 1 aula de 50 minutos.
Objetos de conhecimento: Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.
Habilidade: (EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica.
Objetivos: Compreender o conceito de número racional, incluindo frações, números decimais e inteiros negativos e positivos, e localizar números racionais na reta numérica, incluindo números negativos.
Pré-requisitos: noção de números decimais e localização de números inteiros na reta.
Observação: cada aluno receberá um tangram e uma folha impressa com as atividades propostas descritas ao final deste plano de aula.
Atividades de aprendizagem propostas
1. A medição dos lados das figuras que compõem o tangram deverá ser realizada com o uso da régua, e os valores obtidos deverão ser registrados na Atividade 1 da folha de atividades entregue no início da aula.
2. Durante a realização da atividade com o tangram, o professor procederá à leitura e à explanação da folha de atividades, retomando os conceitos previamente trabalhados sobre

a reta numérica. Ao longo da aula, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo suporte aos alunos em todas as etapas da proposta.

3. Após a finalização das atividades por todos os alunos, o professor realizará a correção coletiva das resoluções no quadro, incentivando os estudantes a compartilharem suas correções, especialmente nos casos em que identificaram eventuais equívocos na representação dos números na reta numérica. Essa etapa tem como objetivo promover a retomada dos principais conceitos abordados, bem como esclarecer possíveis dúvidas.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: régua, tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

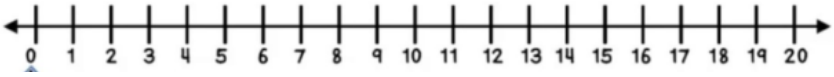
Atividades com o tangram - Reta numérica

1) Observe cada peça do Tangram. Com a régua, meça os lados de cada figura com atenção. Anote os valores (em centímetros) na tabela abaixo.

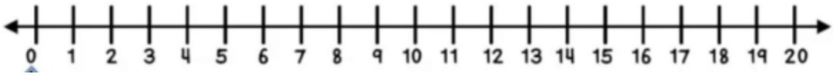
	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4
Triângulo Pequeno				XXXXX
Triângulo médio				XXXXX
Triângulo grande				XXXXX
Quadrado				
Paralelogramo				

2) Agora que você já mediu os lados das peças do Tangram, chegou a hora de representar esses números nas retas numéricas.

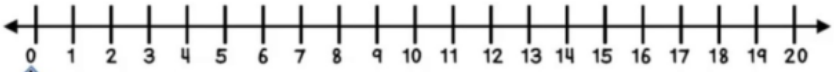
a) Triângulo pequeno:



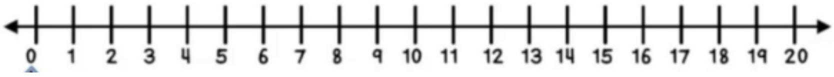
b) Triângulo médio:



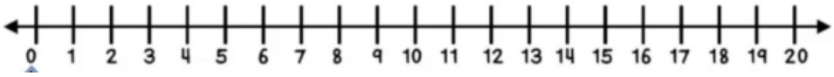
c) Triângulo grande:



d) Quadrado:

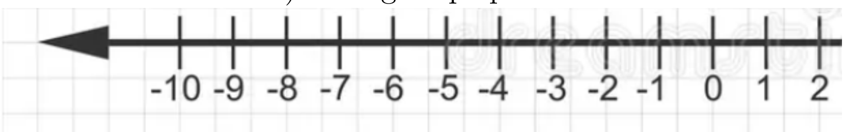


e) Paralelogramo:

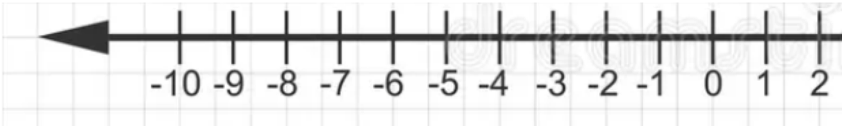


3) Pegue cada valor que você mediu na Atividade 1. Agora, pense no oposto desse número: se o número é positivo, o oposto será negativo.
Exemplo: O oposto de + 6,2 é - 6,2.
Marque esses valores opostos nas retas numéricas.

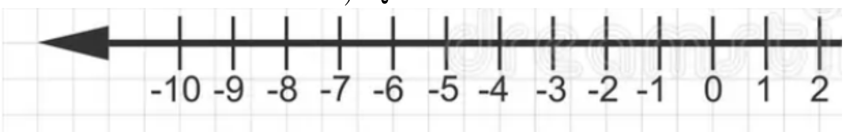
a) Triângulo pequeno:



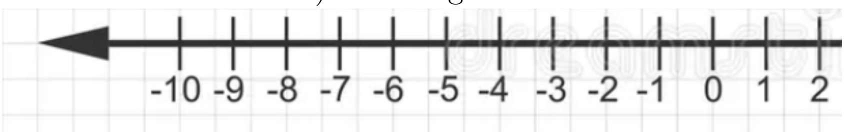
b) Triângulo médio:



c) Quadrado:



d) Paralelogramo:



4.1.7 7º ano - aula 2 - Operações com números racionais

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver e elaborar situações-problema que envolvam operações com números racionais. Para isso, os alunos deverão utilizar a régua para medir os lados de cada figura do tangram, registrando as medidas na folha fornecida pelo professor. Em seguida, deverão realizar os cálculos solicitados, aplicando os conceitos das operações com números racionais discutidos em sala de aula, como adição, subtração, multiplicação e divisão, para resolver os problemas propostos.

Plano de aula 2 - 7º ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos.

Objeto de conhecimento: Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.

Habilidade: (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Objetivos: Resolver e criar situações-problema com números decimais.

Pré-requisitos: conhecer as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números decimais.

Observação: Cada aluno receberá um tangram individual e uma folha impressa com as atividades propostas, conforme descrito ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1.A medição dos lados dos triângulos que compõem o tangram deverá ser realizada com o uso de régua, e os valores obtidos deverão ser registrados na folha de atividade previamente entregue aos alunos na atividade 1.

2. Durante a atividade com o tangram, voltada para o trabalho com representações decimais, o professor fará a leitura e a explicação da folha de atividades (descrita ao final deste plano de aula). Ao longo da aula, atuará como mediador, acompanhando e apoiando os alunos em todas as etapas da atividade.

3. Após a finalização das atividades por todos os estudantes, o professor realizará a correção coletiva das resoluções no quadro, incentivando-os a compartilhar as observações feitas nas atividades 4 e 5, bem como a apresentar à turma o problema elaborado na atividade 6. Essa etapa tem como objetivo promover a retomada dos principais conceitos abordados e possibilitar o esclarecimento de eventuais dúvidas.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas” através da medição dos lados das figuras que compõem o Tangram.

Recursos didáticos: régua, tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será feita no decorrer da aula através da participação dos alunos nas atividades propostas, observando seu envolvimento e compreensão nas atividades.

Atividade com o tangram – representação decimal

1) Usando uma régua, meça os lados dos polígonos que formam o tangram e preencha a tabela abaixo com essas medidas.

	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Lado 4
Triângulo Pequeno				XXXXX
Triângulo médio				XXXXX
Triângulo grande				XXXXX
Quadrado				
Paralelogramo				

2) Observando os valores de cada linha, faça a soma de todos os lados de cada figura e escreva o valor na tabela abaixo.

	Soma (perímetro)	
Triângulo Pequeno		A
Triângulo médio		B
Triângulo grande		C
Quadrado		D
Paralelogramo		E

3) Agora que temos os resultados da soma, vamos realizar algumas subtrações com os números decimais encontrados. Faça as contas em seu caderno.

a) Qual a diferença entre o perímetro da figura B com a A?

b) Qual a diferença entre o perímetro da figura C com a A?

c) Qual a diferença entre o perímetro da figura C com a B?

d) Qual a diferença entre o perímetro da figura E com a D?

4) Vamos calcular algumas multiplicações e comparar os resultados obtidos.

a) Multiplique o lado 1 do quadrado por 4 e observe o resultado obtido com a soma dos lados do quadrado na tabela da atividade 2.

b) Multiplique por 2 cada lado diferente do paralelogramo. Depois, some os dois resultados e compare com a soma dos lados do paralelogramo que você encontrou na atividade 2.

c) O que você observou nesses resultados? Por que isso acontece?

5) Divida a soma dos lados do quadrado por 4. Depois, compare o resultado com a medida de um dos lados do quadrado que você encontrou na atividade 1. O que você observou, por que isso acontece?

6) Crie um problema matemático envolvendo adição, subtração, multiplicação ou divisão. Escreva o enunciado do seu problema de forma clara. Troque o seu problema com um colega e resolva o problema criado por ele. Explique como você pensou para chegar à resposta, mostrando os cálculos.

4.1.8 7º ano - aula 3 - Desigualdade triangular

Espera-se que o aluno seja capaz de construir triângulos utilizando régua e compasso, reconhecendo as condições de existência de um triângulo com base nas medidas de seus lados. O aluno deverá utilizar o transferidor para medir os ângulos internos dos triângulos construídos e dos triângulos que compõem o tangram, verificando, por meio da prática, que a soma de suas medidas é igual a 180°. Como parte do processo investigativo, os alunos também deverão dobrar os triângulos do tangram de forma a unir seus três vértices, com o intuito de confirmar, de maneira concreta, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180°.

Plano de aula 3 - 7º ano

Duração da aula: 3 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.

Habilidade: (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Objetivos: Construir triângulos com régua e compasso a partir de medidas dadas, verificar se três segmentos podem formar um triângulo (condição de existência) e medir e comprovar que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180°.

Pré-requisitos: reconheçam figuras geométricas planas, saibam utilizar instrumentos geométricos básicos, como régua e transferidor, compreendam conceitos básicos de medida, como unidade de comprimento (cm) e de ângulo (graus).

Observação: cada aluno receberá um tangram e uma folha impressa (Figura 4.17).

Figura 4.17: Atividade desigualdade triangular

Para cada uma das combinações de valores a seguir, verifique se é possível construir um triângulo com essas medidas; depois, complete a tabela com o que se pede.

Medidas	Maior medida	Soma das duas menores medidas	É possível construir o triângulo?
15, 10 e 9	15		Sim
15, 10 e 5	15		Não
12, 15 e 9			
22, 7 e 11			
11, 6 e 4			
25, 15 e 15			

Fonte: https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/126857/1152087.pdf

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Realizar a medição dos lados dos triângulos presentes no tangram utilizando uma régua, registrando os valores obtidos no caderno.

2. Calcular a soma dos dois menores lados de cada triângulo e analisar essa soma em relação à medida do lado maior.

3. Utilizando a régua, tentar construir dois triângulos, o primeiro de lados medindo 10 cm, 3 cm e 4 cm e o segundo de lados medindo 15 cm, 10 cm e 5 cm. Em seguida, responder à seguinte questão no caderno:

Foi possível construir os triângulos com essas medidas? Justifique sua resposta.

4. Após a constatação da impossibilidade de construção de um triângulo com tais medidas, os estudantes deverão apresentar justificativas, com mediação e intervenção do professor, de modo a consolidar a compreensão do conceito envolvido (desigualdade triangular).

5. Na sequência, será proposta uma nova atividade, entregue aos alunos juntamente com o tangram, em formato impresso, para ser realizada em sala de aula (Figura 4.17).

6. Após o preenchimento completo da tabela proposta, os estudantes deverão construir, em uma folha de papel sulfite, os triângulos cujas medidas tornam possível a construção, conforme registrado na tabela. Em seguida, recortá-los cuidadosamente.

7. Utilizando o transferidor, os alunos realizarão a medição dos ângulos internos dos triângulos do tangram, bem como dos triângulos previamente construídos. A partir dessas medições, será possível conduzir os estudantes à constatação de que, independentemente do tipo de triângulo, a soma de seus ângulos internos é sempre igual a 180º.

8. Com o objetivo de favorecer a visualização e a comprovação do conceito, os estudantes também deverão dobrar os triângulos do tangram de modo a unir seus três vértices. Essa ação permitirá observar, de forma concreta, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180°.

9. Ao final das atividades, o professor realiza a retomada dos principais conceitos explorados ao longo da aula, promovendo uma síntese dos conteúdos abordados e encerrando

a aula de forma reflexiva.

10. Como estratégia de complementação das aulas, o docente poderá utilizar as atividades propostas no material Currículo em Ação – Caderno do Aluno[4], referente ao 7º ano, Volume 1, nas páginas 128 a 144. Essas atividades estão descritas detalhadamente no Apêndice B.2.1, deste trabalho.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas “atividades de aprendizagem propostas”.

Recursos didáticos: transferidor, régua, tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e Currículo em Ação volume 1 - 7º ano.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

4.1.9 7º ano - aula 4 - Área de figuras planas

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da área de figuras planas, as quais podem ser decompostas em quadrados, retângulos e/ou triângulos. Nessa perspectiva, os alunos deverão utilizar o princípio da equivalência entre áreas como estratégia para resolver os problemas propostos, desenvolvendo, assim, a habilidade de visualizar composições e decomposições geométricas como ferramenta para o raciocínio matemático. Os alunos deverão montar diferentes polígonos com as peças do tangram, calcular suas respectivas áreas e observar que a soma das áreas das figuras individuais corresponde à área total da figura composta.

Plano de aula 4 - 7º ano

Duração da aula: 4 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas, como triângulos e quadriláteros.

Habilidade: (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros e (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Objetivos: Resolver problemas relacionados ao cálculo de áreas de triângulos e quadriláteros.

Pré-requisitos: é necessário que o aluno tenha familiaridade com figuras geométricas planas simples, como quadrado, triângulo, retângulo, entre outras, bem como compreenda o conceito de área.

Observação: cada aluno receberá um tangram e uma folha de atividades impressas, descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Inicialmente, o professor deverá retomar as fórmulas para o cálculo da área das figuras planas (triângulo e quadriláteros). Em seguida, fará a leitura e a explicação da folha de atividades entregue junto com o tangram no início da aula.

2. A medição dos lados dos triângulos que compõem o tangram deverá ser realizada com o auxílio de uma régua, sendo os valores obtidos registrados na Atividade 1 da folha de

[4]https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/132643/1138013.pdf

atividades previamente entregue aos estudantes (disponível ao final deste plano de aula). Durante a realização da atividade, o professor atuará como mediador, acompanhando e oferecendo suporte aos alunos em todas as etapas do processo.

3. Após a finalização das atividades por todos os estudantes, o professor realizará a correção coletiva das resoluções no quadro, incentivando-os a compartilhar as observações feitas nas atividades 3 e 4, retomando os conceitos teóricos, com o objetivo de consolidar e aprofundar a compreensão dos estudantes.

4. Como complemento à aula, serão propostas as atividades contidas no material Currículo em Ação[5] – Livro do Estudante, 7º ano, Volume 2, páginas 273 a 292, as quais estão descritas no Apêndice B.2.2, desta dissertação.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: régua, tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e Currículo em Ação volume 2 - 7º ano.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o Tangram - área de figuras planas

1) Usando uma régua, meça os lados indicados na tabela dos polígonos que compõem o tangram e preencha a tabela abaixo com as medidas encontradas.

	Base	Altura
Triângulo Pequeno		
Triângulo médio		
Triângulo grande		
Quadrado		
Paralelogramo		

2) Com base nas medidas obtidas na atividade 1, calcule as áreas das figuras que formam o tangram em seu caderno e registre os resultados abaixo:
a) Triângulo pequeno:
b) Triângulo médio:
c) Triângulo grande:
d) Quadrado:
e) Paralelogramo:

3) Agora que você já sabe as áreas de todas as sete peças do tangram, some essas áreas no seu caderno. Em seguida, monte o tangram na forma original, que é um quadrado, sem deixar nenhuma peça de fora. Com a régua, meça os lados desse quadrado e calcule sua área. O que você observou nesses dois resultados? Por que isso acontece?

4) Utilizando as peças do tangram, responda às perguntas abaixo:
a) Tomando o triângulo menor como unidade de área, ou seja, a área do triângulo menor é 1, qual a área do triângulo médio?

[5] https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135115/1166663.pdf

b) Tomando o quadrado como unidade de área, qual é a área do triângulo maior?
c) Tomando o quadrado como unidade de área, qual a área do triângulo menor? Explique como chegou a essa resposta.
d) Quais as peças do Tangram com a mesma área do quadrado?
e) Tomando o triângulo maior como unidade de área, qual a área do paralelogramo? Como você obteve essa resposta?
f) Forme um trapézio juntando duas ou mais figuras do tangram. Quais figuras você utilizou? Qual é a área desse trapézio?

4.1.10 8º ano - aula 1 - Propriedades dos quadriláteros

Espera-se que o aluno seja capaz de demonstrar propriedades dos quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. Para isso, os alunos deverão utilizar as peças do tangram com o objetivo de analisar e comprovar tais propriedades, a partir da decomposição de quadriláteros em triângulos congruentes. Essa atividade permitirá observar, de maneira concreta, relações entre lados, ângulos e simetrias, contribuindo para a compreensão das características estruturais dos quadriláteros a partir da análise dos triângulos que os compõem.

Plano de aula 1 - 8º ano

Duração da aula: 4 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

Habilidade: (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

Objetivos: Reconhecer e classificar quadriláteros com base em suas propriedades geométricas (lados, ângulos, paralelismo e congruência); decompor quadriláteros em triângulos por meio da construção de diagonais, identificando os triângulos formados e justificando as propriedades dos quadriláteros (como lados opostos congruentes, ângulos congruentes e diagonais) com base na congruência dos triângulos internos.

Pré-requisitos: Conhecimento básico sobre triângulos; identificar quando dois triângulos são congruentes; noções básicas de quadriláteros; raciocínio lógico básico para observar simetrias e relações geométricas e compreensão de explicações e justificativas em linguagem matemática simples.

Observação: cada aluno receberá um conjunto do tangram e uma folha de atividades impressa[6], conforme descrito ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Inicialmente, o professor deverá relembrar os alunos quanto à classificação dos quadriláteros com base em suas propriedades geométricas (lados, ângulos, paralelismo e congruência).

2. O professor realizará a leitura e a explicação da folha de atividades entregue no início da aula. Ao longo do desenvolvimento da proposta, atuará como mediador do processo de aprendizagem, acompanhando e oferecendo suporte aos alunos em todas as etapas da atividade.

[6]As atividades 1, 2 e 3 foram retiradas do artigo "Tangram – Guardado a sete chaves – Construção e Atividades- fonte: https://doi.org/10.46814/lajdv3n4-073

3. Após a finalização das atividades por todos os estudantes, o professor realizará a correção coletiva das atividades no quadro, incentivando-os a compartilhar as observações durante as atividades propostas, retomando os conceitos teóricos, com o objetivo de consolidar e aprofundar a compreensão dos alunos.

4. Como complemento às atividades desenvolvidas em sala, serão propostas tarefas presentes no material Currículo em Ação[7] – Livro do Estudante, 8º ano, Volume 3, páginas 216 a 227, conforme descritas no Apêndice B.3.1, deste trabalho.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: tangram, folha impressa, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e Currículo em Ação volume 3 - 8º ano.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividade: Congruência de triângulos

1) Com as peças do tangram, podemos construir, de modo diferente, oito quadrados.
a) Tente descobri-los e anote em seu caderno cada modo de construção.
b) Quantos quadrados de diferentes medidas são possíveis de construir?

2) Considerando como unidade de área o triângulo menor, determine:
a) a área do triângulo médio;
b) a área do quadrado;
c) a área do paralelogramo.
O que se pode concluir acerca das três figuras anteriores?

3) Com as peças do tangram, determine:
a) um quadrado de área igual à de dois triângulos pequenos;
b) um quadrado de área igual à de quatro triângulos pequenos;
c) um quadrado de área igual à de oito triângulos pequenos.

4) Com base nas figuras que você formou na Atividade 3, responda às perguntas abaixo:
a) Os triângulos pequenos que você utilizou são congruentes? Qual o nome do tipo de triângulo que eles representam?
b) Ao formar o quadrado da letra a, o que você percebeu sobre os lados dos triângulos (catetos e hipotenusa)? Como esses lados se encaixam para formar o quadrado?
c) Ao formar o quadrado da letra b, quais foram as semelhanças e diferenças na disposição dos triângulos em comparação com a letra a? O que você observou em relação à posição dos catetos e hipotenusa ao montar esse novo quadrado?

5) Utilizando duas ou mais peças do tangram, faça construções de diferentes quadriláteros, como: paralelogramos, trapézios, retângulos, quadrados e losangos (se possível).

[7] https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/137973/1261836.pdf

Instruções: Monte cada figura com as peças do tangram. Desenhe cada quadrilátero formado em seu caderno, reproduzindo com régua e lápis. Em cada desenho: Trace diagonais, quando possível, para verificar se o quadrilátero pode ser dividido em triângulos congruentes.

6) Com base nos quadriláteros que você montou na Atividade 5, responda:
a) Os triângulos formados pelas diagonais dos quadriláteros são sempre congruentes? Explique com base nas figuras que você construiu.
b) Que tipos de quadriláteros você conseguiu formar? Como a congruência dos triângulos ajuda a identificar esses quadriláteros?
c) Escreva as principais propriedades de cada quadrilátero que você citou na questão anterior (como lados paralelos, lados congruentes, ângulos congruentes, diagonais que se cruzam no meio, etc.).

4.1.11 8º ano - aula 2 - Mediatriz e bissetriz

Espera-se que o aluno seja capaz de conhecer e aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. Para isso, os alunos deverão aplicar tais conceitos nas peças do tangram, identificando e traçando mediatrizes e bissetrizes nas figuras, de modo a compreender seus significados geométricos e suas aplicações. Essa atividade contribuirá para a construção do conceito de lugar geométrico, relacionando-o à simetria e à equidistância, além de favorecer a visualização e o uso prático desses elementos na análise das formas geométricas.

Plano de aula 2 - 8º ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos cada
Objetos de conhecimento: Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.
Habilidade: (EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
Objetivos: Compreender o conceito de lugar geométrico como o conjunto de todos os pontos que satisfazem uma condição geométrica específica. Identificar e construir a mediatriz de um segmento, reconhecendo-a como o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos extremos do segmento e identificar e construir a bissetriz de um ângulo, reconhecendo-a como o lugar geométrico dos pontos equidistantes dos lados do ângulo.
Pré-requisitos: saber identificar segmentos, pontos médios e ângulos; compreender o que significa um ponto estar à mesma distância de dois pontos ou lados e vocabulário geométrico básico como vértice, lado, ponto, reta, perpendicular, ângulo interno, etc.
Observação: será entregue um tangram para cada aluno.
Atividades de aprendizagem propostas:
1. Em um primeiro momento, o docente deve apresentar os conceitos de mediatriz e bissetriz no quadro, por meio de exemplos que ilustrem suas definições e propriedades.
2. Em seguida, solicita-se que os alunos, com o auxílio da régua, identifiquem e marquem os pontos médios de cada lado das peças do tangram previamente selecionadas (como o triângulo menor, o triângulo médio e o triângulo maior). Com o uso do transferidor, os discentes deverão traçar as mediatrizes de todos os lados dessas figuras, a fim de explorar geometricamente o conceito de equidistância em construções planas.

3. Durante a realização dessa atividade, o professor deverá atuar como mediador de todo o processo, reforçando constantemente que a mediatriz é definida como a reta perpendicular traçada a partir do ponto médio de cada lado de um triângulo. Além disso, o docente pode conduzir uma reflexão sobre o ponto de interseção das mediatrizes traçadas nas figuras. Esse ponto, denominado circuncentro, caracteriza-se por ser equidistante dos vértices do triângulo e pode estar localizado dentro ou fora da figura, a depender de sua classificação (acutângulo, retângulo ou obtusângulo).

4. Após a conclusão das atividades relacionadas à construção das mediatrizes, o professor deverá solicitar que os alunos retomem as figuras do tangram — especificamente o quadrado, o paralelogramo e o segundo triângulo maior — para dar continuidade ao estudo. Com o auxílio do transferidor, os alunos deverão dividir os ângulos de cada vértice ao meio, traçando as bissetrizes correspondentes.

5. Nessa etapa, o professor atuará como mediador, acompanhando e verificando se os alunos realizam as medições de forma correta e precisa. Além disso, poderá conduzir uma reflexão sobre o ponto de interseção das bissetrizes traçadas em cada figura. Tal ponto, conhecido como incentro, é equidistante dos lados do triângulo e representa uma aplicação prática do conceito de lugar geométrico, contribuindo para o aprofundamento da compreensão dos alunos sobre as propriedades da geometria plana.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: régua, transferidor, tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

4.1.12 8º ano - aula 3 - Área de figuras planas

Espera-se que o aluno seja capaz de resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo de áreas de figuras geométricas, utilizando expressões apropriadas para quadriláteros e triângulos, aplicando esses conhecimentos a contextos práticos, como a determinação de medidas de terrenos. Para isso, os alunos deverão utilizar a régua para medir os lados de cada figura do tangram, registrando as medidas no caderno. Em seguida, deverão calcular a área de cada peça, aplicando as expressões matemáticas correspondentes ao tipo de figura, de modo a desenvolver a compreensão das fórmulas de área e sua aplicação em contextos concretos.

Plano de aula 3 - 8º ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Área de figuras planas. Área do círculo e comprimento de sua circunferência.

Habilidade: (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar a medida de terrenos.

Objetivos: saber aplicar fórmulas para calcular áreas de figuras planas em situações contextualizadas; interpretar enunciados e resolver problemas que envolvam áreas de terrenos ou objetos do cotidiano; representar graficamente figuras geométricas, decompor figuras compostas em figuras simples e desenvolver raciocínio lógico.

Pré-requisitos: conhecer as figuras planas, compreender o que é medir uma superfície (área) e diferenciar área de perímetro, saber utilizar unidades de medida de área, como cm^2, m^2, km^2, ha etc. e conhecer as fórmulas da área do triângulo e dos quadriláteros.

Observação: Cada aluno receberá um conjunto do jogo tangram e uma folha impressa com as atividades propostas, descritas ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Inicialmente, o professor deverá retomar com os alunos as fórmulas utilizadas no cálculo da área de figuras planas, tais como triângulo, quadrado, retângulo e trapézio, reforçando também a distinção conceitual entre área (medida da superfície) e perímetro (medida do contorno). Além disso, é importante destacar que os polígonos podem ser decompostos em outras figuras geométricas menores, o que facilita o processo de cálculo da área em situações mais complexas. Essa retomada tem como propósito garantir que todos os alunos estejam munidos dos conhecimentos prévios essenciais à resolução dos problemas propostos ao longo da atividade.

2. Em seguida, o professor realizará a leitura e a explicação das atividades presentes na folha impressa, previamente distribuída aos alunos no início da aula. Com o auxílio da régua, os estudantes deverão realizar a medição das bases e das respectivas alturas das diferentes figuras geométricas que compõem o tangram, dando continuidade às atividades propostas. Durante todo o processo, o docente atuará como mediador, orientando e apoiando os alunos na realização das tarefas.

4. Após a finalização das atividades por todos os estudantes, o professor deverá conduzir a correção coletiva das tarefas propostas, utilizando o quadro para socializar os procedimentos de resolução. Durante esse momento, os alunos serão incentivados a compartilhar suas respostas, principalmente a atividade 3, promovendo a construção colaborativa do conhecimento. Caso os resultados apresentados por algum aluno estejam divergentes da correção, o professor o incentivará a identificar, por conta própria, o possível erro cometido. Se o estudante não conseguir localizá-lo, o docente analisará a resposta incorreta juntamente com a turma, utilizando o equívoco como uma oportunidade de aprendizagem e esclarecimento conceitual.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: régua, tangram, lápis, borracha, lousa e canetas de quadro branco.

Avaliação: será feita no decorrer da aula através da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o seu envolvimento e compreensão das atividades.

Atividades com o Tangram - área de figuras planas (triângulos e quadriláteros)

1) Usando uma régua, meça os lados indicados na tabela dos polígonos que compõem o tangram e preencha a tabela abaixo com as medidas encontradas.

	Base	Altura
Triângulo Pequeno		
Triângulo médio		
Triângulo grande		
Quadrado		
Paralelogramo		

2) Com base nas medidas obtidas na atividade 1, calcule as áreas das figuras que formam o tangram em seu caderno e registre os resultados abaixo:
a) Triângulo pequeno:
b) Triângulo médio:
c) Triângulo grande:
d) Quadrado:
e) Paralelogramo:

3) Imagine que cada peça do tangram representa um pedaço de terreno com um formato geométrico diferente.
Escolha de 2 a 5 peças do tangram e junte-as para formar um terreno em forma de triângulo ou quadrilátero.
Observando os resultados da atividade 2, some as áreas para descobrir a área total do seu "terreno".
Com base na figura que você montou, crie um problema matemático que envolva o cálculo da área.
Troque a sua figura com um colega. Agora, você deverá resolver o problema que ele criou e ele resolverá o seu.
No final, conversem e comparem os resultados para ver se chegaram à mesma resposta.

4.1.13 9º ano - aula 1 - Semelhança de triângulos

Espera-se que os alunos, por meio da exploração dos triângulos presentes no tangram, reconheçam as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Plano de aula 1 - 9º ano

Duração da aula: 2 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: semelhança de triângulos.

Habilidade: (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Objetivos: Identificar e compreender os critérios de semelhança de triângulos; aplicar os critérios em situações-problema e desenvolver raciocínio lógico e argumentação.

Pré-requisitos: É necessário que o aluno possua conhecimentos prévios sobre figuras geométricas planas, em especial os triângulos e seus elementos constituintes (lados, ângulos, vértices, altura, mediana, entre outros). Além disso, é fundamental que tenha noções básicas sobre ângulos e compreenda os conceitos de razão e proporção.

Observação: será entregue um tangram e uma folha impressa com a atividade proposta para cada aluno, descrita ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Selecionar os triângulos presentes no tangram e posicioná-los sobre a carteira de forma que fiquem na mesma orientação, numerando os lados para o preenchimento correto da tabela proposta (folha impressa entregue no início da aula).

2. Utilizando régua e transferidor, os alunos deverão preencher a tabela (folha impressa) com as medidas dos lados (em centímetros) e dos ângulos internos (em graus).

3. Após o preenchimento da tabela por todos os alunos, o professor deverá realizar a correção coletiva das medidas no quadro, com o objetivo de responder às questões propostas a partir das observações realizadas durante a atividade.

4. Após a análise dos dados já corrigidos e a resolução das questões propostas, os alunos deverão compartilhar suas respostas com a turma. A partir da mediação do professor, espera-se que consigam identificar as condições sob as quais os triângulos podem ser considerados semelhantes.

5. Em seguida, os alunos deverão observar todos os triângulos que compõem o tangram e refletir se todos eles são semelhantes entre si. A discussão em grupo, orientada pelo professor, deverá favorecer a compreensão das diferenças entre triângulos semelhantes e triângulos congruentes, promovendo a distinção conceitual entre essas duas noções fundamentais da geometria.

6. Concluída a atividade, o professor apresentará na lousa os casos de semelhança entre triângulos, ilustrando cada um deles a partir dos triângulos presentes no tangram, de modo a evidenciar visualmente as condições que caracterizam a semelhança.

7. Como complemento às atividades desenvolvidas em sala, serão propostas atividades presentes no material Currículo em Ação[8], caderno do aluno - volume 2 - 9º ano, páginas 227 a 233, com o intuito de favorecer a articulação entre os conteúdos geométricos e as práticas desenvolvidas em sala de aula. As atividades estão descritas no Apêndice B.4.1 deste trabalho.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: régua, transferidor, tangram, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e Currículo em Ação volume 2 - 9º ano.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o Tangram - semelhança de triângulos

1) Utilizando régua e transferidor, preencha a tabela abaixo, aguarde a correção feita pelo professor, em seguida, analisando os dados da tabela já corrigidos, responda às questões a, b e c:

	Lado 1	Lado 2	Lado 3	Ângulo 1	Ângulo 2	Ângulo 3
Triângulo Pequeno						
Triângulo médio						
Triângulo grande						

a) Quais observações podem ser feitas em relação às medidas dos ângulos correspondentes dos três triângulos?
b) Foi possível identificar alguma relação entre os lados correspondentes dos triângulos? Em caso afirmativo, qual ou quais relações foram observadas?
c) Agora, compare a medida dos lados correspondentes do triângulo maior com o menor. O que vocês observaram?

[8]https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135126/1167014.pdf

4.1.14 9º ano - aula 2 - Relações métricas no triângulo retângulo

Espera-se que o aluno seja capaz de demonstrar as relações métricas em triângulos retângulos, incluindo o Teorema de Pitágoras, utilizando a semelhança de triângulos como ferramenta para a comprovação dessas relações. No contexto do tangram, os alunos deverão aplicar esses conceitos às peças triangulares, identificando os triângulos retângulos formados pelas peças e explorando as relações métricas entre os lados desses triângulos. Deverão, assim, utilizar o Teorema de Pitágoras e a semelhança de triângulos para calcular as medidas dos lados e verificar a consistência das propriedades geométricas observadas nas peças do tangram.

Plano de aula 2 - 9º ano

Duração da aula: 4 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Relações métricas no triângulo retângulo. Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.

Habilidade: (EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

Objetivos: Compreender e demonstrar o Teorema de Pitágoras por meio da semelhança de triângulos; aplicar o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas práticos envolvendo triângulos retângulo e explorar relações métricas no triângulo retângulo, desenvolvendo o raciocínio geométrico e algébrico.

Pré-requisitos: Conhecimento básico sobre ângulos, triângulos, semelhança de triângulos e relações métricas no triângulo retângulo.

