



Universidade Federal
de São João del-Rei



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI
PROFMAT - MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

EDILAMAR RODRIGUES DE MELO MACIEL CAMPOS

PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO:
APLICAÇÃO, ANÁLISE, RESULTADOS E REFLEXÕES

SÃO JOÃO DEL-REI
2025

EDILAMAR RODRIGUES DE MELO MACIEL CAMPOS

**PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA
FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: APLICAÇÃO, ANÁLISE,
RESULTADOS E REFLEXÕES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de São João del-Rei, Campus Santo Antônio, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Orientador

Prof. Dr. Wilker Thiago Resende Fernandes

Coorientador(a)

Profa. Dra. Viviane Pardini Valério

SÃO JOÃO DEL-REI
2025

Ficha catalográfica elaborada pela Divisão de Biblioteca (DIBIB)
e Núcleo de Tecnologia da Informação (NTINF) da UFSJ,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

C198p Campos, Edilamar Rodrigues de Melo Maciel.
Proposta didática para o ensino de Matemática Financeira no ensino médio: aplicação, análise, resultados e reflexões / Edilamar Rodrigues de Melo Maciel Campos ; orientador Wilker Thiago Resende Fernandes; coorientadora Viviane Pardini Valério. -- São João del-Rei, 2025.
131 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) -- Universidade Federal de São João del-Rei, 2025.

1. aplicação de questionários. 2. BNCC. 3. ensino médio. 4. matemática financeira. 5. pesquisa com seres humanos. I. Fernandes, Wilker Thiago Resende, orient. II. Valério, Viviane Pardini, co-orient.
III. Título.

EDILAMAR RODRIGUES DE MELO MACIEL CAMPOS

**PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA
FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: APLICAÇÃO, ANÁLISE,
RESULTADOS E REFLEXÕES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de São João del-Rei, Campus Santo Antônio, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obter o título de Mestre.

Prof. Dr. Wilker Thiago Resende Fernandes
(Orientador)

Profa. Dra. Viviane Pardini Valério
(Coorientador(a))

Prof. Dr. Edno Alan Pereira - UFSJ - MG
(Membro Interno do PROFMAT)

Prof. Dr. Anderson José de Oliveira - UNIFAL - MG
(Membro Externo)

SÃO JOÃO DEL-REI
2025

A Deus, pela força, sabedoria e proteção em todos os momentos desta caminhada. Por me sustentar nas dificuldades e iluminar meu caminho com fé e esperança.

Agradecimentos

A Deus, por ser a fonte de minha força, sabedoria e perseverança, elementos essenciais para superar os desafios e alcançar esta significativa conquista. Sua presença constante foi meu amparo e proteção ao longo de todo o percurso.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional que sempre me deram, pelos conselhos sábios que guiaram meus passos e por acreditarem no meu potencial. Aos meus irmãos, pela parceria, pelo incentivo constante e por estarem sempre ao meu lado, seja nos desafios ou nas alegrias. Ao meu marido, meu porto seguro, pelo amor, pela paciência e por ser meu maior incentivador em cada novo projeto. E ao meu filho, que é minha inspiração diária e a razão de toda a minha dedicação. Obrigada por serem a base da minha vida, por cada gesto de carinho, por cada palavra de apoio.

Ao meu orientador, Professor Dr. Wilker Thiago Resende Fernandes, cuja paciência, dedicação e vasto conhecimento compartilhado, aliado às suas orientações claras, foram essenciais para a conclusão deste trabalho.

À minha coorientadora, Professora Dra. Viviane Pardini Valério, pela contribuição valiosa, pelo apoio contínuo e pela capacidade de oferecer novas perspectivas, fundamentais para aprimorar e enriquecer este projeto. A vocês, meu reconhecimento eterno pela confiança e pelo incentivo que me permitiram chegar até aqui.

Aos professores Dr. Edno Alan Pereira e Dr. Anderson José de Oliveira, que gentilmente aceitaram compor a banca examinadora deste trabalho. Manifesto, desde já, meu reconhecimento pela disponibilidade e pelas contribuições que certamente enriqueceram a avaliação deste trabalho.

Aos professores do PROFMAT/UFSJ, por compartilharem seus conhecimentos e experiências, contribuindo significativamente para minha formação acadêmica. Um agradecimento especial à Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ) e ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) pela oportunidade de realizar este mestrado e por todo o conhecimento adquirido.

Aos meus colegas de curso do PROFMAT, por compartilharem comigo momentos inesquecíveis de muito aprendizado e companheirismo.

Aos alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Abeilard Pereira, que participaram desta pesquisa, meu muito obrigada. Suas contribuições foram essenciais para o desenvolvimento deste trabalho.

A todos, o meu muito obrigada.

Resumo

O presente estudo analisou a efetividade de uma proposta didática voltada ao ensino de Matemática Financeira para estudantes do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Abeilard Pereira, localizada no município de Lagoa Dourada, Minas Gerais. A pesquisa foi realizada em três etapas: aplicação de um questionário inicial para identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre juros, taxas, investimentos, aumentos, descontos e sistemas de amortização; implementação da proposta didática, fundamentada na resolução de problemas contextualizados e no uso de ferramentas tecnológicas; e aplicação de um questionário final, para avaliar o progresso e a consolidação da aprendizagem dos estudantes. A análise das respostas, dos registros escritos e das observações feitas durante o processo evidenciou avanços na compreensão dos conceitos financeiros e na capacidade dos alunos de relacioná-los a situações reais. Os resultados indicam que a abordagem adotada favoreceu a aprendizagem dos conteúdos e contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da autonomia e da tomada de decisões fundamentadas.

Palavras-chave: aplicação de questionários; BNCC; ensino médio; matemática financeira; pesquisa com seres humanos.

Abstract

This study analyzed the effectiveness of a didactic proposal aimed at teaching Financial Mathematics to high school students in the final year of secondary education at Escola Estadual Abeilard Pereira, located in the municipality of Lagoa Dourada, Minas Gerais, Brazil. The research was conducted in three stages: the application of an initial questionnaire to identify students' prior knowledge of interest, rates, investments, increases, discounts, and amortization systems; the implementation of the didactic proposal, based on the resolution of contextualized problems and the use of technological tools; and the application of a final questionnaire to assess students' learning progress and consolidation. The analysis of responses, written records, and observations made during the process revealed advances in the understanding of financial concepts and in students' ability to relate them to real-life situations. The results indicate that the adopted approach promoted meaningful learning and contributed to the development of logical reasoning, autonomy, and informed decision-making.

Keywords: questionnaire application; BNCC; high school; financial mathematics; research involving human subjects.

Lista de Figuras

2.1	Comparativo da evolução de um capital de R\$ 5.000,00 ao longo de 5 meses em juros simples e compostos.	24
2.2	Diagrama de fluxo de caixa de uma aplicação de R\$ 50.000,00 por dois anos.	26
2.3	Diagrama de fluxo de caixa de um empréstimo de R\$ 60.000,00 com dez parcelas mensais de R\$ 6.200,00.	26
2.4	Representação de uma série uniforme de pagamentos periódicos iguais a P	27
2.5	Diagrama de fluxo de caixa da série uniforme.	29
4.1	Respostas da Pergunta 1 do Questionário Inicial.	55
4.2	Respostas da Pergunta 1 do Questionário Final.	55
4.3	Respostas da Pergunta 2 do Questionário Inicial.	56
4.4	Respostas da Pergunta 2 do Questionário Final.	56
4.5	Erro de um participante ao arredondar a taxa de 0,98% para 1%, na resolução da Pergunta 2 do Questionário Final.	57
4.6	Erro de um participante ao converter a taxa de 0,98% para 0,0098, na resolução da Pergunta 2 do Questionário Final.	57
4.7	Respostas da Pergunta 3 do Questionário Inicial.	58
4.8	Respostas da Pergunta 3 do Questionário Final.	59
4.9	Respostas da Pergunta 4 do Questionário Inicial.	60
4.10	Respostas da Pergunta 4 do Questionário Final.	61
4.11	Respostas da Pergunta 5 do Questionário Inicial.	62
4.12	Respostas da Pergunta 5 do Questionário Final.	63
4.13	Respostas da Pergunta 6 do Questionário Inicial.	64
4.14	Respostas da Pergunta 6 do Questionário Final.	65
4.15	Respostas da Pergunta 7 do Questionário Inicial.	66
4.16	Respostas da Pergunta 7 do Questionário Final.	67
4.17	Erro de um discente ao confundir o valor do CDB com o da poupança na resolução da Pergunta 7 do Questionário final.	68
4.18	Respostas da Pergunta 8 do Questionário Inicial.	69
4.19	Respostas da Pergunta 8 do Questionário Final.	70
4.20	Respostas da Pergunta 9 do Questionário Inicial.	71
4.21	Respostas da Pergunta 9 do Questionário Final.	72
4.22	Respostas da Pergunta 10 do Questionário Inicial.	73
4.23	Respostas da Pergunta 10 do Questionário Final.	74
A.1	Níveis de carga das baterias, referente à Aula 1 da proposta didática.	80
A.2	Promoção de descontos exclusivos para estudantes, referente à Aula 1 da proposta didática.	81

A.3	Comparação do montante entre juros simples e compostos ao longo de 4 anos, com capital inicial de R\$ 1.000,00 e taxa de 10% ao ano.	88
A.4	DFC referente à Aula 9 da proposta didática.	93
A.5	Planilha 1 referente à Aula 17 da proposta didática.	107
A.6	Planilha 2 referente à Aula 17 da proposta didática.	107
A.7	Planilha 3 referente à Aula 19 da proposta didática.	109
A.8	Planilha 4 referente à Aula 19 da proposta didática.	109
A.9	Planilha 5 referente à Aula 19 da proposta didática.	110
A.10	Planilha 6 referente à Aula 20 da proposta didática.	111
A.11	Planilha 7 referente à Aula 20 da proposta didática.	112
D.1	Figura da Questão 6 do Questionário Final	127

Lista de Tabelas

2.1	Evolução do montante no regime de juros simples.	21
2.2	Evolução do montante no regime de juros compostos.	22
2.3	Evolução do montante ao longo de 5 meses nos regimes de juros simples e compostos.	23
2.4	Tabela de amortização — sistema SAC.	34
2.5	Tabela de amortização — sistema PRICE.	35
2.6	Tabela regressiva de Imposto de Renda para investimentos de renda fixa. .	37
2.7	Comparação entre diferentes tipos de investimentos de renda fixa.	40
3.1	Cronograma de aplicação da proposta didática.	50
A.1	Preços e descontos da promoção para estudantes, referente à Aula 1 da proposta didática.	81
A.2	Atividade prática do cartão 4, referente à Aula 4 da proposta didática. . .	84
A.3	Tabela para preenchimento, a juros simples, referente à Aula 5 da proposta didática.	86
A.4	Tabela para preenchimento, a juros compostos, referente à Aula 5 da proposta didática.	87
A.5	Tabela preenchida, para juros simples, referente à Aula 5 da proposta didática. (gabarito).	87
A.6	Tabela preenchida, para juros compostos, referente à Aula 5 da proposta didática. (gabarito).	88
A.7	Tabela para preenchimento - capital de R\$ 100.000,00 aplicado a 2% a.m. em regime de juros compostos, referente à Aula 7 da proposta didática . .	90
A.8	Evolução do capital de R\$ 100.000,00 aplicado a 2% a.m. em regime de juros compostos, referente à Aula 7 da proposta didática. (gabarito)	91
A.9	Atividade prática do cartão 4 referente à Aula 8 da proposta didática. . . .	92
A.10	SAC e PRICE referente à Aula 10 da proposta didática.	96
A.11	SAC referente à Aula 10 da proposta didática. (gabarito)	96
A.12	PRICE referente à Aula 10 da proposta didática. (gabarito)	97
A.13	PRICE referente à Aula 11 da proposta didática. (gabarito)	97
A.14	SAC referente à Aula 11 da proposta didática. (gabarito)	98
A.15	Atividade prática cartão 1 referente à Aula 12 da proposta didática.	99
A.16	Atividade prática cartão 2 referente à Aula 12 da proposta didática.	100
A.17	Atividade prática cartão 3 referente à Aula 12 da proposta didática.	100
A.18	Atividade prática cartão 4 referente à Aula 12 da proposta didática.	101
A.19	Tabela regressiva de Imposto de Renda.	103
A.20	Rendimentos em Poupança e CDB referente à Aula 15 da proposta didática.	105

D.1 Rendimentos em Poupança e CDB	127
---	-----

Sumário

1	Introdução	12
2	Noções básicas de Matemática Financeira	16
2.1	Porcentagem e variação percentual	16
2.2	Acréscimos e descontos	18
2.3	Juros	20
2.3.1	Juros simples	20
2.3.2	Juros compostos	21
2.4	Fluxo de caixa e diagrama de fluxo de caixa	24
2.5	Séries de pagamentos	26
2.6	Sistemas de amortização	29
2.6.1	Sistema de Amortização Constante (SAC)	29
2.6.2	Sistema de Amortização PRICE	30
2.7	Investimentos em renda fixa	35
3	Desenvolvimento do produto educacional	42
3.1	Desafios enfrentados para ensinar Matemática Financeira e estratégias para superá-los	42
3.2	Procedimentos metodológicos para o ensino de Matemática Financeira . . .	46
3.3	Apresentação da proposta didática	48
4	Análise da aplicação da proposta didática	51
4.1	Questionários	51
4.2	Discussão dos resultados	54
5	Considerações finais	75
	REFERÊNCIAS	77
	APÊNDICES	
A	Proposta didática	80
B	Parecer consubstanciado do comitê de ética em pesquisa envolvendo seres humanos	113
C	Questionário inicial	121
D	Questionário final	125

1 Introdução

A Matemática Financeira ocupa um espaço de grande relevância na formação dos estudantes da Educação Básica, não apenas por possibilitar o domínio de cálculos financeiros, mas por desenvolver competências essenciais à vida cotidiana, como o planejamento, a análise crítica e a tomada de decisões conscientes. Em um cenário social e econômico cada vez mais complexo e dinâmico, compreender noções de juros, descontos, financiamentos, investimentos e orçamentos torna-se indispensável para o exercício pleno da cidadania. Segundo Gitman [14], a Matemática Financeira é uma ferramenta fundamental para compreender as implicações do valor do dinheiro no tempo, sendo essencial para o controle financeiro pessoal e empresarial.

Além de sua importância prática, o ensino da Matemática Financeira contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de resolver problemas reais. De acordo com Dante [9], a Matemática deve ser apresentada como uma ciência viva e aplicada, que auxilia o estudante a interpretar, modelar e solucionar situações cotidianas, e não apenas como um conjunto de fórmulas e algoritmos a serem memorizados.

Nesse sentido, entendemos que a Matemática Financeira constitui-se em um campo fértil para a aplicação de metodologias ativas e contextualizadas, aproximando o conteúdo escolar da realidade dos alunos. Conforme Bicudo [4], a pesquisa em Educação Matemática deve valorizar o pensamento crítico e a autonomia do aluno, permitindo que o conhecimento seja construído de forma reflexiva e participativa. De forma complementar, Pólya [23] enfatiza a resolução de problemas como ferramenta central para desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de tomar decisões fundamentadas — habilidades essenciais no ensino de Matemática Financeira. Além disso, de acordo com Ausubel [2], o ensino significativo ocorre quando o novo conhecimento se ancora em conceitos já existentes na estrutura cognitiva do aluno. Para o autor, “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Descubra isso e ensine-o de acordo”.

Assim, baseado nas análises e pesquisas dos autores mencionados anteriormente, a aprendizagem em Matemática Financeira deve partir de situações concretas do cotidiano, como compras, empréstimos, financiamentos e investimentos, possibilitando que os estudantes atribuam sentido aos conceitos matemáticos trabalhados. Essa visão está em consonância com as ideias de Freire [12], para quem o processo educativo deve ser dialógico, crítico e transformador, permitindo que o aluno se perceba como sujeito ativo na construção do conhecimento. Do mesmo modo, Vygotsky [26] ressalta que o aprendizado se desenvolve por meio da interação social e da mediação do professor, o que reforça a importância de práticas colaborativas e contextualizadas no ensino.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [7] reconhece as necessidades evidenciadas anteriormente ao destacar o desenvolvimento de competências que promovam a compreensão e o uso da Matemática para resolver problemas da vida real, especialmente os relacionados à Educação Financeira. No componente curricular de Matemática, algumas habilidades do Ensino Médio orientam diretamente o trabalho pedagógico com esse tema, tais como:

- (EM13MAT104) – Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos;
- (EM13MAT203) – Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões;
- (EM13MAT303) – Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso;
- (EM13MAT304) - Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.

Essas habilidades reforçam a importância de trabalharmos a Matemática Financeira de forma contextualizada e interdisciplinar, aproximando o conteúdo escolar da realidade dos estudantes e contribuindo para o desenvolvimento de competências essenciais à cidadania. Essas orientações são ainda reafirmadas pelo Currículo Referência de Minas

Gerais (CRMG) [19], que propõe o desenvolvimento das mesmas habilidades de forma integrada e interdisciplinar, estimulando o uso de tecnologias e a aplicação dos conceitos em situações reais e contextualizadas. O CRMG destaca, também, que o ensino da Matemática Financeira deve promover o protagonismo do estudante e contribuir para sua formação crítica e cidadã.

Nos últimos anos (2014 a 2025), o ensino de Matemática Financeira e de Educação Financeira tem sido objeto de crescente interesse no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Diversas dissertações desenvolvidas nesse programa analisam e propõem estratégias didáticas alinhadas à BNCC e aos currículos estaduais, com o objetivo de aprimorar o ensino desses temas. Essas pesquisas apontam que abordagens construtivistas, contextualizadas e baseadas na resolução de problemas são eficazes para o desenvolvimento das competências previstas nos documentos oficiais, citamos, por exemplo, os trabalhos de Araújo [1] e Silva [25].

Alinhado a essas diretrizes e contribuições, o objetivo geral deste trabalho é analisar a efetividade da aplicação de uma sequência didática voltada ao ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio. O estudo foi desenvolvido com alunos do 3º ano da Escola Estadual Abeilard Pereira localizada no município de Lagoa Dourada – MG, tendo como base os princípios da aprendizagem significativa (Ausubel [2]), da pedagogia problematizadora (Freire [12]) e da teoria socioconstrutivista (Vygotsky [26]).

A proposta didática foi elaborada com base nos documentos oficiais — BNCC e Currículo Referência de Minas Gerais — e estruturada em torno de abordagens construtivistas e contextualizadas, que incluíram o uso de recursos tecnológicos, a resolução de problemas do cotidiano, atividades colaborativas e palestras temáticas sobre Matemática Financeira.

A metodologia da pesquisa envolveu a aplicação de um questionário inicial para identificarmos os conhecimentos prévios dos estudantes, seguida da implementação da proposta didática com atividades práticas e colaborativas. Após esse processo, aplicamos um questionário final, com o intuito de avaliar os avanços conceituais e procedimentais dos alunos. A análise dos dados combinou abordagens quantitativas — por meio da comparação entre os resultados dos questionários — e qualitativas, considerando registros escritos, observações em sala de aula e o nível de engajamento dos estudantes durante o processo.

Organizamos este trabalho em cinco capítulos, estruturados de modo a apresentar, de forma progressiva e articulada, os fundamentos teóricos, metodológicos e analíticos da pesquisa desenvolvida. O Capítulo 1 apresenta a contextualização teórica e normativa do ensino de Matemática Financeira, fundamentada em contribuições de autores da Educação Matemática e da Psicologia da Aprendizagem, bem como nos documentos oficiais que orientam o currículo da Educação Básica. No Capítulo 2, apresentamos os conceitos essenciais de Matemática Financeira, que fornecem a base conceitual necessária para a compreensão da proposta didática desenvolvida ao longo do trabalho. O Capítulo 3 é dedicado à descrição da proposta didática elaborada, destacando os principais desafios enfrentados no ensino desse conteúdo, os procedimentos metodológicos adotados e as estratégias utilizadas durante sua aplicação em sala de aula. No Capítulo 4, realizamos a análise dos resultados obtidos, a partir de dados quantitativos e qualitativos, possibilitando a avaliação dos avanços alcançados pelos estudantes, bem como das dificuldades observadas ao longo do processo de ensino e aprendizagem. Por fim, o Capítulo 5 apresenta as considerações finais, nas quais são sintetizadas as principais conclusões da pesquisa, bem como suas contribuições para o ensino e a aprendizagem da Matemática Financeira. Buscamos demonstrar que uma prática pedagógica contextualizada, crítica e significativa pode tornar o ensino da Matemática Financeira uma ferramenta eficaz para a formação integral dos estudantes, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia, da responsabilidade e da capacidade de tomar decisões conscientes no âmbito financeiro e social.

2 Noções básicas de Matemática Financeira

A Matemática Financeira é um ramo da Matemática Aplicada que estuda o valor do dinheiro ao longo do tempo. Seja para planejar uma compra parcelada, avaliar um investimento ou compreender o impacto dos juros em um empréstimo, a Matemática Financeira oferece os instrumentos necessários para analisar, interpretar e resolver situações econômicas do cotidiano.

Neste capítulo, apresentamos as noções básicas da Matemática Financeira, que constituem a base conceitual para o desenvolvimento da proposta didática que aplicamos. Abordamos temas fundamentais, como porcentagem, variação percentual, acréscimos e descontos (simples e sucessivos), bem como os conceitos de juros simples e compostos, o diagrama de fluxo de caixa, as séries de pagamentos, os sistemas de amortização SAC e PRICE e os investimentos de renda fixa.

Segundo Bianchini [3], compreender esses conceitos é essencial para que o estudante desenvolva uma visão crítica sobre o consumo, o crédito e o investimento, utilizando a matemática como instrumento de leitura e interpretação da realidade econômica. Assim, neste capítulo buscamos proporcionar uma compreensão sólida desses conteúdos, estabelecendo uma conexão entre teoria e prática e possibilitando aos alunos reconhecer a presença da Matemática Financeira nas diversas situações que envolvem decisões financeiras do dia a dia.

2.1 Porcentagem e variação percentual

Frequentemente nos deparamos com diversas situações em que as porcentagens são usadas, como calcular o valor de um desconto em um produto, calcular o aumento de um preço ou salário, calcular o valor de um imposto sobre um produto ou serviço, expressar dados e informações de forma mais compreensível, calcular juros, taxas de retorno e outras

informações financeiras.

Sendo assim, devemos compreender o conceito e a resolução de situações-problema envolvendo porcentagem, a fim de interpretar resultados ou de decidir a melhor opção a ser negociada.

Segundo Bonjorno et al. [5], o termo $x\%$, em que x é um número real qualquer, representa a razão centesimal $\frac{x}{100}$ e é chamado de **porcentagem** ou **taxa percentual** ou, simplesmente **percentual**.

A porcentagem é uma ferramenta matemática indispensável na resolução de problemas do cotidiano e em diversas áreas do conhecimento. Ela é apresentada como um conceito essencial para a compreensão e interpretação de informações em situações reais, como finanças, estatísticas, e nas ciências em geral. Sua aplicação é vasta, tornando-a uma ferramenta de alta relevância no ensino e na aprendizagem.

Ela pode ser expressa nas formas percentual, fracionária e decimal. Para transformar a porcentagem em fração, basta dividir o número que acompanha o símbolo % por 100 e simplificar a fração, para transformar a fração em forma decimal, basta realizar a divisão.

Exemplo 2.1.1: 25% (*percentual*) = $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ (*fracionária*) = 0,25 (*decimal*).

A **variação percentual** é uma medida que compara dois valores e mostra a mudança de um valor em relação a outro em termos percentuais. Ela indica quanto um valor aumentou ou diminuiu em relação ao valor original.

A diferença entre o valor final e o valor inicial representa a **variação absoluta**. Para determinar o quanto essa variação representa em relação ao valor de origem, divide-se essa diferença pelo valor inicial, obtendo-se assim a **variação relativa**. Multiplicando esse resultado por 100, expressa-se a variação em termos percentuais. Dessa forma, tem-se:

$$\text{Variação percentual} = \frac{(\text{valor final} - \text{valor inicial})}{\text{valor inicial}} \cdot 100,$$

onde, o **valor final** é o valor no final do período ou após a mudança e o **valor inicial** é o valor no início do período ou antes da mudança.

Uma variação percentual positiva indica aumento e uma negativa indica redução.

Exemplo 2.1.2: Se o preço de um produto aumenta de R\$ 100,00 para R\$ 120,00, a variação percentual é:

$$\text{Variação percentual} = \frac{(120,00 - 100,00)}{100} \cdot 100 = 20\%,$$

ou seja, o preço aumentou 20%.

Exemplo 2.1.3: Se o número de funcionários em uma empresa diminui de 500 para 400, a variação percentual é:

$$\text{Variação percentual} = \frac{(400 - 500)}{500} \cdot 100 = -20\%,$$

ou seja, o número de funcionários diminuiu 20%.

2.2 Acréscimos e descontos

Em Matemática Financeira, e em diversas situações do dia a dia, lidamos com acréscimos e descontos. Eles são expressos em porcentagem e aplicados sobre um valor inicial.

Os **acréscimos** (aumentos) financeiros acontecem, por exemplo, quando um produto sofre um aumento de seu preço em determinadas condições.

Exemplo 2.2.1: Um produto que custava R\$ 185,00 sofreu um reajuste de 15%, de acordo com a inflação do período. Qual é o seu preço atual?

Solução: Sabemos que o valor a ser reajustado corresponde a 100% e, na situação, sofrerá um reajuste de 15%. Dessa forma, o novo valor corresponderá a 115% ou $\frac{115}{100} = 1,15$ (fator de acréscimo).

Assim, podemos realizar a seguinte multiplicação: $185,00 \cdot 1,15 = 212,75$. Portanto, o novo preço será R\$ 212,75.

Os **descontos** (decréscimos) financeiros acontecem quando, por exemplo, um produto sofre uma redução de seu preço em determinadas condições.

Exemplo 2.2.2: Um funcionário de uma empresa, cujo salário bruto mensal é R\$ 5.800,00, tem um desconto de 15% para um imposto. Qual é seu salário líquido?

Solução: Sabemos que o valor a ser descontado corresponde a 100% e, na situação, sofrerá um desconto de 15%. Dessa forma, o novo valor corresponderá a 85% ou $\frac{85}{100} = 0,85$ (fator de desconto).

Assim, podemos realizar a seguinte multiplicação: $5.800,00 \cdot 0,85 = 4.930,00$. Portanto, o novo salário será R\$ 4.930,00.

Em algumas situações, podem ocorrer **acréscimos ou descontos sucessivos**, ou seja, um acréscimo ou desconto é aplicado sobre o valor já alterado por um acréscimo ou desconto anterior.

Segundo Dante (p. 335, 2009) [10], para compor vários aumentos e/ou descontos sucessivos, basta multiplicar os fatores individuais, obtendo-se o fator acumulado, que representa o fator de atualização entre o primeiro e o último valor considerado, independentemente dos valores intermediários. Assim, cada fator individual pode ser expresso por $f = (1 + i)$, em que i é a taxa percentual de aumento (ou desconto, se negativa) aplicada em determinado período.

O fator acumulado é dado por:

$$f_{\text{acumulado}} = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \cdot f_4 \cdots = (1 + i_1) \cdot (1 + i_2) \cdot (1 + i_3) \cdot (1 + i_4) \cdots$$

em que $f_1, f_2, f_3, f_4, \dots$ representam os fatores individuais de atualização aplicados em cada etapa, e $i_1, i_2, i_3, i_4, \dots$ são as taxas percentuais correspondentes a cada período.

Exemplo 2.2.3: Uma mercadoria, que custava R\$ 150,00, sofreu dois descontos sucessivos: inicialmente um desconto de 10% e, em seguida, outro de 10%. Qual é o valor da mercadoria após os descontos sucessivos?

Solução: Sabemos que o valor a ser descontado corresponde a 100% e, na situação, sofrerá um desconto de 10%. Dessa forma, o novo valor corresponderá a 90% ou $\frac{90}{100} = 0,90 = 0,90$ (fator de desconto). Em seguida sofrerá outro desconto de 0,90. Assim, podemos realizar a seguinte multiplicação:

$$150,00 \cdot 0,90 \cdot 0,90 = 121,50.$$

Portanto, o novo preço da mercadoria é de R\$ 121,50.

Acréscimos e descontos sucessivos são comuns em compras parceladas, onde juros são adicionados ao valor inicial, e em promoções, onde descontos são acumulados.

2.3 Juros

*Sabe aquele tênis que tanto queremos, mas o dinheiro está curto? Pois é, muitas vezes a solução parece ser parcelar a compra. Ao dividirmos o valor em prestações, conseguimos o item desejado de imediato, mas, na maioria das vezes, pagamos um pouco a mais por ele. Essa “quantia extra” é o que chamamos de juros. Em sua essência, os juros são o custo do dinheiro ao longo do tempo – uma remuneração paga a quem empresta o capital, seja um banco em um financiamento, uma loja em uma compra parcelada, ou até mesmo um amigo que te *adianta uma grana*.*

Segundo Guerra e Taneja [15], **juros** representam o valor cobrado pelo detentor do dinheiro para cedê-lo àqueles que dele necessitem. Para o detentor é a remuneração paga pela cessão do dinheiro e para quem necessita dele é o custo pago pelo aluguel do dinheiro.

Compreender esse conceito é fundamental para tomar decisões financeiras inteligentes, pois ele está presente em quase todas as transações que envolvem crédito ou investimento, impactando desde o orçamento doméstico até as grandes operações do mercado financeiro.

A **taxa de juros** é o percentual do custo pago pelo uso do dinheiro. Ela está sempre associada a um certo prazo, que pode ser, por exemplo, ao dia, ao mês ou ao ano. Por exemplo, se um empréstimo tem uma taxa de juros de 10% ao mês, isso significa que a cada mês pagará (ou receberá) 10% do capital como custo (ou remuneração) pelo uso daquele dinheiro.

No universo das finanças, o conceito de juros se desdobra em dois regimes principais: os **juros simples** e os **juros compostos**. Embora ambos representem a remuneração pelo uso do capital, a forma como são calculados e acumulados ao longo do tempo gera diferenças significativas, impactando diretamente o montante final de uma operação financeira.

2.3.1 Juros simples

Os juros simples são caracterizados por incidir sempre sobre o capital inicial da operação. Isso significa que, a cada período, o valor dos juros é calculado sobre o mesmo montante original, sem considerar os juros acumulados em períodos anteriores. Esse regime é mais comum em operações de curto prazo e empréstimos de menor valor, onde a simplicidade do cálculo é uma vantagem.

