

COLÉGIO PEDRO II

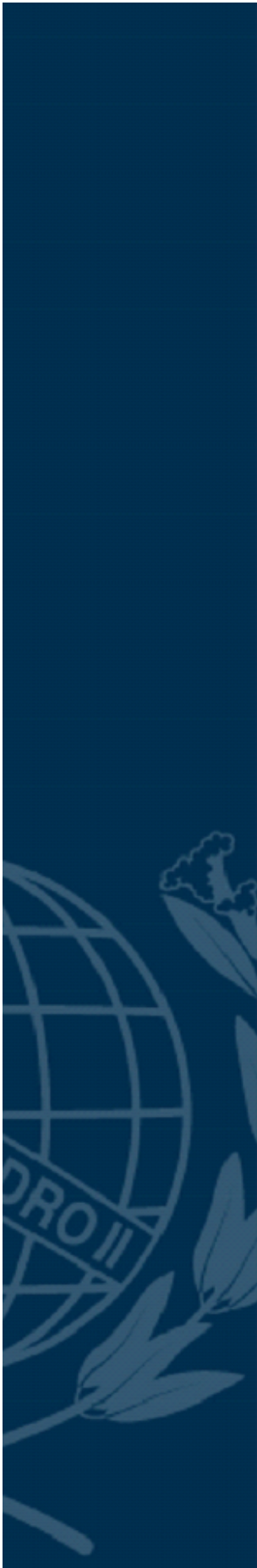
Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura
Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Julio Reuther Antunes

**APOSTAS ESPORTIVAS ONLINE: UMA
PROPOSTA CRÍTICA E FUNDAMENTADA PARA A GERAÇÃO
DE AMBIENTES DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR**

Rio de Janeiro

2025



Julio Reuther Antunes

APOSTAS ESPORTIVAS ONLINE: UMA PROPOSTA CRÍTICA E FUNDAMENTADA
PARA A GERAÇÃO DE AMBIENTES DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Dr. Ivail Muniz Junior

Rio de Janeiro

2025

COLÉGIO PEDRO II
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO, PESQUISA, EXTENSÃO E CULTURA
BIBLIOTECA PROFESSORA SILVIA BECHER
CATALOGAÇÃO NA FONTE

A636 Antunes, Julio Reuther
Apostas esportivas online : uma proposta crítica e fundamentada para a geração de ambientes de educação financeira escolar / Julio Reuther Antunes. – Rio de Janeiro, 2025.

112 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura.

Orientador: Ivail Muniz Junior.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Educação financeira. 3. Probabilidades. 4. Jogos de azar. 5. Apostas (Esportes). 6. Sistemas de jogos de azar. 7. Incerteza (Economia). 8. Risco (Economia) - Aspectos sociológicos. 9. Heurística. 10. Comportamento humano. I. Muniz Junior, Ivail. II. Colégio Pedro II. III Título.

CDD 510

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Simone Alves – CRB7 5692.

Julio Reuther Antunes

APOSTAS ESPORTIVAS ONLINE: UMA PROPOSTA CRÍTICA E FUNDAMENTADA
PARA A GERAÇÃO DE AMBIENTES DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, vinculado à Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura do Colégio Pedro II, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: ___/___/___.

Banca Examinadora:

Dr. Ivail Muniz Junior (Orientador)
Colégio Pedro II

Dr. Diego de Souza Nicodemos
Colégio Pedro II

Dr. Wanderlei Moura Rezende
Universidade Federal Fluminense

Rio de Janeiro

2025

Esta pesquisa é dedicada a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão da mesma: Deus, família e amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me conceder força, saúde e discernimento ao longo desta jornada acadêmica.

Ao meu irmão, João, minha referência de resiliência e persistência, verdadeiro exemplo e guia em minha vida.

À memória de minha mãe, Crizelda, cuja presença continua viva em minhas lembranças e escolhas. Esta dissertação também é fruto do amor, da força e dos valores que herdei de sua trajetória generosa.

À minha tia Erli e à minha madrinha Sueli, por todo o suporte oferecido nos momentos de aflição, sempre com palavras de incentivo e acolhimento fraterno.

Expresso minha sincera gratidão à minha família Roberta e à minha enteada Clarice, cuja companhia, incentivo e compreensão foram parte essencial para a conclusão deste trabalho.

Aos colegas de turma — Aline, Alexandre, Daniele, Fabiano, Nathália, Rick, Ronaldo e Wallace — que, ao longo deste percurso, estiveram presentes de forma marcante, compartilhando desafios, alegrias e colaborações que enriqueceram significativamente esta etapa da minha vida.

Agradeço, ainda, em especial aos familiares e aos amigos Bruno e Vinícius que, com escuta atenta e apoio constante, ajudaram-me a atravessar os momentos difíceis, não permitindo que eu desistisse, mesmo diante das adversidades.

Por fim, rendo meu profundo agradecimento aos professores do PROFMAT, cuja dedicação contribuiu para meu crescimento acadêmico. De modo especial, registro minha gratidão ao meu orientador, Professor Ivail Muniz Junior, por sua orientação cuidadosa, paciência e comprometimento desde a escolha do tema até a conclusão desta dissertação.

“A educação não transforma o mundo. A educação muda as pessoas. Pessoas transformam o mundo”.
(Paulo Freire)

RESUMO

ANTUNES, Julio Reuther. **Apostas esportivas online: uma proposta crítica e fundamentada para a geração de ambientes de educação financeira escolar**. 2025. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Pró-Reitoria de Pós- Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2025.

As apostas esportivas online têm apresentado crescimento significativo no Brasil desde 2022, gerando vários desafios econômicos e sociais, incluindo problemas financeiros para uma parte da população. Ao mesmo tempo, a Educação financeira na Escola tem sido defendida e cada vez mais implementada, desde 2010, nas escolas brasileiras, ganhando forte impulso com a Base Nacional Comum Curricular, a partir de 2018. O objetivo deste trabalho é apresentar um produto educacional desenhado a partir de uma pesquisa de desenvolvimento, composto de tarefas didáticas voltadas para alunos de Ensinos Fundamental II e Médio sobre apostas online, em especial as esportivas, em uma perspectiva crítica, fundamentada e reflexiva, que considera aspectos matemáticos, tais como noções de probabilidade, risco e incerteza, e não matemáticos, em especial os comportamentais, incluindo heurísticas e vieses tais como falácia do jogador, efeito manada, heurística da disponibilidade. Baseado na arquitetura dos Ambientes de Educação Financeira Escolar, o produto visa contribuir para a educação financeira em contextos escolares a partir dos quatro princípios de Muniz: convite à reflexão, dualidade, conexão didática e lente multidisciplinar. O produto aborda, de forma crítica e fundamentada, a aparente previsibilidade das apostas online de quota fixa, que mascara vantagens matemáticas das casas de apostas, garantindo lucro através de margens embutidas nas probabilidades ("comissão"). O resultado dessa pesquisa é um produto final na forma de um material didático, formado por um conjunto de 15 atividades didáticas compostas por: (i) 15 tarefas didáticas para alunos de Ensinos Fundamental II e Médio e (ii) orientações para o professor. Ambas são referenciadas teoricamente, de modo a convidar os estudantes à reflexão sobre situações financeiras envolvendo os riscos, incertezas e potenciais consequências das apostas online, em especial as esportivas. Cada atividade inclui tarefas com cenários práticos, resoluções comentadas, orientações pedagógicas e sugestões multidisciplinares (Matemática, Sociologia, Psicologia), que buscam articular conceitos curriculares (probabilidade, porcentagem) com análise crítica e fundamentada das apostas, visando desmistificar promessas de lucro fácil e promover reflexão sobre proteção financeira e bem-estar pessoal e coletivo. Busca-se, também, contribuir para a formação profissional docente que estimule a reflexão dos potenciais riscos das apostas online a partir da articulação de aspectos e cálculos matemáticos com questões comportamentais, e a análise de potenciais impactos reais, como endividamento e ludopatia, visando formar cidadãos críticos capazes de tomar decisões financeiras responsáveis diante de um cenário digitalizado e complexo.

Palavras-chave: Educação Financeira em Contextos Escolares; Apostas Online; Probabilidade;

Incerteza e Risco; Heurísticas e Vieses Comportamentais.

ABSTRACT

ANTUNES, Julio Reuther. **Apostas esportivas online: uma proposta crítica e fundamentada para a geração de ambientes de educação financeira escolar**. 2025. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Pró-Reitoria de Pós- Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2025

Online sports betting has experienced significant growth in Brazil since 2022, generating several economic and social challenges, including financial problems for part of the population. At the same time, financial education in schools has been increasingly promoted and implemented since 2010, gaining strong momentum with the National Common Curriculum Base (BNCC) in 2018. The objective of this work is to present an educational product developed from a development research project, composed of didactic tasks aimed at middle and high school students on online betting, especially sports betting, from a critical, grounded, and reflective perspective. This approach considers mathematical aspects—such as notions of probability, risk, and uncertainty—as well as non-mathematical aspects, particularly behavioral ones, including heuristics and biases such as gambler’s fallacy, herd behavior, and availability heuristic. Based on the architecture of School Financial Education Environments, this product seeks to contribute to financial education in school contexts according to Muniz’s four principles: invitation to reflection, duality, didactic connection, and a multidisciplinary lens. The product critically and thoroughly addresses the apparent predictability of fixed-odds online betting, which conceals the mathematical advantages of bookmakers, guaranteeing profit through margins embedded in the odds (“commission”). The result of this research is a final product in the form of teaching material consisting of a set of 15 didactic activities composed of: (i) 15 didactic tasks for middle and high school students and (ii) guidelines for teachers. Both are theoretically referenced to invite students to reflect on financial situations involving risks, uncertainties, and potential consequences of online betting, especially sports betting. Each activity includes practical scenarios, commented solutions, pedagogical guidance, and multidisciplinary suggestions (Mathematics, Sociology, Psychology), which seek to articulate curricular concepts (probability, percentage) with critical and well-founded analysis of betting, aiming to demystify promises of easy profit and promote reflection on financial protection and personal and collective well-being. It also seeks to contribute to the professional development of teachers, encouraging reflection on the potential risks of online betting through the articulation of mathematical aspects and calculations with behavioral issues, and the analysis of potential real impacts—such as indebtedness and gambling addiction—aiming to form critical citizens capable of making responsible financial decisions in a digitalized and complex environment.

Keywords: Financial Education in School Contexts; Online Betting; Probability; Uncertainty and Risk; Heuristics and Behavioral Biases.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esportes preferidos para aposta	13
Figura 2 – Apostas online e o Bolsa Família	15
Figura 3 – Endividamento por apostas entre beneficiários do Bolsa Família	16
Figura 4 – Odds reais para apostas esportivas	22
Figura 5 – Exemplo de odd em uma aposta esportiva	29
Figura 6 – Ciclo de definições	36
Figura 7 – Patrocinadores Master dos times da Série A	38
Figura 8 – Dados egípcios	42
Figura 9 – Ossos astrágalos	43
Figura 10 – Frequência em lançamentos de cara e coroa	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Lista de atividades do material didático	57
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
AEFE	Ambientes de Educação Financeira Escolar
BC	Banco Central
BNCC	Base Nacional Curricular Comum
CPI	Comissão Parlamentar de Inquérito
EF	Educação Financeira
EFCE	Educação Financeira em Contexto Escolar
EFE	Educação Financeira Escolar
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
SEF	Situações Econômico-Financeiras

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	Aspectos matemáticos	19
2.1.1	Apostas esportivas - modelagem matemática básica	19
2.1.2	Apostas esportivas - modelagem matemática pela Teoria dos Jogos	23
2.2	Aspectos educacionais	32
2.2.1	Educação financeira em contextos escolares	32
2.2.2	Reflexões sobre aspectos comportamentais	36
2.2.3	Probabilidade e estatística na Educação Básica	40
2.2.4	Reflexões sobre risco e incerteza	44
3	REVISÃO DA LITERATURA	48
4	PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS	51
5	MATERIAL DIDÁTICO	56
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	102
	REFERÊNCIAS	105
	ANEXO A – ANEXOS	111

1 INTRODUÇÃO

No Brasil as apostas esportivas foram legalizadas em 27 de maio de 1969 com a criação das loterias esportivas por meio do Decreto-Lei nº 594/1969 (Brasil, 1969). Nessa época os jogos de azar ocorriam por meio de previsão de diversos resultados de jogos de futebol.

Em dezembro de 2018, o presidente Michel Temer sancionou a Lei nº 13.756/18, determinando que as apostas esportivas online seriam uma modalidade de loteria, liberando tanto para o setor público quanto para o setor privado, tornando legal na modalidade quota fixa, onde o apostador sabe quanto poderá ganhar caso sua previsão de aposta esteja correta.

Precisamos entender a leitura que o Congresso Nacional fez para criação da lei. Para isso, vamos utilizar a diferenciação de jogos de azar e apostas esportivas feita na CPI da Manipulação de Jogos e Apostas Esportivas Federal (2025):

Diferente dos jogos de azar, que são contravenção penal (art. 50 do Decreto-Lei no 3.688, de 1941), as casas de apostas são permitidas pela lei brasileira porque, nesse segmento, o jogador não depende exclusivamente da sorte. A princípio, o apostador pode criar estratégias que julga eficientes para acertar o placar ou o número de cartões em uma partida de futebol, por exemplo. Além disso, o possível ganho já é conhecido antes de a aposta ser feita (quota fixa), o que não acontece nos jogos de azar (Federal, 2025, p. 16).

Após a aprovação dessa lei, o Brasil despontou no cenário mundial como um dos principais países em número de apostadores e de casas de apostas, em especial às relacionadas com futebol - a maior paixão nacional quando o tema é esportes (Esportiva, 2024).

Figura 1 – Esportes preferidos para aposta



Fonte: Poder360. Disponível em: <<https://www.poder360.com.br/pesquisas/17-dos-beneficiarios-do-bolsa-familia-gastam-com-apostas>>.

Acesso em: 18 de abril. 2025.

A falta de regulamentação no setor das casas de apostas favoreceu uma explosão de problemas relacionados às apostas, como: menores de idades apostando nos seus celulares, fraudes em diversas partidas de futebol e ainda lavagem de dinheiro pelo crime organizado. Somente no final de 2023, o presidente Luis Inácio Lula da Silva sancionou a Lei nº 14.790/2023, regulamentando o setor, trazendo regras para proteger e garantir uma maior segurança aos apostadores, com obrigatoriedade das regras apenas para 2025.

Nesse período, diversos estudos foram realizados mostrando os malefícios desse tipo de modalidade de aposta. A facilidade de acesso a plataformas de apostas associada ao patrocínio de grandes eventos esportivos fez popularizar rapidamente entre os jovens, necessitando assim que educadores de todo o país voltassem suas atenções para promover o pensamento crítico e a compreensão de riscos associados às apostas.

Segundo estudo realizado pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA, 2025), após 5 anos da liberação das apostas, 14% dos brasileiros (22 milhões de pessoas) realizaram algum tipo de aposta online. O estudo aponta, ainda, as principais motivações para as apostas: 40% acredita que é uma forma de ganhar dinheiro rápido, 39% aponta a diversão, 26% a emoção em apostar, 13% por ser uma forma de investir.

Dentre o público apostador, a pesquisa mostra que 22% acredita que aposta online é uma forma de investimento (ANBIMA, 2025). Segundo estudo da ANBIMA, o público que aposta é sete vezes maior do que a quantidade de brasileiros que fazem algum investimento em bolsa ou em títulos públicos.

Em outro estudo feito pelo Instituto Locomotiva, a percepção financeira dos apostadores revelou que 37% já usou dinheiro destinado a outra coisa importante para apostar, 45% afirmaram que já tiveram prejuízos financeiros apostando e 67% conhecem outras pessoas que estão viciadas em apostas esportivas (Locomotiva, 2024)

Uma pesquisa realizada pela AGP Pesquisas (2024) apontou que 64% dos apostadores brasileiros utilizam sua renda principal para fazer as apostas, 23% afirmaram que já deixaram de comprar roupas para apostar, 19% deixou de comprar itens de supermercado, 14% de comprar produtos de higiene pessoal e 11% de comprar produtos de saúde e medicações (AGP Pesquisas, 2024).

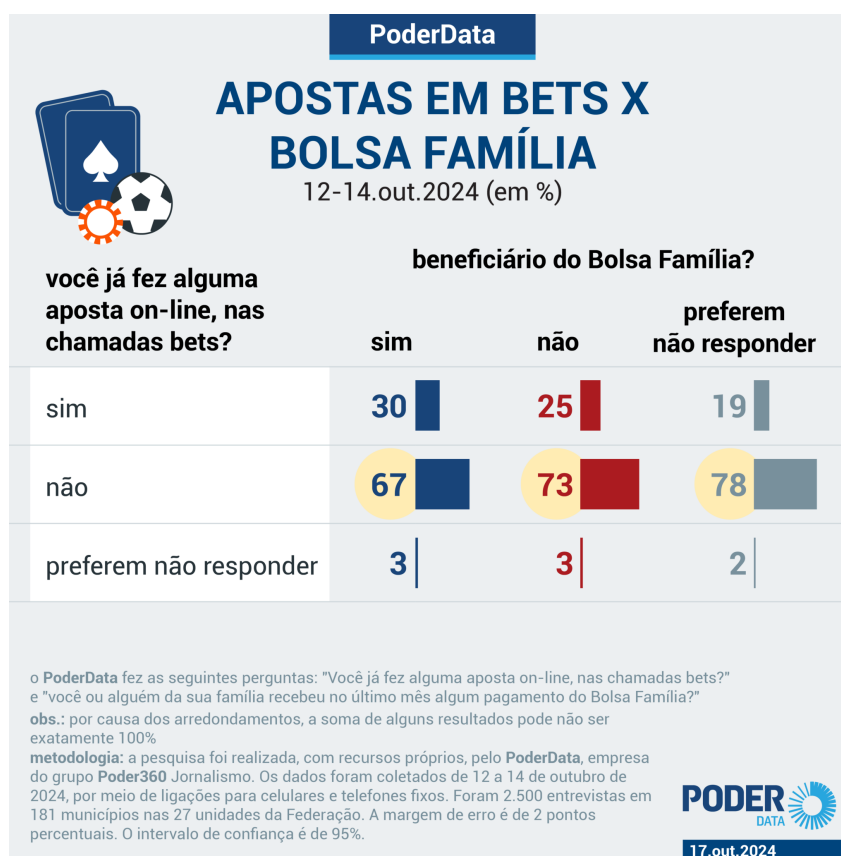
Além dos efeitos econômicos e financeiros na sociedade — tais como perda do poder de compra, redução do consumo que afeta famílias e empresas, alteração na taxa de poupança e investimentos, endividamento, entre outros —, as apostas esportivas online também atingem de forma danosa as emoções e a saúde mental das pessoas, como apontado pelo Locomotiva (2024): "60% das pessoas que já fizeram apostas online reconheceram que as apostas afetaram seu estado emocional e 42% afirmaram que utilizaram a apostas como válvula de escape de momentos difíceis como fuga e assim evitar emoções negativas ou problemas"(Locomotiva, 2024).

Estudos realizados pelo Banco Central (BC) mostraram dados alarmantes de gastos de

famílias mais vulneráveis com as casas de apostas. Segundo dados publicados na Rádio Senado (2024), no mês de agosto de 2024, R\$ 3 bilhões foram gastos por beneficiários do Bolsa Família, cujo valor representa 21% do valor total do programa social.

O portal Poder360 (2024) apresentou uma pesquisa sobre como era a relação dos beneficiários do programa do Bolsa Família com as apostas esportivas. Como resultado, apontado na Figura 2: 30% assumiram que já tinham feito alguma aposta online, 67% apontam nunca terem feito apostas e 3% não quiseram responder. Cabe ressaltar que o Bolsa Família é um programa social de transferência de renda, criado para apoiar famílias em situação de pobreza e extrema pobreza. Para fazer parte do programa, a família não pode ultrapassar uma renda per capita de R\$ 218,00. Esses dados ratificam a urgência em políticas públicas que tragam segurança para essas famílias e produzam reflexão sobre os riscos financeiros das apostas.

Figura 2 – Apostas online e o Bolsa Família

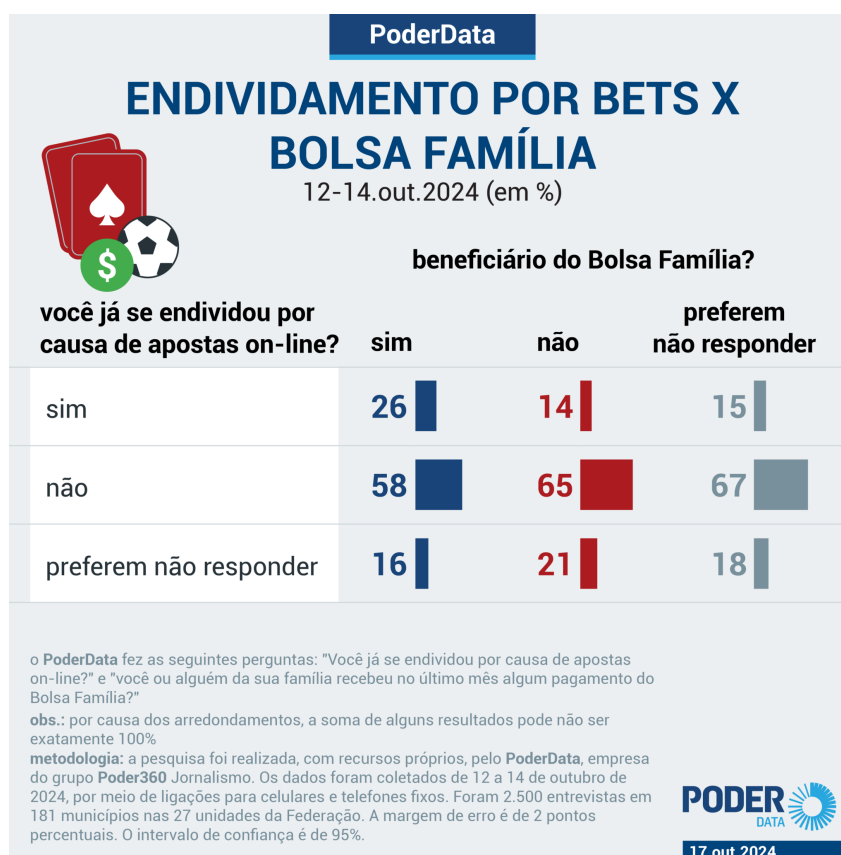


Fonte: Poder360. Disponível em: <<https://www.poder360.com.br/poderdata/30-dos-beneficiarios-do-bolsa-familia-ja-apostaram-em-bets>>.
Acesso em: 24 de março 2025.

O portal Poder360 (2024) também buscou informações de como estava o endividamento das famílias em relação às apostas online. Os resultados apontaram que 26% dos beneficiários afirmaram já ter se endividado devido às apostas, enquanto esse percentual foi de 14% entre os não beneficiários. Além disso, 58% dos beneficiários relataram não ter contraído dívidas, percentual menor em comparação aos 65% dos não beneficiários. Entre os que não quiseram

informar se recebem o auxílio, 15% declararam endividamento e 67% negaram ter dívidas. Esses dados reforçam a necessidade de maior conscientização sobre os riscos do jogo, especialmente em grupos socialmente vulneráveis. Diante desse cenário, políticas públicas voltadas para a educação financeira e o controle das apostas se tornam fundamentais para mitigar seus efeitos negativos.

Figura 3 – Endividamento por apostas entre beneficiários do Bolsa Família



Fonte: Poder360. Disponível em: <<https://www.poder360.com.br/poderdata/30-dos-beneficiarios-do-bolsa-familia-ja-apostaram-em-bets>>.
Acesso em: 24 de março de 2025.