Observação: será entregue um tangram e uma folha impressa com a atividade proposta para cada aluno, descrita ao final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. Posicionar os três triângulos (pequeno, médio e grande) do tangram na mesma orientação sobre a carteira.

2. Com o uso de régua e transferidor, os estudantes deverão preencher a tabela proposta, registrando as medidas dos lados e da altura relativa ao ângulo de 90° (em centímetros) dos triângulos que compõem o tangram, sendo solicitado que representem graficamente essa altura em cada triângulo. Na sequência, deverão medir os ângulos internos (em graus) e anotá-los diretamente nas respectivas figuras, posicionando os valores nos vértices correspondentes.

3.Após o preenchimento da tabela por todos os alunos, o professor deverá proceder à correção coletiva das medidas no quadro, com o intuito de responder às questões propostas com base nas observações realizadas durante a atividade. Ressalta-se a importância de que as medições utilizadas tenham sido previamente realizadas pelo professor com alto grau de precisão. Recomenda-se, ainda, que os alunos sejam orientados a corrigir suas anotações mesmo diante de pequenas discrepâncias, como uma diferença de 1 milímetro, a fim de garantir a exatidão necessária para a conclusão adequada da atividade.

4. A partir da correção, os alunos serão orientados a responder às questões a, b e c da folha impressa.

5. Após a conclusão da atividade, os alunos serão convidados a apresentar suas conclusões, momento em que o professor intervirá, retomando os conceitos teóricos relacionados aos casos de semelhança de triângulos, assim como as relações métricas no triângulo retângulo, com o objetivo de consolidar e aprofundar a compreensão dos estudantes.

6. Com o objetivo de verificar a veracidade das relações métricas estudadas e praticar a aplicação dessas igualdades, os alunos deverão realizar os cálculos correspondentes

utilizando as medidas do triângulo maior do Tangram. Ao final, espera-se que registrem uma conclusão reflexiva com base nos resultados obtidos, relacionando-os às propriedades exploradas ao longo da atividade.

7. Como complemento às atividades desenvolvidas em sala, serão propostas atividades presentes no material Currículo em Ação (livro do estudante) 9º ano - volume 2 - páginas 299 a 315 - material didático fornecido pelo Estado de São Paulo a todos os alunos da rede estadual de ensino. As atividades estão descritas no Apêndice B.4.2 deste trabalho.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: régua, transferidor, tangram, lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco, folha impressa com as atividades propostas e Currículo em Ação volume 2 - 9º ano.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Atividades com o Tangram - Relações métricas no triângulo retângulo

1) Utilizando régua e transferidor, preencha a tabela abaixo, aguarde a correção feita pelo professor, em seguida, analisando os dados da tabela já corrigidos, responda às questões a, b e c:

	Catetos	Hipotenusa	Altura	Projeção 1	Projeção 2
Triângulo Pequeno					
Triângulo médio					
Triângulo grande					

a) O que você observou em relação aos ângulos correspondentes dos três triângulos?
b) Foi possível identificar alguma relação entre os lados correspondentes dos triângulos (observe os lados dos triângulos pequeno e grande)? Em caso afirmativo, qual ou quais relações foram observadas?
c) Esses triângulos são semelhantes. Justifique.
d) Agora, analise as relações métricas nos triângulos do tangram e verifique se elas correspondem às fórmulas estudadas em sala.

4.1.15 9º ano - aula 3 - Distância entre dois pontos

Espera-se que o aluno seja capaz de determinar o ponto médio de um segmento de reta e calcular a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem recorrer ao uso de fórmulas. Para isso, os alunos utilizarão as peças do tangram disponibilizadas em papel quadriculado, identificando as coordenadas dos vértices das figuras. A partir dessas coordenadas, deverá calcular o ponto médio dos segmentos de reta e a distância entre os pontos, aplicando o raciocínio geométrico de forma intuitiva. Além disso, deverão aplicar esse conhecimento para calcular as medidas de perímetros e áreas de figuras planas formadas no plano cartesiano, utilizando a compreensão das relações espaciais entre os pontos e segmentos.

Plano de aula 3 - 9º ano

Duração da aula: 4 aulas de 50 minutos cada.

Objetos de conhecimento: Distância entre pontos no plano cartesiano.

Habilidade: (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos qualquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

Objetivos: Compreender os pontos no plano cartesiano, utilizando coordenadas; determinar, de forma gráfica e intuitiva, o ponto médio de um segmento de reta dado no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas algébricas; estimar e calcular a distância entre dois pontos com base em suas posições no plano cartesiano, por meio de raciocínio geométrico (sem recorrer a fórmulas); aplicar os conceitos de ponto médio e distância para resolver problemas geométricos, como o cálculo de perímetro e área de figuras planas desenhadas no plano cartesiano e desenvolver a visualização espacial, a capacidade de abstração e o raciocínio lógico por meio da análise de figuras geométricas em um sistema de eixos.

Pré-requisitos: Compreender o sistema de coordenadas cartesianas; noções básicas sobre segmentos de reta e figuras planas, saber calcular perímetro e área de figuras planas e ter habilidade para observar simetrias, regularidades e distâncias entre pontos no plano.

Observação: será disponibilizada aos alunos uma folha impressa contendo o tangram posicionado no plano cartesiano (figura 4.18), bem como as atividades propostas, as quais estão detalhadas no final deste plano de aula.

Atividades de aprendizagem propostas:

1. No início da aula, o professor realizará uma retomada conceitual acerca da identificação de coordenadas no plano cartesiano, com o objetivo de reativar conhecimentos prévios dos estudantes. Além disso, será promovida uma discussão sobre a noção de ponto médio entre dois pontos, privilegiando-se abordagens intuitivas e geométricas, sem, neste primeiro momento, recorrer diretamente à apresentação de fórmulas algébricas.

2. Na sequência, o docente entregará a cada estudante uma folha impressa contendo as atividades propostas, as quais estão descritas ao final deste plano de aula. Em seguida, procederá à leitura e à explicação detalhada de cada item, assegurando que todos compreendam as orientações e os objetivos das tarefas a serem realizadas.

3. Durante todo o desenvolvimento da aula, o professor circulará pela sala, atuando como mediador do processo de aprendizagem. Seu objetivo será acompanhar o trabalho dos estudantes, oferecendo suporte individualizado àqueles que apresentarem dificuldades, até que todos consigam realizar as atividades propostas de forma autônoma.

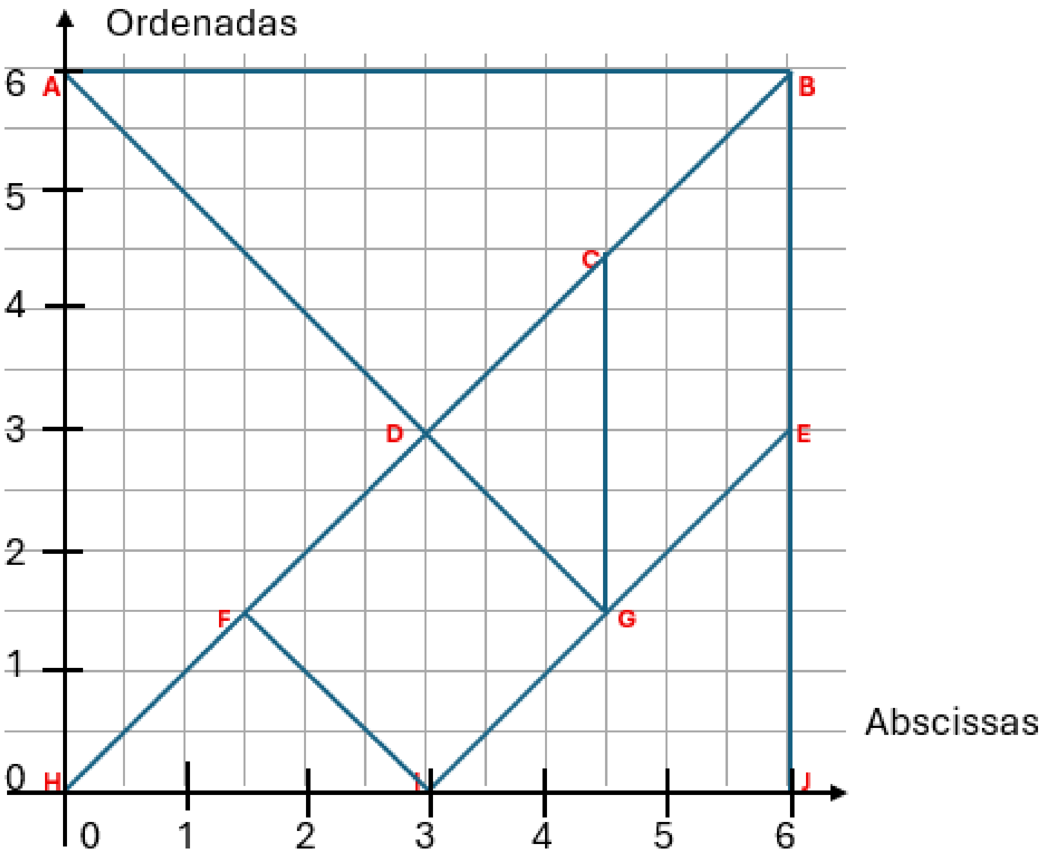
4. A aula será finalizada com uma correção coletiva realizada na lousa, momento em que o professor incentivará os alunos a compartilharem suas respostas e estratégias de resolução, com especial atenção à Atividade 3. Durante essa etapa, o docente retomará conceitos fundamentais, como área, perímetro, distância entre dois pontos e, sobretudo, o ponto médio. Caso os estudantes não consigam chegar autonomamente à fórmula do ponto médio a partir da análise das atividades, o professor a apresentará formalmente, promovendo a articulação entre a intuição geométrica e a generalização algébrica.

Metodologia: Aula expositiva dialogada, e práticas abordadas nas "atividades de aprendizagem propostas".

Recursos didáticos: lápis, borracha, lousa, canetas de quadro branco e folhas impressas com as atividades propostas.

Avaliação: será realizada ao longo da aula, por meio da participação dos alunos nas atividades propostas, observando-se o envolvimento e compreensão dos conteúdos abordados.

Figura 4.18: Tangram no plano cartesiano



Fonte: autora

Atividades com o Tangram no plano cartesiano

1) Observe a figura do Tangram posicionada sobre o plano cartesiano e anote as coordenadas de todos os vértices das figuras, como no exemplo abaixo:
Exemplo: A (0, 6)

2) Calcule o ponto médio dos seguintes lados:
a) Triângulo 1 – lado AB:
b) Triângulo 2 – lado AH:
c) Triângulo 6 – lado HI:
d) Triângulo 7 – lado EI:
e) Triângulo 3 – lado CG:
f) Quadrado 5 – lado FD:
g) Paralelogramo 4 – lado BE:
h) Quadrado maior (Tangram completo) – diagonal BH:

3) Agora, observe os dados da Atividade 1 (coordenadas dos vértices) e compare-os com os pontos médios que você calculou na Atividade 2 e responda:
a) Existe alguma relação entre os vértices usados e o ponto médio obtido?
b) O ponto médio sempre está entre os dois vértices utilizados?
c) As coordenadas do ponto médio são a média dos valores dos vértices?
d) Ele pode ser visto como o "centro"do segmento de reta que liga os dois pontos?
e) Explique com suas palavras o que você percebeu sobre a relação entre os vértices de cada lado em relação ao ponto médio que você encontrou.

4) Considere que cada lado do quadrado do plano cartesiano mede 1 unidade. Calcule a distância entre os pontos:
a) A e B
b) A e H
c) H e I
d) I e J
e) J e E
f) B e E
g) G e C
h) F e I

5) Sabendo que cada lado do quadradinho do plano mede 1 unidade, calcule o perímetro de cada peça do Tangram:
Triângulo 1
Triângulo 2
Triângulo 3
Triângulo 6
Triângulo 7
Quadrado 5
Paralelogramo 4

6) Sabendo que cada quadradinho do plano mede 1 unidade de área, calcule a área de cada peça do Tangram:
Triângulo 1
Triângulo 2
Triângulo 3
Triângulo 6
Triângulo 7
Quadrado 5
Paralelogramo 4

As atividades desenvolvidas nas aulas 3 do 6º ano, 3 do 7º ano, bem como nas aulas 1 e 2 do 8º ano e nas aulas 1 e 3 do 9º ano, mencionadas neste capítulo, têm como principal objetivo a introdução de conceitos matemáticos por meio de práticas pedagógicas contextualizadas, promovendo uma abordagem mais significativa da aprendizagem. De forma complementar, as aulas 1, 2 e 4 do 6º ano; 1, 2 e 4 do 7º ano; aula 3 do 8º ano; e aula 2 do 9º ano foram planejadas com a finalidade de retomar e aprofundar conteúdos já trabalhados previamente, também por meio da prática. A aula 5 do 6º ano contempla ambas as abordagens: ainda que os alunos já tivessem sido apresentados ao conceito de ângulos, o uso do transferidor para sua medição foi introduzido a alguns estudantes durante essa atividade, permitindo consolidar e expandir a compreensão do conteúdo. Essa estratégia está alinhada com os pressupostos da educação matemática que valorizam a resolução de problemas e a aprendizagem pela ação (Ponte et al., 2012).

No capítulo seguinte, será apresentada a aplicação de uma atividade para cada série do Ensino Fundamental, considerando as propostas discutidas neste capítulo.

5 Aplicação das atividades

As atividades descritas neste capítulo foram implementadas em turmas do Ensino Fundamental II de uma escola estadual situada no município de Leme/SP, com o objetivo de analisar os resultados pedagógicos no contexto do ensino de Matemática. No entanto, dentre todas as atividades propostas no Capítulo 4, apenas uma foi aplicada em cada ano do Ensino Fundamental II, sendo que os comentários referentes a cada atividade são apresentados no capítulo seguinte desta dissertação.

5.1 Atividade aplicada no 6º ano do Ensino Fundamental

As atividades foram realizadas com uma única turma do 6º ano do Ensino Fundamental, tendo como objetivo complementar o conteúdo previamente abordado na aula anterior por meio de uma abordagem prática. O plano de aula correspondente encontra-se detalhado na seção 4.1.5 deste trabalho.

As habilidades desenvolvidas na atividade foram: (EF06MA25) reconhecer a abertura do ângulo como uma grandeza associada às figuras geométricas e (EF06MA27) determinar medidas da abertura de ângulos, utilizando transferidor e/ou tecnologias digitais.

No início da aula, cada aluno recebeu um tangram composto pelas sete peças numeradas, bem como uma folha impressa contendo as atividades descritas no Plano de Aula 5 – 6º ano, conforme apresentadas no capítulo 4 deste trabalho.

Para iniciar a atividade, foi realizada uma retomada do conceito de ângulo e das nomenclaturas associadas, previamente abordados nas aulas anteriores. Além disso, a porta da sala de aula foi utilizada como recurso didático para ilustrar os ângulos formados pela abertura entre a porta e a parede, estabelecendo uma conexão entre o conceito matemático de ângulo e situações cotidianas dos alunos.

Posteriormente, foi realizada na lousa a demonstração do uso do transferidor. Durante todo o processo, houve um acompanhamento atento das medições efetuadas pelos alunos, com intervenções e correções sempre que necessário, até que todos obtivessem os valores corretos. As imagens a seguir registram momentos em que os alunos realizam a medição dos ângulos das peças do tangram como parte da resolução da Atividade 2 proposta.

Após a conclusão das medições, o professor procedeu à explicação das atividades 3 a 6 da folha de exercícios, as quais foram posteriormente desenvolvidas pelos alunos. As imagens a seguir apresentam os registros das atividades realizadas por alguns discentes.

A aula foi encerrada com a correção das atividades realizadas na lousa.

Figura 5.1: Medida dos ângulos internos - aluno 1

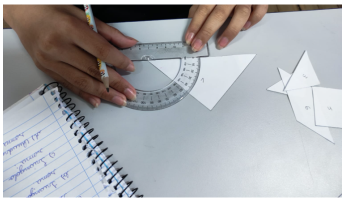


Figura 5.2: Medida dos ângulos internos - aluno 2

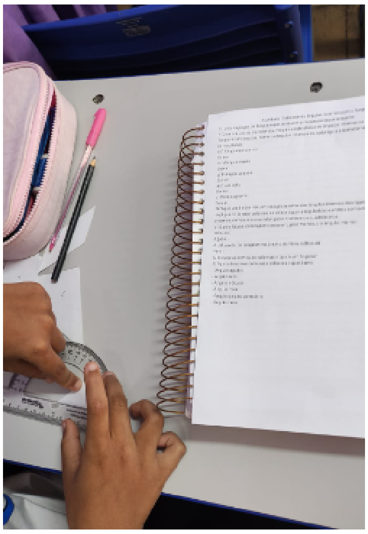
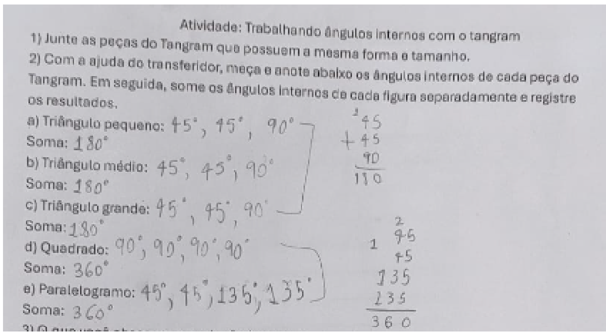


Figura 5.3: Atividade 2 - 6º ano - aluno 1



Atividade: Trabalhando ângulos internos com o tangram

1) Junte as peças do Tangram que possuem a mesma forma e tamanho.

2) Com a ajuda do transferidor, meça e anote abaixo os ângulos internos de cada peça do Tangram. Em seguida, some os ângulos internos de cada figura separadamente e registre os resultados.

a) Triângulo pequeno: 45°, 45°, 90°
Soma: 180°
b) Triângulo médio: 45°, 45°, 90°
Soma: 180°
c) Triângulo grande: 45°, 45°, 90°
Soma: 180°
d) Quadrado: 90°, 90°, 90°, 90°
Soma: 360°
e) Paralelogramo: 45°, 45°, 135°, 135°
Soma: 360°

5.2 Atividade aplicada no 7º ano do Ensino Fundamental

As atividades foram aplicadas em três turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, cujos perfis apresentavam características distintas. O principal objetivo foi introduzir o conteúdo por meio de uma atividade prática. O plano de aula correspondente está detalhado no Capítulo 4.1.8 deste trabalho.

A habilidade desenvolvida foi: (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

No início da aula, cada aluno recebeu um conjunto de tangram composto pelas sete peças numeradas, além de uma folha impressa que seria utilizada na quinta etapa das atividades programadas. Na sequência, demonstrei, na lousa, o uso adequado da régua

Figura 5.4: Atividade 2 - 6º ano - aluno 2

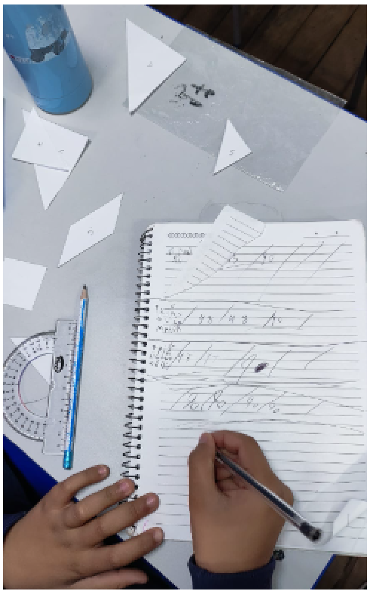
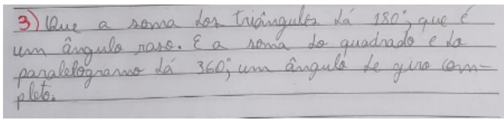
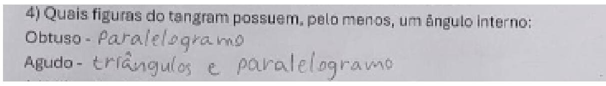


Figura 5.5: Atividade 3 - 6º ano



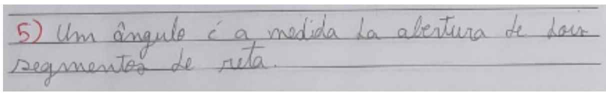
3) Que a soma dos triângulos dá 180°, que é
um ângulo raso. E a soma do quadrado e do
paralelogramo dá 360°, um ângulo de giro com-
pleto.

Figura 5.6: Atividade 4 - 6º ano



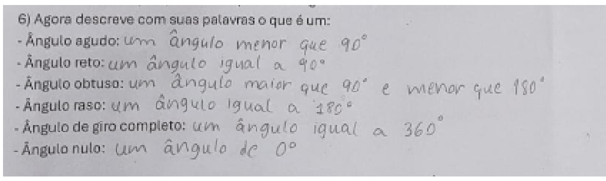
4) Quais figuras do tangram possuem, pelo menos, um ângulo interno:
Obtuso - Paralelogramo
Agudo - triângulos e paralelogramo

Figura 5.7: Atividade 5 - 6º ano



5) Um ângulo é a medida da abertura de dois
segmentos de reta.

Figura 5.8: Atividade 6 - 6º ano - aluno 1



6) Agora descreve com suas palavras o que é um:
- Ângulo agudo: um ângulo menor que 90°
- Ângulo reto: um ângulo igual a 90°
- Ângulo obtuso: um ângulo maior que 90° e menor que 180°
- Ângulo raso: um ângulo igual a 180°
- Ângulo de giro completo: um ângulo igual a 360°
- Ângulo nulo: um ângulo de 0°

e do transferidor, instrumentos que seriam empregados ao longo das atividades. Em seguida, os estudantes foram orientados a realizar as tarefas conforme detalhado no plano de aula descrito no capítulo anterior deste trabalho. A seguir, apresentam-se as sequências de atividades desenvolvidas, bem como os registros referentes à participação dos alunos.

1. Iniciaram o processo com a medição dos lados dos triângulos presentes no tangram, utilizando uma régua, e registrando os valores obtidos em seus cadernos.

2. Calcularam a soma dos dois menores lados de cada triângulo e analisaram essa soma em relação à medida do lado maior.

Figura 5.9: Atividade 6 - 6º ano - aluno 2

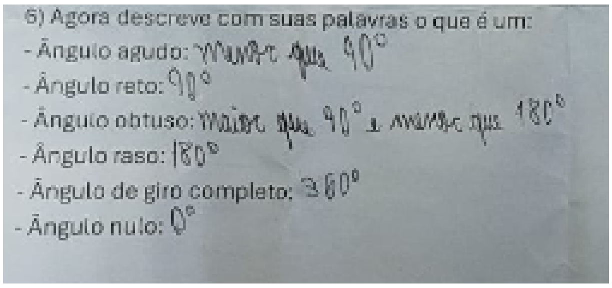

6) Agora descreve com suas palavras o que é um:
- Ângulo agudo: menor que 90°
- Ângulo reto: 90°
- Ângulo obtuso: maior que 90° e menor que 180°
- Ângulo raso: 180°
- Ângulo de giro completo: 360°
- Ângulo nulo: 0°

Figura 5.10: Medição dos lados dos triângulos do tangram

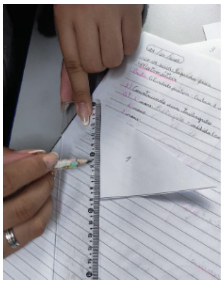


Figura 5.11: Atividade 2 - 7º ano

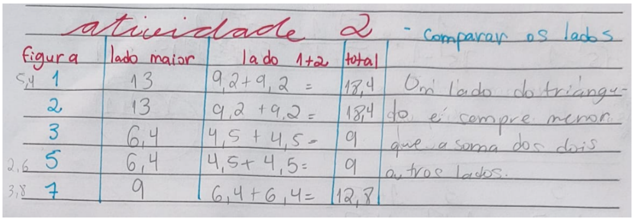
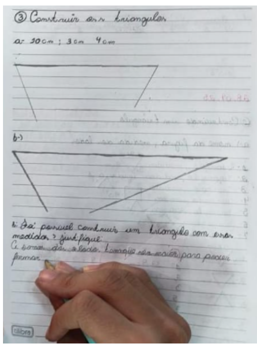

atividade 2 - Comparar os lados

figura	lado maior	lado 1+2	total	
5,4 1	13	9,2+9,2 =	18,4	Um lado do triângu-
2	13	9,2 +9,2 =	18,4	lo é sempre menor
3	6,4	4,5 + 4,5 =	9	que a soma dos dois
2,6 5	6,4	4,5+ 4,5 =	9	outros lados.
3,8 7	9	6,4+6,4=	12,8	

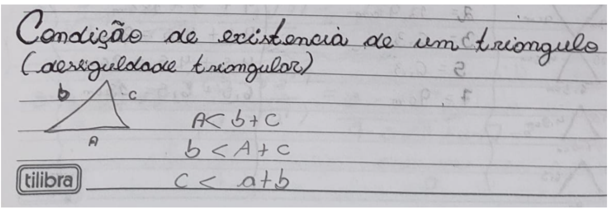
3. Utilizando uma régua, os alunos tentaram construir dois triângulos: o primeiro com lados de 10 cm, 3 cm e 4 cm, e o segundo com lados de 15 cm, 10 cm e 5 cm, justificando a questão formulada pelo professor, conforme descrito no plano de aula.

Figura 5.12: Atividade 3 - 7º ano



4. Após a constatação da impossibilidade de construção de um triângulo com as medidas fornecidas, os estudantes apresentaram suas justificativas oralmente para a turma, sempre com minha mediação e intervenção, com o intuito de consolidar a compreensão do conceito envolvido — a desigualdade triangular. Para tanto, os alunos representaram o conceito por meio de inequações algébricas em seus cadernos.

Figura 5.13: Conclusão da atividade



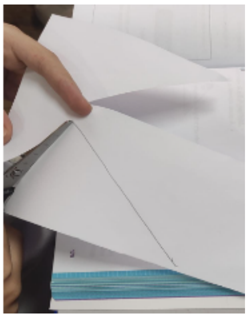
5. Na sequência, foi proposta uma nova atividade, entregue aos alunos em formato impresso, para ser realizada em sala de aula. Nessa atividade, os estudantes deveriam verificar a existência ou não de triângulos com base nas medidas dos lados fornecidas. Após a conclusão, a correção foi realizada na lousa.

Figura 5.14: Colocando em prática

Medidas	Maior medida	Soma das duas menores medidas	É possível construir o triângulo?
15, 10 e 9	15	10 + 9 = 19	1 Sim
15, 10 e 5	15	10 + 5 = 15	Não
12, 15 e 9	15	12+9 = 21	2 sim
22, 7 e 11	22	11+7 = 18	não
11, 6 e 4	11	6 + 4 = 10	não
25, 15 e 15	25	15 + 15 = 30	3 sim

6. Após o preenchimento completo da tabela proposta, os estudantes construíram, em uma folha de papel sulfite, os triângulos cujas medidas permitiam sua construção, conforme os registros obtidos. Em seguida, foram orientados a recortá-los cuidadosamente.

Figura 5.15: Construindo triângulos no papel sulfite



7. Utilizando o transferidor, os alunos realizaram a medição dos ângulos internos dos triângulos do tangram, bem como dos triângulos previamente construídos. A partir desses dados, os estudantes somaram os três ângulos internos de cada triângulo e observaram que, independentemente do tipo de triângulo, a soma resultava sempre em 180º.

8. Com o objetivo de favorecer a visualização e a comprovação do conceito, os estudantes também dobraram os triângulos do tangram, assim como os triângulos construídos por eles, de modo a unir seus três vértices.

Essa ação possibilitou a observação prática, por meio da dobradura, de que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo corresponde à metade da circunferência (semicircunferência); ou seja, a 180°.

Dois alunos elegíveis à Educação Especial (TEA - Transtorno do Espectro Autista) também participaram das atividades, sem a necessidade de adaptações. Um dos alunos

Figura 5.16: Dobradura

conseguiu concluir todas as etapas de forma autônoma, enquanto o outro contou com o apoio do professor auxiliar para realizar as tarefas. A seguir, apresentam-se os registros fotográficos das atividades realizadas por ambos.

Atividades realizadas pelo aluno 1 com o auxílio do professor e pelo aluno 2 de forma independente, sem o auxílio do professor:

Figura 5.17: Atividade 1 - 7º ano - aluno 1

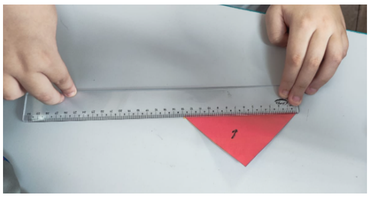
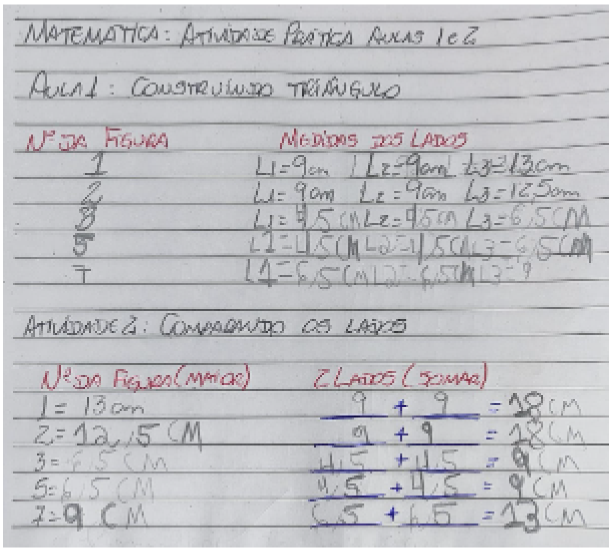


Figura 5.18: Atividade 2 - 7º ano -aluno 1



5.3 Atividades aplicadas no 8º ano do Ensino Fundamental

As atividades foram realizadas com duas turmas do 8º ano do Ensino Fundamental, tendo como objetivo a introdução do conteúdo por meio da atividade prática com o

Figura 5.19: Atividade 1 - 7º ano - aluno 2

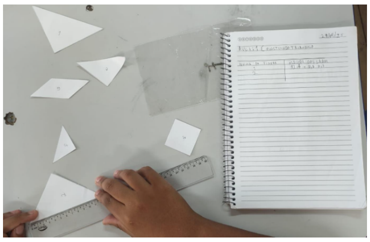


Figura 5.20: Atividade 2 - 7º ano - aluno 2

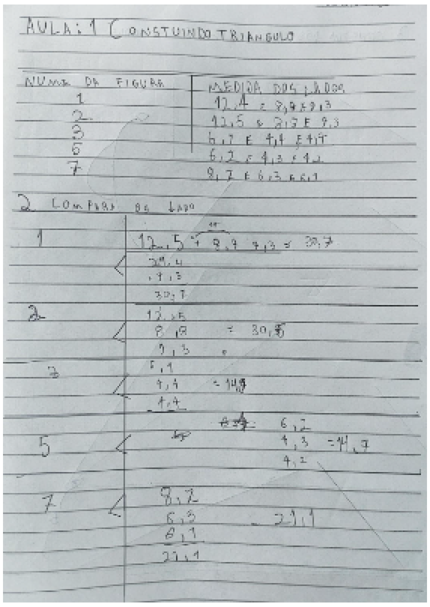


Figura 5.21: Atividade 3 - 7º ano - aluno 2

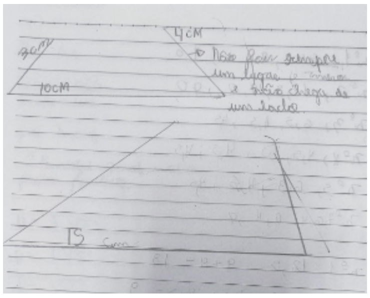
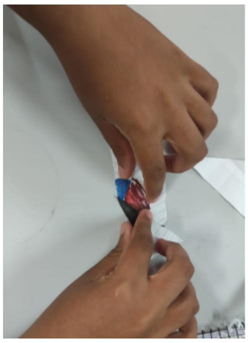


Figura 5.22: Atividade 4 - 7º ano - aluno 2



tangram. O plano de aula correspondente encontra-se detalhado na seção 4.1.10 deste trabalho.

A habilidade desenvolvida foi: (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

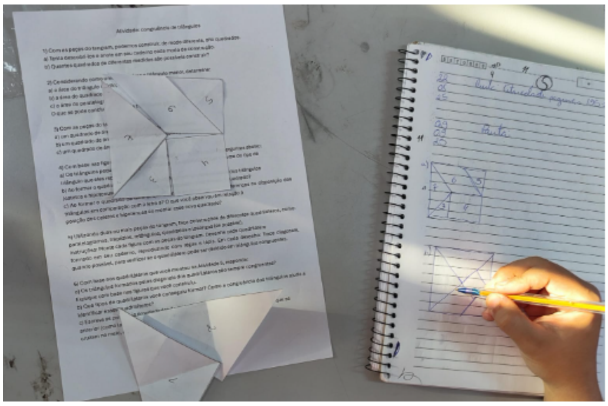
No início da aula, cada aluno recebeu um tangram composto pelas sete peças numeradas, bem como uma folha impressa contendo as atividades descritas no Plano de Aula 1 – 8º ano, conforme apresentado no capítulo 4 deste trabalho.

Após todos os alunos estarem com os materiais em mãos, foram orientados a realizar a primeira atividade, que consistia em construir, utilizando de uma a sete peças do Tangram, a maior quantidade possível de quadrados, dispondo para isso, aproximadamente 35 a 40 minutos.