Seja C um capital investido à uma taxa de juros i , então o montante após t períodos

de tempo é dado por $M = C(1 + it)$.

A Tabela 2.1 ilustra a evolução dos juros e do montante ao longo de t períodos de tempo.

Tabela 2.1: Evolução do montante no regime de juros simples.

Período	Juros do período	Juros acumulados	Montante
(t)	$(J_t = C \cdot i)$	$(J = C \cdot i \cdot t)$	$(M = C + J)$
1	$C \cdot i$	$C \cdot i$	$C(1 + i)$
2	$C \cdot i$	$2C \cdot i$	$C(1 + 2i)$
3	$C \cdot i$	$3C \cdot i$	$C(1 + 3i)$
4	$C \cdot i$	$4C \cdot i$	$C(1 + 4i)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	$C \cdot i$	$C \cdot i \cdot t$	$C(1 + it)$

Fonte: Autora.

Potanto, se você investe R\$ 1.000,00 com juros simples de 10% ao mês:

- No primeiro mês você ganha R\$ 100,00 de juros (10% de R\$ 1.000,00).
- No segundo mês, você ganha novamente R\$ 100,00 de juros (10% de R\$ 1.000,00),

e assim por diante.

O valor que serve de base para o cálculo dos juros simples permanece constante ao longo do tempo. Em razão dessa característica, o crescimento do montante ocorre de forma linear, isto é, aumenta sempre na mesma proporção a cada período. Isso acontece porque, em cada intervalo de tempo, o acréscimo de juros é fixo, formando uma progressão aritmética (PA) ¹, cuja razão é dada por $r = C \cdot i$, em que C representa o capital inicial e i a taxa de juros.

Portanto, a função que descreve o montante (M) em juros simples em função do tempo (t) é uma função linear: $M(t) = 5.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot t)$.

2.3.2 Juros compostos

Em contraste com juros simples, os juros compostos, frequentemente chamados de “juros sobre juros”, incidem não apenas sobre o capital inicial, mas também sobre os juros

¹Progressão aritmética é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é obtido somando-se ao termo anterior uma constante, denominada razão.

acumulados em períodos anteriores. Essa capitalização periódica faz com que o montante cresça de forma exponencial ao longo do tempo.

Seja C um capital investido à uma taxa de juros i , então o montante após t períodos de tempo é dado por $M = C(1 + i)^t$.

A Tabela 2.2 ilustra a evolução dos juros e do montante ao longo de t períodos de tempo.

Tabela 2.2: Evolução do montante no regime de juros compostos.

Período (t)	Juros do período (J_t)	Juros acumulados (J)	Montante (M)
1	$C \cdot i$	$C[(1 + i)^1 - 1]$	$C(1 + i)$
2	$C(1 + i) \cdot i$	$C[(1 + i)^2 - 1]$	$C(1 + i)^2$
3	$C(1 + i)^2 \cdot i$	$C[(1 + i)^3 - 1]$	$C(1 + i)^3$
4	$C(1 + i)^3 \cdot i$	$C[(1 + i)^4 - 1]$	$C(1 + i)^4$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	$C(1 + i)^{t-1} \cdot i$	$C[(1 + i)^t - 1]$	$C(1 + i)^t$

Fonte: Autora.

Portanto, se você investe R\$ 1.000,00 com juros compostos de 10% ao mês:

- No primeiro mês, você ganha R\$ 100,00 de juros (10% de R\$ 1.000,00). Seu montante agora é R\$ 1.100,00.

- No segundo mês, os juros são calculados sobre R\$ 1.100,00. Você ganha R\$ 110,00 de juros (10% de R\$ 1.100,00). Seu montante agora é R\$ 1.210,00.

- No terceiro mês, os juros são calculados sobre R\$ 1.210,00. Você ganha R\$ 121,00 de juros (10% de R\$ 1.210,00). E assim sucessivamente.

Perceba que, a cada período, a base de cálculo dos juros aumenta, o que faz com que o valor dos juros gerados também cresça. Esse efeito de “bola de neve” faz com que o crescimento do montante em juros compostos seja exponencial, acelerando significativamente ao longo do tempo. Por essa razão, os juros compostos são considerados o “motor” dos grandes investimentos e, ao mesmo tempo, o fator que pode tornar uma dívida mais onerosa quando não é adequadamente controlada. Matematicamente, esse comportamento pode ser descrito por uma progressão geométrica (PG) ², em que cada

²Progressão geométrica é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando-se o termo anterior por uma constante denominada razão.

termo é obtido multiplicando o anterior por uma razão constante $q = 1 + i$, sendo i a taxa de juros.

Portanto, a função que descreve o montante (M) em juros compostos em função do tempo (t) é uma função exponencial: $M(t) = 5.000 \cdot (1 + 0,05)^t$.

Análise comparativa: juros simples x juros compostos

Para ilustrar a diferença entre os dois regimes, vamos considerar uma situação onde um capital de R\$ 5.000,00 é aplicado por 5 meses a uma taxa de juros de 5% ao mês.

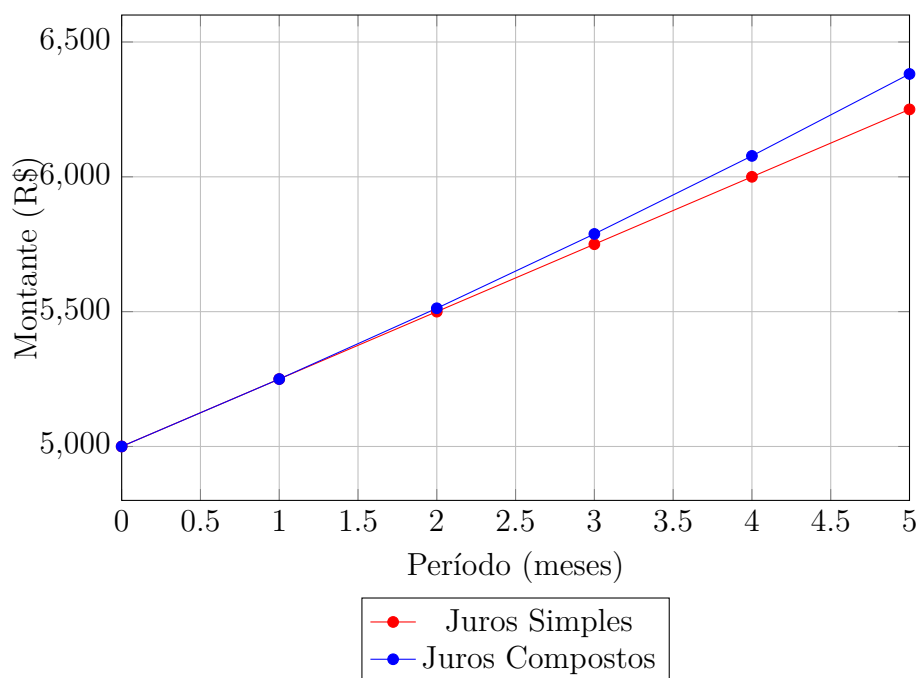
Vamos observar a evolução dos montantes na Tabela 2.3 e, a seguir, o gráfico na Figura 2.1.

Tabela 2.3: Evolução do montante ao longo de 5 meses nos regimes de juros simples e compostos.

Período (meses)	Juros Simples $M = C \cdot (1 + i \cdot t)$	Juros Compostos $M = C \cdot (1 + i)^t$
0	R\$ 5.000,00	R\$ 5.000,00
1	$5.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 1) = R\$5.250,00$	$5.000 \cdot (1 + 0,05)^1 = R\$5.250,00$
2	$5.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 2) = R\$5.500,00$	$5.000 \cdot (1 + 0,05)^2 = R\$5.512,50$
3	$5.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 3) = R\$5.750,00$	$5.000 \cdot (1 + 0,05)^3 = R\$5.788,13$
4	$5.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 4) = R\$6.000,00$	$5.000 \cdot (1 + 0,05)^4 = R\$6.077,53$
5	$5.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 5) = R\$6.250,00$	$5.000 \cdot (1 + 0,05)^5 = R\$6.381,40$

Fonte: Autora.

Figura 2.1: Comparativo da evolução de um capital de R\$ 5.000,00 ao longo de 5 meses em juros simples e compostos.



Fonte: Autora.

No exemplo apresentado, a diferença a favor dos juros compostos é de R\$ 131,40. Embora pequena para um período curto, essa diferença se torna exponencialmente maior à medida que o tempo de aplicação e/ou a taxa de juros aumentam.

Em resumo, para investimentos com prazos superiores a um período, o regime de juros compostos mostra-se mais vantajoso devido ao efeito de “juros sobre juros”, que potencializa o crescimento do capital ao longo do tempo. Por outro lado, em operações de endividamento, esse mesmo mecanismo pode resultar em um aumento acelerado do valor devido, tornando o débito mais oneroso. Assim, compreender a natureza linear (PA) dos juros simples e exponencial (PG) dos juros compostos é essencial para a tomada de decisões financeiras conscientes e embasadas.

2.4 Fluxo de caixa e diagrama de fluxo de caixa

Fluxo de caixa é o movimento de entrada e saída de recursos monetários de uma empresa ou pessoa física, previsto para ocorrer em um determinado intervalo de tempo.

Um **diagrama de fluxo de caixa (DFC)** é uma representação gráfica das entradas e saídas de dinheiro (fluxos de caixa) associadas a um investimento ou projeto, dispostas ao longo de uma linha do tempo. Por meio de um diagrama, conseguimos visualizar com

clareza quando o dinheiro entra (recebimentos) e quando sai (pagamentos), o que facilita a análise de movimentações financeiras ao longo de um período.

Os principais elementos que compõem um diagrama de fluxo de caixa são:

- **Linha do tempo (eixo horizontal):** representa o período em que os fluxos de caixa ocorrem. O ponto zero (0) indica o momento inicial do projeto ou investimento, enquanto os períodos subsequentes (1, 2, 3...) correspondem aos intervalos de tempo, como meses, trimestres ou anos.

- **Setas para cima:** indicam as entradas de caixa (recebimentos), que podem representar, por exemplo, receitas de vendas ou empréstimos recebidos.

- **Setas para baixo:** indicam as saídas de caixa (pagamentos), podendo corresponder a investimentos iniciais, custos operacionais, pagamentos de empréstimos ou despesas de manutenção.

- **Valores monetários:** são associados a cada seta, indicando a magnitude do fluxo de caixa correspondente.

A construção de um diagrama de fluxo de caixa envolve os seguintes passos:

1. **Definir a linha do tempo:** determine a duração do projeto ou investimento e os intervalos de tempo relevantes (mensal, anual, etc.).

2. **Identificar os fluxos de caixa:** liste todas as entradas e saídas de caixa esperadas ao longo do período analisado.

3. **Posicionar os fluxos:** desenhe as setas na linha do tempo, nos pontos exatos em que os fluxos de caixa ocorrem, setas para cima para recebimentos e setas para baixo representam pagamentos.

4. **Atribuir valores:** escreva o valor monetário em cada seta.

O diagrama de fluxo de caixa constitui uma ferramenta indispensável em Matemática Financeira por diversas razões:

- **Visualização clara:** permite compreender cenários financeiros complexos, facilitando a identificação da magnitude e do momento dos fluxos de caixa.

- **Base para análises:** serve como ponto de partida para o cálculo de métricas importantes que culminam em análises e tomadas de decisão para diferentes cenários.

- **Tomada de decisão:** o fluxo de caixa auxilia na comparação entre diferentes alternativas de investimento, permitindo decisões mais conscientes e fundamentadas.

- **Comunicação efetiva:** facilita a comunicação de planos financeiros e resul-

tados de análise para outras partes interessadas, mesmo aquelas sem um conhecimento aprofundado em finanças.

Exemplo 2.4.1: Vamos representar os diagramas de fluxo de caixa (DFC) de algumas situações, apresentadas a seguir.

a) A Figura 2.2 representa uma aplicação de R\$ 50.000,00 pela qual o investidor recebe R\$ 80.000,00 após dois anos.

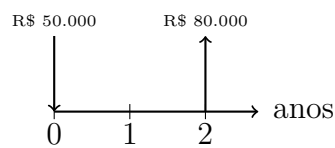


Figura 2.2: Diagrama de fluxo de caixa de uma aplicação de R\$ 50.000,00 por dois anos.

Fonte: Autora.

b) A Figura 2.3 representa um empréstimo de R\$ 60.000,00 que será pago em dez parcelas mensais de R\$ 6.200,00, vencendo a primeira a 30 dias do empréstimo.

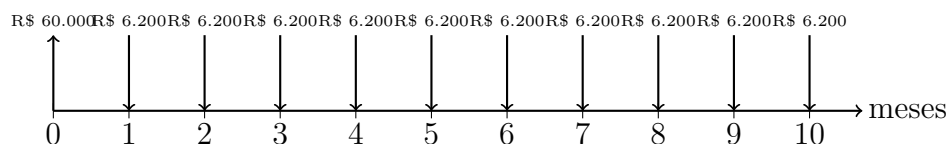


Figura 2.3: Diagrama de fluxo de caixa de um empréstimo de R\$ 60.000,00 com dez parcelas mensais de R\$ 6.200,00.

Fonte: Autora.

Essas representações gráficas auxiliam na visualização dos fluxos de caixa ao longo do tempo, sendo fundamentais para a análise e comparação de diferentes alternativas financeiras.

2.5 Séries de pagamentos

Um conjunto de pagamentos referentes a diversas épocas é chamado de **série** ou **renda**. Se os pagamentos são iguais e igualmente espaçados, a série é dita **uniforme**. Esse tipo de série é comum em financiamentos, aposentadorias e investimentos com depósitos periódicos.

O valor presente (VP) representa o montante equivalente, no instante atual, de um ou mais pagamentos futuros, considerando uma determinada taxa de juros. Em outras palavras, o valor presente permite comparar fluxos de caixa que ocorrem em diferentes momentos no tempo, convertendo-os para o mesmo ponto de referência temporal.

A seguir, na Figura 2.4, é representado o diagrama de uma série uniforme de pagamentos iguais a P , realizados em períodos consecutivos de tempo.

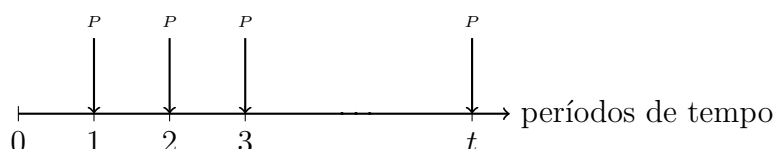


Figura 2.4: Representação de uma série uniforme de pagamentos periódicos iguais a P .

Fonte: Autora.

A seguir apresentamos um importante resultado para o cálculo do valor presente de uma série de pagamentos uniforme.

Teorema 2.1: O valor de uma série uniforme, V , de t pagamentos iguais a P , a uma taxa i , em um período de tempo antes do primeiro pagamento é:

$$V = P \cdot \left[\frac{1 - (1 + i)^{-t}}{i} \right].$$

Demonstração: Vamos calcular o valor de cada parcela na data 0 e somá-las. Temos:

$$\begin{aligned} V &= \frac{P}{(1 + i)^1} + \frac{P}{(1 + i)^2} + \frac{P}{(1 + i)^3} + \cdots + \frac{P}{(1 + i)^t} \\ &= P \cdot (1 + i)^{-1} + P \cdot (1 + i)^{-2} + P \cdot (1 + i)^{-3} + \cdots + P \cdot (1 + i)^{-t}. \end{aligned}$$

Colocando o P em evidência, obtemos uma progressão geométrica (P.G), com primeiro termo $a_1 = (1 + i)^{-1}$ e razão $q = (1 + i)^{-1}$:

$$V = P \cdot \underbrace{\left[(1 + i)^{-1} + (1 + i)^{-2} + (1 + i)^{-3} + \cdots + (1 + i)^{-t} \right]}_{\text{Soma da PG } (S_t)}$$

A soma de t termos de uma PG é dada por $S_t = \frac{a_1 \cdot (q^t - 1)}{q - 1}$, logo,

$$\begin{aligned}
S_t &= \frac{(1+i)^{-1} \cdot [(1+i)^{-1}]^t - 1}{(1+i)^{-1} - 1} = \frac{(1+i)^{-1} \cdot [(1+i)^{-t} - 1]}{\frac{1}{1+i} - 1} \\
&= \frac{\frac{1}{1+i} \cdot [(1+i)^{-t} - 1]}{\frac{-i}{1+i}} \\
&= \frac{(1+i)^{-t} - 1}{-i} \\
&= \frac{1 - (1+i)^{-t}}{i}.
\end{aligned}$$

Portanto,

$$V = P \cdot \left[\frac{1 - (1+i)^{-t}}{i} \right].$$

□

Exemplo 2.5.1: O preço à vista de um computador em uma loja é R\$ 3.000,00. Essa mesma loja oferece a opção de pagamento em 24 prestações mensais iguais, vencendo a primeira prestação um mês após a compra e cobra uma taxa de juros de 1% ao mês. Qual é o valor das prestações?

Segue dos dados do problema que o valor presente da série apresentada anteriormente deve ser R\$ 3.000,00, isto é,

$$3.000,00 = P \cdot \left[\frac{1 - (1 + 0,01)^{-24}}{0,01} \right].$$

Assim,

$$P = 3.000,00 \cdot \left[\frac{0,01}{1 - (1 + 0,01)^{-24}} \right] = 141,22.$$

A Figura 2.5 representa o fluxo de caixa associado à compra do computador, indicando o pagamento das 24 prestações mensais e a data de ocorrência de cada parcela.

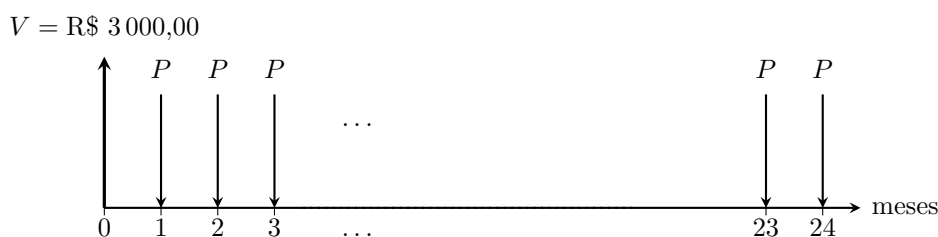


Figura 2.5: Diagrama de fluxo de caixa da série uniforme.

Fonte: Autora.

Portanto, o valor de cada prestação deve ser de R\$ 141,22.

2.6 Sistemas de amortização

Em operações financeiras de médio e longo prazo, como empréstimos e financiamentos, a forma como o valor principal e os juros são pagos ao longo do tempo é definida por um **sistema de amortização**. Essa estrutura determina o cronograma e a composição de cada parcela a ser paga e é importante tanto para credores quanto para devedores, pois influencia a previsibilidade dos pagamentos e a aplicação de recursos.

Neste trabalho aprofundaremos na análise comparativa de dois dos sistemas de amortização mais difundidos no mercado: o Sistema de Amortização Constante (SAC) e o Sistema PRICE. Ao explorarmos as características, vantagens e desvantagens de cada um, buscamos oferecer uma visão clara de como suas particularidades podem influenciar o planejamento financeiro e a gestão de dívidas.

2.6.1 Sistema de Amortização Constante (SAC)

O Sistema de Amortização Constante (SAC) é um dos modelos mais utilizados em operações de crédito de longo prazo no Brasil, especialmente em financiamentos imobiliários. Sua principal característica, como o próprio nome indica, é que a amortização do capital principal é constante ao longo de todo o período do financiamento.

No SAC, o valor da amortização é determinado dividindo-se o capital (C) pelo número de parcelas. Essa parcela de amortização permanece fixa. Os juros, por sua vez, são calculados mensalmente sobre o saldo devedor remanescente. Como o saldo devedor diminui a cada pagamento (devido à amortização constante), a base de cálculo dos juros também se reduz progressivamente. Consequentemente, o valor dos juros pagos em cada parcela diminui ao longo do tempo. A parcela mensal é a soma da amortização constante

com os juros decrescentes. Isso faz com que as parcelas do SAC sejam decrescentes: elas começam mais altas e diminuem gradualmente até o final do financiamento.

Para entender o cálculo do SAC, vamos simplificar as etapas:

1. Cálculo da amortização (A): $A = \frac{\text{capital } (C)}{\text{número de parcelas } (t)}$.
2. Cálculo dos juros (J) de cada período: $J = \text{saldo devedor anterior } (Sda) \cdot \text{taxa de juros } (i)$.
3. Cálculo da parcela (P) de cada período: $P = A + J$.
4. Cálculo do saldo devedor (Sdp) após cada pagamento: $Sdp = Sda - A$.

Vantagens do SAC

- Redução acelerada do saldo devedor: a dívida é reduzida rapidamente nos primeiros anos do financiamento.
- Parcelas decrescentes: a principal vantagem para o devedor é que as parcelas diminuem ao longo do tempo. Isso pode trazer um alívio financeiro no futuro, quando, por exemplo, outros gastos familiares podem aumentar ou a renda pode se estabilizar.
- Maior facilidade de quitação antecipada: com a amortização constante, é mais fácil calcular e planejar quitações antecipadas de parcelas ou do saldo devedor total.

Desvantagens do SAC

- Parcelas iniciais mais altas: a principal desvantagem é que as primeiras parcelas são as mais caras. Isso pode ser um desafio para o orçamento inicial, exigindo uma maior capacidade de pagamento no começo do financiamento.
- Menos previsibilidade em um orçamento fixo: embora as parcelas diminuam, a variação pode ser um fator a considerar para quem prefere ter um valor fixo e previsível para o planejamento financeiro mensal.

O SAC é uma alternativa vantajosa para quem possui maior capacidade de pagamento inicial, oferecendo ainda a tranquilidade de contar com parcelas progressivamente menores ao longo do tempo.

2.6.2 Sistema de Amortização PRICE

O Sistema PRICE, também conhecido como Sistema Francês de Amortização, é um dos métodos de cálculo de parcelas de empréstimos e financiamentos mais populares no mundo, amplamente utilizado em crédito ao consumidor, financiamentos de veículos e,

em menor escala, em financiamentos imobiliários no Brasil (onde o SAC é mais comum). Sua principal característica é a manutenção de parcelas fixas.

No Sistema PRICE, o valor de cada parcela é constante do início ao fim do financiamento. No entanto, a composição dessa parcela varia ao longo do tempo. Isso acontece porque, nas primeiras parcelas, a maior parte do valor pago corresponde aos juros, que são calculados sobre um saldo devedor ainda alto. A parcela de amortização do principal, por sua vez, é pequena no início. À medida que o tempo avança e o saldo devedor diminui, a proporção se inverte: os juros pagos em cada parcela diminuem, e a parcela de amortização do principal aumenta. No final do financiamento, a maior parte da prestação é destinada à amortização.

Como as parcelas são constantes, os pagamentos constituem uma série uniforme, onde o valor pago em cada período de tempo é P . Assim:

$$V = P \cdot \left[\frac{1 - (1 + i)^{-t}}{i} \right],$$

onde:

V = valor emprestado ou financiado;

P = valor da prestação periódica (fixa);

i = taxa de juros por período (expressa em decimal);

t = número total de períodos (parcelas).

Após calcular a prestação fixa P , a distribuição entre juros e amortização em cada período é feita da seguinte forma:

1. Juros do período (J): $J = \text{saldo devedor anterior } (Sda) \cdot \text{taxa de juros } (i)$.
2. Amortização do período (A): $A = P - J$.
3. Saldo devedor atualizado (SD): $SD = \text{saldo devedor anterior } (Sda) - A$.

Vantagens do Sistema PRICE

- Previsibilidade das parcelas: a principal vantagem para o devedor é saber exatamente o valor que pagará mensalmente, o que facilita o planejamento financeiro e a organização do orçamento.

- Acessibilidade inicial: como a amortização é menor no início, as primeiras parcelas tendem a ser mais baixas do que no sistema SAC para um mesmo valor e prazo

de financiamento, tornando o crédito mais acessível para quem busca parcelas iniciais menores.

- Simplicidade para o orçamento: a consistência do valor da parcela pode ser mais fácil de gerenciar para orçamentos fixos ou para quem prefere não lidar com variações.

Desvantagens do Sistema PRICE

- Amortização lenta no início: a redução efetiva do saldo devedor é mais lenta nas primeiras fases do contrato, o que significa que, em caso de quitação antecipada no início, a economia de juros pode ser menor.

O Sistema PRICE é ideal para quem prioriza a previsibilidade e a leveza das parcelas iniciais, adaptando-se bem a orçamentos fixos e a créditos de menor valor e prazo.

É importante destacar que, considerando as mesmas condições de capital, taxa de juros e prazo, o valor presente da série de pagamentos é o mesmo nos dois sistemas de amortização, tanto no Sistema de Amortização Constante (SAC) quanto no Sistema PRICE. Dessa forma, ambos os sistemas são equivalentes do ponto de vista da Matemática Financeira, uma vez que representam o mesmo valor econômico total da operação. Assim, nenhum deles é matematicamente mais vantajoso que o outro — a diferença está apenas na forma como os valores das parcelas se distribuem ao longo do tempo entre juros e amortização.

Exemplo 2.6.1: Dona Marisa, proprietária de uma padaria no centro de Lagoa Dourada, decidiu modernizar seu estabelecimento com uma máquina de café expresso profissional de última geração. O custo da máquina foi de R\$ 15.000,00. Ela conseguiu um financiamento direto com o fornecedor nas seguintes condições:

- Valor da Máquina: R\$ 15.000,00;
- Entrada: R\$ 3.000,00 (pago no ato da compra);
- Prazo do Financiamento: 6 meses;
- Taxa de Juros Mensal: 1,5% ao mês.

Vamos construir as tabelas da evolução da dívida de Dona Marisa nos dois sistemas, SAC e PRICE.

Solução:

No sistema SAC:

- Entrada: R\$ 3.000,00;
- Restante: $R\$ 15.000,00 - R\$ 3.000,00 = R\$ 12.000,00$;

- Valor da amortização: $A = \frac{V}{t} = \frac{12.000,00}{6} = 2.000,00$.

Temos:

Para $t = 1$:

- $J_1 = i \cdot Sd_0 = 0,015 \cdot 12.000,00 = 180,00$;
- $P_1 = J_1 + A = 180,00 + 2.000,00 = 2.180,00$;
- $Sd_1 = Sd_0 - A = 12.000,00 - 2.000,00 = 10.000,00$.

Para $t = 2$:

- $J_2 = i \cdot Sd_1 = 0,015 \cdot 10.000,00 = 150,00$;
- $P_2 = J_2 + A = 150,00 + 2.000,00 = 2.150,00$;
- $Sd_2 = Sd_1 - A = 10.000,00 - 2.000,00 = 8.000,00$.

Para $t = 3$:

- $J_3 = i \cdot Sd_2 = 0,015 \cdot 8.000,00 = 120,00$;
- $P_3 = J_3 + A = 120,00 + 2.000,00 = 2.120,00$;
- $Sd_3 = Sd_2 - A = 8.000,00 - 2.000,00 = 6.000,00$.

Para $t = 4$:

- $J_4 = i \cdot Sd_3 = 0,015 \cdot 6.000,00 = 90,00$;
- $P_4 = J_4 + A = 90,00 + 2.000,00 = 2.090,00$;
- $Sd_4 = Sd_3 - A = 6.000,00 - 2.000,00 = 4.000,00$.

Para $t = 5$:

- $J_5 = i \cdot Sd_4 = 0,015 \cdot 4.000,00 = 60,00$;
- $P_5 = J_5 + A = 60,00 + 2.000,00 = 2.060,00$;
- $Sd_5 = Sd_4 - A = 4.000,00 - 2.000,00 = 2.000,00$.

Para $t = 6$:

- $J_6 = i \cdot Sd_5 = 0,015 \cdot 2.000,00 = 30,00$;
- $P_6 = J_6 + A = 30,00 + 2.000,00 = 2.030,00$;
- $Sd_6 = Sd_5 - A = 2.000,00 - 2.000,00 = 0$.

A Tabela 2.4 mostra que os juros são cada vez menores, as prestações são decrescentes e a amortização é constante.

Tabela 2.4: Tabela de amortização — sistema SAC.

Período	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	12.000,00	-	-	-
1	10.000,00	2.000,00	180,00	2.180,00
2	8.000,00	2.000,00	150,00	2.150,00
3	6.000,00	2.000,00	120,00	2.120,00
4	4.000,00	2.000,00	90,00	2.090,00
5	2.000,00	2.000,00	60,00	2.060,00
6	0,00	2.000,00	30,00	2.030,00

Fonte: Autora.

No sistema PRICE:

- Entrada: R\$ 3.000,00;
- Restante: R\$ 15.000,00 - R\$ 3.000,00 = R\$ 12.000,00;
- Valor da prestação: $V = \frac{P[1 - (1 + i)^{-t}]}{i} = 12.000,00 = \frac{P[1 - (1 + 0,015)^{-6}]}{0,015}$

$$P = 2.106,30259.$$

Para $t = 1$:

- $J_1 = i \cdot Sd_0 = 0,015 \cdot 12.000,00 = 180,00$;
- $A_1 = P - J_1 = 2.106,30259 - 180,00 = 1.926,30259$;
- $Sd_1 = Sd_0 - A = 12.000,00 - 1.926,30259 = 10.073,6974$.

Para $t = 2$:

- $J_2 = i \cdot Sd_1 = 0,015 \cdot 10.073,6974 = 151,105461$;
- $A_2 = P - J_2 = 2.106,30259 - 151,105461 = 1.955,19713$;
- $Sd_2 = Sd_1 - A = 10.073,6974 - 1.955,19713 = 8.118,50027$.

Para $t = 3$:

- $J_3 = i \cdot Sd_2 = 0,015 \cdot 8.118,50027 = 121,777504$;
- $A_3 = P - J_3 = 2.106,30259 - 121,777504 = 1.984,52509$;
- $Sd_3 = Sd_2 - A = 8.118,50027 - 1.984,52509 = 6.133,97518$.

Para $t = 4$:

- $J_4 = i \cdot Sd_3 = 0,015 \cdot 6.133,97518 = 92,0096277$;
- $P_4 = P - J_4 = 2.106,30259 - 92,0096277 = 2.014,29296$;
- $Sd_4 = Sd_3 - A = 6.133,97518 - 2.014,29296 = 4.119,68222$.