Observando que o Brasil necessita de programas de políticas públicas mais abrangentes e mais eficientes, que sejam capazes de atender as necessidades básicas da população, este estudo tem a ambição de contribuir sendo um agente de reflexões numa perspectiva multidisciplinar, que leve em consideração o ser humano, suas condições sociais e econômicas, e venha a contribuir na produção de ideias às perguntas apresentadas, em especial para a seguinte pergunta:

De que maneira o ensino de matemática na Educação Básica, em aulas de matemática ou educação financeira, podem contribuir para abordagem de riscos e incertezas, em especial nas apostas esportivas online - bets, para convidar discentes e docentes a refletirem, investigarem e lidarem com ações capazes de proteger e dessa forma modificar a qualidade de vida da população de modo individual, local, regional e global?

Assim, para tentar contribuir com algumas reflexões geradas por essa pergunta, motivada pela importância do assunto no contexto social de uma nação, e ainda considerando o nosso papel na formação do professor que ensina matemática, do ensino fundamental ao médio — o que inclui realizar pesquisas que subsidiem a prática e o currículo de matemática —, o presente trabalho terá como objetivo central:

Desenvolver um material didático, na forma de um conjunto de tarefas didáticas, referenciadas teoricamente, que abordem aspectos relacionados a Riscos e Incertezas em situações relacionadas predominantemente às apostas esportivas, seguidas de orientações para o professor, considerando os princípios do convite à reflexão, dualidade, conexão didática e lente multidisciplinar.

Para atingir o objetivo central, traçamos os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar situações que comprometem o desenvolvimento de uma sociedade financeiramente mais saudável, quando relacionadas às decisões sobre apostas e jogos, articulando-as ao conhecimento com Educação Financeira.
2. Apresentar uma fundamentação matemática e financeira de como são feitas as apostas esportivas, obtendo assim o conhecimento necessário para refletir sobre seus riscos de perdas e as incertezas inerentes às apostas.
3. Propor um conjunto de 15 tarefas estruturadas em quatro etapas: tarefa disparadora, resolução comentada para o estudante, comentários para o professor com um convite à reflexão sobre as possibilidades de aprendizagem na tarefa e sugestões para saber mais.

O presente trabalho está organizado em 6 capítulos, sendo o primeiro a Introdução e o último as Considerações Finais. Apresentamos, a seguir, um breve resumo da estrutura de cada um dos capítulos.

No capítulo 2, construímos a fundamentação teórica considerando dois aspectos: primeiro, o aspecto matemático, começando pela modelagem matemática básica para a compreensão das apostas esportivas. Em seguida, expusemos a Teoria dos Jogos, conhecida no conteúdo de Álgebra Linear aplicada aos jogos esportivos. Essa construção se dá pela parte teórica e, em seguida, pela parte prática, para que seja consolidada a teoria apresentada. Como segunda consideração, abordamos os aspectos educacionais. Iniciamos considerando a Educação Financeira em Contextos Escolares; para isso, apresentamos orientações e princípios que alicerçam o tema. Apresentamos como as apostas esportivas podem afetar o comportamento individual e da sociedade, além de considerarmos as reflexões sobre os riscos e incertezas das apostas. Concluimos utilizando a Probabilidade e a Estatística como alicerces dessa fundamentação teórica.

No capítulo 3, referente à Revisão da Literatura, buscamos pares científicos com o nosso tema, inicialmente dissertações na base do Mestrado Profissional em Matemática em Rede-

PROFMAT. Além disso, utilizamos a busca por artigos e outros trabalhos científicos (Portal de Periódicos da Capes e outros) que pudessem corroborar com a necessidade de estudos nesses temas de riscos e incertezas nas apostas esportivas online.

No Capítulo 4, que trata dos Pressupostos Metodológicos, discorremos como está caracterizada esta dissertação, nesse caso, como uma pesquisa de desenvolvimento, dada a sua natureza de design de materiais. Justificaremos a escolha dos temas e apresentaremos os pressupostos metodológicos usados para o design das tarefas. Para a produção do material, desenhamos 15 tarefas didáticas estruturadas em quatro partes: tarefa disparadora, resolução comentada para o aluno, comentários para o professor e sugestões para saber mais a partir de informações de matérias jornalísticas coletadas na internet ou situações que simulam a realidade próxima.

No Capítulo 5, apresentamos o Material Didático composto por 15 tarefas didáticas, que permitam a articulação de temas de natureza social a objetos de conhecimento e habilidades matemáticas preconizadas na BNCC do Ensino Fundamental II ao Ensino Médio. Optamos por apresentar as orientações para o professor de forma contígua à resolução comentada para que ficasse evidenciado que os 15 convites didáticos são endereçados a estudantes e professores, além de apontar para a possível confecção de um material didático mais amplo.

Assim, defendemos que as pesquisas aqui desenvolvidas podem contribuir para ampliar a compreensão acerca das relações entre risco, incerteza e educação financeira, sobretudo no contexto das apostas esportivas online. Sustentamos, portanto, que este estudo forneça subsídios teóricos e metodológicos capazes de apoiar práticas pedagógicas e novas construções acadêmicas que integrem conteúdos matemáticos à reflexão crítica sobre esse fenômeno social contemporâneo das apostas esportivas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Aspectos matemáticos

2.1.1 Apostas esportivas - modelagem matemática básica

Para entender o passo a passo de como funcionam as apostas esportivas online, precisamos entender matematicamente as apostas. Dessa forma, usamos como referencial Campani (2024).

Em apostas esportivas, "odd"(plural "odds") é um termo fundamental que representa dois dos fatores principais envolvidos em uma aposta, são eles:

1. Um indicador da probabilidade implícita de um evento ocorrer (não é probabilidade, mas é um indicador de probabilidade). As odds são definidas pelas casas de apostas e refletem a chance que elas acreditam que um determinado resultado tem de acontecer.
2. O multiplicador do seu dinheiro em caso de acerto. As odds determinam quanto dinheiro você receberá de volta se sua aposta for vencedora. Esse valor inclui o seu dinheiro apostado de volta mais o lucro.

As casas de apostas (bookmakers) definem as odds com base em análises estatísticas, informações sobre as equipes/jogadores, volume de apostas e também para garantir sua margem de lucro (conhecida como "juice"ou "vig"). As odds podem mudar antes do início do evento dependendo de fatores como notícias de última hora (lesões, por exemplo) ou o volume de apostas em um determinado resultado. Odds altas indicam um evento menos provável, mas não impossível. Da mesma forma, odds baixas indicam maior probabilidade, mas não garantem a vitória.

Entender as odds é crucial para quem quer se envolver com apostas esportivas, pois elas informam tanto o risco percebido quanto o potencial retorno de uma aposta.

Consideramos, neste trabalho, as definições de espaço amostral, evento e função de probabilidade encontrada em Costa (2023).

Definição: Ao conjunto que contém todos os possíveis resultados é dado o nome de **espaço amostral**.

Definição: A ocorrência ou não de qualquer resultado particular dentro dos possíveis resultados, ou seja, a qualquer subconjunto do espaço amostral é dado o nome de **evento**.

Definição: A função que mede a chance de tais eventos ocorrerem é a chamada **função de probabilidade**.

Definição clássica. Se o espaço amostral Ω é finito e A é um evento, a probabilidade de A é definida por:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos totais}} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

desde que cada evento elementar, ou seja, qualquer subconjunto unitário de Ω , tenha a mesma chance de ocorrer. Aqui, $n(A)$ representa o número de elementos do evento A e $n(\Omega)$ representa o número de elementos no espaço amostral.

Sem perda de generalidade, usaremos o valor da aposta padrão sempre em R\$ 1,00. Considere o exemplo de um jogo de moedas em que cada aposta seja no valor de R\$ 1,00. Observe que a odd justa é de 50% para ganhar e 50% para perder, e quem ganhar leva R\$ 2,00 (nesse caso, aplica-se a definição clássica de Laplace, pois os eventos são equiprováveis). Note que a esperança matemática¹ é nula visto que tem 50% de ganhar e 50% de perder. Podemos agora generalizar a relação em expectativa e as probabilidades com suas odds.

Seja p a probabilidade de ganho na aposta e b , sua odd, ou seja, o montante possivelmente a receber por cada um real apostado (que será o seu prejuízo em caso de perda, cuja probabilidade é, portanto, $1 - p$). O ponto de partida é garantir que a expectativa de ganhos seja nula, e perceba que o ganho potencial é $b - 1$, enquanto a perda é o R\$1,00 apostado:

$$\begin{aligned} \text{Exp(Ganho)} &= \text{Probabilidade}_{\text{Ganho}} \times \text{Lucro} + \text{Probabilidade}_{\text{Perda}} \times (-\text{Prejuízo}) \\ \text{Exp(Ganho)} &= p \times (b - 1) + (1 - p) \times (-1) \\ 0 &= p \times (b - 1) + (1 - p) \times (-1) \\ p \times (b - 1) &= 1 - p \\ p \times b - p &= 1 - p \\ p \times b &= 1 \\ b &= \frac{1}{p} \quad \text{ou} \quad p = \frac{1}{b} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Perceba como essa relação, embora simples, é suficientemente robusta para a compreensão de alguns casos particulares.

1. Observe que em uma aposta que a probabilidade do evento acontecer é de 100%, a odd oferecida será igual a 1. Dessa forma, ninguém apostará para receber o mesmo valor.

¹ A esperança matemática ou valor esperado é o valor que se espera obter a longo prazo, considerando as probabilidades de cada resultado possível.

2. Note que a relação entre a probabilidade e a odd são inversas, ou seja, quanto maior a probabilidade, menor será a odd e menos a casa pagará pelo acerto desse evento. E quanto menor a probabilidade do evento acontecer, maior será a odd, ou seja, o fator de multiplicação do valor oferecido será maior.

Dessa forma, odds baixas indicam que a casa de aposta considera o evento mais provável de acontecer, e odds altas indicam que a casa de aposta considera o evento menos provável de acontecer.

Considere um jogo online onde as apostas são somente em vitória ou derrota de um time e o valor de ganho seria todo repassado ao vencedor visto que as odds seriam sempre de 50%, mas daí surge a seguinte pergunta: Como a casa de apostas paga seus custos e tem seu lucro?

Para responder a essa pergunta, temos que lembrar que a casa de apostas tem sua comissão. Assim como um corretor de imóveis ou um vendedor, a casa de apostas ganha em todas as apostas, ou seja, ela cobra uma comissão por aposta. Dessa forma, a banca sempre vence e mostraremos, a seguir, como é calculada essa comissão das casas de apostas.

Chamando a odd efetivamente paga de b_{real} , e considerando c o percentual retirado da odd anunciada que será pago como comissão à casa de apostas, temos que:

$$\begin{aligned} b_{real} &= b \times (1 - c) \\ b &= \frac{b_{real}}{1 - c} \\ \frac{1}{b} &= \frac{1 - c}{b_{real}} \end{aligned}$$

Desenvolvendo para uma aposta esportiva, onde temos uma partida entre duas equipes, sendo possível somente vitória do time A, empate ou vitória do time B, apresentamos o seguinte cálculo para encontrar a comissão cobrada pela casa de aposta:

$$\begin{aligned} p_{TimeA} + p_{empate} + p_{TimeB} &= 1 \\ \frac{1}{b_{TimeA}} + \frac{1}{b_{empate}} + \frac{1}{b_{TimeB}} &= 1 \\ \frac{1 - c}{b_{TimeA}} + \frac{1 - c}{b_{empate}} + \frac{1 - c}{b_{TimeB}} &= 1 \\ (1 - c) \left(\frac{1}{b_{TimeA}} + \frac{1}{b_{empate}} + \frac{1}{b_{TimeB}} \right) &= 1 \\ (1 - c) &= \left(\frac{1}{b_{TimeA}} + \frac{1}{b_{empate}} + \frac{1}{b_{TimeB}} \right)^{-1} \\ c &= 1 - \left(\frac{1}{b_{TimeA}} + \frac{1}{b_{empate}} + \frac{1}{b_{TimeB}} \right)^{-1} \end{aligned}$$

Para ilustrar a forma como as casas de apostas incorporam sua margem de lucro nas cotações oferecidas, consideremos o seguinte conjunto de odds atribuídas a três possíveis

resultados de uma partida hipotética:

$$b_A = 1,50, \quad b_B = 4,00, \quad b_C = 6,00.$$

A partir dessas cotações, as probabilidades implícitas podem ser obtidas pela relação $p_i = 1/b_i$, resultando em:

$$\frac{1}{1,50} + \frac{1}{4,00} + \frac{1}{6,00} = 0,6667 + 0,2500 + 0,1667 = 1,0834.$$

Observa-se que a soma das probabilidades é superior a 1, evidenciando um *overround*. Nessa situação, o apostador paga, indiretamente, uma margem que garante o lucro estrutural da casa, independentemente do desfecho do evento.

A comissão pode ser quantificada pela *margem normalizada*, conforme a expressão definida por:

$$c = 1 - \left(\frac{1}{1,50} + \frac{1}{4,00} + \frac{1}{6,00} \right)^{-1}.$$

Substituindo os valores, temos:

$$c = 1 - (1,0834)^{-1} = 1 - 0,9230 = 0,0770.$$

Portanto, a comissão embutida nessas odds é de aproximadamente 7,70%. Em outras palavras, a cada unidade monetária apostada, a casa retém, em média, 0,077 como margem de segurança. Esse exemplo evidencia de forma clara o mecanismo pelo qual os operadores asseguram vantagem em mercados consolidados de apostas, característica essencial para a sustentabilidade econômica dessas empresas.

Precisamos aqui abordar outra forma como as casas de apostas apresentam suas comissões. Para isso, vamos utilizar as cotações mostradas na Figura 4:

Figura 4 – Odds reais para apostas esportivas



Fonte: Poder360. Disponível em: <em:https://www.lance.com.br/resenha-de-apostas/basico/dicas-de-apostas-o-que-sao-odds.html. Acesso em: 18 de abril 2025.

A comissão pode ser expressa pela chamada *margem normalizada*:

$$c = 1 - \left(\frac{1}{b_{RealMadrid}} + \frac{1}{b_{empate}} + \frac{1}{b_{Getafe}} \right)^{-1}.$$

Substituindo os valores das probabilidades, obtém-se:

$$\begin{aligned} c &= 1 - \left(\frac{1}{1,68} + \frac{1}{4,80} + \frac{1}{7,75} \right)^{-1} \\ &= 1 - (0,5952 + 0,2083 + 0,1290)^{-1} \\ &= 1 - (0,9325)^{-1} \\ &= 1 - 1,0724 \\ &= -0,0724. \end{aligned}$$

Assim, a margem resultante é negativa, correspondendo a aproximadamente $-7,24\%$. Em termos práticos, tal resultado indica um cenário de *underround*, no qual, ao menos do ponto de vista teórico, haveria uma vantagem potencial para o apostador. Dessa forma, segundo Williams e Paton (2022), as casas de apostas fazem interferências na odd não somente para aumentar seus lucros, mas para conquistar mais apostadores.

Esse fenômeno contrasta com o comportamento típico dos mercados consolidados de apostas, nos quais a soma das probabilidades implícitas excede a unidade, gerando uma margem positiva — o chamado *overround* — que garante o lucro estrutural da casa (Angelini; Angelis, 2018). A ocorrência de margens negativas costuma estar associada a promoções, erros temporários de precificação ou ajustes estratégicos realizados pelas operadoras.

Portanto, esse exemplo é útil não apenas para demonstrar o procedimento de cálculo da comissão, mas também para evidenciar que nem sempre as odds refletem um *overround*, ainda que esse seja o padrão dominante no setor.

Podemos resumir a interpretação das somas das probabilidades implícitas $p_i = 1/b_i$ da seguinte forma:

- Se $\sum_i p_i > 1$: o mercado apresenta *overround*, indicando vantagem para a casa de apostas, ou seja, comissão positiva.
- Se $\sum_i p_i = 1$: o mercado é justo, não existindo comissão embutida.
- Se $\sum_i p_i < 1$: o mercado apresenta *underround*, caracterizando uma vantagem teórica para o apostador, ou seja, comissão negativa.

2.1.2 Apostas esportivas - modelagem matemática pela Teoria dos Jogos

Para um entendimento mais completo sobre o funcionamento das apostas esportivas, escolhemos a área da matemática conhecida como Teoria dos Jogos, e usaremos como referencial teórico o livro *Álgebra Linear com Aplicações* (Anton, 2013).

Em Teoria de Jogos, entende-se, pelo estudo do retorno ou compensação de um jogador, quando há uma disputa entre dois jogadores, e cada jogador tem para cada escolha em uma rodada do jogo sua probabilidade.

Em um jogo genérico, temos dois jogadores e, para manter as notações encontradas na referência, esses jogadores serão chamados de L e C.

Para um jogo arbitrário, definimos: m como o número de movimentos possíveis do jogador L e n o número de movimentos possíveis do jogador C.

Para cada rodada desse jogo, ocorre uma compensação; essa compensação pode ser entendida como o valor pago pelo jogador L que perdeu para o jogador C e que ganhou na movimentação da rodada.

Seguem as notações utilizada:

p_i = probabilidade de que o jogador L faça o movimento i , $i = 1, 2, \dots, m$.

q_j = probabilidade de que o jogador C faça o movimento j , $j = 1, 2, \dots, n$.

Dessa forma, para cada movimento dos jogadores, (p_i, q_j) , onde $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$, existe um retorno ou também chamado de compensação do jogador L. Todos os valores possíveis para as combinações dos movimentos podem ser escritos na forma de uma matriz $m \times n$, dada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Notação: a_{ij} = compensação do jogador C para o jogador L, se o jogador L fizer o movimento i e o jogador C o movimento j , onde $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$.

O jogador L pode fazer m movimentos diferentes e cada movimento desse tem sua probabilidade de ocorrência e pode ser disposto no vetor de probabilidades abaixo:

$$p = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \dots & p_m \end{bmatrix}.$$

Analogamente, o seu adversário, o jogador C, também tem seu vetor de probabilidades descrito para n possíveis movimentos, como pode ser visto:

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}.$$

Os vetores p e q são conhecidos como os vetor de estratégia dos jogadores.

Vale ressaltar que os movimentos dos jogadores, cujas probabilidades de ocorrência foram descritas nos vetores p e q , são independentes, ou seja, as probabilidades no vetor q não são influenciadas pelos movimentos do jogador L e o contrário também é verdadeiro. Com isso, fazendo a multiplicação das matrizes, a compensação esperada do jogador L também pode ser vista algebricamente da seguinte forma:

$$E(p, q) = a_{11}p_1q_1 + a_{12}p_1q_2 + \cdots + a_{1n}p_1q_n + a_{21}p_2q_1 + \cdots + a_{mn}p_mq_n. \quad (2.2)$$

Observe que a equação (2.2) representa uma média ponderada das compensações para o jogador L, onde cada compensação é ponderada de acordo com a probabilidade de sua ocorrência. Essa média é denominada *compensação esperada* na Teoria de Probabilidade. Dessa forma, denominamos $E(p, q)$ essa compensação.

A seguir, calculamos $E(p, q)$ para um caso de ordem 2 e, em seguida, construímos um exemplo numérico a fim de aplicarmos a teoria e analisarmos alguns comportamentos.

Seja $p = (p_1, p_2)$ a distribuição de probabilidades associada às escolhas do jogador 1, e $q = (q_1, q_2)$ a distribuição correspondente ao jogador 2. A matriz de pagamentos do jogo é dada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

onde a_{ij} representa o pagamento do jogador 1 quando este escolhe a estratégia i , e o jogador 2 escolhe a estratégia j .

A compensação esperada da partida, denotado por $E(p, q)$, é obtido pelo produto matricial:

$$\begin{aligned} E(p, q) &= \begin{bmatrix} p_1 & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \\ &= a_{11}p_1q_1 + a_{12}p_1q_2 + a_{21}p_2q_1 + a_{22}p_2q_2. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Como se trata de distribuições de probabilidade, temos que:

$$p_1 + p_2 = 1 \quad \text{e} \quad q_1 + q_2 = 1.$$

Portanto, podemos expressar p_2 e q_2 em função de p_1 e q_1 , respectivamente:

$$p_2 = 1 - p_1 \quad \text{e} \quad q_2 = 1 - q_1.$$

Substituindo essas expressões na equação (2.3), obtemos:

$$E(p, q) = a_{11}p_1q_1 + a_{12}p_1(1 - q_1) + a_{21}(1 - p_1)q_1 + a_{22}(1 - p_1)(1 - q_1). \quad (2.4)$$

A equação (2.4) expressa a compensação esperada em função de apenas duas variáveis: p_1 e q_1 . Essa simplificação é particularmente útil para a análise gráfica ou algébrica de estratégias ótimas, especialmente em jogos com espaço de estratégias limitado a duas opções por jogador.

Expandindo a equação (2.4), temos:

$$\begin{aligned} E(p_1, q_1) &= a_{11}p_1q_1 + a_{12}p_1(1 - q_1) + a_{21}(1 - p_1)q_1 + a_{22}(1 - p_1)(1 - q_1) \\ &= a_{11}p_1q_1 + a_{12}p_1 - a_{12}p_1q_1 + a_{21}q_1 - a_{21}p_1q_1 + a_{22} - a_{22}p_1 - a_{22}q_1 + a_{22}p_1q_1. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Agrupando os termos semelhantes:

$$E(p_1, q_1) = (a_{11} - a_{12} - a_{21} + a_{22})p_1q_1 + (a_{12} - a_{22})p_1 + (a_{21} - a_{22})q_1 + a_{22}. \quad (2.6)$$

Dessa forma, a esperança matemática está na ordem de p e q . A seguir, apresentamos um exemplo numérico.

Exemplo: Suponha um jogo simplificado entre um apostador (Jogador 1) e a casa de apostas (Jogador 2). O apostador pode escolher entre apostar na **vitória do time A** (estratégia 1) ou na **vitória do time B** (estratégia 2). Já a casa de apostas pode escolher entre oferecer **odds equilibradas** (estratégia 1) ou **odds distorcidas** (estratégia 2), que favorecem a si própria.

A matriz de ganhos do apostador, em unidades monetárias, é a seguinte:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

Interpretação:

- $a_{11} = 1$: o apostador ganha 1 unidade ao apostar no time A com odds equilibradas;
- $a_{12} = -1$: o apostador perde 1 unidade ao apostar no time A com odds distorcidas;
- $a_{21} = 2$: o apostador ganha 2 unidades ao apostar no time B com odds equilibradas;

- $a_{22} = -2$: o apostador perde 2 unidades ao apostar no time B com odds distorcidas.

Suponha que o apostador adote uma estratégia mista, escolhendo a aposta no time A com probabilidade p_1 (e, portanto, no time B com $p_2 = 1 - p_1$). Da mesma forma, a casa de apostas pode oferecer odds equilibradas com probabilidade q_1 , e odds distorcidas com probabilidade $q_2 = 1 - q_1$.

A esperança matemática do jogo, ou seja, o ganho médio esperado pelo apostador, é dada por:

$$E(p_1, q_1) = a_{11}p_1q_1 + a_{12}p_1q_2 + a_{21}p_2q_1 + a_{22}p_2q_2$$

Substituindo os valores da matriz e as relações $p_2 = 1 - p_1$ e $q_2 = 1 - q_1$, obtemos:

$$E(p_1, q_1) = 1 \cdot p_1q_1 + (-1) \cdot p_1(1 - q_1) + 2 \cdot (1 - p_1)q_1 + (-2) \cdot (1 - p_1)(1 - q_1)$$

Simplificando a expressão, temos:

$$E(p_1, q_1) = 6p_1q_1 - 3p_1 - 4q_1 + 2$$

Essa equação mostra como o ganho esperado do apostador depende de suas escolhas e das estratégias da casa. A análise dessa função revela que, mesmo com decisões probabilísticas racionais, o ambiente do jogo pode se mostrar desfavorável ao apostador, especialmente quando a casa adota odds distorcidas. Para visualizar a influência das decisões, consideramos as estratégias apresentadas abaixo.