As imagens a seguir correspondem aos registros das atividades desenvolvidas por alguns alunos durante a Atividade 1.

Figura 5.23: Atividade 1 - 8º ano - aluno 1

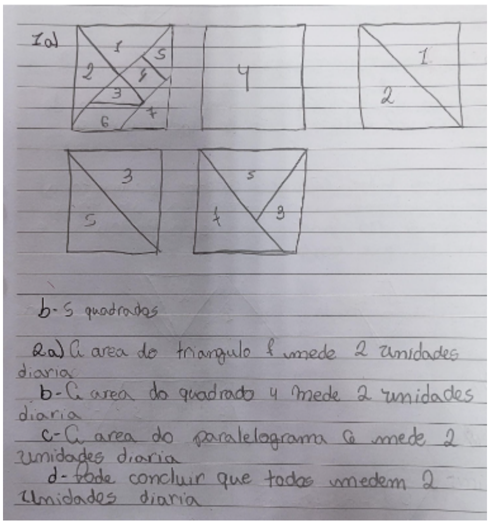
Figura 5.24: Atividade 1 - 8º ano - aluno 2

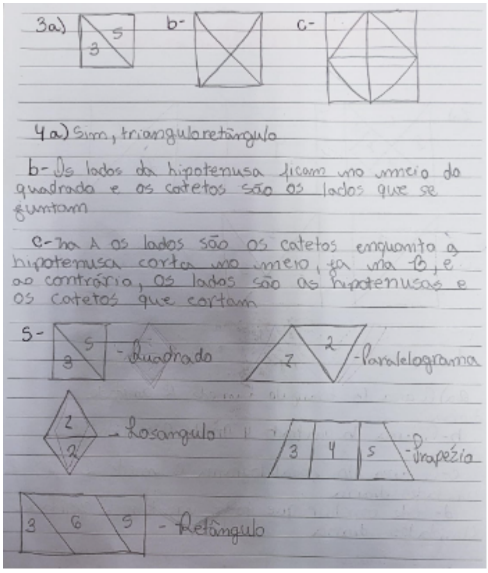


Na etapa seguinte, os alunos foram instruídos a executar as atividades em sequência, sendo acompanhados por explicações e orientações contínuas ao longo do processo.

As imagens a seguir correspondem aos registros das atividades desenvolvidas por alguns alunos durante a aula.

Figura 5.25: Atividades - 8º ano - aluno 1





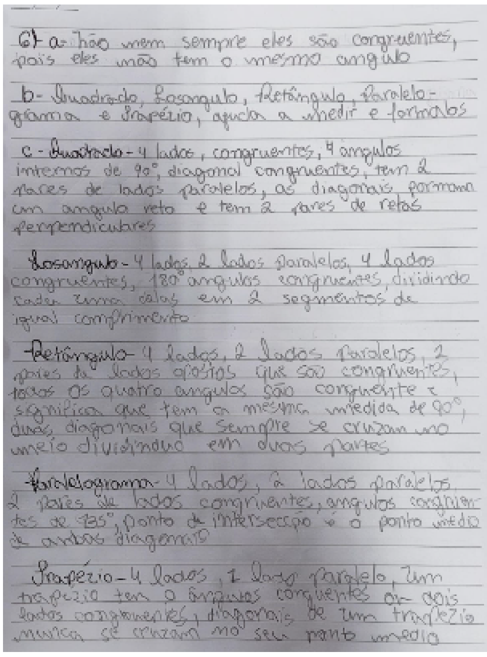
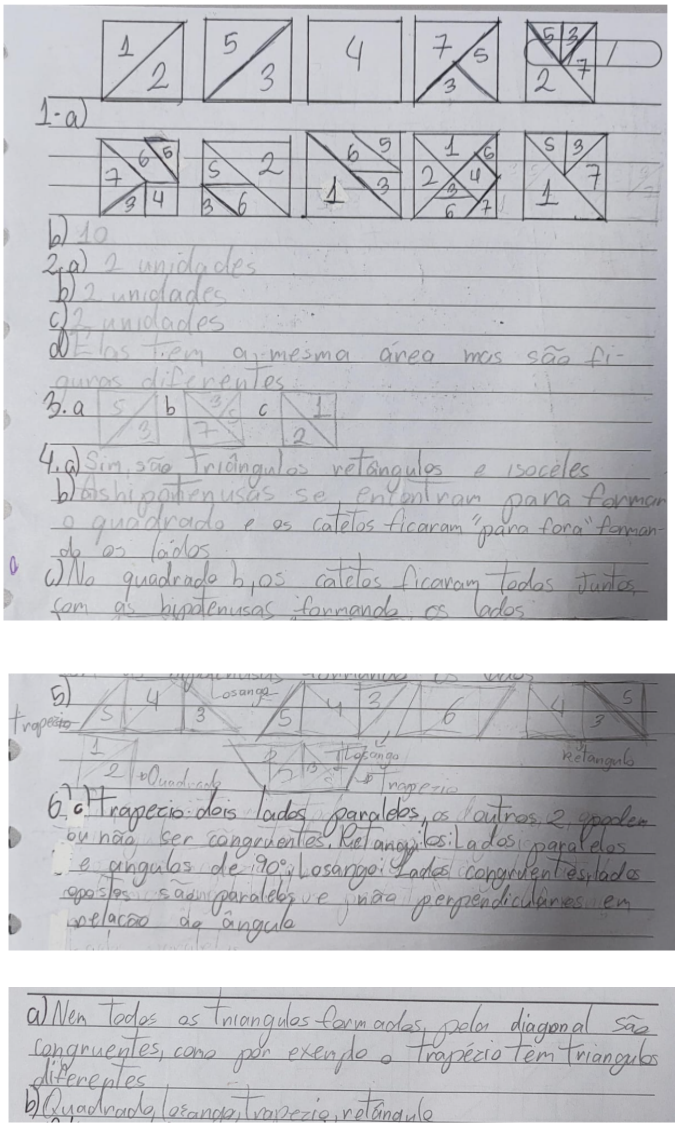


Figura 5.26: Atividades - 8º ano - aluno 2



Participaram das atividades quatro alunos, dos quais três são elegíveis à Educação Especial e um possui diagnóstico de Dislexia e Discalculia. A estudante elegível à Educação Especial em razão da Síndrome de Down será identificada como aluna 1; a estudante com diagnóstico de Dislexia e Discalculia será identificada como aluna 2; já os dois estudantes elegíveis à Educação Especial por apresentarem Transtorno do Espectro Autista (TEA) serão referidos como aluno 3 e aluno 4.

Os estudantes 1, 2 e 3 demonstram dificuldades ao longo das aulas, demandando com frequência o suporte do professor regente ou da professora auxiliar. Em contrapartida, o estudante 4, mesmo diante de um diagnóstico prévio, revela maior facilidade no acompanhamento das disciplinas, de modo geral. Todos participaram das atividades sem a necessidade de adaptações específicas. Contudo, as alunas 1 e 2 receberam, além do Tangram, alguns triângulos de menor dimensão, de modo a possibilitar a realização da Atividade 3.

A aluna 1 concluiu apenas as Atividades 1, 2, 3 e 5, contando com o auxílio da professora auxiliar. As evidências apresentadas a seguir documentam a participação dessa estudante.

Figura 5.27: Atividade 1 - 8º ano feita pela aluna 1

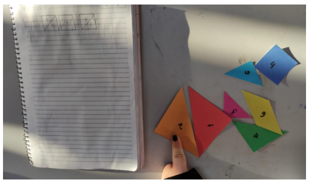


Figura 5.28: Atividade 3 - 8º ano feita pela aluna 1

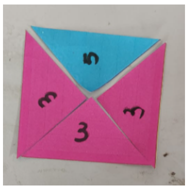
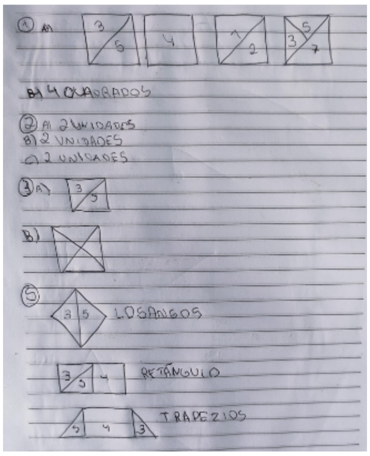
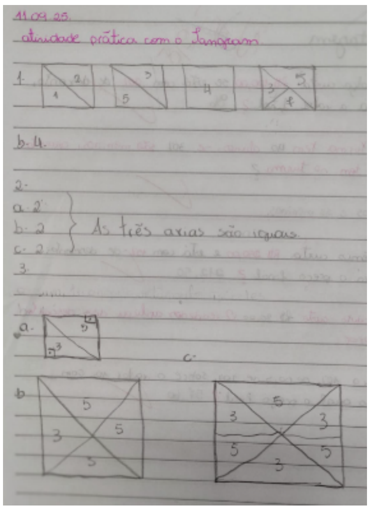


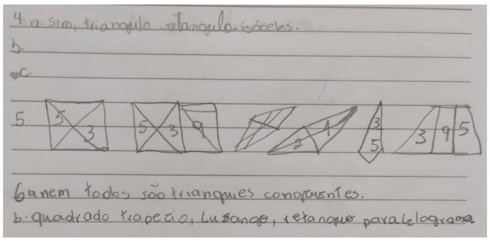
Figura 5.29: Atividades - 8º ano feita pela aluna 1



A aluna 2 concluiu a maior parte das atividades propostas, necessitando apenas do meu apoio, assim como os demais estudantes. As imagens apresentadas a seguir correspondem às atividades realizadas por essa estudante.

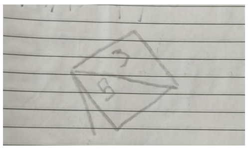
Figura 5.30: Atividades - 8º ano feita pela aluna 2

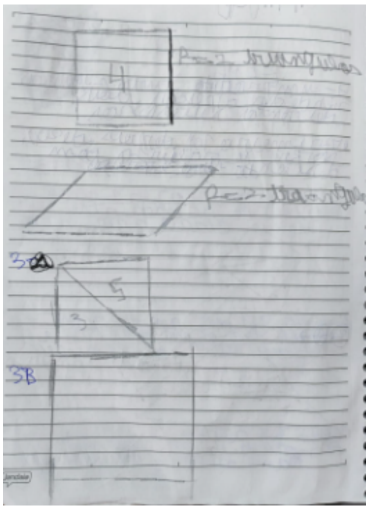


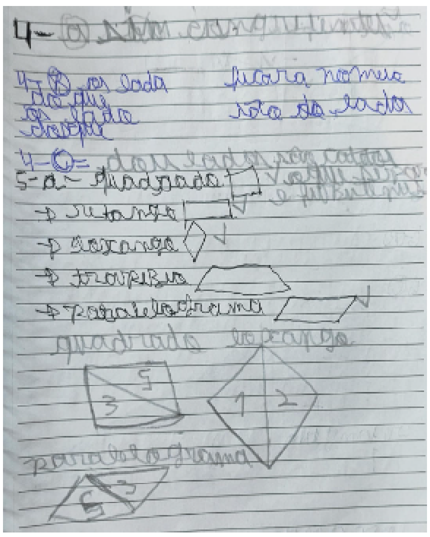


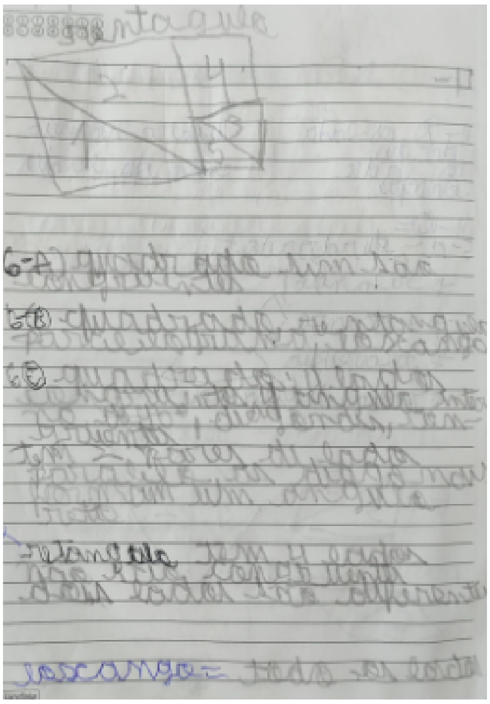
Com o meu apoio, o estudante 3 conseguiu realizar a maior parte das atividades propostas. As evidências a seguir documentam as ações desenvolvidas por este aluno ao longo do processo.

Figura 5.31: Atividades - 8º ano feita pelo aluno 3



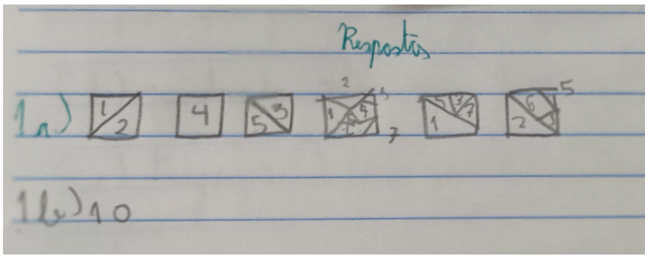


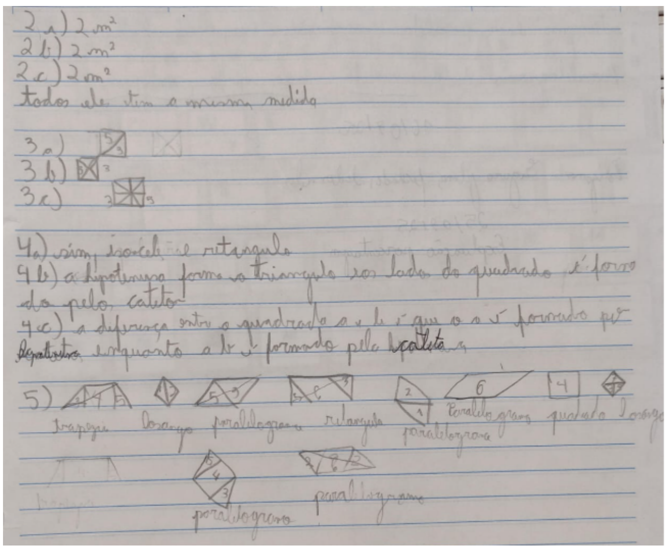


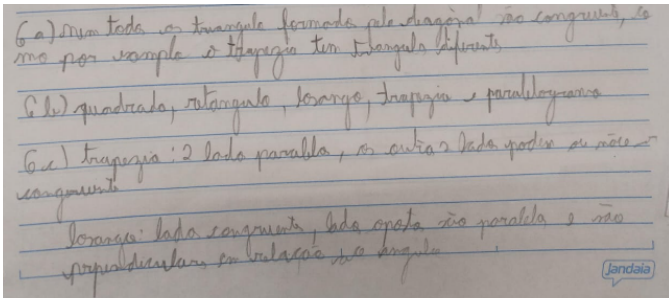


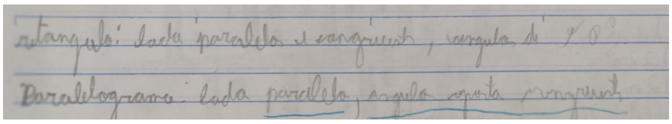
O aluno 4 realizou as atividades de forma independente, sem necessitar do auxílio de professores, demonstrando facilidade na execução e conseguindo resolvê-las a partir das instruções apresentadas na folha. As evidências apresentadas a seguir correspondem às atividades desenvolvidas por esse estudante.

Figura 5.32: Atividades - 8º ano feita pelo aluno 4









Na aula subsequente, foi realizada a correção das atividades propostas, complementando-se o conteúdo trabalhado por meio do material digital disponibilizado pelo Estado de São Paulo[1].

5.4 Atividades aplicadas no 9º ano do Ensino Fundamental

As atividades foram aplicadas em três turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, cujos perfis apresentavam características distintas. O principal objetivo da proposta consistiu em complementar o conteúdo previamente abordado em sala de aula, utilizando o material digital do Estado de São Paulo[2], por meio da realização de uma atividade prática, favorecendo a consolidação dos conceitos trabalhados. O respectivo plano de aula encontra-se detalhado na Seção 4.1.14 deste trabalho.

A habilidade desenvolvida na atividade foi (EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

No início da aula, cada aluno recebeu um tangram composto pelas sete peças numeradas, bem como uma folha impressa contendo as atividades descritas no Plano de Aula 2 – 9º ano, conforme apresentado no capítulo 4 deste trabalho.

Antes de começar as atividades, os alunos foram orientados a dobrar os triângulos ao meio, com o objetivo de marcar a altura relativa à hipotenusa, facilitando, assim, o processo de medição durante a realização das tarefas propostas. Essa estratégia foi viável porque os triângulos utilizados no tangram são isósceles, característica que foi previamente explicada aos alunos como parte da fundamentação teórica da atividade.

Durante as Etapas 1 e 2, atuei como mediador do processo de aprendizagem, oferecendo suporte aos estudantes que apresentaram dificuldades no manuseio da régua e do transferidor, bem como na identificação correta dos elementos a serem medidos — como

[1] Os links abaixo correspondem ao material digital utilizado na correção.
https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/132140/1229634.pdf
https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/132141/1255730.pdf
https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/132142/1255541.pdf
https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/132143/1258826.pdf
https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/132144/1262661.pdf

[2] https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/126915/1158399.pdf

a projeção, a hipotenusa, entre outros — para o adequado preenchimento da tabela correspondente à Atividade 2. A seguir, são apresentados alguns registros dessas atividades.

Figura 5.33: Altura relativa a hipotenusa

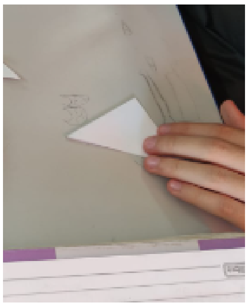


Figura 5.34: Atividade 2 - 9º ano - aluno 1

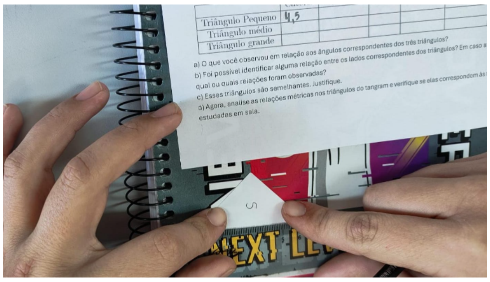


Figura 5.35: Atividade 2 - 9º ano - aluno 2

Em seguida, antes de dar continuidade às atividades, foi realizada a correção coletiva na lousa, orientando os alunos quanto à utilização dos valores corrigidos. Mesmo nos casos em que havia pequenas diferenças (da ordem de milímetros), os estudantes foram instruídos a ajustar suas medidas, especialmente quando os valores obtidos não coincidiam exatamente com os da lousa. Foi explicado que essas diferenças de até 1 milímetro não caracterizavam um erro, mas sim uma falta de precisão, aspecto importante para a conclusão adequada da atividade.

Após a correção dos dados presentes na tabela, os alunos foram orientados a responder às questões a, b e c disponibilizadas na folha impressa. Abaixo, apresentam-se os registros das respostas elaboradas por alguns estudantes.

Figura 5.36: Atividade 2 - 9º ano - aluno 3

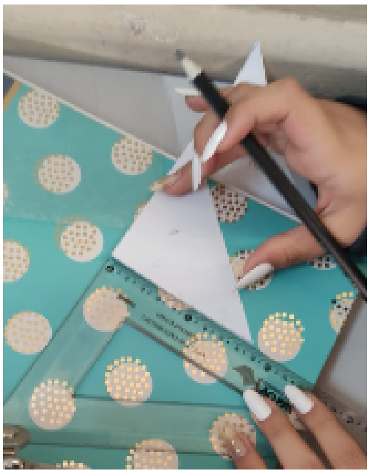


Figura 5.37: Tabela da atividade 2 - aluno 1

	Catetos	Hipotenusa	Altura	Projeção 1	Projeção 2
Triângulo Pequeno	4,5	6,3	3,1	3,2	3,2
Triângulo médio	6,5	9,0	4,5	4,5	4,5
Triângulo grande	9,1	12,7	6,4	6,4	6,4

Figura 5.38: Tabela da atividade 2 - aluno 2

	Catetos	Hipotenusa	Altura	Projeção 1	Projeção 2
Triângulo Pequeno	4,5	6,5	3,3	3,5	3,5
Triângulo médio	6,3	9,0	4,5	4,5	4,5
Triângulo grande	9,0	12,7	6,4	6,4	6,4

Figura 5.39: Atividades a, b e c - aluno 1

a) os ângulos são iguais de todos os 3 triângulos

b) sim, o pequeno tem o cateto na metade do maior, assim como sua hipotenusa

c) os triângulos são sim semelhantes, pois eles são o dobro um do outro e são proporcionais

Após a finalização das atividades a, b e c por todos os alunos, foi realizada a correção coletiva na lousa, por meio da qual se concluiu que os triângulos do tangram são semelhantes, uma vez que apresentam ângulos correspondentes congruentes e lados proporcionais. Além disso, foi discutido e verificado em conjunto que o triângulo maior do tangram é composto por dois triângulos médios, relação que foi explorada durante a demonstração das relações métricas no triângulo retângulo, com base na semelhança de triângulos.

Por fim, os alunos realizaram a atividade d, presente na folha impressa, com o objetivo de verificar a veracidade das relações métricas no triângulo retângulo, conforme discutido em aula, bem como chegar à conclusão da atividade proposta. A seguir, apresentam-se

Figura 5.40: Atividades a, b e c - aluno 2

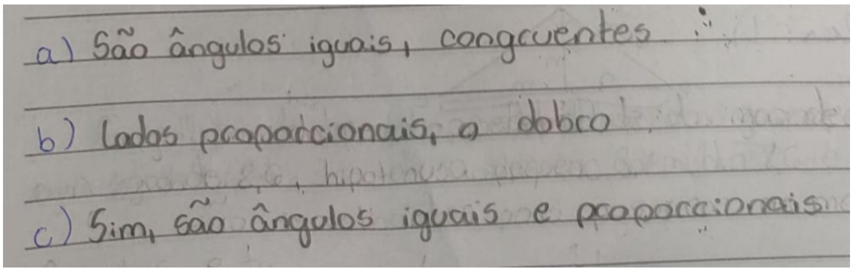
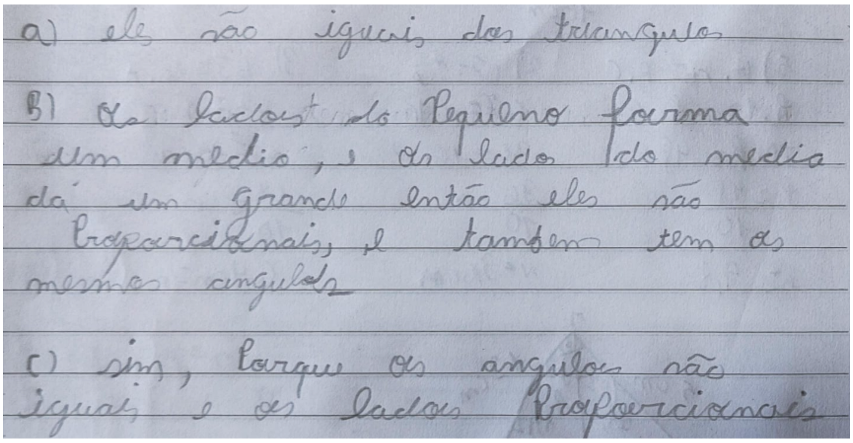

a) São ângulos iguais, congruentes
b) lados proporcionais, o dobro
c) Sim, são ângulos iguais e proporcionais

Figura 5.41: Atividades a, b e c - aluno 3


a) eles são iguais dos triangulos
B) Os lados do Pequeno forma um medio, e os lado do medio da um Grande então eles são Proporcionais, e tambem tem os mesmos angulos
c) sim, porque os angulos são iguais e os lados Proporcionais

os registros referentes à resolução dessa atividade por parte de alguns alunos.

Figura 5.42: Atividade d - aluno 1

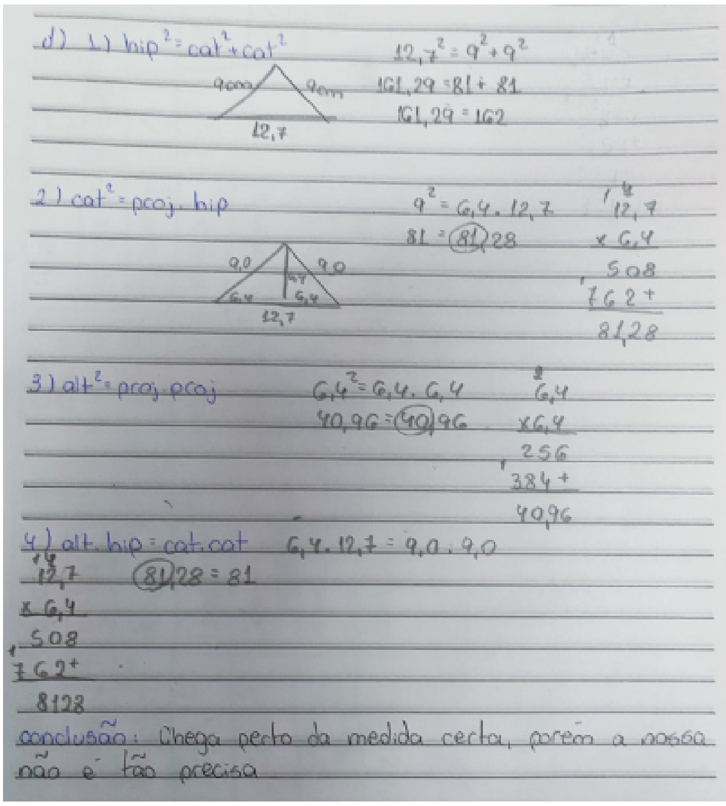
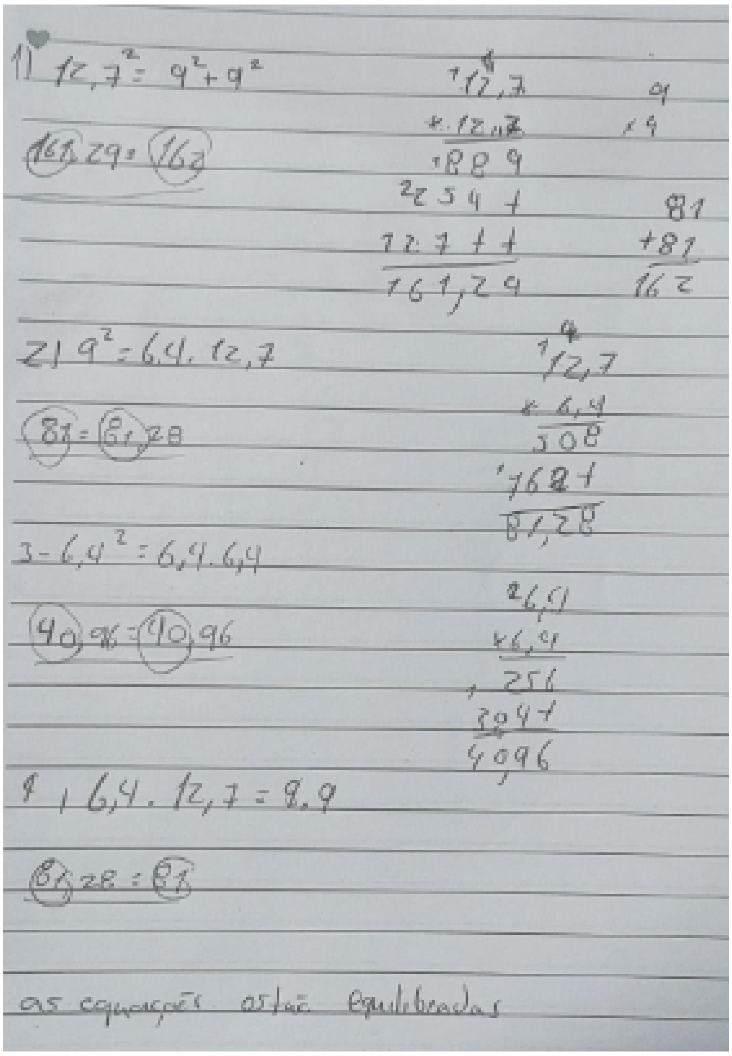

d) 1) $hip^2 = cat^2 + cat^2$ $12,7^2 = 9^2 + 9^2$
$161,29 = 81 + 81$
$161,29 = 162$
2) $cat^2 = proj . hip$ $9^2 = 6,4 . 12,7$
$81 = 81,28$
3) $alt^2 = proj . proj$ $6,4^2 = 6,4 . 6,4$
$40,96 = 40,96$
4) $alt . hip = cat . cat$ $6,4 . 12,7 = 9,0 . 9,0$
$81,28 = 81$
conclusão: Chega perto da medida certa, porém a nossa não é tão precisa

Figura 5.43: Atividade d - aluno 2



A atividade foi concluída confirmando a veracidade das equações das relações métricas no triângulo retângulo, ressaltando que as pequenas diferenças, observadas em milímetros, decorrem da precisão dos instrumentos de medição.

5.5 Relato da aplicação das atividades

Durante a aplicação das atividades nas quatro séries do Ensino Fundamental, evidenciou-se a relevância da prática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Um aspecto particularmente significativo foi a dificuldade apresentada pelos estudantes em compreender conceitos geométricos elementares, como, por exemplo, a projeção em um triângulo retângulo. Embora tenham sido realizadas explicações teóricas nas aulas anteriores, constatou-se que somente a vivência prática permitiu a consolidação desse entendimento, assim como de outros conceitos, como cateto e hipotenusa.

Além disso, foram identificadas dificuldades relacionadas ao uso de instrumentos de medição, como régua e transferidor, os quais, embora aparentem simplicidade, ainda constituem um desafio para parte dos estudantes.

Observei que as atividades práticas constituem um momento privilegiado para que o professor diagnostique, de maneira mais clara, as fragilidades dos estudantes no domínio das competências aritméticas fundamentais, em especial no que diz respeito à realização de operações com números decimais, como multiplicação e divisão. Também há alguns alunos que, em geral, não participam ativamente das aulas teóricas, mas demonstraram maior engajamento durante as atividades práticas; contudo, esses estudantes apresentaram maiores dificuldades em comparação àqueles que costumam participar regularmente das aulas expositivas.

Apesar de ser uma aula diferenciada, não foi possível alcançar 100% de engajamento por parte dos estudantes.

No capítulo seguinte, será apresentada uma análise detalhada de cada etapa das atividades desenvolvidas em sala de aula, descritas neste capítulo, a partir das minhas observações durante as atividades práticas.

6 Análise das atividades

Neste capítulo, será apresentada uma análise das atividades desenvolvidas e descritas no Capítulo 5, com ênfase nos aspectos positivos e negativos, nos indícios de aprendizagem e nas habilidades trabalhadas em cada uma das aulas.

Algumas atividades tinham como objetivo complementar habilidades previamente desenvolvidas por meio de práticas concretas, enquanto outras visavam introduzir novos conteúdos a partir da experiência prática.

Durante a execução das atividades propostas, não foi realizada nenhuma avaliação formal. A avaliação concentrou-se na observação contínua e na mediação da participação dos alunos, visando acompanhar seu engajamento e o desenvolvimento das habilidades ao longo do processo.

6.1 Análise da atividade aplicada no 6º ano do Ensino Fundamental

A duração prevista para a realização da aula era de duas aulas de 50 minutos cada; entretanto, esse tempo revelou-se insuficiente para a conclusão integral da atividade, uma vez que alguns alunos apresentaram dificuldades na medição dos ângulos. Dessa forma, foram necessárias três aulas para a finalização do trabalho. Ressalta-se, contudo, que as atividades foram iniciadas em um dia e concluídas no seguinte, devido à impossibilidade de disponibilizar três aulas de matemática consecutivas no mesmo dia.

Durante a retomada do conteúdo, os alunos participaram ativamente, relembrando conceitos previamente abordados em aulas anteriores sobre ângulos e fornecendo exemplos dos ângulos considerados fundamentais, como o ângulo reto, o ângulo raso, entre outros. Com minha mediação, alguns estudantes chegaram a ilustrar esses conceitos por meio de elementos presentes no ambiente da sala de aula, como a lousa e as carteiras, cujas estruturas apresentam ângulos retos.

No que se refere ao uso do transferidor, verificou-se que 90% dos alunos já haviam utilizado esse instrumento em séries anteriores. Contudo, apesar desse contato prévio, alguns apresentaram dificuldades na medição dos ângulos do paralelogramo. Os alunos que nunca haviam manuseado o transferidor conseguiram medir os ângulos das figuras do tangram, alguns apenas com a explicação dada em sala de aula e outros com minha ajuda junto às carteiras. Destacou-se, nessa etapa da atividade, o desempenho de um aluno que, apesar de apresentar grandes dificuldades, demonstrou notável habilidade na utilização do instrumento para a medição dos ângulos.

Na Atividade 3, todos os estudantes observaram que a soma dos ângulos internos de cada um dos três triângulos é sempre igual a 180°, assim como a soma dos ângulos internos dos quadriláteros totaliza 360°. Embora esse não fosse o objetivo principal da habilidade proposta, tal constatação proporcionou uma oportunidade valiosa para que os alunos tivessem um primeiro contato com a propriedade da soma dos ângulos internos das figuras geométricas planas. Foi enfatizado, durante a correção, que essa propriedade é válida para qualquer tipo de triângulo, bem como para os quadriláteros em geral.