Para $t = 5$:

- $J_5 = i \cdot Sd_4 = 0,015 \cdot 4.119,68222 = 61,7952333$;
- $P_5 = P - J_5 = 2.106,30259 - 61,7952333 = 2.044,50736$;
- $Sd_5 = Sd_4 - A = 4.119,68222 - 2.044,50736 = 2.075,17486$.

Para $t = 6$:

- $J_6 = i \cdot Sd_5 = 0,015 \cdot 2.075,17486 = 31,1276229$;
- $P_6 = P - J_6 = 2.106,30259 - 31,1276229 = 2.075,17497$;
- $Sd_6 = Sd_5 - A = 2.075,17486 - 2.075,17497 = 0$.

A Tabela 2.5 mostra que os juros diminuem, a amortização aumenta e a prestação é constante.

Tabela 2.5: Tabela de amortização — sistema PRICE.

Período	Saldo devedor	Juros	Amortização	Prestação
0	12.000,00	-	-	-
1	10.073,6974	180,00	1.926,30259	2.106,30259
2	8.118,50027	151,105461	1.955,19713	2.106,30259
3	6.133,97518	121,777504	1.984,52509	2.106,30259
4	4.119,68222	92,0096277	2.014,29296	2.106,30259
5	2.075,17486	61,7952333	2.044,50736	2.106,30259
6	0,00	31,1276229	2.075,17497	2.106,30259

Fonte: Autora.

2.7 Investimentos em renda fixa

No vasto mundo dos investimentos, duas estradas se bifurcam: a de renda fixa e a de renda variável. Renda fixa é uma modalidade de investimento na qual as regras de remuneração são predefinidas no momento da aplicação. Isso proporciona previsibilidade e segurança, tornando-a atrativa para investidores que buscam estabilidade nos seus rendimentos.

O mercado de investimentos em renda fixa tem ganhado destaque no cenário financeiro brasileiro, atraindo cada vez mais investidores em busca de segurança e previsibilidade em seus rendimentos. Diferentemente dos investimentos em renda variável, como ações, nos quais os retornos são incertos e dependem do desempenho do mercado, a renda fixa oferece

uma previsibilidade maior, com taxas de retorno definidas no momento da aplicação.

Essa característica torna os investimentos em renda fixa uma opção popular para aqueles que buscam proteger seu capital e obter retornos consistentes ao longo do tempo. No entanto, é importante ressaltar que a renda fixa não está isenta de riscos, e a escolha dos ativos adequados requer conhecimento e análise criteriosa.

No universo dos investimentos em renda fixa, a dinâmica central se baseia em uma relação de empréstimo. Ao adquirir um título de renda fixa, o investidor, em essência, está emprestando recursos a um emissor, que pode ser uma instituição financeira, uma empresa ou o próprio governo. Em contrapartida, o investidor espera receber de volta o montante investido, acrescido de juros, que representam a remuneração pelo tempo em que o capital permaneceu emprestado. As condições dessa transação são estabelecidas de forma clara e transparente desde o início, abrangendo aspectos cruciais como:

- **Período:** o tempo que o dinheiro ficará emprestado;
- **Juros:** o percentual que será pago ao investidor;
- **Indexadores:** indicadores econômicos, como a Taxa Selic ou o Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), que podem influenciar a rentabilidade;
- **Regras de negociação:** condições para compra e venda dos títulos.

Os emissores de títulos de renda fixa desempenham um papel crucial no mercado financeiro, captando recursos para financiar suas atividades. Os principais são:

- **Bancos:** emitem títulos como **CDBs (Certificados de Depósito Bancário)**, **LCIs (Letras de Crédito Imobiliário)** e **LCAs (Letras de Crédito do Agronegócio)**. Esses recursos são usados para financiar operações de crédito.
- **Empresas:** emitem **debêntures**, que são títulos de dívida utilizados para captar recursos para investimentos e expansão.
- **Governo:** emite títulos do **Tesouro Direto**, que são utilizados para financiar a dívida pública e projetos governamentais.

Os investimentos em renda fixa estão sujeitos a uma tabela regressiva de Imposto de Renda (IR). Isso significa que a alíquota do imposto diminui conforme o prazo do investimento. Quanto mais tempo mantiver o dinheiro investido, menor será a alíquota de IR.

A Tabela 2.6 indica os valores de Imposto de Renda para investimentos de renda fixa.

Tabela 2.6: Tabela regressiva de Imposto de Renda para investimentos de renda fixa.

Prazo de investimento	Alíquota de IR
Até 6 meses	22,50%
6 meses a 1 ano	20%
1 a 2 anos	17,50%
Acima de 2 anos	15%

Fonte: INFOMONEY [16].

De acordo com INFOMONEY [16], no Brasil, existem diversos títulos de renda fixa disponíveis, cada um com suas características, vantagens e desvantagens. A seguir apresentamos os principais deles e suas particularidades.

Poupança

A poupança é um dos tipos de investimento de renda fixa mais tradicionais e populares no Brasil. Ela funciona como uma conta bancária onde o dinheiro depositado rende juros ao longo do tempo. Sua principal vantagem é a acessibilidade, com baixo valor mínimo de investimento, e isenção de Imposto de Renda para pessoas físicas. O rendimento da poupança é calculado com base na taxa Selic (taxa básica de juros da economia brasileira). Quando a Selic está acima de 8,5% ao ano, o rendimento da poupança é de 0,5% ao mês + Taxa Referencial (TR). Quando a Selic está igual ou abaixo de 8,5% ao ano, o rendimento é de 70% da Selic + TR. Além da rentabilidade, que é baixa, outro ponto negativo da poupança é o fato de que a rentabilidade só é creditada para os investidores uma vez por mês, no mesmo dia em que a aplicação foi realizada. A poupança é considerada um investimento seguro, pois é garantida pelo Fundo Garantidor de Créditos (FGC), que devolve até R\$ 250 mil por investidor em casos de insolvência da instituição financeira.

Tesouro Direto

O Tesouro Direto é um programa do governo federal que permite a compra de títulos públicos por pessoas físicas. Ao investir em títulos públicos, o investidor empresta dinheiro ao governo federal, considerado o emissor mais seguro do país. Além disso, a acessibilidade do programa, torna-o adequado para investidores de todos os perfis. Existem diferentes tipos de títulos, como o Tesouro Selic (pós-fixado), o Tesouro Prefixado (taxa fixa) e o

Tesouro IPCA+ (atrelado à inflação), que se adequam a diversos perfis de investidores e objetivos financeiros. A principal vantagem do Tesouro Direto é a segurança, já que os títulos são garantidos pelo Tesouro Nacional. Para investir em títulos públicos é preciso encarar algumas taxas. A primeira é uma tarifa de custódia paga à B3, que é a bolsa de valores oficial do Brasil, responsável por registrar, custodiar e intermediar operações com títulos, ações e outros ativos financeiros. Ela organiza e mantém o sistema do Tesouro Direto. A segunda possível taxa é de administração, cobrada por alguns bancos e corretoras que fazem a intermediação das operações. Seus rendimentos são tributados pelo Imposto de Renda, seguindo a tabela regressiva (de 22,5% a 15%).

CDBs

O Certificado de Depósito Bancário (CDB) é um título emitido por bancos para captar recursos. Os CDBs mais comuns são pós-fixados e oferecem como remuneração um percentual de algum índice de referência de renda fixa, normalmente, a taxa do CDI. Em alguns bancos, essa rentabilidade pode ser tão baixa quanto a da poupança (de 70% do CDI, por exemplo). Mas, para atrair investidores, alguns outros podem oferecer até mais do que 100% do CDI. Assim como a poupança, os CDBs contam com a cobertura do FGC. Por outro lado, seus rendimentos são tributados pelo Imposto de Renda, seguindo a tabela regressiva (de 22,5% a 15%). A liquidez do CDB também varia, podendo ser diária ou no vencimento. Liquidez é a facilidade com que o investidor pode resgatar o valor aplicado sem perdas significativas, ou seja, quanto mais alta a liquidez, mais rapidamente o dinheiro pode ser resgatado. É importante pesquisar e comparar as taxas oferecidas por diferentes bancos antes de investir em CDB.

LCI, LCA e LCD

A Letra de Crédito Imobiliário (LCI) e a Letra de Crédito do Agronegócio (LCA) são títulos emitidos por instituições financeiras com o objetivo de captar recursos para os setores imobiliário e do agronegócio, respectivamente. A principal vantagem desses investimentos é a isenção de Imposto de Renda para pessoas físicas, o que os torna atrativos sob o ponto de vista da rentabilidade líquida. Contudo, esses títulos não apresentam alta liquidez, ou seja, o resgate do valor aplicado antes do prazo de vencimento pode ser restrito ou sujeito a condições específicas, o que pode limitar sua adequação para investidores que necessitam de acesso rápido aos recursos.

A Letra de Crédito de Desenvolvimento (LCD) é um título de renda fixa mais

recente, por meio do qual o investidor empresta recursos a instituições financeiras que destinam esses valores ao financiamento de projetos de desenvolvimento social e econômico de longo prazo no país. A LCD também é isenta de Imposto de Renda para pessoas físicas e pode oferecer rentabilidade prefixada, pós-fixada ou híbrida, proporcionando flexibilidade quanto à forma de remuneração.

LC

A Letra de Câmbio (LC), por sua vez, é um título emitido por instituições financeiras com o intuito de captar recursos junto ao público investidor. Sua rentabilidade pode ser prefixada, pós-fixada ou híbrida, e a liquidez varia conforme o emissor. Assim como o CDB, a LC conta com a cobertura do Fundo Garantidor de Créditos (FGC), que assegura os investimentos até o limite estabelecido por CPF e instituição financeira. No entanto, os rendimentos da LC são tributados pelo Imposto de Renda, seguindo a tabela regressiva de alíquotas (de 22,5% a 15%). Apesar de sua atratividade, a LC ainda é menos popular que outros títulos de renda fixa, o que pode dificultar a comparação de taxas e a escolha pelo investidor.

Debêntures

As debêntures são títulos de crédito emitidos por empresas e negociados no mercado de capitais com o objetivo de financiar grandes projetos, como a construção de uma nova fábrica ou um processo de expansão internacional. Ao adquirir uma debênture, o investidor empresta dinheiro à empresa em troca de uma remuneração previamente definida, que pode ser prefixada, pós-fixada ou híbrida. Diferentemente de outros títulos de renda fixa, as debêntures não contam com a cobertura do Fundo Garantidor de Créditos (FGC), o que as torna mais arriscadas. Em compensação, costumam oferecer rendimentos superiores aos de produtos com menor risco. Há ainda as debêntures incentivadas, que são emitidas para financiar projetos de infraestrutura e contam com isenção de Imposto de Renda para pessoas físicas, o que aumenta sua atratividade. Antes de investir, é importante analisar o grau de risco da empresa emissora.

CRI e CRA

O Certificado de Recebíveis Imobiliários (CRI) e o Certificado de Recebíveis do Agronegócio (CRA) são títulos de renda fixa emitidos por companhias securitizadoras, que transformam créditos originados de financiamentos imobiliários ou do agronegócio em valores mobiliários negociáveis no mercado. Tanto o CRI quanto o CRA não são garantidos

pelo FGC, mas em contrapartida costumam oferecer rentabilidade mais elevada e isenção de Imposto de Renda para pessoas físicas. São investimentos de médio a longo prazo e com baixa liquidez.

Na Tabela 2.7 apresentamos um breve resumo sobre os investimentos de renda fixa descritos anteriormente e suas principais características.

Tabela 2.7: Comparação entre diferentes tipos de investimentos de renda fixa.

Títulos	Acessibilidade	Investimento mínimo	Liquidez	Garantias	Imposto
Poupança	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos	Não há valor mínimo de aplicação	Diária. Pode ser resgatado antes do vencimento, havendo perdas	FGC	Isenta
Tesouro direto	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos	Não há valor mínimo de aplicação	Pode ser resgatado antes do vencimento, podendo haver perdas	Não tem cobertura do FGC	Tabela regressiva do IR
CDB	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos	Varia de acordo com cada instituição financeira	Diária ou no vencimento	FGC	Tabela regressiva do IR
LCI, LCA LCD	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos	Varia de acordo com cada instituição financeira	LCD baixa liquidez; LCI e LCA diária após carência de 6 meses	FGC	Isentos
LC	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos	Varia de acordo com cada instituição financeira	Baixa	FGC	Tabela regressiva do IR
Debêntures	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos	Varia de acordo com cada instituição financeira	Baixa liquidez, depende do interesse de compradores	Não tem cobertura do FGC	Incentivadas (Isentas); não incentivadas (Tabela regressiva) do IR)
CRI e CRA	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos	Varia de acordo com cada instituição financeira	Baixa	Não tem cobertura do FGC	Isentos

Fonte: Autora.

A escolha do título de renda fixa ideal depende do perfil do investidor, dos objetivos financeiros e do prazo de investimento. É fundamental analisar as características de cada título, comparar as taxas oferecidas e considerar a liquidez antes de tomar uma decisão. Além disso, é importante diversificar a carteira de investimentos, distribuindo o capital entre diferentes títulos e modalidades, a fim de reduzir os riscos e aumentar as chances de obter bons resultados.

3 Desenvolvimento do produto educacional

Muitas situações do nosso cotidiano envolvem a Matemática Financeira: compras de produtos à vista ou a prazo, aplicações financeiras, além de negociações diversas que incluem financiamentos, pagamento de dívidas, preços de aluguel, reajustes salariais, entre outras. Por essa razão, a Matemática Financeira é apresentada aos estudantes do Ensino Médio como uma ferramenta essencial para compreender e gerenciar situações da vida real.

Neste capítulo, apresentamos inicialmente os desafios enfrentados no ensino de Matemática Financeira, bem como as estratégias que consideramos adequadas para superá-los, levando em conta as dificuldades conceituais, metodológicas e contextuais observadas na prática docente. Em seguida, descrevemos os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento das atividades propostas, destacando os fundamentos pedagógicos que orientaram nossas escolhas. Por fim, realizamos a apresentação do produto educacional, uma proposta didática, detalhando sua estrutura, seus objetivos e as etapas previstas para sua implementação no contexto do Ensino Médio.

3.1 Desafios enfrentados para ensinar Matemática Financeira e estratégias para superá-los

O processo de ensino e aprendizagem de Matemática Financeira é um desafio tanto para professores quanto para alunos. As dificuldades de aprendizagem, muitas vezes, decorrem da falta de afinidade com a matemática, de lacunas nos conteúdos prévios ou da dificuldade com raciocínio lógico. Para superar esses obstáculos, é fundamental empregar estratégias de ensino que auxiliem na identificação e na superação das dificuldades dos estudantes.

De acordo com a BNCC, o ensino de Matemática deve contribuir para o desenvolvimento da autonomia intelectual, da capacidade de resolver problemas e da compreensão

crítica de fenômenos do mundo real, princípios diretamente relacionados à Matemática Financeira.

A seguir, apresentamos os principais desafios e estratégias fundamentadas em referenciais teóricos, para se ensinar Matemática Financeira.

1. Fragilidade nos pré-requisitos matemáticos

Descrição: A Matemática Financeira não existe de forma isolada, ela representa uma aplicação prática de conceitos fundamentais da matemática elementar. O principal desafio enfrentado pelos alunos é a falta de domínio de conteúdos básicos, como porcentagem, razão, proporção, as quatro operações fundamentais, progressões aritmética e geométrica e funções de 1º grau e exponencial. A ausência dessa base sólida compromete a compreensão dos conceitos financeiros, tornando o aprendizado meramente mecânico e dependente da memorização de fórmulas.

Exemplo: Um aluno que tem dificuldade em calcular 15% de um valor ou em montar uma regra de três simples tende a ter problemas para compreender juros simples, compostos ou descontos, recorrendo à memorização em vez da compreensão.

Estratégia para superar o desafio: Reforço dos conhecimentos prévios essenciais. Antes de introduzir novos conteúdos, é necessário revisar e consolidar os fundamentos matemáticos. Segundo Dante [9], a aprendizagem em Matemática é cumulativa, o novo conhecimento se constrói sobre o anterior e lacunas nas etapas iniciais comprometem o progresso. Lorenzato [18], complementa que é papel do professor diagnosticar as dificuldades e replanejar o ensino de modo a reconstruir os alicerces conceituais. Revisitar conteúdos como porcentagem e proporção é, portanto, essencial para permitir que o aluno perceba a Matemática Financeira como uma aplicação lógica da matemática elementar, e não como um conteúdo isolado.

2. Falta de conexão com aplicações reais

Descrição: Uma das principais barreiras ao engajamento dos alunos é a percepção de que a Matemática Financeira é abstrata e desvinculada da vida cotidiana. Quando conceitos como taxa de juros, capital e montante são ensinados sem contextualização, o aluno perde o interesse e não percebe a relevância do conteúdo.

Exemplo: O aluno não vê utilidade em aprender juros compostos se o conteúdo é apresentado apenas por meio de fórmulas. Entretanto, quando o professor propõe

simulações de poupança, compras a prazo ou financiamentos, a importância do tema se torna clara.

Estratégia para superar o desafio: Imersão em contextos financeiros reais (modelagem prática). Segundo a BNCC, o ensino da Matemática deve estar vinculado a contextos significativos, de modo que o estudante utilize seus conhecimentos para compreender e atuar no mundo em que vive. D’Ambrósio [8], reforça que o conhecimento matemático deve estar relacionado à realidade cultural e social do aluno, promovendo um aprendizado significativo. Assim, propor atividades baseadas em dados reais, como anúncios, extratos e simuladores, torna a aprendizagem mais concreta, estimula o pensamento crítico e contribui para a formação da cidadania financeira.

3. Linguagem e terminologias específicas

Descrição: A Matemática Financeira utiliza uma linguagem técnica e simbólica que pode representar uma barreira inicial para os alunos. Termos como capital, montante, taxa de juros e período são, muitas vezes, mal compreendidos, o que compromete a interpretação dos problemas.

Exemplo: É comum o aluno confundir capital (valor inicial) com montante (valor final com juros), gerando erros conceituais e de cálculo.

Estratégia para superar o desafio: Sistematização visual e conceitual dos dados financeiros dos problemas. A organização dos dados presentes em cada situação-problema, acompanhada da explicitação de seus significados, contribui para que o estudante compreenda cada termo antes de aplicá-lo nas fórmulas. Nesse sentido, retomamos a orientação de Piletti [22], ao afirmar que a aprendizagem se torna efetiva quando o aluno entende o significado das palavras e símbolos utilizados. Além disso, a BNCC destaca a importância do letramento matemático, compreendido como a capacidade de interpretar e utilizar a linguagem matemática para expressar ideias e resolver problemas. Assim, ao trabalhar o vocabulário financeiro de forma visual, com esquemas, anotações e relações entre os dados, favorece a compreensão conceitual e reduz erros decorrentes de interpretações equivocadas.

4. Abordagem excessivamente teórica e abstrata

Descrição: O ensino de Matemática Financeira focado na memorização de fórmulas, em detrimento do entendimento conceitual, torna o ensino mecânico e desmotivador, pois o aluno não percebe o significado dos cálculos, nem sua utilidade prática.

Exemplo: Ensinar a fórmula dos juros compostos, $M = C(1 + i)^t$, sem explicar o sentido da exponenciação e da capitalização dos juros leva à compreensão superficial do conceito.

Estratégia para superar o desafio: Foco na resolução de problemas e no raciocínio lógico. Lorenzato [18], argumenta que o ensino deve desenvolver o raciocínio e a compreensão, e não apenas a aplicação de procedimentos. Da forma semelhante, Dante [9], afirma que resolver problemas é o coração do ensino da Matemática, pois possibilita ao aluno compreender, questionar e criar estratégias. Ao priorizar a interpretação de situações financeiras e o entendimento da lógica por trás de cada cálculo, o ensino da Matemática Financeira se transforma em uma ferramenta para a tomada de decisões conscientes, conforme orienta também a BNCC.

5. Dificuldade com raciocínio lógico e interpretação

Descrição: Além dos cálculos, a Matemática Financeira exige raciocínio lógico e capacidade de interpretar textos e organizar ideias. A falta dessas competências leva à dificuldade de estruturar soluções adequadas.

Exemplo: Ao resolver um problema sobre o tempo necessário para duplicar um capital, o aluno se perde ao tentar relacionar as variáveis e montar a equação correta.

Estratégia para superar o desafio: Desenvolvimento do raciocínio estruturado por meio de atividades colaborativas e lúdicas. D'Ambrósio [8], defende que a aprendizagem matemática deve envolver interação, diálogo e resolução criativa de problemas, pois é na troca com o outro que o aluno constrói sentido. Atividades em grupo, jogos e simulações financeiras promovem o raciocínio lógico, reduzem a ansiedade e favorecem o aprendizado ativo. Essa abordagem está alinhada à BNCC, que recomenda metodologias que estimulem a colaboração, a comunicação e o protagonismo do estudante.

6. Dificuldade com o uso de ferramentas tecnológicas

Descrição: O domínio de calculadoras e planilhas eletrônicas é essencial na prática

da Matemática Financeira, mas muitos alunos desconhecem suas funções, o que prejudica a precisão e o aprendizado.

Exemplo: Alunos que realizam cálculos complexos manualmente, frequentemente cometem erros ou não sabem usar funções como exponenciação ($\wedge$ ou y^x) na calculadora, além de apresentarem dificuldade em construir planilhas eletrônicas para simular e simplificar a resolução de problemas.

Estratégia para superar o desafio: Integração de recursos tecnológicos e práticos. O uso de ferramentas digitais, como Excel, amplia a compreensão e facilita a visualização dos resultados. Moran [20], destaca que a tecnologia deve ser usada como meio para estimular a aprendizagem ativa, a autonomia e a experimentação. A BNCC também enfatiza o desenvolvimento da competência digital, incentivando o uso criativo e responsável das tecnologias na construção do conhecimento. Assim, a Matemática Financeira se torna mais dinâmica, visual e conectada à realidade profissional.

Os desafios no ensino de Matemática Financeira evidenciam a necessidade de uma prática pedagógica que una contexto, linguagem, raciocínio e tecnologia. Lorenzato [18] e Dante [9], destacam que o ensino deve favorecer a compreensão ativa, a resolução de problemas e a autonomia intelectual do estudante. A BNCC complementa essas ideias ao propor uma abordagem que articule teoria e prática, desenvolvendo competências críticas, analíticas e financeiras para a vida em sociedade.

Dessa forma, o papel do professor é atuar como mediador, criando situações significativas de aprendizagem que levem o aluno a compreender a Matemática Financeira como uma ferramenta essencial para o exercício da cidadania e para a tomada de decisões conscientes.

3.2 Procedimentos metodológicos para o ensino de Matemática Financeira

Pelo exposto na seção anterior, o ensino de Matemática Financeira deve ser significativo, contextualizado e prático, favorecendo a construção ativa do conhecimento pelos estudantes. Assim, baseado nos princípios construtivistas, de Ausubel [2], Freire [13] e Vygotsky [26], que valorizam o diálogo, a participação e a aprendizagem por meio

da experiência, a proposta didática foi elaborada adotando as abordagens metodológicas descritas a seguir.

1. Contextualização e motivação inicial

Nesta etapa, busca-se despertar o interesse dos alunos por meio de situações do cotidiano relacionadas a compras, promoções e financiamentos. A contextualização é essencial para tornar o conhecimento matemático mais significativo, pois, segundo Dante [9], o aluno aprende melhor quando percebe a utilidade prática dos conceitos abordados.

Atividade: apresentação de situações-problema extraídas de propagandas, notícias ou panfletos de lojas. Também podem ser utilizadas imagens e expressões reconhecidas pelos alunos.

Recursos: imagens, jornais, panfletos, sites de comércio eletrônico.

2. Resolução de problemas do cotidiano

Com os conceitos já compreendidos, os alunos são desafiados a resolver problemas reais, desenvolvendo o raciocínio lógico e a tomada de decisão. Essa etapa inspira-se na aprendizagem baseada em problemas, que, segundo Pozo [24] e Dante [9], estimula o pensamento crítico e a autonomia. Essa abordagem também dialoga com as contribuições de Dewey [11], ao defender a aprendizagem pela experiência e pela investigação, e de Pólya [23], cuja metodologia orienta o estudante na compreensão do problema, na elaboração e execução de estratégias e na verificação dos resultados.

Atividade: estudos de caso, como comparar opções de financiamento ou compra parcelada, analisando qual alternativa é mais vantajosa.

Recursos: livro didático, calculadora e tabelas impressas.

3. Atividades colaborativas

As atividades em grupo permitem que os alunos compartilhem ideias e estratégias, aprendendo uns com os outros. Essa prática está alinhada com as teorias de Vygotsky [26], que destaca a importância da interação social na aprendizagem, e com Johnson et al. [17], que ressaltam o valor do trabalho cooperativo.

Atividade: “Dinâmica dos Cartões” – cada grupo recebe uma situação-problema, como calcular os juros do cartão de crédito ou comparar o rendimento de dois investimentos. Após a resolução, os grupos apresentam suas conclusões à turma.

Recursos: cartões de papel e calculadora.

4. Uso de recursos tecnológicos

Com base na metodologia construtivista, os conceitos de capital, juros, montante, taxa e período são introduzidos de forma gradual e contextualizada. A tecnologia tem papel essencial nesse processo, auxiliando na visualização dos cálculos e simulações. De acordo com Borba e Penteado [6], o uso das tecnologias digitais amplia as possibilidades de ensino, permitindo que o aluno explore e visualize fenômenos matemáticos de forma mais concreta.

Atividade: comparação entre juros simples e compostos e comparação entre sistemas de amortização utilizando planilhas eletrônicas, permitindo observar a evolução dos valores e compreender a lógica das fórmulas de forma intuitiva.

Recursos: quadro, calculadora financeira e planilhas (Excel).

5. Conexão com o mercado financeiro

Por fim, busca-se relacionar o conteúdo aprendido em sala com o mercado financeiro real, demonstrando como a Matemática Financeira é aplicada em decisões econômicas e investimentos. Essa relação entre escola e realidade contribui para o desenvolvimento da educação financeira, conforme propõe a BNCC, ao enfatizar a formação de cidadãos críticos e conscientes em relação ao uso do dinheiro.

Atividade: palestra com especialista da área, abordando temas como Tesouro Direto, CDBs e outros investimentos de renda fixa. Os alunos podem esclarecer dúvidas e perceber a utilidade prática dos conceitos estudados.

Recursos: Equipamento de projeção e participação de um profissional convidado.

3.3 Apresentação da proposta didática

Nesta seção apresentamos a proposta didática desenvolvida. Nela, estão todos os elementos necessários para conduzir as aulas de forma clara e eficiente, com objetivos de aprendizagem, conteúdo e cronograma de atividades.

Objetivos:

- Compreender e aplicar o conceito de porcentagem em situações reais, incluindo aumentos, descontos e variações sucessivas, desenvolvendo o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas.
- Compreender o conceito de juros, distinguindo juros simples e compostos e analisando suas implicações no cotidiano para a tomada de decisões financeiras mais conscientes.
- Desenvolver pensamento crítico sobre o funcionamento do sistema financeiro e suas relações com o consumo, o crédito e o planejamento pessoal.
- Compreender noções básicas de investimentos de renda fixa, analisando alternativas e avaliando escolhas de forma responsável.

Conteúdo:

1. Conteúdos básicos de Matemática Financeira:
 - 1.1. Porcentagens: cálculo de índices, taxas e coeficientes.
 - 1.2. Acréscimos e descontos sucessivos.
 - 1.3 Lucro e prejuízo.
2. Conceitos de matemática financeira: juros simples, compostos, taxas de juros etc.
3. Noções de fluxo de caixa e sistemas de amortização.
4. Investimentos de renda fixa.
5. Planilhas eletrônicas.

Cronograma:

O cronograma de aplicação da proposta didática está descrito na Tabela [3.1](#).

Tabela 3.1: Cronograma de aplicação da proposta didática.

Semana	Conteúdos
1 (4 aulas)	- Questionário inicial; - Porcentagens: cálculo de índices, taxas e coeficientes; - Acréscimos e descontos sucessivos; - Lucro e prejuízo; - Atividades.
2 (4 aulas)	- Conceitos de matemática financeira: juros simples, juros compostos, taxas de juros, etc.; - Atividades.
3 (4 aulas)	- Noções de fluxo de caixa e alguns sistemas de amortização; - Atividades.
4 (4 aulas)	- Investimentos de renda fixa; - Atividades.
5 (4 aulas)	- Planilhas eletrônicas; - Atividades.
6 (1 aula)	- Questionário final.

Fonte: Autora.

Duração de cada aula: 50 minutos.

A descrição completa das 21 aulas da proposta didática desenvolvida neste trabalho está disponível no Apêndice A.

4 Análise da aplicação da proposta didática

Neste capítulo, apresentamos uma análise detalhada dos resultados obtidos com a aplicação da proposta didática. O desenvolvimento das atividades ocorreu no período de 12 de maio a 4 de julho de 2025 e contou com aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos (veja o parecer consubstanciado no Apêndice B). As ações foram realizadas com estudantes do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Abeilard Pereira, localizada no município de Lagoa Dourada – MG. Começamos expondo as expectativas e os objetivos de cada uma das questões dos questionários inicial e final. Por fim, discutimos os resultados das respostas dos participantes e fizemos uma análise do impacto do material didático na compreensão, no domínio e na aplicação dos conteúdos trabalhados.

4.1 Questionários

Os questionários foram elaborados visando medir quantitativamente a eficácia da aplicação da proposta didática descrita no Capítulo 3. As perguntas do questionário inicial são mais simples e diretas, buscando avaliar a base de conhecimento inicial dos estudantes, enquanto as perguntas do questionário final são mais elaboradas e aplicadas, exigindo uma compreensão mais profunda e a aplicação dos conceitos em cenários mais complexos. A seguir descrevemos como foram pensadas e o que queríamos avaliar em cada pergunta. Os questionários estão disponíveis nos Apêndices C e D.

Pergunta 1: No questionário inicial, o objetivo da questão foi analisar as concepções espontâneas e os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do conceito de juros, buscando identificar como eles compreendiam esse termo antes do desenvolvimento da proposta didática.

Já no questionário final, a intenção foi verificar a evolução conceitual dos alunos,

observando a transição do conhecimento teórico para o prático. Nessa etapa, buscamos avaliar se os estudantes foram capazes de reconhecer os juros como o valor ou percentual adicional cobrado em uma transação financeira realizada a prazo, demonstrando assim, a compreensão aplicada do conteúdo estudado.