- $p_1 \in \{0, 1\}$: Estratégia do apostador

$$\begin{cases} p_1 = 0 : \text{aposta na vitória do time B} \\ p_1 = 1 : \text{aposta na vitória do time A} \end{cases}$$

- $q_1 \in \{0, 1\}$: Estratégia da casa de apostas

$$\begin{cases} q_1 = 0 : \text{oferece odds equilibradas} \\ q_1 = 1 : \text{oferece odds distorcidas} \end{cases}$$

Seguem as possibilidades de apostas e as combinações de estratégias:

- **Caso 1:** $p_1 = 0$ (aposta na vitória do time B), $q_1 = 0$ (odds equilibradas):

$$E(0, 0) = 6 \cdot 0 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 2 = 2$$

- **Caso 2:** $p_1 = 0$ (aposta na vitória do time B), $q_1 = 1$ (odds distorcidas):

$$E(0, 1) = 6 \cdot 0 \cdot 1 - 3 \cdot 0 - 4 \cdot 1 + 2 = -2$$

- **Caso 3:** $p_1 = 1$ (aposta na vitória do time A), $q_1 = 0$ (odds equilibradas):

$$E(1, 0) = 6 \cdot 1 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 4 \cdot 0 + 2 = -1$$

- **Caso 4:** $p_1 = 1$ (aposta na vitória do time A), $q_1 = 1$ (odds distorcidas):

$$E(1, 1) = 6 \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 2 = 1$$

- **Caso 5:** $p_1 = q_1 = 0,5$ ambos adotam estratégia aleatória:

$$E(1, 1) = 6 \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 2 = 1$$

O valor máximo da esperança matemática é 2, alcançado apenas quando $p_1 = 0$ e $q_1 = 1$, ou seja, quando o apostador aposta exclusivamente no time B e a casa oferece apenas odds equilibradas, um cenário que, na prática, é improvável de ocorrer.

O valor mínimo é -2 , obtido quando $p_1 = 1$ e $q_1 = 0$, ou seja, o apostador aposta sempre no time A e a casa distorce completamente as odds, uma situação que evidencia a perda máxima possível para o jogador.

Quando ambos adotam estratégias aleatórias temos a representação do jogo justo visto que as condições devem ser ideais, porém esse caso não reflete o comportamento do mercado de apostas.

Esse exemplo reforça que o jogo de apostas não é neutro nem justo. A casa de apostas pode estruturar o jogo de forma a manter vantagem estatística. Essa abordagem, ancorada na Teoria dos Jogos, é útil para uma compreensão crítica sobre os mecanismos ocultos nas plataformas de apostas online.

Esses resultados numéricos demonstram que a estrutura do jogo não favorece o apostador em um contexto realista, sobretudo quando a casa de apostas recorre à manipulação das odds — estratégia amplamente utilizada nas plataformas online. A presença do termo $-4q_1$ na função, por exemplo, destaca a sensibilidade da expectativa à distorção das odds, independentemente da escolha do apostador.

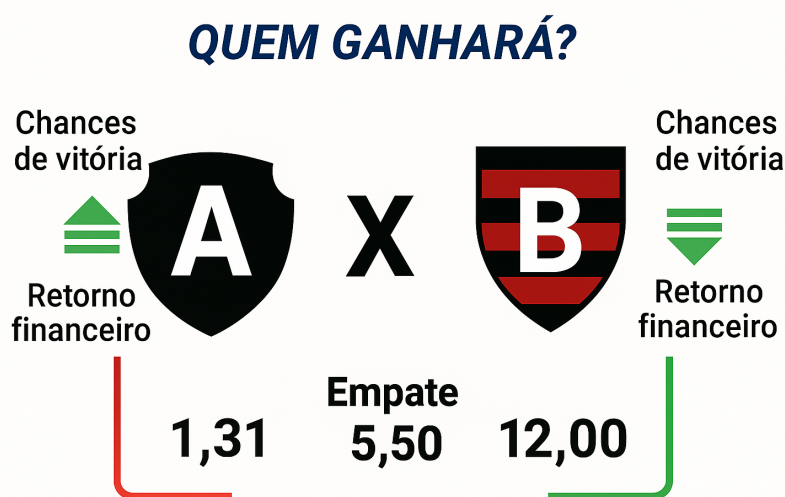
Além disso, mesmo em cenários nos quais o apostador adota uma distribuição estratégica mista (valores intermediários de p_1), a casa ainda pode minimizar o ganho esperado do jogador por meio da manipulação do parâmetro q_1 . Isso evidencia uma vantagem estrutural da casa, que possui maior controle sobre as condições do jogo.

Portanto, os experimentos numéricos corroboram a tese de que o jogo é estatisticamente enviesado, e que, mesmo sob decisões racionais baseadas em Teoria dos Jogos, o apostador encontra-se em uma posição sistematicamente desvantajosa. Este exemplo, embora simplificado, ilustra com clareza os mecanismos de risco e incerteza presentes nas apostas esportivas online e reforça a importância da educação financeira crítica no ambiente escolar.

Vamos construir outro exemplo de aposta esportiva aplicada em uma partida de futebol, na qual temos como possibilidade a vitória do Time A, o empate e a vitória do Time B. Faremos o cálculo da compensação esperada já que é possível determinar os vetores p , q e a matriz A .

Para isso, vamos considerar a aposta no empate. Calculamos então p , A e q , com as odds que seguem apresentadas na Figura 5:

Figura 5 – Exemplo de odd em uma aposta esportiva



Fonte: O autor, 2025.

Consideramos a aposta feita no empate em uma partida de futebol, com as odds apresentadas acima.

$$p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0.31 & -1.00 & -1.00 \\ -1.00 & 4.50 & -1.00 \\ -1.00 & -1.00 & 11.00 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} 0.7422 \\ 0.1768 \\ 0.0810 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

O vetor p contém as proporções da aposta em cada evento possível. A matriz A é construída pelos lucros e prejuízos em cada combinação de eventos, e o vetor q , que representa as probabilidades dos eventos ocorrerem, é determinado após a remoção da comissão da casa de apostas.

Os cálculos foram realizados no Excel, e a planilha encontra-se no Apêndice A, junto com a construção de cada elemento das matrizes.

Observação: Os elementos a_{ij} da matriz A , com $i \neq j$, assumem valor -1 , pois utilizamos como valor da aposta R\$ 1,00. Dessa forma, esse valor representa a compensação dada ao erro na aposta.

Os elementos q_i do vetor q são calculados por, $q_i = \frac{1-c}{b_i}$, onde b_i representa a odd correspondente a cada aposta possível e c é a comissão cobrada em cada aposta.

$$E(p, q) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.31 & -1 & -1 \\ -1 & 4.5 & -1 \\ -1 & -1 & 11 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,7422 & 0,1768 & 0,0810 \end{bmatrix} = -0,0277$$

A compensação esperada dada por $E(p, q) = pAq$, calculada com os valores em (2.7) nos deu o resultado: -0.0277 . Observe que a compensação esperada é negativa, confirmando os resultados esperados. Esse número negativo nos mostra que a aposta realizada não é vantajosa do ponto de vista estatístico: espera-se uma perda média de aproximadamente 2,77 centavos a cada R\$ 1,00 apostado no empate. Dessa forma, evidenciamos a assimetria entre os apostadores e as casas de apostas, pois, mesmo com uma odd relativamente alta, a esperança é de perda.

A fórmula do cálculo da compensação esperada, nesses exemplos com apostas esportivas, tem uma propriedade interessante: devido à relação que A tem com q , aliada à estrutura da matriz A construída a partir das odds reais, a compensação esperada é a mesma para qualquer valor de p .

Além disso, é possível afirmar que seu valor é sempre igual a $-c$, como será demonstrado a seguir para um problema de ordem 3:

$$E(p, q) = pAq.$$

Seja a matriz A da forma:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & -1 & -1 \\ -1 & a_{22} & -1 \\ -1 & -1 & a_{33} \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}, \quad p = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix}.$$

Sabemos que:

$$b_i = \frac{b_{\text{real}}}{1-c} \quad \text{e} \quad q_i = \frac{1}{b_i},$$

portanto, as entradas da diagonal da matriz A podem ser reescritas como:

$$a_{ii} = b_{\text{real}i} - 1 = b_i(1-c) - 1 = \frac{1}{q_i}(1-c) - 1, \quad \text{para } i = 1, 2, 3. \quad (2.8)$$

Multiplicando A por q , temos:

$$Aq = \begin{bmatrix} a_{11}q_1 - q_2 - q_3 \\ a_{22}q_2 - q_1 - q_3 \\ a_{33}q_3 - q_1 - q_2 \end{bmatrix}.$$

Substituindo as expressões de a_{ii} da equação (2.8):

$$a_{ii}q_i = \left(\frac{1}{q_i}(1 - c) - 1 \right) q_i = (1 - c) - q_i,$$

portanto:

$$Aq = \begin{bmatrix} (1 - c) - q_2 - q_3 \\ (1 - c) - q_1 - q_3 \\ (1 - c) - q_1 - q_2 \end{bmatrix}.$$

Como $q_1 + q_2 + q_3 = 1$, temos:

$$Aq = \begin{bmatrix} (1 - c) - (1 - q_1) \\ (1 - c) - (1 - q_2) \\ (1 - c) - (1 - q_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c + q_1 \\ -c + q_2 \\ -c + q_3 \end{bmatrix}.$$

Logo, a compensação esperada será:

$$E(p, q) = pAq = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c + q_1 \\ -c + q_2 \\ -c + q_3 \end{bmatrix} = -c(p_1 + p_2 + p_3) + (p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3).$$

Como $p_1 + p_2 + p_3 = 1$, então:

$$E(p, q) = -c + (p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3).$$

A parte dependente de p na compensação esperada é o produto escalar $p \cdot q$, no qual q representa uma distribuição de probabilidade corrigida pela margem da casa de apostas. Como q foi normalizado para somar 1, esse produto atinge o valor máximo 1 apenas quando $p = q$. Nos demais casos, $p \cdot q < 1$, o que implica que a compensação esperada será sempre negativa. Assim, o termo determinante da compensação esperada é o fator $-c$, correspondente à margem da casa, o que evidencia a expectativa sistemática de perda por parte do apostador.

Concluimos, portanto, que:

$$E(p, q) \leq -c,$$

e no caso em que $p = q$ (o apostador conhece perfeitamente as probabilidades corrigidas), tem-se:

$$E(p, q) = -c.$$

Esse resultado reforça o papel da comissão embutida na precificação das apostas pelas casas de apostas, o que garante lucro esperado positivo para elas independentemente da escolha e estratégia do apostador.

2.2 Aspectos educacionais

2.2.1 Educação financeira em contextos escolares

Cada vez mais estamos inseridos em um mundo tecnológico, onde as ferramentas financeiras se tornaram de fácil acesso. No entanto, essas facilidades também trouxeram novos desafios, como a maior exposição a fraudes e a proliferação de produtos que prometem ganhos irreais. Observamos, de forma cíclica, taxas de juros subirem e caírem, preços oscilarem e novas oportunidades e riscos surgirem. Dessa forma, a educação financeira desempenha o protagonismo para o desenvolvimento e proteção de uma sociedade digital.

Com esse acesso ampliado, também aumentam as formas de perder dinheiro. Por isso, a educação financeira deve estar presente na formação de todos os cidadãos, como um direito fundamental de acesso à informação e à proteção das famílias. Trata-se, também, de uma política pública essencial para o bem-estar coletivo ao promover escolhas mais responsáveis e sustentáveis.

Construindo um alinhamento com um dos princípios da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), destacamos a importância do conhecimento financeiro:

O conhecimento financeiro é importante para que os consumidores não sejam vítimas de fraudes, consigam orçar de forma apropriada as suas receitas e realizem os seus investimentos de forma eficiente. Além disso, acrescentam que com a sofisticação dos mercados financeiros, as famílias acabam assumindo responsabilidades e riscos sobre as próprias escolhas financeiras (Silva; Lucena, 2022, p. 52)

Precisamos aqui destacar o que chamaremos de Educação Financeira em Contexto Escolar (EFCE) ou simplesmente Educação Financeira Escolar (EFE). Para isso, usaremos a definição de Muniz (2023).

Conjunto de estratégias e ações desenvolvidas para o contexto escolar, considerando aspectos matemáticos e não matemáticos, didáticos e multidisciplinares,

que convidem os estudantes a refletirem sobre situações econômicas e financeiras relacionadas com a aquisição, planejamento, utilização e redistribuição do dinheiro, de forma crítica e fundamentada, e também sobre possíveis consequências de suas decisões e atitudes frente às suas demandas, necessidades, projetos e realizações em sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem (Muniz, 2023, p. 8.b).

Nosso trabalho contribui para estimular a geração de Ambientes de Educação Financeira Escolar (AEFE), entendidos não apenas como espaços físicos, mas como experiências formativas que, por meio de reflexões provocadas ao longo de cada capítulo, contribuam diretamente para o desenvolvimento do pensamento crítico em EF. Assim, cada convite à reflexão proposto neste trabalho é concebido como um AEFE em si. Para fundamentar essa concepção, adotamos o entendimento apresentado por Muniz (2023) acerca do que constitui um Ambiente de Educação Financeira Escolar:

Ambientes de Educação Financeira Escolar não se referem a lugares, espaços escolares, ambientes físicos pré-determinados, mas sim às interações entre pessoas, quando analisam e investigam situações econômico-financeiras, no contexto das atividades didáticas propostas, bem como quando dizem quais decisões tomariam em tais situações (Muniz, 2023, p. 8d).

O termo Educação Financeira tem ganhado cada vez mais espaço, não como substituto de Matemática Financeira, tradicionalmente presente nas salas de aula e nos meios acadêmicos, mas como uma ampliação conceitual. Isso porque a matemática financeira, por si só, não era suficiente para preencher determinadas lacunas de informações fundamentais para o entendimento e a prática cotidiana das finanças. Neste trabalho, adotamos a definição de Educação Financeira conforme orientada pela OCDE:

Educação Financeira é o processo pelo qual os consumidores financeiros/ investidores melhoram a sua compreensão sobre os conceitos e produtos financeiros e, através da informação, instrução e/ou aconselhamento objetivos, desenvolvam as habilidades e a confiança para tomar consciência de riscos e oportunidades financeiras, para fazer escolhas informadas, saber onde buscar ajuda e tomar outras medidas eficazes para melhorar a sua proteção e o seu bem-estar financeiro (OCDE, 2005).

Como exemplo, podemos entender que o termo Matemática Financeira busca o conhecimento através de cálculos, construções de fórmulas e suas representações. Modernizando o entendimento, a concepção de Educação Financeira vem com o interesse não de substituir e sim de acrescentar um entendimento mais amplo e dinâmico. Como citado anteriormente, podemos ampliar os conhecimentos em um novo tempo; não mais estaremos atentos somente aos efeitos a uma taxa no tempo, mas sim ao porquê dessa taxa, o que essa taxa influencia na vida das pessoas, e o que o tempo vai trazer como consequência, seja em uma conta a pagar ou um investimento a receber.

Ampliando o entendimento sobre o que é Educação Financeira, identificamos o entendimento do Banco Central (BC) com sua definição, como apresentamos a seguir:

Educação Financeira é o processo mediante o qual consumidores e investidores financeiros melhoram a sua compreensão sobre produtos, conceitos e riscos financeiros e, por meio de informação, instrução ou aconselhamento objetivo, desenvolvem as habilidades e a confiança necessárias para se tornarem mais cientes dos riscos e oportunidades financeiras, para fazer escolhas baseadas em informação, saber onde procurar ajuda e realizar outras ações efetivas que melhorem o seu bem-estar financeiro (Brasil, 2025).

Destacamos a convergência do autor desta dissertação com a compreensão apresentada na obra *Livro Aberto: Educação Financeira*, no que se refere à importância e à necessidade da educação financeira.

Vivemos diariamente situações financeiras e econômicas que envolvem consumo, poupança, proteção e investimento, em que os nossos desejos, preferências, análises, princípios, valores e escolhas estão presentes e conectadas. Do orçamento financeiro pessoal/familiar aos nossos padrões de consumo; das compras pelos aplicativos às discussões sobre questões demográficas e previdenciárias; das escolhas por produtos sustentáveis ou mais baratos à forma como escolhemos o combustível do automóvel; das nossas decisões sobre onde vamos passar as férias aos planos e estratégias para realizar determinados sonhos. (Muniz, 2023, p. 6)

Existem muitos desafios em abordar o tema Educação Financeira. Como sociedade, percebemos um atraso na percepção de sua necessidade, como citado a seguir:

Um dos possíveis motivos pelo atraso da preocupação com a educação financeira está atrelado ao passado cultural e histórico do país, quando as variações monetárias e as altas taxas de inflação, durante muito tempo, foram características marcantes da economia. Neste ambiente econômico, o indivíduo é levado às decisões de curto prazo e à falta de planejamento (Vieira; Bataglia; Sereia, 2011).

Além do citado acima, outro desafio é como integrar diversas áreas, tornando de fato um estudo multidisciplinar fazendo áreas de campos teóricos diferentes se complementarem. E como fazer a matemática, que comumente se preocupa com os cálculos e deixa aspectos emocionais e comportamentais de lado, se alinhar à psicologia, trazendo um olhar mais comportamental e emocional, e aos historiadores que, por vezes, terão um olhar explicativo sobre a origem e o motivo da situação financeira, além de compreender questões relacionadas ao capital.

Além da Educação Financeira, destacamos o termo *Alfabetização Financeira*, que surge de forma complementar, mas com nuances específicas. A alfabetização financeira vai além de só um conhecimento teórico, sua abrangência está em focar que indivíduos sejam capazes de tomarem decisões responsáveis em relação ao dinheiro, crédito, investimentos financeiros etc.

Alfabetização Financeira tem duas dimensões: uma relacionada à compreensão, que envolve o conhecimento em finanças pessoais, e uma outra relacionada

ao uso, envolvendo a aplicação dos conhecimentos. A alfabetização financeira consiste no conhecimento e na aplicação do capital humano em questões de finanças pessoais (Houston, 2010).

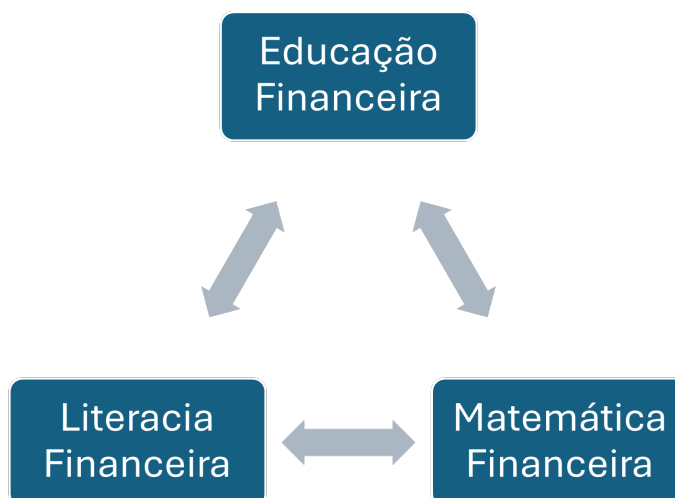
A fim de fortalecer o entendimento e a preocupação com a formação dos cidadãos, destacamos também o termo *Literacia Financeira*.

Este como uma competência, ou seja, desenvolver a Literacia Financeira para que os indivíduos sejam capazes de tomar decisões embasados em pressupostos de cidadania e ética, dessa forma suas decisões não serão somente de natureza matemática, mas vistas de formas interdisciplinarmente, para compreenderem os cenários socioeconômicos (Muniz; Pessoa; Kisteman, 2018, p. 4).

Como fundamentação do trabalho, perseguimos o exposto por Muniz (2023), com os quatro princípios para estimular a produção de Ambientes de Educação Financeira Escolar (AEFE):

- Convite à reflexão: Inspirativa e crítica sem ser impositiva ou prescritiva;
- Lente multidisciplinar: Aspectos matemáticos e não matemáticos para compreender e tomar decisões;
- Conexão didática: Conectada com o ensino e aprendizagem em contextos escolares;
- Dualidade: Habilidades financeiras e pensamento matemático, como uma via de mão dupla.

Dessa forma, Muniz (2023) nos ensina que a EF não deve ser prescritiva ou impositiva e sim um convite à reflexão para que os próprios estudantes sejam capazes de avaliar e, assim, tomem suas decisões. Para a lente multidisciplinar, precisamos oferecer múltiplas leituras para que, dessa forma, efeitos culturais, sociais, políticos etc. possam constituir aspectos multifocais. A conexão didática está relacionada a compreender que EF está no contexto escolar e, portanto, deve ser capaz de entender como os alunos pensam os aspectos relacionados à EF, levando em consideração aspectos matemáticos e não matemáticos. A dualidade deve ser orientada para que o ensino de matemática e a educação financeira possam ambas contribuir uma com a outra por meio da EFCE. Esses quatro princípios serviram como nosso guia em toda a construção dessa dissertação, não somente como forma de pensarmos a EFCE, mas também na construção de todas as 15 tarefas didáticas.

Figura 6 – Ciclo de definições

Fonte: O autor, 2025.

Para continuidade do trabalho, destacamos que os conceitos apresentados na Figura 6 são distintos, porém estabelecem entre si uma relação de mútua contribuição, na qual cada um complementa e potencializa o outro. De forma simplificada, compreendemos que Literacia Financeira se traduz como uma competência enquanto a Matemática Financeira traz consigo também a habilidade em resolução de tarefas relacionadas a assuntos financeiros. Compreendemos a Educação Financeira como uma junção e, ao mesmo tempo, a adição de saberes vindos de reflexões mais complexas e com análise de mais fatores quando aplicada em contextos de decisão. Todas estão intimamente ligadas com nosso objetivo em provocar reflexões sobre as apostas esportivas online.

2.2.2 Reflexões sobre aspectos comportamentais

As apostas esportivas vêm chamando atenção da sociedade por diferentes pontos. Abordaremos, nesta seção, alguns de seus riscos quando tratamos dos efeitos comportamentais e psicológicos.

Recentemente acompanhamos o caso de repercussão nacional que ainda está em curso de investigação, o caso do jogador Bruno Henrique, do Flamengo. O jogador foi indiciado pela Polícia Federal por suposto favorecimento a alguns familiares, dando a estes a oportunidade que obtivessem lucro sobre uma aposta que dependeria apenas que o jogador recebesse um cartão amarelo. Segundo reportagem de Giovanni e Limão (2025), seu irmão teria apostado R\$ 380,86 e obteve um retorno de R\$ 1.180,67. Não estamos antecipando qualquer julgamento ou opinião, o objetivo é analisarmos os efeitos que as casas de apostas trazem para a sociedade.

Outro caso de repercussão mundial é o do jogador Lucas Paquetá, que estava em julgamento enquanto essa dissertação era escrita. Nesse caso, o jogador está sendo acusado de supostamente favorecer amigos de seu bairro onde morava na Ilha de Paquetá, reportagem de O

Globo (2025). Diversas apostas foram feitas para que, se o jogador tomasse um cartão amarelo, ganhassem a aposta que totalizava quase R\$ 670 mil de lucro. Novamente destacamos que não temos o objetivo de trazer qualquer pré-julgamento, apenas reforçar os efeitos das apostas esportivas online.

Sabemos que existem diversos outros casos de partidas de futebol sob investigação e, por isso, especialistas defendem que algumas modalidades de apostas deveriam ser proibidas dada a facilidade de se efetuar uma fraude, como cartão amarelo, apostas em quantidades de escanteios etc. As apostas esportivas online encontram espaço nesta ausência de formação dos cidadãos em relação à educação financeira, principalmente os jovens que ainda estão em formação do ponto de vista neurobiológico, e assim tem um menor controle dos seus impulsos.

Em pesquisa recente realizada pela Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP), especialistas apontaram o crescimento no número de apostadores adolescentes entre 14 e 17 anos. Esse estudo sugere que sejam limitadas as publicidades em eventos e mídias sociais, seguindo iniciativas de países como a Inglaterra e a Espanha (Candido, 2025).