Na Atividade 4, alguns alunos demonstraram dificuldade em distinguir entre ângulos agudos e obtusos. Embora o objetivo da atividade fosse a compreensão do conceito de ângulo, alguns estudantes acabaram se confundindo ao focar na classificação dos ângulos, o que não era a intenção principal da proposta.

Na Atividade 5, todos os alunos foram capazes de responder, utilizando suas próprias palavras, que ângulo corresponde à abertura formada entre duas semirretas.

Na Atividade 6, a maioria dos alunos respondeu corretamente, embora tenha sido observada, em alguns casos, persistência de confusão na distinção entre ângulos agudos e obtusos.

Essa atividade prática teve como objetivo consolidar as habilidades EF06MA25 e EF06MA27, que se referem, respectivamente, ao reconhecimento da abertura dos ângulos em figuras geométricas e ao uso adequado do transferidor. Por meio da manipulação das peças do tangram e da realização da atividade prática, observou-se que os objetivos propostos foram alcançados com êxito pela turma.

6.2 Análise da atividade aplicada no 7º ano do Ensino Fundamental

A princípio, a duração prevista para a aula era de duas aulas de 50 minutos cada; no entanto, esse tempo mostrou-se insuficiente para a conclusão de toda a atividade, sendo necessárias, ao todo, três aulas para sua finalização. Ressalta-se, contudo, que as atividades foram iniciadas em um dia e concluídas no seguinte, devido à impossibilidade de disponibilizar três aulas de matemática consecutivas no mesmo dia.

Na etapa inicial das atividades, que consistia na medição dos lados dos triângulos do tangram, observou-se que, em todas as salas, a maioria dos alunos demonstrou habilidade no uso da régua. Contudo, alguns estudantes cometeram erros na medição, como iniciar a leitura a partir do 1 cm da régua ou não registrar os milímetros, arredondando, assim, os valores. Isso ocorreu mesmo após orientações prévias para que as medidas fossem anotadas com precisão, incluindo centímetros e milímetros.

Na segunda etapa das atividades, todos os alunos foram capazes de observar que o lado maior do triângulo é sempre menor que a soma dos outros dois lados.

Na terceira etapa, um aspecto interessante foi a surpresa demonstrada por muitos alunos ao perceberem que não era possível construir um triângulo com as medidas fornecidas, mesmo já tendo visto que, nos triângulos do tangram, a soma de dois lados é sempre menor que o terceiro lado. Alguns tentaram adaptar as construções, conseguindo formar triângulos, mas, com a minha mediação, compreenderam que os comprimentos dos lados não satisfaziam as condições necessárias, reconhecendo, assim, a impossibilidade de formar um triângulo.

Na quinta etapa, os alunos preencheram a folha impressa proposta e, apesar da atividade anterior, das explicações fornecidas e da conclusão sobre as condições necessárias para a existência de um triângulo, alguns estudantes ainda cometeram erros em algumas respostas. Contudo, a desigualdade triangular foi novamente demonstrada na lousa, utilizando como exemplo a terceira etapa, reforçando a compreensão desse conceito fundamental.

Na sexta etapa, alguns alunos apresentaram dificuldades na construção dos triângulos a partir dos dados fornecidos na tabela. Por esse motivo, permiti a troca das medidas, solicitando que esses alunos confeccionassem três triângulos distintos com quaisquer dimensões, uma vez que a construção dos triângulos com as medidas específicas não constituía o objetivo principal da atividade. O foco era possibilitar a observação de que, independentemente das medidas, a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180º.

Na sétima etapa, muitos alunos apresentaram dificuldades no manuseio do transferidor, mesmo após eu ter demonstrado na lousa no início da aula, e considerando que a maioria dos estudantes já possuía experiência prévia com o instrumento em séries anteriores. Entretanto, com minha mediação, foram capazes de realizar as medições corretamente, o que possibilitou a conclusão adequada da atividade. O objetivo principal era observar que, independentemente do triângulo, a soma dos ângulos internos é sempre igual a 180º.

Na última etapa das atividades, todos os alunos conseguiram observar, por meio da dobradura, que os ângulos formados correspondiam a meia volta da circunferência, ou seja, 180º.

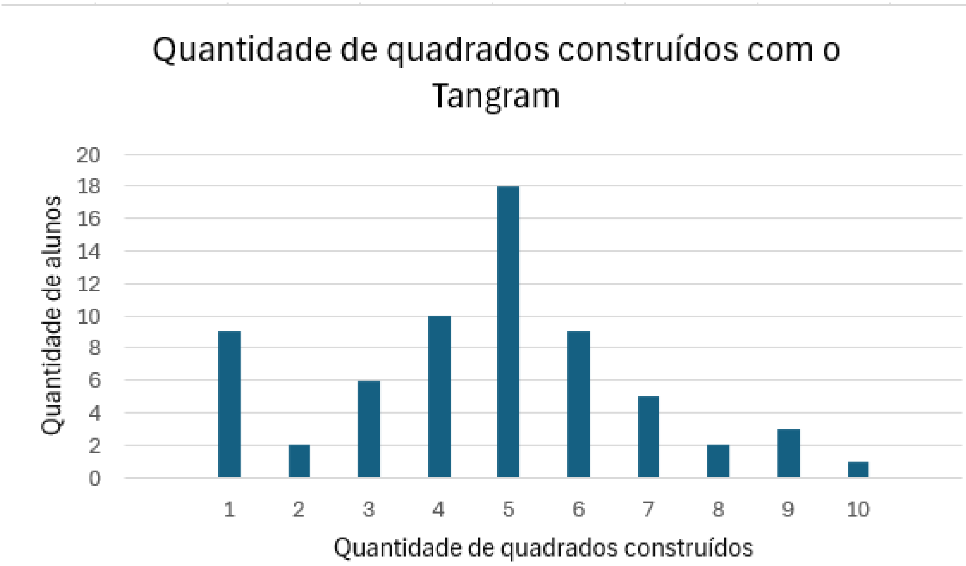
A utilização da dobradura como recurso didático no ensino da geometria tem respaldo em diversas abordagens pedagógicas, sobretudo na perspectiva da aprendizagem significativa proposta por Ausubel (2003), que valoriza a ligação entre o conhecimento novo e o conhecimento prévio do aluno. Ao dobrar os triângulos de modo a unir seus vértices, os estudantes não apenas visualizam, mas também experimentam de forma concreta a propriedade de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180º. Essa atividade favorece a internalização do conceito por meio da ação, conforme defendido por autores como Lorenzato (2006), que ressalta a importância da manipulação de materiais concretos na construção do conhecimento matemático, especialmente no ensino fundamental. Além disso, a atividade estimula a autonomia, o raciocínio espacial e a capacidade de observação, aspectos essenciais no desenvolvimento da compreensão geométrica.

Essa atividade foi aplicada em três turmas com perfis distintos. Observou-se que poucos alunos apresentaram dificuldades no manuseio da régua; entretanto, um número significativo demonstrou dificuldades no uso do transferidor, o que já era previsto. Todos os estudantes participaram das atividades práticas, inclusive aqueles que raramente se envolvem nas aulas. No entanto, estes últimos enfrentaram maiores desafios em quase todas as etapas da atividade, especialmente no momento de elaborar as conclusões.

6.3 Análise da atividade aplicada no 8º ano do Ensino Fundamental

As atividades tiveram a duração total de quatro aulas de 50 minutos cada. Ressalta-se, entretanto, que sua realização ocorreu em dois dias distintos, uma vez que não foi possível disponibilizar quatro aulas consecutivas de Matemática em um único dia.

Na primeira atividade, que consistia em formar quadrados utilizando as peças do Tangram, os estudantes dedicaram praticamente uma aula inteira à sua execução. Os dados referentes ao desempenho são apresentados no gráfico a seguir.



Na segunda atividade, a maioria dos alunos não apresentou dificuldades para resolvê-la; contudo, alguns tiveram dificuldade em posicionar corretamente dois triângulos de modo que cobrissem toda a área dos polígonos propostos, o que retardou a conclusão de que a área das figuras correspondia a 2 unidades de medida.

A terceira atividade foi concluída com facilidade pela maior parte da turma; entretanto, alguns estudantes apresentaram dificuldades em formar um quadrado utilizando oito triângulos pequenos, uma vez que precisaram recorrer ao raciocínio lógico, pois dispunham apenas de dois triângulos.

Na quarta atividade, apenas alguns alunos demonstraram facilidade em sua realização. Diante dessa dificuldade, o professor retomou a nomenclatura dos elementos do triângulo retângulo (catetos e hipotenusa), o que possibilitou que todos os estudantes concluíssem a proposta. Entretanto, ao realizar a classificação dos triângulos, verificou-se que parte dos alunos apresentou equívocos quanto à identificação de seus nomes.

Na quinta atividade, todos os estudantes conseguiram construir corretamente os quadriláteros propostos, destacando-se que alguns deles elaboraram mais de uma representação de cada tipo, como retângulo, losango, paralelogramo, quadrado e trapézio.

Na sexta atividade, os alunos identificaram algumas propriedades dos quadriláteros.

Essa atividade foi aplicada em duas turmas, com a participação de todos os alunos, incluindo aqueles elegíveis à Educação Especial. Observou-se que alguns estudantes demonstraram grande entusiasmo pela proposta prática, destacando que a manipulação do Tangram facilitou a compreensão dos conceitos trabalhados, a ponto de compartilharem suas experiências com outros professores e com a gestão escolar. Durante o momento de correção, o professor constatou que a aprendizagem foi efetivamente consolidada pela prática, uma vez que todos os alunos participaram ativamente, apresentando suas respostas.

A correção da Atividade 6 foi realizada a partir das respostas apresentadas pelos alunos, as quais foram complementadas com o apoio dos slides fornecidos pelo material do professor do Estado de São Paulo, utilizado em toda a rede estadual. Nesse processo, os estudantes foram ajustando e ampliando suas respostas, acrescentando propriedades que não haviam sido mencionadas inicialmente por nenhum deles.

Apesar da participação de todos os alunos nas atividades, durante a correção da atividade 6 e a introdução das propriedades dos quadriláteros, observou-se que uma das turmas apresentou respostas mais completas, enquanto a outra forneceu respostas mais superficiais. A aula foi encerrada após todas as propriedades serem discutidas.

6.4 Análise da atividade aplicada no 9º ano do Ensino Fundamental

A princípio, a duração prevista para a aula era de duas aulas de 50 minutos cada; no entanto, esse tempo mostrou-se insuficiente para a conclusão de toda a atividade, sendo necessárias, ao todo, quatro aulas para sua finalização. Ressalta-se, contudo, que as atividades foram iniciadas em um dia e concluídas no seguinte, devido à impossibilidade de disponibilizar quatro aulas de matemática consecutivas no mesmo dia. Nas turmas do 9º ano, observou-se que dois alunos optaram por não participar da atividade prática, sendo os mesmos que, de modo geral, também demonstram baixa participação nas aulas regulares.

Considerando que se tratava de uma turma do 9º ano, e que todos os alunos já haviam tido contato prévio com a régua e o transferidor, optei por não realizar, inicialmente, a demonstração de seu uso na lousa. No entanto, ao longo da atividade, constatou-se a necessidade dessa intervenção.

Na etapa inicial das atividades, que envolviam a medição dos lados e ângulos dos triângulos do tangram, observou-se que, em todas as turmas, a maioria dos alunos demonstrou habilidade no uso da régua e do transferidor. No entanto, alguns estudantes cometeram equívocos durante a medição, como iniciar a leitura a partir da marca de 1 cm da régua, desconsiderar os milímetros ao registrar os valores, arredondando-os indevidamente, ou ainda utilizar incorretamente o transferidor na determinação dos ângulos. Diante dessas dificuldades, identificou-se a necessidade de realizar, na lousa, uma demonstração prática do uso adequado desses instrumentos, incluindo a régua.

Apesar de essas habilidades já terem sido abordadas em aulas anteriores, observou-se que alguns alunos ainda não sabiam identificar elementos fundamentais do triângulo retângulo, como cateto, hipotenusa e projeção. Tal fato chamou a minha atenção, uma vez que esses conceitos haviam sido discutidos diversas vezes em sala de aula. No entanto, foi por meio da atividade prática que alguns estudantes conseguiram, de fato, compreender e identificar corretamente essas medidas no triângulo.

Na atividade A, presente na folha impressa, todos os alunos foram capazes de identificar que os ângulos correspondentes eram congruentes nos três triângulos.

Na atividade B, alguns alunos, mesmo após eu ter explicado a atividade, não observaram corretamente as medidas dos lados correspondentes, concentrando-se apenas no fato de que o cateto de um triângulo coincidia com a hipotenusa de outro. Como fiquei circulando pela sala durante toda a atividade, observando as respostas dos estudantes, pude intervir sempre que identificava comparações incorretas entre lados não correspondentes, retomando as orientações sobre o que deveria ser observado.

Mesmo com o apoio das atividades A e B, cujas informações levavam diretamente à resposta da atividade C, alguns alunos não conseguiram resolver corretamente a última questão. Isso evidencia dificuldades na articulação dos conceitos trabalhados, apesar de serem frequentemente retomados em sala de aula.

Na última atividade, todos os alunos conseguiram concluir a veracidade das equações, especialmente porque a tabela com as medidas havia sido corrigida ao longo da aula, o que permitiu fundamentar as respostas com base nas observações e medições realizadas. Essa atividade proporcionou uma verificação concreta das relações geométricas por meio de dados mensuráveis, contribuindo significativamente para o desenvolvimento da compreensão das propriedades dos triângulos, com ênfase na exploração da semelhança e das relações métricas no triângulo retângulo. No entanto, observou-se que alguns estudantes, apesar de estarem no 9º ano, ainda apresentavam dificuldades na multiplicação de números decimais, o que também foi mediado por mim durante a realização da atividade.

Um aspecto interessante desta atividade foi o fato de que o triângulo utilizado na prática era retângulo e isósceles, o que implicava catetos de mesma medida e, consequentemente, projeções iguais. Durante uma aula expositiva anterior, um aluno elegível para a educação especial questionou se, ao conhecer o valor da hipotenusa, seria possível simplesmente dividi-la por dois para encontrar as projeções. Na ocasião, esclareci que isso nem sempre é válido, apresentando a relação entre o cateto e sua projeção e mostrando que isso só aconteceria se o triângulo fosse retângulo e isósceles. No entanto, na atividade prática, essa situação específica se confirmou devido à característica do triângulo isósceles, o que foi interessante e destacado por mim tanto para o aluno quanto para toda a turma, reforçando o conceito de forma contextualizada.

Nesta atividade, observou-se que, apesar das explicações em aulas anteriores e da retomada constante da habilidade sempre que possível, muitos alunos, embora aparentassem estar atentos durante as exposições teóricas, demonstraram na prática que nem todos haviam assimilado os conteúdos trabalhados. A atividade prática revelou-se, portanto, fundamental, especialmente na etapa de medição, em que os alunos puderam identificar com maior clareza a localização da hipotenusa, dos catetos e das projeções em um triângulo retângulo.

6.5 Pontos positivos e negativos analisados das atividades práticas

Entre os aspectos positivos observados, destacam-se: a participação da totalidade dos alunos nas atividades, exceto no 9º ano, em que dois estudantes optaram por não participar; o uso efetivo da régua e do transferidor, instrumentos que muitas vezes não são explorados em sala de aula; o melhor desempenho de alunos que, habitualmente, não participam ativamente das aulas; e a maior compreensão das habilidades propostas pela maioria dos estudantes. Além disso, as atividades favoreceram o desenvolvimento da criatividade, do raciocínio lógico e do pensamento crítico.

Como aspectos negativos, verificou-se que, embora a prática tenha proporcionado uma dinâmica diferenciada, não foi possível envolver todos os alunos de forma completa. Além disso, enquanto a manipulação do Tangram é realizada por todos os estudantes, no momento de refletir sobre as respostas, muitos apresentam resistência ou respondem de maneira superficial, não atingindo a compreensão plena da habilidade proposta. Outro ponto relevante é que o tempo necessário para o desenvolvimento das habilidades é maior do que o habitual em uma aula tradicional.

7 Conclusão

Os resultados obtidos ao longo deste trabalho permitem concluir que o uso do Tangram constitui uma ferramenta pedagógica eficaz para o desenvolvimento do pensamento matemático, contemplando as habilidades propostas nesta pesquisa. Essa constatação reforça a relevância dos materiais manipulativos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, evidenciando seu potencial para tornar o conhecimento mais concreto e significativo.

As atividades práticas desenvolvidas possibilitaram uma maior participação e engajamento dos estudantes durante as aulas. Contudo, é importante reconhecer que nem todas as aulas podem ser conduzidas dessa maneira, em virtude das limitações de tempo e da amplitude dos conteúdos previstos ao longo do ano letivo. Ainda assim, a experiência revelou o valor das práticas em sala de aula como fator motivador e facilitador da aprendizagem matemática.

Tal constatação pôde ser observada nas atividades realizadas, uma vez que um dos objetivos deste trabalho consistiu em desenvolver propostas práticas com o uso do Tangram, em consonância com as habilidades previstas na BNCC e no Currículo Paulista. Assim, entende-se que os planos de aula e as atividades elaboradas podem servir como subsídio para que outros professores as apliquem e adaptem em suas práticas pedagógicas.

Neste estudo, foram aplicadas em sala de aula apenas quatro das quinze atividades elaboradas, sendo que algumas delas passaram por ajustes com o intuito de facilitar a compreensão dos conteúdos abordados. Portanto, a sequência de atividades apresentada não tem a pretensão de constituir um produto finalizado, mas sim de servir como uma proposta flexível e passível de aprimoramentos. Dessa forma, confere ao professor que vier a utilizá-la a autonomia necessária para realizar adaptações conforme as especificidades de sua turma e os objetivos pedagógicos que desejar alcançar.

Por fim, espera-se que este trabalho possa contribuir para o enriquecimento das práticas pedagógicas no ensino da Matemática, incentivando o uso de materiais manipulativos como instrumentos que favorecem a construção do conhecimento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. Além disso, almeja-se que este estudo inspire novas pesquisas e experiências didáticas que explorem o potencial do Tangram e de outros recursos lúdicos como estratégias de ensino que promovam uma aprendizagem mais significativa, criativa e prazerosa.

Referências

[1] BRASIL, S. F. D. Constituição da república federativa do brasil. *Brasília: Senado Federal, Centro Gráfico*, 1988.

[2] VERISSIMO, M. P. A constituição de 1988, vinte anos depois: suprema corte e ativismo judicial"à brasileira". *Revista Direito GV*, SciELO Brasil, v. 4, p. 407–440, 2008.

[3] FERREIRA, J. R. A nova ldb e as necessidades educativas especiais. *Cadernos Cedes*, SciELO Brasil, v. 19, p. 7–15, 1998.

[4] BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. 2017. Acesso em: 14 fev. 2025. Disponível em: <http://www.bncc.mec.gov.br>.

[5] PAULO, S. da Educação do Estado de S. *Currículo Paulista do Ensino Fundamental*. 2018. Acesso em: 14 fev. 2025. Disponível em: <https://www.educacao.sp.gov.br/curriculo-paulista/>.

[6] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Matriz de Avaliação de Matemática: PISA 2012*. 2012. Acesso em: 19 fev. 2025. Disponível em: <http://http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz _avaliacao_matematica.pdf>.

[7] DINIZ, M. de S. V. et al. *A matemática das sete peças do Tangram*. CAEM-IME/USP, 2006. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=nGPpPQAACAAJ>.

[8] KERN, C. R. Revendo conceitos com a construção de um tangram. *Revista Educação, Humanidades e Ciências Sociais*, p. e00065–e00065, 2023.

[9] CARDOSO, L. S.; COSTA, D. E.; MORAES, M. S. F. de. O ensino de fração por meio do tangram: uma proposta de sequência didática. *Revista Prática Docente*, v. 3, n. 1, p. 91–107, 2018.

[10] PIRES, M. N. M.; TRECENTI, M.; KOCH, N. T. O. *Área de Conhecimento: Matemática*. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2009.

[11] DINIZ, M. de S. V. et al. *A matemática das sete peças do Tangram*. CAEM-IME/USP, 2006. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=nGPpPQAACAAJ>.

[12] BONOTTO, D. de L.; SCHELLER, M.; BIEMBEGUT, M. S. Professores de matemática em ação: Ideias de modelagem matemática a partir do tangram. *Educação Matemática em Revista*, p. 82–91, 2015.

[13] FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. *Boletim da SBEM*, SBM, São Paulo, v. 4, n. 7, 1990.

[14] PAULO, S. da educação do estado de S. *Construindo um triângulo*. 2023. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/126857/1152087.pdf>.

[15] AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. [S.l.]: Lisboa, 2003. v. 1.

[16] LORENZATO, S. *O uso de materiais manipuláveis no ensino da matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

[17] BERGER, C. C. *Explorando o conceito de área com o tangram*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013. Acesso em: 7 maio 2025. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/88265/000912443.pdf?sequence=1>.

[18] DIAS, I. C. et al. *Currículo em Ação - livro do estudante volume 2*. 2025. Secretaria da educação do estado de São Paulo. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135115/1166663.pdf>.

[19] BRAGA, F. d. S. Tangram – guardado a sete chaves – construção e atividades. *Latin American Journal of Development*, v. 3, n. 4, p. 1024–1038, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.46814/lajdv3n4-073>.

[20] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Currículo em Ação - livro do estudante - volume 2, 6º ano*. 2025. https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135114/1166653.pdf. Acesso em 26 de junho de 2025.

[21] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Currículo em Ação - livro do estudante - volume 2, 9º ano*. 2025. Acervo CMSP. Disponível em: https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135126/1167014.pdf. Acesso em: 27 jun. 2025.

[22] PONTE, J. P. da; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

[23] SLOCUM, J.; BOTERMANS, J. *The Tangram Book: The Story of the Chinese Puzzle with Over 2000 Puzzles to Solve*. New York: Sterling Publishing, 2004. ISBN 9781402702626.

[24] REIS, L. R. d. *Rejeição à matemática: causas e formas de intervenção*. 12 p. Monografia (Monografia (Graduação)), Brasília, 2005.

[25] Brasil. *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996: Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional*. 1996. Diário Oficial da União, Brasília, 23 de dezembro de 1996. Acesso em: 23 mar. 2017. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil$_0$3/*leis*/*L*9394.*htm*>.

[26] FARIAS, G. B. Contributos da aprendizagem significativa de david ausubel para o desenvolvimento da competência em informação. *Perspectivas em Ciência da Informação*, v. 27, n. 2, p. 58–76, 2022. Acesso em: 23 set. 2025. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pci/a/ZSNC6yjPGkG6t5kTQHC3Wxp/?lang=pt>.

[27] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Currículo em Ação - livro do estudante - volume 3, 6º ano*. 2025. https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/137969/1261814.pdf. Acesso em: 27 out. 2025.

[28] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Currículo em Ação - livro do estudante - volume 4, 6º ano*. 2025. https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/146052/1369041.pdf. Acesso em: 27 out. 2025.

[29] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Currículo em Ação - livro do estudante - volume 1, 7º ano*. 2025. Acesso em: 27 out. 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/132643/1138013.pdf>.

[30] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Currículo em Ação - livro do estudante - volume 3, 8º ano*. 2025. Acesso em: 27 out. 2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/137973/1261836.pdf>.

[31] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Currículo em Ação - livro do estudante - volume 4, 8º ano*. 2025. Acesso em: 27out.2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/143250/1340067.pdf>.

[32] Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. *Currículo em Ação - livro do estudante - volume 2, 7º ano*. 2025. Acesso em: 27out.2025. Disponível em: <https://acervocmsp.educacao.sp.gov.br/135115/1166663.pdf>.

A Documentos norteadores na área de ensino

A.1 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

As tabelas a seguir exibem as habilidades em matemática que devem ser desenvolvidas durante os anos finais do Ensino Fundamental, juntamente com os objetos de conhecimento correspondentes, organizados por série.

6º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Números

Objetos de conhecimento	Habilidades
Sistema de numeração decimal: características, leitura, escrita e comparação de números naturais e de números racionais representados na forma decimal.	(EF06MA01)Identificar, comparar, ordenar,números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, dizendo quais são, fazendo uso da reta numérica para localizar os números. (EF06MA02)Reconhecer o sistema de numeração decimal como fruto de um processo histórico, percebendo semelhanças e diferenças com outros sistemas de numeração, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal.
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais. Divisão euclidiana.	(EF06MA03)Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos,exatos ou aproximados)com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.
Fluxograma para determinar a paridade de um número natural. Múltiplos e divisores de um número natural. Números primos e compostos.	(EF06MA04) Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).

Objetos de conhecimento	Habilidades
Fluxograma para determinar a paridade de um número natural. Múltiplos e divisores de um número natural. Números primos e compostos.	(EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos "é múltiplo de", "é divisor de", "é fator de", e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. (EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
Frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.	(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.
Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais.	(EF06MA11) Resolver e elaborar problemas com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora.
Aproximação de números para múltiplos de potências de 10.	(EF06MA12) Fazer estimativas de quantidades e aproximar números para múltiplos da potência de 10 mais próxima.
Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três".	(EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.

Unidade temática: Álgebra

Objetos de conhecimento	Habilidades
Propriedades da igualdade.	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	(EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.	(EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	(EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.	(EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.).

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objetos de conhecimento	Habilidades
Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
Ângulos: noção, usos e medida.	(EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.
	(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
Plantas baixas e vistas aéreas.	(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

Unidade temática: Probabilidade e estatística

Objetos de conhecimento	Habilidades
Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável.	(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Leitura e interpretação de tabelas e gráficos (de colunas ou barras simples ou múltiplas) referentes a variáveis categóricas e variáveis numéricas.	(EF06MA31) Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico. (EF06MA32) Interpretar e resolver situações que envolvam dados de pesquisas sobre contextos ambientais, sustentabilidade, trânsito, consumo responsável, entre outros, apresentadas pela mídia em tabelas e em diferentes tipos de gráficos e redigir textos escritos com o objetivo de sintetizar conclusões.
Coleta de dados, organização e registro.	(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos alunos e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.
Diferentes tipos de representação de informações: gráficos e fluxogramas.	(EF06MA34) Interpretar e desenvolver fluxogramas simples, identificando as relações entre os objetos representados (por exemplo, posição de cidades considerando as estradas que as unem, hierarquia dos funcionários de uma empresa etc.).

7º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Números

Objetos de conhecimento	Habilidades
Múltiplos e divisores de um número natural.	(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples.	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.
Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.	(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.

Objetos de conhecimento	Habilidades
	(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.
Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.	(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos. (EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos. (EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas. (EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. (EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração 2/3 para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.
Números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.	(EF07MA10) Comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica. (EF07MA11) Compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias. (EF07MA12) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.

Unidade temática: Álgebra

Objetos de conhecimento	Habilidades
Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA14) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.
Equações polinomiais do 1º grau.	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem.	(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.
Simetrias de translação, rotação e reflexão	(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.
A circunferência como lugar geométrico.	(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes.
Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.	(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	(EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.
Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.	(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
Problemas envolvendo medições.	(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
Medida do comprimento da circunferência.	(EF07MA33) Estabelecer o número como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

Unidade temática: Probabilidade e estatística

Objetos de conhecimento	Habilidades
Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados.	(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.
Planejamento de pesquisa, coleta e organização dos dados, construção de tabelas e gráficos e interpretação das informações	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa envolvendo tema da realidade social, identificando a necessidade de ser censitária ou de usar amostra, e interpretar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, tabelas e gráficos, com o apoio de planilhas eletrônicas.
Gráficos de setores: interpretação, pertinência e construção para representar conjunto de dados.	(EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em gráfico de setores divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

8º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Números

Objetos de conhecimento	Habilidades
Notação científica.	(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.
Potenciação e radiciação.	(EF08MA02) Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.
O princípio multiplicativo da contagem.	(EF08MA03) Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo.
Porcentagens.	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.
Dízimas periódicas: fração geratriz.	(EF08MA05) Reconhecer e utilizar procedimentos para a obtenção de uma fração geratriz para uma dízima periódica.

Unidade temática: Álgebra

Objetos de conhecimento	Habilidades
Valor numérico de expressões algébricas.	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.
Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano.	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano.	(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.
Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$.
Sequências recursivas e não recursivas.	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.
Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	(EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.
	(EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso.
Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	(EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.	(EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objetos de conhecimento	Habilidades
Área de figuras planas. Área do círculo e comprimento de sua circunferência.	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
Volume de bloco retangular Medidas de capacidade.	(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. (EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.

Unidade temática: Probabilidade e estatística

Objetos de conhecimento	Habilidades
Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
Gráficos de barras, colunas, linhas ou setores e seus elementos constitutivos e adequação para determinado conjunto de dados.	(EF08MA23) Avaliar a adequação de diferentes tipos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Organização dos dados de uma variável contínua em classes.	(EF08MA24) Classificar as frequências de uma variável contínua de uma pesquisa em classes, de modo que resumam os dados de maneira adequada para a tomada de decisões.
Medidas de tendência central e de dispersão.	(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude.
Pesquisas censitária ou amostral. Planejamento e execução de pesquisa amostral.	(EF08MA26) Selecionar razões, de diferentes naturezas (física, ética ou econômica), que justificam a realização de pesquisas amostrais e não censitárias, e reconhecer que a seleção da amostra pode ser feita de diferentes maneiras (amostra casual simples, sistemática e estratificada). (EF08MA27) Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões.

9º ano do Ensino Fundamental
Unidade temática: Números

Objetos de conhecimento	Habilidades
Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta. Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica.	(EF09MA01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade). (EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.
Potências com expoentes negativos e fracionários.	(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Números reais: notação científica e problemas.	(EF09MA04) Resolver e elaborar problemas com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.
Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos.	(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

Unidade temática: Álgebra

Objetos de conhecimento	Habilidades
Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
Razão entre grandezas de espécies diferentes.	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.
Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis. Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Unidade temática: Geometria

Objetos de conhecimento	Habilidades
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal.	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.	(EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.

Objetos de conhecimento	Habilidades
Semelhança de triângulos.	(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Polígonos regulares.	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
Distância entre pontos no plano cartesiano.	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
Vistas ortogonais de figuras espaciais.	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Unidade temática: Grandezas e medidas

Objetos de conhecimento	Habilidades
Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas. Unidades de medida utilizadas na informática.	(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.
Volume de prismas e cilindros.	(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Unidade temática: Probabilidade e estatística

Objetos de conhecimento	Habilidades
Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.	(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
Análise de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação.	(EF09MA21) Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.
Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos.	(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.
Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório.	(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.

B Trangram e sua aplicabilidade no ensino da Matemática

B.1 Aulas 6º ano

B.1.1 Aula 1

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 3 - 6º ano - páginas 199 a 227.

Atividades

1) Complete as lacunas a seguir.

Ao adicionar os números 2,76 e 6,84, posicionamos unidades embaixo de ______________, décimos embaixo de ______________ e centésimos embaixo de ______________.

2) Julgue as afirmativas a seguir como verdadeiras (V) ou falsas (F).

I ( ) A soma de 2,13 e 4,56 apresenta o algarismo 9 nos décimos.

II ( ) Para adicionar os números 12,9 e 3,45, podemos considerar zero centésimo no número 12,9, ou seja, 12,90.

III ( ) Ao calcular a diferença entre os números 7,45 e 5,62, é preciso transformar 1 unidade em 10 décimos para subtrair os décimos.

3) Tales foi ao mercado e sua compra ficou em R$ 213,90; porém ele recebeu um desconto de R$ 32,80. Quanto Tales pagou pela sua compra?

4) (SARESP) O quadro abaixo mostra a quantidade de algodão colhida por três irmãos durante o mês de agosto.

	Algodão (Kg)
Júlia	7,52
Flávio	7,52
João	5,25

Qual é a diferença entre a maior quantidade e a menor quantidade de algodão colhida?

a) 2,12 kg b) 2,27 kg c) 4,71 kg d) 5,25 kg

5) (SARESP) O resultado de 2 – 0,789 é:

a) 2,311 b) 1,321 c) 1,211 d) 0,221

6) Luan tinha R$ 45,50 no cofrinho que usa para guardar dinheiro. Ele retirou R$ 18,95 para comprar um lanche.

a) Quantos reais sobraram no cofrinho de Luan?

b) Depois, o pai de Luan deu a ele R$ 98,50 para guardar em seu cofrinho. Depois de guardar esse dinheiro, qual é o valor total no cofrinho de Luan?

7) Relacione as operações da coluna da esquerda com os resultados na coluna da direita.

I 41,7 – 38,38 =	( ) 10,48
II 30,2 – 19,72 =	( ) 3,32
III 10,8 – 9,65 =	( ) 1,15

8) Joana foi ao supermercado e comprou os seguintes produtos:

- 2 pacotes de arroz, cada um custando R$ 6,60;
- 3 caixas de leite cada uma custando R$ 5,20;
- 1 pacote de café, que custa R$ 32,90.

a) Qual foi o valor total das compras de Joana?

b) Se Joana recebeu um desconto de R$ 8,90, qual foi o valor pago pelas compras?