Pergunta 2: No questionário inicial, o objetivo da questão foi analisar o conhecimento conceitual dos estudantes acerca dos dois regimes de capitalização: juros simples e juros compostos, buscando identificar se compreendiam as diferenças fundamentais entre eles.

No questionário final, buscamos avaliar a capacidade dos estudantes de aplicar os conhecimentos adquiridos sobre os regimes de juros em um contexto comparativo e de tomada de decisão financeira. O propósito foi verificar se eram capazes de utilizar o raciocínio lógico e analítico para comparar diferentes cenários de investimento, reconhecendo qual alternativa se mostrava mais vantajosa, e assim demonstrar a compreensão prática e aplicada dos conceitos de juros simples e compostos.

Pergunta 3: No questionário inicial, a pergunta foi elaborada com o objetivo de analisar a compreensão conceitual dos estudantes sobre taxa de juros, considerando-a um dos elementos fundamentais da Matemática Financeira. Buscou-se identificar como os alunos definiam a taxa de juros e quais ideias ou noções prévias possuíam a respeito desse conceito.

No questionário final, o propósito foi avaliar a habilidade dos estudantes em calcular e interpretar a taxa percentual de variação, associando-a ao lucro ou aos juros em um contexto prático de transação comercial. Essa questão permitiu verificar se, após a aplicação da proposta didática, os alunos conseguiam aplicar o conceito de taxa de juros de forma contextualizada, demonstrando compreensão do seu significado e sua utilização em situações financeiras do cotidiano.

Pergunta 4: No questionário inicial, essa questão teve como objetivo mapear o nível de familiaridade e o repertório conceitual dos estudantes em relação aos diferentes instrumentos de investimento financeiro, identificando quais tipos de aplicação eram conhecidos pelos alunos antes da aplicação da proposta didática.

No questionário final, a mesma pergunta foi reaplicada com um propósito distinto: avaliar o aumento do repertório e da familiaridade dos estudantes com os diversos tipos de investimento financeiro após a realização das atividades.

Pergunta 5: No questionário inicial, o objetivo dessa questão foi analisar a compreensão dos alunos sobre o efeito cumulativo de variações percentuais sucessivas, verificando se reconheciam que o acréscimo e o desconto incidem sobre bases de cálculo diferentes.

No questionário final, a questão teve como propósito avaliar se a proposta didática foi eficaz na consolidação do conceito de variações percentuais sucessivas, bem como na diferenciação crítica entre esse raciocínio e a simples soma aritmética de porcentagens.

Pergunta 6: No questionário inicial, esta questão teve como objetivo investigar a compreensão e a habilidade dos alunos no cálculo direto de taxa percentual em um contexto próximo de sua realidade, a economia de parte do auxílio do programa “Pé-de-Meia”.

Já no questionário final, buscou-se avaliar o raciocínio lógico e a aplicação mais elaborada do conceito de taxa percentual em um problema que exigia múltiplas etapas de resolução e comparação de preços. A inserção de um contexto de consumo, comum ao cotidiano dos estudantes, visou fortalecer a relação entre a matemática e as decisões financeiras do dia a dia, contribuindo para o desenvolvimento de uma postura crítica e prática na aplicação de conceitos de porcentagem.

Pergunta 7: No questionário inicial, esta questão foi elaborada com o intuito de avaliar a habilidade dos alunos em comparar preços a partir do cálculo de descontos percentuais distintos aplicados a valores iniciais diferentes.

No questionário final, a questão foi elaborada com um contexto financeiro mais complexo, exigindo do estudante não apenas o cálculo de descontos, mas também a interpretação de informações, a análise comparativa de alternativas de investimento e a tomada de decisão fundamentada. Essa abordagem buscou promover uma compreensão mais ampla e crítica sobre o uso da Matemática na gestão de finanças pessoais.

Pergunta 8: No questionário inicial, esta questão teve como objetivo analisar a familiaridade do aluno com o cálculo básico de evolução de capital sob o regime juros compostos em um contexto simples de aplicação em poupança.

No questionário final, a questão elaborada foi bastante similar e visava verificar se houve melhora no índice de acerto.

Pergunta 9: Esta questão foi mantida nos questionários inicial e final. No questionário inicial, teve como objetivo analisar a compreensão dos alunos sobre a diferença entre taxas proporcionais e taxas equivalentes no regime de juros compostos e no questionário

final buscou-se verificar se houve melhora no índice de acerto.

Pergunta 10: Esta questão também foi mantida nos questionários inicial e final. No questionário inicial, teve como objetivo analisar o conhecimento prévio e a familiaridade dos alunos com os dois principais sistemas de amortização, PRICE e SAC, por meio da observação das características de suas parcelas e da identificação de suas diferenças conceituais.

No questionário final, buscou-se avaliar a consolidação do conhecimento através do aumento do índice de acerto.

4.2 Discussão dos resultados

Nesta seção apresentamos os resultados das respostas dos discentes às perguntas propostas nos questionários inicial e final e uma análise desses dados.

Pergunta 1: No questionário inicial, dos 26 estudantes, 21 (80,8%) demonstraram alguma familiaridade com o termo “juros”, indicando uma compreensão básica, ainda que superficial, como pode ser observado nos dados da Figura 4.1. No entanto, é crucial notar que 5 alunos (19,2%) associaram juros a conceitos como “multa” ou “imposto”. Essa associação revelou a existência de equívocos conceituais que precisavam ser corrigidos. A ausência de um contexto prático ou de uma situação problema nessa etapa inicial provavelmente contribuiu para essa falta de clareza, evidenciando a necessidade de uma proposta didática contextualizada, conforme preconizado pelas teorias construtivistas e socioculturais de Piaget [21], Vygotsky [27], Dewey [11] que ressaltam a importância da interação com o ambiente e o contexto para a construção do conhecimento.

01) O que você entende por juros?

21 / 26 respostas corretas

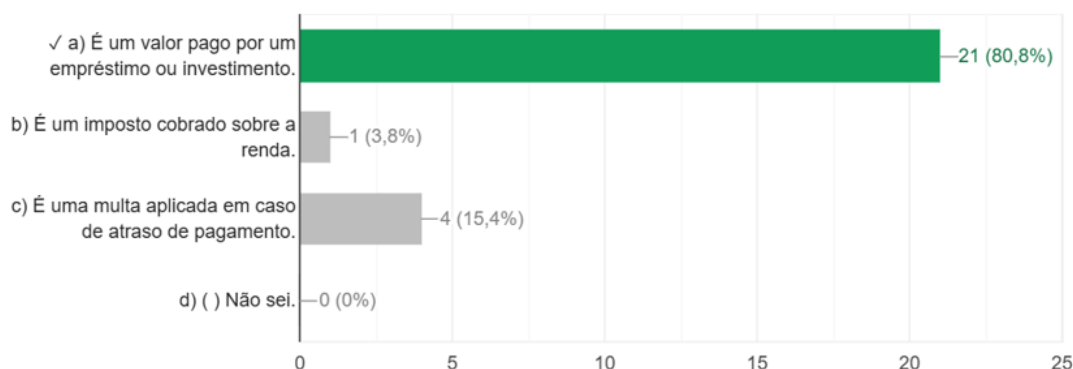


Figura 4.1: Respostas da Pergunta 1 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

No questionário final, o aumento da taxa de acerto para 96,2%, conforme apresentado na Figura 4.2, demonstra que os estudantes não se limitaram a memorizar a definição de juros, mas desenvolveram a capacidade de aplicar o conceito em um problema prático e contextualizado. A habilidade de responder corretamente a essa pergunta mais complexa demonstra uma compreensão mais profunda e duradoura, transformando o conhecimento abstrato em uma ferramenta para solucionar problemas do cotidiano. Observa-se que a contextualização foi fundamental para solidificar a aprendizagem e superar os equívocos iniciais.

01) O preço, à vista, de uma geladeira é R\$ 1.450,00. Denys comprou essa geladeira e pagará R\$ 1.576,00 daqui a um mês. Nessas condições, a loja cobrou mais 8% sobre o preço à vista. O que representa essa quantia, a mais, paga por Denys?

25 / 26 respostas corretas

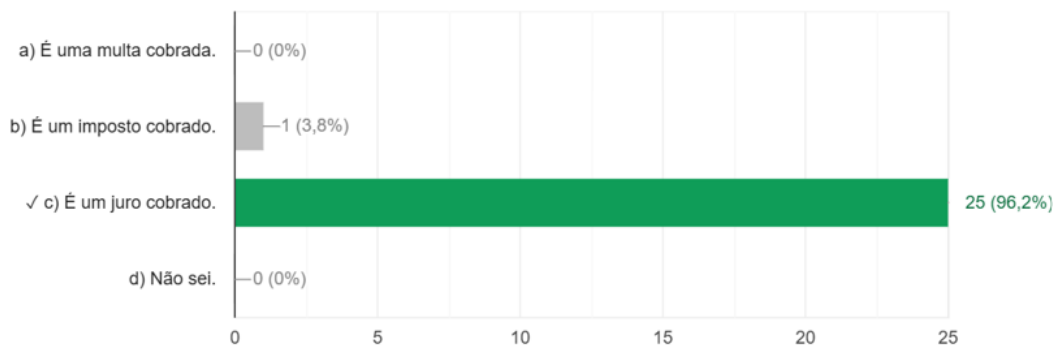


Figura 4.2: Respostas da Pergunta 1 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Pergunta 2:

No questionário inicial, a maioria dos participantes, 96,2% da amostra, demonstrou familiaridade com a distinção entre juros simples e compostos, conforme dados apresentados na Figura 4.3. Essa porcentagem expressiva de respostas corretas sugere que os alunos já possuíam, em grande parte, uma compreensão conceitual sólida da diferença entre esses dois regimes de capitalização.

02) Qual a diferença entre juros simples e juros compostos?

25 / 26 respostas corretas

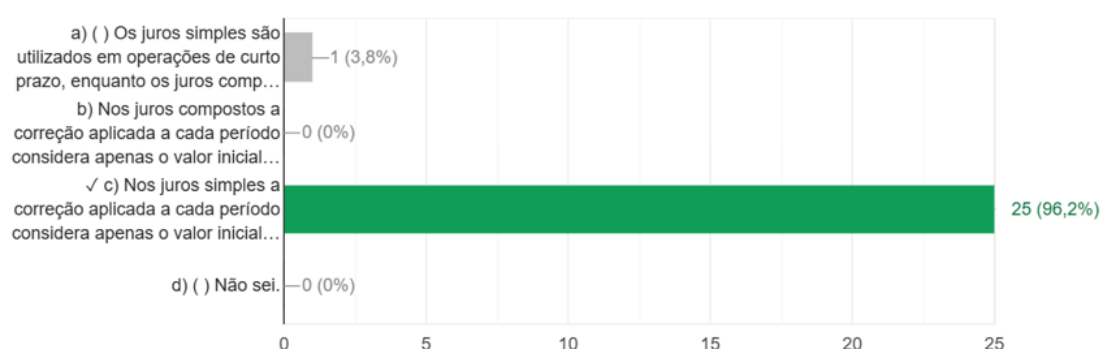


Figura 4.3: Respostas da Pergunta 2 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

No questionário final, dos 26 participantes, 18 (69,2%) demonstraram uma compreensão correta da diferença entre os regimes de juros na prática, conforme apresentado na Figura 4.4.

02) Arthur foi contemplado pelo programa do governo, pé-de-meia, e recebeu o valor de R\$ 200,00. Ele tem 2 opções de investimento:

I. Aplicação em regime de juro simples à taxa de 1% a.m.;

II. Aplicação em regime de juros composto à taxa de 0,98% a.m.

Para um período de 3 meses, qual das opções é mais vantajosa para o investidor Arthur?

18 / 26 respostas corretas

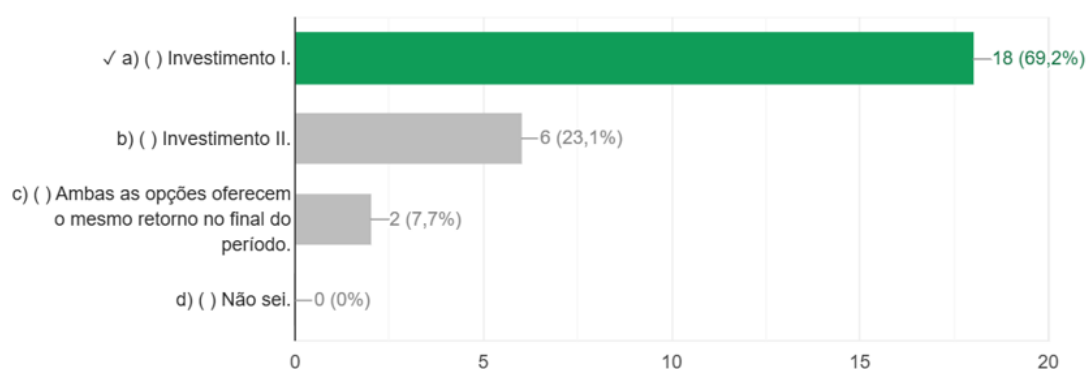


Figura 4.4: Respostas da Pergunta 2 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Apesar de ser uma maioria, é importante notar a diminuição em relação aos 96,2% que apresentaram compreensão conceitual no questionário inicial. Isso indica que, embora a compreensão conceitual estivesse consolidada, a aplicação prática desses conhecimentos em cenários reais ainda não estava bem entendida. Através das análises dos rascunhos dos participantes foi possível constatar alguns erros, tais como:

- Arredondamento da taxa de 0,98% para 1%, desconsiderando a diferença crucial entre as taxas, conforme resolução de um participante, apresentada na Figura 4.5.

The image shows handwritten calculations for two types of interest: Simple and Compound. Under 'Simple', the student writes $J = 2 \cdot 3$ and $J = 200 \cdot 0,01 \cdot 3$, leading to $M = 6,00 + 200 = 206$. Under 'Composto', the student writes $M = C \cdot (1+i)^t$ and $M = 200 \cdot 1,01^3$, leading to $M = 206,0602$. The student has incorrectly rounded the 0.98% rate to 1%.

Figura 4.5: Erro de um participante ao arredondar a taxa de 0,98% para 1%, na resolução da Pergunta 2 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

- Conversão incorreta da taxa percentual para decimal, conforme resposta de um participante, apresentada na Figura 4.6.

2. Arthur foi contemplado pelo programa do governo, pé-de-meia, e recebeu o valor de R\$ 200,00. Ele tem 2 opções de investimento:

I. Aplicação em regime de juro simples à taxa de 1% a.m.;

II. Aplicação em regime de juros composto à taxa de 0,98% a.m.

Para um período de 3 meses, qual das opções é mais vantajosa para o investidor Arthur?

a) () Investimento I.

b) (X) Investimento II.

a) () Ambas as opções oferecem o mesmo retorno no final do período.

b) () Não sei.

Handwritten calculations for the options:

- For Simple Interest: $juros\ simples: 1\% = 0,01 = 200 \cdot 0,01 \cdot 3$
- For Compound Interest: $juros\ compostos: 0,98\% = C \cdot (1+i)^t$
- Calculation for Option II: $200(1+0,0098)^3$ and $200 \cdot 1,0098^3 = 204,75$

Figura 4.6: Erro de um participante ao converter a taxa de 0,98% para 0,0098, na resolução da Pergunta 2 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

- Além disso, a proximidade dos resultados financeiros entre as duas opções também pode ter levado os participantes a usarem aproximações incorretas, impactando a exatidão da resposta.

A queda no índice de acerto na questão contextualizada, comparada ao questionário inicial, ressalta a complexidade de transpor o conhecimento teórico para a resolução de

problemas práticos. A proposta didática, embora bem-sucedida em consolidar o conceito, precisa de ajustes para reforçar alguns conceitos iniciais e a interpretação em cenários de aplicação.

Pergunta 3:

De acordo com a Figura 4.7, no questionário inicial, 76,9% dos participantes demonstraram entendimento correto do conceito de taxa de juros. Esse dado sugere que a maioria dos alunos já possuía uma base de conhecimento adequada do assunto. No entanto, uma parcela considerável da amostra, 23,1% dos participantes, apresentou uma concepção equivocada, associando a taxa de juros a uma “multa aplicada em caso de atraso de pagamento”. Essa confusão é preocupante, pois indica uma lacuna fundamental na compreensão de um conceito financeiro básico. A interpretação de juros como multa por atraso pode advir de experiências cotidianas com boletos e carnês, onde de fato há a cobrança de multas com incidência de juros por atraso.

03) O que é taxa de juros?

20 / 26 respostas corretas

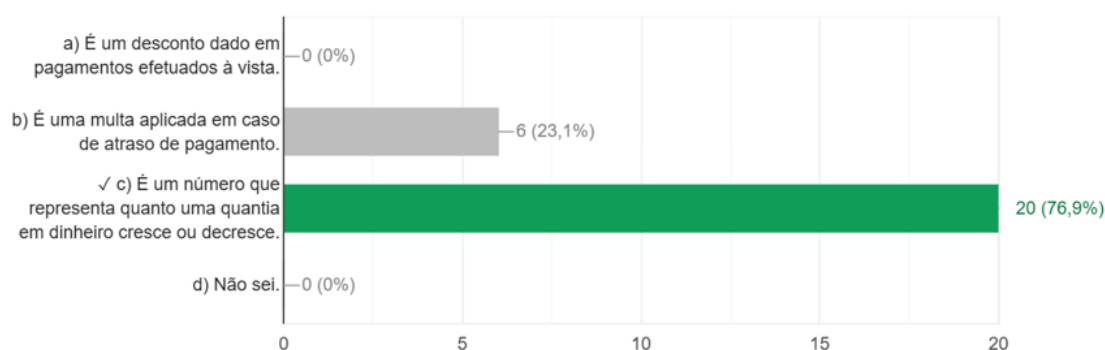


Figura 4.7: Respostas da Pergunta 3 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

No questionário final, conforme Figura 4.8, 96,2% dos participantes demonstraram ter compreendido o conceito corretamente. Esse expressivo aumento no entendimento, mesmo com uma questão mais complexa e contextualizada, evidenciou que a abordagem pedagógica adotada foi eficaz em dissipar as concepções errôneas e em solidificar o conhecimento dos alunos sobre a taxa de juros. A utilização de uma situação-problema no questionário final provavelmente contribuiu para que os alunos aplicassem o conceito em um contexto prático, reforçando o aprendizado e demonstrando uma compreensão mais profunda.

03) Um produto, cujo preço era R\$ 800,00, foi vendido por R\$ 980,00. Qual foi o percentual de lucro sobre o preço de custo?

25 / 26 respostas corretas

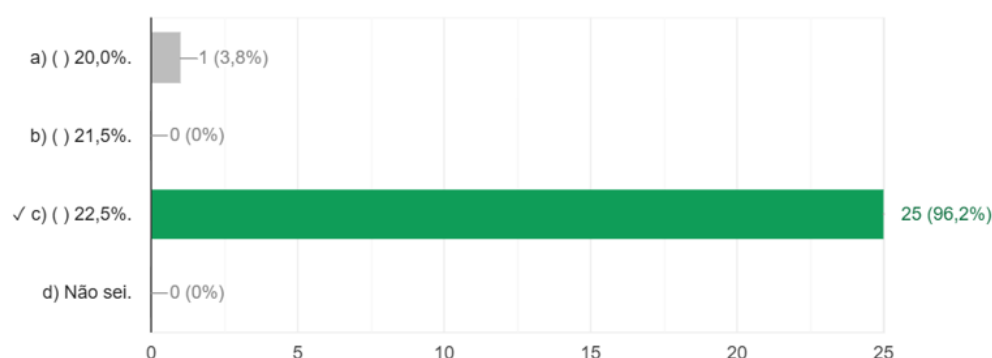


Figura 4.8: Respostas da Pergunta 3 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Pergunta 4:

As respostas do questionário inicial revelaram o reconhecimento generalizado da poupança, com 100% dos participantes indicando familiaridade com essa modalidade, como se pode ver na Figura 4.9. Esse dado não surpreende, dada a popularidade e a acessibilidade da poupança no Brasil, sendo frequentemente o primeiro contato das pessoas com o universo dos investimentos. Além da poupança, outros investimentos conhecidos pelos participantes foram fundos de investimento, ações de empresas, CDB (Certificado de Depósito Bancário), Tesouro Direto, LCI (Letra de Crédito Imobiliário), LCA (Letra de Crédito do Agronegócio), LCD (Letra de Crédito do Desenvolvimento) e debêntures. De acordo com os relatos dos estudantes, essa familiaridade prévia foi influenciada tanto pelo ambiente familiar quanto por iniciativas externas de educação financeira, como cursos promovidos pelo Banco SICOOB. Por outro lado, os investimentos CRI (Certificado de Recebíveis Imobiliários) e CRA (Certificado de Recebíveis do Agronegócio) não foram reconhecidos. Essa menor familiaridade com CRI e CRA é compreensível, uma vez que são produtos de investimento que, embora de renda fixa, podem ser percebidos como mais complexos ou menos divulgados para o público em geral em comparação com a poupança ou o CDB.

04) Quais dos investimentos financeiros abaixo você já ouviu falar? Marque todos que já ouvir falar.

26 respostas

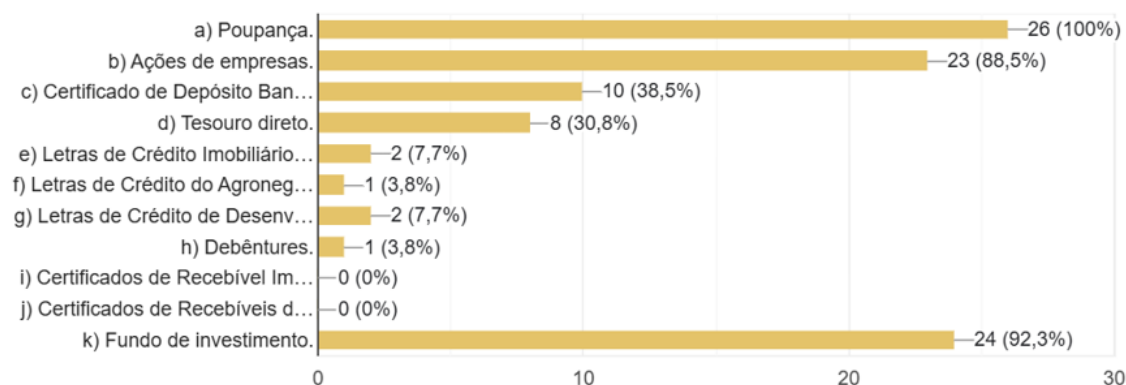


Figura 4.9: Respostas da Pergunta 4 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

No questionário final, com a pergunta sendo replicada, todos os títulos passaram a ser reconhecidos pelos participantes, uns mais e outros menos, conforme a Figura 4.10. Isso demonstra a eficácia da proposta didática em ampliar significativamente o leque de investimentos conhecidos pelos participantes. A familiaridade com CRI e CRA, que não foram reconhecidos inicialmente, aumentou. Embora o reconhecimento não tenha sido uniforme para todos os títulos, o fato de que todos passaram a ser identificados pelos estudantes é um indicativo de que a proposta didática conseguiu desmistificar e apresentar de forma acessível uma variedade maior de opções de investimento. A combinação de diferentes recursos (vídeos e palestras) e a promoção de atividades práticas (individual e em grupo com situações-problema) provavelmente contribuíram para uma assimilação mais efetiva e duradoura do conteúdo. Como Vygotsky [27] defendia em sua teoria sociocultural, a aprendizagem é otimizada por meio da interação social e do uso de múltiplos recursos mediadores, que neste caso incluem os vídeos e palestras, complementados pelas atividades práticas que promovem a construção ativa do conhecimento.

04) Quais dos investimentos financeiros abaixo você já ouviu falar? Marque todos que já ouvir falar.

26 respostas

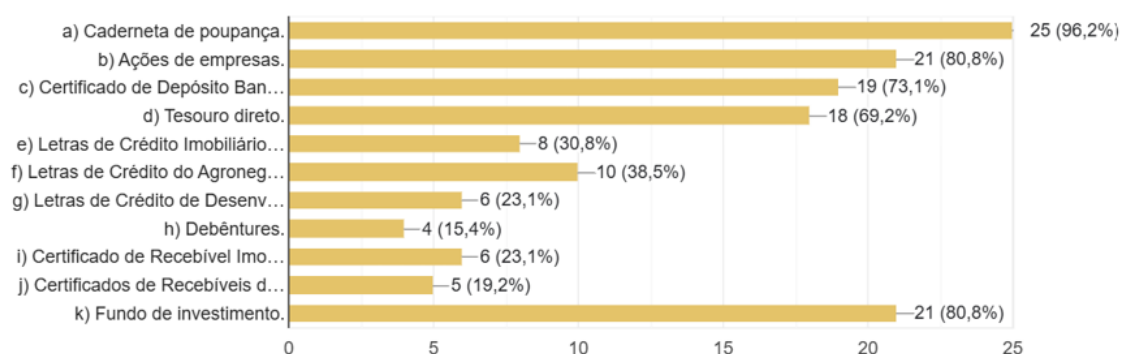


Figura 4.10: Respostas da Pergunta 4 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Pergunta 5:

De acordo com a Figura 4.11, no questionário inicial, 18 dos 26 participantes (aproximadamente 69,2%) identificaram corretamente que o preço final do produto seria inferior ao original. Esse percentual, indica que parte significativa dos estudantes já possuía uma compreensão, ainda que intuitiva, de que aumentos e descontos percentuais iguais e sucessivos não resultam em um valor neutro ou inalterado. No entanto, a análise dos erros é igualmente reveladora. Uma pequena parcela de 2 alunos (cerca de 7,7%) erroneamente supôs um aumento no preço final, o que pode indicar uma confusão conceitual ou uma aplicação incorreta de cálculos. Mais preocupante foi o grupo de 6 alunos (aproximadamente 23,1%) que acreditou que o preço permaneceria inalterado. Essa percepção, que assume uma anulação dos efeitos das taxas, demonstra uma lacuna significativa na compreensão do impacto de variações de taxas sucessivas sobre um valor base. Essa “ilusão da neutralidade” é um equívoco comum e ressalta a necessidade de corrigir essa ideia e solidificar o entendimento de que as taxas são aplicadas sobre bases diferentes a cada etapa.

- 05) A variação do preço de um produto ao longo de um mês ocorreu da seguinte forma: na primeira semana teve um aumento de 20% e na quarta semana um desconto de 20%. O preço do produto ao final do mês é:

18 / 26 respostas corretas

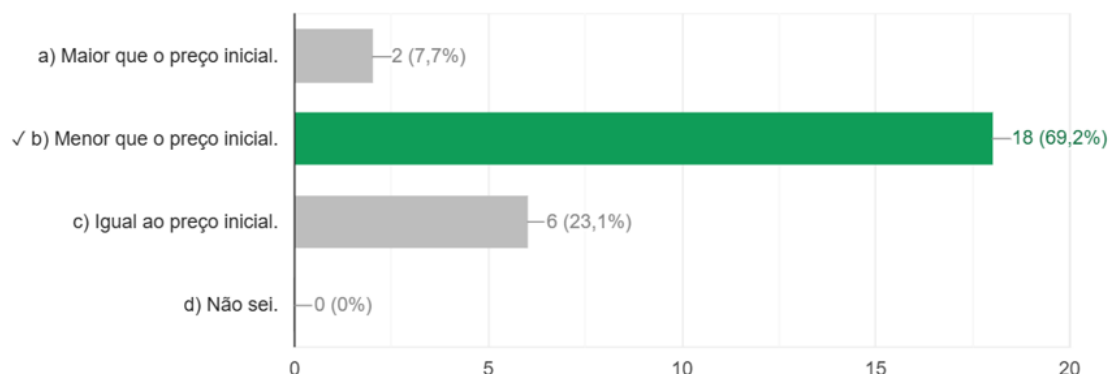


Figura 4.11: Respostas da Pergunta 5 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

As respostas do questionário final, conforme a Figura 4.12, indicam resultados bastante positivos, onde 84,6% dos participantes demonstraram ter compreendido o conceito de aumentos e descontos sucessivos corretamente. Houve um aumento, de aproximadamente, 15 pontos percentuais em relação ao questionário inicial (de 69,2% para 84,6%). Ainda que a maioria tenha acertado, uma pequena parcela de 11,5% dos estudantes respondeu “sim” (indicando uma soma direta de porcentagens) e 3,8% respondeu “não sei”. Embora esses percentuais sejam menores do que os percentuais dos erros iniciais, eles sugerem que, para uma minoria, o conceito ainda apresenta alguma dificuldade ou incerteza. A redução considerável do índice de erro é um forte indicativo de que a proposta didática foi bem-sucedida em desconstruir a concepção equivocada mais prevalente. A abordagem de problemas do cotidiano, tanto individualmente quanto em grupo, provavelmente contribuiu para que os estudantes pudessem visualizar e calcular de forma mais concreta o impacto real das variações percentuais, consolidando um entendimento mais preciso e menos intuitivo do fenômeno, corroborando as ideias de Johnson, Johnson, Holubec [17] sobre os benefícios da aprendizagem cooperativa na construção de um conhecimento mais profundo e aplicável.

- 05) Um produto que custa R\$ 100,00 sofreu um aumento de 8% em março e, em abril, foi reajustado em 12%. Podemos dizer que aplicar esses dois aumentos sucessivos equivale a aplicar um único aumento de 20% sobre o preço inicial?

22 / 26 respostas corretas

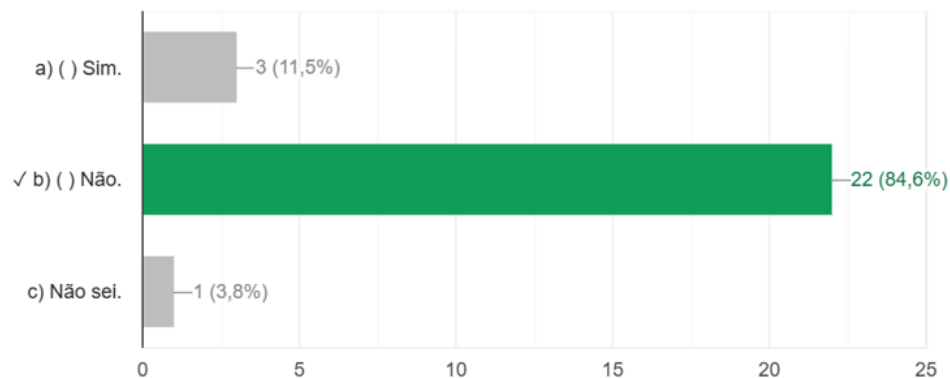


Figura 4.12: Respostas da Pergunta 5 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Pergunta 6:

O fato de 100% dos participantes terem resolvido corretamente essa questão do questionário inicial, como mostra a Figura 4.13, não é apenas um indicativo de domínio do cálculo básico ($120/200=60\%$), mas também sugere que a pergunta foi formulada de maneira clara e que os discentes conseguiram identificar prontamente a “parte” (economia) e o “todo” (parcela do auxílio) em um cenário familiar. Este resultado positivo estabeleceu uma base sólida de confiança e compreensão inicial, essencial para a progressão para desafios maiores. Além disso demonstrou, também, que os estudantes haviam internalizado a ideia fundamental de que a porcentagem representa uma relação proporcional entre duas quantidades.