Algumas medidas já estão sendo tomadas em virtude das consequências trazidas pelas apostas esportivas online na sociedade. Na vanguarda dos campeonatos mundiais, a Premier League, a liga mais valiosa do mundo, proibiu que os clubes possam ter como patrocinador *master* as casas de apostas, dessa forma restringindo que casas bet estampem suas marcas na frente das camisas. Essa medida visa diminuir a publicidade de jogos de azar (GE, 2023).

Aqui no Brasil, estamos atrasados quanto ao antídoto dessa epidemia. No ano de 2025, os dois principais campeonatos de futebol, o Campeonato Brasileiro e a Copa do Brasil, são patrocinados por casas de apostas, mudando inclusive o nome dos campeonatos. Outro ponto em destaque são os clubes da série A do campeonato brasileiro, pois, também em 2025, todos os 20 clubes exibem propagandas em suas camisas das casas de apostas. Vale destacar que, desses 20 clubes, 18 são patrocinadores *master*, sendo exibidos na parte da frente da camisa, ocupando assim o local mais disputado para o marketing, como apresentado na Figura 7

Figura 7 – Patrocinadores Master dos times da Série A



Fonte: Poder360. Disponível em:
<https://www.poder360.com.br/poder-sportsmkt/90-dos-clubes-da-serie-a-do-brasileirao-sao-patrocinados-por-bets/>. Acesso em: 18 abr. 2025.

Mesmo não sendo o foco desta dissertação, precisamos destacar apostas que são similares e trazem efeito semelhantes. Atualmente os jogos Fortune Tiger² e Aviator lideram como os jogos de aposta do modo *slot*. Popularmente os jogos são conhecidos como jogo do Tigrinho e jogo do Aviãozinho.

Todos esses jogos de apostas online trazem características semelhantes. Uma delas, de acordo com Mendieta e Queiroz (2024), é o neuromarketing, cujas abordagens sobre o comportamento do consumidor visam estimular a permanência do apostador no jogo. Para isso, são empregadas análises com imagens cerebrais e biometria dos consumidores, em resposta ao impacto emocional gerado por certos estímulos.

Ainda segundo estudo realizado por Mendieta e Queiroz (2024), no jogo Fortune Tiger, existem estratégias de cores, sons e imagens, estímulos que levam o apostador a se enganar quanto aos acertos e erros. Existem estímulos visuais e sonoros como se fossem acertos mesmo

² O jogo do Tigrinho tem como formato os jogos de "slot", também conhecidos como "caça níquel". O objetivo do jogo é enfileirar três imagens iguais em uma das três linhas horizontais ou conseguir que isso ocorra em uma das duas diagonais. O jogo é composto de 7 imagens: tangerinas, fogos de artifícios, envelopes vermelhos, pote com moedas, peça de ouro com pedras preciosas verdes, barra de ouro em um formato chinês denominada Ouro Sycee, e a figura de um tigre com a palavra "Wild".

quando o prêmio a ser pago é 60% do valor apostado. Em outra combinação, o estímulo é dado ao apostador como se fosse uma vitória, mesmo pagando o mesmo valor apostado. Os autores chamaram de *efeito tangerina*, pois o jogo cria esse estímulo com uma combinação de tangerinas.

Dessa forma, apesar do jogo passar a mensagem de vitória ao jogador, matematicamente o indivíduo, apenas recuperou o valor investido (combinação de fogos de artifício), ou ainda obteve um saldo negativo na vitória, ganhando como prêmio apenas 0,60% do valor apostado inicialmente (combinação de tangerinas). Durante a observação, foi possível verificar que as outras premiações ocorreram ocasionalmente, mas foi perceptível o fato de que ocorrem após consecutivas rodadas sem vitória, ou com vitórias por meio de combinações de tangerinas ou fogos de artifício. Assim, apesar de o prêmio aparentemente multiplicar muitas vezes o valor apostado em determinada rodada, este apenas ocorria depois de diversas rodadas de perdas financeiras. Essas perdas financeiras não são percebidas pelo usuário, que acredita estar vencendo muitas rodadas do jogo online com as combinações que pagam prêmios percentualmente menores ou igual ao valor apostado na rodada. Sobre esse fenômeno apresentado anteriormente denominamos como “efeito tangerina”, que ocorre quando uma combinação de elementos de neuromarketing são formulados com o objetivo de gerar sensações positivas ao indivíduo, em jogos de apostas online, de forma que ele não seja capaz de distinguir os ganhos no jogo das perdas financeiras (Mendieta; Queiroz, 2024, p. 15).

Como efeito psicológico e comportamental, destacamos que mesmo que não haja composto químico envolvido, os jogos de azar e as apostas esportivas atuam de forma semelhante aos vícios em álcool e outras drogas (Battaglia, 2024).

As apostas esportivas também têm suas ações bioquímicas em nosso corpo. Para isso, precisamos entender o efeito da molécula dopamina. Essa molécula é responsável pela sensação de recompensa, gerando motivação e desejo. Quando um apostador faz uso dessas plataformas, ele está estimulando que a dopamina circule por seu cérebro, trazendo uma sensação de prazer. É justamente esse efeito que, com o tempo e o excesso, pode instaurar o vício.

Com o tempo, o corpo tende a estabilizar o efeito da dopamina, visto que manter o corpo em alerta gasta muita energia. Assim, o organismo tende a bloquear sua ativação e é dessa forma que as apostas se tornam vícios, pois o reforço intermitente, ou seja, as recompensas aleatórias, são uma das estratégias de um jogo de azar viciante. Há também as estratégias de perdas disfarçadas de ganhos e, ainda, a sensação de quase vitória (Battaglia, 2024).

As bets mimam o cérebro com doses cavalares de dopamina. Ele fica mal-acostumado. Com o tempo, o indivíduo passa a jogar, sobretudo, para aliviar a angústia de não estar jogando. E faz lances cada vez maiores e arriscados, numa tentativa de alcançar a mesma sensação do início (Battaglia, 2024).

Nem todas as pessoas que fazem apostas online vão desenvolver o vício, porém existem grupos que estão mais suscetíveis ao vício. O cérebro de um adolescente ainda não está 100% desenvolvido (isso só vai acontecer por volta dos 25 anos), logo, ele está mais suscetível às mudanças que drogas e apostas causam nos sistemas de dopamina (Battaglia, 2024).

Outro grupo mais sensível aos efeitos das apostas online são as pessoas de baixa renda, pois elas veem os jogos e apostas como umas das poucas formas de prazer, visto ser de fácil acesso.

2.2.3 Probabilidade e estatística na Educação Básica

O estudo da probabilidade no Ensino Fundamental desempenha um papel essencial no desenvolvimento do pensamento lógico e na tomada de decisões fundamentadas. Apresentaremos, a seguir, as habilidades presentes na Base Nacional Curricular Comum (BNCC) como fundamentação deste trabalho. Inicialmente, a habilidade propõe aos alunos o cálculo da probabilidade de eventos aleatórios, representando-a em diferentes formas numéricas e comparando resultados experimentais com valores teóricos:

(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos (Brasil, 2018, p. 305).

Esse aprendizado desperta a curiosidade e promove uma melhor compreensão do acaso no cotidiano, como em jogos, previsões meteorológicas e estatísticas de saúde. À medida que avançam, os estudantes são incentivados a planejar e realizar experimentos, consolidando sua capacidade de coletar, organizar e interpretar dados probabilísticos, o que contribui para o pensamento crítico e a resolução de problemas complexos:

(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências (Brasil, 2018, p. 311).

Nos anos finais do Ensino Fundamental, os alunos aprofundam a análise da probabilidade ao construir espaços amostrais e utilizar o princípio multiplicativo, compreendendo que a soma das probabilidades de todos os eventos possíveis sempre resulta em 1:

(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1 (Brasil, 2018, p. 315).

Esse conceito é fundamental para a resolução de problemas estatísticos e para o entendimento de fenômenos naturais e sociais. Por fim, no 9º ano, os estudantes aprendem a diferenciar eventos independentes e dependentes, aprimorando sua capacidade de modelagem matemática e previsão de cenários futuros:

(EF09MA20) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos (Brasil, 2018, p. 319).

Para o Ensino Médio, as habilidades apontadas pela BNCC buscam a compreensão da probabilidade aplicada na vida cotidiana, incluindo a necessidade de fazer escolhas por meio da análise de riscos utilizando a probabilidade:

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.) (Brasil, 2018, p. 533).

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade (Brasil, 2018, p. 537).

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos (Brasil, 2018, p. 537).

Dessa forma, o ensino da probabilidade não apenas desenvolve habilidades matemáticas, mas também prepara os alunos para lidar com incertezas e tomar decisões informadas em diversas situações da vida real. A probabilidade é uma teoria que desempenha um papel fundamental na análise e compreensão de fenômenos incertos que permeiam nossa vida cotidiana (D'Avila Júnior, 2024, p.17).

Para o entendimento do estudo de probabilidade, precisamos compreender os tipos de fenômenos que estamos analisando. Segundo Morgado et al. (2004), na natureza, existem os fenômenos determinísticos e os fenômenos aleatórios ou estocásticos³. Os primeiros são aqueles que, quando repetidos sob as mesmas condições, geram sempre os mesmos resultados. Já os fenômenos estocásticos são aqueles que, mesmo repetidos sob as mesmas condições, não necessariamente geram os mesmos resultados (Morgado et al., 2004).

"A probabilidade é a área da Matemática que estuda os fenômenos aleatórios"(Costa, 2023, p. 66). Segundo o autor, precisamos refletir sobre a seguinte questão: Como podemos estudar fenômenos que mesmo repetidos sob as mesmas condições fornecem resultados diferentes?

Cabe ressaltar que, embora a definição clássica de probabilidade atribuída a Laplace, pressuponha a hipótese de equiprobabilidade, ou seja, a suposição de que todos os elementos

³ Em muitos contextos, os termos "fenômenos aleatórios" e "fenômenos estocásticos" são usados de forma intercambiável e, para fins práticos, frequentemente significam a mesma coisa: eventos ou processos cujo resultado não pode ser previsto com certeza, mas que podem ser descritos em termos de probabilidades. Assim, todo fenômeno estocástico é, por definição, aleatório. É dessa forma que vamos usar nesta dissertação. Entretanto, o termo "aleatório" tem uso mais genérico, e costuma ser usado para descrever um único evento ou uma variável cujo valor é incerto (como o lançamento de uma moeda, um dado, tomar um cartão amarelo, ou fazer um gol). Já o termo "estocástico" tende a ser preferido em alguns contextos, quando se deseja analisar a dinâmica e a evolução de um sistema ao longo do tempo (ou espaço) de forma probabilística, ou seja, um "processo aleatório", como por exemplo o preço de uma ação ao longo do tempo, o número de pessoas que apostam ao longo das semanas, o quanto determinado grupo gasta do seu orçamento com apostas esportivas online etc.

do espaço amostral têm a mesma chance de ocorrência, tal condição não se aplica ao contexto das apostas esportivas online, uma vez que os eventos envolvidos apresentam diferentes probabilidades de realização, definidas por critérios estatísticos e comerciais das casas de apostas.

"Estatística: Arte e ciência de coletar, analisar, apresentar e interpretar dados, para que se tomem decisões sob incerteza"(Landim et al., 2019, p. 2, grifo do autor). Optamos por apresentar esta definição de estatística para que, dessa forma, possamos compreender como a estatística está inserida no campo das apostas esportivas e jogos de azar.

Em nossas vidas, precisamos tomar decisões em todo momento, seja para atravessar uma rua, para comprar um produto ou mesmo para escolher o filme que será assistido. Muitas dessas decisões são baseadas por meio da estatística, afinal, é comum, ao escolhermos um produto, analisarmos as avaliações que foram organizadas pela coleta de dados de outros clientes.

Essa tomada de decisão traz consigo uma aleatoriedade, pois, mesmo comprando um produto bem avaliado, ainda assim o resultado pode não sair como o esperado. Essa percepção do acaso não é um conceito moderno. Segundo Landim et al. (2019), há vários registros históricos de 2700 a.C. do uso de dados antigos (como os ossos astrágalos e dados egípcios, ilustrados nas Figuras 8 e 9, usados para uma tomada de decisão regida pelos Deuses do Acaso, quando o homem queria se eximir de sua responsabilidade na escolha e tomada de decisão (Landim et al., 2019, p.5).

Figura 8 – Dados egípcios



Fonte: Landim et al. (2019). Disponível em: <<https://umlivroaberto.com>>. Acesso em: 24 mar. 2025.

Figura 9 – Ossos astrágalos

Fonte: Landim et al. (2019). Disponível em: <<https://umlivroaberto.com>>. Acesso em: 24 mar. 2025.

Os jogos de azar são os responsáveis pelo estudo sistemático das situações que envolvem naturezas aleatórias. Os registros mais antigos apontam que Luca Paciolo (1445- 1517) buscava resolver o problema de dividir o prêmio de maneira proporcional à probabilidade de vitória de cada jogador em um jogo de dados (Mol, 2013).

Nos séculos XVI e XVII, surgem conceitos como acaso e aleatoriedade mais formais com Cardano, Tartaglia, Pascal e Fermat, sendo atribuído a Pascal o primeiro a estudar uma teoria matemática para a análise de decisão, criando o conceito de Esperança Matemática.

No século XIX, Gauss contribui para o desenvolvimento da Teoria da Decisão, com o estudo da curva do sino, ou curva de Gauss, criando assim uma estrutura para a compreensão da ocorrência de eventos aleatórios (Moreira, 2015).

O estudo de estatística, nesses eventos aleatórios, é justificado segundo Landim et al. (2019, p.3) como:

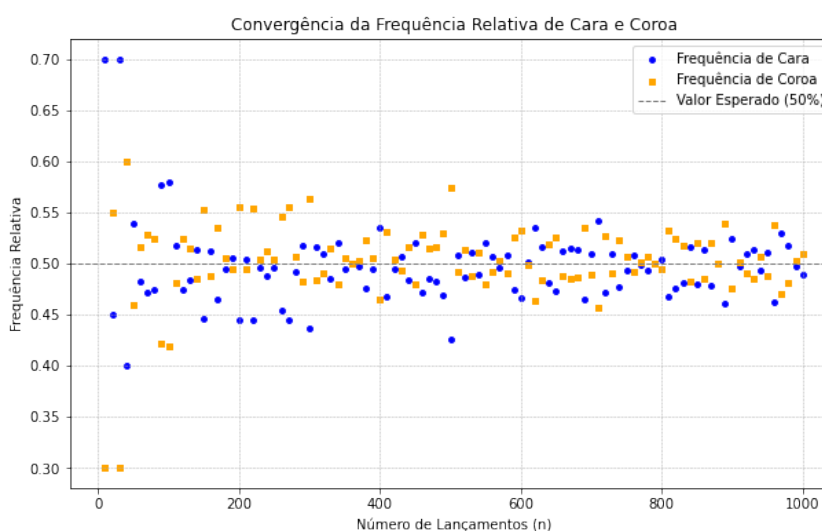
A ideia fundamental por trás da matematização do acaso reside essencialmente na Estatística, quando esta reconhece, pela sua própria natureza, que fenômenos aleatórios, embora sem explicação determinística, tendem a demonstrar uma certa taxa regular de ocorrência conforme são realizados vários experimentos similares ao longo do tempo. A busca de um modelo que explique tais regularidades de ocorrência do fenômeno em estudo é a ideia central da Teoria das Probabilidades e sua utilidade hoje em vários campos científicos, como Economia, Medicina, Robótica, Engenharia, Computação, Biologia, etc, demonstra como a teoria está mais perto da Estatística do que da abordagem feita por meio do diálogo com a Análise Combinatória durante os Séculos das Luzes (Landim et al., 2019).

Diante do exposto, estamos convencidos de que estatística e probabilidade estão intima-

mente ligadas ao estudo de fenômenos aleatórios e, por conseguinte, aos jogos de azar. Para este trabalho, a ótica da análise de risco e incerteza se dá por meio dos jogos esportivos online popularmente conhecidos como "Casas Bet".

A fim de ilustrarmos o exposto em relação à estatística dos jogos, apresentaremos o seguinte problema: Como justificar que, ao lançar uma moeda, a probabilidade de sair coroa seja de $\frac{1}{2}$, visto que temos o evento é sair coroa e o espaço amostral tendo cara e coroa como possibilidades. A frequência relativa de ocorrência deste evento converge para a probabilidade teórica conforme a Lei dos Grandes Números de Jakob Bernoulli (1654- 1705) (Landim et al., 2019).

Figura 10 – Frequência em lançamentos de cara e coroa



Fonte: O autor, 2025.

Observe que a frequência de sair cara ou coroa vai convergindo conforme aumentamos a quantidade de lançamentos. Para 1000 lançamentos, a frequência se torna próxima do esperado, que é de 0,5, convergindo, assim, para a frequência relativa da probabilidade teórica.

2.2.4 Reflexões sobre risco e incerteza

Quando pensamos sobre apostas em jogos de azar ou apostas esportivas online, muitas vezes, desconsideramos os riscos e as incertezas associados ao ato de apostar. Se pensarmos sobre os riscos associados a essa prática, podemos destacar alguns, entre eles: riscos financeiros (perda de capital e endividamentos), riscos psicológicos (ansiedade, depressão e desenvolvimento de Ludopatia) e riscos sociais (isolamentos e conflitos familiares).

Assim como a aleatoriedade em sua face da incerteza nos jogos, também consideremos o risco, determinado assim: risco é caracterizado por uma situação em que o tomador de decisão não tem conhecimento exato dos resultados de suas ações, conhecendo apenas as probabilidades (Moreira, 2015).

Quando pensamos sobre a incerteza, estamos associando a impossibilidade ou imprevisibilidade de prever com segurança o que vai ocorrer, pois mesmo fazendo uso da estatística e probabilidade ainda não podemos prever o que acontecerá em um aposta esportiva.

No contexto escolar, segundo orientação da OCDE, há uma preocupação para que os estudantes tenham a capacidade de avaliar e tomar decisões que envolvam a incerteza em situações financeiras. Como podemos verificar na Matriz do PISA⁴ 2021- Letramento Financeiro:

Os alunos também devem estar preparados para lidar com a incerteza no mundo financeiro, por exemplo, reconhecendo que os retornos sobre os investimentos são incertos ou que as necessidades e circunstâncias futuras podem exigir ajustes nos planos financeiros (INEP, 2020, p. 7).

Esse letramento deve ser ampliado para todas as decisões que envolvam situações financeiras, como apresentado na introdução. Muitas pessoas acreditam que as apostas esportivas online são meios de investimento, infelizmente não avaliando os riscos dessa prática.

Contribuindo para esse letramento, defendemos que o estudo da probabilidade e da estatística desempenha um papel fundamental especialmente quando o tema envolve as apostas esportivas. Ressaltamos, ainda, a importância de ampliar essa pesquisa para além do cálculo de probabilidades, abrangendo também a noção de incerteza. Afinal, mesmo quando é possível determinar a probabilidade de se obter “cara” no lançamento de uma moeda honesta, ainda assim persiste a incerteza quanto ao resultado efetivo do evento, ou seja, o aluno se depara com um modelo de previsão de um evento futuro que não lhe garante uma resposta exata ou certa como vinha até então trabalhando na matemática (Oliveira; Cordani, 2017).

Igualmente fundamental à probabilidade, a estatística também se apresenta como agente transformador nesse letramento, como podemos ver na obra *Medidas de Posição e Dispersão no Ensino Médio - Volume 1*:

Em qualquer situação em que há incerteza quanto ao que pode acontecer, o uso da estatística é fundamental para a tomada de decisões mais informadas. A análise de dados permite que se mensurem riscos e se compreenda a incerteza envolvida em fenômenos observados, como na previsão do tempo ou em diagnósticos médicos (Landim et al., 2018, p. 6-7).

Dessa forma, o ensino de estatística e probabilidade é fundamental na formação do aluno de modo geral, como tomador de decisões, seja no campo profissional ou em sua vida particular. Ao se deparar com cenários de risco, com informações escassas que levam à construção de histórias coerentes, geralmente incorretas, o aluno, de posse de um treinamento, poderá agir de forma mais consistente com a realidade.

⁴ PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) é um instrumento elaborado pela OCDE que organiza e define os conteúdos, competências e habilidades que serão avaliados em estudantes de 15 anos nos países participantes. Ela serve como base para a elaboração das provas nas áreas de leitura, matemática e ciências, priorizando a aplicação prática do conhecimento em contextos da vida real. A matriz orienta também os níveis de proficiência esperados, permitindo comparações internacionais sobre a qualidade da educação.

De forma semelhante, a probabilidade está como um dos pilares na tomada de decisões em diversas situações, incluindo as que envolvam jogos de azar ou apostas esportivas ou não.

A importância da probabilidade só pode ser derivada do julgamento de que é racional ser guiado por ela em ação; e uma dependência prática disso só pode ser justificada por um julgamento de que, em ação, devemos agir para levar em conta isso. É por esta razão que a probabilidade é para nós o ‘guia da vida’.” (Keynes, 1973, p. 323)

Nas apostas esportivas, o risco associado ao apostador se difere da incerteza. De forma simples, os riscos estão em maior alcance, visto que não é somente a perda financeira que ocorre ao final de um sucesso ou insucesso, pois as questões emocionais e psicológicas também são afetadas. Segundo Ribeiro (2017), a incerteza se difere do risco visto que, com a informação disponível, nos é permitido fazer os cálculos numéricos e assim estabelecer a relação com a probabilidade. Já a incerteza atribui outras subjetividades, apontadas da seguinte forma:

Incerteza não significa simplesmente situações que $0 < P < 1$ nem situações em que não se pode atribuir um valor numérico à relação de probabilidade. Tanto no Tratado da Probabilidade quanto na Teoria Geral uma situação de incerteza pode se dar de dois modos: o indivíduo possui informação incompleta sobre o que causa determinado evento, com o peso da evidência baixo; o indivíduo, mesmo possuindo evidência significativa, não consegue estabelecer a relação de probabilidade, por limitação intelectual de caráter subjetivo (Ribeiro, 2017).

A Matriz do PISA destaca a relevância da tomada de decisões no contexto da Educação Financeira, enfatizando a necessidade de compreender e lidar com os riscos e incertezas envolvidos nesse processo. Essa abordagem visa preparar os estudantes para refletirem criticamente sobre situações cotidianas que exigem escolhas responsáveis, considerando tanto os impactos imediatos quanto as possíveis consequências futuras. Destacamos a seguir as habilidades nela citadas:

A capacidade de avaliar riscos e recompensas associados a diferentes produtos financeiros é fundamental para o letramento financeiro. Isso inclui compreender que produtos com retornos potencialmente mais altos também podem ter maior risco (INEP, 2020, p. 9).

Ao tomar decisões financeiras, os indivíduos frequentemente enfrentam situações de incerteza, nas quais os resultados não são totalmente previsíveis. Uma compreensão básica de risco e probabilidade pode ajudar na tomada de decisões mais informadas (INEP, 2020, p. 14).

Os alunos devem ser capazes de identificar fontes de risco financeiro em situações cotidianas e considerar formas de mitigá-los (INEP, 2020, p. 24).

Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (Brasil, 2018, p. 546)

Dessa forma compreendemos que as incertezas e os riscos associados a uma vida financeira saudável devem estar no centro das discussões em todos os espaços educacionais. Quando

colocamos uma lupa sobre as pesquisas realizadas sobre o tema das casas de apostas, temos a certeza da urgência do tema, dado o comportamento dos apostadores em que estes não levam em consideração os riscos.

Para ilustrarmos como os riscos não são avaliados pelos apostadores apresentamos os dados da pesquisa realizada pela FEBRABAN (2024), com 2000 entrevistados em todas as regiões do país. Destacaremos os seguintes pontos da pesquisa: 40% dizem que familiares ou pessoas próximas fizeram dívidas por conta das apostas e destes 45% tiveram sua qualidade de vida ou da família afetada em função dessas dívidas. Grande parte realmente acredita que as apostas possibilitam um ganho financeiro rápido (40%) ou são motivados pela chance de ganhar muito investindo pouco (11%), ideias que contrariam a cultura do esforço.