9) As operações a seguir estão incorretas. Indique o erro e refaça-as corretamente.

a)

$$\begin{array}{cccccc} & 4 & 5, & 7 & 2 & \\ + & 1 & 3, & 8 & & \\ \hline & 5 & 8, & 1 & 5 & 2 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{ccccc} & \scriptstyle 1 & \scriptstyle 1 & & \\ 1 & 2, & 7 & 8 & 5 \\ - & 6, & 4 & 3 & \\ \hline 1 & 9, & 2 & 1 & 5 \end{array}$$

10) (SAEB 1997 – Adaptada) Se acrescentarmos um décimo ao número 45,99, teremos o número:

a) 46,00 b) 46,09 c) 45,991 d) 45,100

11) (SAEB 1997 - Adaptada) Sem efetuar a operação no papel, podemos dizer que

a) 1,234 + 1,321 é menor que 2

b) 6,521 + 0,563 termina com 4

c) 2,586 + 1,334 é menor que 3,5

d) 5,763 – 2,551 termina com 4

12) Nos três dias de treinamento, João fez corridas conforme a seguir:

- 1º dia: correu 2,3 km
- 2º dia: correu 1,8 km
- 3º dia: correu 3,6 km

a) Qual foi a distância total que João correu nesses três dias?

b) Qual foi a distância percorrida por João nos dois primeiros dias de treinamento?

13) Maria foi a um restaurante e, ao final, a sua conta ficou detalhada conforme a ilustração a seguir.

a) Qual foi o total da conta de Maria?

b) Se Maria tinha um cupom e com ele recebeu um desconto de R$ 7,00 no total da sua conta, qual valor ela pagou?

14) João tinha R$ 500,00 em sua conta bancária. Ele fez uma compra de R$ 215,75. Qual foi o saldo da conta de João após a compra?

15) Durante uma viagem, um carro percorreu 350,6 km no primeiro dia e 215,4 km no segundo dia. Quantos quilômetros o carro percorreu a mais no primeiro dia com relação ao segundo?

16) Elabore um problema envolvendo adição e/ou subtração de números decimais. Depois, troque o problema com o de um outro colega. Ele deverá resolver o problema que você criou e você, o dele.

17) (Saeb 1997 – Adaptada) Dados os números decimais m = 23,34 e n = 233,4, podemos afirmar que:

a) m = n

b) n − m = 210,06

c) m + n = 25,674

d) n − m = 203,34

e) m + n = 256,4

18) (SAEB 1997 – Adaptada) A professora passou no dever de casa um problema em que aparecia o número 3,054. Juca, que é muito distraído, copiou errado, trocando o algarismo 0 pelo algarismo 8. Qual modificação aconteceu com o número copiado errado?

a) Ficou aumentado de 8 unidades.

b) Ficou aumentado de 8 décimos.

c) Ficou aumentado de 8 centésimos.

d) Ficou aumentado de 8 milésimos.

19) Complete as comparações com os símbolos de <, > ou =.

0,02 _____ 0,2

1,8 _____ 1,80

2,0 _____ 2,05
0,09 _____ 0,90
1,3 _____ 1,03
0,050 _____ 0,05
1,03 _____ 1,07

20) Um prédio A tem 37,81 metros de altura, enquanto um prédio B tem 37,800 metros de altura. Comparando-se as alturas desses dois prédios é correto afirmar que:
a) os dois prédios têm a mesma altura.
b) o prédio A tem altura menor que o prédio B.
c) não é possível saber qual é o prédio mais alto.
d) o prédio A é mais alto que o prédio B.

21) Ana foi ao mercado e comprou R$ 68,98 em carne moída e R$ 69,89 em frango.
Sobre esses valores gastos, é correto afirmar:
a) o gasto com carne moída foi o mesmo do que com frango.
b) os números que representam as duas quantias têm a mesma parte inteira.
c) os números que representam as duas quantias têm a mesma parte decimal.
d) o valor 68,98 é menor que o valor 69,89.

22) Qual desses números decimais está mais próximo do número natural 0?
a) 0,100 b) 0,020 c) 0,030 d) 0,120

23) Complete as frases a seguir.
Na multiplicação 12,4 × 8, o produto terá _______________ casa decimal.
Ao realizar a multiplicação 23,6 × 25,8, o produto terá _______________ casas decimais.

24) Julgue as afirmativas a seguir como verdadeiras (V) ou falsas (F).
I ( ) Ao multiplicar os números 36,5 e 2, obtemos como produto o número 73.
III ( ) O produto de 9,72 × 3,1 terá, ao todo, duas casas decimais.
II ( ) Na multiplicação 2,7 × 4,9, o produto será 132,3.

25) Relacione as multiplicações na coluna da esquerda com os resultados na coluna da direita.

I 2,43 × 678	( ) 164,754
II 24,3 × 678	( ) 16,4754
III 2,43 × 6,78	( ) 16 475,4
IV 2,43 × 67,8	( ) 1 647,54

26) Em uma loja de tecidos, o preço de 1 metro de um tecido custa R$ 22,34.
a) Qual é o preço de 3,5 metros desse tecido?
b) Quanto uma pessoa irá pagar por 6,4 metros desse tecido?

27) (SAEB 2005) Foi feita a medição do comprimento da parede de uma sala utilizando-se, como instrumento de medida, uma fita métrica de apenas 80 cm. Essa medição correspondeu a 5,5 da fita. Quantos centímetros de comprimento tem a parede?

a) 440 cm   b) 450 cm   c) 800 cm   d) 850 cm

28) (SAEB 2007) A mãe de João usa diariamente 0,15 quilograma de açúcar para o café da manhã. Em 10 dias são gastos:
a) 0,15 kg de açúcar.
b) 1,5 kg de açúcar.
c) 15 kg de açúcar.
d)150 kg de açúcar.

29) Para fazer a multiplicação de 2,35 por 7,4, sugere-se que primeiro façamos a multiplicação desses números desconsiderando a vírgula, ou seja, ____________ × ____________. Depois de obter o resultado 17 390, contamos a quantidade de casas decimais nos fatores, que é ____________, e posicionamos a vírgula, obtendo ____________.

30) Um par de brincos custa R$ 45,80. Quanto custam 14 pares do mesmo tipo de brinco?

31) Josué foi ao mercado com sua lista de compras.

Produto	Preço
Sabonete	R$ 4,90 cada
Caixa de leite	R$ 7,21 cada
Batata	R$ 9,70 por kg
Filé de frango	R$ 15,00 por kg

Considerando o quadro de preços, determine quanto Josué vai pagar por:
a) 6 sabonetes:
b) 13 caixas de leite:
c) 3,5 kg de batata:
d) 2,8 kg de filé de frango:

32) O preço do quilograma de um bolo é R$ 98,65.
a) Quanto custa um pedaço de 0,2 kg desse bolo?
b) Quanto custa um pedaço de 0,85 kg desse bolo?

33) Um caminhão percorre uma distância de 63,8 quilômetros em cada viagem entre as cidades A e B. Ele sempre sai da cidade A, vai até a cidade B e retorna para a cidade A. Em uma semana, ele fez 6 dessas viagens. Qual foi a distância total percorrida pelo caminhão ao longo da semana?

34) (SARESP 2010 – Adaptada) Milton vai preparar uma vitamina de leite com banana. Precisa de 0,25 litro de leite e uma banana para fazer um copo de vitamina. Para que Milton prepare 8 copos de vitamina, ele precisará de quantos litros de leite?
a) 2   b) 4   c) 6   d) 8

35) (SAEB 2010) Uma polegada corresponde a cerca de 2,5 cm. Um sapato comprado no exterior possui 6 polegadas de comprimento, o que corresponde a:
a) 12 cm   b) 13 cm   c) 14 cm   d) 15 cm

36) Maria e mais 4 amigas ganharam um prêmio de R$ 900,00 em um campeonato de futebol e dividiram igualmente. No mesmo dia, elas foram comemorar em uma hamburgueria e dividiram igualmente a conta de 128 reais.

a) Quantos reais do prêmio cada uma recebeu?
b) Quantos reais da conta cada uma pagou?

37) Verônica foi a responsável por organizar o campeonato de dança na escola. Ao final do campeonato, ela dividiu o prêmio de R$ 500,00 igualmente entre as 6 pessoas que ganharam. Qual das alternativas representa o quanto cada pessoa recebeu?

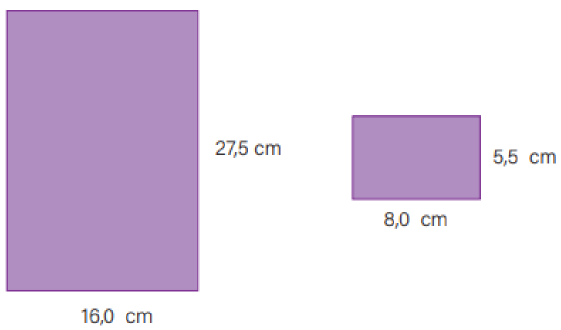
a) R$ 80,00 b) R$ 83,33 c) R$ 83,00 d) R$ 83,66

38) Associe as divisões com seus respectivos quocientes.

a) $24{,}5 \div 1{,}25$ ( ) 3,583
b) $73 \div 20$ ( ) 19,6
c) $43 \div 12$ ( ) 2,1333...
d) $128 \div 60$ ( ) 3,65

39) (OBMEP 2010) Davi vai a um armazém que vende uma garrafa de suco de laranja por R$ 2,80 e uma caixa com seis dessas garrafas por R$ 15,00. Ele precisa comprar 22 garrafas para seu aniversário. Quanto ele gastará, no mínimo?

40) João precisa montar alguns cartões que medem 5,5 cm por 8,0 cm. Para isso, ele dispõe de uma folha cujas dimensões são 27,5 cm por 16,0 cm, conforme ilustrado pelas figuras. Quantos cartões ele consegue fazer por folha?



a) 5 b) 7,5 c) 10 d) 12,5

41) (OBMEP 2010) Sabendo que $144 \cdot 177 = 25\,488$, podemos concluir que $254{,}88 \div 0{,}177$ é igual a:

a) 1 440 b) 14,4 c) 1,44 d) 0,144 e) 144

42) Um galão de água está com 18,7 litros e foi dividido igualmente entre 11 garrafas. Com quantos litros de água ficou cada garrafa?

a) 1 litro b) 1,3 litro c) 1,7 litro d) 2,1 litros

43) Rafael comprou um fogão novo para sua casa e pagou R$ 1 329,90 dividindo o valor em 6 prestações iguais. Qual é o valor, em reais, de cada prestação que Rafael teve que pagar?

a) 221,56 b) 22,16 c) 221,15 d) 221,65

44) Neste mês, Joana vendeu 343 peças de carro e 212 peças de moto. Para isso, ela trabalhou 22,5 dias este mês. Com base nestas informações, responda ao que se pede.
a) Em média, quantas peças de carro Joana vendeu por dia este mês?
b) Em média, quantas peças de moto Joana vendeu por dia este mês?

45) Complete as lacunas. Para efetuar a divisão entre dois números decimais, o procedimento pode ser assim resumido:
a) igualar a quantidade de_______________ decimais dos números envolvidos;
b) eliminar a_______________;
c) fazer a divisão entre os números naturais obtidos.

46) Vitória tinha uma barra de chocolate de 0,650 kg e separou-a em 8 pacotinhos com mesma massa para dar de presente para as amigas e os amigos da sala dela. Com quantos gramas ficou cada pacotinho?
a) 48,5 b) 81,25 c) 65 d) 125,8

47) (UERJ-RJ 2015) O cartão pré-pago de um usuário do metrô tem R$ 8,90 de crédito. Para uma viagem, foi debitado desse cartão o valor de R$ 3,25, correspondente a uma passagem. Em seguida, o usuário creditou mais R$ 20,00 nesse mesmo cartão. Admitindo que o preço da passagem continue o mesmo, e que não será realizado mais crédito algum, determine o número máximo de passagens que ainda podem ser debitadas desse cartão.

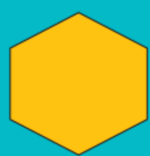
48) (UERR 2015) A representação decimal de $\frac{7}{8}$, exatamente, é:
a) 8 b) 0,87 c) 0,875 d) 9

B.1.2 Aula 3

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 2 - 6º ano - páginas 262 a 272.

Atividades

1) Complete a tabela com as quantidades dos elementos indicados para cada polígono:

Figura			
Nome	Retângulo	Pentágono	Hexágono
Lados			
Vértices			
Ângulos internos			
Ângulos externos			
Diagonais			

2) A Figura I mostra um ladrilho bastante comum nas calçadas da cidade de São Paulo, sendo conhecido como "calçada Paulista". A forma desse ladrilho pode ser representada pelo polígono da Figura II.

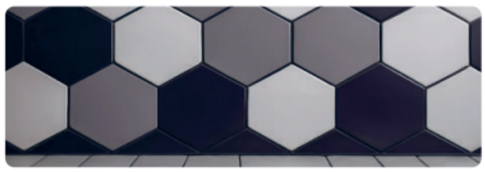
Figura I


Figura II

Com relação ao polígono da Figura II, responda:

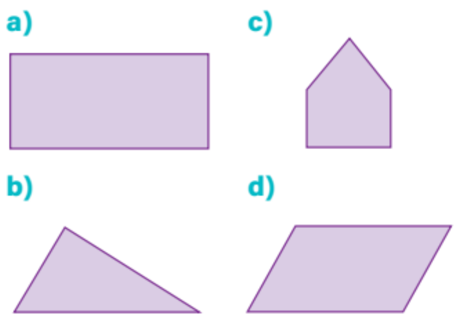
a) Ele é um polígono convexo? Justifique.
b) Quantos lados ao todo esse polígono tem?
c) Quantos vértices ao todo esse polígono tem?

3) Na ilustração peças de mesmo tamanho em forma de polígono estão sendo utilizadas para o revestimento da parede de uma casa. Sobre o polígono, responda:



a) Qual polígono corresponde ao formato dessas peças do revestimento?
b) Quantos ângulos internos ao todo esse polígono tem?

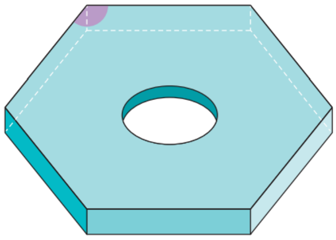
4) (SAEB 1997 – Adaptada) Dos polígonos a seguir, qual possui 5 ângulos internos?



5) (SAEB 2005) Sabe-se que um determinado polígono não tem diagonais. Então, esse polígono é um:

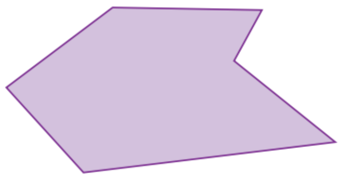
a) hexágono b) pentágono c) quadrilátero d)triângulo

6) (IFTM 2018 – Adaptada) Uma porca sextavada é um elemento de fixação utilizado em conjunto com os parafusos. Ela possui esse nome porque seu formato é associado a um polígono de seis lados. A figura mostra uma representação geométrica desse tipo de porca. Quantos vértices o polígono associado a essa figura apresenta?

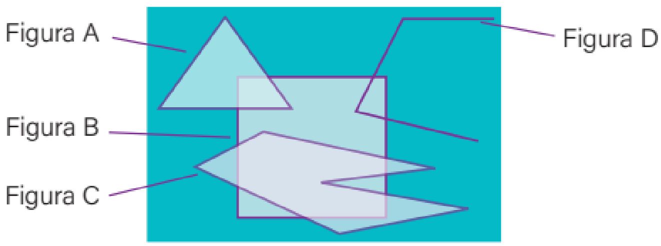


a) 0 b) 2 c) 3 d) 5 e) 6

7) Em um parque há uma trilha com o formato de um polígono, como mostra a figura a seguir. Esse polígono é convexo ou não convexo? Justifique.



8) Um artista criou uma composição de 4 figuras sobre uma tela retangular, como mostra a imagem a seguir.



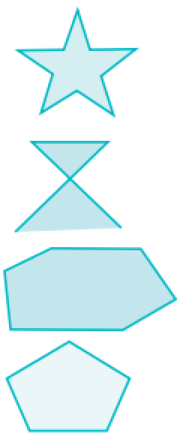
Leia algumas afirmativas sobre essas figuras e, em seguida, classifique-as como verdadeiras (V) ou falsas (F).

( ) A figura A é um polígono não convexo.
( ) A figura B apresenta 4 ângulos internos.
( ) A figura C é um polígono convexo com 6 lados.
( ) A figura D é um polígono com 3 lados.

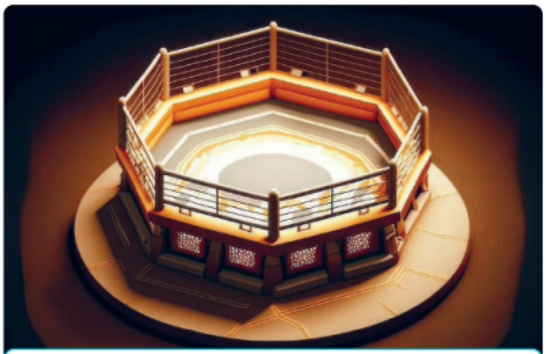
9) Relacione a descrição que aparece na coluna da esquerda com as figuras na coluna da direita:

I Polígono convexo com 6 ângulos internos.
II Não polígono.
III Polígono convexo com 5 diagonais.
IV Polígono não convexo com 10 lados.

( )
( )
( )
( )



10) As lutas de MMA acontecem em um ringue chamado octógono, como o que aparece na imagem abaixo. Esse ringue é chamado de octógono porque a sua base apresenta o formato de um polígono convexo com esse nome. Complete as lacunas a seguir com a quantidade de cada elemento desse polígono.


Octógono

- ______ lados.
- ______ vértices.
- ______ ângulos internos.
- ______ ângulos externos.

11) Um paisagista está projetando um novo jardim e deseja que ele tenha o formato de uma estrela de 5 pontas. O formato do jardim lembra um polígono.

a) Desenhe o formato desse jardim.

b) Esse polígono é convexo ou não convexo?

c) Quantos lados tem esse polígono?

12) As abelhas constroem reservatórios para armazenar o mel, como os que aparecem na imagem.


Favo de mel

Esses reservatórios têm a base em formato de um polígono de 6 lados. Com base nessas informações, responda:

a) Qual o nome que se dá a esse polígono?

b) Esse polígono é convexo?

13) Um designer de móveis projetou uma mesa, cujo tampo tem o formato de um polígono convexo de 5 lados.

a) Construa esse polígono usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria.

b) Compare o seu desenho com o de seus colegas. Há mais de uma forma de representar um polígono convexo de 5 lados?

14) (PROMUN 2023 — Adaptada) Polígonos que possuem 5 lados e 6 lados são, respectivamente:

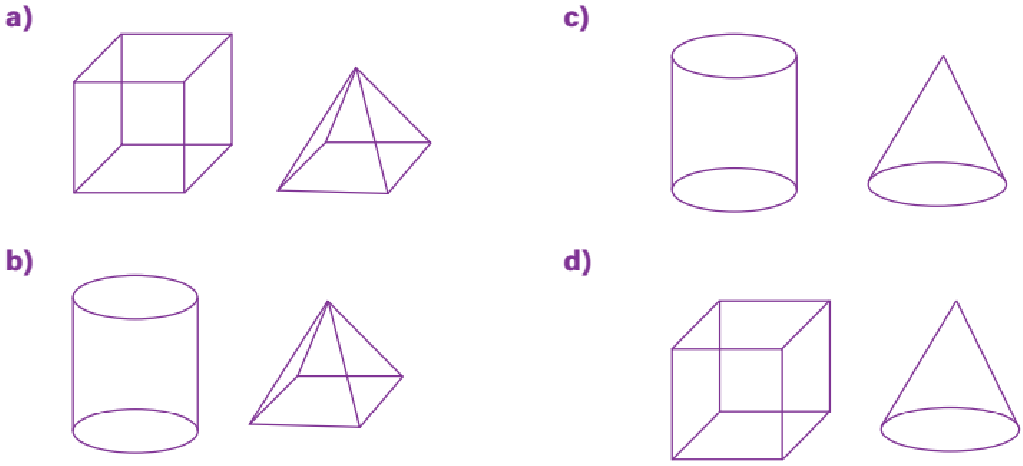
a) pentágono e quadrado.

b) pentágono e hexágono.

c) hexágono e triângulo.
d) hexágono e retângulo.

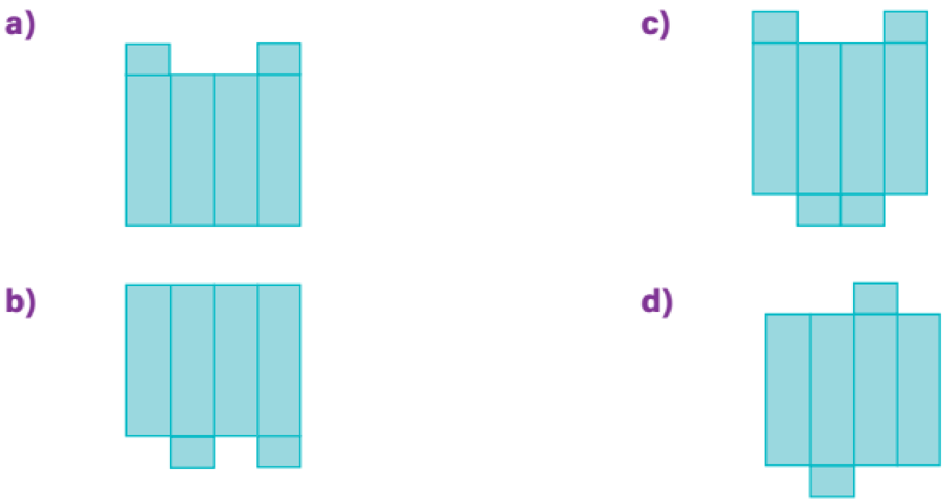
15) (IBADE 2024 — Adaptada) O polígono que apresenta nove diagonais é um:
a) pentágono b) hexágono c) quadrado d)retângulo e) triângulo

16) Assinale a alternativa em que os dois sólidos geométricos representados só têm superfícies planas:

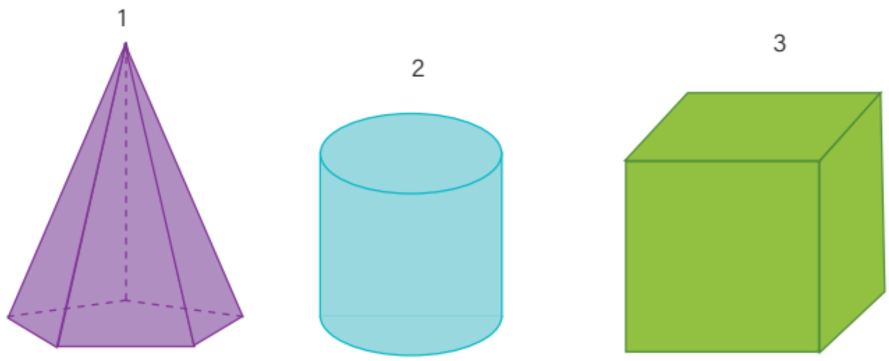


17) Observe a caixa representada a seguir.

Uma planificação dessa caixa é:

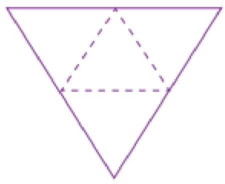


18) Sobre as formas geométricas 1, 2 e 3 representadas a seguir, é correto afirmar que:

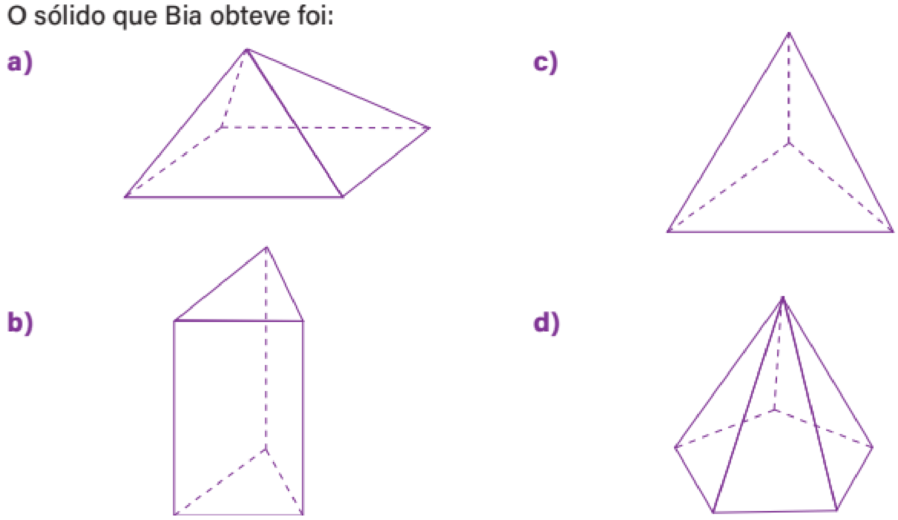


a) as figuras 1 e 3 são pirâmides.
b) a figura 2 tem duas faces quadradas.
c) a figura 3 representa uma pirâmide.
d) a figura 1 é uma pirâmide de base pentagonal.

19) (SARESP 2005) Bia recortou a figura a seguir e, em seguida, fez uma colagem para obter um sólido de papelão.



O sólido que Bia obteve foi:

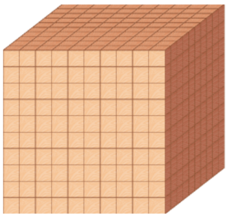


B.1.3 Aula 4

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 4 - 6º ano - páginas 253 a 262.

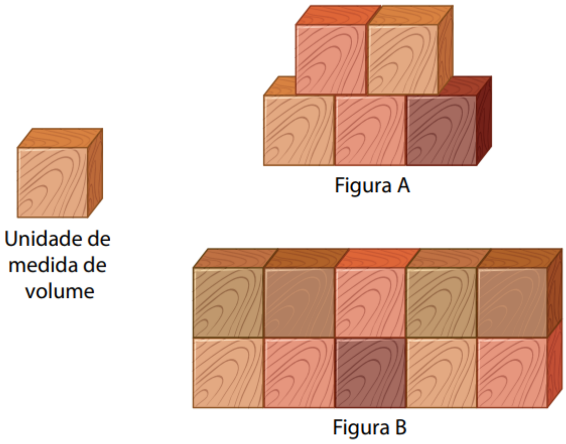
Atividades

1) Na ilustração está representado o cubo grande de um material dourado. Com base nessa imagem, complete a frase a seguir.



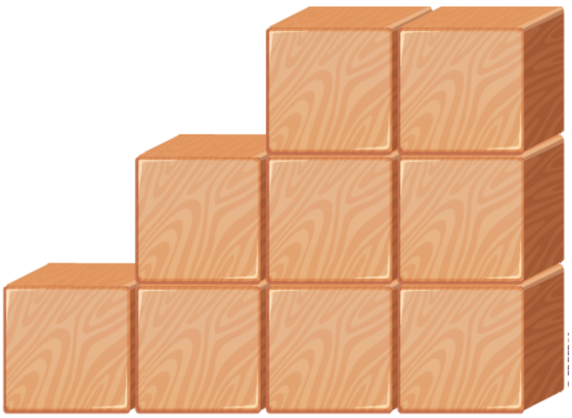
O cubo grande do material dourado é formado por______________ cubos menores. Se considerarmos cada cubo menor como uma unidade de volume, temos que o volume do cubo grande é de ______________ unidades de volume.

2) A seguir estão representadas duas figuras, A e B, formadas por blocos cúbicos de mesmo tamanho. Considerando cada bloco como uma unidade de volume, indique as afirmativas a seguir como sendo verdadeiras (V) ou falsas (F). Nas assinaladas como falsas, justifique sua resposta.



a) ( ) O volume da figura A é 4 unidades de volume.
b) ( ) O volume da figura B é 5 unidades de volume.
c) ( ) O volume da figura A é 5 unidades a menos do que o volume da figura B.

3) A figura a seguir representa blocos cúbicos de mesmo tamanho.



Sendo de 1 unidade o volume de cada cubo representado, responda:
a) Qual o volume total correspondente ao sólido representado?

b) Quantos blocos cúbicos, no mínimo, precisariam ser acrescentados para formar um bloco retangular de volume igual a 12 unidades de volume?

4) (CANGURU DE MATEMÁTICA BRASIL 2016 – Adaptada) Antônio e Manuel estão brincando de montar blocos retangulares usando a mesma quantidade de cubinhos iguais. Antônio fez o bloco que aparece como figura 1. Manuel começou a montar o seu bloco e parou. A primeira camada que conseguiu montar está representada na figura 2.

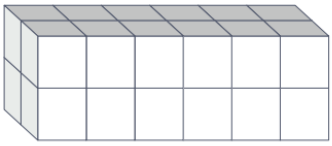


Figura 1

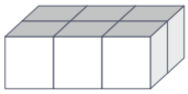
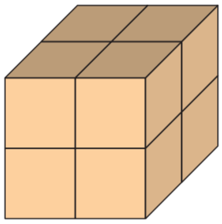


Figura 2

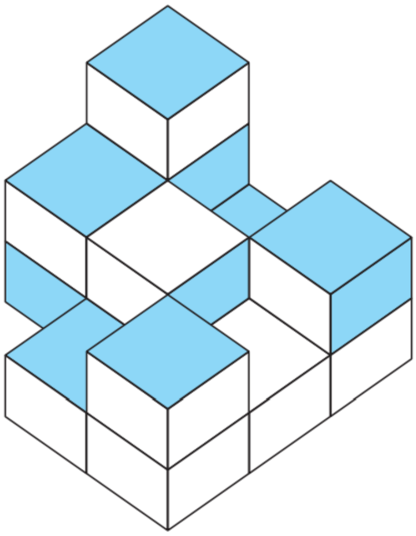
Quantas camadas terá o bloco de Manuel?

5) (OBMEP 2022 – Adaptada) João montou dados idênticos e com eles formou um cubo, como mostra a figura. Considerando um dado como unidade de medida, qual o volume do cubo?



a) 4 b) 8 c) 12 d)14 e) 18

6) (OBMEP 2023 – Adaptada) José empilhou alguns cubos, conforme mostra a figura. Considerando um cubo como unidade de medida de volume, qual o volume da figura?

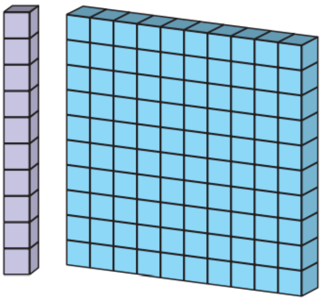


a) 8 b) 10 c) 12 d)14 e) 18

7) A partir de blocos coloridos pequenos e de mesmo volume foi formado o bloco maior representado a seguir.

Se cada bloco menor tem volume unitário (1 u.v.), qual o volume do bloco maior?

8) A seguir estão representadas uma barra e uma placa, ambas formadas por cubinhos iguais.



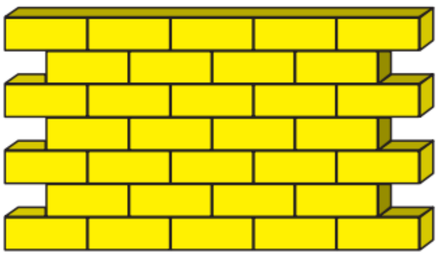
Se cada cubinho tem 1 unidade de volume (1 u.v.), assinale cada afirmação a seguir com V ou F, conforme seja verdadeira ou falsa, respectivamente.

a) ( ) O volume da barra é 10 u.v.

b) ( ) O volume da placa é 1 000 u.v.

c) ( ) O volume da barra é menor do que o volume da placa.

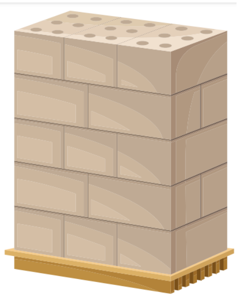
9) Para construir uma parede, tijolos de mesmo tamanho e formato foram dispostos, conforme ilustrado a seguir.



a) Considerando que cada tijolo representado na imagem possui 2,5 unidades de volume, qual será o volume da parede representada?

b) Para completar as laterais da parede representada, serão usados mais 3 tijolos de mesmo tamanho que serão cortados ao meio. Após incluir os tijolos, qual o volume total da parede?

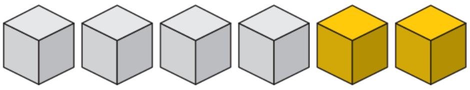
10) A seguir está ilustrado uma pilha de blocos retangulares de concreto idênticos usados em construções.



Se considerarmos que cada camada de blocos corresponda a 4,5 unidades de volume, qual é o volume desse empilhamento de blocos?

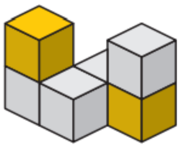
11) Luana está de mudança e comprou caixas de papelão de mesmo tamanho para guardar suas coisas. Ela dispôs essas caixas no chão, formando num local 2 fileiras contendo 3 caixas por fila e, em outro local, 2 fileiras contendo 2 caixas por fila. Considerando que cada caixa tem 5 u.v. (unidades de volume), qual o volume total das caixas que Luana tem?

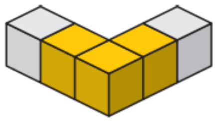
12) (OBMEP 2021 – Adaptada) Janaína tem os cubinhos representados na imagem a seguir.