06) Um(a) estudante do Ensino Médio foi contemplado pelo programa do governo, pé-de-meia. Decidiu, então, economizar R\$ 120,00 de cada parcela de R\$ 200,00 que recebesse. Que taxa percentual do auxílio ele(a) está economizando?

26 / 26 respostas corretas

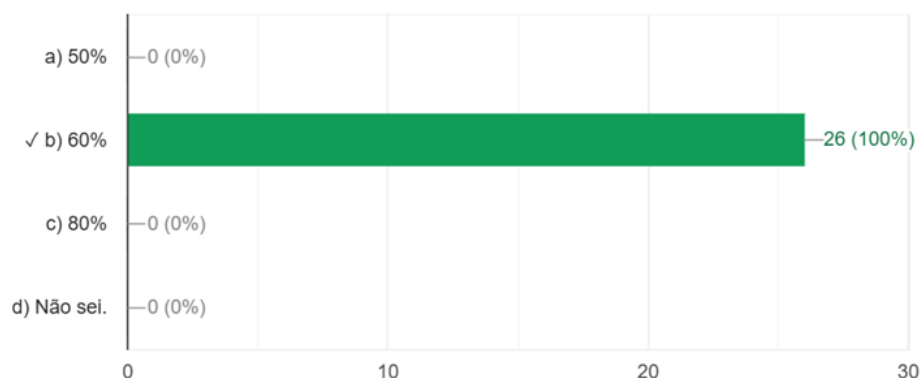


Figura 4.13: Respostas da Pergunta 6 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

No questionário final é possível verificar, pela Figura 4.14, que o resultado de 96,2% de acerto neste problema complexo demonstra que os alunos não apenas souberam calcular uma porcentagem, mas foram capazes de: analisar criticamente uma situação econômica; formular um plano de resolução que envolvia várias etapas lógicas; aplicar o conceito de porcentagem de forma flexível, adaptando-o para resolver um problema de “engenharia reversa” (qual desconto preciso para chegar a um valor?); compreender a aplicabilidade da porcentagem como uma ferramenta para tomada de decisões e análise de cenários reais de consumo. Assim, mesmo que tenha havido uma pequena redução quantitativa no índice de acerto, essa análise qualitativa evidencia que o processo de ensino e aprendizagem foi exitoso.

06) Observe o anúncio de um kit em duas lojas.



Qual deveria ser a taxa de desconto concedido pela loja B para que seu preço à vista fosse igual ao preço à vista da loja A?

25 / 26 respostas corretas

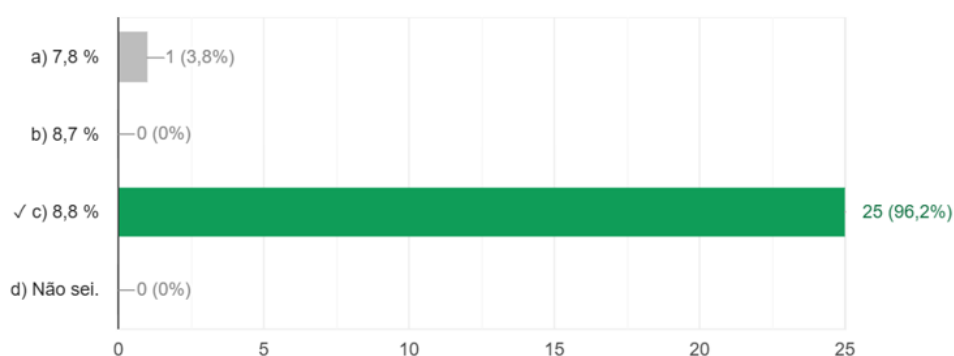


Figura 4.14: Respostas da Pergunta 6 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Pergunta 7:

Essa questão, no questionário inicial, apresentou um índice de acerto muito alto (96,2%), como pode ser observado na Figura 4.15. Esse resultado demonstrou que, em situações diretas de cálculo de desconto aplicadas a um contexto de compra, os alunos já possuíam um domínio considerável das operações percentuais básicas. A facilidade com que manipularam esses valores em um cenário familiar e cotidiano sugeriu uma compreensão intuitiva e funcional do conceito de porcentagem para fins de redução de preço.

07) Um mesmo aparelho celular está sendo vendido em duas lojas. Na loja A, o preço do aparelho é R\$ 2789,00 com 5% de desconto no Pix e na loja B, R\$ 2969,00 com 10% de desconto no Pix. Qual das duas lojas oferece um preço melhor?

25 / 26 respostas corretas

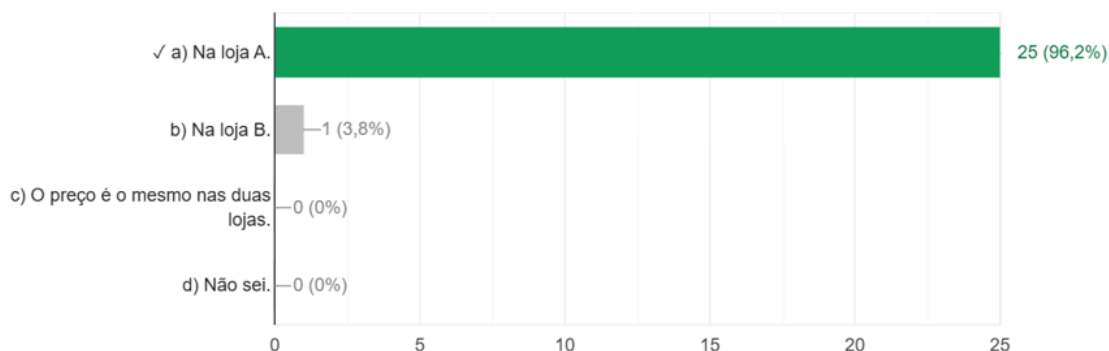


Figura 4.15: Respostas da Pergunta 7 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

O desafio proposto no questionário final foi significativamente maior: a análise e comparação de investimentos financeiros (Poupança e CDB), considerando variáveis como rendimento, impostos e tempo. A complexidade inerente a este problema, que envolve múltiplas variáveis e etapas de cálculo, contrastou acentuadamente com a simplicidade da questão inicial. Nesse cenário mais exigente, de acordo com a Figura 4.16, 18 alunos (69,2%) foram capazes de realizar a análise e comparação de forma satisfatória. Esse percentual de acerto, embora inferior ao da questão inicial, é qualitativamente positivo considerando a maior complexidade do problema, pois demonstra que a proposta didática foi eficaz em capacitar os alunos a aplicar seus conhecimentos percentuais em um contexto financeiro mais sofisticado, envolvendo não apenas o cálculo direto, mas também a interpretação de dados, a consideração de impostos e a projeção ao longo do tempo.

- 7) Fernando foi pesquisar qual o rendimento e os impostos pagos na Caderneta de Poupança e no Certificado de Depósito Bancário (CDB), para que assim pudesse decidir qual seria o melhor investimento a fazer, já que iria investir um capital de R\$ 10.000,00. Essas foram as informações encontradas por Fernando:

	Rendimento Mensal (%)	Imposto de Renda (IR)
Caderneta de Poupança	0,570	ISENTO
Certificado de Depósito Bancário	0,880	22,5 % (sobre o ganho)

Ao analisar tais informações, qual o melhor investimento e quanto renderá após três meses?

18 / 26 respostas corretas

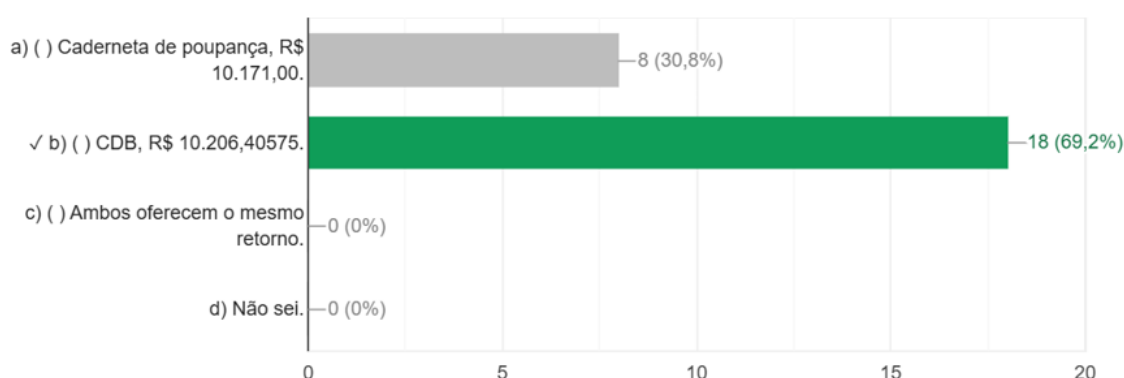


Figura 4.16: Respostas da Pergunta 7 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Vale observar que, dentre os 8 participantes (30,8%) que não realizaram a comparação corretamente, identificamos erros devido a equívocos, que podem decorrer tanto de uma deficiência na organização das informações, quanto de falhas na execução das operações matemáticas envolvidas, ou mesmo da leitura superficial do enunciado que leva à omissão de detalhes cruciais (como a incidência de impostos ou a duração do investimento). A Figura 4.17 mostra que um discente efetuou os cálculos corretamente, mas confundiu, ao final, o montante do CDB com o montante da poupança.

7. $M = C \cdot (1+i)^t$

$M = 10\,000 \cdot (1+0,0057)^3$

$M = 10\,000 \cdot 1,0171976552$

$x = 10.171,97$

$M = C \cdot (1+i)^t$

$M = 10\,000 \cdot (1+0,0028)^3$

$M = 10\,000 \cdot 1,0266330016$

$x = 10.266,33$

$x = 266,33 - 22,5\%$

$x = 69,92$

$x = 10.171,97$

$- 59,92$

$10.171,97$

Figura 4.17: Erro de um discente ao confundir o valor do CDB com o da poupança na resolução da Pergunta 7 do Questionário final.

Fonte: Autora.

Pergunta 8:

A análise da Figura 4.18 revela que 61,5% dos alunos (16 de 26) já tem uma compreensão satisfatória do cálculo do montante final em juros compostos. Esse dado inicial é promissor, pois indica que uma parte significativa da turma já está familiarizada com o conceito e a influência do tempo no crescimento do capital. Por outro lado, para o grupo de nove discentes (34,6%) que marcaram a resposta incorreta a), acreditamos que, a dificuldade não esteja no conceito em si, mas no processo de cálculo, como erros de arredondamento e simplificações. Há ainda a resposta isolada de um discente, que aponta para um erro conceitual mais significativo, a confusão entre juros simples e compostos, ou a aplicação de taxas e períodos incorretos.

- 08) Um estudante do ensino médio recebeu R\$ 200,00 de presente de um familiar. Suponha que ele deposite integralmente esse valor em uma conta poupança que rende 0,5% de juros ao mês no regime de juros compostos. Quanto ele terá em sua conta ao final de um ano (12 meses), aproximadamente?

16 / 26 respostas corretas

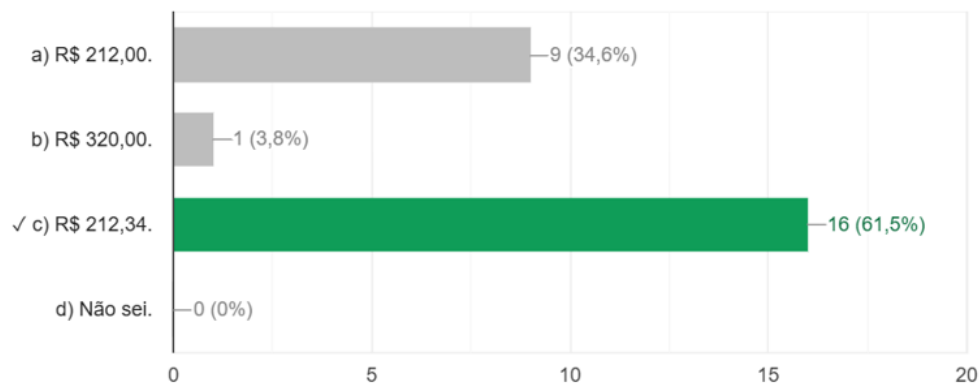


Figura 4.18: Respostas da Pergunta 8 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

O resultado das respostas no questionário final, na Figura 4.19, é um testemunho da eficácia da metodologia utilizada. Todos os alunos (100%) demonstraram ter alcançado o objetivo de aprendizagem, o que sugere que as lacunas identificadas no questionário inicial foram completamente preenchidas. O resultado indica que os participantes não só aprenderam a calcular, mas também a compreender as nuances e as características dos diferentes regimes de juros. A abordagem de construção do raciocínio através do preenchimento de tabelas, período a período, foi um método didático eficaz. Conforme a visão de D'Ambrósio [8], o professor atuou como um "articulador do saber", permitindo que os alunos visualizassem o crescimento linear dos juros simples (progressão aritmética) e o crescimento exponencial dos juros compostos (progressão geométrica). Essa abordagem conduziu-os a uma compreensão mais profunda e conceitual, indo além da mera aplicação de fórmulas, colocando a resolução de problemas no cerne do aprendizado.

08) Um investimento de R\$ 10.000,00 com taxa de juros compostos de 10% ao ano, durante 2 anos, renderá:

26 / 26 respostas corretas

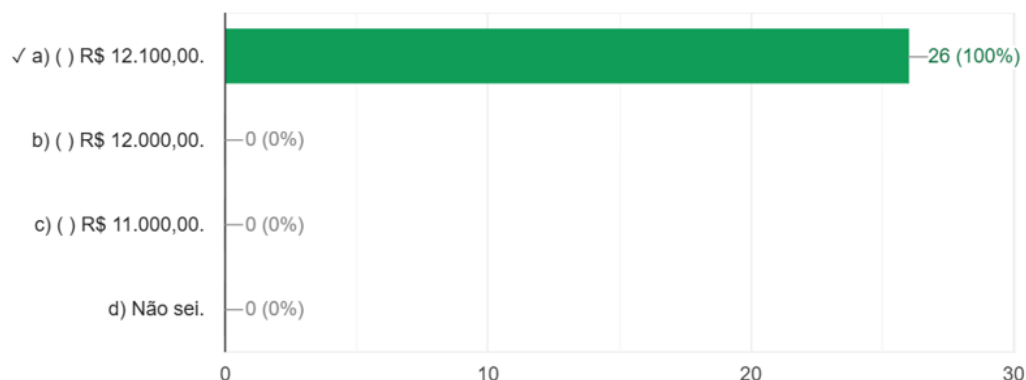


Figura 4.19: Respostas da Pergunta 8 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Pergunta 9:

O resultado, conforme a Figura 4.20, mostra que a maioria dos participantes (69,2%) marcaram a resposta correta. Isso demonstra uma compreensão, mesmo que intuitiva, de que essas taxas, embora proporcionais não produzem o mesmo montante ao final de um ano. No entanto, a parcela significativa que errou a questão (23,1%) afirmando que os retornos são iguais, indica um erro comum de raciocínio, onde a taxa mensal de 1% é simplesmente multiplicada por 12 ($1\% \times 12 \text{ meses} = 12\%$), levando à falsa conclusão de que o rendimento é o mesmo da Opção A. Isso ignora o efeito dos juros compostos e a diferença entre taxas proporcionais e equivalentes. O resultado demonstra a necessidade de aprofundar esse conceito.

09) Você possui R\$ 10.000,00 para investir e está em dúvida entre duas opções:

- Opção A: Rendimento de 12% ao ano no regime de juros compostos;
- Opção B: Rendimento de 1% ao mês no regime de juros compostos.

Considerando que você deseja aplicar o dinheiro por um período de 1 ano, qual opção oferece o maior retorno financeiro?

18 / 26 respostas corretas

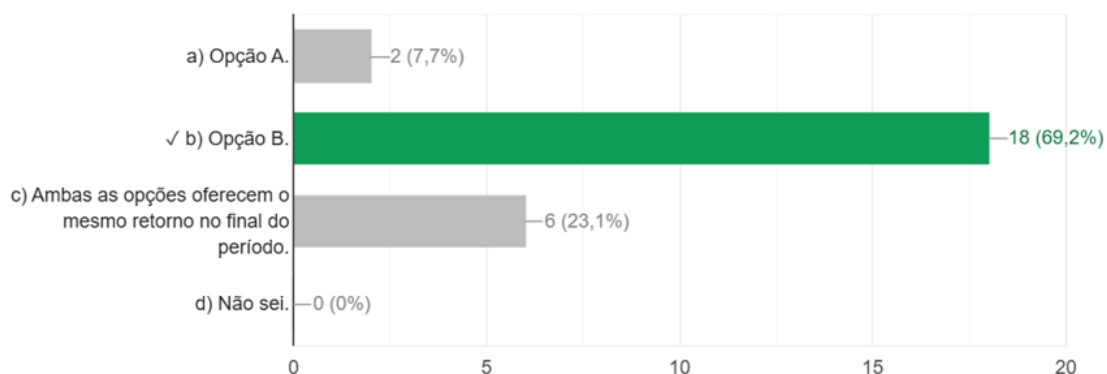


Figura 4.20: Respostas da Pergunta 9 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

A mesma pergunta foi feita novamente no questionário final e com um índice de 92,3% de acerto, como se pode ver na Figura 4.21. Esse resultado demonstrou que a estratégia de abordar os juros compostos por meio de situação-problema, aliada à revisão de conceitos matemáticos fundamentais e ao uso de ferramentas tecnológicas, foi bem-sucedida em superar as dificuldades inicialmente observadas. Os resultados obtidos confirmam que a metodologia empregada não apenas aprofundou o conhecimento dos alunos em juros compostos, mas também proporcionou uma valiosa oportunidade para reforçar e aplicar conceitos matemáticos essenciais, como a função exponencial.

09) Você possui R\$ 10.000,00 para investir e está em dúvida entre duas opções:

- Opção A: Rendimento de 12% ao ano no regime de juros compostos;
- Opção B: Rendimento de 1% ao mês no regime de juros compostos.

Considerando que você deseja aplicar o dinheiro por um período de 1 ano, qual opção oferece o maior retorno financeiro?

24 / 26 respostas corretas

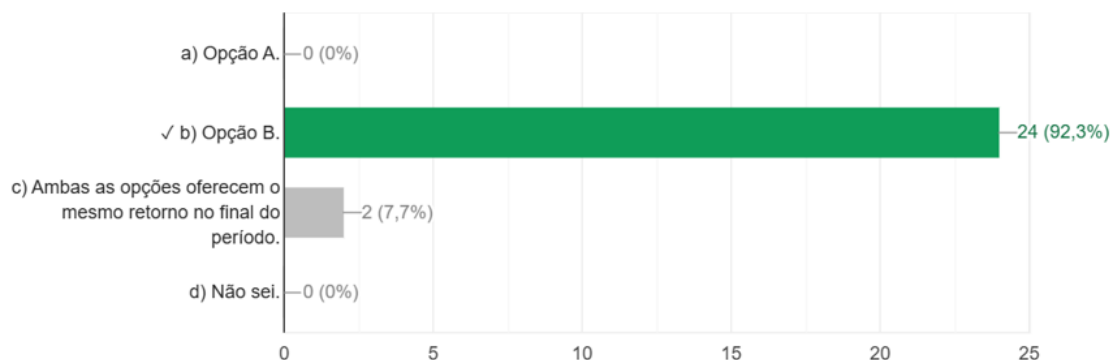


Figura 4.21: Respostas da Pergunta 9 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Pergunta 10:

A análise das respostas do questionário inicial revelou uma lacuna significativa na compreensão dos princípios fundamentais da matemática financeira, especialmente no que tange ao valor presente e à equivalência financeira. A dificuldade em reconhecer que duas opções de financiamento com estruturas de pagamento distintas, mas com a mesma taxa de juros, poderiam ser financeiramente equivalentes, aponta para uma tendência dos discentes em se prenderem à comparação de parcelas, ignorando o impacto do tempo sobre o dinheiro. De acordo com a Figura 4.22, apenas uma minoria de 23,1% (6 alunos) conseguiu identificar essa equivalência, enquanto a maioria se inclinou para a Opção 1 (parcelas iguais) ou Opção 2 (parcelas decrescentes), sugerindo uma percepção errônea de vantagem financeira. Esse resultado inicial sublinhou a urgência de aprofundar a compreensão desses conceitos para capacitar os estudantes a tomar decisões financeiras mais embasadas.

10) Você deseja financiar um veículo no valor de R\$ 36.000,00. A financiadora oferece duas opções de pagamento, com juros de 2% ao mês no regime de juros compostos:

- Opção 1: 4 parcelas iguais, cada uma delas no valor de R\$ 9.454,46, sendo a primeira parcela paga um mês após a compra;
- Opção 2: 4 parcelas diferentes, nos valores de R\$ 9.720,00, R\$ 9.540,00, R\$ 9.360,00 e R\$ 9.180,00 sendo a primeira parcela paga um mês após a compra.

Qual das duas opções é mais vantajosa?

6 / 26 respostas corretas

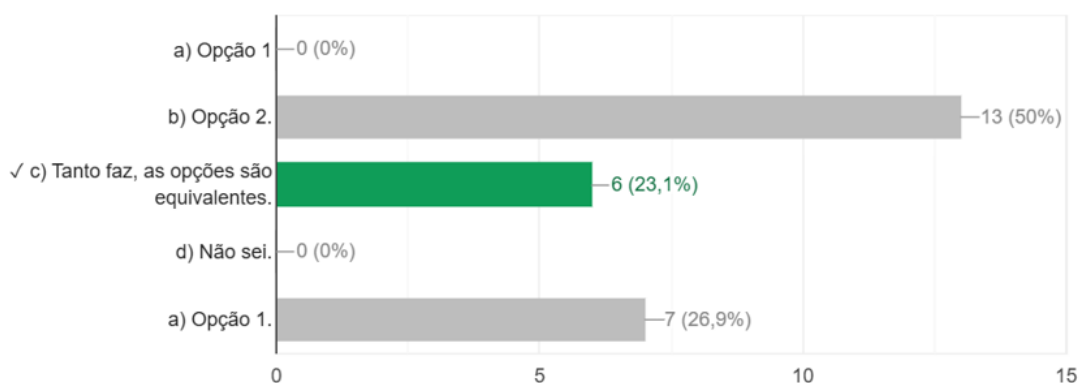


Figura 4.22: Respostas da Pergunta 10 do Questionário Inicial.

Fonte: Autora.

Pela análise das respostas do questionário final da Figura 4.23, 57,7% dos participantes responderam corretamente a pergunta, o que corresponde a um aumento de 34,6% em relação ao questionário inicial. Esse aumento expressivo mostra que a proposta didática foi eficaz em abordar as lacunas de aprendizado. A combinação de uma abordagem mais estruturada, o uso de recursos adequados (calculadoras científicas e planilhas eletrônicas) e a discussão crítica dos sistemas de amortização permitiu que os alunos superassem as dificuldades iniciais e desenvolvessem uma compreensão mais sólida de conceitos financeiros essenciais. Essa experiência reforça a ideia de que o ensino de matemática financeira, especialmente em tópicos complexos como sistemas de amortização, exige não apenas a apresentação dos conceitos, mas também o fornecimento de ferramentas práticas, o acompanhamento próximo e a criação de um ambiente que favoreça a exploração e a discussão. A superação dos desafios iniciais, culminando em uma melhora substancial na compreensão dos alunos, valida a importância de estratégias didáticas flexíveis e adaptadas à heterogeneidade da turma.

10) Você deseja financiar um veículo no valor de R\$ 36.000,00. A financiadora oferece duas opções de pagamento, com juros de 2% ao mês no regime de juros compostos:

- Opção 1: 4 parcelas iguais, cada uma delas no valor de R\$ 9.454,46, sendo a primeira parcela paga um mês após a compra;
- Opção 2: 4 parcelas diferentes, nos valores de R\$ 9.720,00, R\$ 9.540,00, R\$ 9.360,00 e R\$ 9.180,00 sendo a primeira parcela paga um mês após a compra.

Qual das duas opções é mais vantajosa?

15 / 26 respostas corretas

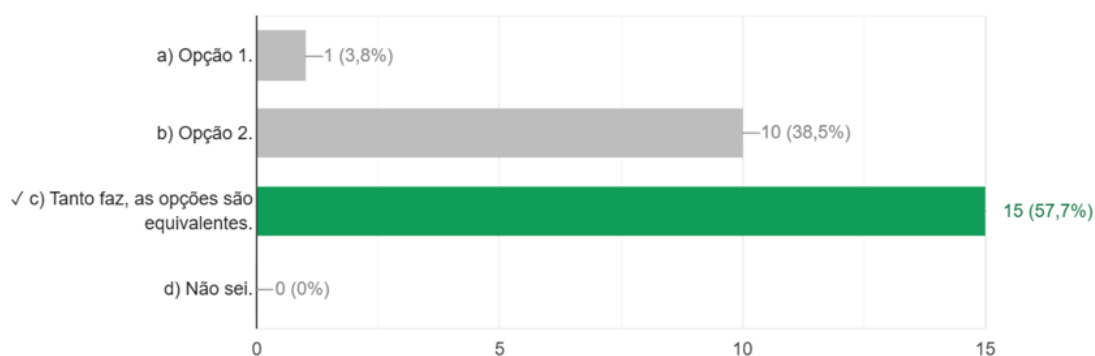


Figura 4.23: Respostas da Pergunta 10 do Questionário Final.

Fonte: Autora.

Para encerrar este capítulo, podemos destacar que a análise comparativa entre os questionários inicial e final evidenciou avanços significativos na aprendizagem dos estudantes, especialmente no que se refere à compreensão conceitual e à aplicação prática dos conteúdos de Matemática Financeira. De modo geral, os resultados indicam que a proposta didática contribuiu para a superação de concepções equivocadas iniciais, para o fortalecimento do entendimento de conceitos fundamentais como juros, taxa de juros e variações percentuais sucessivas e para a ampliação do repertório dos alunos acerca de diferentes modalidades de investimento. As dificuldades remanescentes, observadas principalmente em questões que exigiam maior rigor conceitual e interpretação contextualizada, revelam que a transposição do conhecimento teórico para situações práticas ainda demanda reforço pedagógico contínuo. Ainda assim, os dados analisados permitem concluir que a abordagem adotada se mostrou eficaz ao promover uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e alinhada ao cotidiano dos estudantes, fornecendo subsídios importantes para reflexões e ajustes futuros na prática docente.

5 Considerações finais

O presente trabalho teve como objetivo avaliar a eficácia de uma abordagem pedagógica no aprimoramento da aprendizagem da Matemática Financeira para discentes do 3º ano do Ensino Médio. Fundamentamos nossa proposta em pressupostos teóricos que orientam práticas contextualizadas, investigativas e centradas no estudante, dialogando com os princípios da aprendizagem significativa de Ausubel [2], da pedagogia problematizadora de Freire [12] e da perspectiva socioconstrutivista de Vygotsky [26]. Esses referenciais sustentaram a concepção de ensino adotada e reforçaram a importância da participação ativa, do diálogo, da colaboração e da resolução de problemas na construção do conhecimento matemático.

Este trabalho estruturou-se em três etapas principais: aplicação de um questionário inicial, com o intuito de aferir o conhecimento prévio dos discentes sobre temas como juros, taxas, investimentos, aumentos, descontos e sistemas de amortização; implementação da proposta didática, fundamentada na resolução de problemas contextualizados e no uso de ferramentas tecnológicas; e, por fim, aplicação de um questionário final, destinado a avaliar o progresso e a consolidação da aprendizagem.

Iniciamos o processo de ensino com noções elementares, como porcentagem e regra de três, conduzindo, gradativamente, os estudantes à formalização teórica dos conceitos financeiros. Essa transição do concreto para o abstrato valorizou a flexibilidade da Matemática, permitindo que um mesmo problema fosse resolvido por diferentes caminhos, desenvolvendo o raciocínio lógico e a autonomia intelectual dos alunos. Em consonância com Pólya [23], a resolução de problemas mostrou-se uma estratégia eficaz para estimular o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de tomada de decisão.

Um dos aspectos mais relevantes da nossa proposta foi o abandono do ensino centrado na memorização mecânica em favor de estratégias que estimulam a construção ativa do conhecimento. A elaboração de tabelas, a identificação de padrões e a dedução colaborativa de fórmulas transformaram a sala de aula em um ambiente dinâmico de

exploração e descoberta. As atividades em grupo mostraram-se particularmente eficazes, promovendo o diálogo, a troca de ideias e a aprendizagem coletiva. O envolvimento e o entusiasmo observados durante essas dinâmicas demonstraram que o engajamento ativo é um fator determinante para a consolidação do aprendizado.

O uso de planilhas eletrônicas também se revelou um recurso pedagógico de grande impacto, pois além de facilitar os cálculos, possibilitou aos alunos explorar diferentes cenários financeiros e refletir sobre as consequências de suas decisões, fortalecendo a integração entre teoria e prática e estimulando o pensamento crítico.

Verificamos que a metodologia adotada mostra-se plenamente alinhada aos princípios e orientações da BNCC, que valoriza o raciocínio lógico, a resolução de problemas contextualizados e o uso de tecnologias digitais. Nossa proposta dialoga diretamente com as Competências Gerais da Educação Básica, especialmente no que se refere à investigação (Competência 2) e à capacidade de tomar decisões de forma autônoma e responsável (Competência 6). No campo específico da Matemática, reafirma o protagonismo do estudante e incentiva a formulação e validação de conjecturas, conforme preconiza a BNCC.