Segundo Muniz (2023), com o exposto no *Livro Aberto: Educação Financeira*, precisamos que a educação financeira esteja presente como ação motora ao desenvolvimento de competências para uma decisão conscientemente responsável e, dessa forma, jovens possam compreender os riscos em suas decisões, como destacados a seguir:

A educação financeira deve contribuir para o desenvolvimento de competências que ajudem os estudantes a lidar com a incerteza, fazer escolhas responsáveis e tomar decisões conscientes (Muniz, 2023, p. 13).

Esse tipo de conhecimento pode também ajudar na percepção de riscos e na tomada de decisões que envolvam dinheiro (Muniz, 2023, p. 18).

Compreender as diferentes formas de pagamento e suas implicações ajuda os estudantes a identificar riscos relacionados a fraudes e ao uso indevido de informações financeiras (Muniz, 2023, p. 33).

Com o exposto acima, ratificamos a importância da tomada de decisão quando tratamos dos riscos e incertezas, pois entendemos que estão intrinsecamente relacionados.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Na revisão da Literatura, realizamos um mapeamento de produções acadêmicas associadas ao tema que contribuísse com uma contextualização, problematização e uma primeira validação do quadro teórico proposto nessa dissertação (UNESP, 2015).

Para a primeira busca, utilizamos como base de dados a plataforma do PROFMAT no dia 24 de março de 2025. Essa busca teve como objetivo principal compreender a quantidade de dissertações que se relacionam com esta dissertação.

Não encontramos nenhum registro para as palavras chaves: *apostas esportivas*, *apostas online* e *casas bet*.

Para o termo *risco*, foram encontrados cinco registros, porém apenas um tem semelhança com este trabalho, a dissertação:

- Jogar contra a banca, um risco ou uma oportunidade? Uma sequência didática para ensino de probabilidade (D'Avila Júnior, 2024).

Nesse trabalho, D'Avila Júnior (2024) pesquisou a teoria da probabilidade por meio dos jogos de azar. Sua busca propunha-se desenvolver uma formação de cidadãos que promovam uma compreensão em suas implicações sociais e éticas quando relacionadas aos jogos de azar. Dessa forma, o trabalho contribuiu com as análises de probabilidades nos jogos de apostas esportivas.

Para o termo *incerteza*, encontramos dois registros, apenas um com semelhança com este trabalho, a dissertação:

- Tomada de decisão sob incerteza no ensino médio: conexões entre a probabilidade e a psicologia (Alves, 2020).

O trabalho de Alves (2020) contribuiu visto que sua investigação trouxe elementos da psicologia na tomada de decisão. Tal alinhamento com o nosso trabalho se assemelhou em tratativas das assimetrias entre perdas e ganhos oriundos da perspectiva econômica, apresentando, como resultados, as análises em tomadas de decisões aleatórias fundamentadas em conhecimentos matemáticos.

A segunda busca foi realizada na plataforma Portal de Periódicos da CAPES onde primeiramente utilizamos as mesmas palavras-chave: *apostas esportivas*, *apostas online* e *casas bet*, para a busca em dissertações, porém não foi encontrado nenhum registro.

Ampliamos a busca para incluir artigos com a palavra-chave: *apostas esportivas* e encontramos vinte artigos relacionados. Desses, dez artigos continham relação com esta dissertação, sendo eles:

- Apostas esportivas problemáticas: uma nova tendência global num mundo de alta tecnologia (Pio et al., 2024).
- Apostas esportivas (Horta, 2023).
- Contratos de apostas esportivas online: questões atuais sobre a (in)exigibilidade das dívidas de jogo ou aposta (Silva, 2024).
- Carta aberta de pesquisadores brasileiros para membros do Governo Federal e a sociedade em geral a respeito da necessidade de fundos de pesquisa independentes para lidar com os impactos sociais do crescimento das apostas esportivas no país (Silva et al., 2024).
- A influência do marketing das casas de apostas no comportamento dos estudantes da UEMG Carangola (Aguiar et al., 2025).
- A relação entre os sites de apostas e o aumento de más práticas no esporte (Pinto; Silva, 2024).
- Em busca de mais excitação (Cavalcante, 2024).
- Perigos do Online Sports Betting (Pansanato et al., 2024).
- A Regulamentação das Apostas de quota fixa no Brasil e as mudanças promovidas pela Lei nº 14.790 de 2023 (Sousa et al., 2024).
- Bets e apostas online: o jogo do Tigrinho e seu efeito tangerina (Mendieta; Queiroz, 2024)

O trabalho de Horta (2023) tem como objetivo discutir os desafios na regulamentação da atividade de apostas esportivas. Dessa forma, o trabalho teve sua contribuição quando convergimos com o apontamento na necessidade de controle e aumento de fiscalização nessas atividades. Destacamos ainda que o trabalho apresenta como resultado a dificuldade de regulamentação dada a sofisticação tecnológica e a transnacionalidade das operações com casas de apostas operando no mundo todo, porém com sedes em países sem regulamentação.

A pesquisa de Pinto e Silva (2024) aponta a relação entre o crescimento das apostas online e das partidas esportivas com movimentações consideradas suspeitas, apresentando como resultado a necessidade de uma regulamentação e maiores ações do Poder Público coibindo tais fatos. Essa pesquisa contribuiu corroborando com o nosso trabalho quando se assemelha no apontamento de danos à sociedade advindos das apostas esportivas.

O trabalho de Mendieta e Queiroz (2024) apresenta como jogos online utilizam elementos para enganar os jogadores quanto seus prejuízos por meio do *neuromarketing*. Essa pesquisa tem conexão com a nossa visto que as casas de apostas esportivas utilizam dos mesmos artifícios para que os apostadores sejam ludibriados e continuem suas apostas com a esperança de ganharem dinheiro ou mesmo que, após uma perda, recuperem o valor perdido.

Com a palavra chave *apostas online*, foram encontrados dezessete artigos dos quais sete continham relação com essa dissertação, sendo eles:

- Regulamentação dos cassinos e casas de apostas online no Brasil (Marinho; Gomes, 2024).
- Apostas esportivas problemáticas e riscos psicológicos (Pio et al., 2024).
- Os perigos das apostas esportivas online (Pansanato et al., 2024).
- Aspectos jurídicos das dívidas de apostas esportivas online (Silva, 2024).
- Educação financeira e jogos de azar entre estudantes do ensino médio (Sampaio et al., 2025).
- Regulamentação das apostas esportivas no Brasil e a Lei nº 14.790/2023 (Silva; Rezende, 2024).
- Apostas esportivas e interferência nos resultados dos jogos (Nigri, Thiago Steinberg; Nigri, Victor Steinberg, 2025).

O trabalho de Marinho e Gomes (2024) apresenta a popularização das apostas online no Brasil, apontando o seu crescimento, os riscos e os desafios da regulamentação. Esse estudo conclui como a regulamentação pode contribuir para mitigar os problemas inerentes aos apostadores. Assim, o trabalho contribuiu com apontamentos de dados para a justificativa apresentada nesta dissertação quanto aos riscos que os apostadores estão expostos, sobretudo os de populações mais vulneráveis.

O artigo de Silva (2024) apresenta como as apostas esportivas online trouxeram discussões jurídicas visto a falta de regulamentação. Esse trabalho apresentou conexão com nosso trabalho, pois apresenta consequências para o apostador como ausência de direitos e fragilidades quanto a possíveis ajuizamentos de ações contra as casas de apostas.

A pesquisa de Sampaio et al. (2025) identifica, em uma pesquisa quali-quantitativa, o envolvimento de estudantes com as apostas esportivas e jogos como o do Tigrinho. Tal pesquisa apresenta, como resultado, um elevado número de estudantes que já se envolveram com essas práticas, contribuindo com nosso trabalho à medida que aponta a necessidade de intervenção por meio da educação financeira a fim de construir com os estudantes reflexões sobre os aspectos negativos e os impactos psicológicos dos jogos de azar.

Para relacionar as palavras chaves, operamos a busca com as chaves *riscos e incertezas e apostas esportivas*, em seguida, *riscos e incertezas e apostas online*, porém não encontramos nenhum registro.

4 PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo tem como objetivo explicitar os critérios adotados para a escolha dos temas, descrever o processo de construção das tarefas e detalhar a estruturação das tarefas didáticas. A apresentação individual de cada uma dessas tarefas será realizada apenas no capítulo 5.

O presente trabalho se caracteriza como uma pesquisa de desenvolvimento em Educação Matemática. Essa expressão: “pesquisa de desenvolvimento” é conhecida como *design-based research*, ou também como *development/developmental research* (Van den Akker et al., 2006; Matta; Silva; Boaventura, 2014).

O *design* é o domínio no qual se estrutura a interação entre o usuário e o produto⁵ para facilitar ações efetivas, conforme aponta Bonsiepe (2015). Em nosso caso, o *design* está posto na construção de 15 tarefas didáticas, que se voltam ao convite à reflexão sobre os riscos e incertezas das apostas esportivas online, constituindo nosso material didático.

De maneira geral, podemos dizer que uma pesquisa de desenvolvimento se refere àquelas investigações que envolvem delineamento, desenvolvimento e avaliação de artefatos para serem utilizados na abordagem de um determinado problema à medida que se busca compreender/explicar suas características, usos e/ou repercussões.

Por delineamento, entendemos a elaboração do artefato em sua primeira versão; o desenvolvimento, por sua vez, refere-se ao processo contínuo de seu refinamento por meio da avaliação sistemática (Barbosa; Oliveira, 2015). Tal metodologia tem seu marco em Collins (1992), e uma definição possível é a apresentada por Plomp (2009), na qual nos baseamos:

Pesquisa de desenvolvimento educacional é percebida como o estudo sistemático do delineamento, desenvolvimento e avaliação de intervenções educacionais tais como programas, estratégias e materiais de ensino e aprendizagem, produtos e sistemas como soluções a problemas identificados, as quais objetivam avançar nosso conhecimento sobre as características destas intervenções e processos para o delineamento e desenvolvimento de soluções (Plomp, 2009, p.9, apud Barbosa & Oliveira, 2015, p.531).

Assim, uma vez identificado o problema, o propósito é gerar uma intervenção que deve ser materializada por meio de algum tipo de produto educacional, ou seja, na pesquisa de desenvolvimento voltada para a educação matemática, o *design* de materiais educacionais tem uma intenção educacional na produção dos artefatos, os quais, em nosso trabalho, consistem em um conjunto de tarefas didáticas.

⁵ Considerando que a pesquisa de desenvolvimento está vinculada à elaboração de um produto educacional, destacamos que tal produto pode assumir diferentes formatos, como material didático, *software* educativo, proposta curricular, cartilhas, roteiros de aulas, aplicativos, jogos educacionais, entre outros. Essa diversidade está alinhada aos objetivos dos Programas de Mestrado Profissional, que visam articular a produção de conhecimento com a aplicação prática no contexto educacional, promovendo a inovação pedagógica e contribuindo para a melhoria do ensino-aprendizagem.

Em seguida, vamos apresentar a concepção de tarefa usada para o *design* do material. Entendemos tarefa como uma ferramenta de mediação, que busca proporcionar questionamentos e reflexões aos alunos a partir da apresentação de um ou mais cenários, possibilitando a produção de significados através da promoção de debates e das justificativas apresentadas pelos estudantes (Muniz, 2016a).

A finalidade do desenvolvimento destas tarefas é contribuir com Ambientes de Educação Financeira Escolar, tanto no campo da matemática como no das ciências humanas e sociais, com questionamentos que pretendem promover reflexões acerca do desenvolvimento humano e sua disparidade entre a sociedade. Além disso, pretendemos estimular o pleno exercício da cidadania dos estudantes no presente e no futuro, à luz da transversalidade preconizada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e princípios da dualidade, da lente multidisciplinar e do convite à reflexão (Muniz, 2016a).

Assim, as tarefas foram desenvolvidas à luz do *design* de tarefas apresentado por Muniz (2016a) e, de uma maneira geral, foram desenhadas buscando:

- Convidar os estudantes a pensarem o atual cenário de desigualdade social, agentes potencializadores da desigualdade social e sua influência no desenvolvimento humano;
- Motivar os estudantes a participarem e se envolverem com o tema, buscando uma perspectiva lúdica de abordagem, estimulando a autonomia;
- Convidar os estudantes a refletirem sobre proteção e cuidados com o dinheiro e como perspectivas na criação de políticas públicas podem contribuir nessa proteção;
- Construir oportunidades de aprendizagem por meio de tecnologias ativas e numa perspectiva híbrida.

Com base na metodologia apresentada, a atividade didática foi estruturada em quatro partes: uma tarefa didática com o objetivo de estimular a reflexão dos estudantes, incentivando a análise crítica e a tomada de decisão fundamentada; a resolução comentada; reflexões e comentários direcionados ao professor; e informações complementares para enriquecimento das questões refletidas.

O quadro, a seguir, apresenta uma das tarefas didáticas, construída com base nos referenciais teóricos adotados. Tal atividade integra o conjunto de propostas cujo detalhamento e análise serão desenvolvidos no capítulo 5 - Material Didático.

Tarefa 7

Público-alvo: Ensino Fundamental.

Duração da tarefa: 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Fração e probabilidade

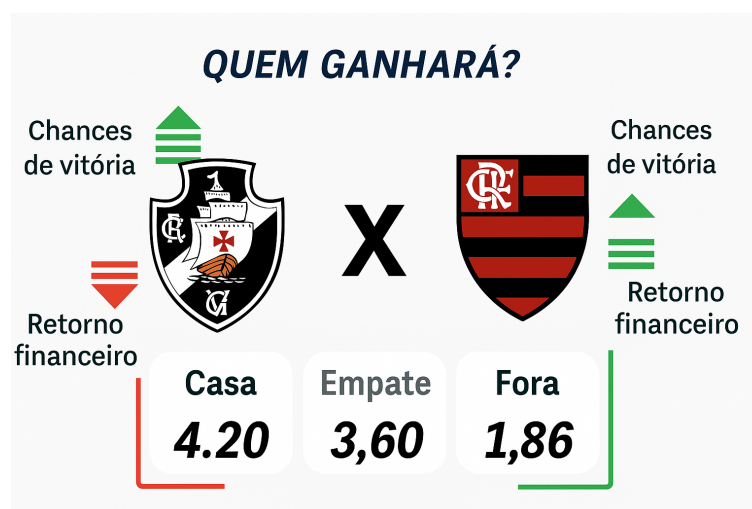
Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, incluindo o uso de expressões como “x% de”, a identificação da porcentagem de um número e o cálculo do total a partir de uma porcentagem conhecida.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

Tarefa 7: Calculando a probabilidade de uma aposta esportiva

Considere a figura abaixo que apresenta a odd paga por uma casa de aposta esportiva em um dia de clássico entre Flamengo e Vasco.



Responda aos itens:

- Para a odd apresentada, qual a probabilidade calculada pela casa de aposta?
- Qual o percentual de comissão dessa casa de aposta?

Resolução Comentada

a) Para calcular a probabilidade, precisamos lembrar que $b = \frac{1}{p}$ ou $p = \frac{1}{b}$, onde p é a probabilidade de ganho na aposta e b é a odd apostada. Dessa forma, podemos calcular as probabilidades nos três casos:

1. Probabilidade de vitória do Vasco:

$$p = \frac{1}{4.20} = 0.2380.$$

Convertendo para porcentagem: $p = 0.2380 \times 100 = 23.80\%$

2. Probabilidade do empate:

$$p = \frac{1}{3.60} = 0.2777.$$

Convertendo para porcentagem: $p = 0.2777 \times 100 = 27.77\%$

3. Probabilidade de vitória do Flamengo:

$$p = \frac{1}{1.86} = 0.5376.$$

Convertendo para porcentagem: $p = 0.5376 \times 100 = 53.76\%$

b) Para encontrar o valor cobrado de comissão pela casa de apostas, basta somar as três probabilidades e verificar quanto passou do total de 100%:

$$P = 23.80\% + 27.77\% + 53.76\% = 105.33\%.$$

Assim, a comissão da casa de aposta é de:

$$105.33\% - 100\% = 5.33\%.$$

Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os conceitos de lucro e prejuízo, utilizando os seguintes questionamentos:

✓ A diferença entre as probabilidades calculadas e a soma total superior a 100%;

✓ O impacto da comissão da casa de apostas no retorno do apostador;

✓ A afirmação de que "a banca sempre ganha" e a relação disso com o modelo de negócios das apostas.

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos façam o cálculo de cada um dos casos, analisando os impactos da comissão no retorno das apostas.

Para uma reflexão em grupo, indicamos o questionamento sobre como as casas de apostas garantem lucro e a importância de compreender as probabilidades antes de apostar.

Veja mais sobre o assunto

O cálculo da probabilidade nos jogos de apostas é importante, pois é uma estratégia utilizada pela casa de apostas para influenciar os apostadores. Deixamos como sugestão o portal:

✓ Lance: (Lance, 2023).

5 MATERIAL DIDÁTICO

Neste capítulo, o professor encontrará um manual para auxiliar na reflexão sobre as apostas esportivas, no qual usaremos a matemática financeira como embasadora dos argumentos apresentados na dissertação. Optamos por organizar a dissertação trazendo este capítulo como um manual de tarefas. Dessa forma, nosso objetivo é provocar que alunos e professores façam uso de entes matemáticos para que, no final, possam ter um entendimento melhor em relação aos riscos e incertezas em apostas esportivas online.

Cada tarefa foi construída buscando um convite à reflexão. Por isso, é desejável que não sejam adotadas como meros exercícios. O objetivo das tarefas deve se contrapor ao que foi apontado por Skovsmose (2014), apud Muniz, Pessoa e Kisteman (2018), quando este discute o paradigma do exercício, que apenas contribui para uma obediência cega dos estudantes. Esses estudantes não são incentivados ao questionamento, o que, por sua vez, alimenta uma apatia social e política.

Tabela 1 – Lista de atividades do material didático

Tarefa	Título	Habilidades da BNCC
1	A banca ataca novamente	(EM13MAT312) (EF07MA25)
2	A saga o valor esperado	(EM13MAT311) (EF07MA26)
3	Jogo da aposta justa	(EF06MA06) (EF07MA27)
4	O tabuleiro está dominado! Pela banca	(EF06MA06) (EF07MA27)
5	Descobrimo lucro ou prejuízo	(EF06MA06) (EF07MA27)
6	Bônus ou iscas?	(EM13MAT106) (EM13MAT311)
7	Odds e probabilidades: dois lados de uma mesma moeda	(EF06MA04) (EF06MA08)
8	Cortina de fumaça	(EF06MA03) (EF07MA19)
9	O comportamento da odd em uma partida definida	(EF07MA26) (EF07MA27)
10	A banca smore vence!	(EM13MAT311) (EM13MAT312)
11	Calculando a comissão da casa de aposta	(EF06MA05) (EF07MA23)
12	Qual é o risco da aposta?	(EF07MA22) (EF07MA27)
13	A ilusão da aposta tripla	(EF07MA26) (EF07MA27)
14	Pensando sobre odds	(EF06MA04) (EF06MA08)
15	Comparando apostas e retornos em diferentes odds	(EF06MA03) (EF07MA19)

Fonte: O autor, 2025.

Tarefa 1

Público-alvo: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Duração da tarefa: 30 minutos.

Objetos de conhecimento: Identificar o evento, espaço amostral e calcular a probabilidade.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

(EF07MA25) Utilizar a ideia de frequência relativa como uma estimativa da probabilidade de um evento, por meio da realização de experimentos aleatórios.

Tarefa 1: A banca ataca novamente

Em um jogo, uma moeda é lançada, e a face voltada para cima quando ela para é observada. Dependendo do resultado, o jogador pode ganhar ou perder dinheiro. Considere 100 jogadores em cada caso a seguir, cada um com seu critério de ganhos e perdas, e em cada caso responda à pergunta: Quantos reais, em média, serão distribuídos aproximadamente, considerando todos os 100 jogadores?

- a) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa ganha 5 reais.
- b) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa perde 5 reais.
- c) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa perde 15 reais.

Resolução Comentada

- a) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa ganha 5 reais.

Espera-se que os estudantes percebam que, diante da distribuição uniforme de probabilidade, aproximadamente metade ganha 10 e aproximadamente metade ganha 5, gerando uma média de R\$ 7,50 por jogador.

- b) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa perde 5 reais.

Espera-se que os estudantes percebam que, diante da distribuição uniforme de probabilidade, aproximadamente metade ganha 10 e aproximadamente metade perde 5, gerando uma média de retorno de R\$ 2,50 por jogador.

- c) Se der cara ganha 10 reais, se der coroa perde 15 reais.

Espera-se que os estudantes percebam que, diante da distribuição uniforme de probabilidade, aproximadamente metade ganha 10 e aproximadamente metade perde 5, gerando uma média de retorno negativa de R\$ 2,50 por jogador.

Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada no Ensino Fundamental II ou no Ensino Médio, pois exige apenas o conhecimento de conceitos básicos de distribuição uniforme de probabilidade. Antes de iniciar os cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre as possibilidades ao lançar uma moeda.

- ✓ Quais são os possíveis resultados ao lançar uma moeda?
- ✓ As chances de cada resultado ocorrer são as mesmas? Por quê?

Para aprofundar a compreensão dos alunos, sugerimos que a atividade seja realizada também na forma de um experimento prático, onde os estudantes façam lançamentos de moedas em pequenas quantidades e analisem os resultados. Em seguida, podem discutir como os padrões observados mudam à medida que o número de lançamentos aumenta. O professor poderá gerar dados experimentais na hora ou utilizá-los com a árvore. Sugerimos que seja feito o convite à ideia de valor esperado.

Jogos justos/injustos:

- $VE = 0$: Jogo justo/equilibrado (nem jogador nem banca têm vantagem a longo prazo).
- $VE > 0$: Jogo vantajoso para o jogador.
- $VE < 0$: Jogo vantajoso para a banca (ou desfavorável ao jogador).

Veja mais sobre o assunto

Os exemplos de jogos de azar para introduzir o tema de probabilidade é muito comum em todos os anos escolares. Para saber mais, deixamos, como sugestão, o portal abaixo:

- ✓ Youtube: (Explicada, 2021).

Tarefa 2

Público-alvo: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Duração da tarefa: 40 minutos.

Objetos de conhecimento: Valor esperado, probabilidade e análise de dados.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

Tarefa 2: A saga do valor esperado

Em um jogo de festa junina beneficente, uma pessoa que compra **R\$50,00** em tickets tem direito a participar de uma promoção: ela lança um dado e recebe o valor da face voltada para cima, em reais, para gastar na festa.

a) Considere que as 60 primeiras pessoas retiraram os seguintes números e calcule o médio recebido para cada um dos 5 grupos de 12 pessoas em cada coluna:

2 3 1 4 3

1 4 6 1 2

6 6 2 4 3

2 2 4 5 5

5 2 6 3 2

4 3 2 6 4

3 6 1 6 1

4 5 3 1 6

6 3 2 4 1

5 1 1 3 6

1 1 1 2 5

4 6 3 5 5

Média de cada coluna:

3,6 3,5 2,7 3,7 3,6

b) Qual o valor médio total considerando os 60 jogadores?

Um caminho é calcular a média das médias. Logo, temos:

$$\frac{3,6 + 3,5 + 2,7 + 3,7 + 3,6}{5} = 3,4$$

c) Uma maneira alternativa de calcular uma estimativa para o retorno médio é multiplicar cada probabilidade pelo respectivo valor pago e depois somar os resultados. Esse retorno médio também é chamado de **valor esperado**.

Baseado nessa definição, calcule o valor esperado e compare com o valor obtido para o conjunto de dados apresentados.

$$VE = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 5 + \frac{1}{6} \times 6 = 3,5$$

Esse valor esperado significa que, conforme o número de rodadas (jogadas) aumenta, o valor médio tende a 3,5. Espera-se que os alunos percebam que o valor calculado ficou bem próximo do valor obtido para o conjunto de dados.