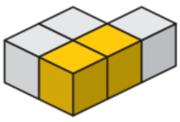


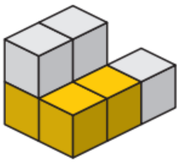
Com todos esses cubinhos ela montou uma figura com volume de 6 cubinhos. Qual é essa figura?

a) 

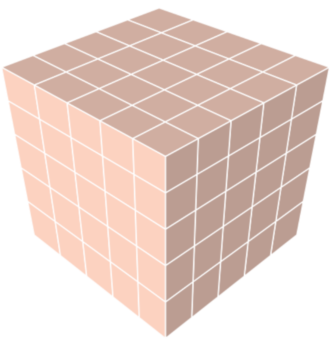
c) 

e) 

b) 

d) 

13) (OBMEP 2014 – Adaptada) Um cubo de madeira foi pintado e depois cortado em diversos cubinhos iguais, como representado na imagem a seguir.

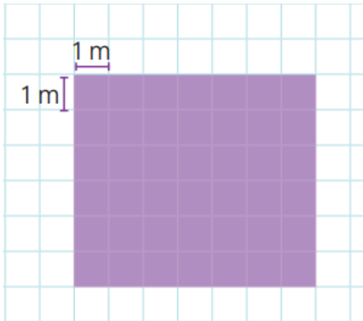


Considerando cada cubinho como uma unidade de medida de volume, qual o volume do cubo de madeira?
a) 25 b) 75 c) 95 d) 100 e) 125

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 4 - 6º ano - páginas 273 a 281.

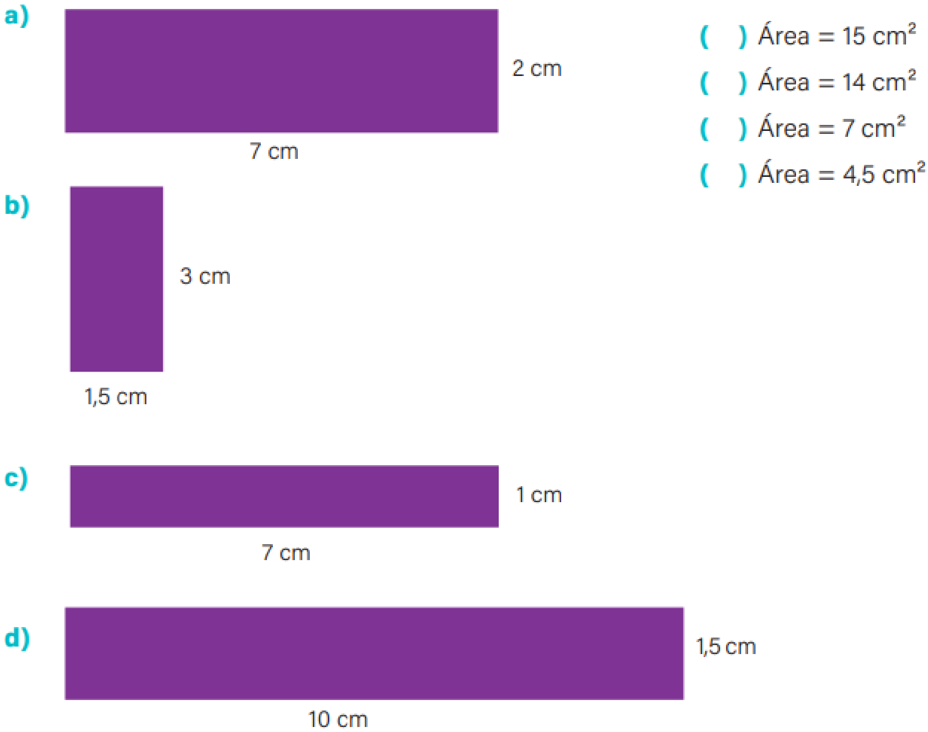
Atividades

1) Maria está reformando a cozinha e vai trocar o atual piso do chão por placas cerâmicas quadradas com 1 m^2 de área para cobrir todo o piso. Na figura está representado, em roxo, um esboço com a quantidade de placas necessárias na reforma.

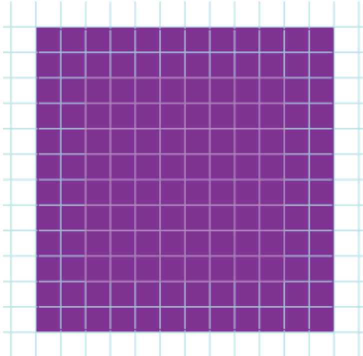


De acordo com o desenho, quantos metros quadrados de cerâmica, no mínimo, ela deverá utilizar para fazer essa reforma?
a) 35 m^2 b) 36 m^2 c) 42 m^2 d) 49 m^2

2) Faça a associação entre os retângulos com suas medidas de altura e base e suas respectivas áreas.



3) Observe a região em roxo representada na malha quadriculada a seguir.



Considerando que o lado de cada quadrado da malha mede 0,5 m, a área, em centímetros quadrados, será de:

a) 1 440 000 cm² b) 720 000 cm² c) 360 000 cm² d) 120 000 cm² e) 60 000 cm²

4) Um tabuleiro de xadrez tem um formato quadrado subdividido em 64 "casas"quadradas de mesmo tamanho onde as peças são movimentadas. Sabendo que cada casa possui área medindo 900 mm², qual a área em centímetros quadrados correspondente à superfície ocupada pelas casas do tabuleiro?

5) (SARESP 2007) Observe as figuras.

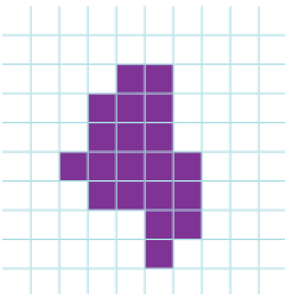


Figura 1

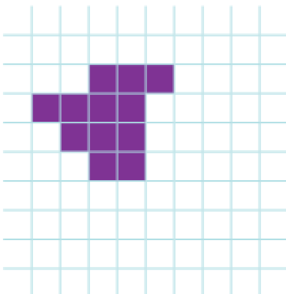


Figura 2

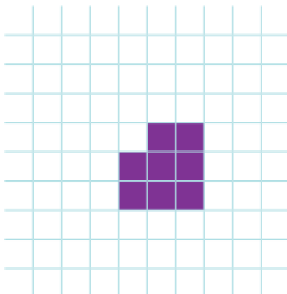
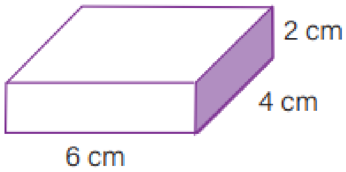


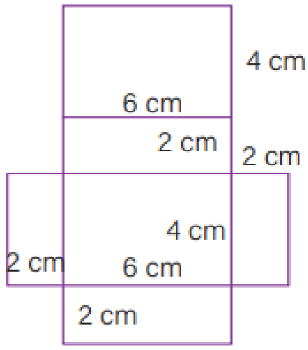
Figura 3

Sabendo que, em todas as figuras, o lado de cada quadrado mede 1 cm, é correto dizer que:

a) a área da Figura 2 é igual à metade da área da Figura 1.
b) a área da Figura 1 é dobro da área da Figura 3.
c) a área da Figura 1 é metade da área da Figura 3.
d) a área da Figura 2 é diferente das áreas das Figuras 1 e 3.

6) 2 (SARESP 2007 – Adaptada) Uma caixa de sapato fechada tem as seguintes dimensões: 6 cm, 2 cm, 4 cm.





Qual é a área total desta caixa?

a) 44 cm² b) 64 cm² c) 72 cm² d) 88 cm²

B.1.4 Aula 5

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 2 - 6º ano - páginas 236 a 248.

Atividades

1) O ponteiro dos minutos de um relógio está inicialmente posicionado no número 12. Depois de 5 minutos, esse ponteiro se movimentou. Qual foi o ângulo do giro em relação à posição inicial?

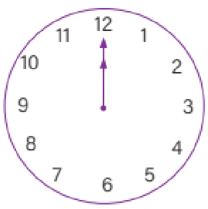
2) Durante um jogo de futebol, um jogador corre em linha reta no sentido do gol do adversário. Para efetuar um drible, ele girou seu corpo cerca de $\frac{1}{12}$ em relação a um giro completo, que é de 360°. Quantos graus o jogador girou para realizar o drible?

a)30° b)60° c)90° d)180°

3) Leia as afirmações a seguir e assinale quais são verdadeiras.

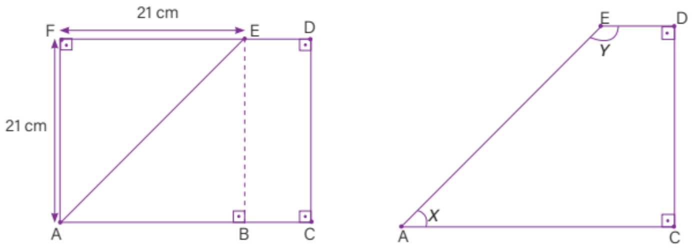
a) O ponto onde os dois lados de um ângulo se encontram é chamado de vértice.
b) Os lados de um ângulo são formados por linhas curvas.
c) A abertura de um ângulo está associada à medida desse ângulo.
d) O vértice de um ângulo pode estar em qualquer lugar dos lados.

4) (CEB – Adaptada) Observe os ponteiros no relógio da imagem. Decorridas 3 horas, qual é o ângulo formado pelos ponteiros?



a) 15° b) 45° c) 90° d)180°

5) (CEFET-MG 2012 – Adaptada) Uma folha retangular de papel ofício de medidas 28,7 cm x 21,0 cm foi dobrada conforme a figura.



Os ângulos X e Y resultantes da dobradura, medem, respectivamente, em graus:
a) 40 e 90 b) 40 e 140 c) 45 e 45 d) 45 e 135

6) A professora Joana pediu aos alunos que identificassem em cada uma das três situações os ângulos e suas classificações.

a) Um estudante usou um esquadro para desenhar um ângulo em forma de canto de uma folha de papel. Qual é a medida desse ângulo e como ele é classificado?

b) A professora desenhou na lousa uma figura com ângulo de 170°. Como é classificado esse ângulo?

c) A professora pediu a um aluno que girasse o ponteiro dos minutos de um relógio a partir da posição de 12 horas até retornar a essa mesma posição. Qual é a medida do ângulo percorrido por esse movimento?

7) Qual das alternativas a seguir está correta?

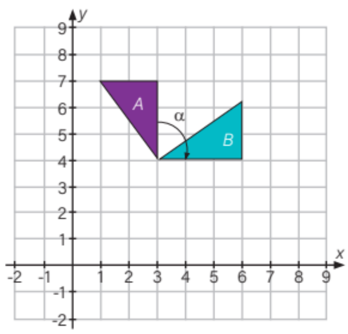
a) Um ângulo é classificado como raso quando sua medida for igual a 90°.

b) O grau é a unidade de medida do ângulo.

c) Um ângulo é classificado como agudo quando sua medida for maior que 90° e menor que 180°.

d) Um ângulo de giro completo possui medida igual a 180°.

8) (CEB – Adaptada) Observe a figura.



Fazendo uma rotação do triângulo A para B temos uma rotação de:
a) $\alpha = 60°$ b) $\alpha = 90°$ c) $\alpha = 120°$ d) $\alpha = 180°$

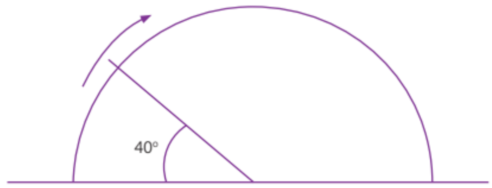
9) Associe cada medida de ângulo na coluna da esquerda com a sua classificação correta na coluna da direita.

a) 120º ( ) ângulo reto.

b) 360º ( ) ângulo raso.
c) 90º ( ) ângulo agudo.
d) 45º ( ) ângulo de giro completo.
e) 180º ( ) ângulo obtuso.

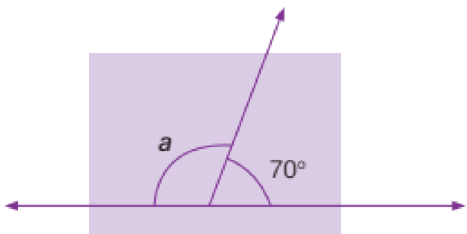
10) Marcos fez a representação de um ângulo em seu caderno por meio de duas semirretas de mesma origem. Após, utilizou o transferidor e verificou que a medida do menor ângulo formado por essas duas semirretas era 140º. Determine a medida do maior ângulo formado por essas mesmas semirretas.

11) (SARESP 2007) O movimento completo do limpador do para-brisa de um carro corresponde a um ângulo raso. Na situação descrita pela figura, admita que o limpador está girando em sentido horário.

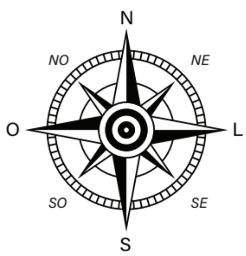


Calcule a medida do ângulo que falta para que ele complete o movimento completo.
a) 50° b) 120° c) 140° d) 160°

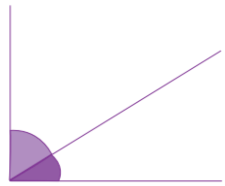
12) Na figura a seguir estão representadas as aberturas de dois ângulos. Sabe-se, entretanto, que esses dois ângulos juntos correspondem a um ângulo raso. Qual a medida do ângulo obtuso representado pela letra a?



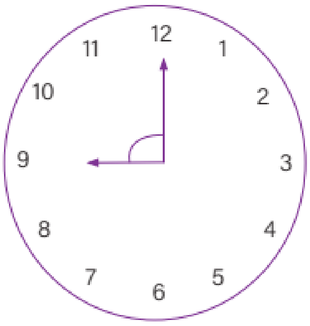
13) Na figura a seguir temos a rosa dos ventos. Considere que Ana e Carla saiam em linha reta de um mesmo ponto, sendo que Ana se dirige para o Norte (N) e Carla para o Sudeste (SE). Qual a medida do menor ângulo entre as direções que elas seguem?



14) Na figura a seguir, o ângulo reto foi dividido em dois outros ângulos. Sabe-se que a medida do maior ângulo é o dobro da medida do menor desses ângulos. Quais são as medidas desses ângulos?

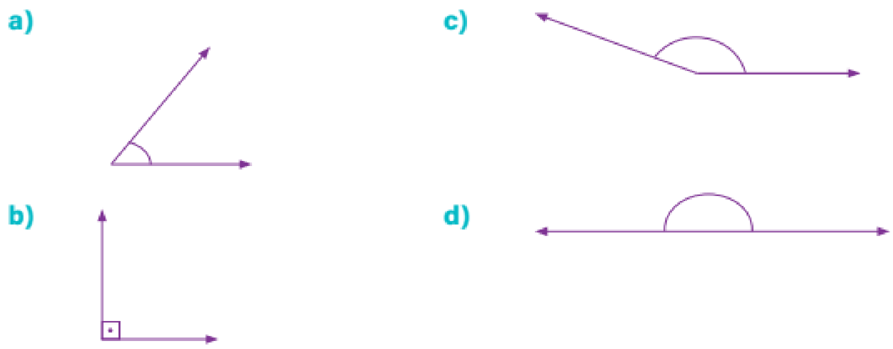


15) (SARESP 2009 – Adaptada) A imagem do relógio marca exatamente 9h. Assinale a alternativa que mostra corretamente qual a medida do ângulo formado pelos 2 ponteiros, indicado na figura.

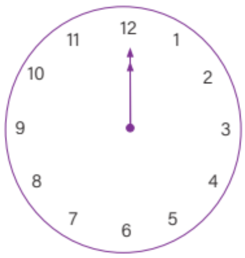


a) 180° b) 90° c) 60° d) 45°

16) (SAEB 1997 – Adaptada) Qual é a opção que corresponde à representação gráfica de um ângulo agudo?



17) No relógio analógico ao lado o menor ângulo entre os ponteiros das horas e dos minutos do relógio é 0º (zero grau). Exatamente 2 horas após, qual é a menor medida entre esses ponteiros?



18) Na sala dos professores Márcia entrou quando o relógio estava indicando exatamente 8 horas da manhã. Depois de um certo tempo (menos que 1 hora), percebeu que o ângulo do ponteiro dos minutos tinha deslocado exatamente 90º em relação à posição que estava quando ela entrou na sala. Qual era o horário indicado pelo relógio?

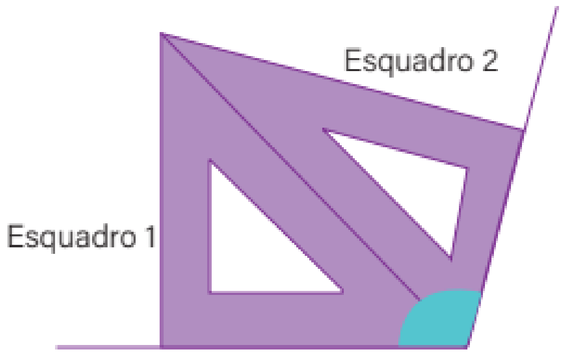
19) Uma pessoa sai de um ponto A e, em linha reta, anda 4 metros chegando num ponto B. Gira 90º para direita e anda em linha reta mais 4 metros chegando num ponto C. Gira novamente 90º para direita e anda em linha reta mais 4 metros chegando num ponto D. Gira novamente 90º para direita e anda em linha reta por 4 metros, parando em seguida. Explique a trajetória que essa pessoa percorreu. Faça um desenho para justificar, se necessário.

20)Para fazer desenhos geométricos, normalmente são utilizados dois esquadros, sendo que esses dois esquadros têm as seguintes medidas de ângulos:

Esquadro 1: ângulos de medidas 90º, 45º e 45º;

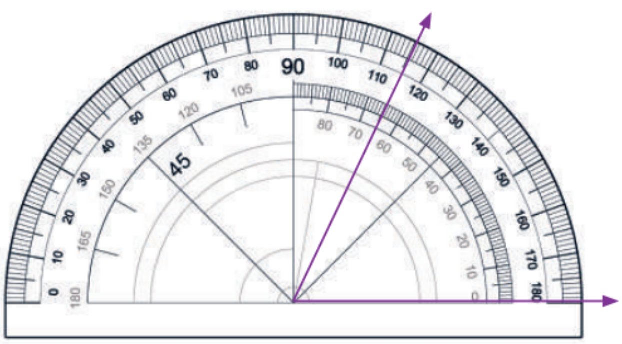
Esquadro 2: ângulos de medidas 90º, 60º e 30º.

Roberto posicionou esses dois esquadros da seguinte maneira e traçou as duas linhas. Qual é a medida do ângulo indicado na figura?



21) Observe a imagem e assinale a alternativa que apresenta o intervalo ao qual a medida do ângulo interno em destaque na imagem pertence.

a) Maior que 110° e menor que 120°.
b) Maior que 90° e menor que 100°.
c) Maior que 70° e menor que 80°.
d) Maior que 60° e menor que 70°.



22) João desenhou três ângulos em seu caderno com as seguintes medidas: 25°, 65° e 135°. Esses ângulos são classificados, respectivamente, como:

a) agudo, agudo e reto.
b) agudo, obtuso e raso.
c) agudo, obtuso e obtuso.
d) agudo, agudo e obtuso.
e) agudo, reto e raso

B.2 Aulas 7º ano

B.2.1 Aula 3

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 1 - 7º ano - páginas 128 a 144.

Resumo

Para a construção de um triângulo com os lados medindo a, b e c, deve-se seguir os seguintes passos:

Passo 1: trace um segmento de reta com a medida a, utilizando a régua;

Passo 2: utilize a régua para medir a abertura do compasso com a medida b. Em seguida, posicione a ponta seca do compasso em uma das extremidades do segmento traçado e desenhe uma circunferência;

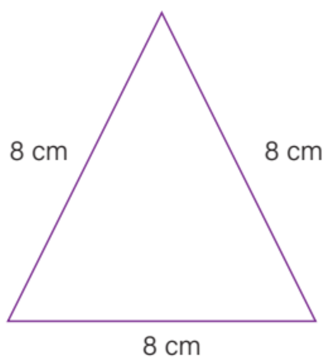
Passo 3: utilize a régua para medir a abertura do compasso com a medida c. Em seguida, posicione a ponta seca do compasso na outra extremidade do segmento traçado e desenhe uma circunferência;

Passo 4: escolha um dos pontos de intersecção das circunferências e utilize a régua para traçar os segmentos que unem o ponto de intersecção das circunferências com as extremidades do segmento inicial;

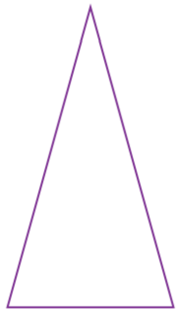
Passo 5: apague as circunferências e dê nome aos vértices do triângulo.

Atividades

1) Utilize o procedimento mencionado anteriormente e construa um triângulo equilátero com 8 cm de lado, como o que aparece na imagem abaixo.



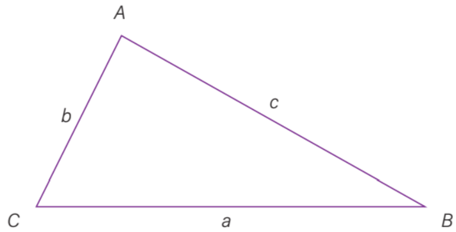
2) Um triângulo isósceles é aquele que apresenta dois lados com a mesma medida, como o que aparece abaixo. Utilize o procedimento mencionado anteriormente para construir um triângulo isósceles com a ajuda de régua e compasso. Você pode escolher as medidas dos lados que preferir.



3) Assinale a alternativa que apresenta as medidas que podem ser de três lados de um triângulo.

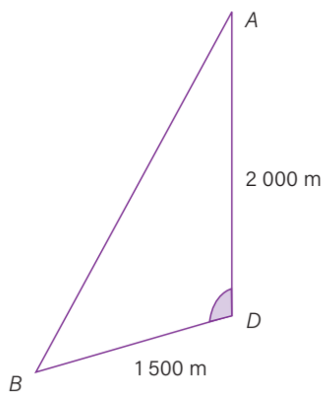
a) 1 cm, 2 cm e 6 cm.
b) 2 cm, 3 cm e 5 cm.
c) 4 cm, 7 cm e 12 cm.
d) 5 cm, 9 cm e 10 cm.

4) Marcela desenhou o triângulo ABC em seu caderno e indicou as medidas dos lados desse triângulo como a, b e c. Sabendo que a > c > b, assinale a alternativa que apresenta uma relação verdadeira entre a, b e c.



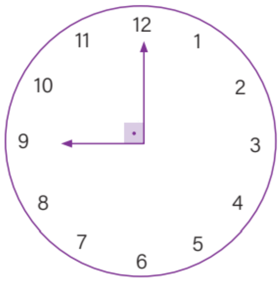
a) a = b + c
b) a < c + b
c) b = a - c
d) c - a = b
e) a + b = c

5) (SAEB 2005 – Adaptada) Em uma regata, os barcos devem contornar três boias que formam um triângulo ABD, como ilustra a figura abaixo. Se x é a distância entre as boias A e B, assinale a relação correta:



a) x < 500
b) x > 3 500
c) 500 < x < 3 500
d) x > 4 000

6) (SARESP 2009) O relógio abaixo marca 9h.



Assinale a alternativa que mostra corretamente qual a medida do ângulo formado pelos 2 ponteiros indicados na figura.

a) 180° b) 90° c) 60° d) 45°

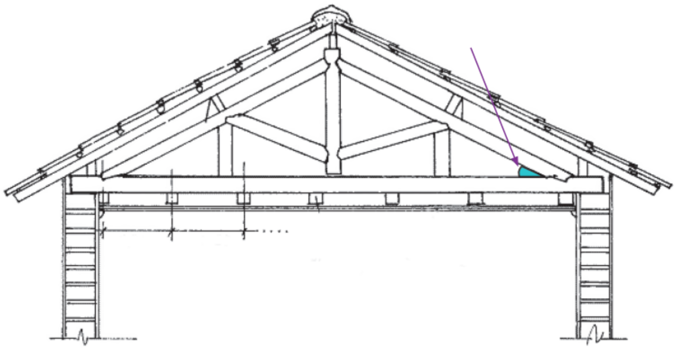
7) Como pode ser classificado o ângulo formado pelas pernas da bailarina?

a) Agudo b) Reto c) Obtuso d) Raso

8) Na figura abaixo, a classificação do ângulo formado pelas asas do avião é:

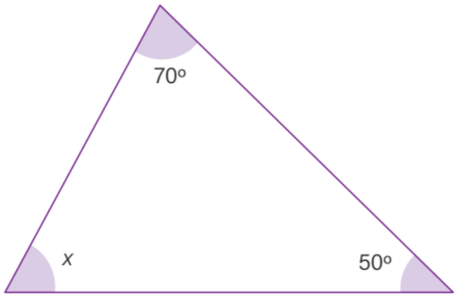
a) Agudo b) Reto c) Obtuso d) Raso

9) Compreender o conceito de ângulo é importante em diversas situações do cotidiano, assim como saber como e quando o empregar. Na figura é possível identificar diversos ângulos. A classificação do ângulo apontado pela flecha é:

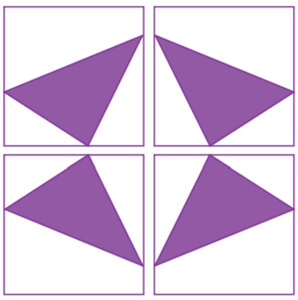


a) Agudo b) Reto c) Obtuso d) Raso

10) João está construindo um canteiro em formato triangular no jardim de sua casa. Ele fez um projeto e verificou que dois dos ângulos internos do canteiro deveriam medir 50° e 70°, como mostra a imagem abaixo. Determine a medida do ângulo x.

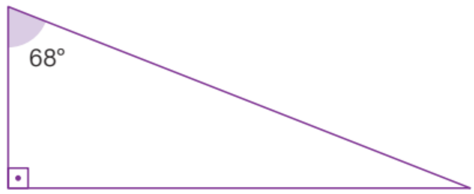


11) Ana é arquiteta e, para um dos seus projetos, escolheu uma padronagem de azulejos que apresenta uma composição triangular, como mostra a imagem a seguir. Nesse triângulo, sabe-se que as medidas de dois de seus ângulos internos são 35° e 75°. Qual a medida do terceiro ângulo interno do triângulo?



12) Pedro está projetando um telhado triangular para uma casa de campo. Uma parte da estrutura do telhado tem o formato de um triângulo com ângulos internos medindo 30° e 60°, como mostra a imagem a seguir. Qual é a medida do terceiro ângulo interno desse triângulo?

13) (SAEB 2005) Fabrício percebeu que as vigas do telhado da sua casa formavam um triângulo retângulo que tinha um ângulo de 68°. Quanto medem os outros ângulos?

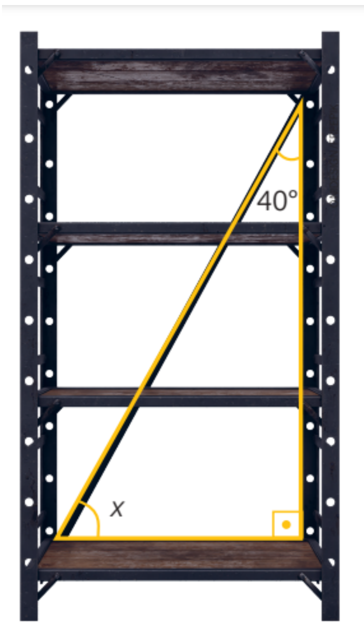


a) 22° e 90° b) 45° e 45° c) 56° e 56° d) 90° e 28°

14) (FGV 2023) Os ângulos internos de um triângulo ABC são tais que o dobro da medida em graus do ângulo A é igual à soma das medidas em graus dos ângulos B e C. Portanto, o ângulo A mede:

a) 45° b) 60° c) 75° d) 90°

15) Ana está projetando uma estante no estilo industrial. Para tornar a estrutura mais firme, ela acrescentou ao projeto uma barra de aço transversal às prateleiras, formando o triângulo destacado na imagem.

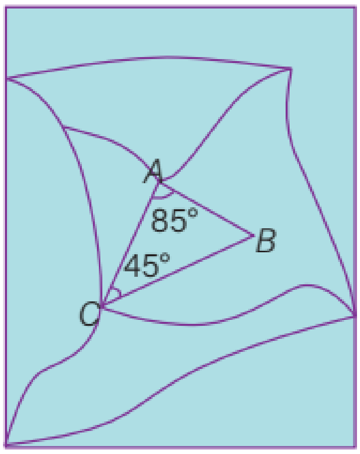


Determine a medida do ângulo x.

16) Entre as opções a seguir, qual é a única combinação possível para as medidas dos ângulos internos de um triângulo?

a) 40°, 60° e 60° b) 40°, 60° e 80° c) 60°, 60° e 80° d) 60°, 80° e 80°

17) Durante uma trilha, três amigos se perderam. Eles acionaram um aplicativo de localização e observaram que, no mapa da trilha, as suas localizações formavam um triângulo ABC com ângulos internos medindo 45° e 85°, como mostra a imagem. Qual é o ângulo que falta para completar o triângulo?

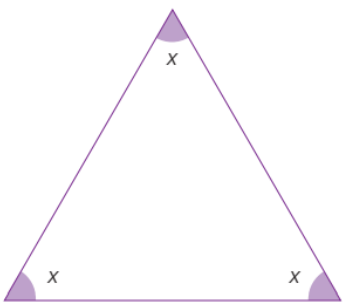


a) 45° b) 50° c) 60° d) 75°

18) Uma cabana apresenta uma fachada em formato que lembra um triângulo isósceles, como mostra a imagem.

Qual é a medida dos ângulos da base desse triângulo?

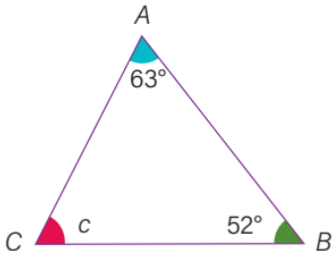
19) Este triângulo é equilátero. Por esse motivo, ele apresenta todos os ângulos internos com a mesma medida. Qual é a medida dos ângulos internos desse triângulo?



20) 1 (PREFEITURA DE GUARANI DAS MISSÕES 2023) Considerando-se um triângulo em que um dos seus ângulos mede 40° e que o ângulo complementar de um dos ângulos desse triângulo mede 60°, assinale a alternativa que apresenta o valor do maior ângulo desse triângulo:

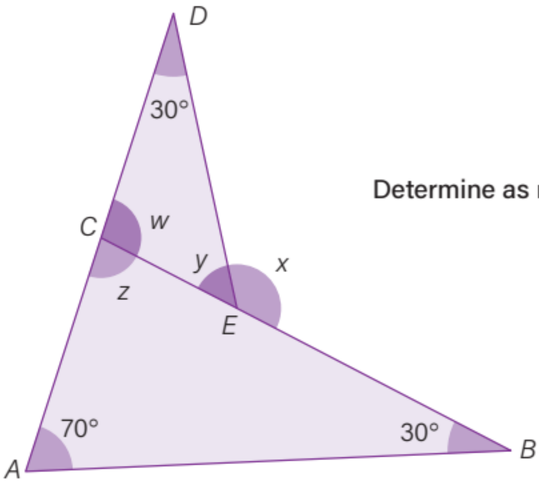
a) 80° b) 90° c) 100° d) 110°

21) (IBADE 2023) Observe os ângulos do triângulo ABC abaixo. O valor do ângulo "c"é:



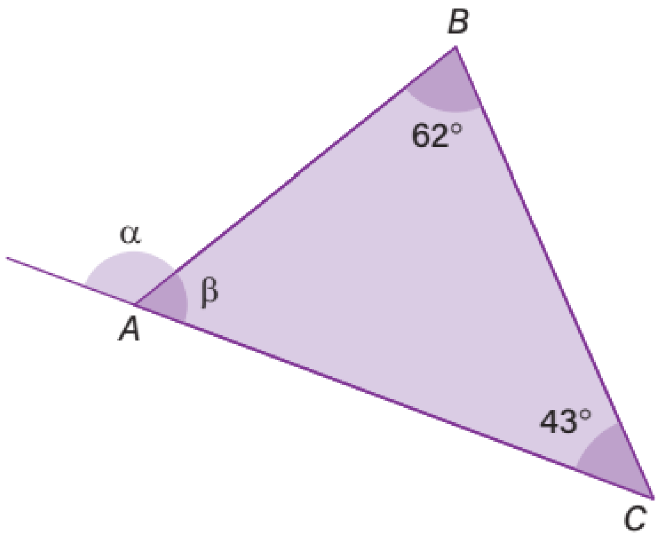
a) 25° b) 54° c) 65° d) 85° e) 115°

22) Na imagem abaixo, os pares de ângulos x e y e z e w são suplementares.



Determine as medidas dos ângulos *w*, *x*, *y* e *z*.

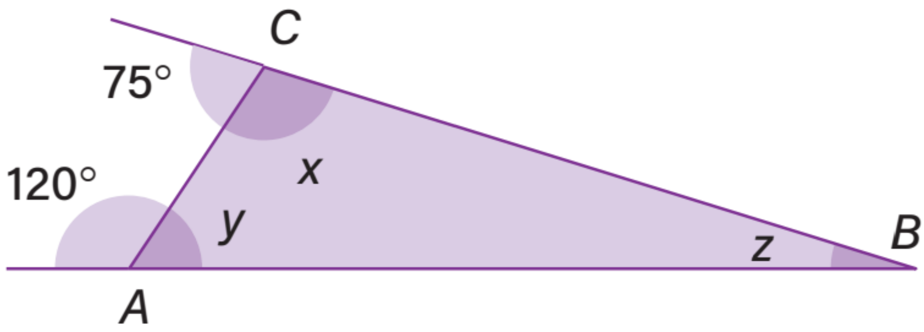
23) Uma pista de caminhada em um parque tem formato triangular, como mostra a imagem abaixo.