Em síntese, demonstramos que o ensino de Matemática Financeira, quando pautado na contextualização, na problematização e na construção ativa do conhecimento, promove uma aprendizagem mais significativa e duradoura, e evidencia que, mais do que compreender cálculos, os discentes desenvolveram competências que os capacitam a utilizar a Matemática como ferramenta de leitura crítica da realidade e de empoderamento financeiro, preparando-os para enfrentar, com autonomia e consciência, os desafios do século XXI.

Os resultados obtidos por meio da comparação entre os questionários inicial e final, das observações em sala e da análise dos registros dos estudantes evidenciaram avanços significativos tanto na compreensão conceitual quanto na capacidade de aplicar os conhecimentos em diferentes contextos. Tais evidências apontam para a consolidação de aprendizagens quantitativas e qualitativas coerentes com as expectativas teóricas e pedagógicas que fundamentaram a proposta.

Dessa forma, concluímos que os objetivos estabelecidos na proposta didática foram plenamente alcançados e, por consequência, os objetivos da pesquisa também se confirmaram, uma vez que a abordagem pedagógica adotada demonstrou ser eficaz na promoção da aprendizagem significativa, crítica e contextualizada em Matemática Financeira.

REFERÊNCIAS

- 1 ARAÚJO, G. R. R. **Um estudo sobre matemática financeira básica enfatizando a educação financeira de alunos do ensino médio**. 2024. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Roraima, Boa Vista, 2024.
- 2 AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.
- 3 BIANCHINI, E. **Matemática financeira aplicada e contextualizada**. 2. ed. São Paulo: Érica, 2019.
- 4 BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.
- 5 BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; SOUZA, P. R. C. **Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas: ensino médio**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2020.
- 6 BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- 7 BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação, Brasília, DF, 2018. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 25 mar. 2025.
- 8 D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. Campinas: Papirus, 1996.
- 9 DANTE, L. R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 8. ed. São Paulo: Ática, 2003.
- 10 DANTE, L. R. **Matemática**. volume único. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.
- 11 DEWEY, J. **Experience and Education**. New York: Macmillan Company, 1938.

- 12 FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- 13 FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.
- 14 GITMAN, L. J. **Princípios de administração financeira**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2010.
- 15 GUERRA, F.; TANEJA, I. J. **Matemática financeira**. 3. ed. Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/ UFSC, 2014.
- 16 INFOMONEY. **Renda fixa: tudo o que você precisa saber para começar a investir**. 8 nov. 2022. Disponível em: <https://www.infomoney.com.br/guias/renda-fixa/>. Acesso em: 21 abr. 2025.
- 17 JOHNSON, D. W.; JOHNSON, R. T.; HOLUBEC, E. J. **Cooperation in the classroom**. Edina, MN: Interaction Book Company, 1998.
- 18 LORENZATO, S. (org.). **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. Campinas: Autores Associados, 2006.
- 19 MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Currículo Referência de Minas Gerais: Ensino Médio**. Belo Horizonte: SEE-MG, 2018. Disponível em: <<https://www.acervodenoticias.educacao.mg.gov.br/images/documentos/20181012->
Acesso em: 20 mar. 2025.
- 20 MORAN, J. M. **Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda**. São Paulo: [s.n.], 2015. Disponível em: https://moran.eca.usp.br/wp-content/uploads/2013/12/metodologias_moran1.pdf. Acesso em: 12 abr. 2025.
- 21 PIAGET, J. **A epistemologia genética**. Petrópolis: Vozes, 1971.
- 22 PILETTI, N. **Didática Geral**. 30. ed. São Paulo: Ática, 2017.
- 23 PÓLYA, G. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1986.
- 24 POZO, J. I. **A Solução de Problemas: Aprender a Resolver, Resolver para Aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

-
- 25 SILVA, M. C. **Ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio:** Uma abordagem Contextualizada com Ênfase na Educação Financeira e no Uso do Excel como Ferramenta Pedagógica. 2025. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Rondônia, 2025.
- 26 VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 6.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.
- 27 VYGOTSKY, L. S. **Mind in society:** the development of higher psychological processes. Cambridge: Harvard University Press, 1978.

APÊNDICE A

Proposta didática

1ª SEMANA

Aula 1 - Aplicação do Questionário Inicial (disponível no Apêndice C).

Aula 2 - Calculando porcentagens e descontos.

Quem nunca se pegou comparando preços nas lojas, tentando descobrir qual é a melhor oferta? Ser um consumidor esperto é como ser um detetive! Para desvendar os mistérios dos preços, precisamos de algumas ferramentas especiais, como a taxa percentual. Com ela, podemos calcular aumentos, descontos, lucros e prejuízos. Querem se tornar verdadeiros detetives dos preços? Então, preparem-se para decifrar os códigos e encontrar as melhores oportunidades!

O termo $x\%$, em que x é um número real qualquer, representa a razão centesimal $\frac{x}{100}$ e é chamado de porcentagem ou taxa percentual ou, simplesmente, percentual. A expressão 35%, por exemplo, significa que 35 partes de um todo foram divididas em 100 partes.

Exercício 1. Analise a situação a seguir e responda:

O que significa dizer que a bateria do seu celular chegou a 100%?



Figura A.1: Níveis de carga das baterias, referente à Aula 1 da proposta didática.

Fonte: Google.

Com base nas baterias da Figura A.1, responda:

- a) Qual delas tem 50% de carga?
- b) É correto afirmar que a segunda bateria tem, exatamente, 20% de carga?
- c) Qual é a carga da quarta bateria?

Exercício 2. Observe o anúncio da Figura A.2 e a Tabela A.1 :

Descontos imperdíveis para você!



Figura A.2: Promoção de descontos exclusivos para estudantes, referente à Aula 1 da proposta didática.

Fonte: Autora.

Tabela A.1: Preços e descontos da promoção para estudantes, referente à Aula 1 da proposta didática.

Produto	Preço original	Desconto para estudantes	Valor do desconto
Notebook	R\$ 2.999,00	10%	
Smartphone	R\$ 1.899,00	8%	
Tablet	R\$ 1.299,00	5%	
Livros	R\$ 49,90 cada	15% na compra de 3 ou mais	
Acessórios p/ celular	A partir de R\$ 19,90	20% em todos os produtos	

Fonte: Autora.

- a) Calcule o valor do desconto dos produtos e preencha a Tabela A.1.
- b) Quanto pagará um estudante que adquirir um smartphone e uma capinha de celular que custa R\$ 30,00?

Exercício 3. Um(a) estudante do Ensino Médio foi contemplado pelo programa do governo federal, o pé-de-meia. Decidiu, então, economizar 30% de cada parcela de R\$ 200,00 que recebesse. Que valor do auxílio ele(a) está economizando?

GABARITO

1. Dizer que a bateria do seu celular chegou a 100% significa que está totalmente carregada.

- a) A terceira bateria tem 50%.
- b) Não, ela tem exatamente 25% de carga.
- c) A carga da quarta bateria é 75%.

2. a) Notebook – R\$ 299,90; smartphone – R\$ 151,92; tablet – R\$ 64,95; livros – R\$ 22,455; acessórios para celular – R\$ 3,98.

b) Smartphone – R\$ 1.747,08; capinha de celular – R\$ 24,00; total – R\$ 1.771,08.

3. R\$ 60,00.

Aula 3 - Calculando porcentagens, descontos e aumentos.

Exercício 1. Analisemos uma outra situação: você pretende comprar um celular e deixou para fazer isso na véspera do Natal, em busca de melhores promoções. Na loja A, o aparelho que você escolheu custa R\$1.250,00 e está anunciado com 10% de desconto. Já na loja B, o mesmo celular custa R\$ 1.400,00, porém está com 20% de desconto.

- a) Calcule o valor final do aparelho em ambas as lojas.
- b) Com base nos resultados apresentados anteriormente, quando vamos fazer compras podemos escolher onde comprarmos apenas pelo preço do produto?
- c) E o que mudaria na resolução do exercício anterior se, ao invés de desconto, a situação fosse um aumento?

Observação: Para calcular o valor de algo após um desconto de $p\%$, devemos multiplicar o valor original por $(1 - p/100)$ e o valor de algo após aumento de $p\%$, devemos multiplicar o valor original por $(1 + p/100)$.

Exercício 2. Um funcionário de uma empresa, cujo salário bruto mensal é R\$ 5.300,00, tem um desconto de 15% para um imposto. Qual é seu salário líquido?

Exercício 3. Uma mercadoria que custava R\$ 100,00 sofreu um aumento de 25% em seu preço. Um cliente exigiu do vendedor um desconto sobre o preço, a fim de pagar por ela o mesmo que antes. Qual é a taxa de desconto pedida pelo cliente?

GABARITO

1. a) Na loja A – R\$ 1.125,00 e na loja B – R\$ 1.120,00.
b) Não, quando vamos fazer compras temos que analisar, também, o valor do desconto do produto.

c) Na loja A – R\$ 1.375,00 e na loja B – R\$ 1.680,00.

Em caso de aumento a loja A é mais vantajosa.

2. R\$ 4.505,00.

3. 20%.

Aula 4 - Calculando porcentagens, lucro e prejuízo.

Tudo o que uma empresa visa em seu trabalho é o lucro, isto é, o ganho obtido na compra e venda de determinado produto.

Matematicamente,

Lucro = Preço de venda - Preço de custo, ou em símbolos, $L = V - C$.

O **prejuízo** diz respeito à perda, isto é, quando o preço de venda é menor do que o preço de custo.

Saber calcular o lucro ou o prejuízo é importante, pois são conceitos fundamentais em transações financeiras.

Atividade prática**Procedimento:**

- Divida a turma em grupos de 3 a 4 alunos;
- Distribua um cartão com um cenário de compra e venda para cada grupo;

Observação: (Um mesmo cartão poderá repetir em 2 ou mais grupos).

• Os grupos devem analisar o cenário apresentado no cartão e resolver as questões propostas, (incentive a discussão e a troca de ideias entre os membros do grupo);

• Cada grupo apresenta seus cálculos e resultados para a turma, (o professor faz as correções e complementa as explicações, caso necessário).

Cartão 1: Um lojista compra um celular por R\$ 1.200,00 e o vende por R\$ 1.500,00. Calcule o lucro e a porcentagem de lucro em relação ao custo.

Cartão 2: Um comerciante que não possuía conhecimento de matemática, comprou uma mercadoria por R\$ 200,00. Acresceu a esse valor 50% de lucro. Certo dia, um freguês

pediu um desconto, e o comerciante deu um desconto de 40% sobre o novo preço, pensando que, assim teria um lucro de 10%. O comerciante teve lucro ou prejuízo? Qual o valor?

Cartão 3: Uma pequena loja de roupas comprou 100 camisetas por R\$ 10,00 cada uma. O dono da loja deseja vender as camisetas com lucro de 20% sobre o preço de custo. No entanto, após um mês, ele percebeu que só conseguiu vender 70 camisetas e decidiu fazer uma promoção para as restantes, vendendo-as por R\$ 8,00 cada uma.

a) Considerando todas as vendas, houve lucro ou prejuízo? Qual foi o valor total?

b) Qual foi a porcentagem de lucro ou prejuízo em relação ao custo total?

Cartão 4: Numa loja de automóveis usados, a comissão paga a cada um dos vendedores consiste num percentual sobre o total de vendas do vendedor, mais um bônus por meta atingida, conforme a Tabela A.2:

Tabela A.2: Atividade prática do cartão 4, referente à Aula 4 da proposta didática.

Total de vendas no mês	Percentual sobre o total de vendas	Bônus por meta atingida
Até R\$ 80.000,00	0,8%	R\$ 0,00
Entre R\$ 80.000,00 e R\$ 200.000,00	1,0%	R\$ 600,00
Acima de R\$ 200.000,00	1,2%	R\$ 900,00

Fonte: Autora.

a) Qual é a comissão paga a um vendedor que consegue vender R\$ 120.000,00 em um mês?

b) Quanto um vendedor precisará vender em um mês para receber uma comissão de R\$ 3.900,00?

c) Um dos vendedores apresentou uma reclamação ao gerente da loja porque havia recebido R\$ 1.000,00 de comissão. Explique por que esse valor está errado.

GABARITO

1. cartão 1: R\$ 300,00 – 25%

cartão 2: prejuízo de R\$ 20,00

cartão 3: a) lucro de R\$ 80,00

b) 8%

Cartão 4: a) R\$ 1.800,00

b) R\$ 250.000,00

c) O valor de R\$ 1.000,00 está incorreto, pois para vendas até R\$ 80.000,00 o vendedor recebe apenas 0,8% de comissão, sem bônus. Assim, sobre R\$ 40.000,00 ele deveria receber R\$ 320,00. O valor de R\$ 1.000,00 não se enquadra em nenhuma faixa prevista. Destaca-se a honestidade do vendedor, que avisou o gerente sobre o erro, demonstrando ética e responsabilidade.

2ª SEMANA

Aula 5 - Calculando e comparando situações-problema que envolvem juros simples e juros compostos.

Imagine um bolo crescendo na sua frente. A cada instante que passa, ele fica um pouquinho maior, certo? Os juros funcionam de um jeito parecido, mas com dinheiro!

Quando você coloca dinheiro no banco, é como se você estivesse plantando uma semente. Essa semente, com o tempo, vai gerando novos frutos, que são os juros. Quanto mais tempo você deixa seu dinheiro lá, maior será a sua “colheita”.

A semente representa o capital inicial, o sol representa a taxa de juros e a água representa o tempo. Quanto mais sol e água a planta receber, maior ela ficará.

Mas por que isso acontece? Os bancos pagam juros para você porque eles usam o seu dinheiro para fazer outros investimentos. É como se eles te pagassem um aluguel por usar o seu dinheiro.

E quando você pega um empréstimo? É como se você estivesse “alugando” dinheiro do banco. Por isso, você precisa pagar um aluguel por esse dinheiro, que são os juros.

O valor dos juros depende de vários fatores: Quanto dinheiro você tem, por quanto tempo você deixa ele lá e quanto o banco vai te cobrar para alugar seu dinheiro.

Mas, e qual é a diferença entre juros simples e compostos?

Juros Simples: Imagine que você tem uma planta que cresce sempre na mesma altura a cada mês. Os juros simples são como essa planta: ela cresce de forma constante.

Juros Compostos: Agora, imagine uma árvore que não só cresce em altura, mas também ramifica e produz frutos. A cada ano, ela fica muito maior do que no ano anterior. Os juros compostos são como essa árvore: eles crescem sobre o crescimento anterior, gerando um efeito “bola de neve”.

E sobre o **montante**? É o valor total que você terá na sua conta após um determinado período, considerando o valor inicial depositado e os juros acumulados.

Exercício 1. Analise as situações:

- Juros Simples: Você aplica R\$1.000,00 em um investimento que rende 10% ao ano. Determine o valor do montante no primeiro ano, no segundo, no terceiro e no quarto ano de aplicação.

OBSERVAÇÃO: (Juros simples: os juros de cada período são calculados sempre em função do capital inicial);

- Juros Compostos: Você aplica os mesmos R\$1.000,00 em outro investimento, também com 10% ao ano, mas com juros compostos. Determine o valor do montante no primeiro ano, no segundo, no terceiro e no quarto ano de aplicação.

OBSERVAÇÃO: (Juros compostos: os juros de cada período são calculados sempre em função do saldo existente no início do período correspondente).

Complete a Tabela A.3 e a Tabela A.4 com os resultados e, em seguida, construa um gráfico comparando o crescimento do dinheiro ao longo do tempo, com uma linha para os juros simples e outra para os juros compostos e compare os resultados.

No Regime de Juros Simples

Tabela A.3: Tabela para preenchimento, a juros simples, referente à Aula 5 da proposta didática.

Ano	Início do Ano	Juros	Final do Ano
1			
2			
3			
4			

Fonte: Autora.

No Regime de Juros Compostos

Tabela A.4: Tabela para preenchimento, a juros compostos, referente à Aula 5 da proposta didática.

Ano	Início do Ano	Juros	Final do Ano
1			
2			
3			
4			

Fonte: Autora.

a) Em qual dos dois regimes o capital cresce mais rapidamente?

b) De que forma ocorre a evolução do capital com o passar dos períodos de tempo t ?

Para facilitar os cálculos, utilizamos fórmulas:

- No regime de juros simples: $J = c \cdot i \cdot t$.

Em que: J = juros simples; C = capital inicial; i = taxa; t = tempo.

$M = C + J$ ou $M = C \cdot (1 + i \cdot t)$, em que M = montante.

- No regime de juros compostos:

$M = C \cdot (1 + i)^t$.

Em que: M = montante; C = capital inicial; i = taxa; t = tempo.

$J = M - C$, em que J = juros compostos.

GABARITO

1. No Regime de Juros Simples a tabela preenchida é apresentada na Tabela A.5.

Tabela A.5: Tabela preenchida, para juros simples, referente à Aula 5 da proposta didática. (gabarito).

Ano	Início do ano	Juros	Final do ano
1	1.000,00	100,00	1.100,00
2	1.100,00	100,00	1.200,00
3	1.200,00	100,00	1.300,00
4	1.300,00	100,00	1.400,00

Fonte: Autora.

No Regime de Juros Compostos a tabela preenchida é apresentada na Tabela A.6.

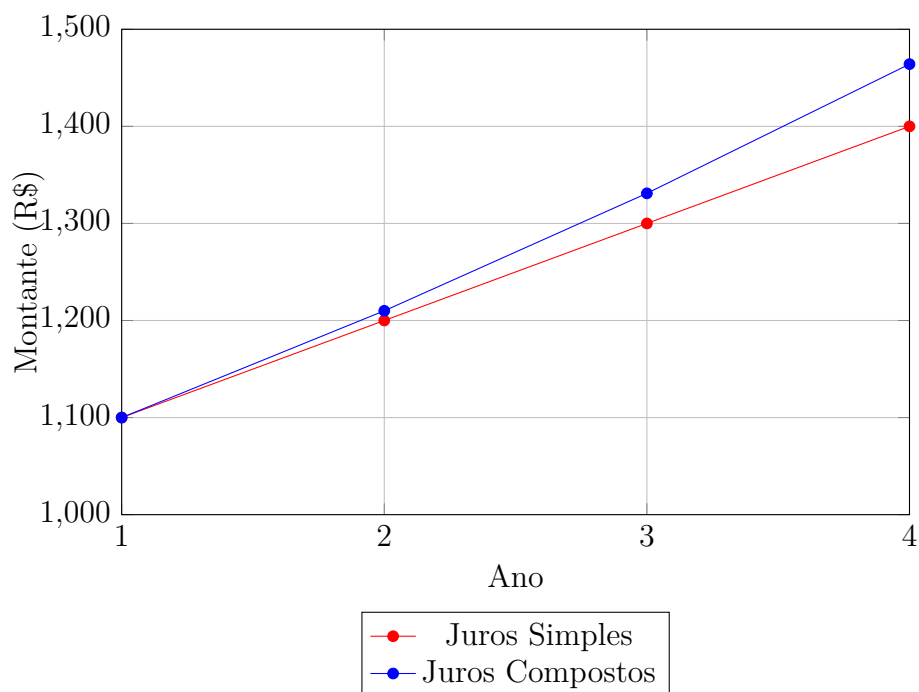
Tabela A.6: Tabela preenchida, para juros compostos, referente à Aula 5 da proposta didática. (gabarito).

Ano	Início do Ano	Juros	Final do Ano
1	1.000,00	100,00	1.100,00
2	1.100,00	110,00	1.210,00
3	1.210,00	121,00	1.331,00
4	1.331,00	133,10	1.464,10

Fonte: Autora.

O gráfico comparando o crescimento do dinheiro ao longo do tempo, no regime de juros simples e compostos é apresentado na Figura A.3.

Figura A.3: Comparação do montante entre juros simples e compostos ao longo de 4 anos, com capital inicial de R\$ 1.000,00 e taxa de 10% ao ano.



Fonte: Autora.

- a) No regime de juros compostos.
- b) A evolução do capital com o passar dos períodos de tempo (t) ocorre de forma:
 - linear (progressão aritmética de razão $r = 100,00$ e $a_1 = 1.000,00$), $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$, em regime de juros simples.

- exponencial (progressão geométrica de razão $q = 1 + 0,1$ e $a_1 = 1.000,00$),
 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, em regime de juros compostos.

Aula 6 – Relacionando o montante a juros simples com as progressões aritméticas.

Exercício 1. Num investimento financeiro, Geisa aplicou R\$ 1.000,00 e terá como rendimento mensal o valor fixo de R\$ 20,00.

- a) Qual será o montante que ela acumulará em 3 meses?
- b) Qual será o montante que ela acumulará em 6 meses?
- c) Qual será o montante que ela acumulará em 2 anos?
- d) Qual a expressão que mostra o montante acumulado em n meses?
- e) Em quanto tempo Geisa terá acumulado R\$ 1.960,00?

Exercício 2. Gabriel aplicou R\$ 1.000,00 a juros simples de 3% ao mês e Pedro aplicou R\$ 800,00 a juros simples de 4% ao mês. Após 1 ano, quem terá o maior montante?

Exercício 3. Ana aplicou R\$ 500,00 a juros simples de 2,5% ao mês e Clarice aplicou R\$ 450,00 a juros simples de 3% ao mês. Após 18 meses, qual a diferença entre os montantes de Ana e Clarice?

Exercício 4. Um veículo é financiado em 48 vezes com taxa de juros simples de 1% ao mês. Se o valor financiado foi de R\$ 40.000,00, qual será o valor total pago ao final do financiamento?

Exercício 5. Júlia fez um empréstimo de R\$ 1.000,00. Um mês depois pagou R\$ 1.400,00. Calcule os juros pagos e a taxa de juros.

GABARITO

- 1. a) R\$ 1.060,00.
- b) R\$ 1.120,00.
- c) R\$ 1.480,00.
- d) $M = C + 20,00 \cdot n$.
- e) 48 meses.
- 2. Gabriel.
- 3. R\$ 32,00.
- 4. R\$ 59.200,00.
- 5. R\$ 400,00, 40%.

Aula 7 - Relacionando o montante a juros compostos com as progressões geométricas.

Exercício 1. Um capital de R\$ 100.000,00 foi aplicado à taxa de 2% ao mês, num regime de juros compostos, durante quatro meses. Complete a Tabela A.7. Qual foi o montante no fim de cada mês?

Tabela A.7: Tabela para preenchimento - capital de R\$ 100.000,00 aplicado a 2% a.m. em regime de juros compostos, referente à Aula 7 da proposta didática

Mês	Início do Mês (R\$)	Juros (R\$)	Final do Mês (R\$)
0			
1			
2			
3			
4			

Fonte: Autora.

Exercício 2. Você precisa de R\$ 12.000,00 para realizar um intercâmbio daqui a 2 anos. Considerando que um banco remunera seus depósitos a uma taxa de 1% ao mês a juros compostos, quanto você precisa aplicar hoje?

Exercício 3. Lígia fez um investimento de R\$ 320.000,00 que lhe proporcionou o resgate de R\$ 397.535,00 após 90 dias. A que taxa mensal de juros compostos estava aplicado o capital?

Exercício 4. Em quanto tempo um capital de R\$ 15.000,00 atinge o montante de R\$ 15.916,30 se for aplicado à taxa 0,7% ao mês de juros compostos?

Observação ao professor: caso os estudantes apresentem dificuldades na resolução deste exercício, retomar as propriedades dos logaritmos utilizadas para isolar a incógnita no expoente.

GABARITO

1. A Tabela A.8 apresenta a evolução do capital de R\$ 100.000,00 aplicado à taxa de 2% ao mês, em regime de juros compostos, ao longo de quatro meses.

Tabela A.8: Evolução do capital de R\$ 100.000,00 aplicado a 2% a.m. em regime de juros compostos, referente à Aula 7 da proposta didática. (gabarito)

Mês	Início do Mês (R\$)	Juros (R\$)	Final do Mês (R\$)
0	100.000,00	-	100.000,00
1	100.000,00	2.000,00	102.000,00
2	102.000,00	2.040,00	104.040,00
3	104.040,00	2.080,80	106.120,80
4	106.120,80	2.122,42	108.243,22

Fonte: Autora.

2. R\$ 9.450,79352.

3. 7,5000001%.

4. 8,50011851 meses, ou seja, com 9 meses.

Aula 8 - Revendo juros simples e juros compostos - Atividade prática.

Procedimento:

- Divida a turma em grupos de 3 ou 4 alunos;
- Distribua um cartão com um cenário de juros simples ou composto, um mesmo cartão poderá repetir em 2 ou mais grupos;
- Os grupos devem analisar o cenário apresentado no cartão e resolver as questões propostas (incentive a discussão e a troca de ideias entre os membros do grupo);
- Cada grupo apresenta seus cálculos e resultados para a turma (o professor faz as correções e complementa as explicações, caso necessário).

Cartão 1: Tuane recebeu R\$ 150.000,00 como parte da herança de seu avô. Gastou 30% dessa quantia na reforma de sua casa e aplicou o restante em um investimento a juros simples, à taxa anual de 20%. Nessas condições, quanto tempo Tuane deverá aguardar até que o valor investido produza o montante de R\$ 136.500,00?

Cartão 2: Um capital de R\$ 1.000,00 foi aplicado à taxa de 3% ao mês, a juros compostos, durante 6 meses. Os juros obtidos foram reinvestidos à taxa de 4% ao mês, a juros compostos, durante mais 4 meses. Qual o montante final?

Cartão 3: Rafael aplicou R\$ 10.000,00 a uma taxa de juros compostos de 20% ao ano e teve um rendimento de R\$ 7.280,00. Por quanto tempo o dinheiro de Rafael ficou

aplicado?

Cartão 4: Um negociante pediu emprestados R\$ 2.000,00 por três meses, sendo R\$ 1.000,00 de um amigo e R\$ 1.000,00 de uma casa bancária. O amigo lhe propôs cobrar juros simples, à taxa de 10% ao mês. A casa bancária impôs a cobrança de juros compostos à taxa de 10% ao mês. Preencha a Tabela A.9 e observe a evolução da dívida do negociante:

Tabela A.9: Atividade prática do cartão 4 referente à Aula 8 da proposta didática.

Capital	Dívida após 1 mês	Dívida após 2 meses	Dívida após 3 meses
Amigo			
Banco			

Fonte: Autora.

É correto afirmar que esses valores formam uma progressão:

- a) aritmética de razão 100 na casa bancária e geométrica de razão 100 com seu amigo.
- b) geométrica de razão 10 na casa bancária e aritmética de razão 10 com seu amigo.
- c) geométrica de razão 10 na casa bancária e aritmética de razão 10 com seu amigo.
- d) aritmética de razão 100 com seu amigo e geométrica de razão 1,1 na casa bancária.

GABARITO

1. Cartão 1: 6,5 anos; cartão 2: R\$ 1.227,01374; cartão 3: 3 anos; cartão 4: letra d.

3ª SEMANA

Aula 9 - Interpretando e representando diagramas de fluxo de caixa.

Fluxo de caixa é o movimento de entrada e saída de recursos monetários de uma empresa ou pessoa física, previsto para ocorrer em um determinado intervalo de tempo.

Imagine que você tem um cofre. Toda vez que recebe dinheiro de presente, você coloca uma moeda lá dentro. Quando precisa comprar um objeto, você tira um pouco do dinheiro do cofre. O fluxo de caixa de uma empresa funciona de forma parecida, só que em uma escala muito maior.

O fluxo de caixa pode ser representado por um diagrama, chamado de *diagrama de fluxo de caixa* (DFC), da seguinte forma:

- Uma flecha horizontal representa a linha do tempo, subdividido em períodos unitários (dia, mês, ano, etc);
- O ponto 0 (zero) representa a data de hoje ou de formalização da operação financeira;
- O ponto 1, o final do 1º dia, mês ou ano, conforme o período unitário que estiver sendo considerado;
- O ponto 2, o final do 2º dia, mês ou ano, conforme o período unitário que estiver sendo considerado e assim por diante;
- As entradas de capital são os recebimentos previstos para as datas e indicadas por setas voltadas para cima ($\uparrow$) na data correspondente;
- As saídas de capital são os pagamentos e estão representados por setas voltadas para baixo ($\downarrow$) na data correspondente.

Qualquer operação financeira pode ser representada por um DFC, o que facilita sua visualização e compreensão e, conseqüentemente, sua resolução.

Exercício 1. Represente o diagrama de fluxo de caixa das operações financeiras a seguir.

a) Uma aplicação de R\$ 50.000,00 pela qual o investidor recebe R\$ 80.000,00 após dois anos. (Ótica do investidor).

b) Um empréstimo de R\$ 60.000,00 que será pago em dez parcelas mensais de R\$ 6.200,00, vencendo a primeira a 30 dias do empréstimo. (Ótica do devedor).

c) A compra de um objeto, cujo o preço à vista é R\$ 30.000,00, em 12 prestações mensais de R\$ 2.600,00, vencendo a primeira na data da compra. (Ótica do vendedor).

Exercício 2. Você fez a compra de um produto cujo pagamento será feito de acordo com o diagrama do fluxo de caixa da Figura A.4. Descreva qual será sua forma de pagamento.

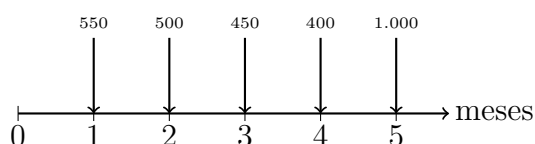
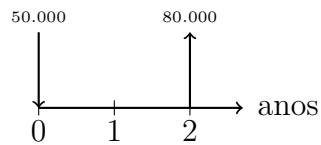


Figura A.4: DFC referente à Aula 9 da proposta didática.

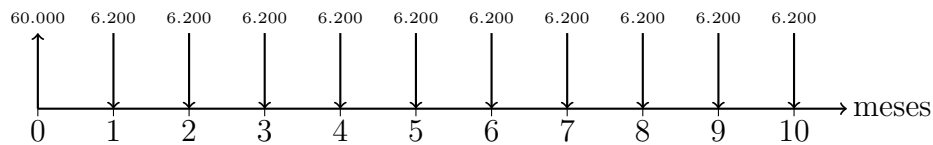
Fonte: Autora.

1. a)



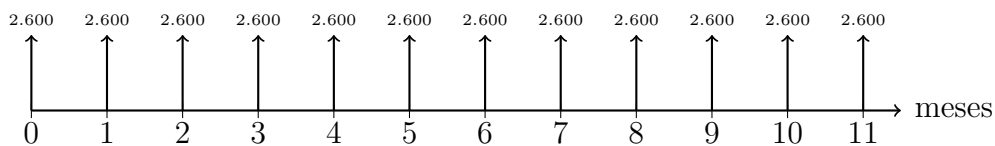
Fonte: Autora.

b)



Fonte: Autora.

c)



Fonte: Autora.