Resolução comentada

A média das médias obtida a partir dos 60 lançamentos foi de **3,4**, um valor muito próximo ao **valor esperado teórico de 3,5**. Esse resultado evidencia que, à medida que o número de repetições aumenta, a média empírica tende ao valor esperado calculado teoricamente — conceito fundamental em probabilidade e estatística.

O valor esperado representa, portanto, o retorno médio esperado de um evento aleatório após muitas repetições. Esse conceito permite avaliar riscos e prever resultados de longo prazo, sendo amplamente utilizado em contextos como jogos, seguros e investimentos.

Orientações para o professor

Esta atividade propõe a aplicação do **Teorema do Valor Esperado** (também conhecido como *Teorema de Média de Cauchy* ou *Teorema do Valor Médio da Integral*), que é fundamental em probabilidade, estatística e cálculo.

Ele descreve o valor esperado de uma variável aleatória como a média ponderada de seus possíveis valores, em que os pesos correspondem às probabilidades associadas. No contexto da sala de aula, o professor pode:

- Relacionar o conceito de valor esperado ao comportamento das médias obtidas experimentalmente;
- Estimular o raciocínio probabilístico, discutindo a diferença entre resultados teóricos e observados;
- Promover reflexões sobre a aplicação do valor esperado em situações reais, como apostas, seguros e decisões financeiras.

O conceito do valor esperado pode ainda ser compreendido como um limite que conecta somas a integrais, servindo de ponte entre o ensino da probabilidade e o cálculo diferencial e integral.

Veja mais sobre o assunto

O valor esperado é uma ferramenta essencial para compreender o comportamento de fenômenos aleatórios. Para aprofundamento, sugerem-se as seguintes fontes:

✓ PET Estatística UFPR – Probabilidade nos jogos de azar: (UFPR, 2020).

Tarefa 3

Público-alvo: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Duração da tarefa: 30 minutos.

Objetos de conhecimento: Conceito de jogos justos, probabilidade e esperança matemática.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF07MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam eventos aleatórios, utilizando os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e cálculo de probabilidade de eventos, por meio de expressões fracionárias, decimais e percentuais.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

Tarefa 3: Jogo da aposta justa

Dois jogadores participam de um jogo baseado no lançamento de uma moeda. As regras são as seguintes:

- O Jogador A ganha **1 ponto** se sair "cara".
- O Jogador B ganha **2 pontos** se sair "coroa".

Questões para reflexão:

- a) O jogo é justo? Por quê?
- b) Como podemos calcular a expectativa de pontos de cada jogador?
- c) Como poderíamos modificar as regras para tornar o jogo equilibrado?

Resolução comentada

Para determinar se o jogo é justo, utilizamos o conceito de **esperança matemática**. Essa medida nos permite calcular o valor esperado de pontos para cada jogador, considerando todas as possibilidades do jogo.

- A moeda tem probabilidade de 50% para "cara" e 50% para "coroa".
- O Jogador A recebe **1 ponto** se der "cara" e **0 pontos** se der "coroa".
- O Jogador B recebe **2 pontos** se der "coroa" e **0 pontos** se der "cara".

Cálculo da esperança matemática para cada jogador:

$$E_A = (1 \times \frac{1}{2}) + (0 \times \frac{1}{2}) = 0.5$$

$$E_B = (0 \times \frac{1}{2}) + (2 \times \frac{1}{2}) = 1$$

Como a esperança matemática do Jogador B (1 ponto por rodada) é maior do que a do Jogador A (0.5 pontos por rodada), podemos concluir que o jogo **não é justo**, pois um jogador tem vantagem sobre o outro.

Orientações para o professor

Esta atividade explora conceitos fundamentais de probabilidade e análise de jogos. O professor pode estimular os alunos com as seguintes questões:

- O que significa um jogo ser justo? Como garantir que ambos os jogadores tenham as mesmas chances?
- Se alterarmos a pontuação do Jogador A para 2 pontos quando sair "cara", o jogo se tornaria justo?
- Podemos criar outras regras para equilibrar a partida?

Para tornar o jogo justo, podemos modificar a pontuação. Algumas sugestões incluem:

- Atribuir **2 pontos** ao Jogador A quando sair "cara";
- Reduzir o prêmio do Jogador B para **1,5 pontos** quando sair "coroa";
- Criar um sistema de rodadas em que o Jogador A receba mais tentativas para compensar sua desvantagem.

Essa abordagem incentiva os alunos a desenvolverem um pensamento analítico e a compreenderem a aplicação da estatística na tomada de decisões e análise de jogos.

Veja mais sobre o assunto

O conceito de esperança matemática é amplamente utilizado em estatística, teoria dos jogos e economia. Para aprofundamento, os alunos podem explorar como a esperança matemática se aplica a jogos de azar, seguros e tomada de decisões financeiras. Deixamos os portais a seguir como sugestões:

✓ IMPA - Probabilidade, valor esperado: (IMPA, 2015).

✓ IME Unicamp: (Unicamp, 2020).

Tarefa 4

Público-alvo: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Duração da tarefa: 40 minutos.

Objetos de conhecimento: Probabilidade, eventos independentes e valor esperado.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF07MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam eventos aleatórios, utilizando os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e cálculo de probabilidade de eventos, por meio de expressões fracionárias, decimais e percentuais.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

Tarefa 4: O tabuleiro está dominado! Pela banca

Em um jogo de tabuleiro, com 24 casas numeradas de 1 a 24, cada jogador lança um dado cúbico de 6 faces, numeradas de 1 a 6. Se sair número par, a pessoa **avança duas casas**; se der número ímpar, **volta três casas**.

- a) Esse jogo é favorável ao jogador no sentido de avançar no tabuleiro? Justifique sua resposta baseando-se nos ganhos, nas perdas e nas probabilidades.
- b) Wander está na casa 20. Qual a probabilidade de Wander estar na casa 24 após duas jogadas? E na casa 19? E antes da 19?
- c) Qual a probabilidade de ele retroceder, voltar, ficar mais atrás no tabuleiro, nas condições do item (b)?
- d) Imagine agora 100 pessoas fazendo apenas uma jogada ao mesmo tempo. Em média, as pessoas vão avançar ou voltar após realizarem uma jogada? Quantas casas?

Resolução comentada

Solução a): O jogo é **desfavorável**, pois, embora as probabilidades de sair número par ou ímpar sejam iguais (50%), os valores associados aos ganhos e perdas são assimétricos: o jogador avança apenas duas casas ao obter um número par, mas retrocede três casas ao obter um número ímpar.

Solução b):

$$P(\text{casa 24}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25\% \quad (\text{dois pares})$$

$$P(\text{casa 19}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 50\% \quad (\text{par-ímpar ou ímpar-par})$$

$$P(\text{casa 16}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25\%$$

Solução c):

$$P(\text{voltar}) = 50\% + 25\% = 75\%$$

Assim, há uma alta probabilidade de o jogador perder posições no tabuleiro após duas jogadas.

Solução d): O valor esperado para cada jogada é:

$$VE = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times (-3) = -0,5$$

O resultado indica que o jogo é desfavorável, pois o valor esperado é negativo. Em média, espera-se que as pessoas **voltem 0,5 casa** a cada jogada.

Essa média, embora não corresponda a uma jogada individual, reflete um comportamento coletivo: para cada 100 jogadores, o total de casas voltadas excede em aproximadamente 50 o total de casas avançadas, resultando nesse valor esperado de $-0,5$ casa.

O jogo apresentado é um exemplo clássico de situação em que a **expectativa matemática** desfavorece o jogador, mesmo que as chances de sucesso e insucesso sejam iguais.

Embora a probabilidade de sair um número par ou ímpar seja de 50%, o efeito do resultado é desbalanceado: o ganho de duas casas é inferior à perda de três. Assim, o **valor esperado negativo** indica que, em longo prazo, o jogador tende a retroceder no tabuleiro.

Esse tipo de raciocínio é essencial para compreender a noção de *jogos justos* e pode ser estendido a análises de risco em apostas, investimentos e experimentos probabilísticos.

Esta atividade permite discutir com os alunos a diferença entre equiprobabilidade e equidade de resultados. Sugere-se que o professor incentive os estudantes a:

- Comparar probabilidades e efeitos (ganhos e perdas) nas jogadas;
- Representar graficamente as transições de posição do jogador no tabuleiro;
- Explorar simulações computacionais ou experimentos manuais com dados para observar o comportamento a longo prazo.

O professor pode também enfatizar a relação com o **valor esperado negativo**, destacando que, em situações de risco, resultados aparentemente equilibrados podem esconder desvantagens matemáticas.

Veja mais sobre o assunto

O tema do valor esperado e da justiça em jogos pode ser aprofundado por meio das seguintes fontes:

✓ Youtube – Probabilidade e Jogos de Azar – Aposta Justa e Esperança Matemática: (Explicada, 2021).

Tarefa 5

Público-alvo: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Duração da tarefa: 30 minutos.

Objetos de conhecimento: Cálculo de probabilidade e conceitos de lucro e prejuízo.

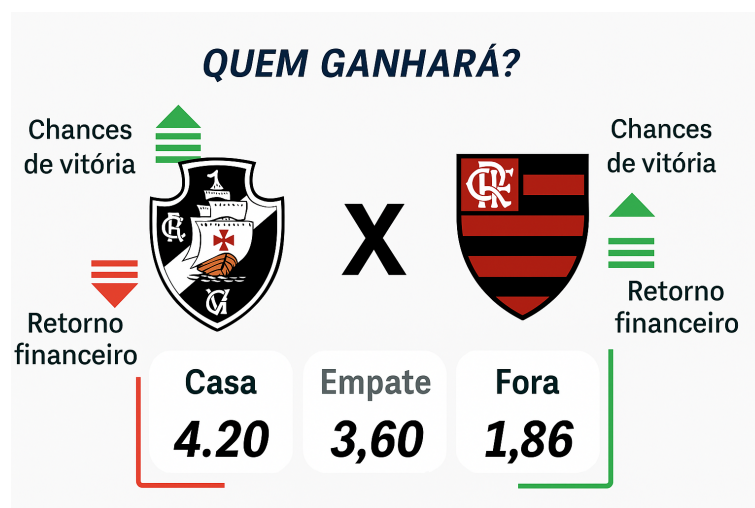
Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, incluindo o uso de expressões como “x% de”, a identificação da porcentagem de um número e o cálculo do total a partir de uma porcentagem conhecida.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

Tarefa 5: Descobrimo lucro ou prejuízo

A imagem abaixo apresenta a odd paga por uma casa de apostas em um dia de clássico entre Flamengo e Vasco.



Com base na odd apresentada, determine o lucro recebido em cada caso a aposta fosse a correta. Utilize o valor de R\$ 10,00 como valor da aposta.

Resolução comentada

Para cada aposta acertada, o cálculo do lucro é feito considerando o valor apostado e a odd correspondente.

Aposta no Vasco:

A odd do Vasco é de 4.20. Se um apostador investe **R\$ 10,00**, o montante recebido será:

$$10 \times 4.20 = R\$42,00.$$

O lucro será o montante recebido menos o valor apostado:

$$R\$42,00 - R\$10,00 = R\$32,00.$$

Aposta no Empate:

A odd do empate é de 3.60. Se um apostador investe **R\$ 10,00**, o montante recebido será:

$$10 \times 3.60 = R\$36,00.$$

O lucro será:

$$R\$36,00 - R\$10,00 = R\$26,00.$$

Aposta no Flamengo:

A odd do Flamengo é de 1.86. Se um apostador investe **R\$ 10,00**, o montante recebido será:

$$10 \times 1.86 = R\$18,60.$$

O lucro será:

$$R\$18,60 - R\$10,00 = R\$8,60.$$

Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os conceitos de lucro e prejuízo, utilizando os seguintes questionamentos:

✓ O que é melhor: ter lucro ou prejuízo?

✓ Se uma pessoa compra uma cartela de bingo e não ganha nenhum prêmio, ela obteve lucro ou prejuízo?

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos façam o cálculo de cada um dos casos, ou seja, para a aposta de R\$ 10,00, o que aconteceria se a aposta fosse a vencedora em cada um dos três casos.

Para uma reflexão em grupo, indicamos o questionamento do tamanho do lucro e o tamanho do prejuízo caso não fosse a aposta correta.

Veja mais sobre o assunto

O cálculo de lucro e prejuízo é desenvolvido em diversas aplicações. Deixaremos como sugestões os seguintes portais:

- ✓ BBC News Brasil: (Brasil, 2024).
- ✓ Cabe no Meu Bolso: (CABE NO MEU BOLSO, 2023).

Tarefa 6

Público-alvo: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Duração da tarefa: 40 minutos.

Objetos de conhecimento: Probabilidade, variáveis aleatórias discretas e valor esperado.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).

Tarefa 6: Bônus ou iscas?

Uma loja fez uma promoção. Cada cliente, após realizar uma compra na loja, é convidado a lançar duas moedas em um aplicativo digital. Para cada quantidade de caras que aparecerem, o cliente recebe um prêmio em dinheiro que só pode ser usado na próxima compra. Conforme o número de caras aumenta, o prêmio aumenta segundo a tabela a seguir.

Número de caras	Bônus na próxima compra (R\$)
0	10
1	20
2	30

a) Qual a probabilidade de sair 0 caras?

Considerando o espaço amostral dos dois lançamentos de moedas, os resultados possíveis são: (C,C), (C,K), (K,C), (K,K). Dentre estes, apenas (K,K) representa 0 caras. Portanto:

$$P(0 \text{ caras}) = \frac{1}{4}.$$

b) Preencha a tabela, a seguir, com as probabilidades de cada resultado possível para o número de caras.

Número de caras	Probabilidade
0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{2}{4}$
2	$\frac{1}{4}$

c) Em determinado dia, 300 clientes usaram o aplicativo. Qual o valor de bônus que mais terá sido concedido aos clientes? Justifique sua resposta.

Considerando as probabilidades calculadas, a frequência esperada, em 300 clientes, é aproximadamente:

$$300 \times \frac{1}{4} = 75 \text{ clientes (0 caras),}$$

$$300 \times \frac{2}{4} = 150 \text{ clientes (1 cara),}$$

$$300 \times \frac{1}{4} = 75 \text{ clientes (2 caras).}$$

Logo, o bônus que mais terá sido concedido é **R\$ 20**, correspondente a 1 cara, pois ocorre com maior probabilidade ($\frac{2}{4}$).

d) Por que a loja colocou o maior valor para o resultado sair 2 caras? Apresente uma possível justificativa para a loja ter feito isso.

Uma justificativa plausível é a estratégia de **ancoragem** e apelo psicológico: oferecer um prêmio mais alto (R\$ 30) atrai a atenção dos clientes e cria expectativa de ganho elevado, embora a sua probabilidade seja baixa. Essa configuração permite à loja controlar o custo médio da promoção enquanto explora heurísticas cognitivas dos consumidores.

A probabilidade de cada resultado foi obtida a partir do número de casos favoráveis sobre o total de 4 resultados equiprováveis:

$$P(0) = \frac{1}{4}, \quad P(1) = \frac{2}{4}, \quad P(2) = \frac{1}{4}.$$

O valor esperado do bônus (média teórica do valor concedido por cliente) é:

$$E(X) = \frac{1}{4} \times 10 + \frac{1}{2} \times 20 + \frac{1}{4} \times 30 = 20.$$

Portanto, o bônus médio concedido pela promoção é de **R\$ 20** por cliente. Essa análise evidencia como a probabilidade e o valor do prêmio se combinam para produzir um custo médio previsível para a loja, ao mesmo tempo em que mantêm apelo psicológico.

Orientações para o professor

Esta tarefa explora a relação entre prêmios e probabilidades, enfatizando a assimetria entre valor do prêmio e sua probabilidade de ocorrência. Sugere-se que o professor:

- Solicite aos alunos que calculem frequências esperadas para diferentes números de clientes;
- Proponha a construção de uma simulação simples (lançamento de duas moedas) para comparar frequências observadas e esperadas;
- Discuta vieses cognitivos (como ancoragem) e as implicações econômicas de promoções com diferentes distribuições de prêmios.

Veja mais sobre o assunto

✓ PET Estatística UFPR – Probabilidade nos jogos de azar: (UFPR, 2020).

Tarefa 7

Público-alvo: Ensino Fundamental.

Duração da tarefa: 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Fração e probabilidade.

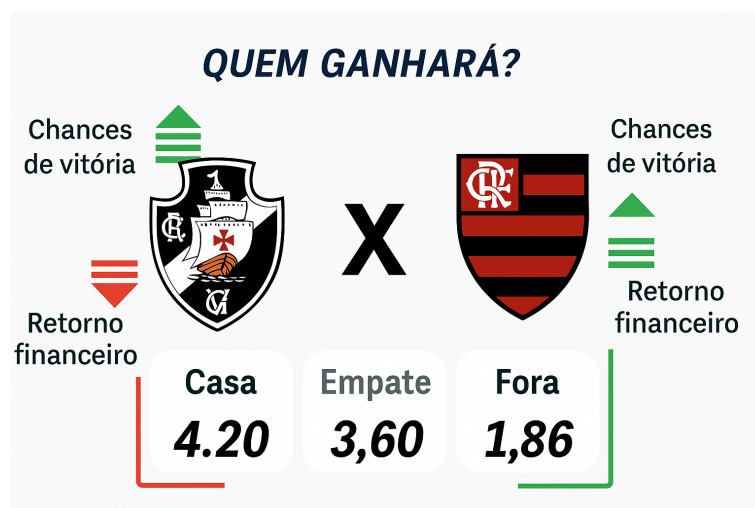
Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, incluindo o uso de expressões como “x% de”, a identificação da porcentagem de um número e o cálculo do total a partir de uma porcentagem conhecida.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

Tarefa 7: Odds e probabilidades: dois lados de uma mesma moeda

Considere a figura abaixo que apresenta a odd paga por uma casa de aposta esportiva em um dia de clássico entre Flamengo e Vasco.



Responda aos itens:

- Para a odd apresentada, qual a probabilidade calculada pela casa de aposta?
- Qual o percentual de comissão dessa casa de aposta?

Resolução comentada

a) Para calcular a probabilidade, lembramos que $b = \frac{1}{p}$ ou, equivalentemente, $p = \frac{1}{b}$, onde p é a probabilidade implícita e b é a odd apostada. Dessa forma, podemos calcular as probabilidades nos três casos:

1. Probabilidade de vitória do Vasco:

$$p = \frac{1}{4.20} = 0.2380.$$

Convertendo para porcentagem: $p = 0.2380 \times 100 = 23.80\%$

2. Probabilidade do empate:

$$p = \frac{1}{3.60} = 0.2777.$$

Convertendo para porcentagem: $p = 0.2777 \times 100 = 27.77\%$

3. Probabilidade de vitória do Flamengo:

$$p = \frac{1}{1.86} = 0.5376.$$

Convertendo para porcentagem: $p = 0.5376 \times 100 = 53.76\%$

b) Em um mercado justo, a soma das probabilidades implícitas deveria ser exatamente 100%. Entretanto, em casas de apostas reais, a soma costuma ser superior a 100%, fenômeno chamado de *overround*. Esse excesso representa a comissão da casa embutida nas odds.

Somando as probabilidades obtidas:

$$P = 23.80\% + 27.77\% + 53.76\% = 105.33\%.$$

Assim, o *overround* é dado por:

$$\mathcal{O} = 105.33\% - 100\% = 5.33\%.$$

Uma medida alternativa é a *margem normalizada*, também chamada de *hold*, que considera o excesso em relação ao total:

$$\mathcal{M} = \frac{105.33\% - 100\%}{105.33\%} \approx 5.06\%.$$

Portanto, podemos concluir que a comissão efetiva da casa neste exemplo está entre 5.06% e 5.33%, dependendo da métrica utilizada. Para fins didáticos, o cálculo direto do *overround* (5.33%) é o mais usual e intuitivo.

Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os conceitos de lucro e prejuízo, utilizando os seguintes questionamentos:

- ✓ A diferença entre as probabilidades calculadas e a soma total superior a 100%.
- ✓ O impacto da comissão da casa de apostas no retorno do apostador.
- ✓ A afirmação de que "a banca sempre ganha" e a relação disso com o modelo de negócios das apostas.

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos façam o cálculo de cada um dos casos, analisando os impactos da comissão no retorno das apostas.

Para uma reflexão em grupo, indicamos o questionamento sobre como as casas de apostas garantem lucro e a importância de compreender as probabilidades antes de apostar.

Veja mais sobre o assunto

O cálculo da probabilidade nos jogos de apostas é importante pois é uma estratégia utilizada pela casa de aposta para influenciar os apostadores. Deixamos como sugestão o portal:

- ✓ Lance: (Lance, 2023).

Tarefa 8

Público-alvo: Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Duração da tarefa: 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Probabilidade, variáveis aleatórias discretas, valor esperado e distribuição binomial.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF07MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam eventos aleatórios, utilizando os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e cálculo de probabilidade de eventos, por meio de expressões fracionárias, decimais e percentuais.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

Tarefa 8: Cortina de fumaça

Um professor tem 20 alunos e resolveu propor um jogo chamado *cortina de fumaça*. O professor começa o jogo distribuindo **2 fichas** para cada aluno, que devem ser devolvidas ao final. Em cada rodada, o estudante joga uma moeda comum. Se der **cara** ganha **1 ficha** e se der **coroa** perde **2 fichas**. O aluno pode pedir ficha emprestada ao longo do jogo, mas ao final do jogo precisa devolver todas as fichas que pediu emprestado. Ao final de todas as rodadas, após pagar o que deve, para cada ficha restante ele ganha 1 ponto extra na média.

Alguns alunos resolveram participar, e após 6 rodadas, os resultados foram os seguintes (1 representa cara e -1 representa coroa):

Aluno	R1	R2	R3	R4	R5	R6
Arthur	1	1	-1	-1	1	-1
Bernardo	1	-1	1	-1	-1	1
Carlos	-1	1	1	-1	-1	1
Daniela	1	1	1	-1	1	-1
Esther	1	-1	-1	1	1	1

Observação sobre as colunas de pontuação: em cada lançamento, atribui-se +1 ficha quando sair cara e -2 fichas quando sair coroa; a coluna “Total (pont.)” é a soma desses valores ao longo das 6 rodadas; as “Fichas finais” correspondem a 2 (fichas iniciais) mais o total (pontuação). Valores negativos indicam que o aluno ficou devendo fichas ao final (terá de pedir emprestado durante o jogo).

a) Preencha a tabela, com a pontuação de cada jogo, conforme a primeira linha, e o total de fichas ao final das 6 rodadas.

Aluno	R1	R2	R3	R4	R5	R6	Total (pont.)	Fichas finais
Arthur	1	1	-1	-1	1	-1	-3	$2 + (-3) = -1$
Bernardo	1	-1	1	-1	-1	1	-3	$2 + (-3) = -1$
Carlos	-1	1	1	-1	-1	1	-3	$2 + (-3) = -1$
Daniela	1	1	1	-1	1	-1	0	$2 + 0 = 2$
Esther	1	-1	-1	1	1	1	0	$2 + 0 = 2$

b) Considerando que as probabilidades de sair cara e coroa sejam iguais, em cada lançamento, as pessoas têm mais chance de ganhar ou de perder nesse jogo proposto pelo professor?

Indicamos a provocação para que sejam ouvidas as respostas de cada estudante.

c) Por que as pessoas geralmente vão perder mais fichas do que ganhar nesse jogo? Justifique sua resposta.

Resposta: A razão é a assimetria entre os valores associados aos resultados: a perda (-2) tem magnitude superior ao ganho ($+1$), mesmo com probabilidades iguais. Consequentemente, a média ponderada (valor esperado) é negativa. Além disso, pela análise combinatória da distribuição binomial, o número de caras mais provável em $n = 6$ lançamentos é $k = 3$ (pois $\binom{6}{3}$ é o maior coeficiente binomial). Para $k = 3$ caras e $6 - 3 = 3$ coroas, o ganho líquido é

$$3 \times (+1) + 3 \times (-2) = -3,$$

o que coincide com o resultado observado como mais frequente nos dados apresentados. Em síntese: combinando a maior magnitude das perdas com a distribuição de probabilidade dos resultados, obtém-se maior frequência de resultados com saldo negativo.