Uma pessoa que caminha nessa pista no lado CA no sentido de C para A precisa fazer um giro de α graus para entrar no lado AB da pista.

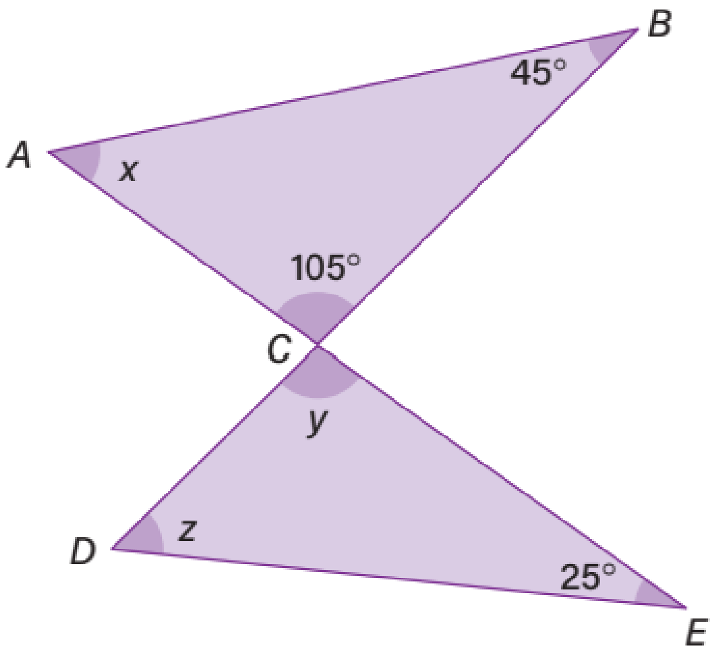
Sabendo que α e β são ângulos suplementares, determine a medida desses ângulos.

24) Sabendo que os ângulos de medidas 120° e y e os ângulos de medidas 75° e x são suplementares, determine as medidas dos ângulos x, y e z.

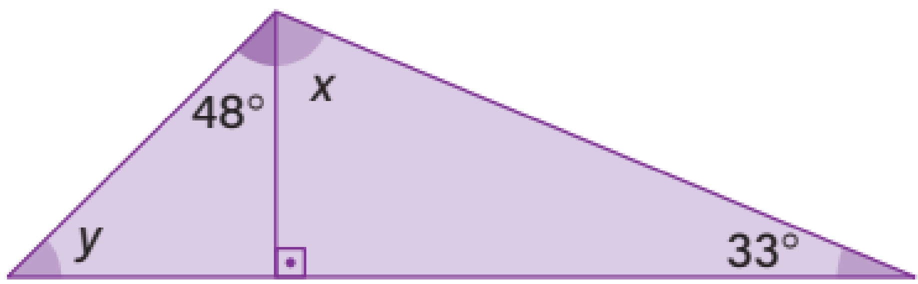


25) Um designer criou um logo para uma empresa usando dois triângulos ligados por um vértice, como o que aparece na imagem abaixo.

Sabendo que os ângulos de medidas 105° e y são opostos pelo vértice, determine as medidas dos ângulos x, y e z.

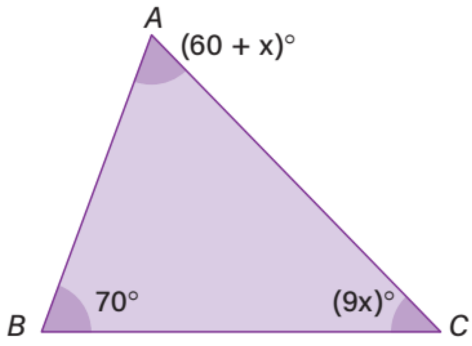


26) Um quebra-cabeças apresenta peças em formato triangular que podem ser unidas para compor diferentes figuras. A imagem abaixo mostra duas dessas peças unidas. Assinale a alternativa que apresenta uma relação correta entre as medidas dos ângulos x e y.

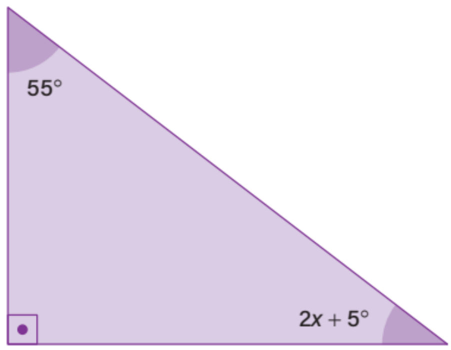


a) x = y b) x = y + 5° c) x = y + 15° d) x = y – 10°

27) No triângulo abaixo, um dos ângulos internos mede 70º e os demais têm suas medidas representadas em função de x. Determine o valor de x.

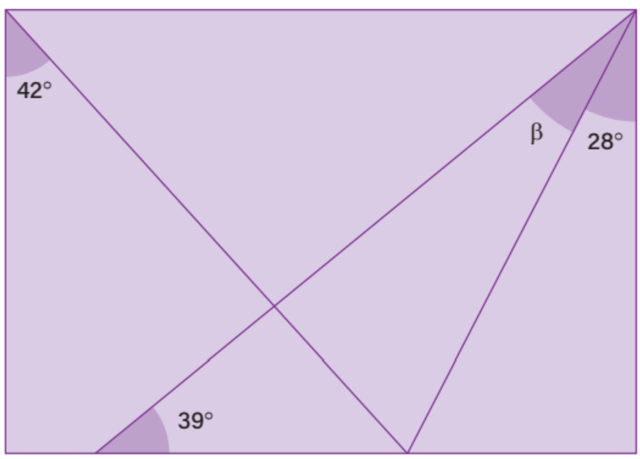


28) (CETRO 2015 – Adaptada) A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180°. Observe os ângulos internos do triângulo dados na figura abaixo. Diante do exposto, assinale a alternativa que apresenta o valor de x.



a) 15° b) 18° c) 20° d) 21° e) 25°

29) (VUNESP 2013) Em um retângulo, três segmentos foram desenhados, cada um com uma extremidade em um vértice do retângulo e a outra extremidade em um lado do retângulo, conforme mostra a figura A medida do ângulo é:



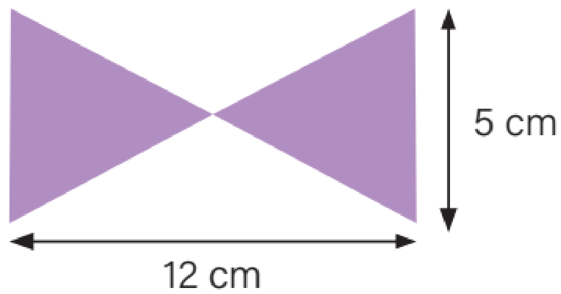
a) 27° b) 26° c) 25° d) 24° e) 23°

B.2.2 Aula 4

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 2 - 7º ano - páginas 273 a 292.

Atividades

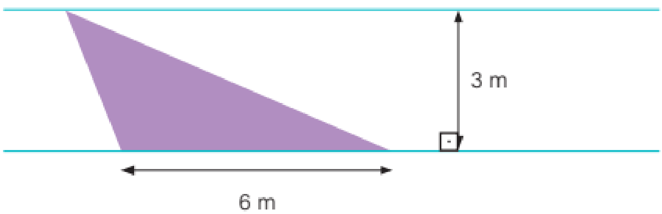
1) A gravata de um palhaço foi feita de papelão a partir de dois triângulos idênticos opostos, conforme as dimensões dadas na figura a seguir. Calcule, em centímetros quadrados, a área dessa gravata.



2) O logotipo da empresa Geômetras Ltda. tem a forma de triângulo e foi impresso em uma etiqueta retangular, cuja base mede 9 cm e sua altura, 6 cm. Essa etiqueta será utilizada para identificar seus produtos.

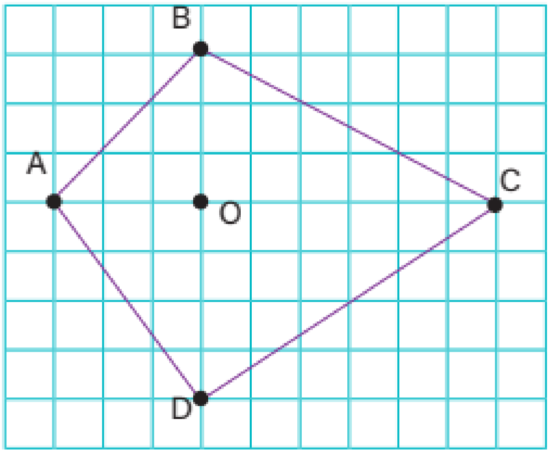
Qual é, em centímetros quadrados, a área do logotipo?
a)15 b)27 c)42 d)54

3) Tentando dar um efeito tridimensional em um painel a ser pintado em um muro, um artista plástico utilizou-se da forma triangular que aparece na figura a seguir. Devido ao material diferenciado para execução do serviço, o custo dessa pintura será de R$ 200,00 por metro quadrado.



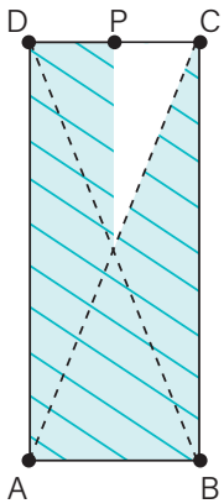
De acordo com os dados presentes no enunciado, qual será o valor total da pintura desse triângulo?

4) Na malha quadriculada, cada quadradinho tem lado representando 1 km de medida. Nela, foi demarcado um quadrilátero ABCD que limita uma região estratégica do mapa de um grande parque, observada a partir do ponto 0.



De acordo com as informações dadas, calcule a área da região estratégica representada pelo quadrilátero ABCD.

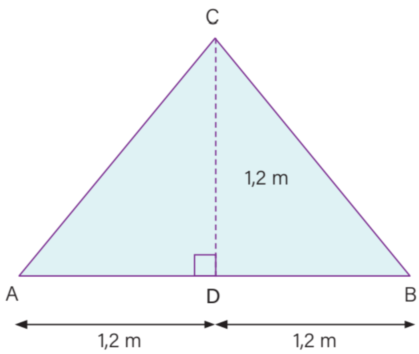
5) (SARESP 2005) Considere o retângulo ABCD, onde P é o ponto médio de CD, AB = 2 cm e BC = 4 cm.



A área da parte hachurada é:

a) 6 cm² b)7 cm² c)11 cm² d)12 cm²

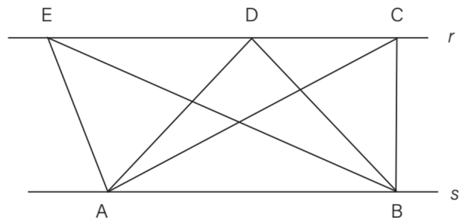
6) Diego contratou uma empresa para revestir o vidro de uma janela, de formato triangular, de sua casa com uma película escura para diminuir a claridade do ambiente. A empresa que fará o serviço pediu que ele informasse a área da janela.



Sabendo que Diego calculou corretamente a área da janela, a medida encontrada foi de:

a) 2,88 m^2 b) 5,76 m^2 c) 2,04 m^2 d) 1,44 m^2

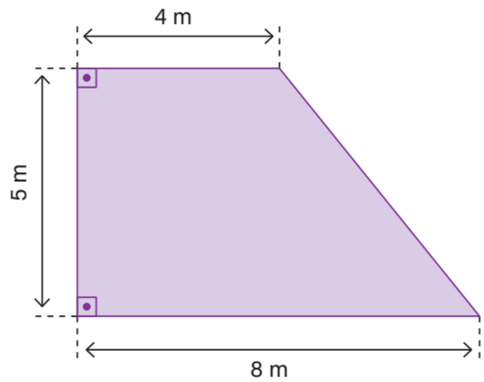
7) Na aula de geometria, o professor Euclides desenhou duas retas paralelas r e s, nas quais marcou os vértices de três triângulos: ABC, ABD e ABE. Em seguida, pediu aos alunos para compararem as áreas desses triângulos.



Após a comparação das áreas feita pelos alunos de Euclides, qual das afirmações a seguir deve ser considerada verdadeira?

a) Os três triângulos têm a mesma área.
b) Os três triângulos possuem áreas diferentes.
c) Apenas dois desses triângulos têm a mesma área.

8) Parte de um jardim tem a forma que lembra um trapézio retângulo com as medidas que aparecem na figura. Essa parte será destinada a um canteiro de rosas, e o recomendado é que sejam plantadas apenas duas roseiras a cada metro quadrado.

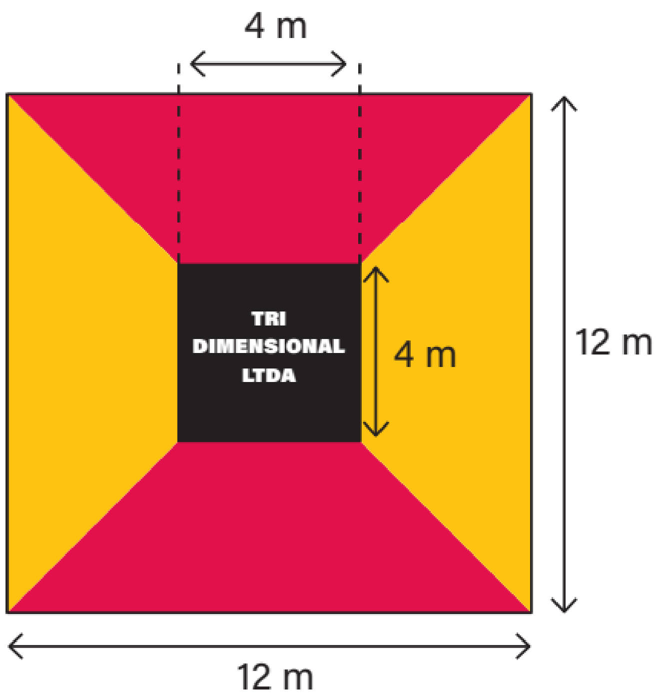


Assim sendo, determine quantas roseiras devem ser plantadas naquele local.

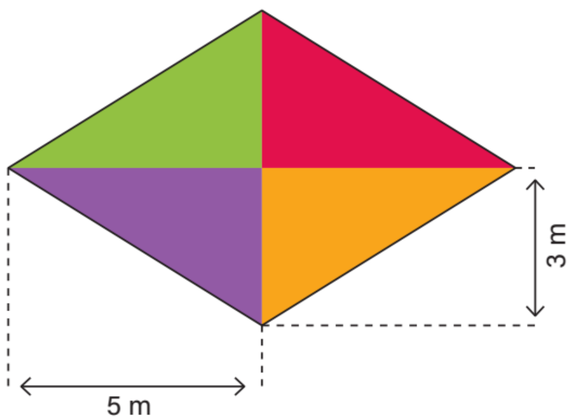
9) Um desenhista criou a logomarca da empresa TRI DIMENSIONAL LTDA, conforme a imagem, em que constam as medidas de algumas partes do desenho:

Algumas afirmações foram feitas a respeito dessa logomarca. Analisando-as, associe (V) às verdadeiras e (F) às falsas. Em seguida, justifique sua resposta:

( ) A medida da altura de cada trapézio (amarelo e vermelho) é 4 cm.
( ) A área de cada trapézio é de 32 cm^2
( ) A área de cada trapézio corresponde a $\frac{1}{5}$ da área do quadrado maior.
( ) A área do quadrado menor equivale à metade da área do trapézio rosa ou amarelo.



10) Para a decoração de carnaval nas imediações da avenida de desfiles, serão instalados painéis coloridos, em formato de losango. Cada losango será montado a partir de quatro peças na forma de triângulo retângulo com os catetos (lados que formam o ângulo reto) medindo 3 m e 5 m, como ilustra a imagem.

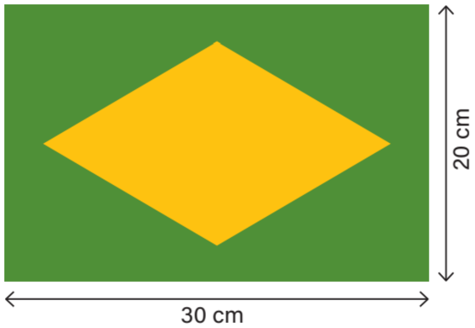


Associe (V) às afirmações verdadeiras e (F) às falsas e justifique sua resposta.
( ) A medida da maior diagonal do losango é 8 m.
( ) A medida da menor diagonal do losango é 6 m.
( ) A área desse losango é igual a 30 m².

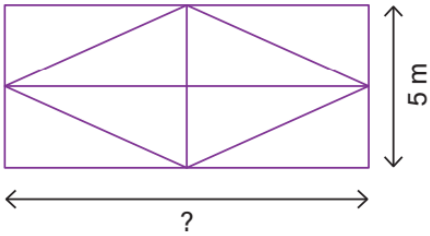
11) Bernardo quer reproduzir a bandeira nacional. Para isso, ele usou uma folha de papel verde com formato retangular, com 30 cm de comprimento e 20 cm de largura, e, nela, desenhou um losango amarelo, com os vértices a 4 cm dos lados da folha.

Quantos centímetros quadrados de área tem o losango

a) 132 b) 208 c) 264 d) 300

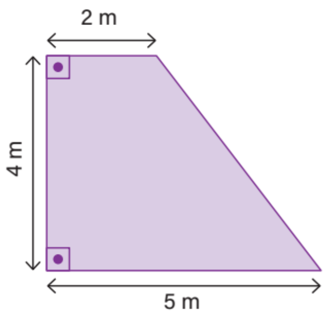


12) (SARESP) A área do losango inscrito no retângulo é 20 m².



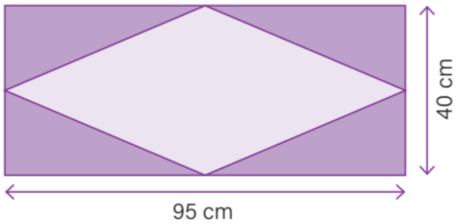
Portanto, sua diagonal maior mede:
a) 10 m b) 8 m c) 6 m d) 5 m

13) (SAERJ) A figura a seguir representa um pátio em forma de trapézio.



Para pavimentar esse pátio, quantos metros quadrados de cerâmica são necessários?
a) 11 b) 14 c) 16 d) 20 e) 22

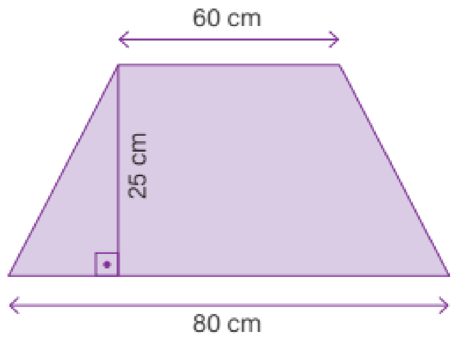
14) Josué, ao projetar sua casa, resolveu colocar um vitral colorido na sala. Quantos centímetros quadrados de vidro serão utilizados para fazer esse vitral na forma de losango, com as medidas indicadas na figura?



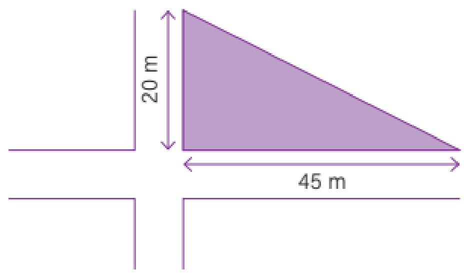
15) André vai à papelaria comprar papel de seda para fazer uma pipa. Sabendo que a pipa tem o formato de um losango, com varetas medindo 70 cm e 55 cm, quantos centímetros

quadrados de papel de seda, no mínimo, André deverá comprar?

16) O tapete que Carolina colocou em frente à porta de entrada de sua casa tem o formato que lembra um trapézio isósceles. Calcule a área ocupada por esse tapete, de acordo com as medidas indicadas na figura:

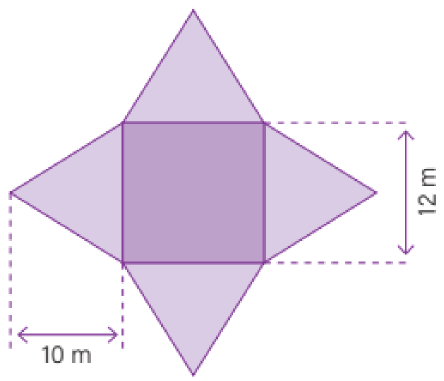


17) Em uma esquina, cujas ruas se cruzam formando um ângulo de 90º, está situado um terreno triangular, com frentes de 20 m e 45 m para essas ruas, conforme ilustra a figura.



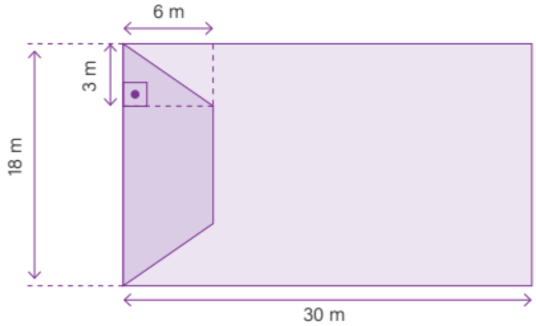
A área desse terreno, em metros quadrados, é:

18) A diretora do colégio resolveu decorar o piso do pátio desenhando e pintando quatro triângulos, aproveitando um quadrado de lado medindo 12 m, conforme ilustra a figura. Para saber a quantidade de tinta necessária, precisa calcular a área ocupada pelos quatro triângulos.



Sabendo que a altura de todos os triângulos corresponde a 10 m, qual é a área ocupada por esses quatro triângulos?

19) Uma apresentação teatral ocorrerá em um teatro cuja área é delimitada pelo formato de um retângulo. O palco tem o formato de um trapézio isósceles, conforme a figura.



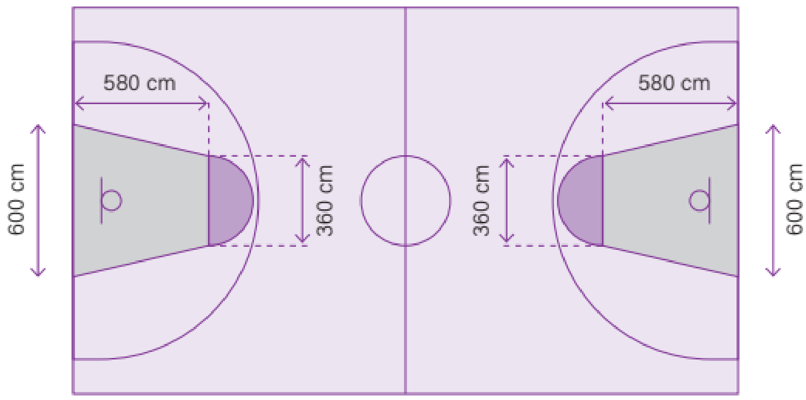
Calcule a área do palco, em metros quadrados.

20) Joana desenhou um losango numa folha quadriculada de tal maneira que a medida da diagonal maior era 18 cm e a medida da diagonal menor era 8 cm. Essas duas diagonais dividem o losango em 4 triângulos congruentes, sendo que a área de cada um deles é:

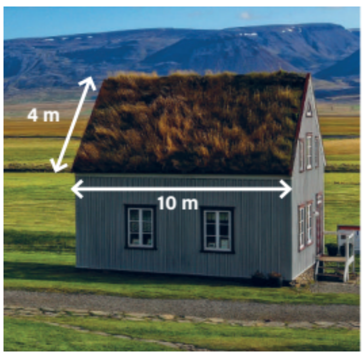
a) 18 cm², b)18,5 cm² c)20 cm² d)22,5 cm²

21) (ENEM 2015 – Adaptada) O esquema mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados de garrafões, correspondem a áreas restritivas. A área ocupada pelos garrafões, em cm², é:

a) 69 600 b) 139 200 c) 278 400 d) 556 800



22) Rubens vai colocar telhas francesas para cobrir o telhado de sua casa. Sabendo que, para cada metro quadrado de telhado, são usadas 20 telhas, quantas telhas serão necessárias para cobrir todo o telhado?



Considere que o telhado é formado por duas partes retangulares com as dimensões indicadas na figura.

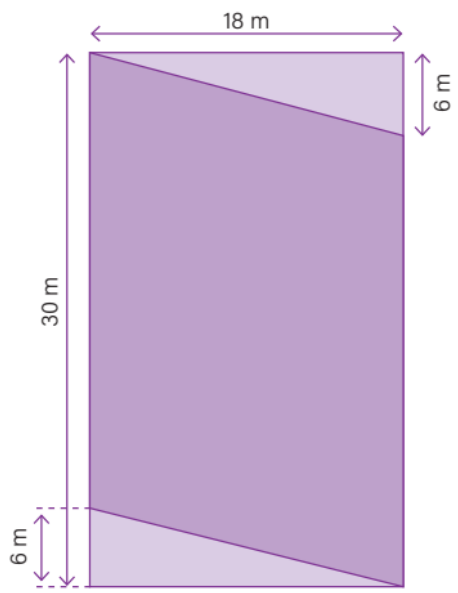
23) Na casa de Roberto, há um quintal no formato de um quadrado com lados medindo 6 m. Nesse quintal será colocado um tablado de formato também quadrado, com 2 m de lado. O restante do quintal será todo cimentado. Calcule a área que será cimentada nesse terreno.

24) Roberta e Cláudia herdaram dois terrenos na mesma cidade. Esses terrenos possuem a mesma área. Um deles tem formato de um quadrado, e o outro tem o formato de um retângulo. O terreno quadrado possui os lados que medem 36 m. Considerando as informações, calcule a medida do comprimento do terreno de formato retangular, sabendo que ele possui 24 m de largura.

25) Na fase final da restauração de um jardim, um jardineiro irá cobrir parte do chão desse jardim com grama. Essa parte tem formato retangular, cujas dimensões são 18 m e 32 m. O gramado será plantado por blocos quadrados com 25 cm de lado. Determine o número de blocos de grama necessários para revestir o jardim.

26) Marcelo vai encomendar 5 cortinas para colocar nas 5 janelas da frente de sua casa. Cada janela possui formato retangular, com lados medindo 1 m e 0,80 m. Ele pretende comprar o tecido de modo que cada cortina cubra toda a janela e sobre 10 cm em cada lado. Supondo que ele compre a quantidade exata de tecido necessária para cobrir as 5 janelas e com a sobra desejada, quantos metros quadrados de tecido Marcelo deverá comprar?

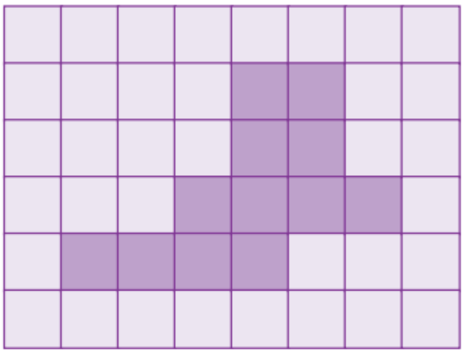
27) Uma faixa será pintada sobre uma superfície retangular, conforme as medidas indicadas na figura.



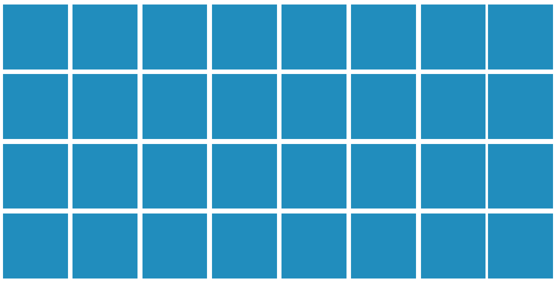
Sabendo que a faixa tem o formato de um paralelogramo, calcule a área ocupada pela faixa.

28) (OBMEP – Adaptada) A figura a seguir é formada por três quadrados. A área do maior deles é 36 cm² e a área do menor é 4 cm². Qual é a área do terceiro quadrado?
a) 8 cm² b) 9 cm² c) 12 cm² d) 16 cm²

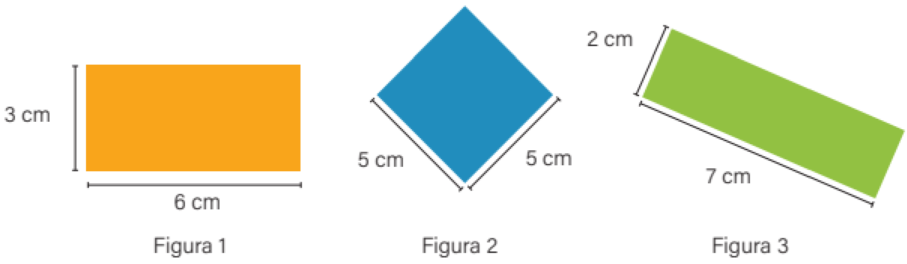
29) (ENEM 2011 – Adaptada) Na zona rural, a utilização de unidades de medida como o hectare é bastante comum. O hectare equivale à área de um quadrado de lado igual a 100 metros. Na figura, há a representação de um terreno por meio da área em destaque. Nessa figura, cada quadrado que compõe a malha representa uma área de 1 hectare. O terreno em destaque foi comercializado pelo valor R$ 3 600 000,00. O valor do metro quadrado desse terreno foi de:
a) R$ 30,00 b) R$ 300,00 c) R$ 360,00 d) R$ 3 600,00



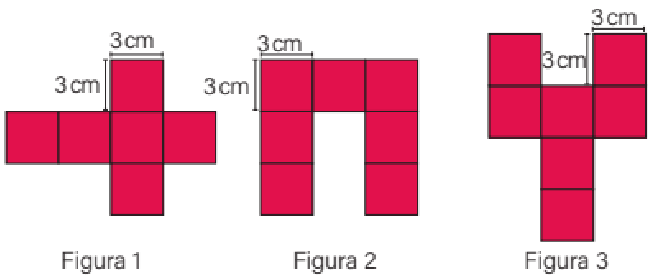
30) Considere que cada quadradinho a seguir tem lado medindo 1 cm. A área formada pelos quadradinhos da figura é:
a) 22 cm² b) 24 cm² c) 32 cm² d) 36 cm²



31) Conforme medidas, assinale a alternativa que indica corretamente a soma das áreas das três figuras a seguir considerando que são retângulos:
a) 57 cm2 b) 59 cm2 c) 61 cm2 d) 63 cm2



32) Sobre as áreas das figuras a seguir, formadas por quadradinhos de lado medindo 3 cm, é correto afirmar:



a) a figura 1 tem a maior área.
b) as figuras 1 e 2 têm a mesma área.
c) as figuras 2 e 3 têm a mesma área.
d) a figura 3 tem a menor área.

33) Uma sala de aula tem o formato de um quadrado com lados medindo 10 m. O piso será coberto com lajotas quadradas de lado 50 cm. Qual o total de lajotas necessárias para cobrir o piso?
a) 150 b) 250 c) 300 d) 400

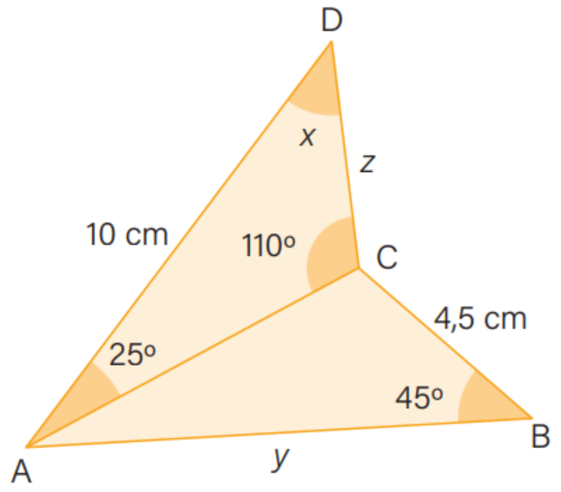
B.3 Aulas 8º ano

B.3.1 Aula 1

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 3 - 8º ano - páginas 216 a 227.

Atividades

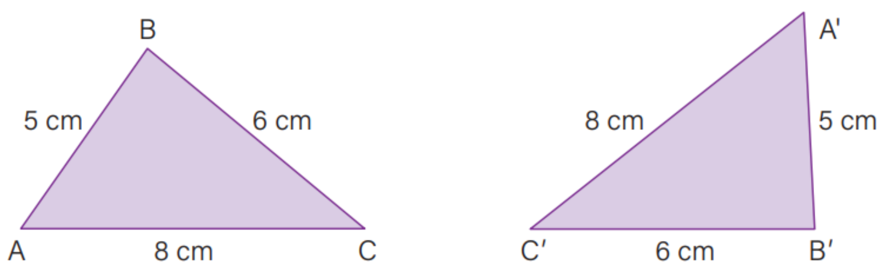
1) A figura representa a vista superior de um avião de papel que permite identificar dois triângulos, ABC e ADC, congruentes. Algumas medidas de ângulos e lados desses triângulos estão indicadas.