2. A compra de um produto em 5 prestações, sendo a primeira prestação de R\$ 550,00 efetuada 1 mês após a compra, a segunda prestação de R\$ 500,00 efetuada 2 meses após a compra, a terceira prestação de R\$ 450,00 efetuada 3 meses após a compra, a quarta prestação de R\$ 400,00 efetuada 4 meses após a compra e a quinta prestação de R\$ 1.000,00 efetuada 5 meses após a compra.

Aula 10 - Compreendendo sistemas de amortização SAC e PRICE em situações-problema.

“Já imaginaram construir uma casa de cartas, mas ao invés de cartas, fossem reais? Cada carta seria uma parcela de um financiamento e a casa, o valor total a ser pago. Mas como construir essa casa de forma que ela fique de pé e você consiga quitar sua dívida mais rápido? É aí que entram em cena dois grandes arquitetos financeiros: o SAC e o PRICE. Querem conhecer esses mestres construtores e descobrir qual deles pode te ajudar a realizar seus sonhos?”

Ao solicitar um financiamento, seja para a compra de um imóvel, veículo ou qualquer outro bem de valor, você se depara com duas principais formas de amortização: SAC e PRICE. Mas afinal, o que significam essas siglas e qual a melhor opção para você? Vamos entender melhor cada um desses sistemas.

SAC (Sistema de Amortização Constante)

Como funciona: No SAC, o valor da amortização (parte da parcela destinada a quitar a dívida) é sempre o mesmo ao longo de todo o financiamento. Isso significa que a cada pagamento, você estará quitando um valor fixo da dívida, e os juros serão calculados sobre o saldo devedor restante.

Consequências: Como o saldo devedor diminui a cada pagamento, o valor dos juros também diminui ao longo do tempo. Assim, as parcelas iniciais são mais altas e vão diminuindo gradativamente.

Características: A amortização é constante. As parcelas iniciais são mais altas, o que pode pesar no bolso no início do financiamento, porém as parcelas finais são mais baixas, o que pode aliviar o orçamento financeiro.

O valor da amortização do capital em cada período é calculado pela razão entre o capital e o prazo da operação $\left(\frac{c}{t}\right)$.

PRICE (Sistema de Amortização Francês)

Como funciona: No PRICE, o valor da parcela é sempre o mesmo ao longo de todo o financiamento. Isso significa que a cada pagamento, você paga um valor fixo, mas a parte destinada à amortização aumenta gradualmente, enquanto a parte destinada aos juros diminui.

Consequências: Como a amortização aumenta ao longo do tempo, o saldo devedor diminui mais lentamente no início do financiamento.

Características: As parcelas são fixas, o que facilita o planejamento financeiro. As parcelas iniciais são menores e as finais são maiores em comparação ao SAC (se comparadas com as mesmas referências de capital, taxa de juros e prazos).

O valor das prestações é calculado utilizando o valor presente da respectiva série de pagamentos.

$$V = P \cdot \left[\frac{1 - (1 + i)^{-t}}{i} \right]$$

Observação ao professor: caso haja questionamentos dos estudantes sobre a origem

da fórmula utilizada para o cálculo do valor das prestações, esclarecer que sua dedução decorre diretamente da soma dos termos de uma progressão geométrica (PG).

Exercício 1. João Vítor fez um empréstimo de R\$ 1.000,00 a uma taxa de 8% ao ano ser pago em 4 anos. Encontre o valor das prestações anuais considerando cada um dos planos de financiamento e preencha a Tabela A.10 para o SAC e para o PRICE.

Tabela A.10: SAC e PRICE referente à Aula 10 da proposta didática.

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0				
1				
2				
3				
4				

Fonte: Autora.

Qual dos planos de financiamento é mais vantajoso?

Observação: A escolha entre SAC e PRICE depende de diversos fatores, como:

- **Seu perfil financeiro:** Se você prefere prestações constantes, o PRICE pode ser mais interessante. Se você prefere prestações menores no final o SAC pode ser melhor.
- **Taxa de juros:** A diferença entre as taxas de juros praticadas para cada sistema pode influenciar na sua decisão.

GABARITO

1. A Tabela A.11 apresenta um empréstimo de R\$ 1.000,00 aplicado à taxa de 8% ao ano, pelo sistema SAC, ao longo de quatro anos.

Tabela A.11: SAC referente à Aula 10 da proposta didática. (gabarito)

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1.000,00	-	-	-
1	750,00	250,00	80,00	330,00
2	500,00	250,00	60,00	310,00
3	250,00	250,00	40,00	290,00
4	0	250,00	20,00	270,00

Fonte: Autora.

1. A Tabela A.12 apresenta um empréstimo de R\$ 1.000,00 aplicado à taxa de 8% ao ano, pelo sistema PRICE, ao longo de quatro anos.

Tabela A.12: PRICE referente à Aula 10 da proposta didática. (gabarito)

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1.000,00	-	-	-
1	778,079195	221,920805	80,00	301,920805
2	538,404726	239,674469	62,2463356	301,920805
3	279,556299	258,848427	43,0723781	301,920805
4	0	279,556301	22,3645039	301,920805

Fonte: Autora.

Aula 11 – Resolvendo situações-problema pelos sistemas de amortização SAC e PRICE.

Exercício 1. Uma dívida de R\$ 1.500,00 é paga, em 4 meses, pelo sistema PRICE, com juros de 8% ao mês. Faça a planilha de amortização.

Exercício 2. Uma dívida de R\$ 1.000,00 é paga, com juros de 1,5% ao mês, em 5 meses, pelo SAC. Faça a planilha de amortização.

GABARITO

1. A Tabela A.13 apresenta uma dívida de R\$ 1.500,00 paga em 4 meses, pelo sistema PRICE, com juros de 8% ao mês.

Tabela A.13: PRICE referente à Aula 11 da proposta didática. (gabarito)

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1.500,00	-	-	-
1	1.167,11879	332,881207	120,00	452,881207
2	807,607086	359,511704	93,3695032	452,881207
3	419,334446	388,27264	64,6085669	452,881207
4	0	419,334451	33,5467557	452,881207

Fonte: Autora.

2. A Tabela A.14 apresenta uma dívida de R\$ 1.000,00 paga em 5 meses, pelo sistema SAC, com juros de 1,5% ao mês.

Tabela A.14: SAC referente à Aula 11 da proposta didática. (gabarito)

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1.000,00	-	-	-
1	800,00	200,00	15,00	215,00
2	600,00	200,00	12,00	212,00
3	400,00	200,00	9,00	209,00
4	200,00	200,00	6,00	206,00
5	0	200,00	3,00	203,00

Fonte: Autora.

Aula 12 - Revendo situações-problema pelos sistemas de amortização SAC e PRICE - Atividade prática: O jogo da dívida.

Procedimento

Divisão da turma: Separar em duplas.

Regras:

- Cada dupla representa um cliente que está financiando um bem.
- Cada dupla escolhe um cartão contendo uma situação-problema, desenvolve, constrói uma planilha e apresenta à turma.

Cartão 1: Você faz parte da dupla que decidiu comprar um celular novo.

Valor do celular: R\$ 2.000,00;

Sistema de Amortização: SAC (Sistema de Amortização Constante);

Prazo: 10 meses para pagar;

Taxa de juros: 1% ao mês.

Cartão 2: Você faz parte da dupla que decidiu comprar um celular novo.

Valor do celular: R\$ 2.000,00;

Sistema de Amortização: Price (Sistema de Amortização Francês);

Prazo: 10 meses para pagar;

Taxa de juros: 1% ao mês.

Cartão 3: Você faz parte da dupla que decidiu comprar uma geladeira.

Valor da geladeira: R\$ 2.000,00;

Entrada: 20% do valor;

Sistema de Amortização: SAC (Sistema de Amortização Constante);

Prazo: 10 meses para pagar;

Taxa de juros: 4% ao mês.

Cartão 4: Você faz parte da dupla que decidiu comprar uma geladeira.

Valor da geladeira: R\$ 2.000,00;

Entrada: 20% do valor;

Sistema de Amortização: Price (Sistema de Amortização Francês);

Prazo: 10 meses para pagar;

Taxa de juros: 4% ao mês.

GABARITO

Cartão 1: A Tabela A.15 apresenta a compra de um celular de R\$ 2.000,00 pago em 10 meses, pelo sistema SAC, com juros de 1% ao mês.

Tabela A.15: Atividade prática cartão 1 referente à Aula 12 da proposta didática.

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	2.000,00	-	-	-
1	1.800,00	200,00	20,00	220,00
2	1.600,00	200,00	18,00	218,00
3	1.400,00	200,00	16,00	216,00
4	1.200,00	200,00	14,00	214,00
5	1.000,00	200,00	12,00	212,00
6	800,00	200,00	10,00	210,00
7	600,00	200,00	8,00	208,00
8	400,00	200,00	6,00	206,00
9	200,00	200,00	4,00	204,00
10	0	200,00	2,00	202,00

Fonte: Autora.

Cartão 2: A Tabela A.16 apresenta a compra de um celular de R\$ 2.000,00 pago em 10 meses, pelo sistema PRICE, com juros de 1% ao mês.

Tabela A.16: Atividade prática cartão 2 referente à Aula 12 da proposta didática.

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	2.000,00	-	-	-
1	1.808,83586	191,164145	20,00	211,164145
2	1.615,76007	193,075786	18,0883586	211,164145
3	1.420,75353	195,006544	16,1576007	211,164145
4	1.223,79692	196,95661	14,2075353	211,164145
5	1.024,87074	198,926176	12,2379692	211,164145
6	823,955302	200,915438	10,2487074	211,164145
7	621,03071	202,924592	8,23955302	211,164145
8	416,076872	204,953838	6,2103071	211,164145
9	209,073496	207,603376	4,16076872	211,164145
10	0	209,07341	2,09073496	211,164145

Fonte: Autora.

Cartão 3: A Tabela A.17 apresenta a compra de uma geladeira de R\$ 2.000,00, com entrada de 20%, paga em 10 meses, pelo sistema SAC, com juros de 4% ao mês.

Tabela A.17: Atividade prática cartão 3 referente à Aula 12 da proposta didática.

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1.600,00	-	-	-
1	1.440,00	160,00	64,00	224,00
2	1.280,00	160,00	67,60	217,60
3	1.120,00	160,00	51,20	211,20
4	960,00	160,00	44,80	204,80
5	800,00	160,00	38,40	198,40
6	640,00	160,00	32,00	192,00
7	480,00	160,00	25,60	185,60
8	320,00	160,00	19,20	179,20
9	160,00	160,00	12,80	178,80
10	0	160,00	6,40	166,40

Fonte: Autora.

Cartão 4: A Tabela A.18 apresenta a compra de uma geladeira de R\$ 2.000,00, com entrada de 20%, paga em 10 meses, pelo sistema PRICE, com juros de 4% ao mês.

Tabela A.18: Atividade prática cartão 4 referente à Aula 12 da proposta didática.

Mês (t)	Saldo devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	1.600,00	-	-	-
1	1.466,73449	133,265512	64,00	197,265512
2	1.328,13836	138,596132	58,6693796	197,265512
3	1.183,99838	144,139978	53,1255344	197,265512
4	1.034,0928	149,905577	47,3599352	197,265512
5	878,191	155,9018	41,363712	197,265512
6	716,053128	162,137872	35,12764	197,265512
7	547,429741	168,623387	28,6421251	197,265512
8	372,061419	175,368322	21,8971896	197,265512
9	189,678364	182,383055	14,8824568	197,265512
10	0	189,678377	7,58713456	197,265512

Fonte: Autora.

4ª SEMANA

Aula 13 – Compreendendo investimentos de renda fixa.

Brainstorming: O que vocês sabem sobre investimentos?

Que tal embarcarmos em uma aventura financeira juntos? Imagine que você é um explorador em busca de um tesouro. Mas, ao invés de um mapa e uma espada, você tem uma ferramenta poderosa: o investimento. E um dos primeiros mapas que podemos explorar é o da renda fixa.

Mas o que seria essa tal de "renda fixa"?

Para responder a essa pergunta, vamos usar uma analogia bem simples: aluguel. Quando você aluga um apartamento, você tem a certeza de receber um valor fixo todo mês, certo? Com a renda fixa, é mais ou menos a mesma coisa: você "aluga" seu dinheiro para uma instituição, e em troca, recebe um valor pré-determinado por um período de tempo.

Portanto, renda fixa é uma modalidade de investimento na qual as regras de

remuneração são predefinidas no momento da aplicação. Isso proporciona previsibilidade e segurança, tornando-a atrativa para investidores que buscam estabilidade nos seus rendimentos.

Investir é aplicar seu dinheiro em algum lugar com o objetivo de que ele gere mais dinheiro no futuro. A inflação corrói o poder de compra do dinheiro ao longo do tempo. Investir é uma forma de tentar manter e aumentar o valor do seu dinheiro. Os investimentos podem ser uma ferramenta poderosa para construir um patrimônio de longo prazo.

Diferença entre renda fixa e renda variável:

Renda fixa:

- Retorno predefinido: o investidor sabe exatamente quanto irá ganhar ao aplicar em um título de renda fixa.
 - Menor risco: comparado à renda variável, a renda fixa é considerada menos arriscada.
- Exemplos: Poupança, Tesouro Direto, CDB, LCI/LCA/LCD.

Renda variável:

- Retorno incerto: o retorno do investimento pode variar de acordo com o desempenho de empresas ou do mercado como um todo.
- Maior potencial de ganho: a possibilidade de obter retornos mais altos é maior do que na renda fixa.
- Maior risco: o valor do investimento pode diminuir.

Exemplos: Ações, fundos de investimentos.

Características dos investimentos em renda fixa

- Baixo risco: a renda fixa é uma opção mais conservadora para quem busca segurança.
- Liquidez: se refere à facilidade de transformar um investimento em dinheiro. Alguns títulos de renda fixa possuem maior liquidez do que outros.
- Tributação: os investimentos em renda fixa estão sujeitos a diferentes tipos de tributação, como Imposto de Renda e Imposto sobre Operações Financeiras (IOF).

Principais tipos de investimentos de renda fixa

- **Poupança:** Investimento mais tradicional do Brasil; Rentabilidade é baixa; Isento de imposto de renda.
- **Tesouro Direto:** Emissão pelo governo brasileiro; Diferentes tipos de títulos com prazos e pagamentos de juros variados; Baixo risco; Não é isento de IR.

- **CDB (Certificado de Depósito Bancário):** Emissão por bancos; Renda fixa pós-fixada ou pré-fixada; Garantia do Fundo Garantidor de Créditos (FGC); Não é isento de imposto de renda.
- **LCI/LCA/LCD (Letras de Crédito Imobiliário/Letras de Crédito do Agronegócio/ Letras de Crédito do Desenvolvimento):** Isenção de IR para pessoa física; Investimento em setores específicos (imobiliário, agronegócio e desenvolvimento).
- **LC (Letra de Câmbio):** Emitida por instituições financeiras; Semelhante ao CDB, podendo ser pré ou pós-fixada; Garantia do FGC; Tributada pelo imposto de renda.
- **Debêntures:** Títulos de dívida emitidos por empresas para captar recursos; Podem ser incentivadas (isentas de IR) ou comuns (tributadas); Rentabilidade pode ser prefixada, pós-fixada ou híbrida; Não possuem cobertura do FGC.
- **CRI e CRA (Certificados de Recebíveis Imobiliários e do Agronegócio):** Títulos emitidos por companhias securitizadoras, lastreados em créditos dos setores imobiliário e do agronegócio; Isentos de IR para pessoa física; Não possuem garantia do FGC.

Remuneração da renda fixa

As condições de remuneração variam de acordo com o tipo de investimento, prazo, e emissor. Via de regra, esses investimentos seguem alguns indicadores de referência. Os principais são a SELIC (Sistema Especial de Liquidação e Custódia), o CDI (Certificado de Depósito Interbancário), a TR (Taxa Referencial) e o IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo).

Tributação da renda fixa

Os investimentos estão sujeitos a uma tabela regressiva de IR, Tabela A.19, com alíquotas que diminuem conforme o prazo do investimento.

Tabela A.19: Tabela regressiva de Imposto de Renda.

Prazo do investimento	Alíquota de IR
Até 6 meses	22,5%
6 meses a 1 ano	20%
1 a 2 anos	17,5%
Acima de 2 anos	15%

Fonte: INFOMONEY [16].

Isso vale para CDBs, tesouro direto e vários outros produtos de renda fixa.

Alguns investimentos de renda fixa são isentos de IR. Além da poupança, é o caso das (LCI, LCA e LCD), por exemplo.

O que é Imposto de Renda?

Imagine que você mora em uma cidade e precisa de serviços como coleta de lixo, iluminação pública, escolas e hospitais. Para que esses serviços funcionem, a prefeitura precisa de dinheiro. Uma das formas de conseguir esse dinheiro é através de impostos.

O Imposto de Renda é um tipo de imposto que as pessoas pagam sobre o dinheiro que ganham. Ou seja, se você trabalha e recebe um salário, uma parte desse dinheiro vai para o governo. Existem regras específicas sobre qual deve ser o valor dessa parte e depende de quanto você ganha.

Aula 14 – Compreendendo investimentos de renda fixa.

Palestra: Convidar um profissional da área financeira para ministrar uma palestra sobre investimentos de renda fixa.

Vídeo: apresentação sobre os conceitos básicos de investimentos de renda fixa.

<https://www.infomoney.com.br/guias/renda-fixa/>

Aula 15 - Compreendendo e comparando alguns investimentos de renda fixa.

Exercício 1. Pedro aplicou R\$ 1.000,00 em um investimento que rende 1% ao mês, com juros compostos. Qual será o valor do investimento após 1 ano?

Exercício 2. Aplicando hoje na caderneta de poupança a quantia de R\$ 20.000,00, qual será o montante gerado ao final de 4 anos, sabendo que a rentabilidade mensal é de 0,5% (juros compostos)?

Exercício 3. Mirela assistiu a uma aula de finanças e investimentos pessoais e decidiu investir. Para isso, ela foi pesquisar qual o rendimento e os impostos pagos na Caderneta de Poupança e no Certificado de Depósito Bancário (CDB), para que assim pudesse decidir qual seria o melhor investimento a fazer, já que iria investir um capital de R\$ 2.000,00. A Tabela A.20 contém as informações encontradas por Mirela:

Tabela A.20: Rendimentos em Poupança e CDB referente à Aula 15 da proposta didática.

Aplicação	Rendimento mensal (%)	Imposto de renda (IR)
Poupança	0,570	isento
CDB	0,880	22,5% (sobre o lucro)

Fonte: INFOMONEY [16].

Ao analisar tais informações, qual o melhor investimento e quanto renderá após 2 meses?

Exercício 4. Daniele possui R\$ 1.000,00 para investir por 5 anos. Ela está indecisa entre aplicar o dinheiro na poupança (com taxa de juros de 0,5% ao mês) ou em um CDB que paga 10% ao ano com juros compostos. Simule os dois investimentos e compare. Qual investimento é mais vantajoso nesse caso?

GABARITO

1. R\$ 1.126,82503.
2. R\$ 25.409,7832.
3. O melhor investimento é o CDB e renderá R\$ 2.027,40003.
4. O melhor investimento é o CDB.

Aula 16 – Compreendendo e Comparando alguns investimentos de renda fixa - Atividade prática.

Procedimento:

- Divida a turma em grupos de 3 ou 4 alunos.
- Distribua um cartão com um cenário de juros simples ou composto (um mesmo cartão poderá repetir em dois ou mais grupos).
- Os grupos devem analisar o cenário apresentado no cartão e resolver as questões propostas (incentive a discussão e a troca de ideias entre os membros do grupo).
- Cada grupo apresenta seus cálculos e resultados para a turma (o professor faz as correções e complementa as explicações, caso necessário).

Cartão 1: Um investidor aplicou R\$ 500.000,00 a juros compostos de 2% ao mês. Quantos reais ele terá após 5 meses de aplicação? Sabendo que o investimento é isento de imposto de renda, qual será o valor dos juros obtidos?

Cartão 2: Maria Victória aplicou R\$ 1.500,00 em um investimento de renda fixa

com taxa de 9% ao ano. Sabendo que o investimento é isento de imposto de renda, qual será o valor do investimento após 6 meses? E após 1 ano?

Cartão 3: Ludmila aplicou R\$ 500,00 em um investimento de renda fixa com taxa de 12% ao ano. Sabendo que a alíquota de Imposto de Renda é de 15%, qual será o valor líquido do investimento após 1 ano?

Cartão 4: Você possui R\$ 5.000,00 para fazer um investimento com vencimento em 1 ano. O banco oferece duas opções:

- Opção A: Um CDB com taxa de juros de 8% ao ano, com pagamento de juros no vencimento e alíquota de Imposto de Renda de 20%.

- Opção B: Uma poupança com taxa de juros de 0,5% ao mês.

Qual opção te trará maior retorno financeiro no final do período?

GABARITO

Cartão 1: R\$ 52.040,40.

Cartão 2: Após 6 meses é R\$ 1.566,04598 e após 1 ano R\$ 1.635,00.

Cartão 3: R\$ 551,00.

Cartão 4: Opção A.

5ª SEMANA

Aula 17 – Explorando a tecnologia: planilhas eletrônicas e o cálculo de juros.

Vamos calcular juros simples e compostos no Excel.

Exercício 1. Fernando aplicou um capital de R\$ 10.000,00 em janeiro de 2023 a uma taxa de juros de 3% ao mês. Ao final de janeiro de 2024, Fernando verificou seu extrato. Considerando os montantes obtidos no regime de juros compostos e no regime de juros simples, qual foi a diferença, em reais, entre esses montantes?

Siga os passos apresentados a seguir para resolução desse problema.

I. Abra uma planilha no Excel e organize as colunas da planilha, digitando “Capital”, “Taxa”, “Tempo”, “Montante a juros simples” e “Montante a juros compostos” nas colunas como indica a Figura [A.5](#).

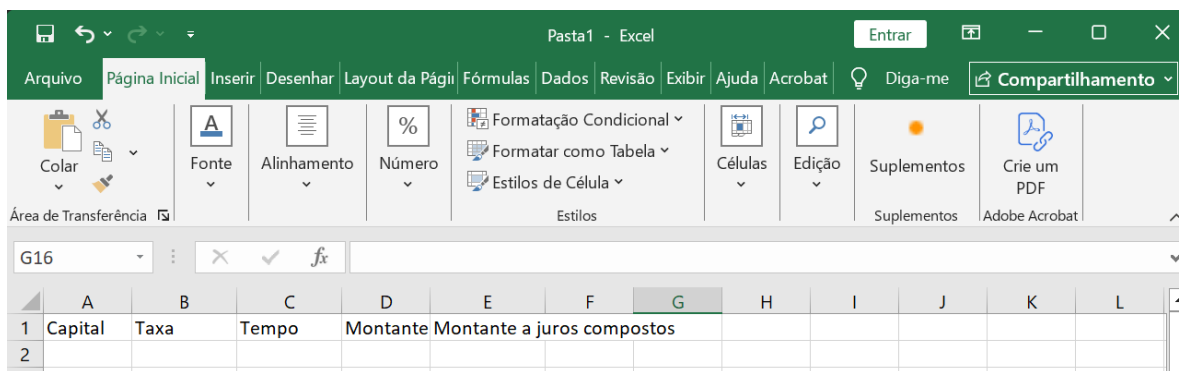


Figura A.5: Planilha 1 referente à Aula 17 da proposta didática.

Fonte: Autora.

Conforme vimos, em regime de juros simples, considerando uma taxa i e o tempo t , o montante M pode ser obtido por meio da seguinte relação: $M = C \cdot (1 + i \cdot t)$.

Já em regime de juros compostos, considerando uma taxa i e o tempo t , o montante M é dado por: $M = C \cdot (1 + i)^t$.

II. Para calcular o montante em regime de juros simples, digite na célula $D2 = A2 * (1 + B2 * C2)$ e tecla “Enter”.

III. Para calcular o montante em regime de juros compostos, digite na célula $E2 = A2 * (1 + B2)^{C2}$ e tecla “Enter”.

Observe a planilha com os valores obtidos na Figura A.6:

The screenshot shows the same Excel spreadsheet as Figure A.5, but with data entered in row 2. The formula bar shows 'E17' and the formula bar is empty.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Capital	Taxa	Tempo	Montante	Montante a juros compostos							
2	10.000,00	0,03	12	13600	14257,6089							
3												

Figura A.6: Planilha 2 referente à Aula 17 da proposta didática.

Fonte: Autora.

Observe que, pelo regime de juros compostos, o montante obtido é maior do que o obtido no regime de juro simples, ainda que o período e a taxa sejam iguais em ambos os casos.

Agora, utilizando planilhas eletrônicas, faça os exercícios da 2ª Semana.

Exercício 2. Resolva o Exercício 1 da Aula 5: Analise as situações:

- **Juros Simples:** Você aplica R\$ 1.000,00 em um investimento que rende 10% ao ano. Determine o valor do montante em 4 anos de aplicação.

- **Juros Compostos:** Você aplica os mesmos R\$ 1.000,00 em outro investimento, também com 10% ao ano, mas com juros compostos. Determine o valor do montante em 4 anos de aplicação.

Exercício 3. Resolva o Exercício 4 da Aula 6: Um veículo é financiado em 48 vezes com taxa de juros simples de 1% ao mês. Se o valor financiado foi de R\$ 40.000,00, qual será o valor total pago ao final do financiamento?

Aula 18 – Explorando a tecnologia: planilhas eletrônicas e o cálculo de juros.

Exercício 1. Resolva os exercícios 2, 3 e 4 da Aula 7.

2. Você precisa de R\$ 12.000,00 para realizar um intercâmbio daqui a 2 anos. Considerando que um banco remunera seus depósitos a uma taxa de 1% ao mês, quanto você precisa aplicar hoje?

3. Lígia fez um investimento de R\$ 320.000,00 que lhe proporcionou o resgate de R\$ 397.535,00 após 90 dias. A que taxa mensal de juros (compostos) estava aplicado o capital?

4. Em quanto tempo um capital de R\$ 15.000,00 atinge o montante de R\$15.916,30 se for aplicado à taxa 0,7% ao mês de juros (compostos)?

Exercício 2. Resolva a Atividade Prática – Cartão 3 - da Aula 8: Rafael aplicou R\$ 10.000,00 a uma taxa de juros compostos de 20% ao ano e teve um rendimento de R\$ 7.289,00. Por quanto tempo o dinheiro de Rafael ficou aplicado?

Aula 19 – Explorando a tecnologia: planilhas eletrônicas e os sistemas de amortização.

Vamos utilizar planilhas eletrônicas no Excel para calcular as parcelas de um financiamento pelo sistema PRICE.

Exercício 1. Uma dívida de R\$ 12.000,00 é paga, em 10 meses, pelo sistema PRICE, com juros de 1,20% ao mês. Faça a planilha de amortização.

Siga os abaixo para resolução desse problema.

I. Abra uma planilha no Excel e a organize digitando: “Valor”, “Tempo”, “Taxa de juros”, nas linhas, e “Mês”, “Prestação”, “Amortização”, “Juros” e “Saldo devedor” nas colunas como indica a Figura A.7.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Valor	12.000,00										
2	Tempo	10										
3	Taxa de ju	1,20%										
4												
5	Mês	Prestação	Amortizaçãc	Juros	Saldo devedor							
6												

Figura A.7: Planilha 3 referente à Aula 19 da proposta didática.

Fonte: Autora.

II. Digite na célula A6 o número 0 e na célula $E6 = B1$, e tecla “Enter”;

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Valor	12.000,00										
2	Tempo	10										
3	Taxa de ju	1,20%										
4												
5	Mês	Prestação	Amortizaçãc	Juros	Saldo devedor							
6	0				12.000,00							
7												

Figura A.8: Planilha 4 referente à Aula 19 da proposta didática.

Fonte: Autora.

III. Digite na célula $A7 = A6 + 1$, e tecla “Enter”.

IV. As prestações são constantes. Digite na célula $B7 = \text{pgto}$ e clique duas vezes em pgto, em seguida clicar $f(x)$ e aparecerá uma tabela. Preencha-a e digite o sinal de menos antes do valor do capital.

V. Digite na célula $D7 = E6 * B3$ e tecla “Enter”.

VI. Digite na célula $C7 = B7 - D7$ e tecla “Enter”.

VII. Digite na célula $E7 = E6 - C7$ e tecla “Enter”.

VIII. Digite na célula $A8 = A7 + 1$ e tecla “Enter”.

Na célula $B8 = B7$, tecla “Enter” e selecione as demais células da linha 7 e arraste-as para baixo na linha 8.

IX. Selecione a linha 8 e arraste-a até a linha referente ao mês 10. Observe que o saldo devedor é R\$ 0,00, como na Figura A.9.

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
0				12.000,00
1	R\$ 1.280,62	R\$ 1.136,62	144	R\$ 10.863,38
2	R\$ 1.280,62	R\$ 1.150,26	R\$ 130,36	R\$ 9.713,13
3	R\$ 1.280,62	R\$ 1.164,06	R\$ 116,56	R\$ 8.549,07
4	R\$ 1.280,62	R\$ 1.178,03	R\$ 102,59	R\$ 7.371,04
5	R\$ 1.280,62	R\$ 1.192,16	R\$ 88,45	R\$ 6.178,88
6	R\$ 1.280,62	R\$ 1.206,47	R\$ 74,15	R\$ 4.972,41
7	R\$ 1.280,62	R\$ 1.220,95	R\$ 59,67	R\$ 3.751,46
8	R\$ 1.280,62	R\$ 1.235,60	R\$ 45,02	R\$ 2.515,86
9	R\$ 1.280,62	R\$ 1.250,43	R\$ 30,19	R\$ 1.265,43
10	R\$ 1.280,62	R\$ 1.265,43	R\$ 15,19	R\$ 0,00

Figura A.9: Planilha 5 referente à Aula 19 da proposta didática.

Fonte: Autora.

Agora, utilizando planilhas eletrônicas, faça os exercícios da 3ª Semana.

Exercício 2. Resolva o Exercício 1 da Aula 11: Uma dívida de R\$ 1.500,00 é paga, em 4 meses, pelo sistema PRICE, com juros de 8% ao mês. Faça a planilha de amortização.

Aula 20 - Explorando a tecnologia: planilhas eletrônicas e os sistemas de amortização.