Resolução comentada

O jogo ilustra claramente que equiprobabilidade de eventos não implica equidade de resultados. A análise do valor esperado por lançamento ($E = -\frac{1}{2}$) mostra que o balanço médio favorece a perda; a observação empírica dos cinco alunos selecionados (três com total -3 , dois com total 0) corrobora a tendência teórica. Essa distinção é essencial para discutir riscos e justiça em jogos e promoções.

Orientações para o professor

Sugere-se que o professor:

- Peça aos alunos que calculem o valor esperado por rodada e por sequência de 6 rodadas;
- Proponha simulações (computacionais ou manuais) com amostras maiores para observar a convergência das médias empíricas ao valor esperado teórico;
- Explore a relação entre combinatória (coeficientes binomiais) e probabilidades dos diferentes números de caras em n lançamentos;
- Discuta implicações éticas e econômicas de jogos assimétricos em contextos escolares e comerciais.

Veja mais sobre o assunto

✓ PET Estatística UFPR – Probabilidade nos jogos de azar: (UFPR, 2020).

Tarefa 9

Público-alvo: Ensino Fundamental.

Duração da tarefa: 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Fração e probabilidade.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

Tarefa 9: O comportamento da odd em uma partida definida

Imagine um jogo onde o time A está ganhando de 10 x 0 do time B, o jogo está com 45 minutos do segundo tempo. Como será o comportamento da odd nesse momento?

Considerando que a probabilidade do time A vencer é de 100%, a odd será de $b = \frac{1}{1}$, ou seja, o valor pago será o mesmo que o valor apostado.

Responda aos itens abaixo:

- a) O que acontece com a odd de um time conforme sua vitória se torna cada vez mais provável?
- b) Em uma aposta com odd de 1,10, qual seria a probabilidade implícita calculada pela casa de aposta?

Resolução comentada

a) A odd de um time vencedor tende a se aproximar de 1, pois, quando a vitória se torna praticamente certa, a casa de aposta não paga um valor significativo ao apostador.

b) Para calcular a probabilidade, usamos a relação $p = \frac{1}{b}$. Assim:

$$p = \frac{1}{1.10} = 0.9090.$$

Convertendo para porcentagem: $p = 0.9090 \times 100 = 90.90\%$.

Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre o funcionamento das odds e das casas de apostas, utilizando os seguintes questionamentos:

- ✓ A odd pode ser menor que 1? O que isso significaria em termos de apostas?
- ✓ Por que a casa de apostas nunca perde?
- ✓ Como funcionam as probabilidades e as margens de lucro das casas de apostas?

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos analisem diferentes cenários de apostas e investiguem como as casas ajustam as odds para garantir lucro.

Para uma reflexão em grupo, sugerimos discutir como a margem da casa impacta diretamente os ganhos dos apostadores e quais estratégias podem ser usadas para minimizar esse impacto.

Veja mais sobre o assunto

O cálculo da probabilidade nos jogos de apostas é importante pois é uma estratégia utilizada pela casa de aposta para influenciar os apostadores. Deixamos como sugestão o portal:

- ✓ Lance: (Lance, 2023).

Tarefa 10

Público-alvo: Ensino Médio.

Duração da tarefa: 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Probabilidade, valor esperado e jogos de azar.

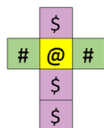
Habilidades da BNCC relacionadas:

(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

Tarefa 10: A banca sempre vence!

Considere um jogo em que um dado cúbico, cuja planificação está representada a seguir, é jogado apenas uma vez por cada jogador.



Observando-se a face voltada para cima, temos as seguintes possibilidades:

- Se sair o símbolo \$, o jogador ganha R\$ 200,00 da banca;
- Se sair o símbolo #, o jogador perde R\$ 400,00 para a banca;
- Se sair o símbolo @, o jogador não ganha nem perde.

Considerando o contexto descrito, responda às questões a seguir.

- Calcule as probabilidades de cada um dos três resultados possíveis.
- Para você, o jogo é mais vantajoso para o jogador ou para a banca? Justifique sua resposta.
- Qual deveria ser o valor R\$ ganha 200 reais, então quanto deveria ser a o valor da perda se saísse # para que o jogo fosse equilibrado?

Resolução comentada

a) O dado apresenta seis faces, das quais três exibem o símbolo \$, duas o símbolo # e uma o símbolo @. Assim, o espaço amostral pode ser descrito como

$$S = \{\$, \$, \$, \#, \#, @\}.$$

Logo, as probabilidades associadas a cada evento são:

$$P(\$) = \frac{3}{6}, \quad P(\#) = \frac{2}{6}, \quad P(@) = \frac{1}{6}.$$

b) Espera-se que digam que o jogo é mais vantajoso para a banca, pois o valor do prejuízo é o dobro do ganho, mas a probabilidade de ganhar é menor que o dobro da de perder. Calcula-se o valor esperado:

$$E = \left(\frac{3}{6}\right) \times 200 + \left(\frac{2}{6}\right) \times (-400) + \left(\frac{1}{6}\right) \times 0 = 100 - 133,33 = -33,33.$$

O valor esperado é negativo: o jogador perde, em média, R\$ 33,33 por jogada. Logo, o jogo é vantajoso para a banca.

c) Para jogo justo, $E = 0$:

$$\left(\frac{3}{6}\right) \times 200 + \left(\frac{2}{6}\right) \times (-x) + \left(\frac{1}{6}\right) \times 0 = 0.$$

Determinando x :

$$100 - \frac{2x}{6} = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 300.$$

Assim, a perda deveria ser R\$ 300,00 para equilibrar o jogo.

Orientações para o professor

É importante destacar que o espaço amostral $S = \{\$, \#, @\}$ não é equiprovável, pois as probabilidades dos eventos estão diretamente relacionadas à quantidade de faces correspondentes no dado. Considerando a simetria geométrica do cubo e a ausência de fatores que alterem a distribuição uniforme de probabilidade, tem-se $P(\$) = \frac{3}{6}$, $P(\#) = \frac{2}{6}$ e $P(@) = \frac{1}{6}$. Além disso, recomenda-se explorar com os estudantes a relação entre probabilidade e prêmio, estimulando a reflexão de que, para que o jogo fosse “justo”, o valor do prêmio deveria ser inversamente proporcional à probabilidade do evento — isto é, se a probabilidade de ganhar é o dobro, o prêmio correspondente deveria ser a metade. Essa discussão contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico em torno da noção de “equidade” nos jogos de azar e em contextos financeiros mais amplos.

- Solicitar simulações para verificar a convergência empírica ao valor esperado teórico;
- Propor variações (alterar $P(\$)$, $P(\#)$, $P(@)$ ou os montantes) e comparar resultados;
- Discutir analogias com apostas esportivas e loterias para explorar implicações éticas e econômicas.

Indicamos que este exercício sirva também para conectar álgebra, probabilidade e economia comportamental — discutir limites práticos e consequências de ajustar prêmios para se obter jogos “justos”.

Veja mais sobre o assunto

✓ Canal YouTube Matemática Explicada – Aposta justa e esperança matemática: (Explicada, 2021).

Tarefa 11

Público-alvo: Ensino Fundamental.

Duração da tarefa: 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Fração e probabilidade.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF06MA05) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração de números racionais, com a utilização de diferentes estratégias (inclusive cálculo mental), desenvolvendo o senso de magnitude e de estimativa.

(EF07MA23) Compreender e utilizar os conceitos de eventos complementares, mutuamente exclusivos e equiprováveis na análise de experimentos aleatórios.

Tarefa 11: Calculando a comissão da casa de aposta

Vamos calcular a comissão da casa de aposta para o seguinte cenário abaixo. Considere p a probabilidade e b a odd:



Fonte: (LANCE!, 2024)

Responda aos itens abaixo:

- Usando a relação $p = \frac{1}{b}$, calcule a probabilidade para cada resultado apresentado na imagem.
- Determine a comissão cobrada pela casa de apostas.

Resolução comentada

a) Para calcular as probabilidades implícitas a partir das odds, utilizamos:

$$p_i = \frac{1}{b_i}, \quad i \in \{\text{Real Madrid, empate, Getafe}\}.$$

Em um mercado justo, a soma das probabilidades implícitas deveria ser igual a 1. No entanto, em casas de apostas reais, essa soma pode ser maior que 1 (chamado de *overround*, quando há margem da casa) ou menor que 1 (chamado de *underround*, quando as odds são favoráveis ao apostador).

Aplicando os valores $b_{\text{RealMadrid}} = 1.68$, $b_{\text{empate}} = 4.80$ e $b_{\text{Getafe}} = 7.75$, obtemos:

$$\frac{1}{1.68} + \frac{1}{4.80} + \frac{1}{7.75} \approx 0.5952 + 0.2083 + 0.1290 = 0.9325.$$

b) A comissão da casa pode ser calculada pela chamada *margem normalizada*:

$$c = 1 - \left(\frac{1}{b_{\text{RealMadrid}}} + \frac{1}{b_{\text{empate}}} + \frac{1}{b_{\text{Getafe}}} \right)^{-1}.$$

Substituindo os valores:

$$c = 1 - (0.9325)^{-1} = 1 - 1.0724 = -0.0724.$$

O resultado negativo indica um caso de *underround*, ou seja, não há comissão embutida, mas sim uma vantagem potencial para o apostador. Esse fenômeno é raro em mercados consolidados e geralmente ocorre em situações promocionais ou de ajuste de odds pela casa.

Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os conceitos de lucro e prejuízo, utilizando os seguintes questionamentos:

- ✓ A relação entre odds e probabilidades;
- ✓ O impacto da comissão da casa de apostas no retorno do apostador;
- ✓ O conceito de "mercado justo" e como as casas garantem lucro.

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos analisem diferentes exemplos de apostas, comparando odds e suas probabilidades associadas.

Para uma reflexão em grupo, sugerimos discutir como a comissão afeta o retorno dos apostadores e a viabilidade de encontrar apostas vantajosas no mercado.

Veja mais sobre o assunto

As apostas esportivas online, de forma estratégica, deixam muitas informações ocultas, e uma delas é a comissão cobrada. Para saber mais, deixamos como sugestão o portal:

✓ Lance: (LANCE!, 2024).

Tarefa 12

Público-alvo: Ensino Fundamental.

Duração da tarefa: 30 minutos.

Objetos de conhecimento: Probabilidade e análise de risco.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF07MA22) Resolver e elaborar problemas que envolvam a identificação e o registro de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório, por meio de diagramas, tabelas, árvores de possibilidades ou outras representações.

(EF07MA27) Resolver e elaborar problemas que envolvam a análise e interpretação de situações de tomada de decisão, com base em dados de probabilidade, avaliando os possíveis resultados e os riscos envolvidos.

Tarefa 12: Qual é o risco da aposta?

Em um jogo, o jogador aposta R\$ 1,00 em uma moeda não viciada (cara ou coroa). A cada jogada:

- Se sair **cara**, ele ganha R\$ 2,00 (lucro de R\$ 1,00).
- Se sair **coroa**, ele perde tudo.

Agora, considere que o jogador pode escolher jogar 1, 2 ou 3 vezes seguidas, sempre apostando o **mesmo valor** de R\$ 1,00 em cada rodada e reiniciando o jogo a cada vez.

Qual estratégia oferece menor risco e maior chance de lucro?

Resolução comentada

1 jogada:

- Probabilidade de ganhar: $P = 0,5$
- Possibilidades: ganhar R\$1,00 ou perder R\$1,00

2 jogadas:

- **Cara-Cara:** +R\$2,00 (25%)
- **Cara-Coroa ou Coroa-Cara:** R\$0,00 (50%)
- **Coroa-Coroa:** -R\$2,00 (25%)

3 jogadas: (8 possibilidades com 3 lançamentos)

Sequência	Lucro Total (R\$)	Probabilidade
Cara - Cara - Cara	+3,00	12,5%
Cara - Cara - Coroa	+1,00	12,5%
Cara - Coroa - Cara	+1,00	12,5%
Coroa - Cara - Cara	+1,00	12,5%
Cara - Coroa - Coroa	-1,00	12,5%
Coroa - Cara - Coroa	-1,00	12,5%
Coroa - Coroa - Cara	-1,00	12,5%
Coroa - Coroa - Coroa	-3,00	12,5%

Resumo:

- Ganho de R\$ 3,00: 12,5%
- Ganho de R\$ 1,00: 37,5%
- Perda de R\$ 1,00: 37,5%
- Perda de R\$ 3,00: 12,5%

Valor Esperado:

$$E = (+3 \times 0,125) + (+1 \times 0,375) + (-1 \times 0,375) + (-3 \times 0,125) = 0$$

Apesar de ser um jogo justo em média, o risco é maior conforme aumentam as rodadas.

Conclusão:

- **1 jogada:** menor risco, menor possibilidade de ganho.
- **2 jogadas:** risco intermediário, possível equilíbrio.
- **3 jogadas:** maior risco com possibilidades extremas de lucro ou perda.

Orientações para o professor

O professor pode pedir que os alunos simulem os lançamentos com moedas reais ou aplicativos de sorteio.

Trabalhos em grupo podem incluir registro dos resultados, cálculo de lucros e discussão coletiva. Tópicos possíveis para debate:

- ✓ Como a repetição de apostas influencia o risco?
- ✓ Vale a pena correr mais risco por um possível ganho maior?
- ✓ Qual seria uma forma mais segura de apostar?

Essa tarefa promove pensamento crítico sobre decisões em jogos e apostas, de maneira segura e didática.

Veja mais sobre o assunto

Saber escolher boas estratégias podem potencializar os ganhos em jogos, porém sabemos que, para elaborar boas estratégias, precisamos de muito conhecimento matemático. Deixamos, como sugestão a seguir, um caso de um estrategista dos jogos.

- ✓ BBC News Brasil: (Brasil, 2017).

Tarefa 13

Público-alvo: Ensino Médio.

Duração da tarefa: 40 minutos.

Objetos de conhecimento: Cálculo de lucros e perdas em apostas, interpretação de odds e valor esperado.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF07MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam eventos aleatórios, utilizando os conceitos de experimento aleatório, espaço amostral e cálculo de probabilidade de eventos, por meio de expressões fracionárias, decimais e percentuais.

(EF07MA26) Analisar e comparar possibilidades, de forma crítica, para avaliar a equidade de situações que envolvam o acaso, utilizando estratégias e conceitos relacionados à probabilidade, como equiprobabilidade e expectativa.

Tarefa 13: A ilusão da aposta tripla

Um apostador decide apostar em todos os três possíveis resultados de uma partida de futebol: vitória do time A, vitória do time B ou empate. Ele aposta **R\$ 10,00** em cada resultado. As odds fornecidas pela casa de apostas são:

- Vitória do time A: **1,95**
- Vitória do time B: **3,40**
- Empate: **3,00**

Questões para reflexão:

- a) Qual será o lucro ou prejuízo do apostador em cada possível resultado da partida?
- b) Considerando que ele apostou nos três resultados possíveis, essa estratégia garante um lucro certo?
- c) Por que as casas de apostas oferecem odds em que, mesmo apostando em todos os resultados, o apostador pode sair perdendo?

Resolução comentada

O total apostado foi de R\$ 30,00. Vamos analisar cada cenário:

Caso 1: Vitória do time A (odd 1,95)

- Retorno: $10 \times 1,95 = R\$19,50$
- Prejuízo: $30 - 19,50 = R\$10,50$

Caso 2: Vitória do time B (odd 3,40)

- Retorno: $10 \times 3,40 = R\$34,00$
- Lucro: $34 - 30 = R\$4,00$

Caso 3: Empate (odd 3,00)

- Retorno: $10 \times 3,00 = R\$30,00$
- Resultado: **empate financeiro** (sem lucro nem prejuízo)

Com esses valores, o apostador só obtém lucro se o time B vencer, e não ganha absolutamente nada se houver empate. Já em caso de vitória do time A, o prejuízo é considerável. Portanto, mesmo apostando em todos os resultados, o risco não desaparece.

Esse exemplo reforça a importância de compreender o funcionamento das odds: a casa de apostas organiza os valores para reduzir a chance de lucro do apostador.

Orientações para o professor

Esta tarefa é ideal para promover discussões sobre a percepção de “segurança” nas apostas múltiplas. Sugestões para aprofundamento:

- ✓ Incentive os alunos a calcular quais seriam as odds mínimas para que o retorno fosse igual ao total apostado;
- ✓ Proponha que eles simulem outras apostas com odds distintas, avaliando em quais casos o lucro seria garantido;
- ✓ Mostre como a casa de apostas ajusta as odds para obter vantagem, mesmo que o apostador cubra todos os desfechos.

Trata-se de uma oportunidade para trabalhar conceitos de risco, retorno e estratégias probabilísticas.

Veja mais sobre o assunto

Alguns apostadores acreditam que apostando em todas as opções sairão vitoriosos. Essa situação é conhecida como aposta tripla ou aposta múltipla. Para saber mais, deixamos como sugestão o portal abaixo.

✓ Terra Apostas: (Apostas, 2024).

Tarefa 14

Público-alvo: Ensino Fundamental.

Duração da tarefa: 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Probabilidade, frações, cálculo de lucro e prejuízo.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF06MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação e divisão), envolvendo diferentes significados e usos dessas operações.

(EF06MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo de porcentagens em diferentes contextos, incluindo o uso de descontos, acréscimos e análise de desempenho.

Tarefa 14: Pensando sobre odds

Considere uma pessoa que aposta 100 reais em um time favorito que paga uma odd de 1,1. Ela realiza 10 apostas, acertando 9 e errando 1. Responda aos itens abaixo:

- a) Quanto ela ganharia ao final das 9 apostas vencedoras se apostasse 100 reais por vez?
- b) Qual seria o prejuízo total após a aposta errada?
- c) Qual o saldo final após as 10 apostas realizadas?
- d) Qual o índice de acerto da pessoa nas apostas? Expresse em porcentagem.

Resolução comentada

a) A pessoa apostou 100 reais por vez, com uma odd de 1,1. Em cada aposta vencedora, ela recebe:

$$100 \times 1,1 = 110 \text{ reais.}$$

Como ela acertou 9 apostas:

$$9 \times 110 = 990 \text{ reais.}$$

b) Como a aposta errada significa uma perda total de 100 reais, ela perdeu:

$$100 \text{ reais.}$$

c) O saldo final é o total ganho com as apostas vencedoras menos o valor perdido na aposta errada:

$$990 - 100 = 890 \text{ reais.}$$

d) A pessoa acertou 9 de 10 apostas, ou seja, ela teve um índice de acerto de:

$$\frac{9}{10} \times 100 = 90\%.$$

Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre os impactos das apostas esportivas e a relação entre acertos e retornos financeiros, utilizando os seguintes questionamentos:

✓ O que aconteceria se a pessoa tivesse um índice de acerto de 100%? Isso garantiria lucro em longo prazo?

✓ Como a odd baixa influencia os ganhos, mesmo quando a taxa de acertos é alta?

✓ Quais estratégias podem ser utilizadas para minimizar os riscos e evitar prejuízos em apostas esportivas?

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode solicitar que os alunos analisem diferentes cenários, comparando o impacto das odds nos ganhos e perdas.

Para uma reflexão em grupo, sugerimos discutir a importância da gestão de riscos e como o retorno esperado pode ser afetado pela variação das odds e pelo número de acertos necessários para obter lucro.

Veja mais sobre o assunto

Destacamos a importância dos jovens saberem o que pode ocorrer com repetidas ações como apostadores. Para isso, sugerimos a leitura:

✓ G1: (G1 EDUCAÇÃO, 2024).

Tarefa 15

Público-alvo: Ensino Fundamental.

Duração da tarefa: 50 minutos.

Objetos de conhecimento: Probabilidade, frações e cálculo de lucro e prejuízo.

Habilidades da BNCC relacionadas:

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas envolvendo as operações fundamentais com números naturais e racionais, utilizando estratégias pessoais e convencionais, inclusive com o uso de calculadora.

(EF07MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam diferentes significados da multiplicação e da divisão com números racionais, com e sem uso de tecnologias digitais.

Tarefa 15: Comparando apostas e retornos em diferentes odds

Imagine que uma pessoa faça 10 apostas de 100 reais cada, sempre em times favoritos, mas agora com odds diferentes em cada aposta. Ela aposta com odds de 1,1 em 5 apostas e com odds de 2,0 em 5 apostas. Ela acerta 9 de suas 10 apostas. Responda aos itens abaixo:

- a) Qual será o valor total ganho pela pessoa com as 5 apostas em odds de 1,1?
- b) Qual será o valor total ganho pela pessoa com as 5 apostas em odds de 2,0?
- c) Qual seria o prejuízo da aposta errada?
- d) Qual o saldo final após as 10 apostas realizadas?

Resolução comentada

a) Para as 5 apostas com odd 1,1, a pessoa apostou 100 reais por vez e ganhou 10% a mais em cada aposta. O total ganho em 5 apostas com odd 1,1 será:

$$5 \times 100 \times 1,1 = 5 \times 110 = 550 \text{ reais.}$$

b) Para as 5 apostas com odd 2,0, a pessoa apostou 100 reais por vez e dobrou o valor apostado em cada vitória. O total ganho em 5 apostas com odd 2,0 será:

$$5 \times 100 \times 2,0 = 5 \times 200 = 1000 \text{ reais.}$$

c) Como a aposta errada significa uma perda total de 100 reais, ela perdeu:

$$100 \text{ reais.}$$

d) O saldo final é o total ganho com as apostas vencedoras menos o valor perdido na aposta errada:

$$550 + 1000 - 100 = 1450 \text{ reais.}$$

Orientações para o professor

Esta atividade pode ser aplicada tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, abordando conteúdos como operações com números inteiros e matemática financeira. Antes dos cálculos, o professor pode estimular uma reflexão com os alunos sobre o impacto das odds no retorno financeiro e nos riscos das apostas, utilizando os seguintes questionamentos:

✓ Como a alteração da odd pode impactar o retorno final, mesmo quando a taxa de acertos permanece a mesma?

✓ Quais são os riscos de apostar em odds mais altas? Como isso afeta tanto os ganhos quanto as perdas?

✓ Qual é a relação entre o índice de acertos e o retorno total em longo prazo nas apostas esportivas?

Ao terminar essa reflexão inicial, o professor pode propor que os alunos analisem diferentes cenários de apostas, comparando os ganhos e perdas em situações com odds variadas.

Para uma reflexão em grupo, sugerimos discutir como diferentes estratégias podem influenciar os resultados ao longo do tempo e de que forma o gerenciamento de riscos pode minimizar prejuízos.

Veja mais sobre o assunto

As apostas esportivas online, de forma estratégica, deixam muitas informações ocultas, e uma delas é a comissão cobrada. Para saber mais, deixamos como sugestão o portal:

✓ E-Investidor (Estadão): (E-Investidor, 2024).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um material didático, na forma de um conjunto de tarefas didáticas, referenciadas teoricamente, que abordem aspectos relacionados a Riscos e Incertezas em situações relacionadas predominantemente às apostas esportivas, seguidas de orientações para o professor, considerando os princípios do convite à reflexão, dualidade, conexão didática e lente multidisciplinar.

Como produto educacional, elaboramos um conjunto de 15 tarefas que foram construídas nas etapas: tarefa disparadora, resolução comentada, orientações para o docente e sugestões para saber mais. Tarefas estas discursivas, com questões fechadas e abertas para um convite à reflexão e a uma postura crítica – diante de valores e probabilidades, diante de benefícios e sacrifícios, diante de assimetria entre jogadores e banca, bem como possíveis consequências que podem atrapalhar planos e adiar sonhos, gerando prejuízos pessoais e coletivos.

O material desenvolvido buscou ser inovador por abordar questões baseadas em dados reais e propor uma análise crítica dos problemas sociais e econômicos relacionados às casas de apostas, incluindo aspectos de taxação e regulamentação, estimulando professores e estudantes a refletirem sobre os impactos das apostas no contexto social contemporâneo. Assim, o trabalho vai além da aplicação de conceitos matemáticos, promovendo uma educação voltada para a criticidade, a reflexão a consciência financeira e o exercício de uma cidadania responsável.