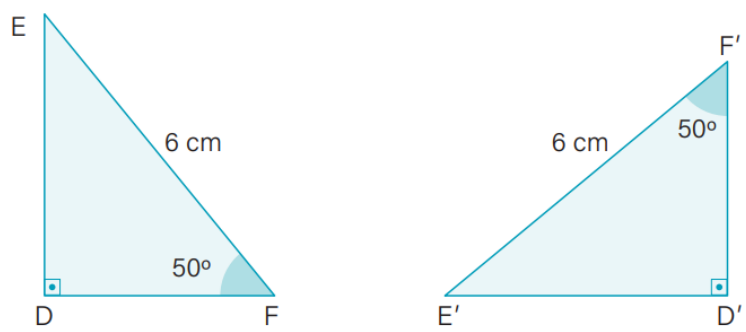
Com base nessas informações, determine as medidas x, y e z.

2) Identifique o caso de congruência de cada par de triângulos congruentes a seguir.

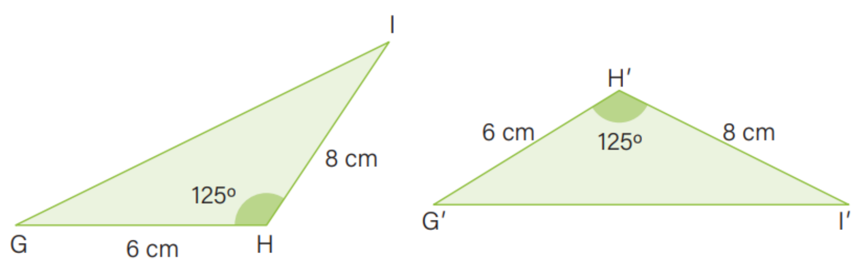
a) ΔABC ≡ ΔA'B'C'



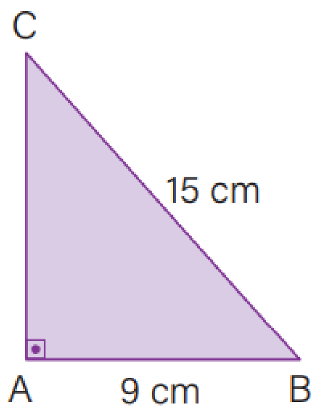
b) ΔDEF ≡ ΔD'E'F'

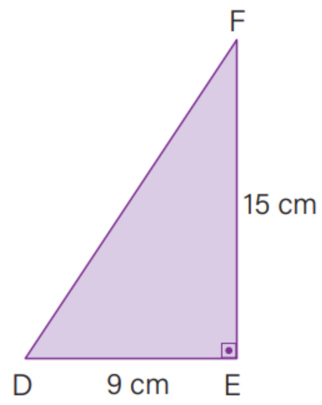


c) ΔGHI ≡ ΔG'H'I'



3) Observe os triângulos ABC e DEF apresentados a seguir.



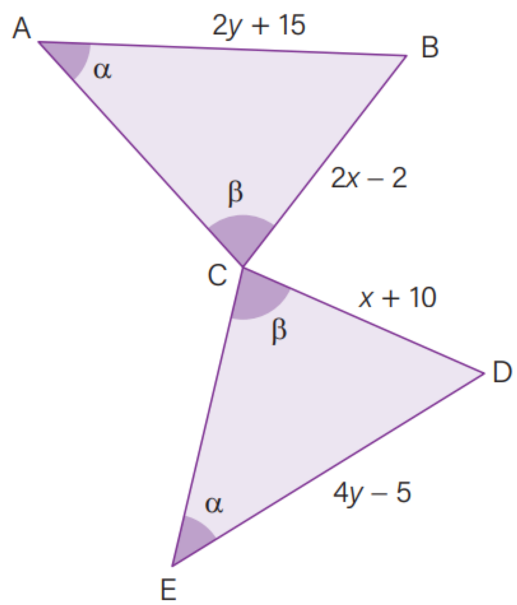


É correto afirmar que eles são congruentes pelo caso LAL? Justifique sua resposta.

4) (UFAM-PSC 2023) Os triângulos ABC e PQR são congruentes. O perímetro do triângulo PQR é igual a 77 cm. Os lados do riângulo ABC medem, respectivamente, x + 7, 3x + 6 e 4x. Logo, o valor de x é igual a:

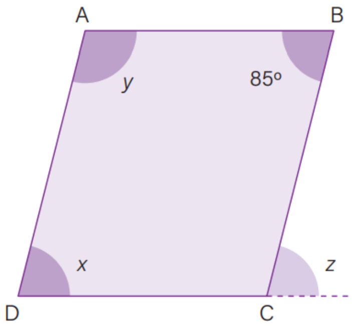
a) 8 b) 9 c) 10 d) 12

5) (EEAR 2024) Na figura, os triângulos ABC e EDC são congruentes. Considerando os valores dados na figura, o valor de x - y é igual a:



a) 22 b) 12 c) 1 d) 2

6) Considere o aralelogramo ABCD, ilustrado na figura. Sabendo que o ângulo $A\hat{B}C$ mede 85º, determine as medidas x, y e z.



7) Considere as seguintes afirmações sobre paralelogramos e classifique como V (verdadeira) ou F (falsa), justificando as falsas:

( ) Os lados opostos de um paralelogramo são sempre paralelos.

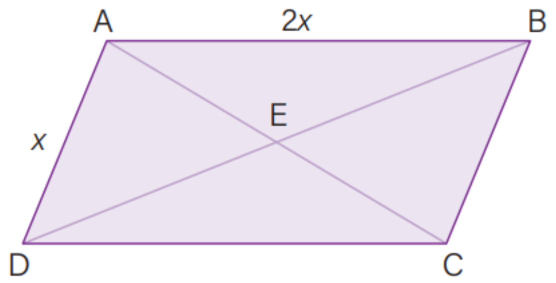
( ) Em um paralelogramo, os lados opostos são sempre congruentes.

( ) Os quatro ângulos internos de um paralelogramo são congruentes.

( ) As diagonais de um paralelogramo encontram-se no ponto médio.

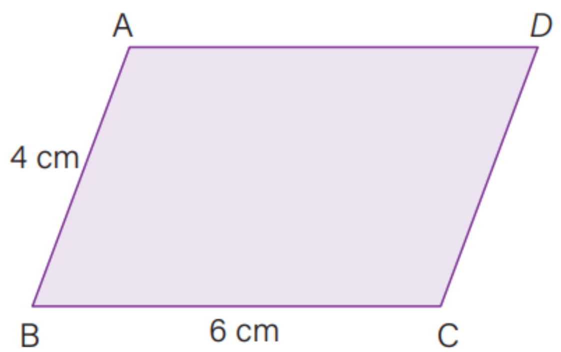
( ) Se um quadrilátero tem um par de ângulos internos congruentes, então ele é um paralelogramo.

8) O quadrilátero ABCD a seguir é um paralelogramo.



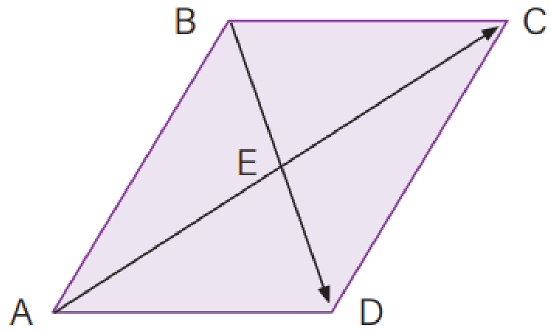
a) Se o perímetro do paralelogramo é de 27 cm, qual o valor de x?
b) Sabendo que a diagonal AC = 8 cm, qual a medida do segmento AE?

9) (UPE 2021 – Adaptada) No paralelogramo ABCD da figura, as medidas dos segmentos AB e BC são, respectivamente, 4 cm e 6 cm. Qual a medida, em cm, do perímetro do paralelogramo?



a) 10 b) 14 c) 16 d) 20 e) 24

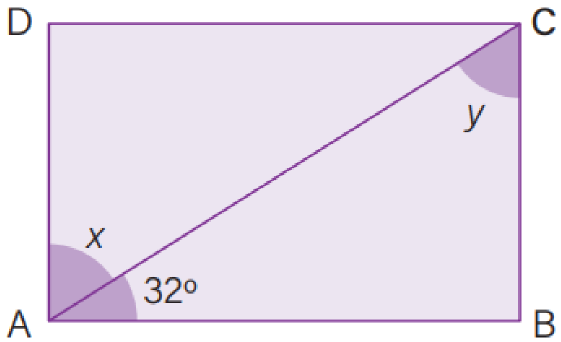
10) (UCS 2016 – Adaptada) Na figura a seguir, o quadrilátero ABCD é um paralelogramo, em que os segmentos orientados BD e AC representam duas forças, sendo BD = 9 e AC = 16. Assinale a alternativa que contém a afirmação correta sobre a medida do segmento AE.



a) 7 b) 8 c) 9 d)10 e) 11

11) O paralelogramo ABCD da figura abaixo é um retângulo. O segmento AC é uma diagonal do retângulo, e o ângulo CAB mede 32º.

Determine os valores de x e y.



12) Considere as seguintes afirmações sobre paralelogramos e classifique como V (verdadeira) ou F (falsa), justificando as falsas.

( ) Todo losango é um quadrado.
( ) As diagonais de um quadrado são congruentes.
( ) Em todo losango, as diagonais são congruentes e perpendiculares entre si.
( ) Toda propriedade do retângulo vale para o quadrado.
( ) Se as diagonais de um paralelogramo são congruentes, então ele é um retângulo.

13) Durante uma brincadeira, João construiu um triângulo equilátero usando palitos de fósforo de mesmo tamanho. Sua irmã contou a quantidade de palitos em um dos lados do triângulo e percebeu que eram 12. Ela então desfez o triângulo e usou todos os palitos para montar um quadrado. Quantos palitos a irmã de João usou para construir cada lado do quadrado?

14) (PROVÃO PAULISTA 2023 – Adaptada) Imagine um losango que cresce com o tempo. No instante t, os lados do losango têm comprimento 2 + 2t. Quando o perímetro do losango for igual a 64 cm, t será igual a:

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

15) (IFAL 2016) Julgue as afirmativas abaixo e assinale a alternativa correta.

I Todo paralelogramo é losango.

II Se um quadrilátero tem todos os lados com a mesma medida, então esse quadrilátero é um quadrado.

III As diagonais de um quadrado são perpendiculares entre si.

a) Só I é verdadeira.

b) Só II é verdadeira.

c) Só III é verdadeira.

d)I e III são verdadeiras.

e) II e III são verdadeiras.

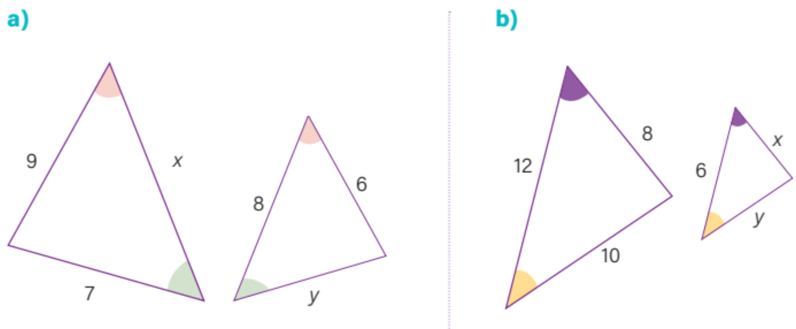
B.4 Aulas 9º ano

B.4.1 Aula 1

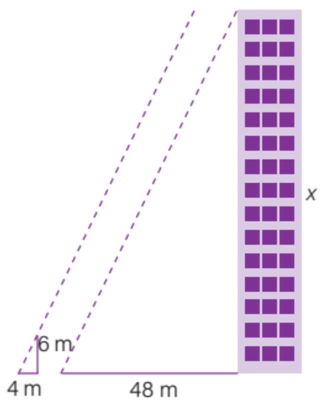
Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 2 - 9º ano - páginas 227 a 233.

Atividades

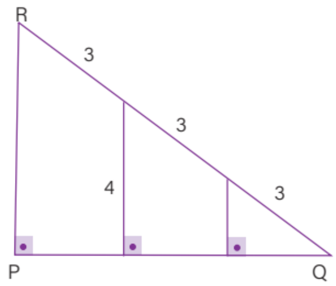
1) Nas figuras a seguir, ângulos indicados por cores iguais têm medidas iguais. Sendo assim, determine as medidas indicadas por x e y em cada item. Considere que as medidas dos lados dos triângulos estão em centímetros.



2) Um poste de luz tem 6 m de altura e projeta uma sombra de 4 m no chão. No mesmo momento, o comprimento da sombra de um edifício é de 48 m. Considerando que os raios do Sol são paralelos, determine a altura x do edifício.

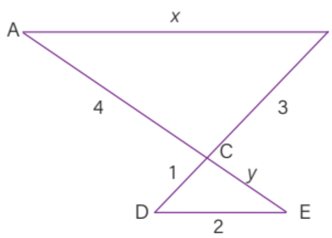


3) (UFRN 2000) Considerando-se que as informações constantes no triângulo PQR (figura abaixo), pode-se concluir que a altura PR desse triângulo mede:



a) 5 b) 6 c) 7 d) 8

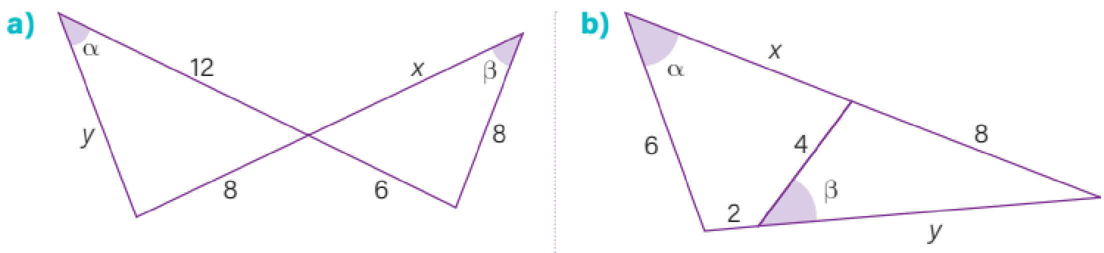
4) (UFPB 1988 – Adaptada) Na figura AB é paralelo a DE . Então é válida a igualdade:



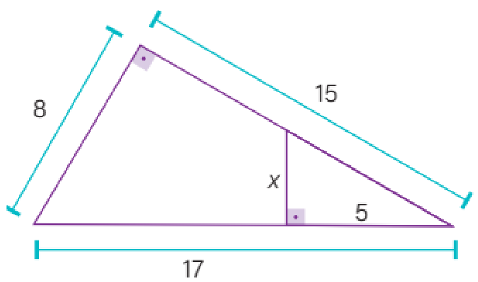
a) $x - y = 14$ b) $x + y = 22$ c) $x \,.\, y = \frac{8}{3}$

d) $x \div y = 8$ e) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{12}$

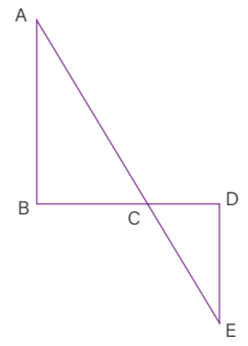
5) Nas figuras a seguir, sabe-se que $=$. Observando que as medidas dos segmentos indicadas estão em centímetros, determine x e y em cada figura.



6) Determine a medida x indicada no triângulo a seguir. Considere que as medidas indicadas estão em centímetros:



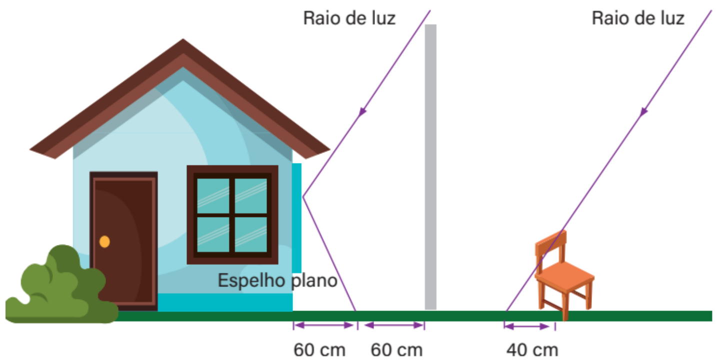
7) Sabendo-se que AB // DE, DE = 4 cm, CD = 2 cm e BC = 6 cm, calcule AB.



8) (ENEM 2009) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 m. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 m e alcançou uma altura de 0,8 m. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é:

a) 1,16 m b) 3,0 m c) 5,4 m d) 5,6 m e) 7,04 m

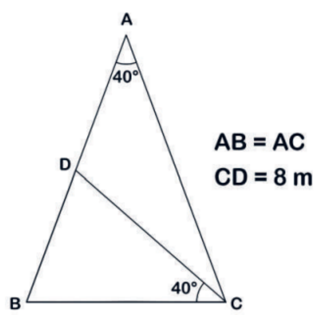
9) (FAMEMA 2019) Tomando como referência a sombra gerada por uma cadeira de 60 cm de altura, uma pessoa decidiu determinar a altura de um muro construído próximo à lateral de sua casa por meio de métodos geométricos. A casa, o muro e a cadeira estavam sobre o mesmo chão horizontal e, como não era possível obter uma sombra completa do muro, a pessoa providenciou um espelho plano que prendeu paralelamente à lateral da casa, como mostra a figura, que representa os resultados obtidos em um mesmo instante.



A pessoa concluiu que o muro tinha uma altura de:

a) 2,1 m b) 3,2 m c) 3 m d) 2,4 m e) 2,7 m

10) (UFPB 1987) O comprimento BC, na figura abaixo, vale:



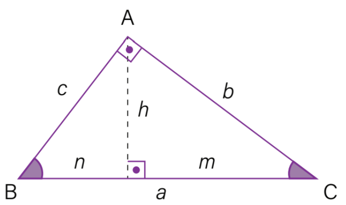
a) 4 m b) $2\sqrt{2}$ m c) $4\sqrt{2}$ m d) 8 m e) $8\sqrt{2}$ m

B.4.2 Aula 2

Atividades do Currículo em Ação - caderno do aluno - volume 2 - 9º ano - páginas 299 a 315.

Atividades

1) Considere o triângulo retângulo a seguir, sendo b > c. Associe corretamente a primeira coluna com a segunda.



a) $c^2 = a \cdot n$

b) $a \cdot h = b \cdot c$

c) $b^2 = a \cdot m$

d) $h^2 = m \cdot n$

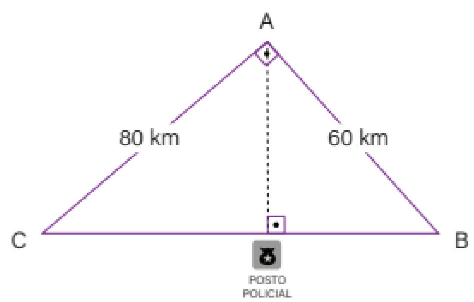
( ) Para determinar a medida da altura, dadas as medidas dos lados do triângulo.

( ) Para determinar o valor da altura, dadas as medidas das projeções dos catetos.

( ) Para determinar o valor da projeção do cateto maior, dadas as medidas da hipotenusa e do cateto.

( ) Para determinar o valor da projeção do cateto menor, dadas as medidas da hipotenusa e do cateto.

2) (COTIL 2019 - Adaptada) O mapa abaixo mostra o posicionamento de três cidades – nomeadas de A, B e C – e as rodovias que as ligam e se cruzam perpendicularmente na cidade A. Em uma rodovia, a 60 km de distância de A, encontra-se a cidade B; na 300 outra, a 80 km de A, encontra-se a cidade C. Um posto policial deve ser construído na rodovia que liga a cidade B até a C, conforme o desenho.

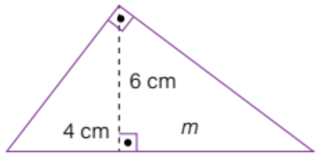


Qual deve ser a distância do posto policial até a cidade B, se a distância entre as cidades B e C é igual a 100 km?

a) 20 b) 36 km c) 40 km d) 47 km

3) (PROVA PAULISTA 2023 - Adaptada) Utilizando as relações métricas do triângulo retângulo da figura, marque a alternativa que contém o valor de m em centímetro.

a) 1,5 b) 2,0 c) 9,0 d) 10,0



4) (CECIERJ 2015) Em um triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa mede 12 cm, e o menor dos segmentos que ela determina sobre a hipotenusa mede 9 cm.

A medida do menor cateto é:

a) 15 cm b) 16 cm c) 20 cm d) 25 cm

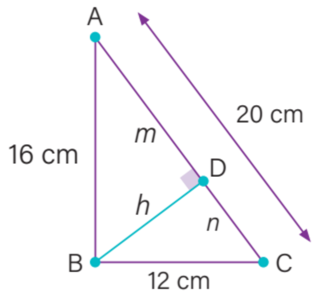
5) (UFJF-PISM 2021) No triângulo retângulo, a hipotenusa BC mede 10 cm, o cateto AC mede 8 cm e o cateto AB mede 6 cm. Determine o comprimento h (em cm) da altura AH do triângulo.

a) 4,8 cm b) 7,7 cm c) 5,6 cm d) 3,9 cm e) 6,8 cm

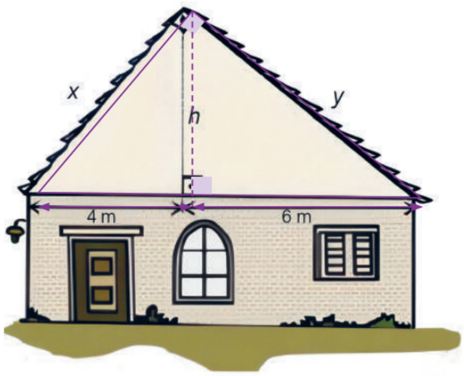
6) As medidas dos lados de um triângulo retângulo são 9 cm, 12 cm e 15 cm. Nesse caso, quanto mede a altura relativa ao maior lado?

a) 10,0 cm b) 8,3 cm c) 7,2 cm d) 5,8 cm

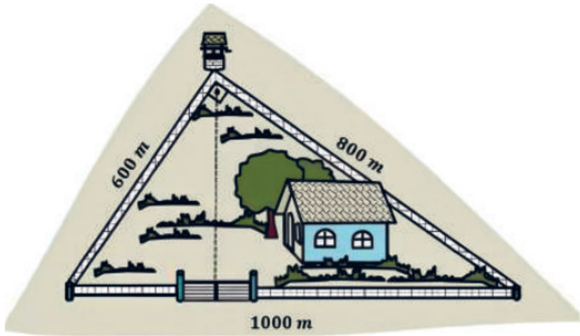
7) O triângulo ABC da figura é retângulo, com $A\hat{B}C = 90°$. Determine as medidas indicadas por m, n e h.



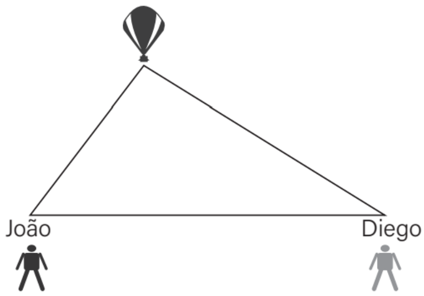
8) (SEDUC/ES 2024) A figura representa a vista frontal de uma casa. Determine as medidas x, y e h das dimensões do telhado dessa casa.



9) (SEDUC/ES 2024 – Adaptada) A chácara de Ângela tem a forma de um triângulo retângulo e as dimensões indicadas na figura. Qual a distância d entre o portão e o poço?



10) (CP2 2017 – Adaptada) Dois jovens pesquisadores, João e Diego, decidiram lançar um único balão meteorológico para fazer um estudo. Após o lançamento, em um dado momento, João estava a 8 km do balão e Diego a 15 km. Sabe-se que o balão subiu verticalmente durante todo o percurso e que a distância entre os pesquisadores naquele momento era de 17 km.



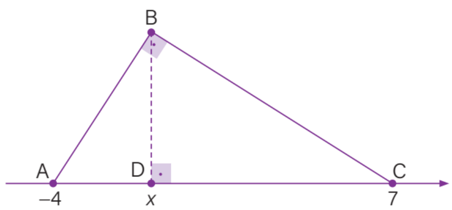
Desconsiderando a curvatura da Terra e sabendo que um triângulo de lados 8, 15 e 17 é retângulo, pode-se afirmar que a altura aproximada desse balão era de:

a) 6 km b) 6,5 km c) 7 km d) 7,5 km

11) Um triângulo retângulo tem hipotenusa medindo 13 cm e um dos catetos medindo 5 cm. Assinale a alternativa correspondente à medida do segundo cateto.

a) 15 cm b) 13 cm c) 12 cm d) 10 cm e) 8 cm

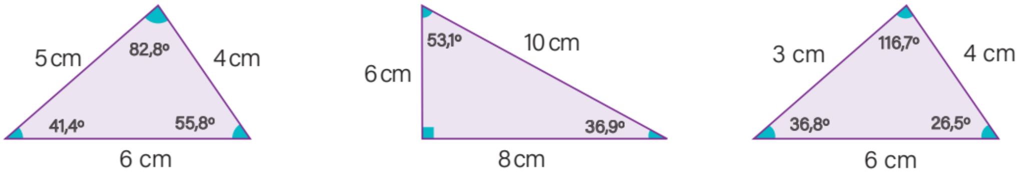
12) (UFSCar 2006) A hipotenusa do triângulo retângulo ABC está localizada sobre a reta real, conforme indica a figura.



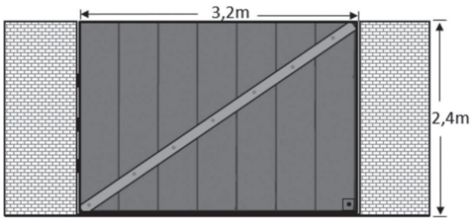
Se $x > 0$ e a medida da altura BD relativa ao lado AC do triângulo ABC é $2\sqrt{6}$, então x é o número real:

a) $2\sqrt{3}$ b) 4 c) $3\sqrt{2}$ d) 5 e) $3\sqrt{3}$

13) Na imagem há três triângulos: um acutângulo, um retângulo e um obtusângulo. Considerando a como a medida do lado de maior comprimento, verifique em qual(is) deles é válida a relação $a^2 = b^2 + c^2$.



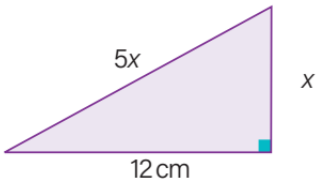
14) (IFSUL 2020) Após uma tempestade com ventos muito fortes, um marceneiro foi chamado para consertar o portão de entrada de uma casa. Para resolver o problema, decidiu colocar uma trave de madeira, fixada na diagonal do portão retangular, conforme indicado na figura abaixo.



Com base nas informações, qual é o comprimento da trave colocada pelo marceneiro?

a) 5,6 m b) 4,8 m c) 4,0 m d) 3,2 m

15) (PROVÃO PAULISTA 2023) Considere um triângulo retângulo que possui um cateto medindo 12 cm, o outro cateto medindo x e a hipotenusa medindo 5x, conforme a figura.



Nessas condições, a medida indicada por x vale:

a) $\sqrt{6}$ cm b) $\sqrt{5}$ cm c) $\sqrt{4}$ cm d) $\sqrt{3}$ cm e) $\sqrt{2}$ cm

16) (UNESP 2022 – Adaptada) Observe as medidas indicadas em um mapa do Parque Ibirapuera, região plana da cidade de São Paulo.

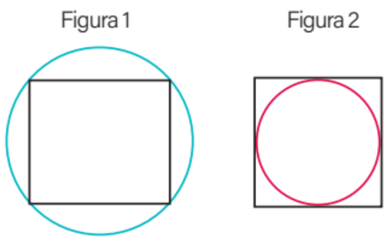
De acordo com o mapa, uma caminhada em linha reta do Museu Afro Brasil (P) até o Museu de Arte Moderna de São Paulo (Q) corresponde a:

a) 400 m   b) 484 m   c) 576 m   d) 625 m   e) 676 m

17) (CFN 2024) A ponta de uma escada está apoiada no topo de um muro de 5 m de altura. Sabendo que o muro, a escada e o solo formam um triângulo retângulo e que o pé da escada está distante da base do muro 4 m, qual é, aproximadamente, o tamanho da escada?

a) 3,0 m   b) 3,5 m   c) 4,3 m   d) 6,4 m   e) 7,1 m

18) (SARESP 2014) A ilustração a seguir apresenta duas imagens de um quadrado, cuja aresta mede 10 cm. Na Figura 1, o quadrado está inscrito em uma circunferência de raio R. Na Figura 2, o mesmo quadrado apresenta uma circunferência, de raio r, inscrita em seu interior.



É possível afirmar que os valores dos raios são, respectivamente:

a) R = 5 cm e r = 2,5 cm
b) R = 5 cm e r = 5 cm
c) R = $5\sqrt{2}$ cm e r = 5 cm
d) R = 10 cm e r = 5 cm
e) R = $10\sqrt{2}$ cm e r = 5 cm

19) (IFAL 2018) A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 13 cm. Determine o valor da medida do cateto maior sabendo que o cateto menor mede 5 cm.

a) 6 cm   b) 8 cm   c) 10 cm   d) 11 cm

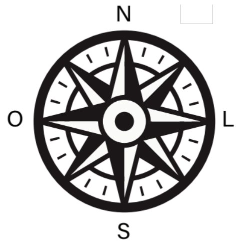
20) (PROVÃO PAULISTA 2023) A foto aérea mostra um bairro da cidade de Barcelona, na Espanha, e, dentro do retângulo vermelho assinalado, as ruas formam um quadriculado.

Se uma quadra é o comprimento dos lados desses quadriculados, a menor distância em linha reta entre os dois pontos azuis marcados equivale a:

a) 3 quadras b) 4 quadras c) 5 quadras d) 6 quadras e) 7 quadras

21) (IFPE 2016 – Adaptada) Francisco decidiu fazer uma brincadeira com seus filhos. Montou um mapa do tesouro com algumas instruções e disse-lhes que, ao chegar ao ponto final, encontrariam um belo prêmio. As instruções foram:

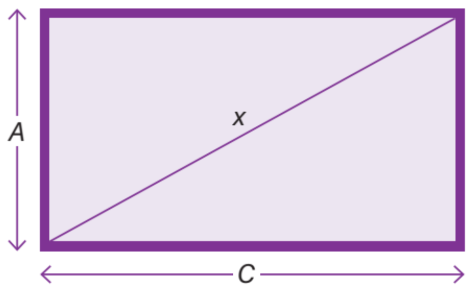
1. ande 200 metros na direção NORTE;
2. ande 120 metros na direção LESTE;
3. ande 50 metros na direção SUL;
4. ande 40 metros na direção OESTE.



Luiz, um de seus filhos, decidiu colocar em prática o que acabara de aprender na escola. Em alguns minutos, ele descobriu qual seria a menor distância entre o ponto de partida e o ponto de chegada mostrado no mapa. Sendo assim, a distância calculada por Luiz foi de:

a) 170 m b) 150 m c) 180 m d) 200 m e) 210 m

22) (ENEM 2019 – Adaptada) A unidade de medida utilizada para anunciar o tamanho das telas de televisores no Brasil é a polegada, que corresponde a 2,54 cm. Diferentemente do que muitos imaginam, dizer que a tela de uma TV tem x polegadas significa que a diagonal do retângulo que representa sua tela mede x polegadas, conforme ilustração.



O administrador de um museu recebeu uma TV convencional de 20 polegadas, que tem como razão do comprimento (C) pela altura (A) a proporção 4:3, e precisa calcular o comprimento (C) dessa TV a fim de colocá-la em uma estante para exposição. A tela dessa TV tem medida do comprimento C, em centímetro, igual a:

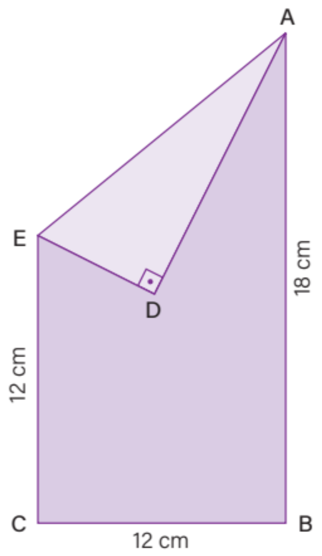
a) 12,00 b) 16,00 c) 30,48 d) 40,64 e) 50,80

23) (IFSC 2011) O perímetro de um losango é 40 cm e uma diagonal mede 16 cm. A outra diagonal mede:

a) 12 cm b) 10 cm c) 8 cm d) 6 cm e) 5 cm

24) (ENEM 2019) Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel,

sem cola e sem tesoura, é a arte do origami (ori = dobrar; kami = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do origami é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne usando técnica do origami, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



Após essa primeira dobradura, a medida do segmento AE é:

a) $2\sqrt{22}$ cm b) $6\sqrt{3}$ cm c) 12 cm d) $6\sqrt{5}$ cm e) $12\sqrt{2}$ cm

25) (MACKENZIE 2016) A soma entre as medidas da altura e da base de um retângulo é de 14 cm. Se a diagonal mede 10 cm, então as medidas da altura e da base do retângulo são, respectivamente:

a) 2 cm e 12 cm
b) 9 cm e 5 cm
c) 8 cm e 6 cm
d) 10 cm e 4 cm
e) 11 cm e 3 cm

Observação: Todas as atividades descritas no Apêndice B, bem como seus respectivos gabaritos, estão disponíveis no repositório do Centro de Mídias do Estado de São Paulo. No entanto, foram incluídas neste trabalho em razão das frequentes atualizações do material, que ocorrem praticamente todos os anos, o que pode resultar na retirada desses conteúdos do repositório em consultas futuras.