Exercício 1. Uma dívida de R\$ 12.000,00 é paga, em 10 meses, pelo sistema SAC, com juros de 1,20% ao mês. Faça a planilha de amortização.

Siga os passos apresentados a seguir para resolução desse problema.

I. Assim como na Aula 19, abra uma planilha no Excel e organize a planilha, digitando “Valor”, “Tempo”, “Taxa de juros”, nas linhas, e “Mês”, “Prestação”, “Amortização”, “Juros” e “Saldo devedor” nas colunas como indica a Figura A.10.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Valor	12.000,00										
2	Tempo	10										
3	Taxa de ju	1,20%										
4												
5	Mês	Prestito	Amortizaçã	Juros	Saldo devedor							
6												

Figura A.10: Planilha 6 referente à Aula 20 da proposta didática.

Fonte: Autora.

- II. Digite na célula A6 o número 0 e na célula $E6 = B1$, e tecla “Enter”;
 - III. Digite na célula $A7 = A6 + 1$, e tecla “Enter”.
 - IV. A amortização é constante. Digite na célula $C7 = B1/B2$, tecla “Enter” e arraste-a até o décimo mês;
 - V. Digite na célula $D7 = E6 * B3$, e tecla “Enter”.
 - VI. Digite na célula $B7 = C7 + D7$, e tecla “Enter”;
 - VII. Digite na célula $E7 = E6 - C7$, e tecla “Enter”;
 - VIII. Digite na célula $A8 = A7 + 1$, tecla enter e arraste-a até o mês 10;
 - IX. Digite na célula $D8 = E7 * B3$, e tecla “Enter”;
 - X. Digite na célula $E8 = E7 - C8$, e tecla “Enter”;
 - XI. Selecione as células restantes e arraste-as até a linha referente ao mês 10.
- Observe que o saldo devedor é R\$ 0,00, como na Figura A.11.

Mês	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
0				12.000,00
1	R\$ 1.344,00	R\$ 1.200,00	144	R\$ 10.800,00
2	R\$ 1.329,60	R\$ 1.200,00	R\$ 129,60	R\$ 9.600,00
3	R\$ 1.315,20	R\$ 1.200,00	R\$ 115,20	R\$ 8.400,00
4	R\$ 1.300,80	R\$ 1.200,00	R\$ 100,80	R\$ 7.200,00
5	R\$ 1.286,40	R\$ 1.200,00	R\$ 86,40	R\$ 6.000,00
6	R\$ 1.272,00	R\$ 1.200,00	R\$ 72,00	R\$ 4.800,00
7	R\$ 1.257,60	R\$ 1.200,00	R\$ 57,60	R\$ 3.600,00
8	R\$ 1.243,20	R\$ 1.200,00	R\$ 43,20	R\$ 2.400,00
9	R\$ 1.228,80	R\$ 1.200,00	R\$ 28,80	R\$ 1.200,00
10	R\$ 1.214,40	R\$ 1.200,00	R\$ 14,40	R\$ 0,00

Figura A.11: Planilha 7 referente à Aula 20 da proposta didática.

Fonte: Autora.

Agora, utilizando planilhas eletrônicas, faça os exercícios da 3ª Semana.

Exercício 2. Resolva o exercício 2 da Aula 11: Uma dívida de R\$ 1.000,00 é paga, com juros de 1,5% ao mês, em 5 meses, pelo SAC. Faça a planilha de amortização.

6ª SEMANA

Aula 21 - Aplicação do questionário final (disponível no Apêndice D).

APÊNDICE B

Parecer consubstanciado do comitê de ética em pesquisa envolvendo seres humanos

Abaixo se encontra o Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos aprovando a pesquisa.



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Ensino de Matemática Financeira no ensino médio: aplicação e análise dos resultados de uma proposta didática

Pesquisador: WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES

Área Temática:

Versão: 3

CAAE: 83834624.0.0000.5151

Instituição Proponente: Universidade Federal de São João Del Rei-UFSJ/MG

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 7.503.394

Apresentação do Projeto:

As informações elencadas nos campos "Apresentação do Projeto", "Objetivo da Pesquisa" e "Avaliação de riscos e benefícios" foram retiradas do arquivo de Informações Básicas do Projeto intitulado Ensino de Matemática Financeira no ensino médio: aplicação e análise dos resultados de uma proposta didática, CAAE: 83834624.0.0000.5151, submetido a este comitê. Segundo o(a) pesquisador(a) responsável: "Ao decorrer de seu desenvolvimento pessoal, estudantes do ensino básico começam a se deparar com questões financeiras em seu dia a dia, como poupança, consumo e investimentos. A Matemática Financeira fornece as ferramentas essenciais para entender tais questões e além disso, tem o poder de desmistificar conceitos como juros, taxas de juros, rentabilidade e financiamentos, permitindo a tomada de decisões mais informadas e responsáveis. Dessa forma, através de análises quantitativas e qualitativas, este projeto busca investigar a eficácia da aplicação de uma proposta didática em sala de aula com o intuito de mensurar a melhora na compreensão e na execução de conceitos financeiros por discentes do 3º ano do ensino médio de uma escola pública em Minas Gerais."

Objetivo da Pesquisa:

De acordo com o(a) pesquisador(a) responsável, o objetivo principal do estudo será: "Analisar o impacto, na compreensão e na aplicação de conceitos relacionados à matemática financeira, da aplicação de uma proposta didática para discentes do 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública em Lagoa Dourada - MG."

Endereço: Praça Dom Helvécio, nº 74 - Sala 1.28 - Térreo - Campus Dom Bosco

Bairro: Fábricas

CEP: 36.307-352

UF: MG

Município: SAO JOAO DEL REI

Telefone: (32)3379-5598

E-mail: cepsj@ufs.edu.br



Além disso, de forma secundária, buscará: ζ - Aplicar atividades teóricas e práticas contextualizadas sobre matemática financeira;- Avaliar o conhecimento dos estudantes sobre conceitos financeiros antes e após a implementação da proposta didática;- Observar mudanças no comportamento e na tomada de decisão financeira dos discentes em situações simuladas;- Coletar e analisar a percepção dos participantes da pesquisa sobre a eficácia da proposta didática. ζ

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Quanto aos riscos e/ou desconfortos, bem como suas respectivas formas de amenização, o(a) pesquisador(a) responsável descreve que: ζ Os riscos envolvidos na pesquisa são considerados mínimos, pois são os comuns ao cotidiano dos discentes em um ambiente educacional. São eles:

-Impacto psicológico e emocional: pelo possível desconhecimento dos conteúdos matemáticos ou pela exposição ao sentir-se despreparado para responder às perguntas dos questionários e também pelo cansaço e aborrecimento com o tempo de desenvolvimento da proposta didática.

Para minimizar esse risco: os participantes poderão optar por não responder alguma questão ou interromper sua participação momentaneamente e retomá-la posteriormente, se assim o desejar, ou abandonar a pesquisa sem qualquer prejuízo.

-Coerção/pressão e influência na avaliação acadêmica: os participantes podem se sentir pressionados a participar da pesquisa devido à relação de autoridade com os professores ou à preocupação com a avaliação acadêmica.

Para minimizar esse risco: todos os participantes serão plenamente informados sobre sua participação voluntária na pesquisa, bem como seus objetivos, riscos e benefícios. Além disso, receberão Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para leitura e, em caso de concordância, assinatura.

-Violação da privacidade: os participantes podem temer pelo uso indevido de suas informações ou compartilhamento com terceiros sobre os dados coletados de suas respostas.

Para minimizar esse risco: todos os dados serão tratados de forma confidencial e serão usados apenas para fins de pesquisa. Eles não serão compartilhados com terceiros sem consentimento. É importante mencionar que, apesar dos cuidados com o sigilo, existe um pequeno risco de identificação ao participar do estudo devido às características das

Endereço: Praça Dom Helvécio, nº 74 - Sala 1.28 - Térreo - Campus Dom Bosco

Bairro: Fábricas

CEP: 36.307-352

UF: MG

Município: SAO JOAO DEL REI

Telefone: (32)3379-5598

E-mail: cepsj@ufs.edu.br



informações prestadas. Caso tal situação ocorra, os pesquisadores analisarão caso a caso, dentro das suas limitações, a fim de assegurar confidencialidade e potencial risco de sua violação. Ainda assim, caso algum constrangimento ou desconforto ocorra, o pesquisador deve ser contatado pelo telefone e/ou e-mail informados no TCLE para que a providência adequada seja tomada. E, em caso de danos decorrentes assegura-se ao participante o direito a buscar indenização.

-Riscos característicos de ambiente virtual, meios eletrônicos: desconforto, medo, estresse, cansaço, aborrecimento, constrangimento, durante o preenchimento do formulário eletrônico.

Para minimizar esse risco: será esclarecido a possibilidade de interromper o preenchimento do formulário a qualquer momento, sem danos ou prejuízos ao participante.¿

Já quanto aos benefícios: "A pesquisa poderá proporcionar a seus participantes um maior domínio e conhecimento de conceitos relacionados à matemática, matemática financeira, finanças e economia básica. Tais conhecimentos podem contribuir para as tomadas de decisões, tanto para sua vida pessoal, quanto profissional. Além disso, a pesquisa pode também beneficiar os participantes com o desenvolvimento de seu raciocínio lógico em matemática, senso crítico a respeito da realidade em que está inserido, bem como da realidade econômica, social e política de seu bairro, cidade, estado ou país."

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

De forma sintética, o(a) pesquisador(a) escreve que o presente estudo consiste em "Ao decorrer de seu desenvolvimento pessoal, nossos jovens começam a se deparar com questões financeiras em seu dia a dia, como poupança, consumo e investimentos futuros. A matemática financeira fornece as ferramentas essenciais para entender conceitos como juros, rentabilidade, taxas de juros e investimentos financeiros, permitindo a tomada de decisões mais informadas e responsáveis. Dessa forma, a inserção de propostas didáticas que contemplem atividades práticas de matemática financeira pode aumentar a relevância e a aplicabilidade do conteúdo, preparando melhor os estudantes do ensino básico para a vida financeira real. Este projeto de pesquisa visa investigar a eficácia da aplicação de uma proposta didática em sala de aula para melhorar a compreensão e a prática dos conceitos financeiros pelos discentes. A pesquisa será aplicada em uma turma do 3º ano do ensino médio da Escola Estadual Abeilard Pereira, localizada no município de Lagoa Dourada, MG. Espera-se a participação de cerca de 30 discentes.

Endereço: Praça Dom Helvécio, nº 74 - Sala 1.28 - Térreo - Campus Dom Bosco

Bairro: Fábricas

CEP: 36.307-352

UF: MG

Município: SAO JOAO DEL REI

Telefone: (32)3379-5598

E-mail: cepsj@ufs.edu.br



A abordagem metodológica a ser utilizada na pesquisa consiste na aplicação de dois questionários, um antes da aplicação da atividade didática e outro depois, sendo assim realizada em três etapas:

1. Aplicação de um questionário inicial (diagnóstico), utilizando perguntas com respostas do tipo abertas, a fim de medir a extensão dos conhecimentos dos discentes sobre juros, taxas de juros, poupança e investimentos em geral;
2. Aplicação da proposta didática com conteúdos e atividades envolvendo matemática financeira;
3. Aplicação do questionário final, utilizando perguntas com respostas do tipo abertas, a fim de avaliar a evolução dos discentes com relação às respostas previamente respondidas."

Já quanto a metodologia utilizada, a pesquisa será feita através da aplicação de dois questionários, um antes da aplicação da proposta didática e outro depois, sendo assim realizada em três etapas: 1. Aplicação de um questionário inicial (diagnóstico), utilizando perguntas com respostas do tipo fechadas, a fim de medir a extensão dos conhecimentos dos discentes sobre juros, taxas de juros, poupança, *pe de meia*, investimentos em geral e empréstimos. Esse questionário será aplicado da seguinte forma: *Utilizando a ferramenta virtual Google Forms*, com o objetivo de facilitar o processamento dos dados; *Presencialmente*, durante o horário de aula da turma do 3º ano do ensino médio que participará da pesquisa, sendo assistido pela discente do PROFMAT, professora da referida turma, e membro da equipe de pesquisa, Edilamar Rodrigues de Melo Maciel Campos. 2. Aplicação da proposta didática com conteúdos e atividades os tópicos mencionados acima; 3. Aplicação do questionário final, utilizando perguntas com respostas do tipo abertas e/ou fechadas, a fim de avaliar a evolução dos discentes com relação às respostas previamente respondidas. Assim como o questionário inicial, esse questionário será aplicado da seguinte forma: *Utilizando a ferramenta virtual Google Forms*, com o objetivo de facilitar o processamento dos dados; *Presencialmente*, durante o horário de aula da turma do 3º ano do ensino médio que participará da pesquisa, sendo assistido pela discente do PROFMAT, professora da referida turma, e membro da equipe de pesquisa, Edilamar Rodrigues de Melo Maciel Campos. A pesquisa será aplicada em uma turma do 3º ano do ensino médio da Escola Estadual Abeilard Pereira, localizada no município de Lagoa Dourada, MG. Espera-se a participação de cerca de 30 discentes na pesquisa."

Endereço: Praça Dom Helvécio, nº 74 - Sala 1.28 - Térreo - Campus Dom Bosco

Bairro: Fábricas

CEP: 36.307-352

UF: MG

Município: SAO JOAO DEL REI

Telefone: (32)3379-5598

E-mail: cepsj@ufs.edu.br



Continuação do Parecer: 7.503.394

Por fim, tem-se como critérios de inclusão e exclusão, respectivamente: "Questionários completamente preenchidos, sem que haja alguma questão sem resposta." e " Questionários preenchidos de forma incompleta, com questões sem serem respondidas."

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Vide campo "Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações"

Recomendações:

Vide campo "Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações"

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Após minuciosa análise referente aos preceitos éticos aprovados em resoluções, normativas e cartas circulares do Conselho Nacional de Pesquisa, este CEP é favorável à aprovação do projeto intitulado "Ensino de Matemática Financeira no ensino médio: aplicação e análise dos resultados de uma proposta didática, para sua devida execução.

Considerações Finais a critério do CEP:

O CEPSJ/UFSJ LEMBRA QUE QUALQUER MUDANÇA NO PROTOCOLO DE PESQUISA DEVE SER INFORMADA, IMEDIATAMENTE, AO CEP PARA FINS DE ANÁLISE ÉTICA.

O CEPSJ/UFSJ alerta que: (a) Segundo as Resoluções CNS nº 466/12 e nº 510/16, o pesquisador deve manter os dados da pesquisa em arquivo, físico ou digital, sob sua guarda e responsabilidade, por um período mínimo de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa; (b) O CEPSJ/UFSJ poderá, por escolha aleatória, visitar o pesquisador para conferência do relatório e documentação pertinente ao projeto; (c) A aprovação do protocolo de pesquisa pelo CEPSJ/UFSJ dá-se em decorrência do atendimento às Resoluções CNS nº 466/12 e nº 510/16 e suas complementares, não implicando na qualidade científica da pesquisa.

ORIENTAÇÕES AO PESQUISADOR:

- O participante da pesquisa tem a liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, sem penalização e sem prejuízo (Resoluções CNS nº 466/12 e nº 510/16) e deve receber uma via original do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, TCLE, na íntegra, por ele assinado.
- O pesquisador deve desenvolver a pesquisa conforme delineada no protocolo aprovado pelo

Endereço: Praça Dom Helvécio, nº 74 - Sala 1.28 - Térreo - Campus Dom Bosco

Bairro: Fábricas

CEP: 36.307-352

UF: MG

Município: SAO JOAO DEL REI

Telefone: (32)3379-5598

E-mail: cepsj@ufs.edu.br



Continuação do Parecer: 7.503.394

CEPSJ/UFSJ e descontinuar o estudo após a análise, pelo CEP que aprovou o protocolo (Resolução CNS nº 466/12), das razões e dos motivos para a descontinuidade, aguardando a emissão do parecer, exceto quando perceber risco ou dano não previsto ao participante ou quando constatar a superioridade de regime oferecido a um dos grupos da pesquisa que requeiram ação imediata

- O CEPSJ deve ser informado de todos os efeitos adversos ou fatos relevantes que alterem o curso normal do estudo (Resolução CNS nº 466/12). É papel do pesquisador assegurar medidas imediatas e adequadas frente a evento adverso grave ocorrido (mesmo que tenha sido em outro centro); e enviar a notificação ao CEP e à Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA) apresentando o seu posicionamento.

- Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP de forma clara e sucinta, destacando a parte do protocolo a ser modificada e suas justificativas. No caso de projetos do Grupo I ou II, apresentados à ANVISA, o pesquisador ou patrocinador também deve informá-la, enviando o parecer aprobatório do CEP, para ser anexado ao protocolo inicial (Resolução nº 251/97, item III.2.e).

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_2423592.pdf	30/03/2025 19:53:28		Aceito
Outros	CartaResposta_2.pdf	30/03/2025 19:52:16	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Outros	QuestionarioFinal.pdf	30/03/2025 19:51:37	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	CEPSJ_Termo_Assentimento.pdf	30/03/2025 19:50:34	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	CEPSJ_TCLE.pdf	30/03/2025 19:50:05	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoPesquisa_CEPSJ.pdf	30/03/2025 19:49:43	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito

Endereço: Praça Dom Helvécio, nº 74 - Sala 1.28 - Térreo - Campus Dom Bosco

Bairro: Fábricas

CEP: 36.307-352

UF: MG

Município: SAO JOAO DEL REI

Telefone: (32)3379-5598

E-mail: cepsj@ufs.edu.br



UNIDADES EDUCACIONAIS DE
SÃO JOÃO DEL-REI - CEPSJ



Continuação do Parecer: 7.503.394

Outros	SequenciaDidatica.pdf	03/02/2025 10:12:52	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Outros	QuestionarioInicial.pdf	03/02/2025 10:11:00	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Declaração de concordância	CEPSJ_Declaracao_Coleta_de_dados_ assinado.pdf	04/10/2024 20:07:18	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Declaração de Pesquisadores	CEPSJ_Termo_Resp_Pesquisador_Col aborador_Viviane_assinado.pdf	04/10/2024 20:06:08	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Declaração de Pesquisadores	CEPSJ_Termo_Resp_Pesquisador_Col aborador_Edilamar_1_assinado.pdf	04/10/2024 20:05:53	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Declaração de Pesquisadores	CEPSJ_Termo_Resp_Pesquisador_Res ponsavel_assinado.pdf	04/10/2024 20:05:16	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	CEPSJ_Declaracao_Reitor_assinado.pd f	04/10/2024 20:04:57	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito
Folha de Rosto	FolhaDeRosto_PlataformaBrasil_assina do_assinado.pdf	04/10/2024 19:56:18	WILKER THIAGO RESENDE FERNANDES	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

SAO JOAO DEL REI, 13 de Abril de 2025

Assinado por:
Jacqueline Domingues Tibúrcio
(Coordenador(a))

Endereço: Praça Dom Helvécio, nº 74 - Sala 1.28 - Térreo - Campus Dom Bosco

Bairro: Fábricas

CEP: 36.307-352

UF: MG

Município: SAO JOAO DEL REI

Telefone: (32)3379-5598

E-mail: cepsj@ufs.edu.br

APÊNDICE C

Questionário inicial

“Verificando o que vocês já sabem sobre Matemática Financeira!”

Vamos iniciar uma jornada muito especial para descobrir tudo o que vocês já sabem sobre Matemática Financeira.

O objetivo principal desta atividade não é saber quem acertou mais ou menos, mas sim entender quais são os nossos pontos fortes e onde podemos nos desenvolver juntos. Pensem nessa atividade como uma oportunidade para compartilharmos o que já sabemos e descobrir juntos o que ainda precisamos aprender.

É importante que vocês respondam a esse questionário com sinceridade, mesmo que não tenham certeza da resposta. A ideia é que todos participem e contribuam com suas ideias, sem se preocupar em errar. Lembrem-se: todos nós estamos aprendendo e evoluindo juntos!

Vamos juntos construir um conhecimento sólido sobre Matemática Financeira!

Código:

Turma: 3º Reg 1

Instrução: Cada questão tem quatro alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e apenas uma delas é correta, com exceção da questão 04.

01) O que você entende por juros

- a) ☐ É um valor pago por um empréstimo ou investimento.
- b) ☐ É um imposto cobrado sobre a renda.
- c) ☐ É uma multa aplicada em caso de atraso de pagamento.
- d) ☐ Não sei.

02) Qual a diferença entre juros simples e juros compostos?

a) ☐ Os juros simples são utilizados em operações de curto prazo, enquanto os juros compostos são utilizados em operações de longo prazo.

b) () Nos juros compostos a correção aplicada a cada período considera apenas o valor inicial. Nos juros simples a correção aplicada a cada período considera o valor do início do período.

c) () Nos juros simples a correção aplicada a cada período considera apenas o valor inicial. Nos juros compostos a correção aplicada a cada período considera o valor do início do período.

d) () Não sei.

03) O que é taxa de juros?

a) () É um desconto dado em pagamentos efetuados à vista.

b) () É uma multa aplicada em caso de atraso de pagamento.

c) () É um número que representa quanto uma quantia em dinheiro cresce ou decresce.

d) () Não sei.

04) Quais dos investimentos financeiros abaixo você já ouviu falar?

Marque todos que já ouvir falar.

a) () Poupança.

b) () Ações de empresas.

c) () Certificado de Depósito Bancário (CDB).

d) () Tesouro direto.

e) () Letras de Crédito Imobiliário (LCI).

f) () Letras de Crédito do Agronegócio (LCA).

g) () Letras de Crédito de Desenvolvimento (LCD).

h) () Debêntures.

i) () Certificado de Recebíveis Imobiliários (CRI).

j) () Certificado de Recebíveis do Agronegócio (CRA).

k) () Fundo de investimento.

05) A variação do preço de um produto ao longo de um mês ocorreu da seguinte forma: na primeira semana teve um aumento de 20% e na quarta semana um desconto de 20%. O preço do produto ao final do mês é:

a) () Maior que o preço inicial.

b) () Menor que o preço inicial.

c) () Igual ao preço inicial.

d) ☐ Não sei.

06) Um(a) estudante do Ensino Médio foi contemplado pelo programa do governo, pé-de-meia. Decidiu, então, economizar R\$ 120,00 de cada parcela de R\$ 200,00 que recebesse. Que taxa percentual do auxílio ele(a) está economizando?

a) ☐ 50%

b) ☐ 60%

c) ☐ 80%

d) ☐ Não sei.

07) Um mesmo aparelho celular está sendo vendido em duas lojas. Na loja A, o preço do aparelho é R\$ 2789,00 com 5% de desconto no Pix e na loja B, R\$ 2969,00 com 10% de desconto no Pix. Qual das duas lojas oferece um preço melhor?

a) ☐ Na loja A.

b) ☐ Na loja B.

c) ☐ O preço é o mesmo nas duas lojas.

d) ☐ Não sei.

08) Um estudante do Ensino Médio recebeu R\$ 200,00 de presente de um familiar. Suponha que ele deposite integralmente esse valor em uma conta poupança que rende 0,5% de juros ao mês no regime de juros compostos. Quanto ele terá em sua conta ao final de um ano (12 meses), aproximadamente?

a) ☐ R\$ 212,00.

b) ☐ R\$ 320,00.

c) ☐ R\$ 212,34.

d) ☐ Não sei.

09) Você possui R\$ 10.000,00 para investir e está em dúvida entre duas opções:

- Opção A: Rendimento de 12% ao ano no regime de juros compostos;
- Opção B: Rendimento de 1% ao mês no regime de juros compostos.

Considerando que você deseja aplicar o dinheiro por um período de 1 ano, qual opção oferece o maior retorno financeiro?

- a) ☐ Opção A.
- b) ☐ Opção B.
- c) ☐ Ambas as opções oferecem o mesmo retorno no final do período.
- d) ☐ Não sei.

10) Você deseja financiar um veículo no valor de R\$ 36.000,00. A financiadora oferece duas opções de pagamento, com juros de 2% ao mês no regime de juros compostos:

- Opção 1: 4 parcelas iguais, cada uma delas no valor de R\$ 9.454,46, sendo a primeira parcela paga um mês após a compra;

- Opção 2: 4 parcelas diferentes, nos valores de R\$ 9.720,00, R\$ 9.540,00, R\$ 9.360,00 e R\$ 9.180,00 sendo a primeira parcela paga um mês após a compra.

Qual das duas opções é mais vantajosa?

- a) ☐ Opção 1
- a) ☐ Opção 2
- c) ☐ Tanto faz, as opções são equivalentes.
- d) ☐ Não sei.

APÊNDICE D

Questionário final

Parabéns por concluir essa jornada financeira! Agora, vamos verificar o que vocês aprenderam nessa viagem. Responda às perguntas com atenção e embarque nessa aventura conosco! O objetivo principal desta atividade não é saber quem acertou mais ou menos, mas sim compreender como as atividades trabalhadas nas últimas semanas contribuíram para o aprimoramento de seus conhecimentos. É importante que vocês respondam a este questionário com sinceridade, mesmo que não tenham certeza da resposta e sem se preocupar em errar. Lembrem-se: todos nós estamos aprendendo e evoluindo juntos!

Código:

Turma: 3º Reg 1

Instrução: Cada questão tem quatro alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e apenas uma delas é correta, com exceção da questão 04.

01) O preço, à vista, de uma geladeira é R\$ 1.450,00. Denys comprou essa geladeira e pagará R\$ 1.576,00 daqui a um mês. Nessas condições, a loja cobrou mais 8% sobre o preço à vista. O que representa essa quantia, a mais, paga por Denys?

- a) ☐ É uma multa cobrada.
- b) ☐ É um imposto cobrado.
- c) ☐ É um juro cobrado.
- d) ☐ Não sei.

02) Arthur foi contemplado pelo programa do governo, pé-de-meia, e recebeu o valor de R\$ 200,00. Ele tem 2 opções de investimento:

- I. Aplicação em regime de juros simples à taxa de 1% a.m.;**
- II. Aplicação em regime de juros compostos à taxa de 0,98% a.m.**

Para um período de 3 meses, qual das opções é mais vantajosa para o investidor Arthur?

- a) ☐ Investimento I.
- b) ☐ Investimento II.
- c) ☐ Ambas as opções oferecem o mesmo retorno no final do período.
- d) ☐ Não sei.

03) Um produto, cujo preço era R\$ 800,00, foi vendido por R\$ 980,00. Qual foi o percentual de lucro sobre o preço de custo?

- a) ☐ 20,0%.
- b) ☐ 21,5%.
- c) ☐ 22,5%.
- d) ☐ Não sei.

04) Quais dos investimentos financeiros abaixo você já ouviu falar? Marque todos que já ouvir falar.

- a) ☐ Caderneta de poupança.
- b) ☐ Ações de empresas.
- c) ☐ Certificado de Depósito Bancário (CDB).
- d) ☐ Tesouro direto.
- e) ☐ Letras de Crédito Imobiliário (LCI).
- f) ☐ Letras de Crédito do Agronegócio (LCA).
- g) ☐ Letras de Crédito de Desenvolvimento (LCD).
- h) ☐ Debêntures.
- i) ☐ Certificado de Recebíveis Imobiliários (CRI).
- j) ☐ Certificado de Recebíveis do Agronegócio (CRA).
- k) ☐ Fundo de investimento.

05) Um produto que custa R\$ 100,00 sofreu um aumento de 8% em março e, em abril, foi reajustado em 12%. Podemos dizer que aplicar esses dois aumentos sucessivos equivale a aplicar um único aumento de 20% sobre o preço inicial?

- a) ☐ Sim.
- b) ☐ Não.
- c) ☐ Não sei.

06) Observe o anúncio de um kit em duas lojas.



Figura D.1: Figura da Questão 6 do Questionário Final

Fonte: Autora.

Qual deveria ser a taxa de desconto concedido pela loja B para que seu preço à vista fosse igual ao preço à vista da loja A?

- a) ☐ 7,8 %
- b) ☐ 8,7 %
- c) ☐ 8,8 %
- d) ☐ Não sei.

07) Fernando foi pesquisar qual o rendimento e os impostos pagos na Caderneta de Poupança e no Certificado de Depósito Bancário (CDB), para que assim pudesse decidir qual seria o melhor investimento a fazer, já que iria investir um capital de R\$ 10.000,00. A Tabela D.1 contém as informações encontradas por Fernando:

Tabela D.1: Rendimentos em Poupança e CDB

Aplicação	Rendimento mensal (%)	Imposto de renda (IR)
Poupança	0,570	isento
CDB	0,880	22,5% (sobre o ganho)

Fonte: INFOMONEY [16].

Ao analisar tais informações, qual o melhor investimento e quanto renderá

após três meses?

- a) ☐ Caderneta de poupança, R\$ 10.171,00.
- b) ☐ CDB, R\$ 10.206,40575.
- c) ☐ Ambos oferecem o mesmo retorno.
- d) ☐ Não sei.

08) Um investimento de R\$ 10.000,00 com taxa de juros compostos de 10% ao ano, durante 2 anos, renderá:

- a) ☐ R\$ 12.100,00.
- b) ☐ R\$ 12.000,00.
- c) ☐ R\$ 11.000,00.
- d) ☐ Não sei.

09) Você possui R\$ 10.000,00 para investir e está em dúvida entre duas opções:

- **Opção A:** Rendimento de 12% ao ano no regime de juros compostos;
- **Opção B:** Rendimento de 1% ao mês no regime de juros compostos.

Considerando que você deseja aplicar o dinheiro por um período de 1 ano, qual opção oferece o maior retorno financeiro?

- a) ☐ Opção A.
- b) ☐ Opção B.
- c) ☐ Ambas as opções oferecem o mesmo retorno no final do período.
- d) ☐ Não sei.

10) Você deseja financiar um veículo no valor de R\$ 36.000,00. A financiadora oferece duas opções de pagamento, com juros de 2% ao mês no regime de juros compostos:

- **Opção 1:** 4 parcelas iguais, cada uma delas no valor de R\$ 9.454,46, sendo a primeira parcela paga um mês após a compra;
- **Opção 2:** 4 parcelas diferentes, nos valores de R\$ 9.720,00, R\$ 9.540,00, R\$ 9.360,00 e R\$ 9.180,00 sendo a primeira parcela paga um mês após a compra.

Qual das duas opções é mais vantajosa?

- a) ☐ Opção 1.
- b) ☐ Opção 2.
- c) ☐ Tanto faz, as opções são equivalentes.

d) () Não sei.