Dada a contemporaneidade do tema das apostas esportivas online, este trabalho se alinhou de forma inovadora ao pesquisar e propor uma análise crítica e fundamentada às propostas de educação financeira escolar de Muniz (2023). Consideramos termos e linguagens das apostas sempre alinhados aos temas de probabilidade e estatística, destacando o conceito de valor esperado de maneira didática.

Considerando os muitos desafios do professor em sala de aula, tivemos atenção em elaborar orientações que auxiliam na formação matemática e na educação financeira pela perspectiva dual: utilizar a educação financeira para gerar oportunidades de aprendizagem matemática e, reciprocamente, aproveitar os ganhos da matemática para promover uma melhor educação financeira, permitindo a compreensão de fenômenos de natureza econômica e financeira.

Com o intuito de oferecer uma contraposição crítica a todo esse movimento das casas de apostas, propusemos como objetivo central a investigação e reflexão sobre os riscos e incertezas das apostas esportivas online, tratando de forma assertiva as apostas principalmente nos jogos de futebol. Essa escolha se deu por ser a modalidade de aposta no Brasil com mais apostadores.

Para nosso objetivo central, construímos um referencial teórico ancorado na matemática por meio da probabilidade e da estatística. Dessa forma, consideramos que o material proposto poderá servir aos docentes de todo o país, articulando a teoria matemática com a prática pedagó-

gica por meio da utilização deste material como um produto educacional. Será possível propor aos discentes a reflexão dos riscos e da incerteza das apostas. Para isso, propusemos 15 tarefas didáticas com o compromisso de apresentar informações que geralmente não são apresentadas pelos *sites* e pelos influenciadores que convidam toda a sociedade para esse vício sem medir suas consequências.

Para atingir o objetivo, estamos amparados por Muniz (2023), quando este considera o convite à reflexão, dualidade, conexão didática e à lente multidisciplinar, sendo esses os parâmetros para construirmos os objetivos específicos deste trabalho: identificar as situações que comprometem o desenvolvimento da sociedade de forma saudável financeiramente; construir, por meio da educação financeira, as ferramentas necessárias para a autonomia dos docentes e discentes sobre suas escolhas; e, por fim, o material didático como instrumento norteador.

Destacamos que este trabalho está alinhado à Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e aos Parâmetros Curriculares Nacional (PCN), visto que o público-alvo são docentes, discentes e todos os profissionais ligados à educação. Para os discentes, o material teórico e as tarefas estão construídos para que todos do Ensino Fundamental II e Ensino Médio sejam capazes de compreender e utilizar os argumentos apresentados.

Destacamos que esta pesquisa não tem a intenção de impor um pensamento ou uma opinião. Convidamos à reflexão por meio da educação financeira para que as apostas esportivas sejam tratadas com seus riscos e estejam de acordo com o que podem e vêm causando na sociedade. Entendemos as apostas esportivas como uma experiência inadequada para jovens e também que sejam tomadas como uma ação totalmente oposta a ser um investimento. Não é possível que jovens tenham acesso tão fácil a algo que causa vício e, como consequência, problemas mentais, emocionais e financeiros.

Para ilustrarmos nossos argumentos, devemos lembrar de como deve ser tratado aquilo que traz prejuízo à sociedade. Há alguns anos (década de 90), eram comuns as propagandas de cigarro nas televisões e como patrocinadoras de eventos esportivos. Atualmente essas propagandas são proibidas devido ao tamanho do estrago que o cigarro faz. Como apresentado em FEBRABAN (2024), em 2022, 70% dos alemães declararam apoio ao fim da publicidade das apostas esportivas online. Defendemos, portanto, que as apostas esportivas recebam regulamentações semelhantes as de produtos considerados nocivos à saúde pública dada a amplitude dos impactos negativos associados a essa prática.

Entendemos, defendemos e compartilhamos da visão de Battaglia (2024), de que precisamos de medidas mais firmes como a regulamentação da publicidade, tendo como exemplo o Reino Unido que, em 2022, proibiu que atletas e celebridades estampem campanhas das Casas Bet. Destacamos que especialistas defendem uma maior trava dentro das plataformas, como limites diários de tempo e dinheiro e sistemas que identifiquem os usuários com alguma compulsão (Battaglia, 2024).

Por fim, esperamos que este trabalho inspire outros para que a ampliação da produção de ambientes de educação financeira, especialmente na educação básica, contribua para a reflexão sobre Situações Econômico-Financeiras (SEF) e para a tomada de decisões responsáveis, críticas e fundamentadas sendo agentes de transformação e contribuindo para o desenvolvimento sustentável e para a formação de cidadãos críticos e conscientes quanto ao uso responsável do dinheiro.

REFERÊNCIAS

- AGP Pesquisas. *Desk Apostas Esportivas – Relatório completo*. 2024. Disponível em: <<https://www.agppesquisas.com.br/wp-content/uploads/2024/06/Desk-Apostas-Esportivas-COMPLETO.pdf>>. Acesso em: 22 mar. 2025.
- AGUIAR, M. M. G. D. et al. A influência do marketing das casas de apostas no comportamento dos estudantes da uemg carangola. *Contribuciones a las Ciencias Sociales*, v. 18, n. 1, p. e14655–e14655, 2025.
- ALVES, L. E. C. *Tomada de decisão sob incerteza no ensino médio: conexões entre a probabilidade e a psicologia*. Dissertação (Dissertação (Mestrado) – Colégio Pedro II, Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Cultura, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2020. 114 f. Disponível em: <<https://petrus.cp2.g12.br/items/22a51676-2c7b-4b8f-a41e-ad2be9fcd0a7>>. Acesso em: 29 mar. 2025.
- ANBIMA. *Raio-X do Investidor Brasileiro*. 2025. Disponível em: <https://www.anbima.com.br/pt_br/especial/raio-x-do-investidor-brasileiro.htm>. Acesso em: 22 mar. 2025.
- ANGELINI, G.; ANGELIS, L. D. Bookmakers' odds and efficiency in football betting markets. *Journal of Sports Economics*, v. 19, n. 2, p. 156–173, 2018. Publicado em: 2018. Acesso em: 16 set. 2025.
- ANTON, H. *Álgebra linear com aplicações*. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- APOSTAS, T. *Entenda o que é aposta tripla nas apostas esportivas*. 2024. Disponível em: <<https://www.terra.com.br/apostas/palpites-e-odds/entenda-o-que-e-aposta-tripla-nas-apostas-esportivas,328e30e6d148370241f92c5325426731z83h4nt3.html>>. Acesso em: 23 abr. 2025.
- BARBOSA, R.; OLIVEIRA, K. Pesquisa de desenvolvimento: Características e aplicações na educação matemática. *Revista Brasileira de Educação Matemática*, v. 5, n. 2, p. 523–540, 2015.
- BATTAGLIA, R. *Bets: a psicologia das apostas*. 2024. Publicado em: 15 fev. 2024. Atualizado em: 2 jul. 2024. Acesso em: 3 maio 2025. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/sociedade/bets-a-psicologia-das-apostas/>>.
- BONSIEPE, G. *Do Material ao Digital*. São Paulo: Editora Blucher, 2015. ISBN 9788521208716. Disponível em: <https://www.blucher.com.br/do-material-ao-digital_9788521208716>.
- BRASIL. *Decreto-Lei nº 594, de 27 de maio de 1969*. 1969. Acesso em: 22 mar. 2025. Disponível em: <<https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1960-1969/decreto-lei-594-27-maio-1969-374108-publicacaooriginal-1-pe.html>>.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 18 abr. 2025.
- BRASIL, B. C. do. *Cidadania Financeira*. 2025. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/cidadaniafinanceira>>. Acesso em: 28 jun. 2025. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/cidadaniafinanceira>>.

BRASIL, B. N. *Por que cassinos são proibidos no Brasil?* 2017. Disponível em: <<https://www.bbc.com/portuguese/geral-40199162>>. Acesso em: 23 abr. 2025.

BRASIL, B. N. *Apostas esportivas: por que o 'boom' pode não durar e o que dizem especialistas.* 2024. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/articles/c981g2n1dm9o>. Acesso em: 23 abr. 2025.

CABE NO MEU BOLSO. *O que é Lucro / Prejuízo?* 2023. Disponível em: <<https://cabenomeubolso.com.br/glossario/o-que-e-lucro-prejuizo/>>. Acesso em: 23 abr. 2025.

CAMPANI, C. H. *Apostas esportivas: odds, probabilidades implícitas, estratégias e quanto você paga para apostar.* 2024. <<https://valorinveste.globo.com/blogs/carlos-heitor-campani/coluna/apostas-esportivas-odds-probabilidades-implicitas-estrategias-e-quanto-voce-paga-para-apostar.ghtml>>. Acesso em: 01 mar. 2025.

CANDIDO, M. *Com alta de apostas entre adolescentes, especialistas recomendam limitar publicidade.* 2025. <<https://iclnoticias.com.br/apostas-adolescentes-limitar-influencers/>>. Acesso em: 12 abr. 2025.

CAVALCANTE, F. R. Em busca de mais excitação. *Movimento (Porto Alegre)*, p. e30010–e30010, 2024.

COLLINS, A. *Toward a Design Science of Education.* [S.l.]: Springer, 1992. 15-22 p.

Costa, G. G. d. *Laplace sem equiprobabilidade é um erro.* Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2023. Orientador: André Gustavo Campos Pereira. Acesso em: 23 abr. 2025. Disponível em: <<https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/54462>>.

D'Avila Júnior, R. E. S. *Jogar contra a banca, um risco ou uma oportunidade? Uma sequência didática para o ensino de probabilidade.* Dissertação (Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, PROFMAT) — Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Canoas, RS, 2024. Disponível em: <<https://profmatt-sbm.org.br/dissertacoes/>>. Acesso em: 28 fev. 2025.

E-INVESTIDOR. *Apostas esportivas: o que são odds e qual a chance matemática de ganhar.* 2024. Disponível em: <<https://investidor.estadao.com.br/comportamento/apostas-esportivas-bets-odds-probabilidade-entenda-a-matematica/>>. Acesso em: 23 abr. 2025.

ESPORTIVA, G. *Brasil tem grande crescimento em uso de casas de apostas e ultrapassa Inglaterra.* 2024. Disponível em: <<https://www.uol.com.br/esporte/futebol/ultimas-noticias/gazeta-esportiva/2024/09/11/brasil-tem-grande-crescimento-em-uso-de-casas-de-apostas-e-ultrapassa-inglaterra.htm>>. Acesso em: 22 mar. 2025.

EXPLICADA, C. Y. M. *Probabilidade e Jogos de Azar – Aposta Justa e Esperança Matemática.* 2021. Canal YouTube Matemática Explicada. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=cMn66VIDR_A>. Acesso em: 23 abr. 2025.

FEBRABAN. Relatório institucional, *Estudo Nacional sobre BETs: percepções e atitudes sobre apostas esportivas online.* 2024. Disponível em: <<https://portal.febraban.org.br/pagina/3363/52/pt-br/estudo-nacional-bets>>. Acesso em: 23 abril 2025.

FEDERAL, S. *Relatório Final da CPI da Manipulação de Jogos e Apostas Esportivas*. 2025. Comissão Parlamentar de Inquérito - Senado Federal. Disponível em: <https://legis.senado.leg.br/atividade/comissoes/comissao/2659>.

G1 EDUCAÇÃO. *Por que você quase sempre vai perder dinheiro com bets, segundo a matemática*. 2024. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2024/10/01/por-que-voce-quase-sempre-vai-perder-dinheiro-com-bets-segundo-a-matematica.ghtml>. Acesso em: 23 abr. 2025.

GE, R. do. *Clubes da Premier League aprovam retirada de patrocínios de casas de apostas da frente das camisas*. 2023. <https://ge.globo.com/futebol/futebol-internacional/futebol-ingles/noticia/2023/04/13/clubes-da-premier-league-concordam-em-retirar-patrocinio-de-casas-de-apostas-da-frente-da-camisa.ghtml>. Acesso em: 12 abr. 2025.

GIOVANNI, P.; LIMÃO, J. A. *Veja valores que familiares de Bruno Henrique receberam por aposta*. 2025. Publicado em: 15 abr. 2025. Acesso em: 3 maio 2025. Disponível em: <https://www.metropoles.com/brasil/veja-valores-que-familiares-de-bruno-henrique-receberam-por-aposta>.

HORTA, R. G. Apostas esportivas. *Revista de Direito Internacional e Globalização Econômica*, v. 11, n. 11, p. 33–49, 2023.

HOUSTON, S. Measuring financial literacy. *Journal of consumer affairs*, v. 44, n. 2, p. 292–316, 2010.

IMPA. *PAPMEM - Julho de 2015 - Probabilidade, valor esperado*. 2015. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=iUrfisCV0Rk>. Acesso em: 23 abr. 2025.

INEP. *PISA 2021: Matriz de Referência de Análise e de Avaliação de Letramento Financeiro*. Brasília, DF: INEP/MEC, 2020. Documento institucional. Disponível em: https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/avaliacoes_e_exames_da_educacao_superior/matriz_de_referencia_de_analise_e_de_avaliacao_de_letramento_financeiro_pisa_2021.pdf. Acesso em: 29 abr. 2025.

KEYNES, J. M. A treatise on probability. In: MOGGRIDGE, D. (Ed.). *The collected writings of John Maynard Keynes (CW)*. London: Macmillan, 1973. v. 8.

LANCE! *Dicas de apostas: o que são odds?* 2024. Disponível em: <https://www.lance.com.br/ensenha-de-apostas/basico/dicas-de-apostas-o-que-sao-odds.html>. Acesso em: 18 abr. 2025.

LANCE, R. *Entenda como as odds funcionam em apostas*. 2023. Disponível em: <https://www.lance.com.br/sites-de-apostas/entenda-como-odds-funcionam-em-apostas.html>. Acesso em: 23 abr. 2025.

LANDIM, F. et al. *Probabilidade: Um Livro Aberto de Matemática*. Rio de Janeiro: IMPA, 2019. Disponível em: <https://umlivroaberto.com>.

LANDIM, F. et al. *Medidas de posição e dispersão no ensino médio: volume 1*. Rio de Janeiro: IMPA-OS, 2018. Livro didático digital. Realização: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Produção: Livro Aberto. Versão 1.1, de 12 de novembro de 2018. Disponível em: <https://livroaberto.impa.br/vol2.html>. Acesso em: 23 abr. 2025.

LOCOMOTIVA, I. *Apostas e Saúde Mental*. 2024. Relatório publicado pela Locomotiva Pesquisa & Estratégia. Disponível em: <<https://revistaforum.com.br/u/archivos/2024/8/31/Locomotiva-pesquisa-apostas-e-saude-mental-ago-2024.pdf>>. Acesso em: 22 mar. 2025.

MARINHO, P. H. S.; GOMES, M. P. Regulamentação dos cassinos e casas de apostas online no Brasil. *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, v. 10, n. 6, p. 2001–2015, 2024.

MENDIETA, F. H. P.; QUEIROZ, A. F. Bets e apostas online: o jogo do tigrinho e seu efeito tangarina. *Contribuciones a las Ciencias Sociales*, v. 17, n. 10, p. e11358–e11358, 2024.

MOL, R. S. *Introdução à história da matemática*. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013. Disponível em: <https://www.academia.edu/41726916/Introducao_a_historia_da_matematica>.

MOREIRA, A. d. P. M. *Aplicações da teoria da decisão e probabilidade subjetiva em sala de aula do ensino médio*. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática)) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015. Disponível em: <<https://www.ime.unicamp.br/~laurarifo/alunos/dissertacaoAndrea.pdf>>. Acesso em: 4 mar. 2025.

MORGADO, A. C. de O. et al. *Análise Combinatória e Probabilidade*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. (Coleção do Professor de Matemática). ISBN 8585818018.

MUNIZ, I. *Econs ou Humanos? Um estudo sobre a tomada de decisão em Ambientes de Educação Financeira Escolar*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, Brasil, 2016a.

MUNIZ, I.; PESSOA, C. A. S.; KISTEMAN, R. C. Cenários sobre educação financeira escolar: entrelaçamentos entre a pesquisa, o currículo e a sala de aula de matemática. *EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v. 9, n. 1, 2018.

MUNIZ, I. J. *Livro aberto: educação financeira*. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA-OS, 2023. Versão 2.0 de 9 de agosto de 2023. Associação Livro Aberto.

Nigri, Thiago Steinberg; Nigri, Victor Steinberg. Apostas esportivas e interferência de resultados. *Revista Acadêmica Online*, v. 11, n. 55, p. e454–e454, jan 2025. Disponível em: <<https://revistaacademicaonline.com/index.php/rao/article/view/454>>.

O Globo. *Lucas Paquetá: julgamento por caso de apostas começa nesta segunda-feira*. 2025. Publicado em: 17 mar. 2025. Acesso em: 3 maio 2025. Disponível em: <<https://oglobo.globo.com/esportes/noticia/2025/03/17/lucas-paqueta-julgamento-por-caso-de-apostas-comeca-nesta-segunda-feira.ghtml>>.

OCDE. *Recommendation on Principles and Good Practices For Financial Education and Awareness. Recommendation of The Council*. 2005. Publicado em: jul. 2005. Acesso em: 30 ago. 2025. Disponível em: <<https://www.oecd.org/finance/financial-education/35108560.pdf>>.

OLIVEIRA, C. R.; CORDANI, L. K. Julgando sob incerteza: heurísticas e vieses e o ensino de probabilidade e estatística. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, São Paulo, v. 18, n. 3, jan. 2017. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31484>>. Acesso em: 5 abr. 2025.

PANSANATO, M. B. et al. Perigos do online sports betting. *Debates em Psiquiatria*, v. 14, p. 1–5, 2024.

PINTO, F. C. d. S.; SILVA, R. I. M. A relação entre os sites de apostas e o aumento de más práticas no esporte. *Revista Opinião Jurídica (Fortaleza)*, v. 22, n. 40, p. 45–65, 2024.

PIO, R. P. et al. Apostas esportivas problemáticas: uma nova tendência global num mundo de alta tecnologia. *Debates em Psiquiatria*, v. 14, p. 1–20, 2024.

PLOMP, T. *Educational Design Research: An Introduction*. Enschede, Netherlands: SLO, 2009.

PODER360. *30% dos beneficiários do Bolsa Família já apostaram em bets*. 2024. Disponível em: <<https://www.poder360.com.br/poderdata/30-dos-beneficiarios-do-bolsa-familia-ja-apostaram-em-bets/>>. Acesso em: 24 mar. 2025.

RIBEIRO, C. A. Um ensaio sobre a fundamentação filosófica da incerteza em keynes. Monografia (Bacharelado em Ciências Econômicas) — Universidade Federal de Uberlândia, Instituto de Economia e Relações Internacionais. Orientador: Prof. Dr. José Rubens Damas Garlipp. 2017.

SAMPAIO, J. M. et al. Envolvimento em jogos de azar entre os alunos do 3º ano do ensino médio de escolas públicas de manaus: A relevância da educação financeira para evitar decisões equivocadas. *IOSR Journal of Business and Management*, v. 27, n. 1, p. 46–60, 2025.

SENADO, R. *Banco Central diz que beneficiários do Bolsa Família gastaram R\$ 3 bi com bets em agosto*. 2024. Acessado em: 24 mar. 2025. Disponível em: <<https://www12.senado.leg.br/radio/1/noticia/2024/09/25/beneficiarios-do-bolsa-familia-enviaram-r-3-bi-para-bets-em-agosto-segundo-o-bc>>.

SILVA, E. C.; REZENDE, P. I. d. S. A regulamentação das apostas esportivas no brasil: A lei nº. 14.790 de 29 de dezembro de 2023. *Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação*, v. 10, n. 10, p. 5552–5565, 2024.

SILVA, F. C. F. et al. Carta aberta de pesquisadores brasileiros para membros do governo federal e a sociedade em geral a respeito da necessidade de fundos de pesquisa independentes para lidar com os impactos sociais do crescimento das apostas esportivas no país. *Revista Economia & Gestão*, v. 24, n. 67, p. 4–10, 2024.

SILVA, N. E. F.; LUCENA, W. G. L. Educação financeira e vieses cognitivos: Análise considerando variáveis sociodemográficas. *Revista Pensamento Contemporâneo em Administração*, v. 16, n. 4, p. 51–70, 2022.

SILVA, R. d. G. Contratos de apostas esportivas online: questões atuais sobre a (in)exigibilidade das dívidas de jogo ou aposta. *Revista Brasileira de Direito Civil*, p. –, 2024.

SOUSA, M. J. R. d. et al. A regulamentação das apostas de quota fixa no brasil e as mudanças promovidas pela lei 14.790 de 2023. *Revista FSA*, v. 21, n. 6, p. 146–160, 2024.

UFPR, P. E. *A probabilidade nos jogos de azar: dados e moedas*. 2020. Disponível em: <<https://pet.leg.ufpr.br/blog/a-probabilidade-nos-jogos-de-azar-dados-e-moedas/>>. Acesso em: 23 abr. 2025.

UNESP. *Tipos de revisão de literatura*. 2015. Disponível em: <<https://www.fca.unesp.br/Home/Biblioteca/tipos-de-evisao-de-literatura.pdf>>. Acesso em: 24 mar. 2025.

UNICAMP, I. *Recursos de Probabilidade*. 2020. Disponível em: <<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1016>>. Acesso em: 23 abr. 2025.

VIEIRA, S. F. A.; BATAGLIA, R. T. M.; SEREIA, V. J. Educação financeira e decisões de consumo, investimento e poupança: uma análise dos alunos de uma universidade pública do norte do paraná. *Revista de Administra o da UNIMEP*, Universidade Metodista de Piracicaba, v. 9, n. 3, p. 61–86, 2011.

WILLIAMS, L. V.; PATON, D. Evaluating margins and efficiency in sports betting markets. *International Gambling Studies*, v. 22, n. 1, p. 45–62, 2022. Publicado em: 2022. Acesso em: 16 set. 2025.

ANEXO A – ANEXOS

```

1 import random
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def simular_lancamentos(n):
5     """Realiza_n_lançamentos_de_moeda_e_calcula_a_frequência_relativa_de_'
6     Cara'_e_'Coroa'."""
7     resultados = [random.choice(["Cara", "Coroa"]) for _ in range(n)]
8     return resultados.count("Cara") / n, resultados.count("Coroa") / n
9
10 # Definição dos valores de n (de 10 a 1000, com passos de 10)
11 valores_n = range(10, 1001, 10)
12
13 # Calcula as frequências relativas para cada n
14 frequencias = [simular_lancamentos(n) for n in valores_n]
15 freq_rel_cara, freq_rel_coroa = zip(*frequencias) # Separa as listas
16
17 # Configuração do gráfico
18 plt.figure(figsize=(10, 6))
19 plt.scatter(valores_n, freq_rel_cara, label="Frequência_de_Cara", color='
20     blue', marker='o', s=15)
21 plt.scatter(valores_n, freq_rel_coroa, label="Frequência_de_Coroa", color='
22     orange', marker='s', s=15)
23
24 # Personalização do gráfico
25 plt.xlabel("Número_de_Lançamentos_(n)", fontsize=12)
26 plt.ylabel("Frequência_Relativa", fontsize=12)
27 plt.title("Convergência_da_Frequência_Relativa_de_Cara_e_Coroa",
28     fontsize=14, fontweight='bold')
29
30 # Linha de referência no 50%
31 plt.axhline(y=0.5, color='gray', linestyle='--', linewidth=1,
32     label="Valor_Esperado_(50%)")
33
34 # Ajustes finais
35 plt.legend(frameon=True, loc="best", fontsize=10)
36 plt.grid(visible=True, linestyle="--", linewidth=0.5, alpha=0.7)
37 plt.tight_layout() # Melhora o espaçamento do gráfico
38
39 # Exibir o gráfico
40 plt.show()

```

